Zentrale schriftliche Abiturprüfung 2019

Mathematik

Kurs auf erhöhtem Anforderungsniveau

mit CAS

Aufgabenvorschlag Teil 1 für Prüflinge

Hilfsmittel:	Nachschlagewerk zur Rechtschreibung der deutschen Sprache
nicht für Aufgabenstellung 1:	Formelsammlung, die an der Schule eingeführt ist
	CAS, das zugelassen und an der Schule eingeführt ist
Gesamtbearbeitungszeit:	300 Minuten inkl. Lese- und Auswahlzeit

Aufgabenstellung 1

Thema/Inhalt: hilfsmittelfreier Teil

Hinweis: Hier gibt es keine Wahlmöglichkeiten.

Die Aufgabenstellung und die Lösung zum hilfsmittelfreien Teil werden spätestens nach 70 Minuten abgegeben.

Eine frühere Abgabe ist möglich.

Nach Abgabe der bearbeiteten Aufgabenstellung 1 kann mit der Bearbeitung der weiteren Aufgabenstellungen begonnen werden. Nachdem die bearbeitete Aufgabenstellung 1 von allen Prüflingen abgegeben wurde, spätestens nach Ablauf der 70 Minuten, können die zugelassenen Hilfsmittel verwendet werden.

Im Teil 2 des Aufgabenvorschlags sind enthalten:

Aufgabenstellung 2

Thema/Inhalt: Analysis

Hinweis: Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 2.1 oder 2.2 zur Bearbeitung aus.

Aufgabenstellung 3

Thema/Inhalt: Analytische Geometrie

Hinweis: Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 3.1 oder 3.2 zur Bearbeitung aus.

Aufgabenstellung 4

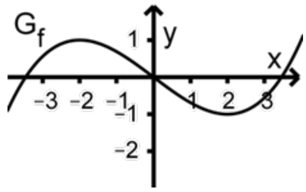
Thema/Inhalt: Stochastik

Hinweis: Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 4.1 oder 4.2 zur Bearbeitung aus.

1 Aufgaben zum hilfsmittelfreien Teil

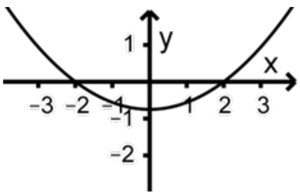
1.1 Analysis

Der abgebildete Graph G_f stellt eine Funktion f dar.

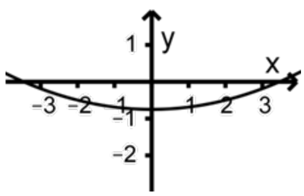


a) Einer der folgenden Graphen I, II und III gehört zur ersten Ableitungsfunktion von f.
Geben Sie diesen Graphen an und begründen Sie, dass die beiden anderen Graphen dafür nicht infrage kommen.

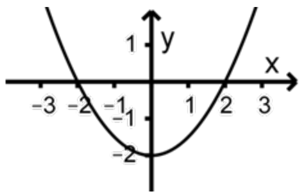
I



II



III



b) Die Funktion F ist eine Stammfunktion von f.
Geben Sie das Monotonieverhalten von F im Intervall $[1;3]$ an.
Begründen Sie Ihre Angabe.

1.2 Analysis

Gegeben ist die Funktion f' mit $f'(x) = 3x^2 - 6x - 6$.

a) Der Punkt $P(-1|10)$ liegt auf dem Graphen der Funktion f.
Bestimmen Sie eine Gleichung von f.

b) Für die Funktion f gilt: $\int_a^b f(x)dx = 0$ mit $a,b \in I\!R$; $a \neq b$ und $f(a) = f(b) = 0$.
Geben Sie die Anzahl und Lage der Nullstellen der Funktion f an.
Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Aufgaben zum hilfsmittelfreien Teil (Fortsetzung)

1.3 Analytische Geometrie

Gegeben sind die Ebene $E: 4x - y + 2z = 9$ und die Ebene $H: x - 2y + z = 1$.

a) Begründen Sie, dass die Ebenen E und H nicht parallel zueinander sind.

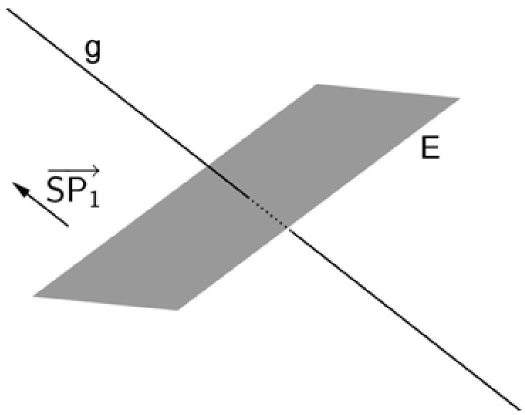
b) Ermitteln Sie eine Gleichung der Ursprungsgeraden, die sowohl zur Ebene E als auch zur Ebene H parallel ist.

1.4 Analytische Geometrie

Die Gerade $g\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $r \in I\!R$ und die Ebene $E\colon\ x + 2y - 2z = 2$ schneiden sich im Punkt S.

a) Berechnen Sie die Koordinaten von S.

b) Der Punkt P_1 liegt auf g, aber nicht in E. Die Abbildung zeigt die Ebene E, die Gerade g sowie einen Repräsentanten des Vektors $\overrightarrow{SP_1}$.
Für den Punkt P_2 gilt: $\overrightarrow{OP_2} = \overrightarrow{OP_1} - 4 \cdot \overrightarrow{SP_1}$, wobei O den Koordinatenursprung bezeichnet.
Zeichnen Sie die Punkte S, P_1 und P_2 in die Abbildung ein.



Fortsetzung auf der nächsten Seite

Aufgaben zum hilfsmittelfreien Teil (Fortsetzung)

1.5 Stochastik

Erscheinen beim Wurf von fünf Würfeln fünf gleiche Zahlen, so spricht man von einem Kniffel.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit fünf idealen Würfeln einen Kniffel zu erhalten.

Erhält man ein Paar gleicher Zahlen und eine andere Zahl auf allen restlichen drei Würfeln, so spricht man vom Full House.
Hat man beim ersten Wurf sein Ziel noch nicht erreicht, darf man einen zweiten Wurf wagen.

Pauls erster Wurf

b) Paul hat vier gleiche Zahlen gewürfelt, er benötigt jedoch ein Full House. Nun will er nur mit einem der vier Würfel mit gleicher Zahl weiterwürfeln. Jasmin schlägt vor, zusätzlich den Würfel mit der einzelnen Zahl zum Würfeln aufzunehmen.
Untersuchen Sie, wer die bessere Gewinnstrategie hat.

1.6 Stochastik

Ein Glücksrad besteht aus fünf gleich großen Sektoren. Einer der Sektoren ist mit „0" beschriftet, einer mit „1" und einer mit „2", die beiden anderen Sektoren sind mit „9" beschriftet.

a) Das Glücksrad wird viermal gedreht.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zahlen 2, 0, 1 und 9 in der angegebenen Reihenfolge erzielt werden.

b) Das Glücksrad wird zweimal gedreht.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Summe der erzielten Zahlen mindestens 11 beträgt.

Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Aufgaben													
Aufgabe	1.1 Analysis 1		1.2 Analysis 2		1.3 Geometrie 1		1.4 Geometrie 2		1.5 Stochastik 1		1.6 Stochastik 2		
Teilaufgabe	a)	b)	a)	b)	a)	b)	a)	b)	a)	b)	a)	b)	Summe
BE	3	2	3	2	2	3	3	2	2	3	2	3	30