Diseño de Algoritmos

June 5, 2023

Resolución de problemas

- La Resolución de Problemas es una actividad diaria en la vida laboral de un programador profesional.
- Al resolver un problema lo que hacemos es buscar un método o una técnica que permita hallar una solución.
- Los problemas admiten distintas soluciones. No hay un sólo camino o forma de resolverlos.
- Muchas veces encontrar el método puede no ser trivial, o puede requerir el uso o combinación de varias técnicas.
- Gran parte del aprendizaje proviene del "hacer", del "sumergirse" en el problema para entenderlo y así hallar una solución.
- La práctica y el entrenamiento nos dará agilidad a la hora de encontrar una solución. Nos dará "mental powers".

Búsqueda exhaustiva

La búsqueda exhaustiva, a veces llamada búsqueda por fuerza bruta es una técnica trivial pero a menudo usada, que consiste en enumerar sistemáticamente todos los posibles candidatos para la solución de un problema, con el fin de chequear si dicho candidato satisface la solución al mismo.

Por ejemplo, un algoritmo de búsqueda exhaustiva para encontrar un divisor de un número natural n consiste en enumerar todos los enteros desde 2 hasta $n - 1$, chequeando en cada paso si divide a n sin dejar resto.

Búsqueda exhaustiva

```
N = 2047

def es_solucion(intento):
  if N % intento == 0: return True
  return False

def candidatos():
    for i in range(2, n):
      yield i

def resolver():
  for candidato in candidatos():
      if es_solucion(candidato):
        return candidato
  return -1 # Error

solucion = resolver()
print(f"{solucion} divide a {N}")
```

Para obtener un algoritmo de búsqueda exhaustiva necesitamos:

- Una función `es_solución` que verifique si un intento es correcto.
- Un generador `candidatos` que devuelva uno a uno los candidatos con los que hay que probar.

Búsqueda Exhaustiva

Ventajas

- Es una técnica fácil de implementar y de leer, por lo que se suele utilizar cuando se quiere tener implementaciones fáciles de probar y depurar.
- Hay problemas que admiten muchas soluciones. Cuando se usa una técnica de búsqueda exhaustiva, es fácil adaptar el programa para encontrar *todas* las soluciones del problema, o una cantidad K de soluciones, o buscar soluciones hasta haber consumido cierta cantidad de recursos (tiempo, memoria, CPU, etc.).

Desventajas

- La cantidad de posibles soluciones a explorar por lo general crece exponencialmente a medida que crece el tamaño del problema.
- Depende mucho del poder de cómputo de la máquina para resolver el problema.

Búsqueda Exhaustiva

Pasos para resolver un problema mediante búsqueda exhaustiva:

1. Identificar el conjunto de candidatos a solución.
2. Representar formalmente cada candidato, pensar que tipo de datos tienen nuestros candidatos a solución. ¿Estamos buscando un número, una lista, una tupla de dos elementos?
3. Dar un orden lógico a los elementos de nuestro conjunto de candidatos.
4. Establecer nuestro objetivo. ¿Cuando podemos parar de buscar?
5. Basado en los puntos 2 y 4, escribir una función `es_solución` en Python.
6. Basados en los puntos 1, 2 y 3, escribir un generador que provea uno a uno los candidatos a solución en el orden establecido.
7. Iterar sobre los candidatos hasta en encontrar una solución.

Búsqueda Exhaustiva

En nuestro ejemplo:

1. El conjunto de candidatos es $\{x \in \mathbb{N} | 2 \leq x \leq n-1\}$.
2. Cada candidato a solución puede representarse en Python como un `int`.
3. Una posible forma lógica de recorrer nuestro conjunto de candidatos es recorrerlos de menor a mayor.
4. Podemos parar de buscar encontremos un candidato i tal que la división entre n e i sea exacta.
5. Programamos...
6. Programamos...
7. Programamos...

Búsqueda Exhaustiva

Ejercicio 1

Escriba un algoritmo de Búsqueda Exhaustiva que ordene una lista de números.

Búsqueda Exhaustiva

Ejercicio 1

1. El conjunto de candidatos es ... el conjunto de todas las posibles permutaciones de la lista.
2. Cada candidato puede representarse como... una lista!
3. ¿Como recorremos todas las posibles permutaciones de una lista? ...
4. ¿Cuando podemos parar de buscar? Cuando demos con una lista que esta ordenada!
5. Programar...

Búsqueda Exhaustiva

Adaptación para que el algoritmo de Búsqueda Exhaustiva encuentre todas las soluciones

Muchas veces encontramos problemas que admiten varias soluciones y estamos interesados en encontrar **todas** las soluciones del problema.

Es muy fácil adaptar el algoritmo de búsqueda exhaustiva para que encuentre todas las soluciones posibles a un problema dado - simplemente las vamos acumulando en una lista.

```
soluciones = []
for candidato in candidatos():
    if es_solucion(candidato):
        soluciones.append(candidato)

print(soluciones)
```

Búsqueda exhaustiva

Adaptación para que el algoritmo de Búsqueda Exhaustiva encuentre la mejor solución

Muchos problemas admiten varias soluciones. Sin embargo, muchas veces cada uno de estas posibles soluciones tiene un costo asociado - no da lo mismo elegir cualquiera.

En dichos casos, se puede adaptar el algoritmo de búsqueda exhaustiva para encontrar la **mejor** solución posible. Lo que hacemos es lo siguiente:

1. Agregamos una función `calcular_costo` que dado un candidato a solución, nos devuelva un número que cuantifique que tan buena es nuestra solución de alguna manera.
2. Cuando iteramos por los candidatos a solución, lo hacemos de forma que, si tenemos solución, calculamos el costo de la solución y comparamos con la mejor solución encontrada al momento.

Búsqueda exhaustiva

```
mejor_solucion = None
costo_mejor_solucion = float('inf')
for candidato in candidatos():
    if es_solucion(candidato):
        costo = medir(candidato)
        if costo < costo_mejor_solucion:
          mejor_solucion = candidato
          costo_mejor_solucion = costo

print(mejor_solucion)
```

El módulo `itertools`

Python trae incluido un módulo llamado `itertools`, el cual estandariza una serie de herramientas que se pueden utilizar para escribir generadores de forma más sencilla.

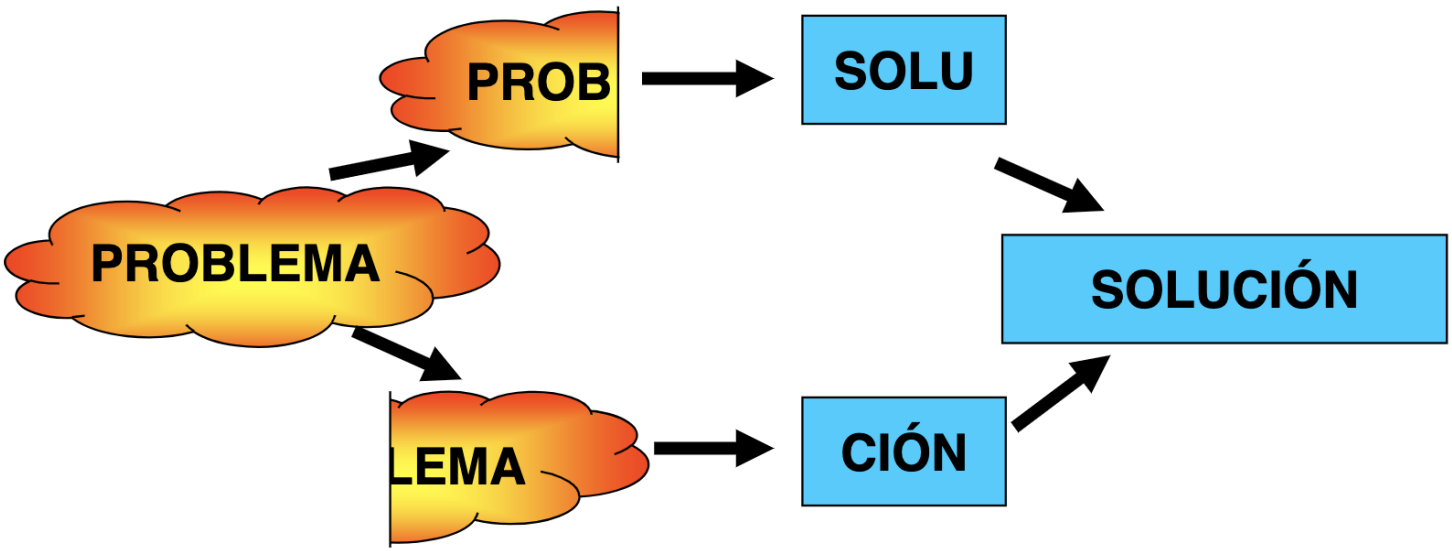
Tarea Investigar la documentación oficial de este modulo: https://docs.python.org/3/library/itertools.html

Divide y Vencerás

Muchos algoritmos útiles son recursivos, es decir, se llaman a sí mismos para resolver subproblemas más pequeños.
La técnica Divide y Vencerás permite generar algoritmos recursivos para resolver una amplia variedad de problemas. Consiste en:

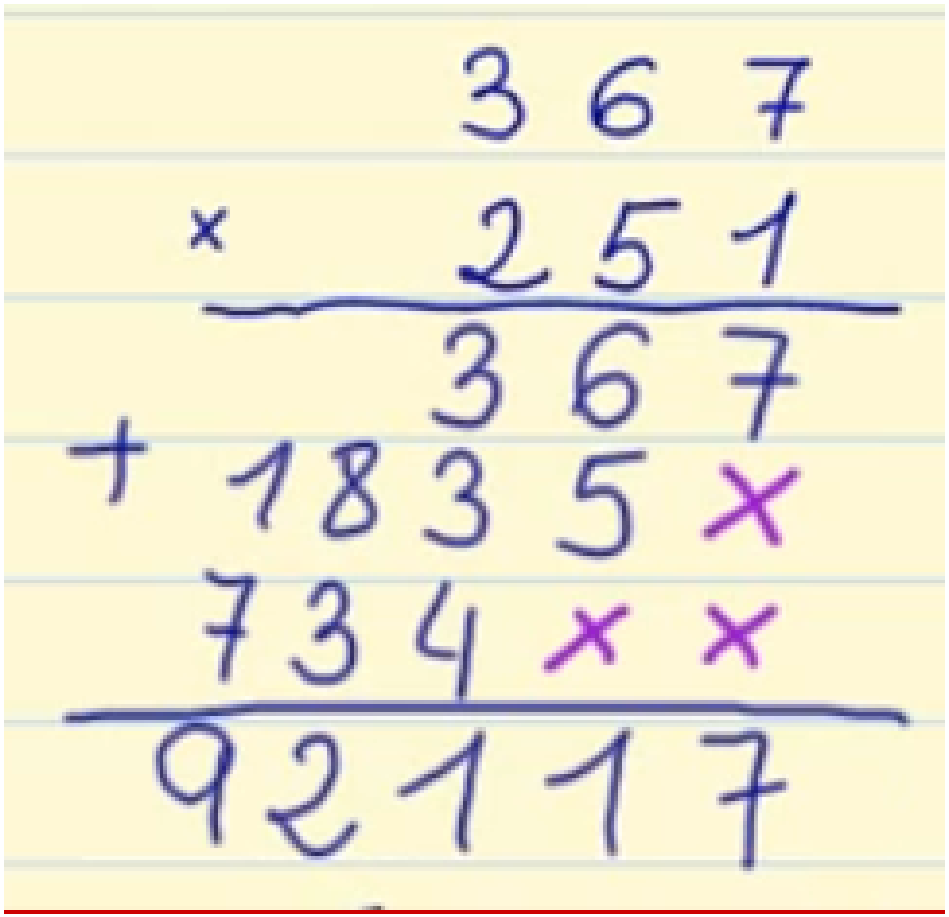
1. Descomponer un problema en un conjunto de subproblemas más pequeños.
2. Resolver los subproblemas más pequeños.
3. Combinar las soluciones de los subproblemas más pequeños para obtener la solución general.

Divide y Vencerás



Divide y Vencerás

Ejemplo Multiplicar por un número de 3 cifras



Divide y Vencerás

1. Descomponemos la multiplicación por un número de tres cifras en tres multiplicaciones por un número de una cifra.
2. Resolvemos las multiplicaciones más fáciles.
3. Combinamos los tres resultados, agregando los ceros según corresponda y sumando.

Divide y Vencerás

La estructura general de un algoritmo de este tipo es

```
def resolver(problema):
    if es_caso_base(problema):
        return resolver_caso_base(problema)

    subproblema1, subproblema2 = dividir(problema)
    solucion1 = resolver(subproblema1)
    solucion2 = resolver(subproblema2)

    return combinar(solucion1, solucion2)

print(resolver(problema))
```

Solo necesitamos identificar

- Una función `es_caso_base` que verifique si estamos en un caso base.
- Una función `resolver_caso_base` que le da solucion a los casos base.
- Una función `dividir` que nos indique como dividir el problema en varios subproblemas relacionados, pero de menor tamaño.
- Una función `combinar` que nos permita juntar las soluciones parciales del caso anterior para obtener la solución.

Notas

- Usualmente los subproblemas se resuelven recursivamente, pero no necesariamente.
- La cantidad de subproblemas en el que dividiremos el problema original puede variar.

Divide y Vencerás

Problema Calcular el enésimo número de Fibonacci.

```
def es_caso_base(p):
    return True if p <=1 else False

def dividir(p):
    return p - 1, p - 2

def combinar(s1, s2):
    return s1 + s2

def resolver(problema):
    if es_caso_base(problema):
        return resolver_caso_base(problema)
    subproblema1, subproblema2 = dividir(problema)
    solucion1 = resolver(subproblema1)
    solucion2 = resolver(subproblema2)

    return combinar(solucion1, solucion2)

print(resolver(problema))
```

Ventajas

- Por lo general, da como resultado algoritmos elegantes y eficientes.
- Como los subproblemas son independientes, si poseemos una máquina con más de un procesador podemos *paralelizar* la resolución de los subproblemas, acortando así el tiempo de ejecución de la solución.

Desventajas

- Los subproblemas en los que dividimos el problema original deben ser *independientes*, de lo contrario, intentar aplicar Divide y Vencerás estará condenado al fracaso.
- Se necesita cierta intuición para ver cuál es la mejor manera de descomponer un problema en partes. Esto solo se consigue con la práctica.
- A veces, como en el caso de Fibonacci, los subproblemas son *independientes* pero no *disjuntos*, lo que puede ocasionar trabajo extra al recomputar muchas veces el mismo valor. La técnica de **Programación Dinámica** es más apropiada en estos casos, pero no la veremos en este curso.
- Si bien los algoritmos que genera utilizar esta técnica son eficientes, demostrar tal eficiencia requiere matemáticas avanzadas.

Divide y vencerás

Ejercicio 1

Escriba un algoritmo divide y vencerás para ordenar una lista de números enteros

Ejercicio 2

Dada una lista ordenada de números enteros, determinar eficientemente si un número se encuentra en ella o no.

Algoritmos Voraces

Decimos que un algoritmo es voraz o *greedy* cuando en cada paso toma la mejor decisión posible en ese momento hasta conseguir una solución para el problema.

Los algoritmos voraces a veces encuentran una solución óptima, y a veces no. Sin embargo, muchas veces esta pérdida de precisión es aceptable siempre y cuando el algoritmo encuentre soluciones "lo suficientemente buenas".

Algoritmos Voraces

Problema Tenemos billetes de 1000, 500, 200 100, 50, 20 y 10 pesos. Si un cliente gastó 960 pesos, pagó con 1000 pesos y suponiendo que tengo cantidad suficiente de todos los billetes, ¿cual es la mejor forma de darle vuelto, minimizando la cantidad de billetes que entrego?

Lo mas sensato, es dar dos billetes de 20 pesos. Así, minimizamos la cantidad de billetes que debemos entregar

Observemos que siempre me conviene entregar un billete de denominación lo más alta posible, sin pasarme del valor que debo devolver.

Si luego de elegir esta billete sigo debiendo , vuelvo a repetir con lo que me quede.

```
total = 20
candidatos =[1000, 500, 200, 100, 50, 20, 10] * 2

def es_solucion(eleccion_actual):
    return sum(eleccion_actual) == total

def elegir_candidato():
    return max(candidatos)

def es_factible(eleccion):
    return sum(eleccion) <= total

eleccion_actual = []

while not es_solucion(eleccion_actual):
    x = elegir_candidato()
    candidatos.remove(x)
    if es_factible(eleccion_actual + [x]):
        eleccion_actual.append(x)

print(eleccion_actual)
```

Algoritmos Voraces

El fragmento

```
eleccion_actual = []

while not es_solucion(eleccion_actual):
    x = elegir_candidato()
    candidatos.remove(x)
    if es_factible(eleccion_actual + [x]):
        eleccion_actual.append(x)

print(eleccion_actual)
```

es común a todos los algoritmos voraces, también conocidos como *greedy*.

Solo debemos identificar:

- Un función ‘es_solucion‘ que decida si la solución es válida.
- Una función ‘elegir_candidato‘ que nos indique como elegir un candidato de forma adecuada.
- Una función ‘es_factible‘ que nos indique si la solución propuesta tiene sentido.

Algoritmos Voraces

Problema En el país Albariocoque la moneda oficial es el fiji. Tienen billetes de 100 fijis y monedas de 4 fijis, 3 fijis y 1 fiji. Si un cliente gastó 94 fijis, pagó con 100 fijis y suponiendo que tengo cantidad infinita de todas las monedas, ¿cual es la mejor forma de darle vuelto, minimizando la cantidad de monedas que entrego?

Algunas formas posibles de darle el vuelto, serian:

- seis monedas de un fiji.
- tres monedas de un fiji y una moneda de tres fijis.
- dos monedas de tres fijis
- una moneda de cuatro fijis y dos monedas de un fiji.

Este proceso, de buscar todas las posibilidades y ver cual me conviene utilizar, es una búsqueda exhaustiva. Podemos ver que la solución óptima es elegir entregar dos monedas de 3 fijis. Sin embargo, nuestro algoritmo greedy hubiera entregado una moneda de 4 fijis y dos monedas de 1 fiji, dando una solución subóptima.

Algoritmos Voraces

Ventajas

- Este tipo de algoritmos es útil en problemas de optimización, es decir, cuando hay una variable que maximizar o minimizar.

Desventajas

- Hay que tener cuidado. No siempre la solución que encontremos será óptima.
- Si necesitamos una solución óptima, se puede intentar demostrar matemáticamente que el algoritmo voraz es correcto, o se puede intentar con una técnica más avanzada, como la programación dinámica.

Algoritmos Voraces

Problema 1 Un algoritmo voraz recorre el siguiente árbol, comenzando desde la raíz y eligiendo en cada paso el nodo de más valor, intentando encontrar el camino desde la raíz de mayor suma. ¿Qué camino elegirá el algoritmo? ¿Es óptima la respuesta?