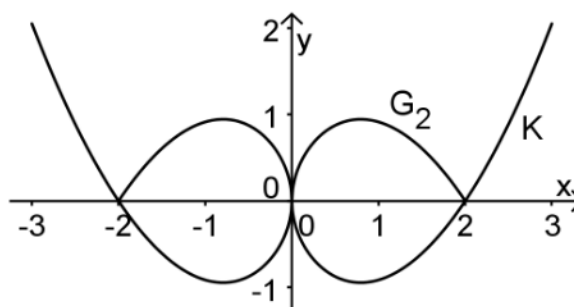


Aufgabe 1.2 CAS: Optikerlogo

Gegeben sind die Funktionen f_a mit der Gleichung $f_a(x) = \sqrt{ax} - \frac{1}{2}x^2$; $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$.

Die Graphen dieser Funktionen sind G_a .

- Geben Sie den Definitionsbereich sowie das Verhalten der Funktionswerte von f_a für $x \rightarrow +\infty$ an. Berechnen Sie die Nullstellen von f_a .
- Ermitteln Sie die Koordinaten und die Art des lokalen Extrempunktes der Graphen G_a . Die Extrempunkte aller Graphen G_a liegen auf dem Graphen einer Funktion g . Bestimmen Sie eine Funktionsgleichung von g . Weisen Sie nach, dass die Graphen G_a keine Wendepunkte besitzen.
- Es existiert genau ein Graph G_a , dessen Tangente im Punkt $(1|f_a(1))$ mit den beiden Koordinatenachsen ein gleichschenkliges Dreieck einschließt. Ermitteln Sie den zugehörigen Parameterwert a .
- Die Gerade h mit der Gleichung $y = -3x + 12$ begrenzt mit den Koordinatenachsen eine Fläche. Der Graph G_{16} teilt diese Fläche. Bestimmen Sie ~~das Teilungsverhältnis~~.
die Bedeutung des Graphen von h für G_{16} .
- Ein Optiker hat eine Werbefirma damit beauftragt, ein Logo für sein Geschäft anzufertigen. Die Werbefirma hat ein brillenähnliches Logo entworfen, für das sie unter anderem im Intervall $[0;2]$ den Graphen G_2 und im Intervall $[0;3]$ den durch Spiegelung von G_2 an der x -Achse entstehenden Graphen K verwendet hat (siehe Abbildung). Geben Sie eine Gleichung für die zu K gehörende Funktion k an.



*1

- Bestimmen Sie die Gleichungen der beiden Funktionen, deren Graphen im Intervall $[-3;0]$ bzw. $[-2;0]$ das Logo zu einer symmetrischen „Brille“ vervollständigen. Begründen Sie am Beispiel von G_2 und K , dass die modellhaften „Brillengläser“ im Koordinatenursprung keinen „Knick“ haben, das heißt, dass die Graphen im Übergangspunkt eine gemeinsame Tangente besitzen.

*1 Im Punkt $P(1|0)$ soll die Pupille markiert werden. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes auf G_2 , der von P den kleinsten Abstand hat.

Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Teilaufgaben							
Teilaufgabe	a)	b)	c)	d)	e)	f)	Summe
BE	7	13	4	6	5	5	40