

Coincidências $\gamma\gamma$ – PET

Laboratório de Física Experimental Avançada II

Licenciatura em Engenharia Física Tecnológica

Alexandre Santana (100122), Guilherme Coimbra (102522),
Maria Fernandes (103020), Samuel Tavares (103634)

Instituto Superior Técnico

Outubro de 2023

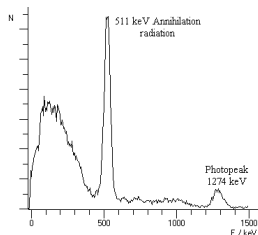


Table of Contents

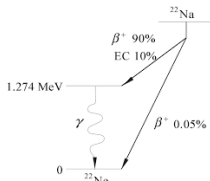
- 1 Introdução Teórica
- 2 Montagem Experimental
- 3 Janela Mínima de Aquisição
- 4 Coincidências Fortuitas
- 5 Variação das fontes em yy
- 6 Estudo das Eficiências
- 7 Correlação angular para $\theta = 0^\circ$
- 8 Variação da fonte em xx
- 9 Variação de ϕ com R constante
- 10 Área de Detecção
- 11 Sinograma e Reconstrução Tomográfica
- 12 Tomografia 3D
- 13 Variação da fonte em zz
- 14 Conclusões



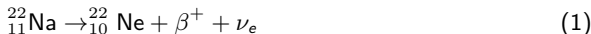
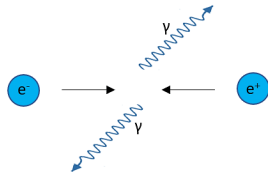
Espectro do ^{22}Na



Decaimento do ^{22}Na

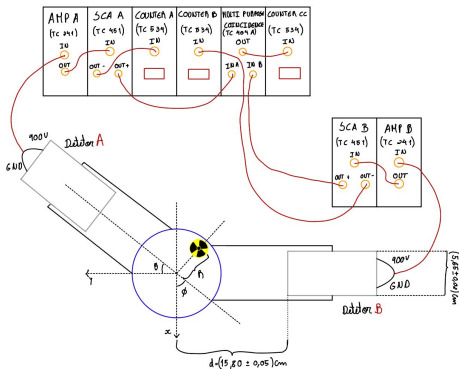


Processo de aniquilação β^+



- $E_\gamma = 511 \text{ keV}$.
- **Coincidência** - detecção de dois γ do mesmo processo de aniquilação.
- **Fortuita** - γ_s de processos diferentes.

Montagem Experimental



- 2 fontes ^{22}Na : 10 e 5 μCi
- Porta alvos com grelha quadriculada de 1/2 in de lado
- Osciloscópio digital multicanal
- MCA e Pulser para auxílio na calibração
- Settings da 1ª sessão nas restantes \Rightarrow Medição de controlo no início de cada sessão

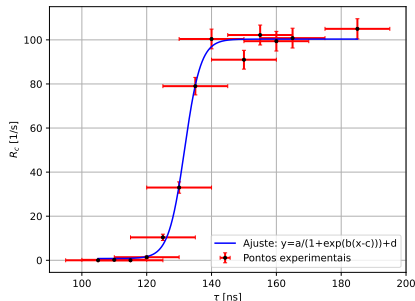
Erros e propagação:

$$\sigma_{cnts} = \sqrt{cnts}$$

$$\sigma_{f(x_1, x_2, \dots, x_i)}^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^2 \sigma_{x_1}^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2 \quad (3)$$



Janela Mínima de Aquisição



- Comportamento semelhante a sigmoide

$$R_c(\tau) = \frac{a}{1 + e^{(b(\tau - c))}} + d$$

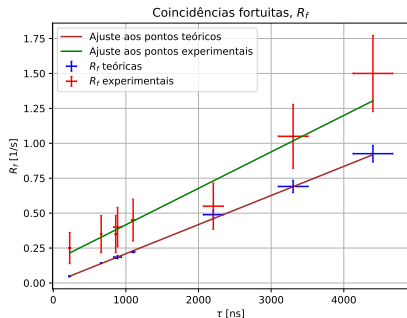
- Variação de 1% a 99%: $\Delta\tau \approx 22.98$ ns

- Definimos $\tau_{\text{aquisição}} = 50$ ns

Coincidências em função da janela de aquisição

a [s^{-1}]	b	c [ns]	d [s^{-1}]	χ^2/Ndf
99.56 ± 2.88	-0.40 ± 0.06	131.71 ± 0.42	0.79 ± 2.28	1.15/9

Coincidências Fortuitas



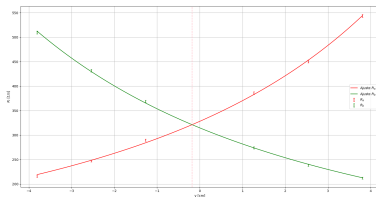
- $\theta = 90^\circ$
- $R_f \text{ teo} = 2R_A R_B \tau \Rightarrow R_f = m_{\text{teo}} \tau + b_{\text{teo}}$
- $R_f \text{ exp} = R_c \Rightarrow R_f = m_{\text{exp}} \tau + b_{\text{exp}}$
- Jitter da janela $\Rightarrow b_{\text{exp}} \neq 0$
- $R_f \text{ exp} (\tau = 50 \text{ ns}) = 0.17 \pm 0.04 \text{ [s}^{-1}\text{]}$

$m_{\text{teo}} \cdot 10^{-4} \text{ [s}^{-2}\text{]}$	$b_{\text{teo}} \cdot 10^{-4} \text{ [s}^{-1}\text{]}$	R^2	$m_{\text{exp}} \cdot 10^{-4} \text{ [s}^{-2}\text{]}$	$b_{\text{exp}} \cdot 10^{-4} \text{ [s}^{-1}\text{]}$	R^2
2.08 ± 0.04	15.43 ± 27.57	0.99	2.61 ± 30	1557.61 ± 447.02	0.93

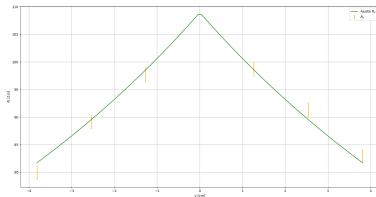
$$R_c^{\text{corrigido}} = R_c - 0.17 \text{ [s}^{-1}\text{]} \quad \sigma_{R_{\text{corrigido}}} = \sqrt{\sigma_{R_c}^2 + 0.04^2} \text{ [s}^{-1}\text{]}$$



Variação das fontes em yy



R_A e R_B em função da posição das fontes em yy



R_C em função da posição das fontes em yy

- $R \propto \Omega \Rightarrow R_A = \frac{A}{(d_A - y)^2} [s^{-1}], R_B = \frac{B}{(d_B + y)^2} [s^{-1}] \text{ e } R_C = \frac{C}{(d_C - |y|)^2} [s^{-1}]$

$A (\times 10^4) [1/s]$	$d_A [cm]$	χ^2/Ndf	$B (\times 10^4) [1/s]$	$d_B [cm]$	χ^2/Ndf	$C (\times 10^4) [1/s]$	$d_C [cm]$	χ^2/Ndf
9.53 ± 0.31	17.04 ± 0.26	$12.76/4$	9.76 ± 0.19	17.61 ± 0.16	$4.03/4$	6.62 ± 1.18	24.65 ± 2.42	$5.97/4$

- $y = 0.18$ cm ponto médio entre os detetores
- d_A e d_B : distâncias médias de (0,0) ao ponto onde são detetadas as partículas em cada detetor
- Assumimos $\sigma_y = \pm 0.18$ cm



1 Eficiência geométrica, ϵ_g

- ▶ Fonte pontual e isotrópica; Interseção da superfície esférica de raio d (distância das fontes aos detetores) com o detetor como sendo plana

$$\epsilon_g \approx \frac{\pi r_{\text{detetor}}^2}{4\pi d^2}$$

- ▶ $d = (15.80 \pm 0.18) \text{ cm} \Rightarrow \epsilon_g = (79.92 \pm 2.15) \times 10^{-2} \%$
- ▶ $d_A = (17.04 \pm 0.26) \text{ cm} \Rightarrow \epsilon_{gA} = (68.68 \pm 2.28) \times 10^{-2} \%$
- ▶ $d_B = (17.61 \pm 0.16) \text{ cm} \Rightarrow \epsilon_{gB} = (64.33 \pm 1.47) \times 10^{-2} \%$

2 Eficiência do fotopico, ϵ_{fp}

$$\epsilon_{fpj} = \frac{R_c}{R_j}, \quad j = A \text{ ou } B$$

- ▶ $\epsilon_{fpA} = (30.76 \pm 0.79) \%$
- ▶ $\epsilon_{fpB} = (31.66 \pm 0.82) \%$

3 Eficiência intrínseca, ϵ_i

- ▶ $T_{1/2} = (2.6018 \pm 0.0022) \text{ anos}$, $\Delta t = (7.00 \pm 0.08) \text{ anos}$, $A = A_0 \cdot 0.5^{\frac{\Delta t}{T_{1/2}}}$

$$\epsilon_{ij} = \frac{R_j \text{ detetado}}{R_j \text{ recebido}}$$

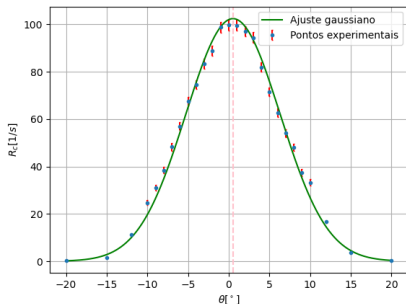
- ▶ $\epsilon_g \Rightarrow \epsilon_{iA} = (52.40 \pm 1.95) \%$ e $\epsilon_{iB} = (52.90 \pm 1.90) \%$
- ▶ $\epsilon_{gA} \Rightarrow \epsilon_{iA} = (60.98 \pm 2.44) \%$
- ▶ $\epsilon_{gB} \Rightarrow \epsilon_{iB} = (63.24 \pm 2.02) \%$

$$R_j \text{ recebido} = A_{\text{fontes}} \cdot \epsilon_g$$



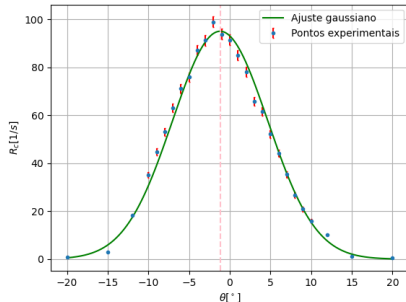
Correlação angular para $\theta = 0^\circ$

- $R_c(\theta) = Ae^{-\frac{1}{2} \frac{(\theta - \theta_0)^2}{\sigma^2}}$



R_c em função de θ

A [1/s]	θ_0 [°]	σ [°]	χ^2/Ndf
102.41 ± 2.32	0.52 ± 0.11	5.79 ± 0.07	1.31/24



R_c em função de θ (dados de outro grupo)

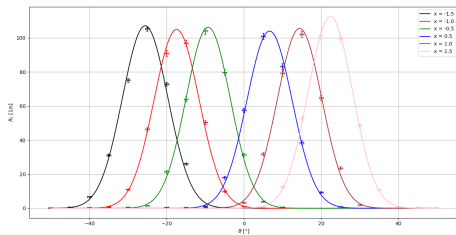
A [1/s]	θ_0 [°]	σ [°]	χ^2/Ndf
95.00 ± 2.74	-1.19 ± 0.14	5.85 ± 0.10	2.65/24

- Os detetores estão alinhados para $\theta = 0.52^\circ$ (no nosso caso) \Rightarrow assumimos $\sigma_\theta = \pm 0.52^\circ$



Variação da fonte em xx

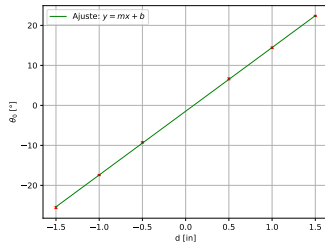
- Ajustes $R_c(\theta) = A \cdot e^{-\frac{(\theta - \theta_0)^2}{2\sigma^2}}$



Correlação angular para diferentes posições em xx

$x[\text{in}]$	$A [1/\text{s}]$	$\theta_0 [^\circ]$	$\sigma [^\circ]$	χ^2/Ndf
-1.5	107.08 ± 5.06	-25.56 ± 0.23	5.88 ± 0.16	4.96/9
-1.0	104.93 ± 3.52	-17.42 ± 0.15	5.84 ± 0.10	1.96/7
-0.5	106.23 ± 3.94	-9.27 ± 0.18	5.73 ± 0.12	2.13/7
0.5	103.98 ± 5.03	6.63 ± 0.24	5.88 ± 0.16	5.06/7
1.0	105.54 ± 4.23	14.42 ± 0.19	5.77 ± 0.13	2.30/7
1.5	112.56 ± 3.35	22.38 ± 0.14	5.77 ± 0.10	6.04/9

- $\theta_0(x) = mx + b$



Relação de θ_0 com a posição em xx

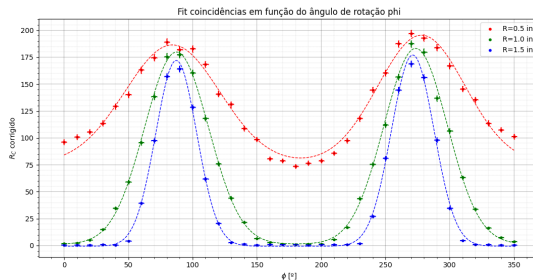
- $m = 15.93 \pm 0.05$
 $b = -1.47 \pm 0.05$
 $R^2 \approx 1.00$

- Boa resolução em x:

$$\Delta x_{\text{fontes}} \geq \frac{2.35\bar{\sigma}}{m}$$



Variação de ϕ com R constante

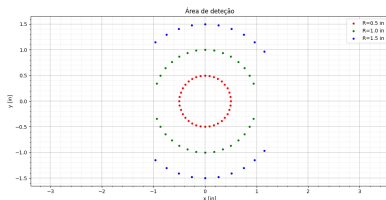


$$\bullet \quad R_C(\phi) = H + A_1 e^{\frac{-(\phi + \phi_1)^2}{2\sigma_1^2}} + A_2 e^{\frac{-(\phi + \phi_2)^2}{2\sigma_2^2}}$$

Raio [in]	$\phi_1 [^\circ]$	$\sigma_1 [^\circ]$	$\phi_2 [^\circ]$	$\sigma_2 [^\circ]$	χ^2/Ndf
0.5	84.15 ± 1.24	36.93 ± 2.30	278.00 ± 1.10	33.91 ± 1.94	551.80/29
1.0	87.46 ± 0.30	24.91 ± 0.36	273.47 ± 0.29	24.71 ± 0.35	170.61/29
1.5	87.27 ± 0.26	15.97 ± 0.28	271.19 ± 0.26	16.58 ± 0.28	476.68/29

Área de Detecção

- Intervalos dos ângulos de detecção:
 $[\mu_i - 3\sigma_i, \mu_i + 3\sigma_i]$
- Distância mínima entre fontes: $3\sigma = (1.093 \pm 0.005)in$



Área de detecção das coincidências γ - γ no plano x-y

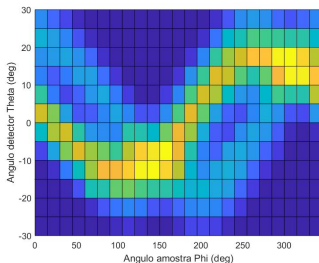
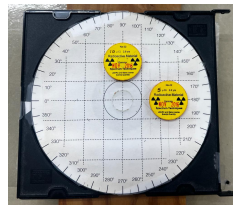
R [in]	Range 1º pico [°]	Range 2º pico [°]
0.5	[0, 360]	[0, 360]
1.0	[13, 161]	[199, 348]
1.5	[38, 163]	[222, 320]

Ângulos de detecção

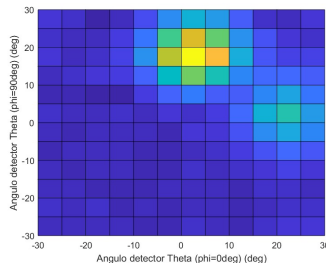
- Largura do detetor dada pela curva:
 - ① verde: $(1.88 \pm 0.06) in$
 - ② azul: $(2.11 \pm 0.10) in$
- O valor da largura não corresponde ao medido $((2.22 \pm 0.01)in)$

Sinograma e Reconstrução Tomográfica

- Coordenadas fonte $10\mu\text{Ci}$: $(0;-1)\text{in}$
- Coordenadas fonte $5\mu\text{Ci}$: $(1.2;0)\text{in}$
- Distância entre fontes: 1.56 in
- Ângulo de 90° entre as duas fontes
- $\phi \in [0^\circ, 360^\circ]$ com passos de 15°
- $\theta \in [-30^\circ, 30^\circ]$ com passos de 5°
- Com o *software* disponibilizado, *Tomographic Reconstructor*, obteve-se:



Sinograma



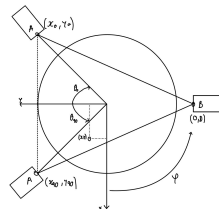
Reconstrução tomográfica

Tomografia 3D

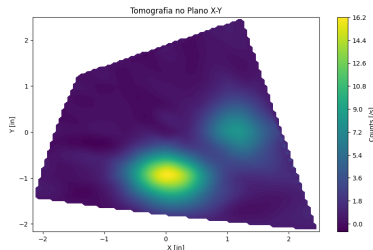
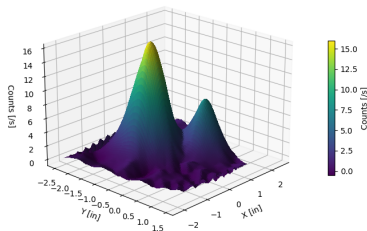
Output do programa em coordenadas $(\theta_0, \theta_{90}) \Rightarrow$ conversão para (x,y)

$$x = -d \cdot \frac{\sin(\theta_0)[1 + \cos(\theta_{90}) + \sin(\theta_{90})]}{\sin(\theta_0) \cdot \sin(\theta_{90}) + (1 + \cos(\theta_{90})) \cdot (1 + \cos(\theta_0))}$$

$$y = -d \cdot \frac{\sin(\theta_{90})[1 + \cos(\theta_0) + \sin(\theta_0)]}{\sin(\theta_0) \cdot \sin(\theta_{90}) + (1 + \cos(\theta_{90})) \cdot (1 + \cos(\theta_0))}$$



Reconstrução Tomográfica 3D



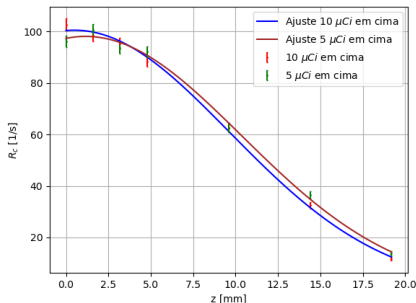
$(0.06 \pm 0.02; -0.97 \pm 0.01)in \rightarrow 10\mu Ci$

$(1.17 \pm 0.02; 0.01 \pm 0.01)in \rightarrow 5\mu Ci$

Variação da fonte em zz

- Será indiferente a disposição das fontes?

- Ajuste $R_c(z) = C e^{-\frac{1}{2} \frac{(z-z_0)^2}{\sigma^2}}$



	C [1/s]	z_0 [mm]	σ [mm]	χ^2/Ndf
10 μCi em cima	100.51 ± 1.62	0.49 ± 0.53	9.14 ± 0.31	4.27/4
5 μCi em cima	98.10 ± 1.58	1.15 ± 0.57	9.21 ± 0.36	5.88/4

- Verificamos que ter a fonte de 10 μCi em cima é diferente de a ter em baixo
- Ao não ser controlado \Rightarrow Contribui para os erros experimentais

- Na primeira parte deste trabalho, estudamos a dependência dos resultados em função dos diversos parâmetros do sistema e possíveis limitações.
- Na segunda parte, obtivemos um sinograma que permitiu obter uma reconstrução tomográfica de acordo com o previsto.
- Tivemos influência de diferentes erros sistemáticos relacionados com o equipamento, por exemplo o alinhamento dos detetores.
- Sugestões:
 - ① Melhores equipamentos, por exemplo, na medição do tamanho de janela de aquisição ou um porta-alvos fixo com um melhor método de medição dos ângulos de rotação.
 - ② Mais tempo para aquisição de dados permitiria obter melhor sinograma com melhor resolução