

Aufgabe 2.2 CAS: Gartenteich

Gegeben sind die Funktionenschar f_a mit $f_a(x) = \frac{1}{a}x^3 + 3x^2 + 5x + 2a$; $x \in \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$

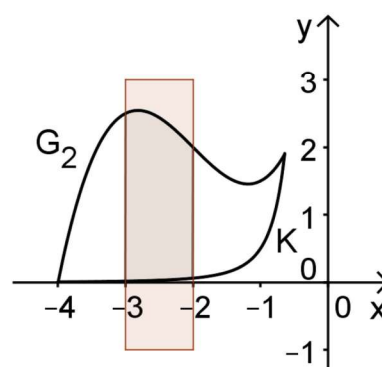
und die Funktion h mit $h(x) = -\frac{1}{2} \cdot x^{-3}$; $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 0$.

Die zugehörigen Graphen sind G_a und K .

- Geben Sie die für den Graphen K vorliegende Symmetrie an und begründen Sie diese. Bestimmen Sie das Verhalten der Funktionswerte von h für $x \rightarrow +\infty$. Begründen Sie, dass es keine reelle Zahl a gibt, sodass gilt: $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f_a(x)$.
- Die Tangente an K im Punkt $P(-1 | h(-1))$ und die beiden Koordinatenachsen begrenzen ein Dreieck. Ermitteln Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks.
- Begründen Sie, dass der Graph K keine lokalen Extrempunkte besitzt.
- Ermitteln Sie die Koordinaten von zwei Punkten des Graphen G_2 , in denen die Tangenten an den Graphen G_2 den Anstieg $m = 1,5$ haben.
- Es gibt einen Wert des Parameters a , für den der Graph G_a genau einen Punkt mit waagerechter Tangente besitzt. Bestimmen Sie diesen Parameterwert. Erläutern Sie, wie Sie nachweisen könnten, dass der Graph G_a für diesen Parameterwert einen Sattelpunkt besitzt.

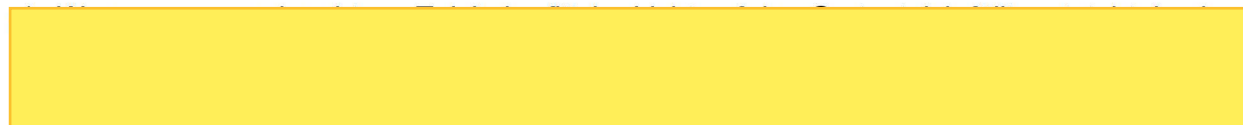
Ein Gartenbesitzer hat sich in einer Ecke seines Gartens einen Teich angelegt. Der Rand dieses Teiches an der Wasseroberfläche wird durch die Graphen G_2 und K modelliert. Im Intervall $-3 \leq x \leq -2$ verläuft eine Brücke über den Teich, 1 LE = 1 m.

In der nebenstehenden Darstellung sind die Teichoberfläche und die Brücke senkrecht von oben betrachtet dargestellt.



- Ermitteln Sie die Koordinaten der Schnittpunkte der Graphen G_2 und K . Runden Sie die Werte auf zwei Nachkommastellen. Der Gartenteich wird kurzzeitig durch eine rechteckige Plane abgedeckt. Die Seiten dieser Plane liegen parallel zu den Koordinatenachsen. Berechnen Sie die Seitenlängen, die diese Plane mindestens haben muss.

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Aufgabe 2.2 CAS: Gartenteich (Fortsetzung)

- h) Die über den Teich führende Brücke soll in einem neuen x - y -Koordinatensystem modelliert werden durch eine ganzrationale Funktion 4. Grades, die symmetrisch zur y -Achse verläuft. Hier geht es also um die Seitenansicht der Brücke. Die Brücke hat eine Spannweite von 4 Metern und ist in der Mitte 0,5 Meter hoch (über der x -Achse). An den beiden Enden hat die Brücke einen Steigungswinkel von 45° (bzw. -45°).
Ermitteln Sie die Gleichung der Parabel.
- i) Für einen Grillplatz hat der Gartenbesitzer eine Fläche in seinem Garten betoniert. Der Koordinatenursprung ist im Modell der Punkt der betonierten Fläche, der den geringsten Abstand zum Teichrand hat.
Ermitteln Sie diesen Abstand.

Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Teilaufgaben										
Teilaufgabe	a)	b)	c)	d)	e)	f)		h)	i)	Summe
BE	6	5	2	6	8	9		6	5	47