PÓLUSÁTHELYEZÉS ÁLLAPOT-VISSZACSATOLÁSSAL

Feltevés:

LTI: $x_{i+1} = \Phi x_i + \Gamma u_i$, $y_i = Cx_i$ diszkrétidejű rendszer

$M_c = [\Gamma \ \Phi\Gamma \ \ldots \ \Phi^{n-1}\Gamma]$ maximális rangú

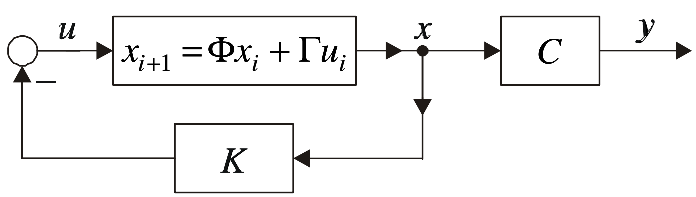
$M_o = [C^T \ \Phi^T C^T \ \ldots (\Phi^T)^{n-1} C^T]^T$ maximális rangú

SISO esetben kvadratikus és nemszinguláris

MIMO esetben nemkvadratikus és maximális rangú

Pólusáthelyezés:

Szabályozó: $u_i = -Kx_i$ állapot-visszacsatolás (ÁV)



ZRKE: $\varphi_c(z) = \det(zI - (\Phi - \Gamma K))$

Feladat: szakasz KE gyökeit áthelyezni új helyekre

$K = ?$

Algebrai hasonlóság:

$$\varphi_c(s) = \det(sI - (A - BK)) \leftrightarrow \varphi_c(z) = \det(zI - (\Phi - \Gamma K))$$

használható `acker` és `place`

Ackermann-képlet (SISO):

$$\boxed{K = (0 \ldots 0\ 1) M_c^{-1} \varphi_c(\Phi).}$$

MIMO esetben: `place` függvény MATLAB+CST-ben

ÁV meghatározás sémája:

$$\boxed{(\Phi, \Gamma) \xrightarrow[M_c]{\varphi_c(z)} K}$$

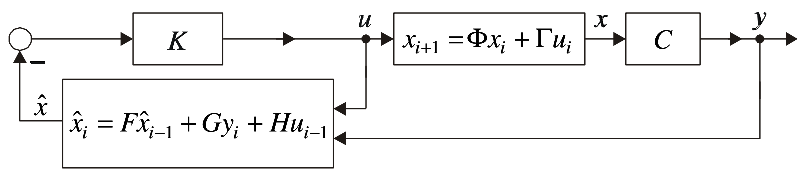
ÁV REALIZÁLÁSA AKTUÁLIS MEGFIGYELŐVEL

Feltevés: $(\Phi, C\Phi)$ megfigyelhető,

pl. $\exists \Phi^{-1}$ és (Φ, C) megfigyelhető

Aktuális állapotmegfigyelő (ÁM) alakja:

$$\hat{x}_i = F\hat{x}_{i-1} + G y_i + H u_{i-1}$$



Becslési hiba: $\tilde{x}_i = x_i - \hat{x}_i$

Hiba aszimptotikusan csengjen le: $\tilde{x}_i \to 0$

$$\tilde{x}_i = F\left(x_{i-1} - \hat{x}_{i-1}\right) + \left(\Gamma - GC\Gamma - H\right)u_{i-1} + \left(\Phi - GC\Phi - F\right)x_{i-1}$$

$$F = \Phi - GC\Phi,$$

$$H = \Gamma - GC\Gamma,$$

$\tilde{x}_i = F\tilde{x}_{i-1}$ stabil és gyors.

Megfigyelő KE:

$$\varphi_o(z) = \det(zI - F) = \det\left(zI - (\Phi - GC\Phi)\right) =$$
$$= \det\left(zI - \left(\Phi^T - \Phi^T C^T G^T\right)\right)$$

Dualitás ÁV és aktuális ÁM tervezés között:

$$\boxed{\begin{array}{c} (\Phi, C)_I \leftrightarrow \left(\Phi^T, \Phi^T C^T\right)_{II} \xrightarrow[M_{c,II}]{\varphi_o(z)} K_{II} \to G = K_{II}^T \\ F = \Phi - GC\Phi,\ H = \Gamma - GC\Gamma \end{array}}$$

Átalakítás:

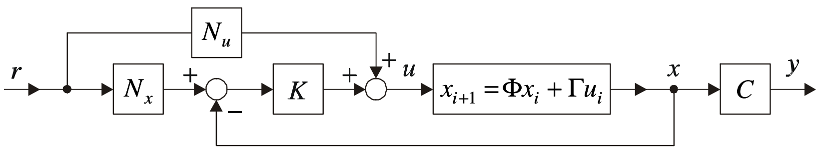
$$\hat{x}_i = (\Phi - GC\Phi)\hat{x}_{i-1} + Gy_i + (\Gamma - GC\Gamma)u_{i-1} =$$
$$= \Phi\hat{x}_{i-1} + \Gamma u_{i-1} + G\{y_i - C(\Phi\hat{x}_{i-1} + \Gamma u_{i-1})\}.$$

Real time megvalósítás:

$$\boxed{\begin{array}{ll} \bar{x}_i = \Phi\hat{x}_{i-1} + \Gamma u_{i-1} & \text{"time - update"} \\ \hat{x}_i = \bar{x}_i + G\left(y_i - C\bar{x}_i\right) & \text{"measurement - update"} \end{array}}$$

Alapjel figyelembevétele diszkrét időben:

Cél: $N_x r = x_\infty$, $y_\infty = r$, $u_\infty = N_u r$



Különbség a folytonos idejű esethez képest az állandósult állapot alakjában van, ugyanis állandósult állapotban diszkrét időben a régi és új állapot megegyezik.

$$N_x r = x_\infty \;\Rightarrow\; y_\infty = C\, x_\infty = C\, N_x r = r \;\Rightarrow\; C\, N_x = I_m,$$

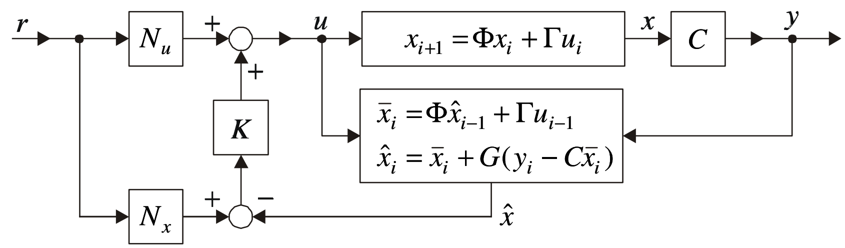
$$N_u r = u_\infty \Rightarrow x_\infty = \Phi\, x_\infty + \Gamma\, u_\infty \Rightarrow \big((\Phi - I)\, N_x + \Gamma\, N_u\big) r = 0 \Rightarrow$$

$$(\Phi - I)\, N_x + \Gamma\, N_u = 0_{n\times m}$$

Megoldás:

$$\boxed{\begin{bmatrix} \Phi - I & \Gamma \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} N_x \\ N_u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0_{n\times m} \\ I_m \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} N_x \\ N_u \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi - I & \Gamma \\ C & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0_{n\times m} \\ I_m \end{pmatrix}}.$$

Állapot-visszacsatolás és aktuális állapotmegfigyelő valós idejű megvalósítása:



INTEGRÁLÓ SZABÁLYOZÁS

Integrátor elhelyezése a szabályozóban:

$$x_I = \int y\,dt \Rightarrow x_{I,i+1} = x_{I,i} + Ty_i \quad \text{(LSR)}.$$

Bővített állapotegyenlet: $\tilde{x} = (x^T,\ x_I^T)^T$

$$\begin{pmatrix} x_{i+1} \\ x_{I,i+1} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi & 0 \\ TC & I \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ x_{I,i} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Gamma \\ 0 \end{pmatrix} u_i \;\Rightarrow \tilde{x}_{i+1} = \tilde{\Phi}\,\tilde{x}_i + \tilde{\Gamma}\,u_i\,,$$

$$y_i = [C \quad 0] \begin{pmatrix} x_i \\ x_{I,i} \end{pmatrix} \Rightarrow y_i = \tilde{C}\,\tilde{x}_i\,.$$

Állapot-visszacsatolás:

$$u_i = -\tilde{K}\,\tilde{x}_i = -[K \quad K_I] \begin{pmatrix} x_i \\ x_{I,i} \end{pmatrix} = -K\,x_i - K_I\,x_{I,i}\,,$$

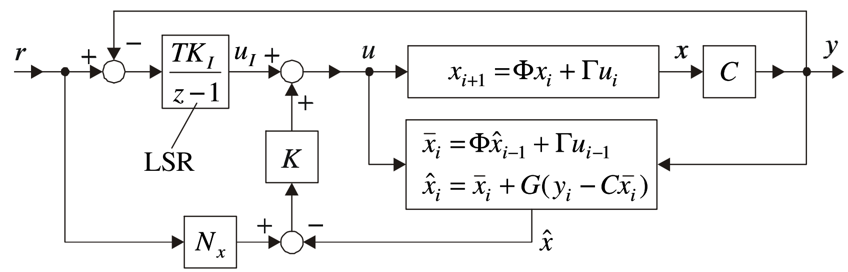
A bővített $\tilde{x}$ állapotváltozóra kell előírni a zárt rendszer $\tilde{\varphi}_c(z) = \det(zI - (\tilde{\Phi} - \tilde{\Gamma}\tilde{K}))$ karakterisztikus egyenletét, és az $(\tilde{\Phi}, \tilde{\Gamma})$ párhoz tartozó $\tilde{M}_c$ irányíthatósági mátrixnak kell maximális, $\tilde{n} = \dim \tilde{x}$ rangúnak lennie.

A megoldás sémája:

$$(\tilde{\Phi}, \tilde{\Gamma}) \xrightarrow[\tilde{M}_c]{\tilde{\varphi}_c(z)} \tilde{K}\,.$$

Realizáció:

Felhasználjuk, hogy az integrátor állandósult állapotban nulla bemenet mellett is tud nemnulla kimenetet biztosítani, ezért $N_u r$ hatását is realizálni tudja.



A tervezés lépései:

$$\boxed{\begin{array}{ll} (\tilde{\Phi}, \tilde{\Gamma}, \tilde{C}) \to \tilde{K} = [K \;\; K_I] & \text{(ÁV)} \\ (\Phi, \Gamma, C) \to (F, G, H) & \text{(ÁM)} \\ (\Phi, \Gamma, C) \to (N_x, N_u) & \end{array}}$$

TERHELÉSBECSLŐ

A zavarást a szakasz bemenetére redukáltnak képzeljük (load change) és feltesszük, hogy konstans a zavarás:

$$d_{i+1} = d_i \Rightarrow x_{i+1} = \Phi x_i + \Gamma(u_i + d_i)$$

Bővítsük a rendszert az $x_d = d$ állapotváltozóval, tehát legyen $\tilde{x} = (x^T,\ x_d^T)^T$, akkor a bővített rendszer állapotegyenlete a következő lesz:

$$\begin{pmatrix} x_{i+1} \\ x_{d,i+1} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi & \Gamma \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ x_{d,i} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma \\ 0 \end{bmatrix} u_i \Rightarrow \tilde{x}_{i+1} = \tilde{\Phi}\tilde{x}_i + \tilde{\Gamma} u_i\,,$$

$$y_i = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ x_{d,i} \end{pmatrix} = \tilde{C}\tilde{x}_i\,.$$

A bővített rendszer nem teljesen irányítható, mert az x_d alrendszer nem irányítható (a beérkező zavarást nem tudjuk befolyásolni).

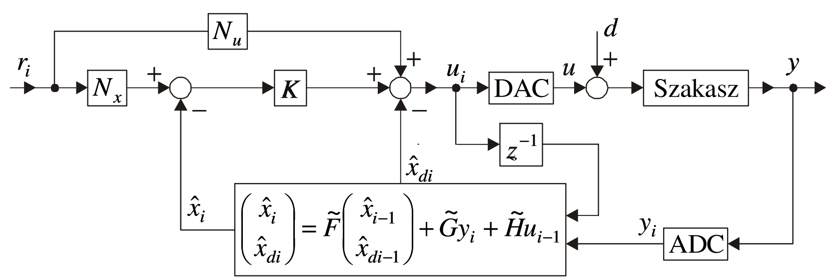
Ezért az állapot-visszacsatolást az eredeti (Φ, Γ, C) rendszerhez kell megtervezni, az aktuális állapotmegfigyelőt viszont a bővített $(\tilde{\Phi}, \tilde{\Gamma}, \tilde{C})$ rendszerhez.

Az alapjel figyelembevételéhez N_x, N_u értékét szintén az eredeti rendszerhez kell meghatározni.

A tervezés lépései:

$$\boxed{\begin{array}{l} (\Phi, \Gamma, C) \rightarrow K \ \ (\text{ÁV}) \\ (\tilde{\Phi}, \tilde{\Gamma}, \tilde{C}) \rightarrow (\tilde{F}, \tilde{G}, \tilde{H}) \ \ (\text{ÁM}) \\ (\Phi, \Gamma, C) \rightarrow (N_x, N_u) \end{array}}$$

A szabályozási rendszer állapot-visszacsatolás, alapjel miatti korrekció és terhelésbecslés alkalmazása esetén a következő:



PÉLDA ARÁNYOS SZABÁLYOZÁSRA ÁLLAPOTTÉRBEN

Szakasz átviteli függvénye:

$$W(s) = \frac{1}{1+sT_1} \cdot \frac{1}{1+sT_2} \cdot \frac{A}{1+sT_3}$$

ahol $A = 5,\ T_1 = 10,\ T_2 = 4,\ T_3 = 1$ (minden SI egységben értendő).

Szakasz állapotegyenlete folytonos időben:

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -1/T_1 & 1/T_1 & 0 \\ 0 & -1/T_2 & 1/T_2 \\ 0 & 0 & -1/T_3 \end{bmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ A/T_3 \end{pmatrix} u,$$

$$y = (1 \quad 0 \quad 0)\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

Numerikus alakban:

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1 & 0.1 & 0 \\ 0 & -0.25 & 0.25 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} u$$

Specifikációk: A zárt rendszer domináns póluspárja számára $\omega_0 = 5/T_{\text{sum}} = 0.3333$ csillapítatlan sajátfrekvenciát és $\xi = 0.7$ csillapítást írunk elő. A zárt rendszer további pólusait $s_3 = -1/T_3$ és $s_4 = -|s_1| = -\omega_0$ szerint, a megfigyelő sajátértékeit pedig $s_o = -5 * \max\{|s_i|\}$ értékűre választjuk. A mintavételi idő választott értéke $T = 0.2/\max\{|s_i|\}$.

A nominális adatok alapján $T = 0.2$, a specifikációk pedig

$$\begin{aligned} s_1 &= -0.2333 + j0.2380 & z_1 &= 0.9533 + j0.0454 \\ s_3 &= -1 & z_3 &= 0.8187 \\ s_4 &= -0.3333 & z_4 &= 0.9355 \\ s_o &= -5 & z_o &= 0.3679 \end{aligned}$$

Szakasz állapotegyenlete diszkrét időben:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} 0.9802 & 0.0193 & 0.0005 \\ 0 & 0.9512 & 0.0442 \\ 0 & 0 & 0.8187 \end{bmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}_i + \begin{pmatrix} 0.0002 \\ 0.0230 \\ 0.9063 \end{pmatrix} u_i,$$

$$y_i = (1 \quad 0 \quad 0)\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}_i.$$

A zárt rendszer és a megfigyelő karakterisztikus egyenlete a fenti megfontolások alapján:

$$\varphi_c(z) = (z - z_1)(z - \tilde{z}_1)(z - z_3), \quad \varphi_o(z) = (z - z_o)^3.$$

A szabályozó szimbolikus alakban

$$\hat{x}_i = F\,\hat{x}_{i-1} + G\,y_i + H\,u_{i-1},$$
$$u_i = K(N_x r_i - \hat{x}_i) + N_u r_i = -K\hat{x}_i + (KN_x + N_u) r_i,$$

A K állapot-visszacsatolást, az aktuális állapotmegfigyelő F, G, H komponenseit, az alapjel miatti N_x, N_u korrekciót az alapeset összefüggéseivel határoztuk meg:

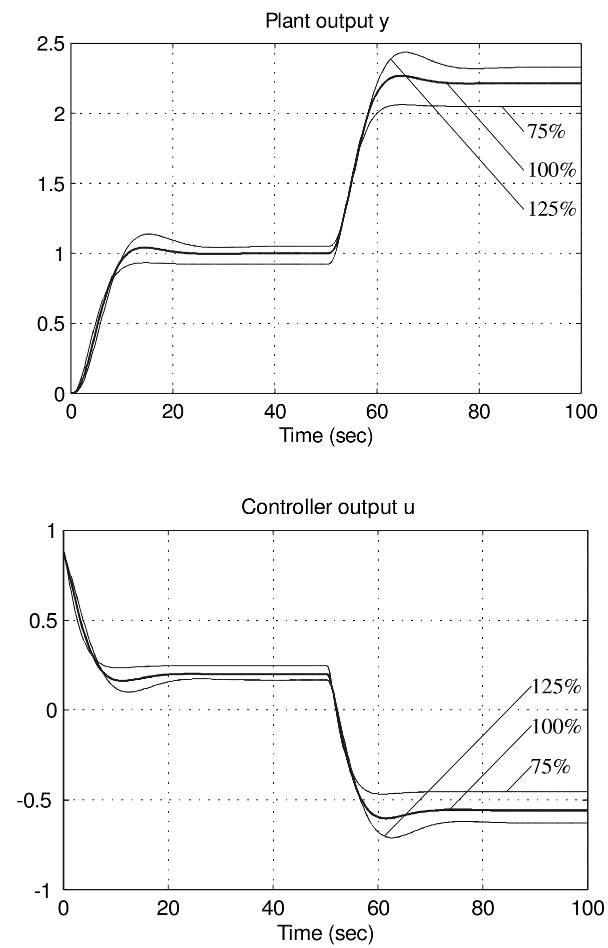
$$F = \begin{bmatrix} 0.0639 & 0.0013 & 0.0000 \\ -33.7841 & 0.2856 & 0.0284 \\ -138.4647 & -2.7282 & 0.7541 \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{pmatrix} 0.9348 \\ 34.4666 \\ 141.2619 \end{pmatrix}, \; H = \begin{pmatrix} 0.0000 \\ 0.0176 \\ 0.8843 \end{pmatrix},$$

$$K = \begin{pmatrix} 0.5244 & 0.1301 & 0.0239 \end{pmatrix},$$

$$N_x = \begin{pmatrix} 1.0000 \\ 1.0000 \\ 1.0000 \end{pmatrix}, \; N_u = 0.2000.$$

A tranziensek alapjelváltás és zavarójel kompenzálás esetén a következők:



INTEGRÁLÓ SZABÁLYOZÁS

Bővített állapotegyenlet:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_I \end{pmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} 0.9802 & 0.0193 & 0.0005 & 0 \\ 0 & 0.9512 & 0.0442 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8187 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_I \end{pmatrix}_i + \begin{pmatrix} 0.0002 \\ 0.0230 \\ 0.9063 \\ 0 \end{pmatrix} u_i$$

Zárt rendszer és megfigyelő KE:

$$\varphi_c(z) = (z - z_1)(z - \tilde{z}_1)(z - z_3)(z - z_4),$$

$$\varphi_o(z) = (z - z_o)^3.$$

Szabályozó:

$$\hat{x}_i = F\,\hat{x}_{i-1} + G\,y_i + H\,u_{i-1},$$

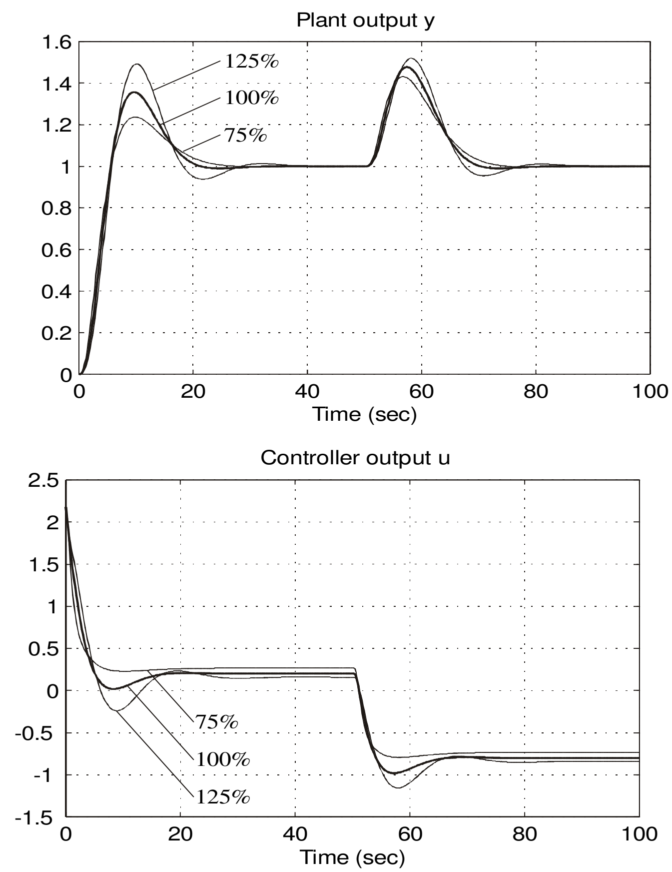
$$x_{I,i} = x_{I,i-1} + T(r_i - y_i),$$

$$u_i = K(N_x r_i - \hat{x}_i) + K_I x_{I,i}$$

Állapot-visszacsatolás:

$K = (1.6776 \quad 0.4147 \quad 0.0877),\ K_I = 0.2833$

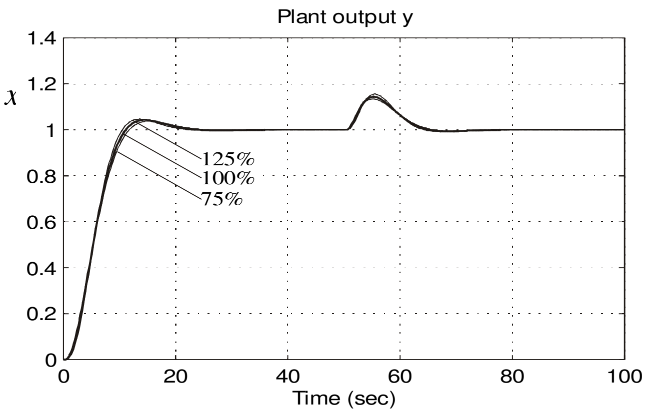
Alapeset szerinti (lásd előző) értékű: F, G, H, N_x



SZABÁLYOZÁS TERHELÉSBECSLÉSSEL

Zavarójellel bővített állapotegyenlet:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_d \end{pmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} 0.9802 & 0.0193 & 0.0005 & 0.0002 \\ 0 & 0.9512 & 0.0442 & 0.0230 \\ 0 & 0 & 0.8187 & 0.9063 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_d \end{pmatrix}_i + \begin{pmatrix} 0.0002 \\ 0.0230 \\ 0.9063 \\ 0 \end{pmatrix} u_i, \quad y_i = x$$



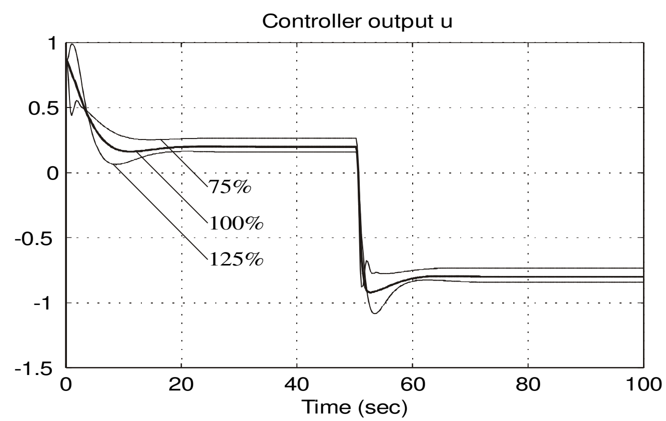
Zárt rendszer és megfigyelő KE:

$$\varphi_c(z) = (z - z_1)(z - \tilde{z}_1)(z - z_3), \quad \varphi_o(z) = (z - z_o)^4.$$

Szabályozó:

$$\begin{pmatrix} \hat{x} \\ \hat{x}_d \end{pmatrix}_i = \tilde{F} \begin{pmatrix} \hat{x} \\ \hat{x}_d \end{pmatrix}_{i-1} + \tilde{G} y_i + \tilde{H} u_{i-1},$$

$$u_i = K(N_x r_i - \hat{x}_i) + N_u r_i - \hat{x}_{d,i} = -K\hat{x}_i + (KN_x + N_u) r_i - \hat{x}_{d,i},$$

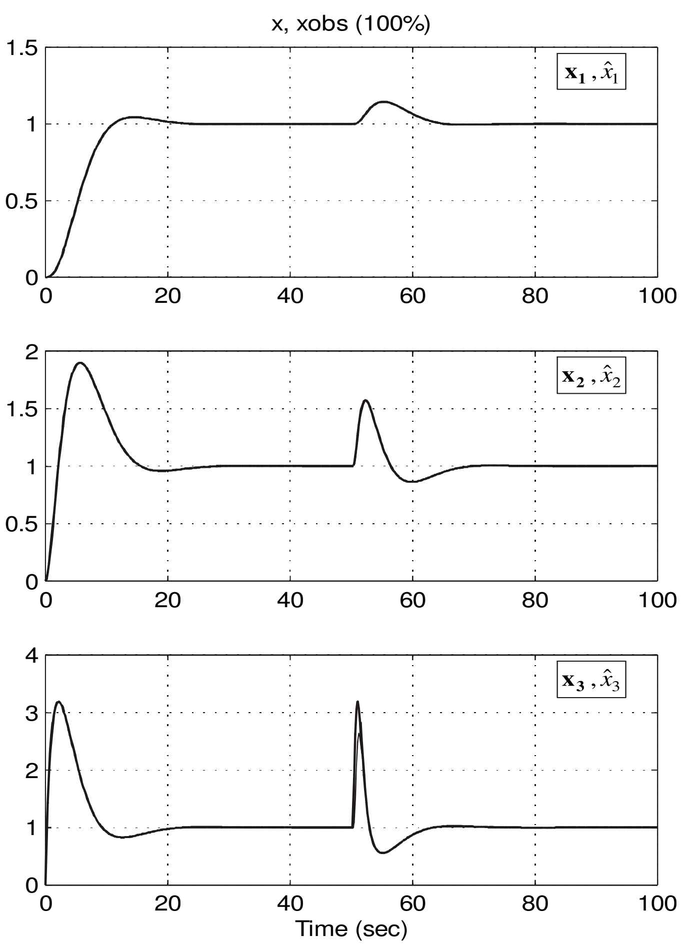


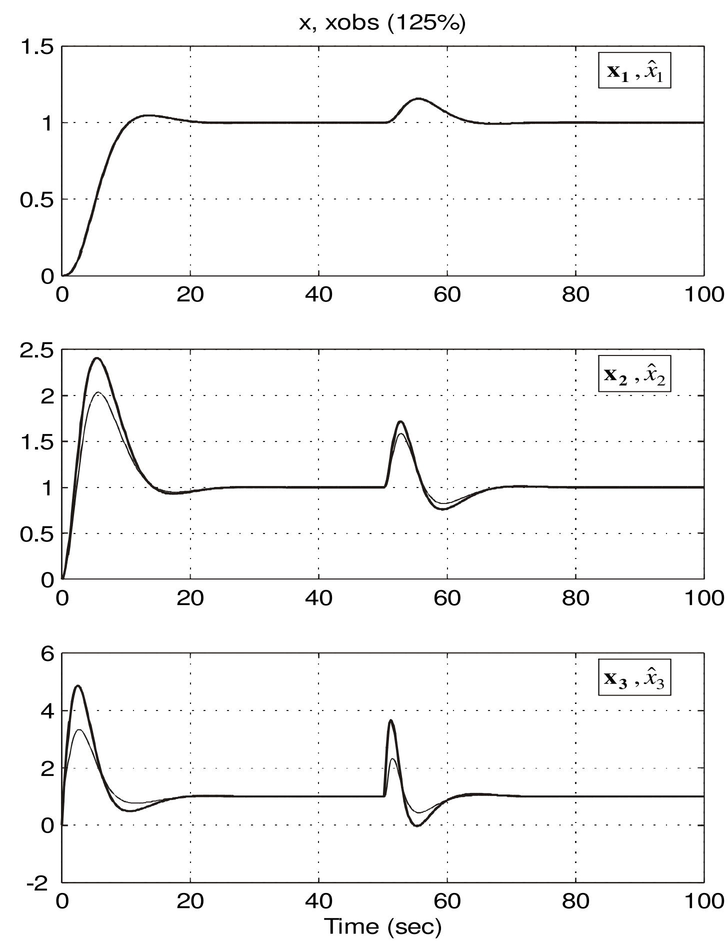
Alapeset szerinti: K, N_x, N_u

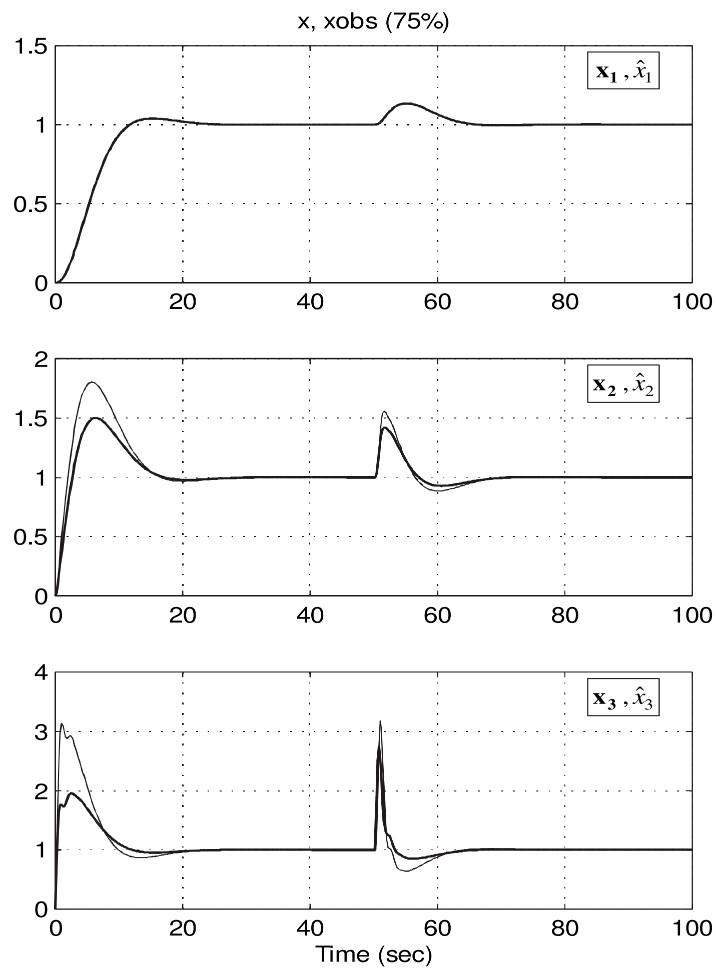
Terhelésbecslő:

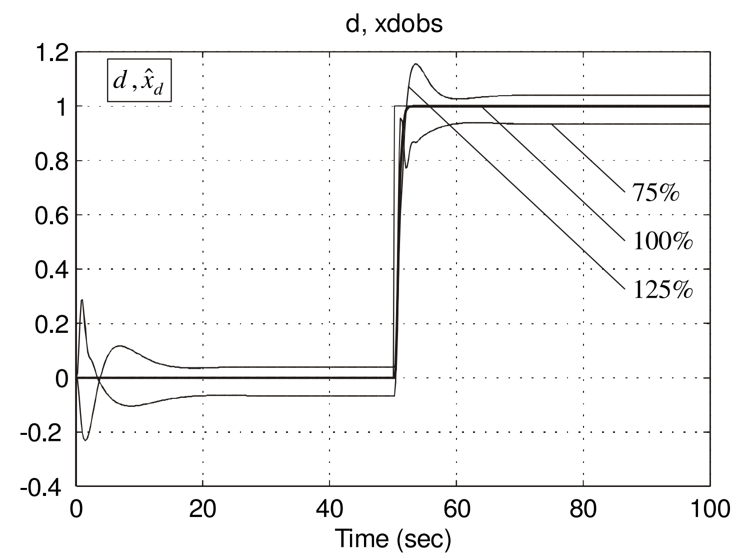
$$\tilde{F} = \begin{bmatrix} 0.0235 & 0.0005 & 0.0000 & 0.0000 \\ -52.6367 & -0.0859 & 0.0196 & 0.0147 \\ -549.6117 & -10.8290 & 0.5623 & 0.8189 \\ -178.8000 & -3.5229 & -0.0834 & 0.9716 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{G} = \begin{pmatrix} 0.9760 \\ 53.7001 \\ 560.7146 \\ 182.4120 \end{pmatrix}, \tilde{H} = \begin{pmatrix} 0.0000 \\ 0.0147 \\ 0.8189 \\ -0.0284 \end{pmatrix}$$


x, xobs (100%)
$\mathbf{x_1}, \hat{x}_1$
$\mathbf{x_2}, \hat{x}_2$
$\mathbf{x_3}, \hat{x}_3$
Time (sec)


x, xobs (125%)
$\mathbf{x_1}, \hat{x}_1$
$\mathbf{x_2}, \hat{x}_2$
$\mathbf{x_3}, \hat{x}_3$
Time (sec)





A szabályozott jellemző alapjel ugrásra és zavaró jel ugrásra vonatkozó tranzienseiből megállapíthatjuk, hogy a dinamikus hiba kicsi lett, szemben a integráló szabályozás esetével, ahol a dinamikus hiba nagy volt. Különösen jelentős a javulás a zavaró jel alatt.

A maradó hiba mind zavarás, mind pedig paraméterváltozás esetén eltűnt. A szabályozott jellemző tranziense a vizsgált tartományban alig függ a szakasz paramétereinek értékétől. A rendszer $\hat{x}_d$ értékével kompenzálja az erősítés megváltozását.