Funktionenscharen und Ortskurven

Gesucht ist die Ortskurve der Extrempunkte oder der Wendepunkte, d.h. eine Gleichung für die Kurve, die alle diese Punkte verbindet.

Zuerst werden die EP (WP) in Abhängigkeit vom Parameter ermittelt. Dann löst man die x-Koordinate (oder die notwendige Bedingung) nach dem Parameter auf und setzt diesen in die y-Koordinate ein.

Bsp.1: $f_a(x)=x^3-3ax^2$ (a>0): HP(0|0); TP(2a|-4a^3) → Die Tiefpunkte sind von a abhängig.

Für die Ortskurve wird die Extremstelle nach a aufgelöst. a=$\frac{x_T}{2}$ und in y_T eingesetzt.

$y_T = -4\left(\frac{x_T}{2}\right)^3 = -\frac{x_T^3}{2}$ mit $x_T>0$ (wegen a>0 liegen alle Tiefpunkte rechts der y-Achse)

Bsp.2: $f_a(x) = \sqrt{ax} - \frac{1}{2}x^2$: HP($\frac{1}{2}\sqrt[3]{2a}$| $\frac{3}{8}\sqrt[3]{4a^2}$) : x nach a auflösen: $a = 4x^3$;

in y einsetzen: $y_H = \frac{3}{2}x_H^2$ mit x>0

Bsp.3 Exponentialfunktionen: $f_a(x) = e^{2x} - a \cdot e^x$: TP$\left(\ln(\frac{a}{2})| -\frac{a^2}{4}\right)$: $a=2e^x$ in y: $y_T=-e^{2x}$

WP$\left(\ln\left(\frac{a}{4}\right)| -\frac{3}{16}a^2\right)$: $a=4e^x$ in y : $y_w=-3\cdot e^{2x}$