Fuzzy rendszerek alapjai

Előadás vázlat

Összeállította: Harmati István Ph.D., egyetemi docens

Felhasznált irodalom:

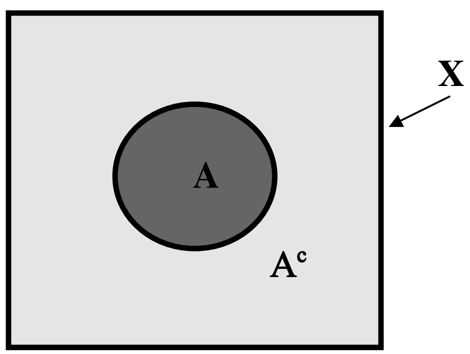
Dr. Lantos Béla: Fuzzy systems and genetic algorithms, 2001, Műegyetemi kiadó, Budapest

1. FUZZY RENDSZEREK ALAPJAI

1.1. Fuzzy halmazok és tagsági függvények

1.1.1. Éles (crisp) halmazok

A **klasszikus halmazelméletben** valamilyen X alaphalmaz feletti A részhalmazról szokás beszélni, ahol egy tetszőleges $x \in X$ elem vagy egyértelműen A-nak, vagy a komplemensének (A^c) eleme.



A halmaz a $\kappa_A : X \rightarrow \{0,1\}$ karakterisztikus függvényével jellemezhető, amely csak 0 vagy 1 (éles, crisp) értéket vehet fel:

$$\kappa_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{ha } x \in A \\ 0, & \text{egyébként} \end{cases}$$

1.1 *ábra* klasszikus halmazfogalom

Az A **halmaz** definiálható a (X, κ_A) párral: $A \leftrightarrow (X, \kappa_A)$

1.1.2. Fuzzy halmazok

1.1 **Probléma:** Az emberi gondolkodásban az egyes fogalmak definíciói többnyire szubjektívek.

1.1. Példa: Mit jelent az hogy "hűvös"? Ha a hőmérsékletértékek adják az X alaphalmazt, akkor mely hőmérsékletértékeket kell(ene) tartalmaznia a "hűvöst" realizáló A részhalmaznak? Van akinek 20C hűvös, van akinek nem.

Javaslat: A "hűvös" lingvisztikai változóhoz rendeljünk egy ún. fuzzy halmazt, amelyet pl. a $\mu_{\text{hüvös}}:[-15^\circ C,+35^\circ C]\to[0,1]$ tagsági függvénnyel definiálunk. (Értéke 0 és 1 között bármi lehet!)

Az A **fuzzy halmaz** az X alaphalmaz felett az $x\in X$ elemek A-hoz való tartozásának mértékét definiálja. Az A fuzzy halmaz a (X,μ_A) párral definiálható, azaz: $A\leftrightarrow(X,\mu_A)$

A fuzzy halmazok megadása

Diszkrét alaphalmaz esetén: $A=\sum_{i=1}^{n}\mu_A(x_i)/x_i$ szimbolikus összeg

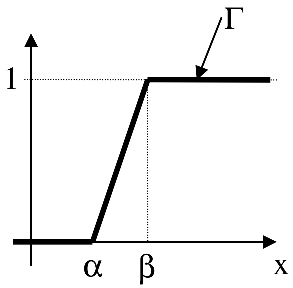
vagy táblázat

Folytonos alaphalmaz esetén: $A=\int_{x\in X}\mu_A(x)/x$ szimbolikus integrál

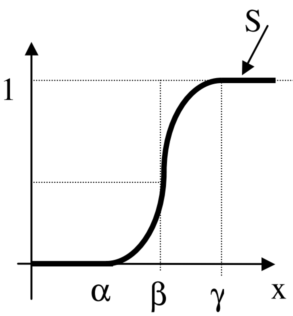
Mindkét esetben szimbolikus jelölésről van szó.

1.1.3. Néhány tipikus tagsági függvény

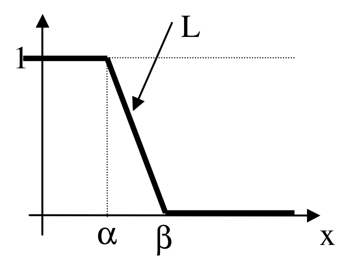
$$\Gamma(x,\alpha,\beta)=\begin{cases}0, & \text{if } x<\alpha\\ \dfrac{x-\alpha}{\beta-\alpha}, & \text{if } x\in[\alpha,\beta]\\ 1, & \text{if } x>\beta\end{cases}$$



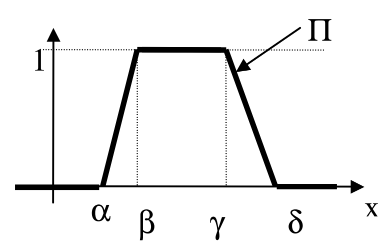
$$S\left(x,\alpha,\beta=\frac{\alpha+\gamma}{2},\gamma\right)=\begin{cases}0, & \text{if } x<\alpha\\ 2\left(\dfrac{x-\alpha}{\gamma-\alpha}\right)^2, & \text{if } x\in[\alpha,\beta]\\ 1-2\left(\dfrac{x-\gamma}{\gamma-\alpha}\right)^2, & \text{if } x\in[\beta,\gamma]\\ 1, & \text{if } x>\gamma\end{cases}$$



$$L(x,\alpha,\beta)=1-\Gamma(x,\alpha,\beta)=\begin{cases}1, & \text{if } x<\alpha\\ \dfrac{\beta-x}{\beta-\alpha} & \text{if } x\in[\alpha,\beta]\\ 0, & \text{if } x>\beta\end{cases}$$



$$\Pi(x,\alpha,\beta,\gamma,\delta)=\begin{cases}0, & \text{if } x<\alpha\\ \dfrac{x-\alpha}{\beta-\alpha}, & \text{if } x\in[\alpha,\beta]\\ 1, & \text{if } x\in[\beta,\gamma]\\ \dfrac{\delta-x}{\delta-\gamma}, & \text{if } x\in[\gamma,\delta]\\ 0, & \text{if } x>\delta\end{cases}$$



1.1.4. Fizikai változók normalizálása

A fizikai változókat gyakran normalizáljuk egy tartományra (egységesebb kezelhetőség) és különböző fuzzy halmazokat definiálunk rajtuk. Megkülönböztetve a változó előjelét (P= pozitív, N=negative) és nagyságát (pl. B=Big [nagy], M= medium [közepes], S=small [kicsi], Z=zero [nulla]), különböző eseteket különbeztethetünk meg. Pl a [-6,6] normalizált tartományra egy lehetséges megkülönböztetés:

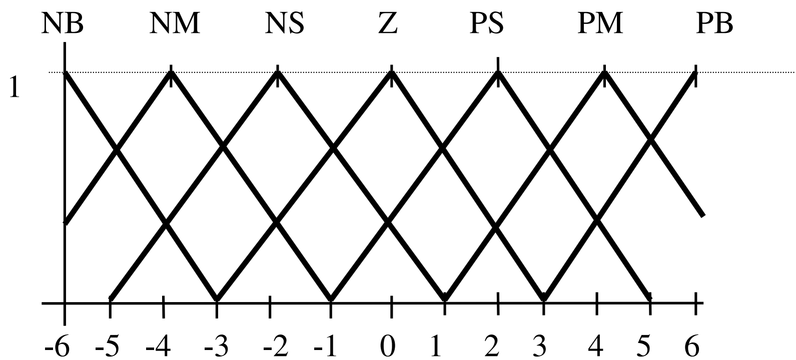
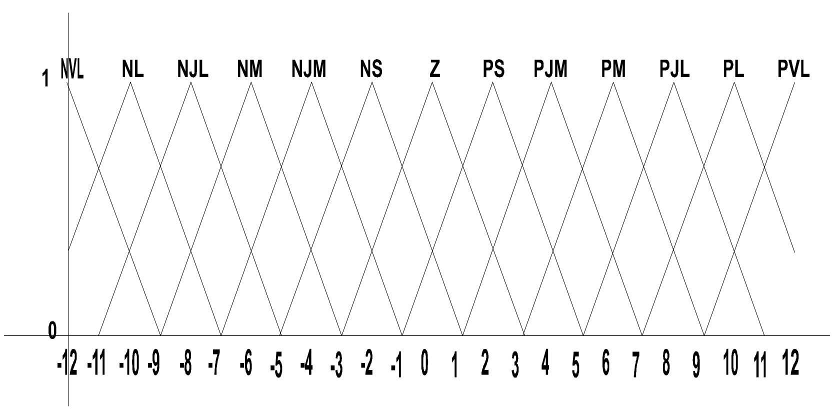
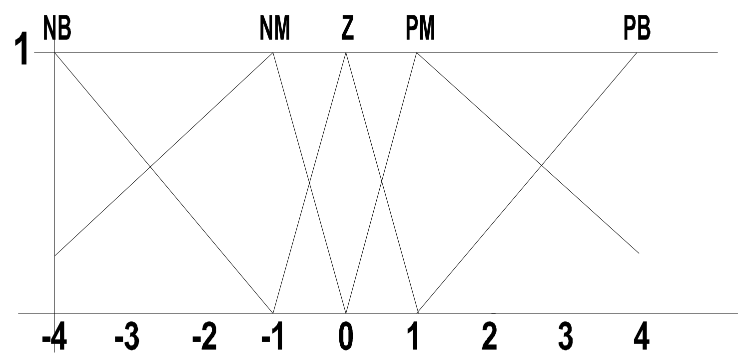


Fig. 1.3 standard taromány 7 szinttel (egyenletes felosztás)

Persze különböző típusú és finomítással rendelkező felosztások is elképzelhetők:





1.2 Fuzzy műveletek és normák

1.2.1Fuzzy halmazműveletek

Adott két fuzzy halmaz, A és B. A $\mu_A(x)$ és $\mu_B(x)$ tagsági függvények ismeretében meghatározandó az új fuzzy halmaz tagsági függvénye.

- **Fuzzy egyesítés** (unió, $\cup$)
  Elvárt: Az x elem unióhoz való tartozás mértéke ne csökkenjen A ill. B-hez való tartozás mértéke alá.
  Különböző szabályok terjedtek el. (S-normák).
  $\mu_{A\cup B}(x) = S(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x)$
  Példa: $\mu_{A\cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$

  $\mu_{A\cup B}(x) = \min\{1, \mu_A(x) + \mu_B(x)\}$

- **Fuzzy metszet** ($\cap$)
  Elvárt: Az x elem unióhoz való tartozás mértéke ne növekedjen A ill. B-hez való tartozás mértéke fölé.
  Különböző szabályok terjedtek el. (T-normák).
  $\mu_{A\cap B}(x) = T(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x)$
  Példa: $\mu_{A\cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$

  $\mu_{A\cap B}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$

- **Fuzzy komplemens**
  Leggyakoribb: $\mu_{A^c}(x) = 1 - \mu_A(x)$
  Különböző szabályok terjedtek el. (c-normák).

T-norma és tulajdonságai:

$T:[0,1]\times[0,1]\to[0,1]$,
$T(a,b) \coloneqq a \wedge b$

i) $a \wedge b = b \wedge a$

ii) $(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$

iii) $a \le c$ és $b \le d \Rightarrow a \wedge b \le c \wedge d$

iv) $a \wedge 1 = a$

Következik a fenti tulajdonságokból, hogy $0 \wedge a = 0$.

S-norma (T-konorma) és tulajdonságai:

$S:[0,1]\times[0,1]\to[0,1]$
$S(a,b) \coloneqq a \vee b$

i) $a \vee b = b \vee a$

ii) $(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$

iii) $a \le c$ és $b \le d \Rightarrow a \vee b \le c \vee d$

iv) $a \vee 0 = a$

Következik a fenti tulajdonságokból, hogy $a \vee 1 = 1$.

c-norma és tulajdonságai:

$c:[0,1]\to[0,1]$

i) $c(0) = 1$

ii) $a \le b \Rightarrow c(a) \ge c(b)$

iii) $c(c(a)) = a$

Következik a fenti tulajdonságokból, hogy $0 = c(c(0)) = c(1)$.

Példák T-normákra:

$a \wedge b = \min\{a, b\}$ (minimum norm)

$a \wedge b = a \cdot b$ (algebraic product or dot norm)

$a \wedge b = \max\{0, a + b - 1\}$ (bounded product)

$$T_p(a,b) = 1 - [(1-a)^p + (1-b)^p - (1-a)^p(1-b)^p]^{1/p}$$

$$T_0(a,b) = \lim_{p \to 0} T_p(a,b) = T_w(a,b) := \begin{cases} a, \text{ if } \ b = 1 \\ b, \text{ if } \ a = 1 \\ 0, \text{ otherwise} \end{cases}$$ (drastic product)

Hamacher-norma:

$$H_\lambda(a,b) = \frac{ab}{\lambda + (1-\lambda)(a + b - ab)}, \ \lambda > 0$$

Frank-norma:

$$F_s(a,b) = \log_s\left(1 + \frac{(s^a - 1)(s^b - 1)}{s - 1}\right), \ s > 0$$

Yager-féle T-norma :

$$Y_q(a,b) = 1 - \min\left\{1, \left[(1-a)^q + (1-b)^q\right]^{1/q}\right\}, \ q \geq 0$$

Dubois-Prade-féle T-norma:

$$\sigma_\alpha(a,b) = \frac{ab}{\max(a, b, \alpha)}$$

Példák *S*-normákra:

$$a \vee b = \max\{a, b\}$$

Sugeno-féle *S*-normák:

$$S_\lambda(a,b) = \min\{1, a + b + \lambda ab\},\ \ \lambda \geq -1$$
$$S_0(a,b) = \min\{1, a + b\} \text{ (bounded sum)}$$
$$S_{-1}(a,b) = a + b - ab \text{ (algebraic sum)}$$
$$S_w(a,b) = \begin{cases} a, \text{ if } b = 0 \\ b, \text{ if } a = 0 \\ 1, \text{ otherwise} \end{cases} \quad \text{(drastic sum)}$$

Példák *c*-normákra:

$$c(a) = 1 - a$$

Sugeno-féle *c*-norma:

$$c_s(a) = \frac{1-a}{1+sa},\ \ s > -1$$

Yager-féle *c*-norma:

$$c_w(a) = (1 - a^w)^{1/w},\ \ w > 0$$

Pesszimizmus és optimizmus:

$$T_w(a,b) \leq T(a,b) \leq \min\{a,b\}$$
$$\max\{a,b\} \leq S(a,b) \leq S_w(a,b)$$

pessimist optimist

1.2.2 Fuzzy direkt szorzat

Legyen X_i alaphalmaz, A_i fuzzy halmaz a $\mu_{A_i}(x_i)$ tagsági függvénnyel, $A_i = (X_i, \mu_{A_i})$, $i = 1,2,\dots,n$ akkor az $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n$ **fuzzy direkt szorzat** tagsági függvénye:

$$\mu_{A_1 \times \cdots \times A_n}(x_1, \dots, x_n) = \mu_{A_1}(x_1) \wedge \cdots \wedge \mu_{A_n}(x_n)$$

$$A_1 \times \cdots \times A_n \text{ fuzzy direkt szorzat} \leftrightarrow (X_1 \times \cdots \times X_n, \mu_{A_1 \times \cdots A_n})$$

Ahol $\wedge$ egy alkalmas T-norma, pl: $\wedge = \min$.

1.2.3Fuzzy reláció

A klaszikus értelemben vett $x\,R\,y$ (pl. $x \equiv y$ vagy $x \le y$) bináris reláció az $(x, y) \in X \times X$ halmaz bizonyos elemeiről azt mondja, hogy relációban állnak egymással.

Az R (klasszikus) reláció: az $X \times X$ direkt szorzat egy kitüntetett $R \subset X \times X$ részhalmaza, azaz

$$x\,R\,y \leftrightarrow (x, y) \in R \subset (X \times X)$$

Fuzzy reláció:

$$\mu_R : X_1 \times \cdots \times X_n \to [0,1]$$
$$R \;\; \textit{fuzzy reláció} \leftrightarrow (X_1 \times \cdots \times X_n, \mu_R)$$

$\mu_R(x_1, \ldots, x_n)$ annak lehetségességét mondja meg, hogy az $x_1, \ldots, x_n$ változók között fennáll az adott reláció.

Kérdés: A fuzzy reláció egy fuzzy halmazt definiál, tehát két reláció között értelmezhető az egyesítés és a metszet?

Válasz: Igen, de csak akkor, ha ugyanazon az alaphalmazon vannak definiálva! Ne felejtsük el, hogy a reláció bizonyos szamú halmaz direkt szorzatán van definiálva!

Kérdés: Mi a helyzet, ha két reláció különböző szorzattereken van definiálva?

Válasz: Hengeres kiterjesztés!

1.2.4. Hengeres kiterjesztés (cylindrical extension)

Ha az R fuzzy reláció az $X_{i_1} \times X_{i_2} \times \cdots \times X_{i_r}$ alaphalmazon van definiálva, ahol $\{i_1, \ldots, i_r\} \subset \{1, \ldots, n\}$, akkor **az R reláció kiterjesztése** az $X_1 \times \cdots \times X_n$ alaphalmazra:

$$\mu_{\mathrm{ce}(R)}(x_1, \ldots, x_n) := \mu_R(x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_r})$$

$$\mathrm{ce}(R) = (X_1 \times \cdots \times X_n, \mu_{ce(R)}) = \int_{X_1 \times \cdots \times X_n} \mu_R(x_{i_1}, \cdots, x_{i_r}) / (x_1, \ldots, x_n).$$

1.2.5. Projekció

Motiváció. A fuzzy szabályozást (a felállított tudásbázis alapján) definiáló relációk eredője (egyesítése) egy $X_1 \times \cdots \times X_n \times Y$
alaphalmazon lesz definiálva. ($X_1 \times \cdots \times X_n$ a szabályozó bemenete, Y a szabályozó kimenete). A kimenetre való hatáshoz a relációt az Y halmazra le kell vetíteni. Ehhez a projekcióra van szükség.

Legyen R egy fuzzy reláció a $X_1 \times \cdots \times X_n$ szorzattéren. Az R **reláció** $X_{i_1} \times \ldots \times X_{i_r}$ **térre vett projekciója** egy olyan $P = \mathrm{Proj}_{X_{i_1} \times \cdots \times X_{i_r}}(R)$ reláció amelynek tagsági függvénye $\{j_1, \ldots, j_{n-r}\} = \{1, \ldots, n\} \setminus \{i_1, \ldots, i_r\}$ jelölés mellett:

$$\mu_P(x_{i_1}, \ldots, x_{i_r}\} := \sup_{x_{j_1}, \ldots, x_{j_{n-r}}} \mu_R(x_1, \ldots, x_n)$$

$$\mathrm{Proj}_{X_{i_1} \times \cdots \times X_{i_r}}(R) = (X_{i_1} \times \cdots \times X_{i_r}, \mu_P)$$

Véges alaphalmaz vagy kompakt (zárt és korlátos) alaphalmaz esetén sup=max.

1.2.6. Fuzzy összekapcsolás

A fuzzy összekapcsolás (join) érintkező vagy diszjunkt relációk illesztésére szolgál és fontos a fuzzy logikában is.

Legyen:
R fuzzy reláció alaphalmaza $X_1 \times X_2 \times \cdots \times X_r$,
S fuzzy reláció alaphalmaza $X_m \times X_{m+1} \times \cdots \times X_n$, $m \le r+1$.
$\mathrm{Join}(R,S)$ fuzzy összekapcsolás alaphalmaza $X_1 \times X_2 \times \cdots \times X_n$ lesz.

$m < r+1$ esetén a relációk érintkeznek
$m = r+1$ esetén a relációk diszjunktak

A **fuzzy összekapcsolás**t úgy kapjuk meg, hogy mindkét relációt hengeresen kiterjesztjük a $X_1 \times X_2 \times \cdots \times X_n$ szorzattérre, majd vesszük a kiterjesztett relációk metszetét:

$$\mathrm{Join}(R,S) = \mathrm{ce}(R) \cap \mathrm{ce}(S)$$

$$\mu_{\mathrm{Join}(R,S)}(x_1,\ldots,x_n) := \mu_R(x_1,\ldots,x_r) \wedge \mu_S(x_m,\ldots,x_n)$$

$$\mathrm{Join}(R,S) = \int_{X_1\times\cdots\times X_n} \{\mu_R(x_1,\cdots,x_r) \wedge \mu_S(x_m,\cdots,x_n)\}/(x_1,\cdots,x_n).$$

Bármilyen T-norma lehetséges, pl: $\wedge = \min$

1.2.7. Fuzzy kompozíció

Fontos a fuzzy következtetések algoritmizálásakor.

Legyen:

R fuzzy reláció alaphalmaza $X_1 \times \cdots \times X_{m-1} \times X_m \times \cdots \times X_r$,
S fuzzy reláció alaphalmaza $X_m \times \cdots \times X_r \times X_{r+1} \times \cdots \times X_n$,
$R \circ S$ fuzzy reláció alaphalmaza $X_1 \times \cdots \times X_{m-1} \times X_{r+1} \times \cdots \times X_n$

A **fuzzy kompozíciót** úgy kapjuk meg, hogy mindkét relációt hengeresen kiterjesztjük a $X_1 \times X_2 \times \cdots \times X_n$ szorzattérre, majd vesszük a kiterjesztett relációk metszetét és az eredményt levetítjük a $X_1 \times \cdots \times X_{m-1} \times X_{r+1} \times \cdots \times X_n$ szorzattérre:

$$R \circ S = \mathrm{Proj}_{X_1 \times \cdots \times X_{m-1} \times X_{r+1} \times \cdots \times X_n} \left[(\mathrm{ce}(R) \cap \mathrm{ce}(S) \right] = \mathrm{Proj}\left[\mathrm{Join}(R, S) \right]$$
$$\mu_{R \circ S}(x_1, \ldots, x_{m-1}, x_{r+1}, \ldots, x_n) := \sup_{x_m, \ldots, x_r} \mu_R(x_1, \ldots, x_r) \wedge \mu_S(x_m, \ldots, x_n)$$

Bármilyen T-norma lehetséges, pl: $\wedge = \min$.

A kompozíció felfogható két fuzzy halmaz illesztésének (matching).
(Megmondja, hogy a szorzattér egy elemére milyen mértékben teljesül mindkét reláció egyszerre.)
Elöször a két halmazt kiterjesztjük (ce), majd illesztjük a közös szorzatterükön.

Hasonlat: Egy szabályalapú rendszerben adatokat illesztünk a szabály feltételrészéhez. (Megmondja, hogy a szabály következményét milyen mértékben kell majd figyelembe venni, ugyanis ilyen mértékben teljesül a feltételrész az adott bemeneti adatokra)

1.3 Fuzzy logika

A klasszikus (kétértékű) logikában megszokott konjunkció, diszjunkció és negálás műveletekkel logikai kapcsolatba hozhatunk lingvisztikai változókat. Fuzzy logikában a lingvisztikai változóknak bizonytalanságuk van (nincs egyértelmű igaz vagy hamis, a kettő közötti érték is előfordulhat).

1.3.1. Fuzzy konjunkció, diszjunkció és negálás azonos alaphalmazon

Legyen x a (lingvisztikai) változó, X az alaphalmaz A, B a lingvisztikai értékekhez tartozó fuzzy halmazok X felett a μ_A és μ_B tagsági függvényekkel, akkor a fuzzy konjunkció, diszjunkció és negálás eredménye egy-egy fuzzy halmaz:

Konjunkció: x is A and x is B

$$\mu_{A\cap B}(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x)$$

Diszjunkció: x is A or x is B

$$\mu_{A\cup B}(x) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x)$$

Negálás: x is not A

$$\mu_{A^c}(x) = c(\mu_A(x))$$

1.3.2. Fuzzy konjunkció, diszjunkció és negálás eltérő alaphalmazon

Legyenek $x_1,\ldots,x_N$ az elemi változók és $X_1,\ldots,X_N$ a hozzájuk tartozó alaphalmazok, továbbá $\{i_1,\ldots,i_r\}$ és $\{j_1,\ldots,j_m\}$ részhalmazai az $\{1,\ldots,N\}$ indexhalmaznak, $X_A = X_{i_1}\times\cdots\times X_{i_r}$ és $X_B = X_{j_1}\times\cdots\times X_{j_m}$ szorzathalmazok, $x_A \in X_A$, $x_B \in X_B$ együttes változók és $A \subset X_A$, $B \subset X_B$ fuzzy halmazok a szorzattereken. Akkor

Konjunkció:

$$x_A \text{ is } A \text{ and } x_B \text{ is } B = v \text{ is } P$$
$$P = \mathrm{ce}(A) \cap \mathrm{ce}(B)$$
$$\mu_P(v) = \mu_A(x_A) \wedge \mu_B(x_B)$$

Diszjunkció:

$$x_A \text{ is } A \text{ or } x_B \text{ is } B = v \text{ is } P$$
$$P = \mathrm{ce}(A) \cup \mathrm{ce}(B)$$
$$\mu_P(v) = \mu_A(x_A) \vee \mu_B(x_B)$$

1.3.3. Fuzzy implikáció

Fuzzy logikában **több módszer** is elterjedt.

Következtetés bináris logikában ($a \rightarrow b$):

a	b	$a \rightarrow b$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Zadeh implikáció: $a \rightarrow b = a \cdot b + \overline{a}$

Kleene-Dienes implikáció: $a \rightarrow b = \overline{a \cdot \overline{b}} = \overline{a} + b$

Mamdani implikáció: $a \rightarrow b \approx a \cdot b$ **Ez nem összeegyeztethető a Boole-algebrával!**

1.3.4. Fuzzy tudásbázis

Többnyire a Mamdani implikációt használjuk!

Legyen $x \in X$, $A \subset X$ fuzzy halmaz és $y \in Y$, $B \subset Y$ fuzzy halmaz.

Implikáció: $\quad$ *if x is A then y is B* $\quad$ ("else" ágat bonyolult leírás miatt nem használunk)

Mamdani implikáció:

$$A \rightarrow B = \mathrm{ce}(A) \cap \mathrm{ce}(B)$$
$$\mu_{A\rightarrow B}(x, y) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(y)$$
$$A \rightarrow B = \int_{X\times Y} \mu_A(x) \wedge \mu_B(y) / (x, y)$$

azaz $R = A \rightarrow B \subset X \times Y$ egy reláció az $X \times Y$ felett.

Az $R = A \rightarrow B$ reláció Y fuzzy halmazra vett projekciója a **fuzzy következtetés kompozíciós szabályát** adja:

$$\mathrm{Proj}_Y(R) = \mathrm{Proj}_Y(A \rightarrow B) = A \circ B$$

ahol $A \circ B$ a korábban definiált fuzzy kompozíció.

A fuzzy **következtetés általános alakja** a fuzzy tudásbázis $R_1, \ldots, R_n$ relációival ($R = \bigcup_{i=1}^{n} R_i$ uniójával) irhatók le:

$$R_i : \quad if \ \ x_1 \ \ is \ \ X_1^i \ \ and \ \ldots \ and \ \ x_N \ \ is \ \ X_N^i \ \ then \ \ y \ \ is \ \ Y^i$$

Fuzzy irányításnál az R_i, $i = 1, \ldots, n$ szabálykészlet (if…then következtetések együttese – a **fuzzy tudásbázis**) alkotja a szakértői tudás lingvisztikai megállapításait, amelyben $x_1, \ldots, x_N, y$ fuzzy mennyiségek.

1.3.5. Adatillesztés egy relációhoz

Az x_j változó mért x_j^* értékének éles (crisp) vagy zajos értékének feleljen meg az A_j fuzzy halmaz. Az R_i reláció esetén a A_j fuzzy halmaz legyen definiálva a X^j alaphalmazon.

Ez esetben

A bemeneti adatok (hengeresen kiterjesztett) fuzzy alakja: $D = \mathrm{ce}(A_1) \cap \ldots \cap \mathrm{ce}(A_N)$

$$\mu_D(x_1, \ldots, x_N, y) = \mu_{A_1}(x_1) \wedge \cdots \wedge \mu_{A_N}(x_N)$$

A R_i Mamdani implikáció (mint relácó) fuzzy alakja: $R_i = \mathrm{ce}(X_1^i) \cap \cdots \cap \mathrm{ce}(X_N^i) \cap \mathrm{ce}(Y^i)$

$$\mu_{R_i}(x_1, \ldots, x_N, y) = \mu_{X_1^i}(x_1) \wedge \cdots \wedge \mu_{X_N^i}(x_N) \wedge \mu_{Y^i}(y)$$

A **fuzzy következtetés kompozíciós szabálya** (felhasználva, hogy: $\mathrm{ce}(A_j) \cap \mathrm{ce}(B_j) = \mathrm{ce}(A_j \cap B_j)$ azonos alaphalmaz esetén):

$$\boxed{\begin{aligned}
&D \circ R_i = \mathrm{Pr}\,oj_Y(D \cap R_i) \\
&\mu_{D \circ R_i}(y) = \sup_{x_1, \ldots, x_N} \mu_D(x_1, \ldots, x_N, y) \wedge \mu_{R_i}(x_1, \ldots, x_N, y) = \\
&\quad = \sup_{x_1, \ldots, x_N} [\mu_{A_1}(x_1) \wedge \cdots \wedge \mu_{A_N}(x_N)] \wedge [\mu_{X_1^i}(x_1) \wedge \cdots \wedge \mu_{X_N^i}(x_N) \wedge \mu_{Y^i}(y)] = \\
&\quad = \sup_{x_1, \ldots, x_N} [\mu_{A_1}(x_1) \wedge \mu_{X_1^i}(x_1)] \wedge \cdots \wedge [\mu_{A_N}(x_N) \wedge \mu_{X_N^i}(x_N)] \wedge \mu_{Y^i}(y) = \\
&\quad = [\sup_{x_1} \mu_{A_1}(x_1) \wedge \mu_{X_1^i}(x_1)] \wedge \cdots \wedge [\sup_{x_N} \mu_{A_N}(x_N) \wedge \mu_{X_N^i}(x_N)] \wedge \mu_{Y^i}(y)
\end{aligned}}$$

Bevezethetjük a

$$\tau_{ij} := \sup_{x_j} \mu_{A_j}(x_j) \wedge \mu_{X_j^i}(x_j)$$

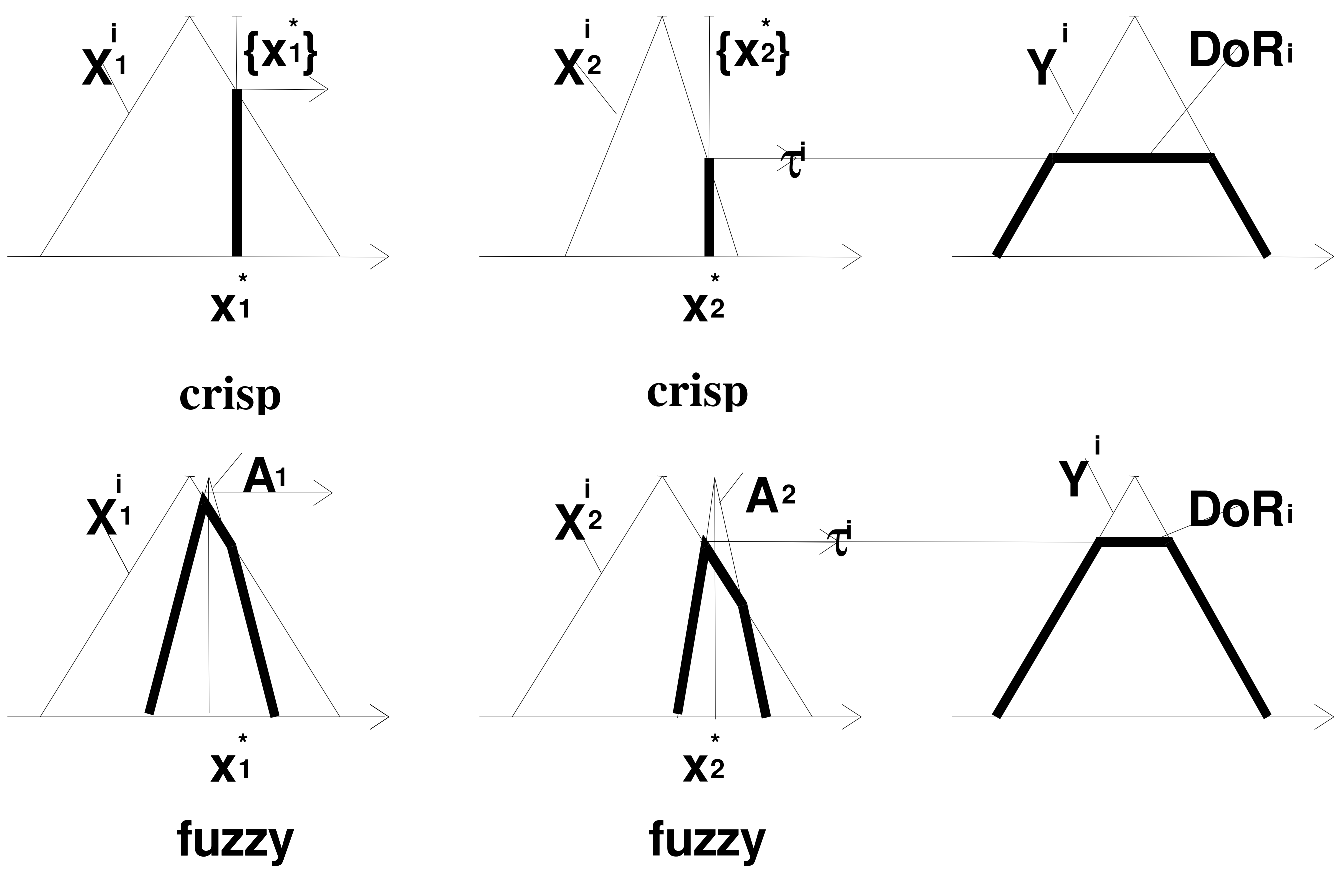
$$\tau_i := \tau_{i1} \wedge \cdots \wedge \tau_{iN},$$

tüzelési értékeket. Akkor: $\boxed{\mu_{D \circ R_i}(y) = \tau_i \wedge \mu_{Y^i}(y)}$

A két leggyakoribb eset:

T=min: $\tau_{ij} := \sup_{x_j} \min\{\mu_{A_j}(x_j), \mu_{X_j^i}(x_j)\}, \;\; \tau_i := \min\{\tau_{i1}, \cdots, \tau_{iN}\},$

T=dot: $\tau_{ij} := \sup_{x_j} \; \mu_{A_j}(x_j) \cdot \mu_{X_j^i}(x_j), \;\; \tau_i := \tau_{i1} \cdot \ldots \cdot \tau_{iN}.$



1.3.6. Kompozíció alapú következtetés (általános eset)

Több szabállyal rendelkezik a tudásbázis: $R = \bigcup_{i=1}^{n} R_i$

Reláció: $R_i : \underbrace{if \;\; x_1 \;\; is \;\; X_1^i \;\; and \; \ldots \; and \;\; x_N \;\; is \;\; X_N^i}_{\text{antecedens}} \;\; then \;\; \underbrace{y \;\; is \;\; Y^i}_{\text{konzekvens}}$

Antecedens (feltételrész):

$$B^i := \mathrm{ce}(X_1^i) \cap \cdots \cap \mathrm{ce}(X_N^i)$$

$$\mu_{B^i}(x_1, \ldots, x_N, y) = \mu_{X_1^i}(x_1) \wedge \cdots \wedge \mu_{X_N^i}(x_N)$$

Implikáció:

$$R_i = B^i \to Y^i$$

$$\mu_{R_i}(x_1, \ldots, x_N, y) = \mu_{B^i \to Y^i}(x_1, \ldots, x_N, y)$$

Mérés (adat):

$$x_j^* \to \text{crisp } A_j \text{ vagy fuzzy } A_j$$

$$D = \mathrm{ce}(A_1) \cap \ldots \cap \mathrm{ce}(A_N)$$

$$\mu_D(x_1, \ldots, x_N, y) = \mu_{A_1}(x_1) \wedge \cdots \wedge \mu_{A_N}(x_N)$$

Kompozíció alapú következtetés:

$$\boxed{\begin{aligned} & D \circ R = D \circ \bigcup_{i=1}^{n} R_i = \mathrm{Proj}_Y \left\{ D \cap \bigcup_{i=1}^{n} R_i \right\} \\ & \mu_{D \circ R}(y) = \sup_{x_1, \ldots, x_N} \mu_D(x_1, \ldots, x_N, y) \wedge \left\{ \bigvee_{i=1}^{n} \mu_{B^i \to Y^i}(x_1, \ldots, x_N, y) \right\} \end{aligned}}$$

Általános esetben $\mu_{D \circ R}(y)$ számítása nehéz, mivel $\sup, \wedge, \vee, B^i \to Y^i$ sorrendje nem felcserélhető.

Azonban:

Mamdani implikáció, S=max és T=min vagy T=dot esetén az algoritmus egyszerű!

Mamdani implikáció, *S*=max és *T*=dot esetén:

$$\mu_{D\circ R}(y) = \sup_{x_1,\dots,x_N} \mu_D(x_1,\dots,x_N,y) \wedge \left\{ \bigvee_{i=1}^{n} [\mu_{B^i}(x_1,\dots,x_N,y) \wedge \mu_{Y^i}(y)] \right\} =$$

$$= \sup_{x_1,\dots,x_N} \min\{\min\{\mu_{A_1}(x_1),\dots\}, \max_{1\le i\le n}\{\min\{\min\{\mu_{X_1^i}(x_1),\dots\}, \mu_{Y^i}(y)\}\}\} =$$

$$= \max_{1\le i\le n}\{\min\{\min\{\sup_{x_1}\min\{\mu_{A_1}(x_1), \mu_{X_1^i}(x_1)\},\dots\}, \mu_{Y^i}(y)\}\} =$$

$$= \max_{1\le i\le n} \mu_{D\circ R_i}(y)$$

Vagy ami ezzel ekvivalens:

$$\mu_{D\circ R_i}(y) = \min\{\min_j \tau_{ij}, \mu_{Y^i}(y)\} = \min\{\tau_i, \mu_{Y^i}(y)\}$$

$$\mu_{D\circ R}(y) = \max_i \mu_{D\circ R_i}(y).$$

Mamdani implikáció, *S*=max és *T*=dot esetén:

$$\mu_{D\circ R_i}(y) = (\prod_j \tau_{ij}) \cdot \mu_{Y^i}(y) = \tau_i \cdot \mu_{Y^i}(y)$$

$$\mu_{D\circ R}(y) = \max_i \mu_{D\circ R_i}(y).$$

Ahol $\max_i \mu_{D\circ R_i}(y)$ egyszerűen meghatározható $\mu_{D\circ R_i}(y)$ kifejezések ismeretében.

ÖSSZEFOGLALVA!

Mamdani tipusú max-min következtetési algoritmus

1) A τ_{ij} $j=1,\ldots,N$ tüzelési értékek és τ_i kiértékelése minden R_i reláció esetén.

$$\tau_{ij}=\begin{cases}\mu_{X_j^i}\left(x_j^*\right), & \text{ha } x_j \text{ crisp}\\ \sup\limits_{\mathrm{x_j}}\min\left\{\mu_{\mathrm{A_j}}\left(x_j\right),\mu_{X_j^i}\left(x_j\right)\right\}, & \textit{egyébként}\end{cases}$$

$$\tau_i=\min_j \tau_{ij}$$

2) $\mu_{D\circ R_i}(y)$ kiértékelése minden y esetén:

$$\mu_{D\circ R_i}(y)=\begin{cases}\mu_{Y^i}(y), & \text{ha } \mu_{Y^i}(y)\le\tau_i\\ \tau_i, & \text{egyébként}\end{cases}$$

3) A fuzzy rendszer kimenetének meghatározása max operációval minden y-ra

$$\mu_{D\circ R}(y)=\max_i \mu_{D\circ R_i}(y)$$

Mamdani tipusú max-dot következtetési algoritmus:

1) A τ_{ij} $j=1,\ldots,N$ tüzelési értékek és τ_i kiértékelése minden R_i reláció esetén.

$$\tau_{ij}=\begin{cases}\mu_{X_j^i}\left(x_j^*\right), & \text{ha } x_j \text{ crisp}\\ \sup\limits_{\mathrm{x_j}}\left\{\mu_{\mathrm{A_j}}\left(x_j\right)\cdot\mu_{X_j^i}\left(x_j\right)\right\}, & \textit{egyébként}\end{cases}$$

$$\tau_i=\tau_{i1}\wedge\tau_{i2}\wedge\cdots\wedge\tau_{iN}=\tau_{i1}\cdot\tau_{i2}\cdot\ldots\cdot\tau_{iN}$$ **(Ez változott meg)**

2) $\mu_{D\circ R_i}(y)$ kiértékelése minden y esetén:

$$\mu_{D\circ R_i}(y)=\tau_i\wedge\mu_{Y^i}(y)=\tau_i\cdot\mu_{Y^i}(y)$$ **(Ez változott meg)**

3) A fuzzy rendszer kimenetének meghatározása max operációval minden y-ra

$$\mu_{D\circ R}(y)=\max_i\mu_{D\circ R_i}(y)$$

Egyszerűsített sum-dot következtető algoritmus:

1) A τ_{ij} $j=1,\ldots,N$ tüzelési értékek és τ_i kiértékelése minden R_i reláció esetén.

$$\tau_{ij}=\begin{cases}\mu_{X_j^i}\left(x_j^*\right), & \text{ha } x_j \text{ crisp}\\ \sup\limits_{\mathrm{x_j}}\left\{\mu_{\mathrm{A_j}}\left(x_j\right)\cdot\mu_{X_j^i}\left(x_j\right)\right\}, & \textit{egyébként}\end{cases}$$

$$\tau_i=\tau_{i1}\wedge\tau_{i2}\wedge\cdots\wedge\tau_{iN}=\tau_{i1}\cdot\tau_{i2}\cdot\ldots\cdot\tau_{iN}$$

2) $\mu_{D\circ R_i}(y)$ kiértékelése minden y esetén:

$$\mu_{D\circ R_i}(y)=\tau_i\wedge\mu_{Y^i}(y)=\tau_i\cdot\mu_{Y^i}(y)$$

3) A fuzzy rendszer kimenetének meghatározása max operációval minden y-ra

$$\mu_{D\circ R}(y)=\bigvee_i\mu_{D\circ R_i}(y)\approx\sum_i\mu_{D\circ R_i}(y)=\sum_i\tau_i\cdot\mu_{Y^i}(y).$$ **(Ez változott meg)**

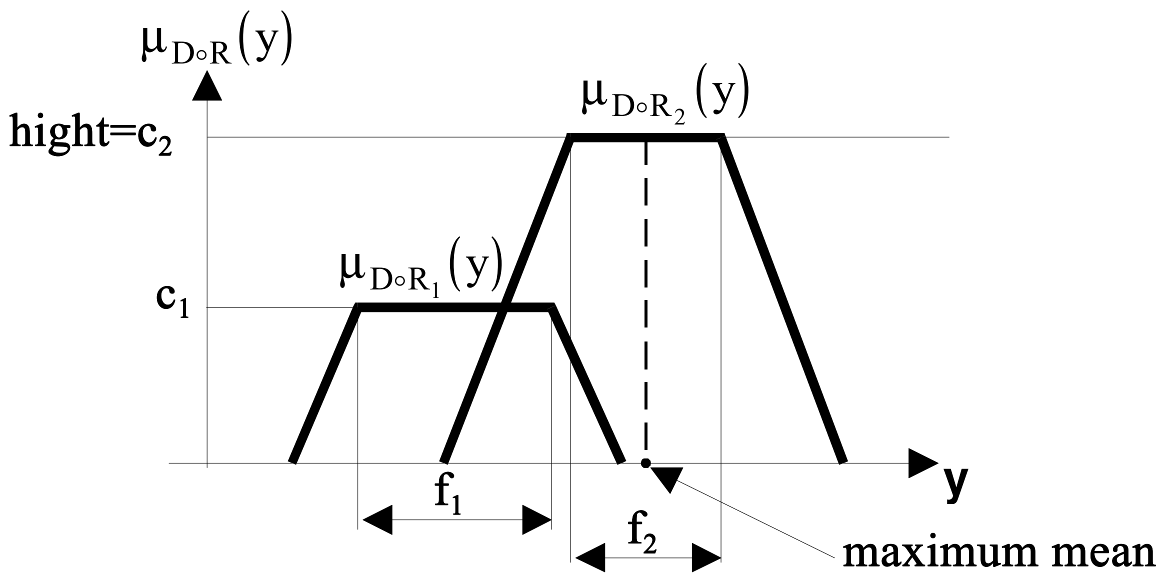
Ha a defuzzifikált értéket COG (center of gravity), vagy más néven COA (center of area), módszerrel számítjuk, akkor a kimenetet egyszerűen számíthatjuk:

$$y^*=\frac{\int y\mu_{D\circ R}(y)dy}{\int\mu_{D\circ R}(y)dy}=\frac{\int y\sum_i\tau_i\mu_{Y_i}(y)dy}{\int\sum_i\tau_i\mu_{Y_i}(y)dy}=\frac{\sum_i\tau_i y_i^*\int\mu_{Y_i}(y)dy}{\sum_i\tau_i\int\mu_{Y_i}(y)dy}=\frac{\sum_i(\tau_i\int\mu_{Y_i}(y)dy)y_i^*}{\sum_i(\tau_i\int\mu_{Y_i}(y)dy)}=\frac{\sum_i\tau_i^*y_i^*}{\sum_i\tau_i^*}$$

1.4. Defuzzifikációs módszerek

Cél: A $\mu_{D\circ R}(y)$ tagsági függvény alapján meghatározni a leglehetségesebb éles y^* kimenetet.

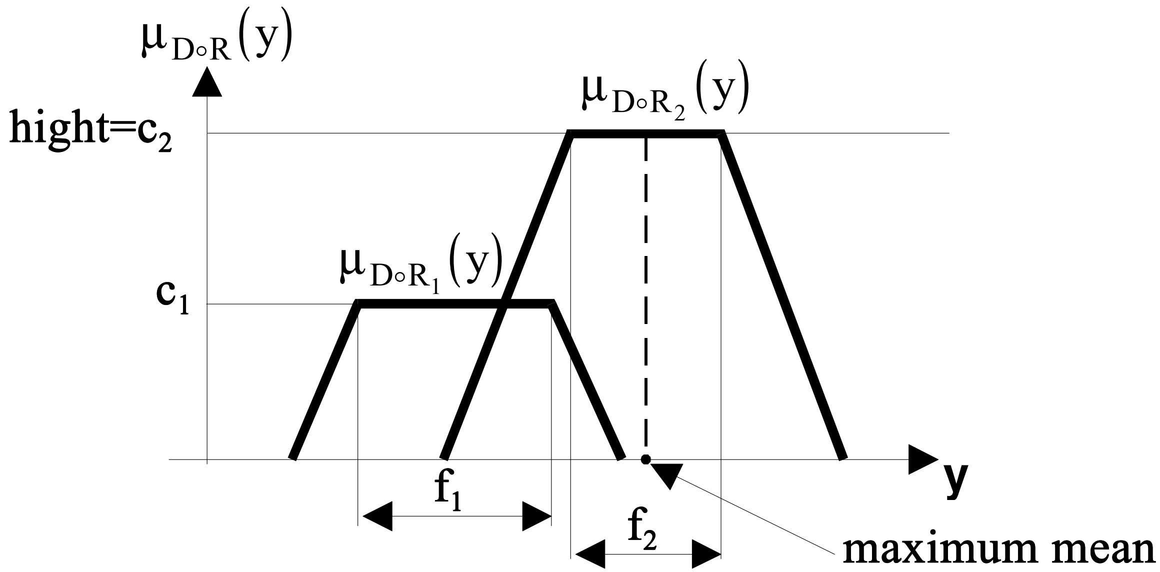
Súlypont (felületközéppont) módszer (Center of gravity/area)



Folytonos eset: $y^*_{COA} = \dfrac{\int y\mu_{D\circ R}(y)dy}{\int \mu_{D\circ R}(y)dy}$, Diszkrét eset: $y^*_{COA} = \dfrac{\sum_j y_j \mu_{D\circ R}(y_j)}{\sum_j \mu_{D\circ R}(y_j)}$.

- Átalapolást nem veszi figyelembe
- Nem lehet $\mu_{D\circ R_i}(y)$ komponensekből külön külön számolni $\Rightarrow$ Valós idejű alkalmazáshoz lassú

Összegközéppont módszer (Center of sums)



$$y^*_{COS} = \frac{\int y \sum_i \mu_{D \circ R_i}(y) dy}{\int \sum_i \mu_{D \circ R_i}(y) dy} = \frac{\sum_i \int y \mu_{D \circ R_i}(y) dy}{\sum_i \int \mu_{D \circ R_i}(y) dy}.$$

- Az átlapolodó felületeket multiplicitással veszi figyelembe
- A számítás relációnként végezhető a szummák között

Biszektor módszer (bisector of area, BOA)

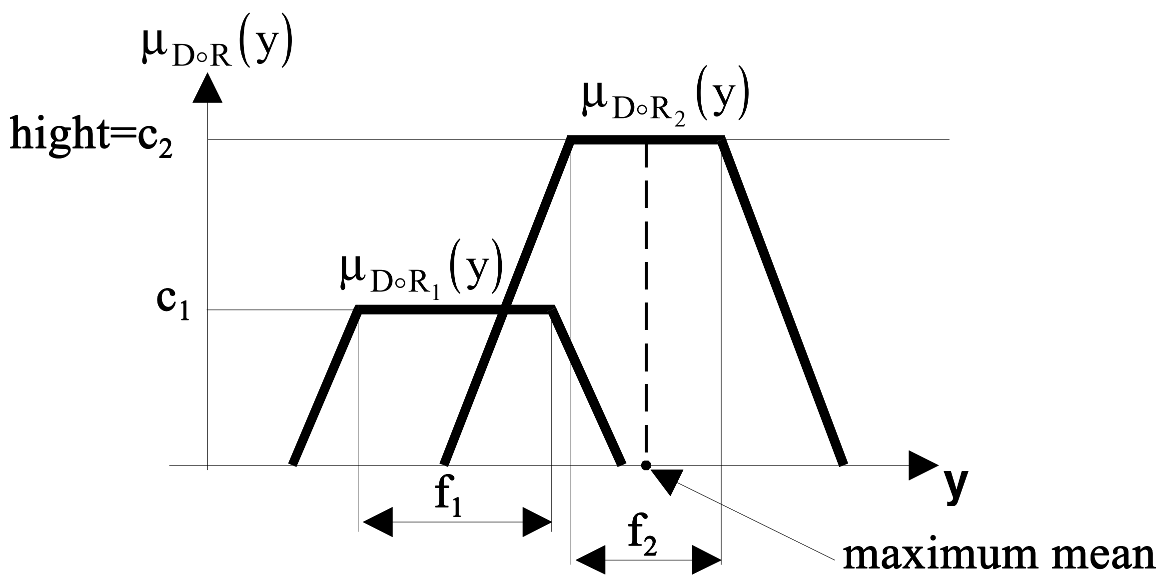
Legyen a és b az y minimum és maximum értéke, ahol $\mu_{D\circ R}(y)$ nemnulla. Akkor y^*_{BOA} definíciója:

$$\int_a^{y^*_{BOA}} \mu_{D\circ R}(y)\,dy = \int_{y^*_{BOA}}^{b} \mu_{D\circ R}(y)\,dy$$

Magasság módszer (Height method)

Legyen c_i a $\mu_{\mathrm{D\circ R_i}}(\mathrm{y})$ tagsági függvény maximma. Legyen $\tilde{f}_i$ az az y, ami a f_i plató közepe. Akkor

$$y^*_{height} = \frac{\sum_i c_i \tilde{f}_i}{\sum_i c_i}.$$



Maximumközép módszer (Middle of Maxima, MOM)

Azt az y értéket veszi, ami a $\mu_{D \circ R}(y)$ tagsági függvény maximumainak közepén van:

$$hight = \max_{y} \mu_{D \circ R}(y)$$

$$y^{*}_{MOM} = \frac{\inf\{y : \mu_{D \circ R}(y) = \text{hight}\} + \sup\{y : \mu_{D \circ R}(y) = \text{hight}\}}{2}$$

Elképzelhető olyan alternatíva is, ami a maximumokat adó y értékek közül a legkisebbet ($y^{*}_{SOM} = \inf\{y : \mu_{D \circ R}(y) = \text{hight}\}$ vagy a legnagyobbat ($y^{*}_{LOM} = \sup\{y : \mu_{D \circ R}(y) = \text{hight}\}$ veszi.

1.5. Sugeno-típusú fuzzy rendszerek

A TSK (Takagi-Sugeno-Kong, gyakrabban csak Sugeno) szabályozási elv egyesíti a fuzzy és a klasszikus szabályozás elvét: A szabályok konzekvencia részében lehetőséget ad determinisztikus kimenet előírására.

Elöny: Lehetővé teszi, hogy különböző munkapontokban különböző determinisztikus algoritmusokat használjunk. Fontos jellemző, hogy a munkapont ekkor nem éles, hanem fuzzy, tehát különféle munkapontok eltérő lehetségességgel állnak fenn!

$$R_i:\ \textit{if}\ \ x_i\ \textit{is}\ X_1^i\ \textit{and}\ \cdots\ \textit{and}\ \ x_N\ \textit{is}\ X_N^i\ \textit{then}\ \ y = f_i(x_1,\ldots,x_N),\quad i=1,\ldots,n.$$

Ha $f_i = c_i$ konstans függvény $\Rightarrow$ Nulladrendű Sugeno rendszer
Ha $f_i = c_{i1}x_1 + \cdots + c_{iN}x_N + c_{i0}$ lineáris függvény $\Rightarrow$ Elsőrendű Sugeno rendszer

TSK következtetési és defuzzifikációs algoritmus:

1) következtetés:

$x_1^*, x_2^*, \ldots, x_N^*$ éles bemenetek

$$\forall R_i \mapsto \left(\tau_i, y_i^*\right)$$

$$\tau_i = \mu_{X_1^i}\left(x_1^*\right) \wedge \cdots \wedge \mu_{X_N^i}\left(x_N^*\right)$$

$$y_i^* = f_i\left(x_1^*, \cdots, x_N^*\right)$$

2) Defuzzifikáció:

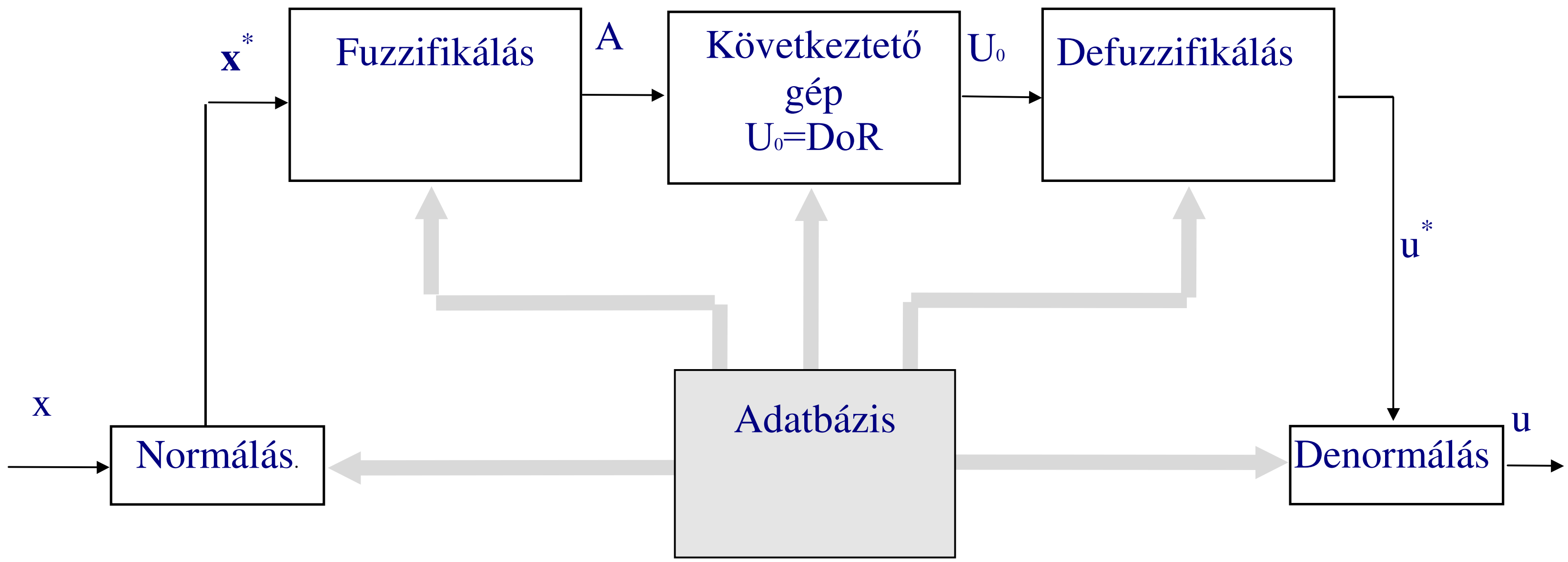
$$y_{TSK}^* = \frac{\sum_i \tau_i y_i^*}{\sum_i \tau_i}.$$

Alkalmazás: Sok helyen (helikopter, járműirányítás, robotika)

1.6. Fuzzy logikai szabályozók (Fuzzy Logic Controllers- FLCs)

A szabályozó bemenete: A szabályozási hiba, a mért vagy megfigyelt állapotváltozók.
A szabályozó kimenete: A folyamat bemenete

1.6.1. A Fuzzy Logikai Szabályozók struktúrája



x vektor: A folyamat jelei (állapot, hibajel, stb)

Normalizálás: A folyamatjelet a tagsági függvény (többnyire normalizált) értelmezési tartományába transzformálja, azaz $x_i^*=N_{xi}x_i$ (* jelöli a normalizálást). Erősítési tényezőnek felel meg.

Fuzzifikálás: Az éles vagy zajos x_i^* normalizált változóhoz egy A_i fuzzy halmazt rendel.

Következtető gép: A szabályozó müködését leíró szabályok (rule base) és a bemeneti adatok alapján elvégzi a következtetést, amelynek eredménye az U_0 fuzzy halmaz, illetve annak $\mu_{U_0}(u)$ tagsági függvénye.

Defuzzifikálás: **Az** U_0 fuzzy halmazhoz éles (crisp) normalizált u^* szabályozó kimenetet rendel.

Denormalizálás: $u = N_u u^*$ Erősítésnek felel meg. Ez adja a kiadandó beavatkozó jelet.

Adatbázis: Normalizálási paraméterek, fuzzifikálás szabályai és paraméterei, tagsági függvények paraméterei, következtetés szabálybázisa, defuzzifikálás szabálya és a denormálás paraméterei.

Nemlineáris a szabályozó (max, min nemlineáris függvények a következtetésben)

Illusztráció: Normalizálás hatása PID jellegű fuzzy szabályozóban

Legyen a hibajel: $e = y_d - y$ Mintavételi idő: T

Figyelem! Fontos, hogy itt az európai koncepciót használjuk, azaz a kívánt jelből vonjuk ki a valódi kiemenetet, szemben az amerikai konvencióval, ahol ez sokszor fel van cserélve!

PID algoritmus: $u = K_P e + K_I \int e dt + K_D \dot{e}$

Integrál közelítése téglalap szabállyal: $\int e dt = T \sum_{i=1}^{k} e(iT) = T \sum_{i=1}^{k} e_i = T \Sigma e_k$

Deriválás közelítése differenciahányadossal: $\dot{e} = \dfrac{e(kT) - e([k-1]T)}{T} = \dfrac{e_k - e_{k-1}}{T} = \dfrac{1}{T} \Delta e_k$

Szabályozó kimenete: $u_k = K_P e_k + K_I T \Sigma e_k + \dfrac{K_D}{T} \Delta e_k$

Normalizálásokat (e) és denormalizálásokat (u) figyelembe véve:

$$N_u u_k^* = \frac{K_P}{N_e} e_k^* + \frac{K_I T}{N_{\Sigma e}} \Sigma e_k^* + \frac{K_D}{T N_{\Delta e}} \Delta e_k^*$$

$$u_k^* = \frac{K_P}{N_u N_e} e_k^* + \frac{K_I T}{N_u N_{\Sigma e}} \Sigma e_k^* + \frac{K_D}{T N_u N_{\Delta e}} \Delta e_k^*$$

Elhagyva a k futó indexet: $$\boxed{u^* = K_{PN} e^* + K_{IN} \Sigma e^* + K_{DN} \Delta e^*,}$$

Ahol: $$K_{PN} = \frac{K_P}{N_u N_e}, K_{IN} = \frac{K_I T}{N_u N_{\Sigma e}}, K_{DN} = \frac{K_D}{T N_u N_{\Delta e}}$$

Fuzzy szabályozóban a következtetések a normalizált változók lingvisztikai értékein alapulnak (nem számszerűségen), ezért választható $K_{PN} = K_{IN} = K_{DN} = 1$ és így a

$$K_p = N_u N_e, \quad K_I = N_u N_{\Sigma e} / T, \quad K_D = N_u N_{\Delta e} T$$

PID szaályozóparaméterek befolyásolhatók az $N_e, N_{\Sigma e}, N_{\Delta e}, N_u$ normalizálási tényezők és a $[-a^*, a^*]$ normalizálási tartomány alapján.

Stratégiák normalizáláshoz:

1. Az FLC szabályait az x_i, u változók természetes tartományaiban fogalmazzuk meg. Ekkor normalizálást és denormalizálást nem kell alkalmazni, de figyelembe kell venni a változók valós értéktartományainak határait.
2. Az FLC szabályait az x_i^*, u^* standard tartományaiban fogalmazzuk meg. Ehhez normalizálást és denormalizálást kell végrehajtani a megfelelő erősítési faktorokkal, de nem kell figyelembe vennünk a változók értéktartományainak a határait a szabálykészítésnél.

1.6.2. PID jellegű fuzzy logikai szabályozó

Alapjel (kívánt kimeneti jel): y_d

Kimeneti jel: y

Hibajel: $e = y_d - y$ Szabályoknál fontos, hogy melyikből vonjuk ki melyiket!!!

Klasszikus PID szabályozó: $u = K_P e + K_I \int edt + K_D \frac{de}{dt}$, azaz

$$u_k = K_P e_k + K_I T \Sigma e_k + \frac{K_D}{T} \Delta e_k \quad \text{(vö. Korábban)}$$

Bevezetve $k_p = K_p$, $k_I = K_I T$, $k_D = K_D / T$, a PID szabályozó kimenete:

$$u_k = k_p e_k + k_I \Sigma e_k + k_D \Delta e_k$$

$$u_{k-1} = k_p e_{k-1} + k_I \Sigma e_{k-1} + k_D \Delta e_{k-1}$$

Figyelembe véve, hogy $\Sigma e_k - \Sigma e_{k-1} = e_k$, $\Delta e_k - \Delta e_{k-1} = e_k - 2e_{k-1} + e_{k-2}$, szabályozó kimenetének $\Delta u_k = u_k - u_{k-1}$ növekménye:

$$\Delta u_k = k_p (e_k - e_{k-1}) + k_I e_k + k_D (e_k - 2e_{k-1} + e_{k-2}) = (k_p + k_I + k_D) e_k + (-k_p - 2k_D) e_{k-1} + k_D e_{k-2}$$

$$\Delta u_k = k_0 e_k + k_1 e_{k-1} + k_2 e_{k-2}$$

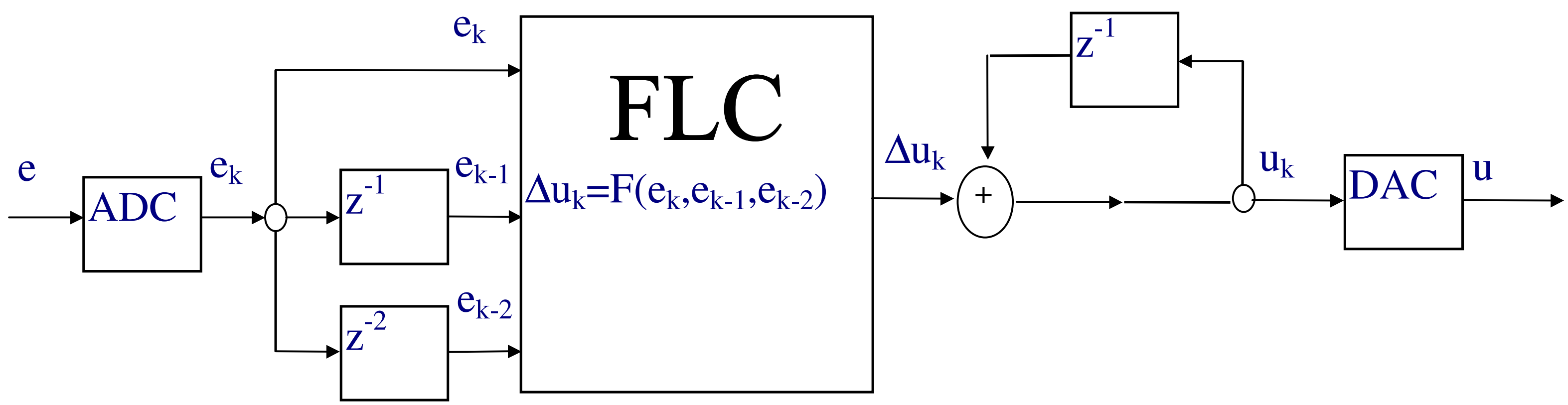
A PID jelegű fuzzy szabályozó következtetési szabályainak alakja:

$$R_i : if \;\; e_k \;\; is \;\; E_k^i \;\; and \;\; e_{k-1} \;\; is \;\; E_{k-1}^i \;\; and \;\; e_{k-2} \;\; is \;\; E_{k-2}^i \;\; then \;\; \Delta u_k \;\; is \;\; \Delta U_k^i$$

A következtetés operációi (max, min, stb) miatt nemlineáris szabályzó: $\Delta u_k = F(e_k, e_{k-1}, e_{k-2})$

$$u_k = u_{k-1} + \Delta u_k$$

Blokkvázlat (Fuzzy PID szabályozó)



- A három változó miatt a lehetséges szabályok száma nagy ⇒
- a szabályozó nehezen konstruálható meg ⇒
- PD és PI jellegű szabályozó sokkal tipikusabb

1.6.3. PD jellegű szabályozó

Az algoritmus: $u_k = k_p e_k + k_D \Delta e_k$

Normalizálás:

$$e_{\max} = y_{d,\max} - y_{\min}$$
$$e_{\min} = y_{d,\min} - y_{\max} = -e_{\max}$$

$$\Delta e_{\max} = e_{\max} - e_{\min}$$
$$\Delta e_{\min} = e_{\min} - e_{\max} = -\Delta e_{\max}$$

$$e \in [-a_e, a_e]$$
$$e^* \in [-a_e^*, a_e^*]$$

$$\Delta e \in [-a_{\Delta e}, a_{\Delta e}]$$
$$\Delta e^* \in [-a_{\Delta e}^*, a_{\Delta e}^*]$$

$$u \in [-a_u, a_u]$$

$$u^* \in [-a_u^*, a_u^*]$$

$$a_e^* = N_e a_e$$
$$a_{\Delta e}^* = N_{\Delta e} a_{\Delta e}$$

$$\boxed{\begin{aligned} N_e &= a_e^*/a_e \\ N_{\Delta e} &= a_{\Delta e}^*/a_{\Delta e} \end{aligned}}$$

Figyelem! Mivel u-t denormalizálni kell, itt a normalizált tartomány nem a számlálóban, hanem a nevezőben van:

$$a_u = N_u a_u^*$$

$$\boxed{N_u = a_u/a_u^*}$$

A normalizálási tényezők más szabály szerinti beállításának következményei

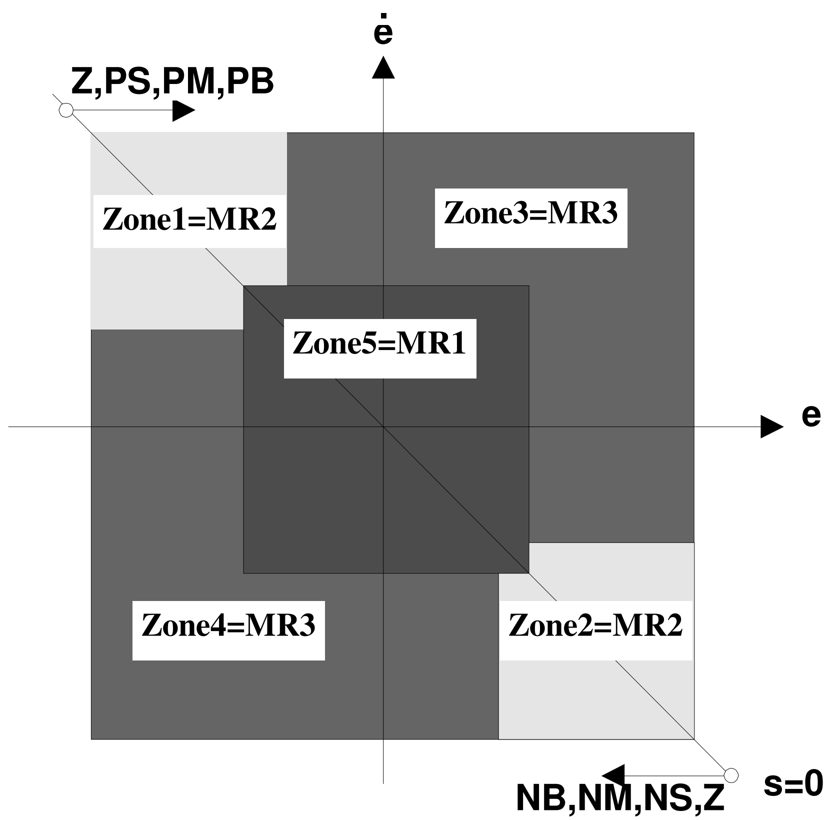
- Az üzemi tartomány a normalizált tartománynak csak egy részére képződik le (Nem használható teljes kivezérlés) **vagy**
- Az üzemi tartomány határai elött hamar felütközés van (korai szaturáció, állásos szabályozó jelleg)

Szabálybázis megválasztása:

MacVicar-Whelan 3 metaszabálya alapján választunk.

MR1) Ha az e_k hiba és Δe_k hibatrend zérus, akkor tartsuk meg az aktuális szabályozó beavatkozást.
MR2) Ha a e_k hiba megfelelő sebességgel nullához tart, akkor tartsuk meg az aktuális szabályozó beavatkozást.
MR3) Ha a e_k hiba nem önkorrigáló, akkor Δu_k szabályozó beavatkozó változás ne legyen nulla, hanem függjön e_k és Δe_k előjelétől és nagyságától.

A normalizált változókhoz nem használjuk *-ot, legyen $K_{PN}, K_{DN} = 1$. Használjuk a $s = u$ jelölést és tekintsük a $s = 0$ kapcsológörbét a $(\dot{e}, e)$ állapottérben: $s = e + \dot{e} = 0 \Rightarrow \dot{e} = -e$. Az ábra mutatja a $s = 0$ kapcsológörbét és a MacVicar-Whelan zónákat is $e, \dot{e}$ előjele és nagysága alapján.



- **Zona 5** területén e és $\dot{e} \sim \Delta e$ kicsi, ezért MR1 van érvényben
- **Zona 1** és **Zona 2** területén a hiba 0-hoz konvergál, hisz a hiba és a deriváltja ellenkező előjelű (és viszonylag nagy szám). Ezért itt MR 2 van érvényben.
- **Zona 3** és **Zona 4** területén a hiba nem önkorrigáló, ezért MR 3 van érvényben.

A következtetési szabályok megválasztásánál

- Törekedünk a szimmetriára
- A negativ visszacsatolás és $e = y_d - y$ értelmezés miatt a $s = 0$ kapcsológörbe felett az $s = e + \dot{e} > 0$ miatt a hiba pozitív és/vagy ez irányban nő, amit a $e = y_d - y$ értelmezés miatt úgy tudunk $e = 0$ felé befolyásolni, hogy y-t növeljük. Ezt úgy tudjuk elérni, hogy u -t növeljük. (Ha u növelésével y csökkene, akkor az azt jelentené, hogy pozitív visszacsatolású a rendszer, ekkor a szabályozás sem müködne. A tudásbázisból azonban többnyire eldönthető, hogy ilyen-e a rendszer vagy nem.) Minél nagyobb s értéke, annál jobban kell növelni a beavatkozó jelet.
- $s = 0$ kapcsológörbe alatt az előző érveléssel analóg módon u-t csökkenteni kell.
- Az egyes relációk alakja:

$$R_i : if \;\; e \; is \; E^i \;\; and \;\; \Delta e \; is \; \Delta E^i \;\; then \; u \; is \; U^i$$

Ahol minden E^i és ΔE^i értékpár esetén a következő táblázat oszlop és sorelemeinek találkozása megadja a párhoz tartozó U^i értéket:

Δe	PB	Z	PS	PM	PM	PB	PB	PB
	PM	NS	Z	PS	PM	PM	PB	PB
	PS	NM	NS	Z	PS	PM	PM	PB
	Z	NM	NM	NS	Z	PS	PM	PM
	NS	NB	NM	NM	NS	Z	PS	PM
	NM	NB	NB	NM	NM	NS	Z	PS
	NB	NB	NB	NB	NM	NM	NS	Z
		NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
					e			

1.6.4. PI jellegű FLC

Klasszikus PI algoritmus: $u_k = k_p e_k + k_I \Sigma e_k$

Inkrementális alakban: $\Delta u_k = k_p \Delta e_k + k_I e_k$

$$\Delta u_k = k_0 e_k + k_1 \Delta e_k$$

$$u_k = u_{k-1} + \Delta u_k$$

Kimenet megváltozásának

üzemi tartománya: $\left[- a_{\Delta u}, a_{\Delta u}\right]$

normalizált tartománya: $\left[- a^*_{\Delta u}, a^*_{\Delta u}\right]$

A denormalizálás paramétere: $N_{\Delta u} = a_{\Delta u}/a^*_{\Delta u}$ ($a_{\Delta u} = N_{\Delta u} a^*_{\Delta u}$ miatt)

PI jellegű FLC tervezése a PD jellegű FLC-hez hasonlóan történik,azonban a kimenet értelmezése Δu_k

1.6.5. Ilusztráció: Fuzzy szakértő, mint felügyelő

Rendszer: Robot (Erősen nemlineáris rendszer)
Feladat: Szabályozás.

Robot nemlineáris dinamikus modellje: $\mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \boldsymbol{\tau}$ ahol

$\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$ a csuklóváltozók vektora és deriváltjaik,
$\boldsymbol{\tau}$ a meghajtónyomaték
$\mathbf{H}$ a $(\mathbf{q})$ konfigurációtól függő általánosított inerciamátrix
$\mathbf{h}$ a $(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ állapottól függő Coriolis, gravitációs hatás és (viszkózus és Coulomb) súrlódás

Irányítási architektúra

Irányítási módszer: Kiszámított nyomatékok módszere (Computed Torque Control – CTC) ami

1. Centralizált nemlineáris rész $\boldsymbol{\tau} := \hat{\mathbf{H}}(\mathbf{q})\mathbf{u} + \hat{\mathbf{h}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$

   Ahol $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \cdots)^T$ a beavatkozó jel (szabályozó kimenete), $\hat{\mathbf{H}}(\mathbf{q})$ és $\hat{\mathbf{h}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ a névleges teher mellett ismert $\mathbf{H}(\mathbf{q})$ és $\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ értéke, vagy azok valamilyen becslése. Amennyiben a két mennyiség pontosan ismert, akkor $\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{u} \Rightarrow \ddot{q}_i = u_i$, azaz szétcsatolt kettős integrátorokhoz jutottunk.

2. Decentralizált lineáris rész. $u_i := \ddot{q}_{ai} + K_{Pi}(q_{di} - q_i) + K_{Ii}\int(q_{di} - q_i)dt + K_{Di}(\dot{q}_{di} - \dot{q}_i)$
   Ahol $\dot{q}_{di}$ és $\ddot{q}_{di}$ az alapjelként előírt pályamenti (változó) csuklósebesség és csuklógyorsulás. Ez egy determinisztikus (nem fuzzy) PID szabályozó minden csukló esetén, amely a megfelelő robosztusságot kell, hogy biztosítsa.

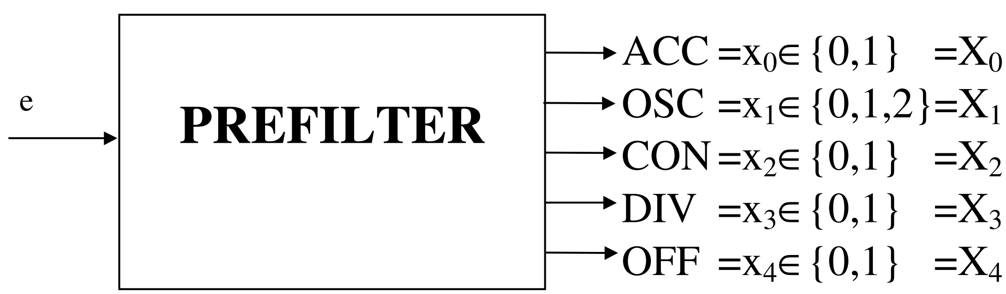
Javaslat robosztusság növelésére: A determinisztikus PID szabályozó K_{Pi}, K_{Ii}, K_{Di} paramétereit fuzzy eszközökkel hangoljuk, hogy az erősen változó teher esetén a rendszer védekezni tudjon.

Továbbiakban: deSilva és MacFarlaine módszere, amely nagy sebességek esetén is biztosítani tudja robotoknál a 0.01-0.1mm pontosságot. (Tisztán fuzzy módszerekkel ez ma még nem lehetséges).

Minden csukló irányítása azonos elven müködik, így elegendő egy csuklóra tárgyalni.

A fuzzy hangoláshoz a $e_i = q_{di} - q_i$ hibát egy előszűrővel dolgozzuk fel, amivel magasszintű (lingvisztikai) fogalmakat definiálunk:

1. Pontosság (ACC),
2. Oszcilláció (OSC),
3. Konvergencia (CON),
4. Divergencia (DIV),
5. Offszet hiba (OFF)



A fenti attribútumok kiértékeléséhez három paramétert használunk fel:

1. A hiba toleranciája ($e_{\max}$)
2. Az oszcilláció amplitúdója (a_{osc})
3. Az elfogadható konvergencia sebessége ($\lambda_{\min}$)

Legyenek A, B, C a három utolsó időintervallum szélső értékei.

Az előszűrő kimeneteinek meghatározási elve:

1. ACC=0, if |A|, |B|, |C|< e_{max}, otherwise ACC=1.
2. OSC_PRESENT=1, if
   (($B<A-2a_{osc}$) and ($C>B+2a_{osc}$)) or
   (($B>A+2a_{osc}$) and ($C<B-2a_{osc}$))

   OSC_PRESENT=0, otherwise;

   OSC=0, if OSC_PRESENT=0,

   OSC=1, if OSC_PRESENT=1 and $|C-A|<5a_{osc}$,

   OSC=2, if OSC_PRESENT=1 and $|C-A|>5a_{osc}$.
3. CON=1,if
   ($A\geq 0$ and A>B and B>C and ($B>A(1-\lambda_{min}T)$ or $C>A(1-2\lambda_{min}T)$)) or
   (A<0 and A<B and B<C and ($B<A(1-\lambda_{min}T)$ or $C<A(1-2\lambda_{min}T)$)), (T a mintavételi idő)
   (Azt fejezi ki, hogy "egyenletesen csökken, illetve nő a jel", azaz konvergál. λ_{min} a csökkenés illetve emelkedés meredeksége.)

   CON=0, otherwise.
4. DIV=1, if
   ($A\geq 0$ and B>A and C>B) or
   ($A\leq 0$ and B<A and C<B),

   DIV=0, otherwise.
5. OFF=1, if
   $A,B,C\in[e_{max},e_{max}+a_{osc}]$ (Ha a hiba pozitív és tartósan a pontossági határon kívül van) or
   $A,B,C\in[-e_{max}-a_{osc},-e_{max}]$, (Ha a hiba negatív és tartósan a pontossági határon kívül van)

   OFF=0, otherwise.

A fuzzy szakértő bemeneteit az előszűrő kimenetei alkotják:

Bemeneti alaphalmazok **(lingvisztikai változók)**	Fuzzy halmazok
X_1=**OSC**{0,1,2}	OKY,MOD,HIGH
X_2=**CON**{0,1}	OKY,NOK
X_3=**DIV**{0,1}	OKY,NOK
X_4=**OFF**{0,1}	OKY,NOK

Tagsági függvények:

OSC	0	1	2
OKY	1.0	0.2	0.1
MOD	0.2	1.0	0.2
HIGH	0.1	0.2	1.0

DIV	0	1
OKY	1.0	0.1
NOK	0.1	1.0

CON	0	1
OKY	1.0	0.2
NOK	0.2	1.0

OFF	0	1
OKY	1.0	0.2
NOK	0.2	1.0

A fuzzy szakértő a kimenetein a PID szabályozó (K_{Pi}, K_{Ii}, K_{Di}) paramétereinek (DP, DI, DD) változásait produkálja az aktuális értékekhez képest.

Kimeneti alaphalmazok (**lingvisztikai változók**)	Fuzzy halmazok
Y_1=**DP**={-2,-1,0,1}	NH,NL,NC,PL
Y_2=**DI**={-1,0,2}	NL,NC,PH
Y_3=**DD**={-1,0,1,2}	NL,NC,PL,PH

DP	-2	-1	0	1
NH	1.0	0.2	0.1	0.0
NL	0.2	1.0	0.2	0.1
NC	0.1	0.2	1.0	0.2
PL	0.0	0.1	0.2	1.0

DD	-1	0	1	2
NL	1.0	0.2	0.1	0.0
NC	0.2	1.0	0.2	0.1
PL	0.1	0.2	1.0	0.2
PH	0.0	0.1	0.2	1.0

DI	-1	0	2
NL	1.0	0.2	0.0
NC	0.2	1.0	0.1
PH	0.0	0.1	1.0

A PID szabályozó paramétereinek hangolási elve

Azon alapul, hogy egy irányítástechnikai szakember milyen módon változtatná a paramétereket a tapasztalatai alapján, miközben látja, hogy a tranziensek mennyire pontosak, oszcillál, konvergál, divergál illetve, ha offszet hiba lép fel:

1. Ha oszcilláció van, akkor (K_P) értékét csökkenteni kell, a (T_D~K_D) deriválási időt növelni.
   (Nagy erősítés oszcillációhoz vezet, illetve ha a D tag nem avatkozik be elég erősen, ha a hibajel változik)
2. Ha a tranziensek lassan kezdenek eltérni (nincsen konvergencia), akkor a (K_P) értékét és a (T_D~K_D) deriválási időt növelni kell.
   (Akkor nő a hiba, ha a hiba nagyságára (K_P) és annak változására (T_D~K_D) nem reagál elég erősen a szabályozó)
3. Ha a tranziensek divergálnak (a szabályozás nem önkorrigáló és exponenciális instabilitás fellépése várható), akkor (K_P)-t csökkeneteni kell, (T_D~K_D)-t növelni, (T_I)-t növelni kell (azaz K_I~1/T_I-t csökkeneteni).
   (Instabilitás valószinűleg azért keletkezett, mert túl nagy az erősítés, lásd Nyquist stabilitási kritérium, ezért ezt csökkenteni kell, a deriválás hatását viszont növelni, hogy a változásra gyorsabban tudjunk reagálni, illetve a K_I hatását csökkeneteni kell, ugyanis könnyen lehet, hogy a maradó hiba integrálása okozta a hiba gyors növekedését.)
4. Ha állandósult állapotban offszet hiba van, akkor K_P-t növelni kell, az integrálási időt (T_I) csökkenteni kell (azaz a K_I~1/T_I integrátor hatást növelni).
   (A maradandó hiba nagyobb körerősítéssel és fokozodó integráló hatással csökkenthető)

A PID szabályozó paramétereinek hangolási szabályai:
(H=HIGH, L=LOW, NC=NO CHANGE, P=POSITIVE, N=NEGATIVE)

1. Oszcilláció esetén:

   a). if OSC=OKY *then* (DP=NC,DD=NC)
   b) if OSC=MOD *then* (DP=NL,DD=PL)
   c) if OSC=HIGH *then* (DP=NH,DD=PH)

2. Konvergencia hiánya esetén:

   a) if CON=OKY *then* (DP=NC,DD=NC)
   b) if CON=NOK *then* (DP=PL,DD=PL)

3. Divergencia esetén:

   a) if DIV=OKY *then* (DP=NC,DI=NC,DD=NC)
   b) if DIV=NOK *then* (DP=NL,DI=NL,DD=PH)

4. Offszet esetén:

   a) if OFF=OKY *then* (DP=NC,DI=NC)
   b) if OFF=NOK *then* (DP=PL,DI=PH)

A szabályok kiértékelése

A szabályokat külön értékeljük ki.

Az egyes relációk kimenetre gyakorolt hatása a

$$R_i\text{:}\ \textit{if}\ \ x\ \textit{is}\ X^i\ \ \textit{then}\ \ y\ \textit{is}\ Y^i,$$

$$\mu_{Y_0^i}(y) \coloneqq \mu_{D \circ R_i}(y) = \min\{\mu_{X^i}(x^*), \mu_{Y^i}(y)\}$$

$$\mu_{Y_0}(y) \coloneqq \mu_{D \circ R}(y) = \max_i \mu_{Y_0^i}(y)$$

egyenletekből számíthatók:

Relation	DP				DI			DD			
OSC=OKY	**-2**	**-1**	**0**	**1**				**-1**	**0**	**1**	**2**
(1/a) 0	0.1	0.2	1.0	0.2				0.2	1.0	0.2	0.1
(1/a) 1	0.1	0.2	0.2	0.2				0.2	0.2	0.2	0.1
(1/a) 2	0.1	0.1	0.1	0.1				0.1	0.1	0.1	0.1
OSC=MOD	**-2**	**-1**	**0**	**1**				**-1**	**0**	**1**	**2**
(1/b) 0	0.2	0.2	0.2	0.1				0.1	0.2	0.2	0.2
(1/b) 1	0.2	1.0	0.2	0.1				0.1	0.2	1.0	0.2
(1/b) 2	0.2	0.2	0.2	0.1				0.1	0.2	0.2	0.2
OSC=HIGH	**-2**	**-1**	**0**	**1**				**-1**	**0**	**1**	**2**
(1/c) 0	0.1	0.1	0.1	0.0				0.0	0.1	0.1	0.1
(1/c) 1	0.2	0.2	0.1	0.0				0.0	0.1	0.2	0.2
(1/c) 2	1.0	0.2	0.1	0.0				0.0	0.1	0.2	1.0
CON=OKY	**-2**	**-1**	**0**	**1**				**-1**	**0**	**1**	**2**
(2/a) 0	0.1	0.2	1.0	0.2				0.2	1.0	0.2	0.1
(2/a) 1	0.1	0.2	0.2	0.2				0.2	0.2	0.2	0.1
CON=NOK	-2	-1	0	1				-1	0	1	2
(2/b) 0	0.0	0.1	0.2	0.2				0.1	0.2	0.2	0.2
(2/b) 1	0.0	0.1	0.2	1.0				0.1	0.2	1.0	0.2
DIV=OKY	-2	-1	0	1	-1	0	2	-1	0	1	2
(3/a) 0	0.1	0.2	1.0	0.2	0.2	1.0	0.1	0.2	1.0	0.2	0.1
(3/a) 1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
DIV=NOK	-2	-1	0	1	-1	0	2	-1	0	1	2
(3/b) 0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.0	0.0	0.1	0.1	0.1
(3/b) 1	0.2	1.0	0.2	0.1	1.0	0.2	0.0	0.0	0.1	0.2	1.0
OFF=OKY	-2	-1	0	1	-1	0	2				
(4/a) 0	0.1	0.2	1.0	0.2	0.2	1.0	0.1				
(4/a) 1	0.1	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.1				
OFF=NOK	-2	-1	0	1	-1	0	2				
(4/b) 0	0.0	0.1	0.2	0.2	0.0	0.1	0.2				
(4/b) 1	0.0	0.1	0.2	1.0	0.0	0.1	1.0				

OSC=OKY tagsági függvénynek vesszük az ertékét a

- Az OSC=0 helyen, ami 1.0. Mivel csak ez az egy feltételrész van 1/a-ban, ezért ezzel vágjuk el a DP=NC tagsagi függvényt (Ez a következmény rész 1/a-ban), így magát DP=NC-t kapjuk a sorban:

  0.1 0.2 1.0 0.2 |

-
- Az OSC=1 helyen vesszük a tagsági függvény értékét, ami 0.2. Mivel csak ez az egy feltételrész van 1/a-ban, ezért ezzel elvágjuk DP=NC kimeneti tagsági függvényt (Ez a következmény rész 1/a-ban), így

  0.1 0.2 0.2 0.2 |

OSC=MOD tagsági függvénynek vesszük az értékét a

- Az OSC=0 helyen, ami 0.2. Mivel csak ez az egy feltételrész van 1/a-ban, ezért ezzel vágjuk el a **DP=NL** tagsagi függvényt (Ez a következmény rész 1/a-ban), így

| 0.2 0.2 0.2 0.1 |

- Ezek után *a relációcsoportok (oszcilláció, konvergencia, divergencia, offszet) eredő* $\mu_{Y_0}(y)$ *hatását* számítjuk a kimenetre:

Input	μ_{Yo}(DP)				μ_{Yo}(DI)			μ_{Yo}(DD)			
OSC	-2	-1	0	1				-1	0	1	2
0	0.2	0.2	1.0	0.2				0.2	1.0	0.2	0.2
1	0.2	1.0	0.2	0.2				0.2	0.2	1.0	0.2
2	1.0	0.2	0.2	0.1				0.1	0.2	0.2	1.0
CON	-2	-1	0	1				-1	0	1	2
0	0.1	0.2	1.0	0.2				0.2	1.0	0.2	0.2
1	0.1	0.2	0.2	1.0				0.2	0.2	1.0	0.2
DIV	-2	-1	0	1	-1	0	2	-1	0	1	2
0	0.1	0.2	1.0	0.2	0.2	1.0	0.1	0.2	1.0	0.2	0.1
1	0.2	1.0	0.2	0.1	1.0	0.2	0.1	0.1	0.1	0.2	1.0
OFF	-2	-1	0	1	-1	0	2				
0	0.1	0.2	1.0	0.2	0.2	1.0	0.2				
1	0.1	0.2	0.2	1.0	0.2	0.2	1.0				

Az első OSC=0 sor pl. a korábbi táblázatból úgy kapható meg, hogy nézzük az OSC=0 sort (mint mérési értéket) az 1/a, az 1/b és az 1/c blokkban (mint külön lingvisztikai változókhoz tartozó kimeneti tagsági függvények OSC=0 mérésből származó értékeit) és a háromérték közül a legnagyobbat írjuk be a sor minden cellájába.
(Így a

$$\left|\ 0.2\quad 0.2\quad 1.0\quad 0.2\ \right|$$

Sor felel meg az 1/a, 1/b, 1/c relációkhoz tartozó kimeneti tagsági függvények “uniója” által felvett eredő tagsági függvénynek, ha OSC=0)

Defuzzifikáció:

Input	Weighted average			Center of gravity		
OSC	DP^*		DD^*	DP^*		DD^*
0	-0.1		0.1	-0.25		0.25
1	-0.3		0.3	-0.75		0.75
2	-0.525		0.525	-1.4		1.4
CON	DP^*		DD^*	DP^*		DD^*
0	-0.05		0.1	-0.13		0.25
1	0.15		0.3	0.4		0.75
DIV	DP^*	DI^*	DD^*	DP^*	DI^*	DD^*
0	-0.05	0	0.05	-0.13	0	0.13
1	-0.325	-0.26	0.5	-0.86	-0.61	1.43
OFF	DP^*	DI^*	DD^*	DP^*	DI^*	
0	-0.05	0.06		-0.13	0.14	
1	0.15	0.6		0.4	1.28	

Center of gravity esetén -0.25 jobb és bal oldalán ugyanazt a “nyomatékot” kell kapnunk.
Jobb oldal:
DP=0.25 (a DP= 0 tavolsága -0.25-tol) * 1 (DP=0 helyen a súly, azaz μ_{Yo}(DP) értéke) + 1.25 (az 1 távolsága a -0.25 től)*0.2 (DP=1 helyen a μ_{Yo}(DP) értéke)= 0.5

Bal oldal:
0.75 (-1 távolsága -0.25-től)*0.2 (a súly a -1 helyen) + 1.75 (-2 távolsága -0.25-től) *0.2 (a súly a -2 helyen)=0.15+0.35=0.5

Vagyis a két oldal ugyanazt a nyomatékot fejti ki, azaz -0.25 valóban a gravitációs középpont.

Végső fuzzy döntési tábla (OSC, CONV, DIV, OFF) → (DP^*, DI^*, DD^*)

Ha OSC=CONV=DIV=OFF=0 (minden OKY) , akkor nem módosítjuk a paramétereket (DP=DI=DD=0). (Azaz a defuzzifikáció első sorait töröljük mindenhonnan)

Egyéb esetben csak a prefilter egy kimenete hatásos (OSC≠0 or CONV≠0, or DIV≠0, or OFF≠0) és az előjelesen (0 felé) kerekített fuzzifikált értéket vesszük.

Input	WAVG defuzzification			COG defuzzification		
	DP^*	DI^*	DD^*	DP^*	DI^*	DD^*
∀0(∀OKY)	0	0	0	0	0	0
OSC=1 (MOD)	-0.3	0.0	0.3	-0.75	0.0	0.75
OSC=2 (HIGH)	-0.5	0.0	0.5	-1.4	0.0	1.4
CON=1 (NOK)	0.15	0.0	0.3	0.4	0.0	0.75
DIV=1 (NOK)	-0.3	-0.3	0.5	-0.9	-0.6	1.4
OFF=1 (NOK)	0.15	0.6	0.0	0.4	1.3	0.0

Denormalizálás

Legyen

- p a szabályozó parameter,
- Δp a defuzzifikált paraméterváltozás, a fuzzy szakértő döntési táblája alapján.
- A szabályozó parameter megengedett tartománya: $p_{\mathrm{min}} \dots p_{\mathrm{max}}$
- Az érzékenység: p_{sen}

Akkor a denormalizálás: $p_{\mathrm{new}}=p_{\mathrm{old}}+\Delta p(p_{\mathrm{max}}-p_{\mathrm{min}})/p_{\mathrm{sen}}$.

Az így kiszámított p_{new} korrigálható, hogy ne lépjük át a parameter határát (szaturáció p_{min}, értéknél, ha $p_{\mathrm{new}}<p_{\mathrm{min}}$, és p_{max} értéknél, ha $p_{\mathrm{new}}>p_{\mathrm{max}}$)

1.7 Fuzzy Logic Toolbox in MATLAB environment

The Fuzzy Logic Toolbox consists of the following components:

- FIS (Fuzzy Inference System) Editor
- Membership Function Editor
- Rule Editor
- Rule Viewer
- Surface Viewer

1.7.1 FIS Editor

The central menu is FIS, the other menus can be reached from it.

When creating a new fuzzy inference system from scratch, the place to start is the FIS Editor. To do that, `fuzzy` should be typed.

The FIS Editor displays a manu bar, which allows to open related GUI tools, open and save items, and so on (see File, Edit, View).

Five pop-up menus are provided to change the functionality of the five basic steps (methods) in the fuzzy implication process (AND, OR, IMPLICATION, AGGREGATION, DEFUZZIFICATION).

Two types of fuzzy systems are allowed: <u>mamdani</u> or sugeno (default values are underlined).

Specialities:

- In the antecedents of the relations the linguistic variables can be connected by AND or OR operators. An extra weight $\in [0,\underline{1}]$ can be defined for each relation which has an influence on the firing weight of the relation.

- The AND method (*T*-norm) may be <u>min</u> or prod.

- The OR method (*S*-norm) may be <u>max</u> or probor in the antecedents.

- The IMPLICATION method may be <u>min</u> or prod for mamdani type systems, but for sugeno type systems only prod is possible.

- The toolbox assumes individual-rule based inference.

- The AGGREGATION method of the results of the single relations may be <u>max</u>, probor or (bounded) sum for mamdani type systems, but for sugeno type systems only singletons are possible.

- The DEFUZZIFICATION method for mamdani type systems may be <u>centroid</u>, bisector, mom, lom or som (middle, largest, smallest of maximum), but for sugeno fuzzy systems only wtaver or wtsum (weighted average, weighted sum) is possible.

1.7.2 Membership Function Editor

The Membership Function Editor is the tool that lets us display and edit all of the membership functions for the entire system, including both input and output variables.

On the left size of the graph area is a ”Variable Palette” that lets us select the current variable.

The membership functions from the current variable are displayed in the main graph.

Below the Variable Palette is some information about the type and name of the current variable.

There is one text field that lets us change the limits of the current variable’s range (universe of discourse) and another that lets us set the limits of the current plot (which has no real effect on the system).

In the lower right of the window are the controls that lets us change the name, position, and shape of the currently selected membership function.

The membership functions can be chosen from following list:

- sigmf$=1/(1+\exp(-a(x-c)))$
- gaussmf$=\exp(-(x-c)^2/(2\sigma^2))$
- gbellmf$=1/(1+\left|(x-c)/a\right|^{2b})$
- trapmf trapezoidal membership function with parameters a,b,c,d
- trimf triangular membership function with parameters a,b,c
- zmf Z-shape curved membership function with parameters a,b

During the definition of the membership functions all of the necessary number of parameters should be set.

1.7.3 Rule Editor

The Rule Editor contains a large editable text field for displaying and editing rules. The rules can be written in this field. The extra weight for the rule can be given at the end of the rule-line. After pressing Ctrl-Return the Rule Editor tries to parse every rule. Any rules that confuse the parser are marked with the # symbol and can be corrected.

Rules in the text field can be given in either of three formats (verbose form, symbolic form or indexed form), from which the verbose form is equivalent to our usual notation.

The indexed form is the version that the machine deals with.

- The first column-group beleongs to the input variables in the antecedents.
- The second column-group belongs to the output variables in the consequents.
- The third column group contains the extra weight (listed between parentheses).
- The fourth column group (listed after by :) indicates whether this is an AND (1) or OR (2) rule.
- The numbers in the first two column groups refer to the index number of the membership function, while the index of the column in the group identify the index of the input or output variable, respectively. Zero index number of the membership functions denotes that the corresponding variable does not take part (is neglected) in the relation.

1.7.4 Rule Viewer

- The Rule Viewer displays a roadmap of the whole fuzzy inference process. Each rule is a row of plots, and each colum is a variable. The colums (left to right) represents the variables in the antecedent and cosequent, respectively.
- There are yellow index lines across the input variable plots that we can move left and right clicking and dragging with the mouse. This changes the input value and releasing the line, a new calculation is performed and we can see the result of the inference process.
- The resultant aggregate plots are shown in the last row. The defuzzified output values are shown by thick lines passing through the aggregate fuzzy sets.
- The Rule Viewer shows one calculation at a time in great detail. In this sense, it presents a sort of micro view of the fuzzy inference system. Since it plots every part of every rule, it can become unwiedly for particularly large systems, but in general it performs well (depending how much screen place we devote it) with up to 30 rules and as many as 6 or 7 variables.

1.7.5 Surface Viewer

If we want to see the the entire output surface of the fuzzy system, that is the entire span of the output set based on the entire span of the input set, we need to use the Surface Viewer.
For one-input and one-output fuzzy systems we can see the entire mapping in a 2D plot.
Two-input and one-output systems generate 3D plots that MATLAB can adeptly manage.
The Reference Input field is used in situations when there are more inputs required by the system than are currently being varied.

1.7.6 Data structure of saved fuzzy systems

Fuzzy systems defined by the FIS Editor can be saved in the form of a FIS matrix.
There exist functions in the Fuzzy Logic Toolbox which may use the information provided in the FIS matrix.
Simulink allows the use of FIS matrix blocks in complex systems, especially as FLC (Fuzzy Logic Controller) in control systems.

The FIS matrix consists of the following components:

1. Name (name of the fuzzy system)
2. Type (type of the fuzzy system)
3. Inputs/Outputs (number of inputs and outputs)
4. NumInputMFs (number of input membeship functions for every input variable)
5. NumOutputMFs (number of output membeship functions for every output variable)
6. NumRules (number of rules)
7. AndMethod
8. OrMethod
9. ImpMethod
10. AggMethod
11. DefuzzMethod
12. InLabels (labels of the input variables)
13. OutLabels (labels of the output variables)
14. InRange ([low,high] ranges of the input variables in the order of input variables)
15. OutRange ([low,high] ranges of the output variables in the order of output variables)
16. InMFLabels (labels of the input mebership functions)
17. OutMFLabels (labels of the output mebership functions)
18. InMFTypes (types of the input membership functions)
19. OutMFTypes (types of the output membership functions)
20. InMFParams (parameters *a,b,c,d* of the input membership functions)
21. OutMFParams (parameters of the output membership functions)
22. RuleList (in indexed format)

The RuleList (in the higher versions of MATLAB) is divided into the parts Rule Antecedent (input group), Rule Consequent (output group), Rule Weight and Rule Connection (AND or OR in the antecedents), see the indexed format of the rules.

For *Sugeno fuzzy systems* OutMFParams contains the coefficients of the constant or linear deterministic output functions ordered in 'lines'. The lines are numbered and referred in the rule list as 'line1', 'line2', etc. The Rule Consequent (output group) refers to the line index in the appropriate rule.

All the parameters should be defined for a fuzzy system by using the FIS Editor, Membership Function Editor and Rule Editor.