Hochschule für
Wirtschaft und Recht Berlin
Fachbereich 2 - Duales Studium
Prof. Dr. N. Winter 2022/23

Diskrete Mathematik für Informatiker
1. Übungsblatt

Teil 1: Algebra

1. Aufgabe
Welche der folgenden Ausdrücke sind gemäß der Definition aus unserer Lehrveranstaltung und der dort vereinbarten Schreibweise Mengen?

(a) $\{1, 7, 9, 10\}$

(b) $\{A\}$

(c) (r, q, s)

(d) $\{\emptyset, \{1; 2\}\}$

(e) $\{\{\emptyset\}\}$

(f) $[Z; 4]$

2. Aufgabe
Geben Sie die folgenden Mengen reeller Zahlen in aufzählender Schreibweise $\{x_1, x_2, x_3, \ldots\}$ an:

(a) $A := \{x \in \mathbb{R} \mid x + 2 = 5\}$

(b) $B := \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 2 = 2\}$

(c) $C := \{x \in \mathbb{R} \mid x \in \mathbb{N}\}$

(d) $D := \{x \in \mathbb{R} \mid x^3 = -8\}$

(e) $E := \{x \in \mathbb{R} \mid (x - 3)^2 = 36\}$

3. Aufgabe
Seien $A = \{x \in \mathbb{Q} | x < 5\}$, $B = \{x \in \mathbb{Q} | x \geq 5\}$, $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $D = \emptyset$.
Bestimmen Sie $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cap C$, $C \cap B$, $D \cap B$, $D \cup B$.

4. Aufgabe
Beweisen Sie, dass es unendlich viele Primzahlen gibt.
(Hinweis: Betrachten Sie $p_1 \cdots p_n + 1$, wobei $p_1, \ldots, p_n$ Primzahlen sind.)

5. Aufgabe
Berechnen Sie mit Hilfe des euklidischen Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler
a) von 1778 und 308
b) von 97 und 38

Teil 2: Lineare Algebra

6. Aufgabe
Gegeben sind die drei folgenden Vektoren im $\mathbb{R}^2$ (in der Ebene).

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

(a) Zeichnen Sie die drei Vektoren im kartesischen Koordinatensystem.

(b) Berechnen Sie

- $\vec{a} + \vec{b}$
- $\vec{b} - \vec{c}$
- $-1 \cdot \vec{a}$
- $2 \cdot \vec{c}$
- $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
- $\vec{a} - 2 \cdot \vec{b} - 3 \cdot \vec{c}$

(c) Zeichnen Sie die resultierenden Vektoren aus (b).

(d) Messen Sie die Länge und berechnen Sie den Betrag der resultierenden Vektoren aus (b).

7. Aufgabe
Gegeben sind die drei folgenden Vektoren im $\mathbb{R}^3$.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie

(a) $\vec{s} = 2\vec{a} + 4\vec{b} - 6\vec{c}$

(b) $\vec{q} = 2(\vec{b} + 2\vec{c}) - 3(2\vec{a} - \vec{b})$

(c) $\vec{p} = 4(\vec{a} - 2\vec{b}) + 10\vec{c}$

(d) $\vec{u} = (\, \vec{a} \cdot \vec{b}\,) \cdot \vec{c}$

(e) $\vec{v} = \vec{a} \cdot (\, \vec{b} \cdot \vec{c}\,)$

(f) $\vec{w} = \vec{a} \times \vec{b}$

(g) $\vec{x} = \vec{b} \times \vec{c}$

Überprüfen Sie, ob $\vec{a}$ und $\vec{c}$ orthogonal zueinander sind.