

**Zentrale schriftliche Abiturprüfung****2021****Mathematik**
Leistungskurs mit CAS**Aufgabenvorschlag****Teil 1****für Prüflinge**

Hilfsmittel:	Nachschlagewerk zur Rechtschreibung der deutschen Sprache
nicht für Aufgabenstellung 1:	Formelsammlung, die an der Schule eingeführt ist CAS, das zugelassen und an der Schule eingeführt ist
Gesamtbearbeitungszeit:	330 Minuten inkl. Lese- und Auswahlzeit

Aufgabenstellung 1**Thema/Inhalt:** hilfsmittelfreier Teil**Hinweis:** Hier gibt es keine Wahlmöglichkeiten.

Die Aufgabenstellung und die Lösungen zum hilfsmittelfreien Teil werden nach 85 Minuten abgegeben.

Mit der Bearbeitung der weiteren Aufgabenstellungen kann bereits zuvor begonnen werden.

In jedem Fall können die zugelassenen Hilfsmittel erst nach Ablauf der 85 Minuten verwendet werden.

Im Teil 2 des Aufgabenvorschlags sind enthalten:

Aufgabenstellung 2**Thema/Inhalt:** Analysis**Hinweis:** Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 2.1 oder 2.2 zur Bearbeitung aus.**Aufgabenstellung 3****Thema/Inhalt:** Analytische Geometrie oder Stochastik**Hinweis:** Bearbeiten Sie Aufgabe 3.

1 Aufgaben zum hilfsmittelfreien Teil**BE****1.1 Analysis**

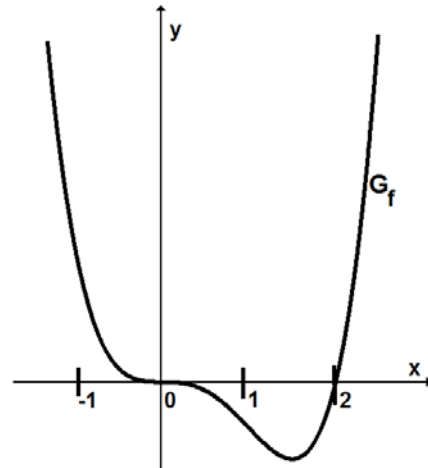
Die Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion f .
Die Achseneinteilung der y -Achse ist nicht bekannt.

Gegeben sind die folgenden drei Funktionsgleichungen:

(I) $f_1(x) = x^2 \cdot (x^2 - 4)$

(II) $f_2(x) = x \cdot (x^2 - 2x)$

(III) $f_3(x) = x^3 \cdot (x - 2)$

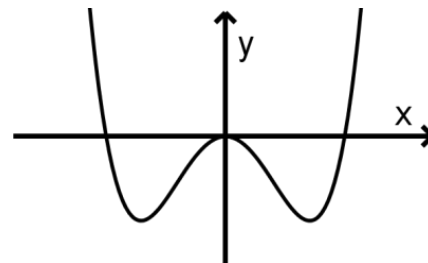


Untersuchen Sie für jede der Funktionsgleichungen (I), (II) und (III), ob sie den abgebildeten Graphen G_f beschreiben kann. Begründen Sie jeweils Ihre Entscheidung.

5

1.2 Analysis

Gegeben ist eine in \mathbb{R} definierte Funktion f mit
 $f(x) = x^4 - k \cdot x^2$, wobei k eine positive reelle Zahl ist.
Die Abbildung zeigt den Graphen von f .



a Zeigen Sie, dass $f'(x) = 2x \cdot (2x^2 - k)$ eine Gleichung der ersten Ableitungsfunktion von f ist.

1

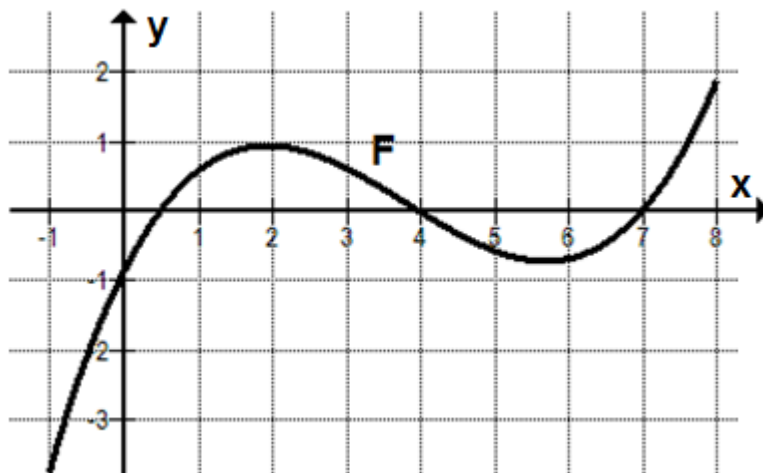
b Die beiden Tiefpunkte des Graphen von f haben jeweils die y -Koordinate -1 .
Ermitteln Sie den Wert von k .

4

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Aufgaben zum hilfsmittelfreien Teil (Fortsetzung)**BE****1.3 Analysis**

Die Abbildung zeigt den Graphen einer Stammfunktion F von f .



- a** Bestimmen Sie mithilfe der Abbildung näherungsweise den Funktionswert von f an der Stelle 0.

1

- b** Geben Sie ein Intervall $[a; b]$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an, so dass gilt: $\int_a^b f(x) dx = 0$.

2

Begründen Sie Ihre Aussage.

- c** Untersuchen Sie, ob es eine Stelle $x_s \in [0; 7]$ gibt, für die gilt:

2

f ist an der Stelle x_s monoton steigend.

Geben Sie ggf. einen möglichen Wert für x_s an.

1.4 Analysis

Gegeben ist die Funktion f durch $f(x) = \ln(2x - 5)$; $x \in \mathbb{R}$, $x > 2,5$.

- a** Zeigen Sie, dass $x_0 = 3$ eine Nullstelle von f ist.

1

- b** Die Normale h an den Graphen der Funktion f im Punkt $S(3|0)$ schließt mit den beiden Koordinatenachsen ein Dreieck ein. Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks.

4

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Aufgaben zum hilfsmittelfreien Teil (Fortsetzung)**1.5 Geometrie**

Betrachtet werden die Ebene $E: x_1 - x_2 + x_3 - 3 = 0$ und für $a \in \mathbb{R}$ die Geraden

$$g_a: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1+a \\ 2 \end{pmatrix} \text{ mit } \lambda \in \mathbb{R}.$$

a Bestimmen Sie denjenigen Wert von a , für den die Gerade g_a senkrecht zu E steht.

b Untersuchen Sie, ob es einen Wert von a gibt, für den die Gerade g_a in E liegt.

1.6 Geometrie

Gegeben ist die Ebenenschar $E_a: a \cdot x + (2+a) \cdot y - 2 \cdot z = 6$; $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$.

Untersuchen Sie, ob es einen Wert von a gibt, für den die Schnittpunkte der Ebene E_a mit den Koordinatenachsen ein gleichseitiges Dreieck bilden.

BE

2

3

5

30

Aufgaben zum hilfsmittelfreien Teil (Fortsetzung)**BE****1.5 Stochastik**

Die Vierfeldertafel gehört zu einem Zufallsexperiment mit Ereignissen A und B. Für die Wahrscheinlichkeit p gilt $p \neq 0$.

	B	\bar{B}	
A	p		$3p$
\bar{A}			$1 - 3p$
	$4p$		

- a** Vervollständigen Sie die Vierfeldertafel. Zeigen Sie, dass p nicht den Wert $\frac{1}{5}$ haben kann. 3
- b** Für einen bestimmten Wert von p sind A und B stochastisch unabhängig. Ermitteln Sie diesen Wert von p . 2

1.6 Stochastik

- a** In einer Urne befinden sich zwei rote und acht schwarze, sonst nicht unterscheidbare Kugeln. 2
 Zwei Kugeln werden nacheinander ohne Zurücklegen gezogen.
 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dabei genau eine rote Kugel gezogen wird.
- b** In einer Urne befinden sich eine rote und n schwarze Kugeln. 3
 Zwei Kugeln werden nacheinander ohne Zurücklegen gezogen.
 Bestimmen Sie den kleinsten Wert für n , für den gilt:
 Die Wahrscheinlichkeit dafür, dabei keine rote Kugel zu ziehen, beträgt mindestens 90 %.

30