

Einführung in die Logik

1. Aussagenlogik

24.10.22

José Méndez

1.1 Aussagen und Ihre Verknüpfungen

"Unsere Erkenntnis von Wahrheiten hat - anders als unsere Erkenntnis von Dingen- ein Gegenteil, nämlich den Irrtum"

Bertrand Russell

1.1.1. Definition Eine Aussage ist ein sprachliches Gebilde, das aufgrund der Regeln einer Grammatik als Aussagesatz klassifiziert ist.

1.1.2. Definition Eine Aussage ist ein sprachliches Gebilde, das nach Fixierung einer Interpretation wahr oder falsch ist.

1.1.3. Definition Eine Aussage ist ein sprachliches Gebilde, das aufgrund der Regeln einer Grammatik als Aussagesatz klassifiziert ist und nach Fixierung einer Interpretation wahr oder falsch ist.

Beispiele zur Diskussion: a). Python ist faszinierend b). Java ist nicht nur eine Insel c). Linus schuf Linux d). $2 > 1$

1.1 Aussagen und Ihre Verknüpfungen

1.1.4. Definition Eine Verknüpfung oder Junktor ordnet einer oder mehreren Aussagen eine Aussage zu.

Die Verknüpfungen Negation, Konjunktion, Disjunktion, Implikation und Äquivalenz mit Wahrheitswert und Notation:

A	B	$\neg A$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \Rightarrow B$	$A \Leftrightarrow B$
w	w	f	w	w	w	w
w	f	f	f	w	f	f
f	w	w	f	w	w	f
f	f	w	f	f	w	w

1.1 Aussagen und Ihre Verknüpfungen

Der Wahrheitswert einer Aussage ergibt sich eindeutig aus den Wahrheitswerten der Teilaussagen, unabhängig davon, ob zwischen den Teilaussagen inhaltlich ein logischer Zusammenhang besteht oder nicht.

Beispiele zur Diskussion: a) Die Warteschlange für den Pythonkurs ist lang und Python ist mächtig.

b) Wenn eine reelle Zahl a ungleich Null ist, dann existiert die reelle Zahl $\frac{1}{a}$.

1.1 Aussagen und Ihre Verknüpfungen

1.1.5. Sätze der Aussagenlogik

1. Satz vom ausgeschlossenen Dritten: $A \vee \neg A$
2. Satz vom Widerspruch: $\neg(A \wedge \neg A)$
3. Satz von der doppelten Verneinung: $\neg(\neg A) \Leftrightarrow A$
4. Sätze von De Morgan:
 - 4.1 $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$
 - 4.2 $\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$
5. Kontrapositionssatz: $A \Rightarrow B \Leftrightarrow \neg B \Rightarrow \neg A$

1.1 Aussagen und Ihre Verknüpfungen

1.1.6 Definition Eine Aussage, die aus mehreren Teilaussagen besteht und immer wahr ist, unabhängig vom Wahrheitswert der Teilaussagen, wird als Tautologie bezeichnet. Eine Aussage, die immer falsch ist wird als Kontradiktion bezeichnet.

Beispiele: Die Disjunktion von A und ihrer Negation ist eine Tautologie. Ihre Konjunktion ist eine Kontradiktion

A	$\neg A$	$A \vee \neg A$	$A \wedge \neg A$
w	f	w	f
f	w	w	f

1.1 Aussagen und Ihre Verknüpfungen

1.1.7 Distributivsätze

1. $A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
2. $A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

Notizen 1

Literaturempfehlungen:

Ehrig, H. et al Mathematisch-strukturelle Grundlagen der Informatik
Springer Verlag Berlin 1999

Ertel,W. Grundkurs Künstliche Intelligenz Springer Verlag Wiesbaden 2020

Matthes,E. Python Crash Course. no starch press San Francisco 2019

Notizen 2

$A :=$ "z ist eine natürliche Zahl "; $B :=$ " z ist eine ganze Zahl "

Implikation:

"Wenn z eine natürliche Zahl ist, dann ist z auch eine ganze Zahl"

A	B	nicht A	$A \Rightarrow B$	nicht A oder B
---	---	---------	-------------------	----------------

w	w	f	w	w
---	---	---	---	---

w	f	f	f	f
---	---	---	---	---

f	w	w	w	w
---	---	---	---	---

f	f	w	w	w
---	---	---	---	---

" z ist eine natürliche Zahl
aber keine ganze Zahl"