



DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BASICAS CICLO I / 22

GUIA 2 DE LABORATORIO EN MATLAB PARA APLICACIÓN DE METODOS NUMERICOS SOBRE INTERPOLACIÓN Y APROXIMACIÓN LINEAL

Conociendo las expresiones que definen la obtención de los polinomios para poder obtener el valor aproximado de la función en un valor específico, podemos desarrollar un programa que nos proporcione los valores de los coeficientes de dicho polinomio y luego podemos construir el polinomio para evaluarlo y compararlo con el valor exacto que proporciona la función. A continuación se muestra un ejemplo, en el cual se genera la matriz de diferencias divididas, en la cual los elementos se indican con la posición dentro de una matriz, luego se construye el polinomio correspondiente y se procede a evaluarlo y compararlo con el resultado que proporciona la función. El comando **length** proporciona el tamaño o longitud del vector; el comando **zeros(n,n)** genera una matriz cero de orden nxn.

Para obtener un vector columna a partir de un vector fila, se utiliza el carácter: ', el cual indica transpuesta. Para efectuar la interpolación, también se puede diseñar un programa mediante las ecuaciones que se establecen en clase en los diferentes métodos, por ejemplo:

```
diferencias3.m
1  %este programa desarrolla la interpolación mediante diferencias divididas
2  %f es la función definida entre comillas
3  %X es un vector fila que contiene los valores de x
4  %Y es un vector fila que contiene los valores de la función
5  %xo es el valor a interpolar
6  %D es la matriz que contiene las diferencias divididas
7  function [D]=diferencias3(f,X,Y,xo)
8  syms x
9  n=length(X);
10 D=zeros(n,n);
11 D(:,1)=Y';
12 for j=2:n
13     for k=j:n
14         D(k,j)=(D(k,j-1)-D(k-1,j-1))/(X(k)-X(k-j+1));
15     end
16 end
17 P=D(1,1)+D(2,2)*(x-X(1))+D(3,3)*(x-X(1))*(x-X(2))+D(4,4)*(x-X(1))*(x-X(2))*(x-X(3))+...
18     D(5,5)*(x-X(1))*(x-X(2))*(x-X(3))*(x-X(4))+D(6,6)*(x-X(1))*(x-X(2))*(x-X(3))*(x-X(4))*(x-X(5))+...
19     D(7,7)*(x-X(1))*(x-X(2))*(x-X(3))*(x-X(4))*(x-X(5))*(x-X(6))
20 valor_aproximado=double(subs(P,xo))
21 valor_exacto=double(subs(f,xo))
22 error=abs(valor_aproximado-valor_exacto)
```

Dependiendo de las operaciones que se deseen desarrollar, así será necesario emplear los comandos correspondientes.

Para evaluar una función definida como cadena de caracteres, es necesario definir la variable de la función como simbólica mediante el comando **syms**, luego se define la función y se procede a evaluarla utilizando el comando **subs**, para comparar el resultado se hace uso del comando **abs** que proporciona el valor absoluto.

Ejemplo1: Aproxime el valor de $f(4.125)$ mediante diferencias divididas, si se tienen los siguientes valores de x : **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6**; además obtenga el valor exacto si se sabe que $f(x) = x \ln(x+1)$

```
>> X=[0 1 2 3 4 5 6];Y=X.*log(X+1);xo=4.125;f='x*log(x+1)';
>> [D]=diferencias3(f,X,Y,xo)
P =
6243314768165359/9007199254740992*x+7304210039150665/18014398509481984*x*(x-1)-
1060895270985307/18014398509481984*x*(x-1)*(x-2)+
639445268657187/72057594037927936*x*(x-1)*(x-2)*(x-3)-
88654823540119/72057594037927936*x*(x-1)*(x-2)*(x-3)*(x-4)+
5676241112674309/36893488147419103232*x*(x-1)*(x-2)*(x-3)*(x-4)*(x-5)

valor_aproximado = 6.740951953488206

valor_exacto = 6.740788415725946

error = 1.635377622593026e-004

D =

Columns 1 through 6

    0          0          0          0          0          0
0.693147180559945 0.693147180559945          0          0          0
2.197224577336219 1.504077396776274 0.405465108108164          0          0
4.158883083359672 1.961658506023452 0.228790554623589 -0.058891517828192          0
6.437751649736401 2.278868566376730 0.158605030176639 -0.023395174815650 0.008874085753135          0
8.958797346140274 2.521045696403873 0.121088565013572 -0.012505488387689 0.002722421606990 -0.001230332829229
11.675460894331879 2.716663548191605 0.097808925893866 -0.007759879706569 0.001186402170280 -0.000307203887342

Column 7

    0
    0
    0
    0
    0
    0
0.000153854823648

>>
```

Ejemplo2:

Dados los siguientes valores de **x**: **0.3, 0.6, 0.9, 1.2, 1.5, 1.8, 2.1, 2.4** y la función **$f(x) = \cos(e^{x/2} - 1/2)$** , aproxime el valor de **$f(1.75)$** , empleando diferencias divididas. Además obtenga el valor exacto y compárelo con el valor aproximado.

```
>> X=0.3:0.3:2.4;Y=cos(exp(X/2)-1/2);xo=1.75;f='cos(exp(x/2)-1/2)';
>> [D]=diferencias3(f,X,Y,xo)
P =
((5528297465667557*x)/144115188075855872 - 16584892397002671/1441151880758558720)*(x
- 3/5)*(x - 6/5)*(x - 9/10) - ((2487389843667619*x)/9007199254740992 -
7462169531002857/90071992547409920)*(x - 3/5) - (x - 3/5)*(x -
9/10)*((810487942255599*x)/18014398509481984 - 2431463826766797/180143985094819840) -
(3866402839603717*x)/9007199254740992 + (x - 3/2)*(x - 3/5)*(x - 6/5)*(x -
9/10)*((8514822837854563*x)/288230376151711744
25544468513563689/2882303761517117440) + ((3851830062610719*x)/576460752303423488 -
11555490187832157/5764607523034234880)*(x - 3/2)*(x - 3/5)*(x - 6/5)*(x - 9/5)*(x - 9/10) - (x -
3/2)*(x - 3/5)*(x - 6/5)*(x - 9/5)*(x - 9/10)*(x -
21/10)*((7706150435420865*x)/2305843009213693952
4623690261252519/4611686018427387904) + 82653967838373961/90071992547409920

valor_aproximado = -0.322230430874096

valor_exacto = -0.322225053195576

error = 5.377678520046558e-06
```

```
D =
Columns 1 through 5
0.788866298057776 0 0 0
0.660089214407652 -0.429256945500413 0 0
0.481604096195674 -0.594950394039927 -0.276155747565856 0
0.246122382186988 -0.784939046695618 -0.316647754426151 -0.044991118733662 0
-0.046187252446224 -0.974365448777373 -0.315710670136260 0.001041204766546 0.038360269583506
-0.379084528781969 -1.109657587785817 -0.225486898347406 0.100248635320949 0.082672858795336
-0.708136022110445 -1.096838311094922 0.021365461151492 0.274280399443219 0.145026470101892
-0.948770169058531 -0.802113823160284 0.491207479891063 0.522046687488413 0.206471906704328
Columns 6 through 8
0 0 0
0 0 0
0 0 0
0 0 0
0 0 0
0.029541726141220 0 0
0.041569074204371 0.006681860035084 0
0.040963624401624 -0.000336361001526 -0.003342010017433
```

Matlab posee un comando que permite obtener el resultado de una interpolación, empleando el comando: **interp1(X,Y,Xi,'método')**, donde **X** e **Y** son los datos y **Xi** es el valor para el cual deseamos obtener la información y se encuentra dentro del intervalo de valores **X**. La opción método puede ser **linear**, **spline**, **cubic**, **pchip**, **nearest**, según que la interpolación sea lineal, escalonada, cúbica o lo mas cerca de. Además, si se desea obtener una extrapolación, deberemos emplear el siguiente comando: **interp1(X,Y,Xi,'método', 'extrap')**, donde **X** e **Y** son los datos y **Xi** es el valor para el cual deseamos obtener la información y se encuentra fuera del intervalo de valores **X**. Es de notar que cuando se realiza una interpolación lineal, en la opción método podemos obviar el comando linear; pero cuando realizamos una extrapolación, en la opción método debemos escribir el comando linear.

Ejemplo:

```
>> x=1900:10:1990;
>> y=[75.995 91.972 104.711 123.203 131.669 150.697 179.323 203.212 226.505 249.633];
>> interp1(x,y,1975,'linear')

ans =

    2.148585000000000e+02

>> interp1(x,y,1975,'spline')

ans =

    2.147555441643765e+02

>> interp1(x,y,1975,'cubic')

ans =

    2.149056286154035e+02

>> interp1(x,y,1995,'linear','extrap')

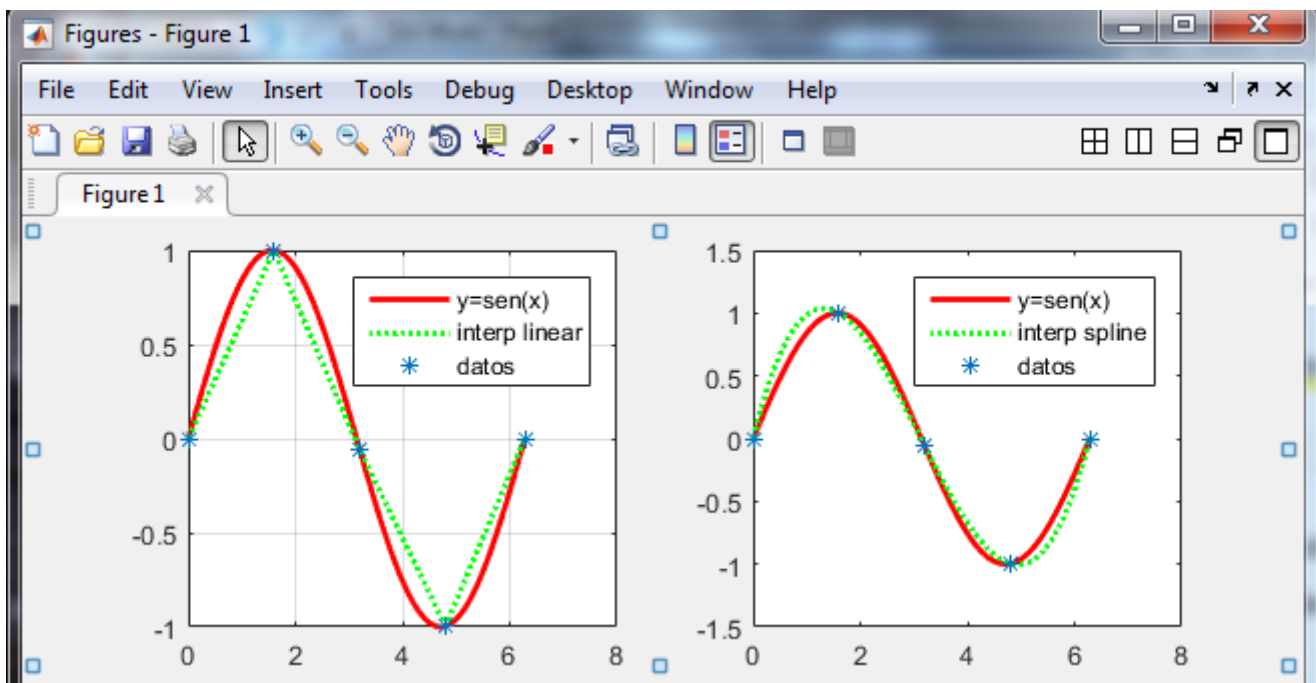
ans =

    2.611970000000000e+02

fx >> |
```

Además podemos representar gráficamente la interpolación y compararla con la gráfica de la función exacta, por ejemplo:

```
>> x=[0 1.6 3.2 4.8 6.2832];y=[0 0.9996 -0.0584 -0.9962 0];
>> x1=[0:pi/180:2*pi];y1=sin(x1);
>> ylin=interp1(x,y,x1);
>> yspline=interp1(x,y,x1,'spline');
>> subplot(1,2,1),plot(x1,y1,'r',x1,ylin,':g',x,y,'*')
>> subplot(1,2,2),plot(x1,y1,'r',x1,yspline,':g',x,y,'*')
fx >>
```



RESUELVA LOS SIGUIENTES EJERCICIOS

- Dados los valores de x : 0.1, 0.6, 1.1, 1.5, 1.7, 2.1, 2.6, 2.9, 3.05, 3.2, 3.4, y la función $f(x)=e^{-x/8}\tan(x/30)$, aproxime el valor de $f(1.3)$, empleando **interpolación lineal, escalonada, diferencias divididas**. Además obtenga el valor exacto y compárelo con el valor aproximado.
- Un automóvil realiza un recorrido por una carretera recta y se cronometra su recorrido en varios puntos. Los datos de las observaciones se incluyen en la tabla adjunta, donde el tiempo se indica en segundos, la distancia en pies y la velocidad en pies por segundo.

Tiempo	0	3	5	8	13
Distancia	0	225	383	623	993
Velocidad	75	77	80	74	72

- Aproxime el valor de la Distancia del automóvil en $t = 5.35$ seg. Mediante **interpolación cúbica y por Hermite**.
 - Aproxime el valor de la Velocidad del automóvil en $t = 4.85$ seg. Mediante **interpolación escalonada y por Neville**.
 - Aproxime el valor de la Velocidad y la Distancia del automóvil en $t = 13.55$ seg. Mediante **interpolación escalonada y lineal**.
- A partir de los siguientes datos:

x	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3
F(x)	-1.1733264	-0.6045824	-0.1716328	0.2312373	0.6753699	1.2815177

Aproxime el valor de $F(0.975)$, mediante **interpolación cúbica y por Neville**.

- A partir de los siguientes datos:

x	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2
F(x)	1.1787359	1.3104793	1.3899781	1.4140628	1.3817733	1.2943968

Determine lo siguiente:

- El valor aproximado de $F(0.55)$, mediante **interpolación escalonada y por Lagrange**.
- El valor aproximado de $F(1.29)$, mediante **interpolación lineal, cúbica**.

5. Dados los valores de x : **-0.9, -0.88, -0.75, -0.63, -0.50, -0.35, -0.2, -0.15**, y la función $f_{(x)} = \log_{15}(23 - 6x^2)$, aproxime el valor de $\log_{15}(18.81665)$, empleando interpolación **cúbica, escalonada, Hermite por diferencias**. Además obtenga el valor exacto y determine el error.

6. Dados los valores de x : **-2.62, -2.45, -2.35, -2.21, -2.18, -2.09, -2.0**, y la función $h_{(x)} = e^{-3x^2/4}$, aproxime el valor de $e^{-4.876875}$ empleando **interpolación cúbica, escalonada, Neville**. Además obtenga el valor exacto y determine el error.

7. Dados los valores de x : **-1.87, -1.65, -1.27, -0.09, -0.05, 0.4, 0.58, 0.85, 1.05** y la función $f_{(x)} = \tan(\pi x/600)$, aproxime el valor de $f_{(-1.79)}$, $f_{(0.05)}$, $f_{(0.785)}$ empleando **interpolación lineal, cúbica, Lagrange**. Además obtenga el valor exacto y determine el error.

8. La distancia $D_{(t)}$ recorrida por un automóvil se establece mediante la siguiente ecuación: $D_{(t)} = -70 + 7t + 70e^{-t/10}$, considerando los siguientes valores de t : **2.1, 2.65, 3.05, 3.58, 4.25, 6.35, 8.75, 10.23, 11.45**.

Determine:

- El valor aproximado de la distancia recorrida en $t = 2.35$, empleando **Hermite mediante diferencias**; además obtenga el valor exacto.
- El valor aproximado de la distancia recorrida en $t = 11.48$, empleando **interpolación escalonada, lineal**; además obtenga el valor exacto.

9. En un experimento se ha medido el coeficiente de compresibilidad del oxígeno líquido a distintas temperaturas:

T, °K	60	65	70	75	80	85	90
χ , atm ⁻¹	0.95x10⁻⁴	1.06x10⁻⁴	1.2x10⁻⁴	1.35x10⁻⁴	1.54x10⁻⁴	1.78x10⁻⁴	2.06x10⁻⁴

Aproxime el coeficiente de compresibilidad a una temperatura de **-336.64°F**, empleando **interpolación cúbica, Diferencias Divididas**.

10. Aplique el método de **Diferencias Divididas** para aproximar $f_{(1.302)}$ si se tiene:

x	1.27	1.29	1.31	1.33	1.35	1.37
$F_{(x)}$	13.270567	13.781763	14.307413	14.847887	15.403567	15.974842

Además compare con el valor exacto de la función, obteniendo el error, si ésta es: $f_{(x)} = 3xe^x - \cos(x)$.

11. Cada 10 años se levanta un censo de la población en Estados Unidos. En la siguiente tabla se incluyen datos de la población:

Año	1940	1950	1960	1970	1980	1990
Población en miles	132,165	151,326	179,323	203,302	226,542	249,633

Aproxime la población en el año de **1952**, empleando el Método de **Diferencias Divididas**. Además estime cuál sería la población en el año de **1995**, empleando **interpolación cúbica, lineal**.

12. Se desea aproximar el valor del volumen específico del agua en fase vapor entre el punto triple y el punto de ebullición normal del agua. De la tabla de vapor, se obtienen los siguientes datos:

T(°C)	0.01	10	20	30	40	50
$v_g(T)$	206.14	106.38	57.79	32.89	19.52	12.03

Emplee **interpolación escalonada, Neville** para aproximar el valor del volumen específico del agua cuando la temperatura es de **38.57°F**.

13. Si la densidad depende de la temperatura, considere los siguientes datos:

Temperatura (°C)	Densidad (Kg/m³)
94	929
205	902
371	860

Obtenga la densidad para una temperatura de **373.9°K**, empleando **interpolación cúbica, Lagrange**. Además estime la densidad para una temperatura de **644.33°K**, empleando **interpolación lineal**.

14. La distancia $D_{(t)}$ recorrida por un automóvil se establece mediante la siguiente ecuación: $D_{(t)} = 3te^t - \cos(t)$, considerando los siguientes valores de t : **1.5, 1.75, 1.95, 2.5, 3.15, 4.75, 5.35, 5.69**. Determine:

- El valor aproximado de la distancia recorrida en $t = 1.58$, empleando **interpolación cúbica y por Hermite**.
- El valor aproximado de la distancia recorrida en $t = 5.702$, empleando **interpolación lineal**.

15. Se sospecha que las elevadas concentraciones de tanina en las hojas de los robles maduros inhiben el crecimiento de las larvas de la polilla invernal que tanto dañan a los árboles en algunos años. La tabla anexa contiene el peso promedio de dos muestras de larva, tomadas en los primeros 28 días después del nacimiento. La primera muestra se crió en hojas de robles jóvenes, mientras que la segunda lo hizo en hojas maduras del mismo árbol. Emplee **interpolación cúbica, Diferencias divididas**, para aproximar el peso promedio de la muestra 1 y de la muestra 2 a los **cinco días** de su nacimiento. Además estime cuál sería el peso de la muestra 1 y de la muestra 2 a los **veintinueve** días de su nacimiento, empleando **interpolación lineal**.

Día	0	6	10	13	17	20	28
Peso muestra 1 mg	6.67	17.33	42.67	37.33	30.10	29.31	28.74
Peso muestra 2 mg	6.67	16.11	18.89	15.00	10.56	9.44	8.89

16. La viscosidad de un aceite varía con la temperatura, a continuación se muestran los siguientes resultados:

T (°K)	273	280	290	300	310	320	330	340
$\mu(\text{Ns/m}^2)$	3.85	2.17	0.999	0.486	0.253	0.141	0.0836	0.0531

Aproxime la viscosidad del aceite cuando la temperatura es **33.2636°F**, empleando **interpolación escalonada, Neville**. Además estime la viscosidad del aceite cuando la temperatura sea de **68°C**, empleando **interpolación lineal**.

17. La velocidad de un automóvil $V(t)$ se cronometra y se muestra en la siguiente tabla:

Tiempo (seg)	Velocidad (p/seg)
0	75
3	77
5	80
8	74
13	72

Obtenga la velocidad del automóvil para **t = 2.85 seg**, empleando **interpolación cúbica, Lagrange**.

18. Un automóvil recorre una pista de carreras en 84 segundos. Su velocidad en cada intervalo de 6 segundos se determina mediante una pistola de radar y está dada, en pies/seg, desde el principio del recorrido, por los datos de la siguiente tabla:

T	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84
V	124	134	148	156	147	133	121	109	99	85	78	89	104	116	123

Aproxime el valor de la velocidad en $t = 18.65$ segundos, empleando **interpolación cúbica, Neville** y además la velocidad en $t = 84.35$ segundos, empleando **interpolación lineal**.

19. Un objeto se suspende en un túnel de viento y se mide la fuerza para varios niveles de velocidad del viento. A continuación se presentan los siguientes resultados:

V (m/s)	10	20	30	40	50	60	70	80
F (Nt)	25	70	380	550	610	1220	830	1450

Aproxime el valor de la fuerza, cuando la velocidad sea de **107.1 km/h**, mediante **interpolación cúbica, Diferencias divididas**. Además estime la fuerza, cuando la velocidad sea de **289.08 km/h**, empleando **interpolación lineal**.

20. Dados los valores de x : **0.2, 0.25, 0.4, 0.7, 0.85, 0.95, 1.1, 1.2** y la función: $f(x) = 2\text{seno}^2(\pi x/150 + e^{-x/9} - 0.25)$, determine:

- El valor de $f_{(0.204)}$ empleando **interpolación cúbica**.
- El valor de $f_{(0.705)}$ empleando **Hermite por diferencias**.

21. A partir de los siguientes valores de x : **0.2, 0.28, 0.3, 0.36, 0.48, 0.52**, emplee **interpolación escalonada y de Hermite por diferencias**, para aproximar el valor de $f_{(0.208)}$ y luego aproxime el valor de $f_{(0.523)}$ mediante **interpolación lineal**, además obtenga el valor exacto, si $f(x) = \ln(x^2 + 1) - \cos(x)$.

22. A partir de los siguientes valores de x : **0.1, 0.15, 0.2, 0.3, 0.5, 0.65**, emplee **interpolación cúbica y Hermite por diferencias**, para aproximar $f_{(0.107)}$ y luego aproxime el valor de $f_{(0.653)}$ mediante **interpolación lineal**, además obtenga el valor exacto de la función, si $f(x) = x\cos(x) - 2x^2 + 3x - 1$.

23. A partir de los siguientes valores de x : **1.26, 1.45, 2.9, 3.4, 3.8, 4.15**, emplee **interpolación escalonada y Lagrange** para aproximar $f_{(1.35)}$ y luego aproxime el valor de $f_{(4.158)}$ mediante **interpolación lineal**, además obtenga el valor exacto de la función, si $f_x = x \ln x$.

24. A partir de los siguientes datos de x : **0.1, 0.2, 0.35, 0.49, 0.54**, emplee **interpolación cúbica y Hermite por diferencias**, para aproximar $f_{(0.109)}$ y luego aproxime el valor de $f_{(0.548)}$ mediante **interpolación lineal**, además obtenga el valor exacto de la función, si $f_x = x \sin(x) + 4x^2 - 2x + 1$.

25. A partir de los siguientes datos de x : **0.02, 0.05, 0.09, 0.12, 0.16, 0.18**, emplee **interpolación escalonada y Lagrange**, para aproximar $f_{(0.025)}$ y luego aproxime el valor de $f_{(0.185)}$ mediante **interpolación lineal**, además obtenga el valor exacto de la función, si $f_x = \tan(e^{2x} - 4)$.

26. A partir de los siguientes datos de t : **1, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 13**, emplee **interpolación escalonada y Neville**, para aproximar $v_{(2.85)}$ y luego aproxime el valor de $v_{(13.15)}$ mediante **interpolación lineal**, además obtenga el valor exacto, si se tiene:
 $v(t) = \left(\frac{mg}{c}\right) \left(\frac{t}{3.75+t}\right)$, considere: $g=9.81m/s^2$, $m=183.15 \text{ lb}$, $c=14.5kg/s$.

27. La viscosidad dinámica del agua μ se relaciona con la temperatura T y a continuación se muestran los siguientes datos:

$T (^{\circ}C)$	0	5	10	20	30	40
$\mu(10^{-3} \text{ N.s/m}^2)$	1.787	1.519	1.307	1.002	0.7975	0.6529

Obtenga la viscosidad del agua cuando la temperatura sea de **36.05°F**, empleando **interpolación escalonada, Neville**.

28. Se desea aproximar la concentración de oxígeno disuelto a nivel del mar para agua dulce. A continuación se muestran datos donde se relaciona la concentración de oxígeno como función de la temperatura:

$T(^{\circ}C)$	0	8	16	24	32	40
$O(mg/L)$	14.621	11.483	9.870	8.418	7.305	6.413

Emplee **Diferencias Divididas** e **interpolación lineal** para aproximar la concentración de oxígeno disuelto cuando la temperatura sea de **37.67°F**.

29. Se realiza un experimento para determinar la elongación porcentual de un material conductor de electricidad como función de la temperatura. Los datos que resultan se muestran en la siguiente tabla:

T(°C)	200	250	300	375	425	475	600
% de elongación	7.5	8.6	8.7	10	11.3	12.7	15.3

Obtenga el porcentaje de elongación para una temperatura de **562.53°K**, empleando **interpolación escalonada y mediante Lagrange**.

30. Se realiza un experimento para definir la relación entre el esfuerzo aplicado y el tiempo para que se fracture cierto tipo de acero inoxidable. A continuación se muestran los resultados, para distintos esfuerzos, en la siguiente tabla:

Esfuerzo aplicado(kg/mm²)	5	10	15	20	25	30	35	40
Tiempo para la fractura(hr)	40	30	25	40	18	20	22	15

Aproxime el tiempo de fractura para un esfuerzo de **16.05 kg/mm²**, mediante **interpolación cúbica y Lagrange**.

31. Se mide la caída de voltaje V a través de un resistor para ciertos valores de corriente i, según se indica en la siguiente tabla:

i (amp)	0.25	0.75	1.25	1.5	2.0
v (volts)	-0.45	-0.6	0.70	1.88	6.0

Aproxime el voltaje en el resistor cuando la corriente sea igual a **0.98 amp**, mediante **interpolación cúbica, lineal y Diferencias Divididas**.