

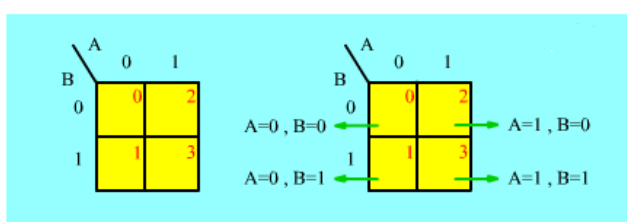
เอกสารที่เกี่ยวข้อง

การลดรูป Boolean Expression หรือ Switching Function ให้สั้นที่สุดนั้น เราสามารถทำได้โดยใช้ทฤษฎีของ Boolean ดังกล่าวแล้ว แต่ดูเหมือนจะเป็นการยากในกรณีที่มีตัวแปรหลาย ๆ ตัว การใช้แผนผังคาร์โนห์ (Karnaugh Map) จะช่วยในการแก้ปัญหาจะเป็นการง่ายกว่า และจะมีข้อผิดพลาดน้อยกว่า

วิธีการใช้เทคนิคของ Karnaugh Map

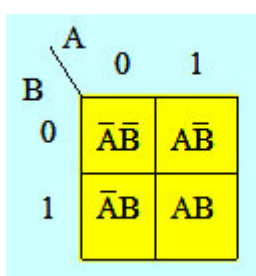
แผนผังคาร์โนห์ชนิด 2 ตัวแปร (2- Variable Karnaugh map)

Karnaugh map ชนิด 2 ตัวแปร ประกอบด้วยช่องซึ่งแทนด้วยค่าของตัวแปรนั้น ๆ จำนวน $2 = 4$ ช่อง (ค่ายกกำลัง คือจำนวนของตัวแปร)

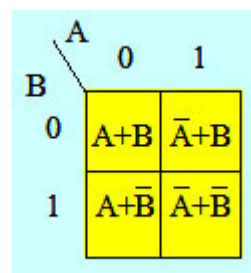


(ก) Karnaugh map ชนิด 2 ตัวแปร

(ข) แสดงค่าของตัวแปรในแต่ละช่อง



(ค) ค่าของตัวแปรในรูปของ Minterm



(ง) ค่าของตัวแปรในรูปของ Maxterm

แผนผังคาร์โนห์ชนิด 3 ตัวแปร (3- Variable Karnaugh map)

Karnaugh map ชนิด 3 ตัวแปร ประกอบด้วยช่องซึ่งแทนด้วยค่าของตัวแปรนั้น ๆ จำนวน $2^3 = 8$ ช่อง

C \ AB	00	01	11	10
	0	2	6	4
0	0	2	6	4
1	1	3	7	5

(ก) Karnagh map ชนิด 3 ตัวแปร

C \ AB	00	01	11	10
	000	010	110	100
0	000	010	110	100
1	001	011	111	101

(ข) แสดงค่าของตัวแปรในแต่ละช่อง

C \ AB	00	01	11	10
	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}B\bar{C}$	$AB\bar{C}$	$A\bar{B}\bar{C}$
0	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}B\bar{C}$	$AB\bar{C}$	$A\bar{B}\bar{C}$
1	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}BC$	ABC	$A\bar{B}C$

(ค) ค่าของตัวแปรในรูปของ Minterm

C \ AB	00	01	11	10
	$A+B+C$	$A+\bar{B}+\bar{C}$	$\bar{A}+\bar{B}+C$	$\bar{A}+B+C$
0	$A+B+C$	$A+\bar{B}+\bar{C}$	$\bar{A}+\bar{B}+C$	$\bar{A}+B+C$
1	$\bar{A}+\bar{B}+C$	$A+\bar{B}+\bar{C}$	$\bar{A}+\bar{B}+C$	$\bar{A}+B+C$

(ง) ค่าของตัวแปรในรูปของ Maxterm

ปฏิบัติการทดลองที่ 4

การลดรูปเกตโดยวิธีใช้แผนผังคาร์โนห์ (Gate Minimization by Karnaugh's Map)

อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง

1. วงจรรวมเบอร์ 7400 7402 7404 7432
2. ชุดทดลองดิจิทัล

การทดลองที่ 1

1.1 จากตารางความจริงที่กำหนดให้ สามารถเขียนสมการพีชคณิตบูลีนในเทอมของผลบวกของผลคูณ (SOP หรือ Minterm) ได้ตั้งสมการ $Y_{1.1}$

INPUT				OUTPUT
LINE	C	B	A	Y
0	0	0	0	1
1	0	0	1	0
2	0	1	0	1
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	0

$$\leftarrow \overline{A}\overline{B}\overline{C}$$

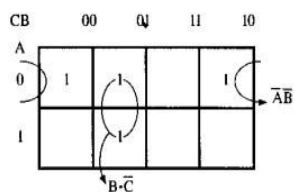
$$\leftarrow \overline{A}B\overline{C}$$

$$\leftarrow A\overline{B}\overline{C}$$

$$\leftarrow \overline{A}\overline{B}C$$

$$Y_{11} = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C$$

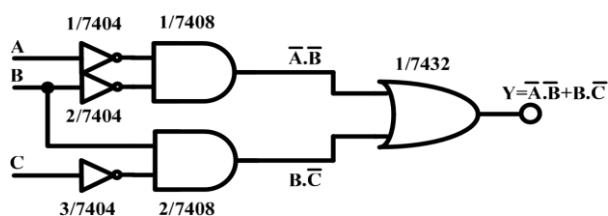
1.2 นำสมการ $Y_{1.1}$ มาลงในแผนผังคาร์โนห์



1.3 ใช้แผนผังคาร์โนห์ลดรูปสมการ $Y_{1.1}$ ได้เป็นสมการ $Y_{1.2}$

$$Y_{1.2} = \bar{A}\bar{B} + B\bar{C}$$

1.4 นำสมการ $Y_{1.2}$ มาเขียนวงจรลอจิกได้ดังรูป



1.5 ต่อวงจรการทดลองจากข้อ 1.4 ทดลองป้อนลอจิกอินพุตเข้าที่ขาอินพุต A B C ตามตาราง วัสดุจะลอจิกเอาต์พุต $Y_{1.2}$ และบันทึกผลลงในตารางบันทึกผลการทดลองที่ 1

ตารางบันทึกผลการทดลองที่ 1

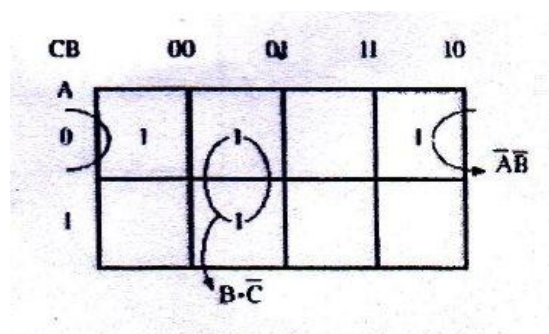
อินพุต			เอาต์พุต
C	B	A	$Y_{1.2}$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

การทดลองที่ 2

2.1 จากตารางความจริงที่กำหนดไว้ในข้อ 1.1 จงเขียนสมการพีชคณิตบูลีนในเทอมผลคูณของผลบวก(POS หรือ Maxterm) ลงในสมการ $Y_{2.1}$

$$Y_{2.1} = C\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$$

2.2 จากสมการ $Y_{2.1}$ นำมาเขียนลงแผนผังคาร์โนห์แบบผลคูณของผลบวกได้อย่างไร จงแสดงวิธีให้ถูกต้อง

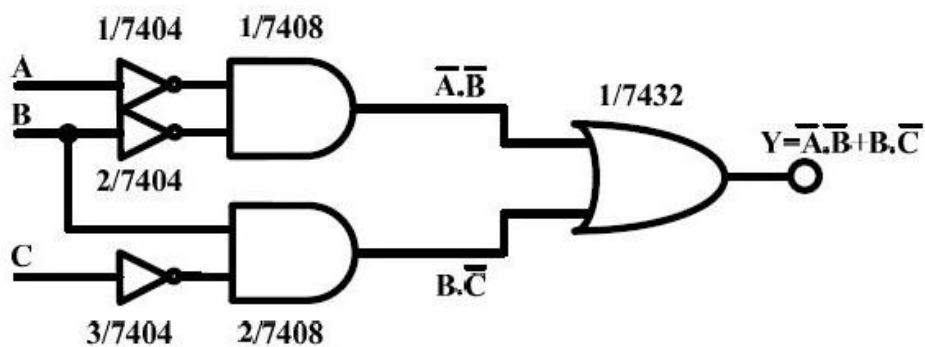


2.3 ผลการลดรูปสม

การ $Y_{2.1}$ จากแผนผังคาร์โนห์ในข้อ 2.2 คือสมการ $Y_{2.3}$

$$Y_{2.3} = B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B}$$

2.4 ให้นักศึกษานำสมการ $Y_{2.3}$ มาเขียนวงจรลอจิกลงในที่ว่างด้านล่างนี้ เพื่อใช้ในการทดลอง วงจรที่เขียนได้คือ



2.5 ต่อย่างจรการทดลองที่เขียนได้ในข้อ 2.4 ทดลองป้อนลอจิกอินพุตเข้าที่ขาอินพุต A B และ C ตามตาราง
วัดสภาวะลอจิกเอาต์พุตและบันทึกผลการทดลองลงในตารางบันทึกผลการทดลองที่ 2

ตารางบันทึกผลการทดลองที่ 2

อินพุต			เอาต์พุต
C	B	A	Y
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

การวิเคราะห์ผลการทดลอง

การทดลองที่1

จากทดลอง เมื่อนำอุปกรณ์ลอจิก 7404 7408 7432 ลองต่อวงจรจากสมการและคำนวณทำให้ผลที่ได้เป็นจริงตามตาราง

INPUT				OUTPUT
LINE	C	B	A	Y
0	0	0	0	1
1	0	0	1	0
2	0	1	0	1
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	0

การทดลองที่ 2

จากการทดลอง เมื่อนำสมการ 2.1 มาลดรูป ผลที่ได้เป็นไปตามตารางที่ 1 แต่วิธีการลดรูปจะมีวิธีการคิดไม่ยุ่งยากมากนัก

C \ BA				
	00	01	11	10
0	1	1	0	1
1	0	1	0	0

สรุปผลการทดลอง

จากการทดลองเมื่อลองต่อวงจร โดยนำ ลอจิก 7404 7408 7432 และเมื่อลองทดลองปรากฏว่าผลเป็นจริงตามตาราง แต่เมื่อนำสมการมาลดรูปทำการทดลอง ผลเป็นจริงตามตารางได้ให้ลดความซึ่งทำให้ลดความซับซ้อนในการต่อวงจรได้

คำถามท้ายการทดลอง

1. ผลลัพธ์ที่ได้จากตารางบันทึกผลการทดลองที่ 1 และตารางบันทึกผลการทดลองที่ 2 เหมือนกันหรือไม่ เพราะเหตุใด จงอธิบาย

ตอบ เหมือนกัน เพราะว่าแผนผังคาร์โนห์นั้นเป็นการลดรูปมาจากตารางความจริงในผลการทดลองที่ 1 เมื่อนำลอจิกจากแผนผังคาร์โนห์มาทำการทดลองอีกค่าที่ได้ก็จะเหมือนกันทั้ง 2 การทดลอง

2. หลักเกณฑ์ที่เหมาะสมในการเลือกใช้วิธีลดรูปสมการแบบเทอมบวกของผลคูณ (SOP) หรือแบบเทอมผลคูณของผลบวก (POS) คืออะไร จงให้คำอธิบายพร้อมเหตุผล

ตอบ จะใช้ในการลดรูปสมการที่มีตัวแปรไม่มาก และเป็นสมการที่ไม่ซับซ้อน ซึ่งสามารถทำได้ง่ายและรวดเร็ว เป็นวิธีการที่ดีและง่าย แต่จะเหมาะกับตัวแปร 2 ตัวแปรขึ้นไปแต่ไม่ควรเกิน 4 ตัวแปร แต่ถ้าเกิน 4 ตัวแปรจะทำให้ยุ่งยากขึ้น

3. จงพิสูจน์ว่าสมการต่อไปนี้เท่ากัน

อินพุต				เอาต์พุต	เอาต์พุต
ลำดับ	A	B	C	$(\bar{A} + B)(\bar{B} + \bar{C})$	$\bar{A}\bar{B} + B\bar{C}$
0	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	1	1
3	1	1	0	1	1
4	0	0	1	1	1
5	1	0	1	0	0
6	0	1	1	0	0
7	1	1	1	0	0

$$(\bar{A} + B)(\bar{B} + \bar{C}) = \bar{A}\bar{B} + B\bar{C}$$

4. จากสมการพีชคณิตบูลีนต่อไปนี้จงเขียนตารางแสดงความจริงให้สมบูรณ์

$$F = A\bar{C}\bar{D} + B\bar{C}\bar{D} + B\bar{C}D + \bar{A}CD$$

$F = A\bar{C}\bar{D} + B\bar{C}\bar{D} + B\bar{C}D + \bar{A}CD$

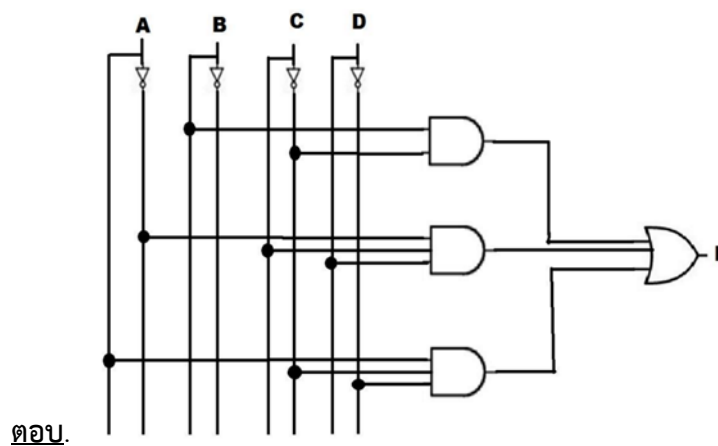
A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

5. จากสมการในข้อ 4 จงลดรูปสมการด้วยวิธีแผนผังคาร์โนห์แบบเทอมบวกของผลคูณ (SOP)

5.1 แสดงวิธีลดรูปสมการและเขียนสมการที่ลดรูปได้

ตอบ $\bar{A}\bar{C} + A\bar{C}D + AC\bar{D}$

5.2 เขียนวงจรลอจิกของข้อ 5.1



5.3 พิสูจน์ว่าสมการที่ได้จากข้อ 5.1 เท่ากับสมการในข้อ 4

ตอบ

ลำดับ	A	B	C	D	$A\bar{C} + \bar{A}CD + A\bar{C}\bar{D}$
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	0

เอกสารอ้างอิง

Electronic Logic. 2559. **วงจรแนนด์เกต** (ออนไลน์). แหล่งที่มา : Geocities. 2559. **ตระกูลลอจิก** (ออนไลน์). แหล่งที่มา : <http://www.geocities.ws/seenadee/logic.html> 11 กุมภาพันธ์ 2559

Kumpon. 2558. **วงจรอิเล็กทรอนิกส์เกตและดิจิทัลไอซี** (ออนไลน์). แหล่งที่มา : http://kapol.htc.ac.th/web1/subject/digital_tech/sheet/digit3.htm. 9 กุมภาพันธ์ 2559