Zentrale schriftliche Abiturprüfung **2021**

Mathematik

Grundkurs mit CAS

Aufgabenvorschlag **Teil 1** **für Prüflinge**

Hilfsmittel:	Nachschlagewerk zur Rechtschreibung der deutschen Sprache
nicht für Aufgabenstellung 1	Formelsammlung, die an der Schule eingeführt ist
	CAS, das zugelassen und an der Schule eingeführt ist
Gesamtbearbeitungszeit:	285 Minuten inkl. Lese- und Auswahlzeit

Aufgabenstellung 1

Thema/Inhalt: hilfsmittelfreier Teil

Hinweis: Hier gibt es keine Wahlmöglichkeiten.

Die Aufgabenstellung und die Lösungen zum hilfsmittelfreien Teil werden nach 75 Minuten abgegeben.

Mit der Bearbeitung der weiteren Aufgabenstellungen kann bereits zuvor begonnen werden.

In jedem Fall können die zugelassenen Hilfsmittel erst nach Ablauf der 75 Minuten verwendet werden.

Im Teil 2 des Aufgabenvorschlags sind enthalten:

Aufgabenstellung 2

Thema/Inhalt: Analysis

Hinweis: Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 2.1 oder 2.2 zur Bearbeitung aus.

Aufgabenstellung 3

Thema/Inhalt: Analytische Geometrie oder Stochastik

Hinweis: Bearbeiten Sie Aufgabe 3.

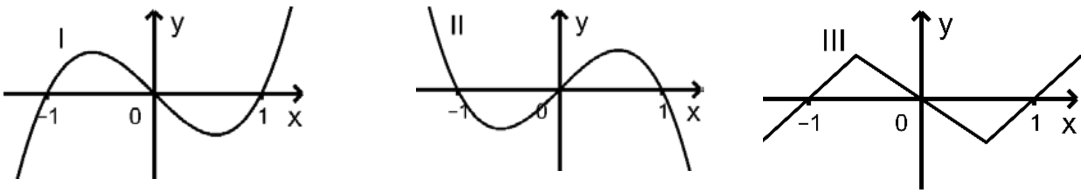
1 Aufgaben zum hilfsmittelfreien Teil

BE

1.1 Analysis

Gegeben ist die in IR definierte Funktion f mit $f(x) = x^3 - x$.

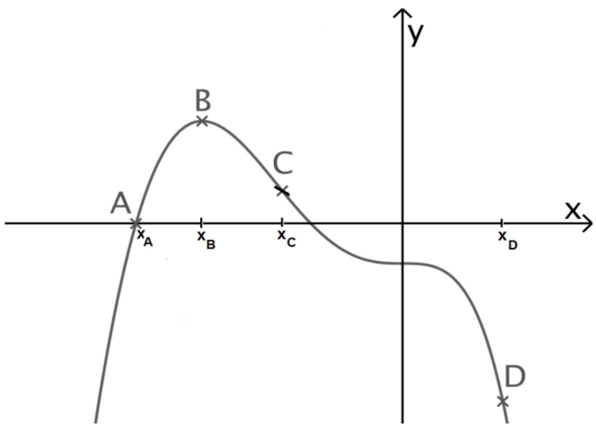
a Einer der folgenden Graphen I, II und III stellt f dar. Geben Sie die Graphen an, die dafür nicht infrage kommen, und begründen Sie Ihre Angabe. 2



b Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die der Graph von f und die x-Achse einschließen. 3

1.2 Analysis

Die Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion f. Die Punkte A, B, C und D liegen auf dem Graphen von f.



a Geben Sie an, ob die Funktionswerte der Ableitungsfunktion f' an den angegebenen Stellen positiv, negativ oder null sind. 3

	x_A	x_B	x_C
$f'(x)$			

b Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr ist: 2

Für die bestimmten Integrale $I_1 = \int_{x_A}^{x_C} f(x)\,dx$ und $I_2 = \int_{x_C}^{x_D} f(x)\,dx$ gilt: $I_1 < I_2$.

Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Aufgaben zum hilfsmittelfreien Teil (Fortsetzung)

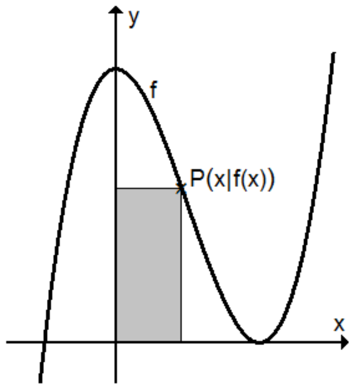
BE

1.3 Analysis

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$.

a Zeigen Sie, dass $x_E = 2$ eine der beiden Extremstellen der Funktion f ist. 2

b Jeder Punkt $P(x \mid f(x))$ mit $0 < x < 2$ legt ein achsenparalleles Rechteck fest (siehe Abbildung). Für genau einen Wert x_{max} wird der Flächeninhalt dieses Rechtecks maximal. Weisen Sie nach, dass gilt: $x_{max} \neq 1$. 3



Fortsetzung auf der nächsten Seite

Aufgaben zum hilfsmittelfreien Teil (Fortsetzung)

1.4 Analytische Geometrie

Zwei sich schneidende Ebenen sind gegeben durch ihre Gleichungen:

$E: 2x + y + 4z = 6$ und $F: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ -8 \\ 3 \end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} = 0$.

a Geben Sie eine Gleichung der Ebene F in Koordinatenform an. 1

b Die Gerade $s: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ -2 \end{pmatrix}; r \in \mathbb{R}$ liegt in der Ebene F. 2

Weisen Sie nach, dass die Gerade s auch in der Ebene E liegt.

c Ermitteln Sie eine Gleichung einer Ebene H, die zu den beiden Ebenen E und F senkrecht verläuft. 2

1.5 Analytische Geometrie

Gegeben ist der Punkt $P(4\,|\,6\,|\,4)$ und die Ebene $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}; t, s \in \mathbb{R}$.

a Weisen Sie nach, dass der Punkt P in der Ebene E liegt. 2

b Die Gerade g 3

- liegt in der Ebene E,
- geht durch den Punkt P und
- hat keinen Schnittpunkt mit der xy-Ebene.

Geben Sie eine Gleichung der Geraden g an.

25

Aufgaben zum hilfsmittelfreien Teil (Fortsetzung)

1.4 Stochastik

Bei einem Spiel wird gleichzeitig mit einem roten und einem blauen Laplace-Würfel gewürfelt. Die Seiten beider Würfel sind mit den Augenzahlen von 1 bis 6 beschriftet.

a Die Wahrscheinlichkeit, dass die Augenzahl des blauen Würfels größer ist als die des roten Würfels, beträgt $\frac{15}{36}$. 3

Begründen Sie, dass diese Aussage wahr ist.

b Die Zufallsgröße X ist wie folgt definiert: 2
X = 0, wenn die Augenzahl des roten Würfels kleiner ist als die des blauen Würfels.
X = 1, wenn die Augenzahl beider Würfel gleich ist.
X = 2, wenn die Augenzahl des roten Würfels größer ist als die des blauen Würfels.
Ermitteln Sie den Erwartungswert der Zufallsgröße X.

1.5 Stochastik

In einer Urne befinden sich 6 weiße und 4 schwarze Kugeln.
Bei einem Auswahlverfahren ziehen 10 Bewerber nacheinander ohne Zurücklegen eine Kugel aus dieser Urne. Jeder Bewerber, der eine weiße Kugel zieht, ist ausgewählt.

a Der zweite Bewerber wird ausgewählt. 2
Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür 60 % beträgt.

b Entscheiden Sie, ob der erste oder der dritte Bewerber die größere Chance hat, ausgewählt zu werden. Begründen Sie Ihre Entscheidung. 3

25