SEIRD Data Fitting Model from Henri Froesi for Brazilian States Covid19 - Evolution and Prediction

References:

[1] Modelling Beyond the Basic SIR Model - Henri Froesi - Towards Data Science

https://towardsdatascience.com/infectious-disease-modelling-beyond-the-basic-sir-model-216369c584c4 (https://towardsdatascience.com/infectious-disease-modelling-beyond-the-basic-sir-model-216369c584c4)

[2] Infectious Disease Modelling. Fitting Your Model to Corona Virus Data - Henri Froesi-Towards Data Science

https://towardsdatascience.com/infectious-disease-modelling-fit-your-model-to-coronavirus-data-2568e672dbc7 (https://towardsdatascience.com/infectious-disease-modelling-fit-your-model-to-coronavirus-data-2568e672dbc7)

Adapted by Ivan Carlos P. da Cruz (GitHub @icpcruz)

Revision and contributions by Eduardo Correa Araújo

Model summary ref. [1]



Imports

```
In [1]:
```

```
import numpy as np
import pandas as pd
pd.options.mode.chained_assignment = None  # default='warn'
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib.dates as mdates
%matplotlib inline

from scipy.integrate import odeint

# !pip install lmfit - DONE !
import lmfit
from lmfit import Model # classe lmfit para a criação do modelo de fitting
import numdifftools # permite que lmfit calcule a matriz de correlações
import datetime
import warnings
warnings.filterwarnings('ignore')
```

para centralizar os gráficos na página

```
In [2]:
```

Out[2]:

Importação de dados de óbitos diários por estado brasileiro (NE)

Diretório sincronizado com o GitHub dos dados (arquivos csv):

```
In [3]:
path = "C:/Users/Ivan/Documents/GitHub/googleData/data/"
```

Dicionário de nomes dos arquivos de óbitos diários por estado do NE

In [4]:

```
pref = "ON"
suf = "_An.csv"
Data_files_names = {
    "Alagoas"
                 : pref+"AiL"+suf ,
    "Bahia"
                 : pref+"BiA"+suf ,
    "Ceará"
                 : pref+"CiE"+suf ,
    "Maranhão"
                 : pref+"MiA"+suf ,
    "Paraíba"
                 : pref+"PiB"+suf
    "Pernambuco" : pref+"PiE"+suf ,
                 : pref+"PiI"+suf .
    "Piauí"
    "RioGrdoN"
                 : pref+"RiN"+suf,
    "Sergipe"
                 : pref+"SiE"+suf
}
```

Leitura dos arquivos (atualizados diariamente)

In [5]:

```
data_ON_AL = pd.read_csv(path+Data_files_names["Alagoas"], sep =",")
data_ON_BA = pd.read_csv(path+Data_files_names["Bahia"], sep =",")
data_ON_CE = pd.read_csv(path+Data_files_names["Ceará"], sep =",")
data_ON_MA = pd.read_csv(path+Data_files_names["Maranhão"], sep =",")
data_ON_PB = pd.read_csv(path+Data_files_names["Paraíba"], sep =",")
data_ON_PE = pd.read_csv(path+Data_files_names["Pernambuco"], sep =",")
data_ON_PI = pd.read_csv(path+Data_files_names["Piauí"], sep =",")
data_ON_RN = pd.read_csv(path+Data_files_names["RioGrdoN"], sep =",")
data_ON_SE = pd.read_csv(path+Data_files_names["Sergipe"], sep =",")
```

"Parsing" das datas

In [6]:

```
format str = "%Y-%m-%d"
data ON AL['Data'] = data ON AL['Data'].apply(lambda x:datetime.datetime.strptime(x,for
mat str))
data ON BA['Data'] = data ON BA['Data'].apply(lambda x:datetime.datetime.strptime(x,for
mat str))
data_ON_CE['Data'] = data_ON_CE['Data'].apply(lambda x:datetime.datetime.strptime(x,for
mat str))
data ON MA['Data'] = data ON MA['Data'].apply(lambda x:datetime.datetime.strptime(x,for
mat str))
data ON PB['Data'] = data ON PB['Data'].apply(lambda x:datetime.datetime.strptime(x,for
mat str))
data_ON_PE['Data'] = data_ON_PE['Data'].apply(lambda x:datetime.datetime.strptime(x,for
mat str))
data ON PI['Data'] = data ON PI['Data'].apply(lambda x:datetime.datetime.strptime(x,for
mat str))
data ON RN['Data'] = data ON RN['Data'].apply(lambda x:datetime.datetime.strptime(x,for
mat str))
data_ON_SE['Data'] = data_ON_SE['Data'].apply(lambda x:datetime.datetime.strptime(x,for
mat str))
```

```
In [7]:
```

	Data	ONCiE_An
80	2020-06-05	77.0
81	2020-06-06	75.0
82	2020-06-07	17.0
83	2020-06-08	138.0
84	2020-06-09	189.0

In [9]:

```
data_ON_CE.describe()
```

Out[9]:

	ONCiE_An
count	85.000000
mean	50.694118
std	60.005560
min	0.000000
25%	4.000000
50%	25.000000
75%	75.000000
max	261.000000

Definindo as colunas 'Data' como índices

In [10]:

```
data_ON_AL.set_index('Data')
data_ON_BA.set_index('Data')
data_ON_CE.set_index('Data')
data_ON_MA.set_index('Data')
data_ON_PB.set_index('Data')
data_ON_PE.set_index('Data')
data_ON_PI.set_index('Data')
data_ON_RN.set_index('Data')
data_ON_SE.set_index('Data')
data_ON_CE.info()
```

Parâmetros Epidemiológicos Assumidos para a Covid-19 (como universais) p/o SEIRD

```
In [11]:
```

```
# VALORES MÉDIOS ASSUMIDOS (ref. https://theconversation.com/how-long-are-you-infectiou
s-when-you-have-coronavirus-135295):
num of incubation
                   = 5
                              # número de dias de incubação da doença (1/delta).
                            # número de dias que um infectado (ativo) infecta outros
num_of_infecting_days = 9
(= D = 1/gama)
num_to_dead
                              # número de dias para evoluir de infectado para óbito
                     = 17
(1/rho)
subnotif index
                              # número de vezes que os casos reais de infectados é mai
                     = 12
or que os notificados
apparent_letality = 0.065 # taxa aparente de Letalidade (% dos notificados que vão
a óbito)
#
Epi_days
                     = 200
                              # duração arbitrada da pandemia
# FREQUÊNCIAS (POR DIA) CORRESPONDENTES
alpha = apparent_letality/subnotif_index
delta = 1/num_of_incubation
gamma = 1/num_of_infecting_days
rho
     = 1/num_to_dead
print('\n','*** PARÂMETROS EPIDEMIOLÓGICOS ADOTADOS NO MODELO SEIRD:','\n')
          Freq de letalidade (alpha) = {:.3f}'.format(alpha))
print('
          Freq de incubação
                              (delta) = {:.3f}'.format(delta))
          Freq de infetividade (gamma) = {:.3f}'.format(gamma))
print('
print('
          Freq para óbito
                              (rho) = {:.3f}'.format(rho))
```

*** PARÂMETROS EPIDEMIOLÓGICOS ADOTADOS NO MODELO SEIRD:

```
Freq de letalidade (alpha) = 0.005
Freq de incubação (delta) = 0.200
Freq de infetividade (gamma) = 0.111
Freq para óbito (rho) = 0.059
```

Dados da população por estado

In [12]:

```
N_BR ={"Brasil": 210147125,
              "Nordeste":
                  {'MA':7075181,
                   'PI':3273227,
                   'CE':9132078,
                   'RN':3506853,
                   'PB':4018127,
                   'PE':9557071,
                   'AL':3337357,
                   'SE':2298696,
                   'BA':14873064},
              "Norte":
                  {'RO':1777225,
                   'AC':881935,
                   'AM':4144597,
                   'RR': 605761,
                   'PA':8602865,
                   'AP':845731,
                   'TO':1572866},
              "Sudeste":
                  {'MG':21168791,
                   'ES':4018650,
                   'RJ':17264943,
                   'SP':45919049},
              "Sul":
                  {'PR':11433957,
                   'SC':7164788,
                   'RS':11377239},
              "Centro-Oeste":
                  {'MS':2778986,
                   'MT':3484466,
                   'GO':7018354,
                   'DF':3015268} }
```

Modelo com R_0 (e "beta") dependentes do tempo

Função sistema de EDOs do modelo SEIRD que é recursivamente chamada pelo solver das ODEs

In [13]:

```
def deriv(y, t, N, beta, gamma, delta, alpha, rho):
    #
    S, E, I, R, D = y
#
    dSdt = -beta(t) * S * I / N
    dEdt = beta(t) * S * I / N - delta * E
    dIdt = delta * E - (1 - alpha) * gamma * I - alpha * rho * I
    dRdt = (1 - alpha) * gamma * I
    dDdt = alpha * rho * I
    #
    return dSdt, dEdt, dIdt, dRdt, dDdt
```

R_0(t) como uma função degrau de 2 alturas (c/5 parâms a serem ajustados pelo algorítimo de fitting/otimização)

In [14]:

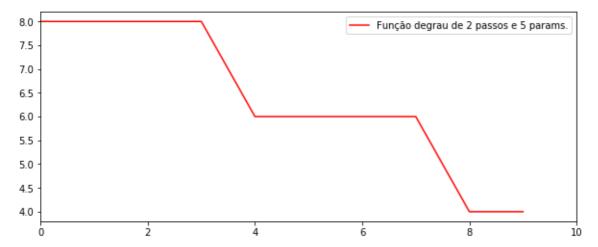
```
def dois_saltos_R_0(t, R_0_start, x0, R_0_mid, x1, R_0_end):
    if (R_0_start>R_0_mid>R_0_end) and (x0<x1):
        if t < x0:
            f = R_0_start
        elif x0 <=t < x1:
            f = R_0_mid
        else:
            f = R_0_end
    else:
            f = np.average(np.absolute(np.array([R_0_start, R_0_mid, R_0_end])))
    return f</pre>
```

Gráfico da função degrau para R0(t) (OBS: não há interpolação linear entre os patamares)

In [15]:

```
xt=np.arange(10)
yt=np.zeros(10)
i = 0
for item in xt:
    yt[i] = dois_saltos_R_0(xt[i], 8, 4, 6, 8, 4)
    i += 1

plt.figure(figsize = [10, 4])
plt.xlim(0,10)
plt.plot(xt, yt, label = 'Função degrau de 2 passos e 5 params.', color='r')
plt.legend()
plt.show()
```



Os parâmetros que serão ajustados no processo de otimização (fitting), são:

Valores inicias arbitrados dos parâmetros para o processo de otimização dados como tuplas (esperado, mínimo, máximo)

In [16]:

Ajuste das curvas R_0(t) e SEIRD a partir dos dados de mortalidade diária

Definição da função solver do sistema de EDOs do modelo SEIRD que é recursivamente chamada pelo algoritmo de otimização (fitting aos dados)

In [17]:

```
def SolverEDOs(days, N, R_0_start, x0, R_0_mid, x1, R_0_end):
    # definição da função beta(t) = R O(t)*qama
    def beta(t):
        return dois_saltos_R_0(t, R_0_start, x0, R_0_mid, x1, R_0_end) * gamma
    # Valores iniciais das variáveid do SEIRD: N-1 (população), 1 exposto, 0 infectado,
recuperados ou mortos
    #
   y0 = N-1.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0
    # geração da grid temporal a partir da quantidade de dias informados
    t = np.arange(days)
    #print(t)
    # Integração do sistema de EDOs - o sistema é passado pela função 'deriv' na chamad
    ret = odeint(deriv, y0, t, args=(N, beta, gamma, delta, alpha, rho))
    # Salvando os resultados nas variáveis do sistema
    S, E, I, R, D = ret.T
    # Cálculo de R 0(t)
    R 0 over time = [beta(i)/gamma for i in range(len(t))]
    return t, S, E, I, R, D, R_0_over_time
```

Estado teste: Maranhão

In [18]:

```
N = N_BR['Nordeste']['MA']  # <-- população do estado
y_data = data_ON_MA['ONMiA_An'].to_numpy() # <-- de pandas series para numpy array - nd
array
x_data = np.arange(len(y_data))  # <-- do dia 1 ao final da série (Python ini
cia em 'zero', daí o +1)
days = len(x_data)  # <-- duração, até "hoje", da pandemia no es
tado, para o fitting dos parâmetros</pre>
```

Definição da função de fitting que chama o solver das EDOs

In [19]:

```
def fitter(x, R_0_start, x0, R_0_mid, x1, R_0_end):
    ret = SolverEDOs(days, N, R_0_start, x0, R_0_mid, x1, R_0_end) # <-- chama solver d
as EDOs (q chama odeint para integrar)
    deaths_fitted = ret[5] # <-- óbitos: 60
elem. da tupla (t, S, E, I, R, D, R_0)
    return deaths_fitted[x] # <-- retorna vet
or com as fatalidades no tempo</pre>
```

Criando o modelo de fitting com o pacote 'Imfit'

In [20]:

In [21]:

```
params
```

Out[21]:

vary	max	min	initial value	value	name
True	6.00000000	2.00000000	None	3.50000000	R_0_start
True	100.000000	2.00000000	None	10.0000000	x0
True	3.00000000	0.50000000	None	1.50000000	R_0_mid
True	250.000000	100.100000	None	110.000000	x1
True	1.50000000	0.10000000	None	0.60000000	R 0 end

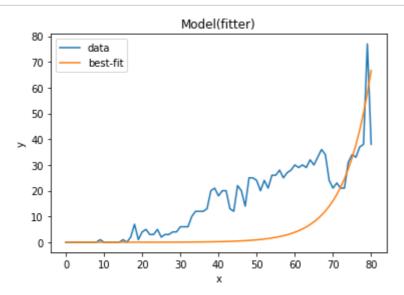
Realizando o fitting com os dados de óbitos diários (não suavizados)

In [22]:

result = mod.fit(y_data, params, method="least_squares", x=x_data)

In [23]:

result.plot_fit(datafmt="-");



In [24]:

result

Out[24]:

Model

Model(fitter)

Fit Statistics

fitting method	least_squares
# function evals	6
# data points	81
# variables	5
chi-square	17546.3799
reduced chi-square	230.873420
Akaike info crit.	445.630456
Bayesian info crit.	457.602702

Variables

vary	max	min	initial value	value	name
True	6.00000000	2.00000000	3.5	3.90426960	R_0_start
True	100.000000	2.00000000	10.0	95.2067214	x0
True	3.00000000	0.50000000	1.5	1.54105437	R_0_mid
True	250.000000	100.100000	110	110.000000	x 1
True	1.50000000	0.10000000	0.6	0.60000000	R_0_end

Realizando o fitting com os dados de óbitos diários suavizados (por média móvel)

In [25]:

```
window_size = 10 # <-- tamanho da janela móvel para a suavização

# First, we need to convert y_data Numpy ndarray to a Pandas Series

y_series = pd.Series(y_data)

# Tail-rolling average transform

y_rolling_S = y_series.rolling(window=window_size).mean().dropna()

# Now getting back to a ndarray

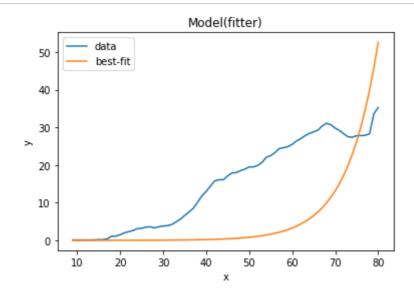
y_rolling = y_rolling_S.to_numpy()
x_rolling = x_data[window_size-1:] # <-- remove os 'n-1' pontos do início da série por conta da média móvel sobre 'n' pontos</pre>
```

In [26]:

```
result_roll = mod.fit(y_rolling, params, method="least_squares", x=x_rolling)
```

In [27]:

```
result_roll.plot_fit(datafmt="-");
```



```
In [34]:
```

```
result_roll
```

Out[34]:

Model

Model(fitter)

Fit Statistics

fitting method	least_squares
# function evals	7
# data points	72
# variables	5
chi-square	13580.0523
reduced chi-square	202.687347
Akaike info crit.	387.257761
Bayesian info crit.	398.641092

Variables

vary	max	min	initial value	value	name
True	6.00000000	2.00000000	3.5	3.81311450	R_0_start
True	100.000000	2.00000000	10.0	95.2066904	x0
True	3.00000000	0.50000000	1.5	1.53318643	R_0_mid
True	250.000000	100.100000	110	110.000000	x 1
True	1.50000000	0.10000000	0.6	0.60000000	R_0_end

Parâmetros otimizados do modelo com dados diários (suavizados)

Vetor de parâmetros para usar na geração dos gráficos e data_frame dos forecasts

```
In [37]:
```

```
paramsfit = result_roll.best_values
#

parametros = []

parametros.append(paramsfit['R_0_start'])

parametros.append(paramsfit['x0'])

parametros.append(paramsfit['R_0_mid'])

parametros.append(paramsfit['x1'])

parametros.append(paramsfit['R_0_end'])
```

Parâmetros da função R_0(t) (função degrau - 2 saltos)

In [38]:

*** PARÂMETROS OTIMIZADOS DA FUNC 2-DEGRAUS DE R_0 PELO FITTING COM OS DA DOS DE ÓBITOS:

```
R_0_start = 3.81
x_0 = 95.21
R_0_mid = 1.53
x_1 = 110.00
R_0_end = 0.60
```

Chamada do SOLVER com os parâmetros otimizados da função degrau para R_0(t) para obter as var SEIRD

```
In [35]:
```

```
#
# Definição do período da pandemia para efeito de traçar-se os gráficos de evolução r p
oder fazer forecast
#
Epi_days = 250 # <-- tempo estimado de duração da pandemia
```

```
In [39]:
```

```
res_SEIRD_roll = SolverEDOs(Epi_days, N,*parametros)
```

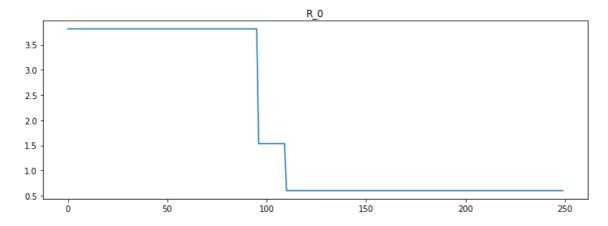
Relatórios de acurácia e intervalo de confiança do fitting dos dados suavizados

In [43]:

```
plt.figure(figsize = [12, 4])
#plt.xlim(30,60)
plt.title('R_0')
plt.plot(res_SEIRD_roll[0],res_SEIRD_roll[6], label = 'R_0')
```

Out[43]:

[<matplotlib.lines.Line2D at 0x1d8c181d1d0>]



Intervalos de confiança (processamento leva +6 mins.)

```
In [ ]:
```

```
#start_time = time.time()
#
#Conf_Interval = result_roll.ci_report()
#elapsed_time = time.time() - start_time
#elapsed_time
```

In []:

```
#Conf_Interval
```

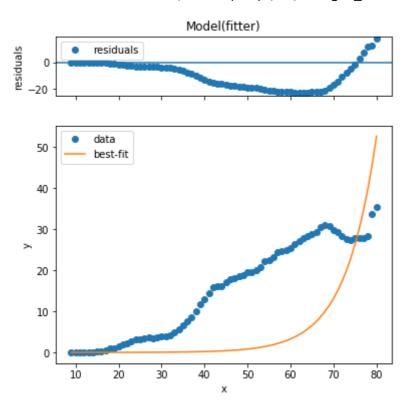
Plotagem dos resíduos

In [44]:

```
result_roll.plot() # _residuals
```

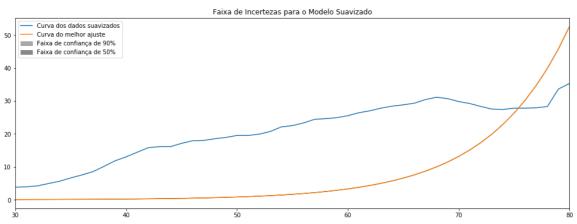
Out[44]:

(<Figure size 432x432 with 2 Axes>, GridSpec(2, 1, height_ratios=[1, 4]))



Avaliação das incertezas - 50% e 90% de intervalos de confiança

In [45]:



```
In [47]:
```

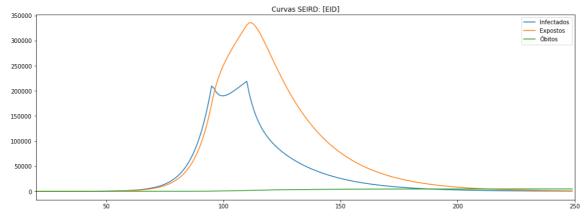
```
res_SEIRD_roll = SolverEDOs(Epi_days, N,*parametros)
```

Plotagem das curvas SEIRD para o modelo com dados suavizados

Curvas IED (S e R fora de escala nessa fase da pandemia)

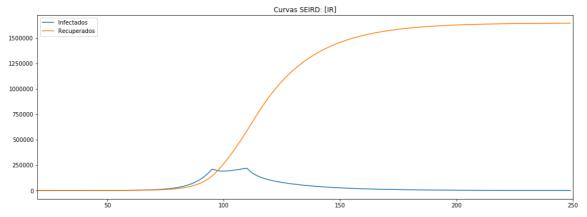
In [49]:

```
plt.figure(figsize = [17, 6])
plt.title('Curvas SEIRD: [EID]')
plt.xlim(20,250)
#plt.plot(res_SEIRD[0],res_SEIRD[1], label = 'Suscetíveis')
plt.plot(res_SEIRD_roll[0],res_SEIRD_roll[2], label = 'Infectados')
plt.plot(res_SEIRD_roll[0],res_SEIRD_roll[3], label = 'Expostos')
#plt.plot(res_SEIRD_roll[0],res_SEIRD_roll[4], label = 'Recuperados')
plt.plot(res_SEIRD_roll[0],res_SEIRD_roll[5], label = 'Óbitos')
plt.legend()
plt.show()
```



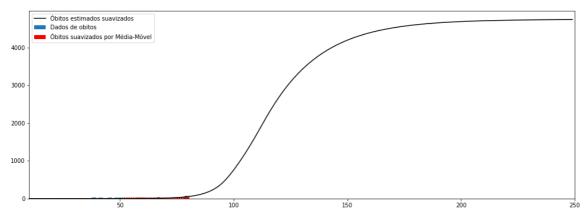
In [51]:

```
plt.figure(figsize = [17, 6])
plt.title('Curvas SEIRD: [IR]')
plt.xlim(20,250)
#plt.plot(res_SEIRD_roll[0],res_SEIRD_roll[1], label = 'Suscetíveis')
plt.plot(res_SEIRD_roll[0],res_SEIRD_roll[2], label = 'Infectados')
#plt.plot(dados[0],dados[3], label = 'Expostos')
plt.plot(res_SEIRD_roll[0],res_SEIRD_roll[4], label = 'Recuperados')
plt.legend()
plt.show()
```



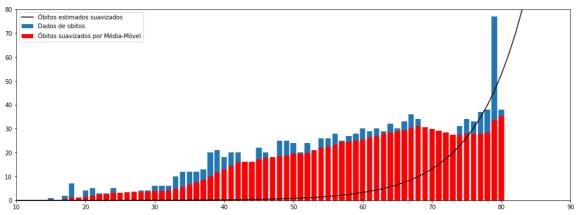
Ajuste da curva estimada de óbitos aos dados suavizados (média móvel de 10 dias)

In [53]:



Zoom no trecho com dados

In [60]:



Forecast para 14 dias (com os dados suavizados)

In [54]:

```
period = 14 #<-- days forecast
#
last_day_in_data = x_rolling[len(x_rolling) - 1]
last_day_forecast = last_day_in_data + period</pre>
```

In [55]:

```
Day = pd.Series(res_SEIRD_roll[0])
S = pd.Series(res_SEIRD_roll[1])
E = pd.Series(res_SEIRD_roll[2])
I = pd.Series(res_SEIRD_roll[3])
R = pd.Series(res_SEIRD_roll[4])
D = pd.Series(res_SEIRD_roll[5])
```

In [56]:

Out[56]:

	Dia da Epidemia	Suscetíveis	Expostos	Infectados	Recuperados	Óbitos
80	80	7,005,561	28,447	22,872	18,249	53
81	81	6,995,280	32,629	26,252	20,959	60
82	82	6,983,501	37,415	30,126	24,069	69
83	83	6,970,008	42,890	34,565	27,638	80
84	84	6,954,561	49,147	39,649	31,733	91
85	85	6,936,887	56,293	45,468	36,428	105
86	86	6,916,678	64,446	52,124	41,813	121
87	87	6,893,586	73,739	59,733	47,984	138
88	88	6,867,224	84,318	68,425	55,055	159
89	89	6,837,157	96,344	78,345	63,152	182
90	90	6,802,902	109,994	89,654	72,422	209
91	91	6,763,924	125,459	102,533	83,025	239
92	92	6,719,637	142,941	117,180	95,148	274
93	93	6,669,398	162,659	133,812	108,997	314

In [57]:

df.describe()

Out[57]:

	Dia da Epidemia	Suscetíveis	Expostos	Infectados	Recuperados	Óbitos
count	250	250	250	250	250	250
mean	124	6,136,225	33,018	59,534	843,971	2,433
std	72	738,215	57,919	94,600	733,140	2,114
min	0	5,424,507	1	0	0	0
25%	62	5,440,616	501	1,086	1,554	4
50%	124	5,702,170	4,103	8,881	1,059,252	3,054
75%	187	7,069,224	33,372	72,858	1,609,932	4,642
max	249	7,075,180	219,069	335,539	1,644,708	4,742