

# COMPARACIÓN DE LA ESTRUCTURA DE DEPENDENCIA ENTRE VARIABLES DE PRÉSTAMOS ESTUDIANTILES EN UNIVERSIDADES PÚBLICAS Y PRIVADAS MEDIANTE CÓPULAS DEL PROGRAMA FEDERAL FAMILY EDUCATION LOAN (FFEL)

Gabriel Sanabria Alvarado Carné C27184

Diego Alberto Vega Víquez Carné C38367

Jeikel Navarro Solís Carné C25518

Universidad de Costa Rica  
CA-0307 Estadística Actuarial

NOVIEMBRE, 2025

# MOTIVACIÓN DEL ESTUDIO



- Los préstamos estudiantiles son clave en el acceso a la educación superior.
- La dinámica del crédito no depende solo de montos, sino de la interacción entre varias variables.
- Las dependencias pueden ser no lineales y concentrarse en eventos extremos
- Las correlaciones tradicionales no capturan adecuadamente estas relaciones.

# CONTEXTO DEL PROBLEMA



- Programa Federal Family Education Loan (FFEL) en EE. UU. (hasta 2010).
- Participación del gobierno federal tras la crisis financiera 2008-2009.
- Eliminación del FFEL y transición al Federal Direct Loan Program.
- Importancia de analizar diferencias entre:
  - Universidades públicas
  - Universidades privadas



# DATOS

- Fuente: Gobierno de los Estados Unidos.
- Cobertura temporal: 1 de abril-30 de julio del 2010.
- Partición: Públicas vs Privadas.

## VARIABLES

- OPE ID.
- School.
- State.
- School Type.

## VARIABLES DE INTERES

- FFEL SUBSIDIZED # of Disbursements
- FFEL UNSUBSIDIZED \$ of Disbursements

# METODOLOGÍA

## Teorema de Sklar (1959)

Sea  $H$  una distribución conjunta con marginales  $F$  y  $G$ . Entonces existe una cópula  $C$  tal que para todo  $x, y \in \mathbb{R}$ ,

$$H(x, y) = C(F(x), G(y))$$

Si  $F$  u  $G$  son continuas, entonces  $C$  es única, si no  $C$  es únicamente determinado por el rango de  $F$  y  $G$ .

Por otro lado si  $C$  es una cópula y  $F$  y  $G$  son funciones de distribución, entonces la función  $H(x, y)$  definida anteriormente es una función de distribución conjunta con marginales  $F$  y  $G$ .



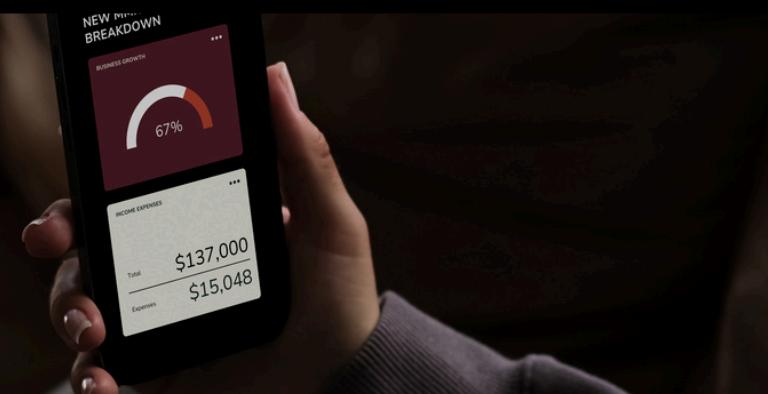
# AJUSTE MARGINAL Y PIT

- Distribuciones consideradas:
  - Weibull\_min
  - Johnsonsu
- Estimación por máxima verosimilitud.
- Transformación PIT:
  - Lleva variables al intervalo (0,1).
- Validación:
  - Histogramas
  - Gráficos QQ
- Resultados consistentes con uniformidad.



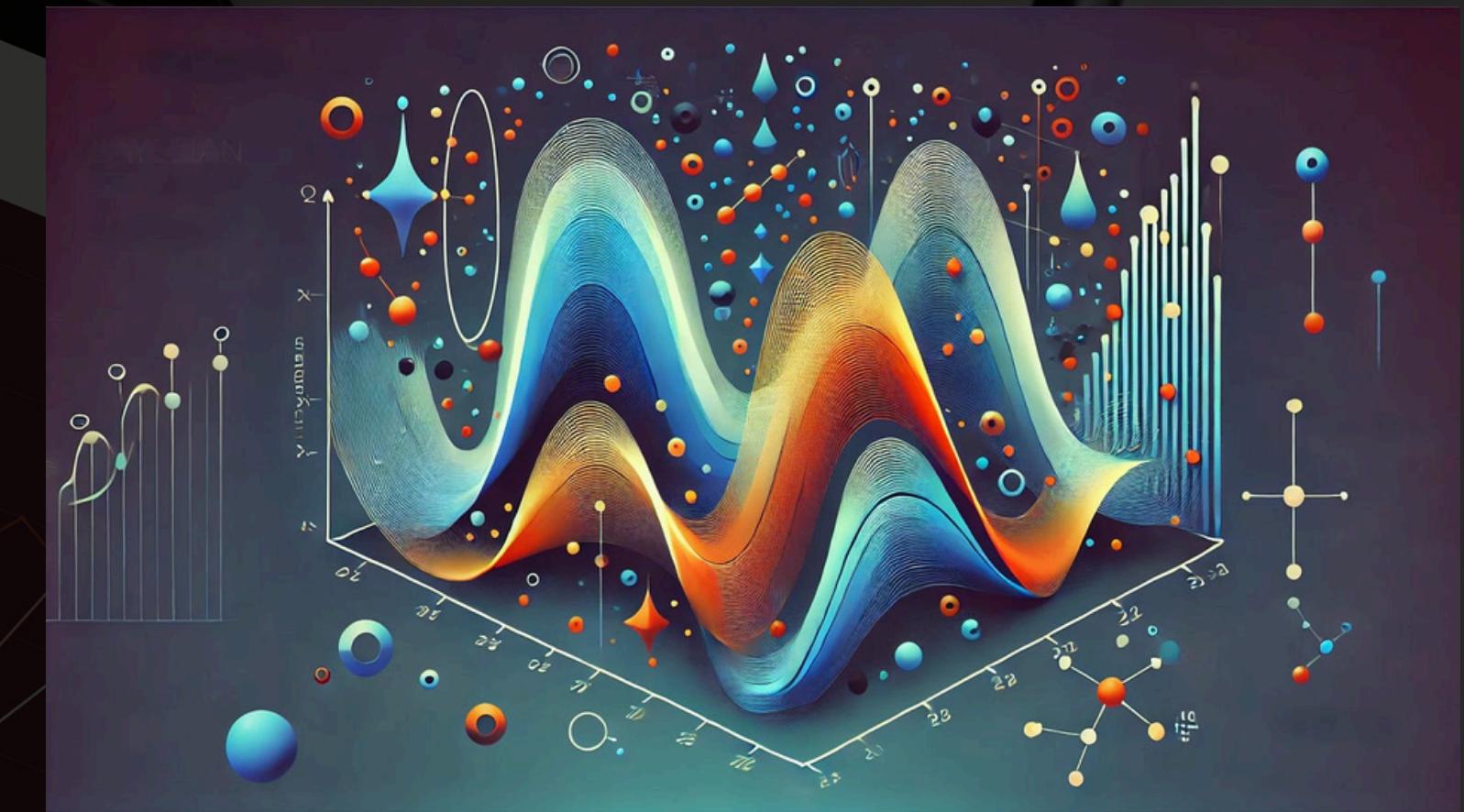
# MODELOS DE CÓPULAS

- Familias analizadas:
  - Arquimedianas: Clayton, Gumbel, Frank
  - Elípticas: Gaussiana, t de Student
- Estimación por log-verosimilitud.
- Selección usando:
  - AIC
  - BIC
- En varios casos, mejor desempeño de:
  - Gumbel y Clayton (asimetría y colas)



# RESULTADOS PRINCIPALES

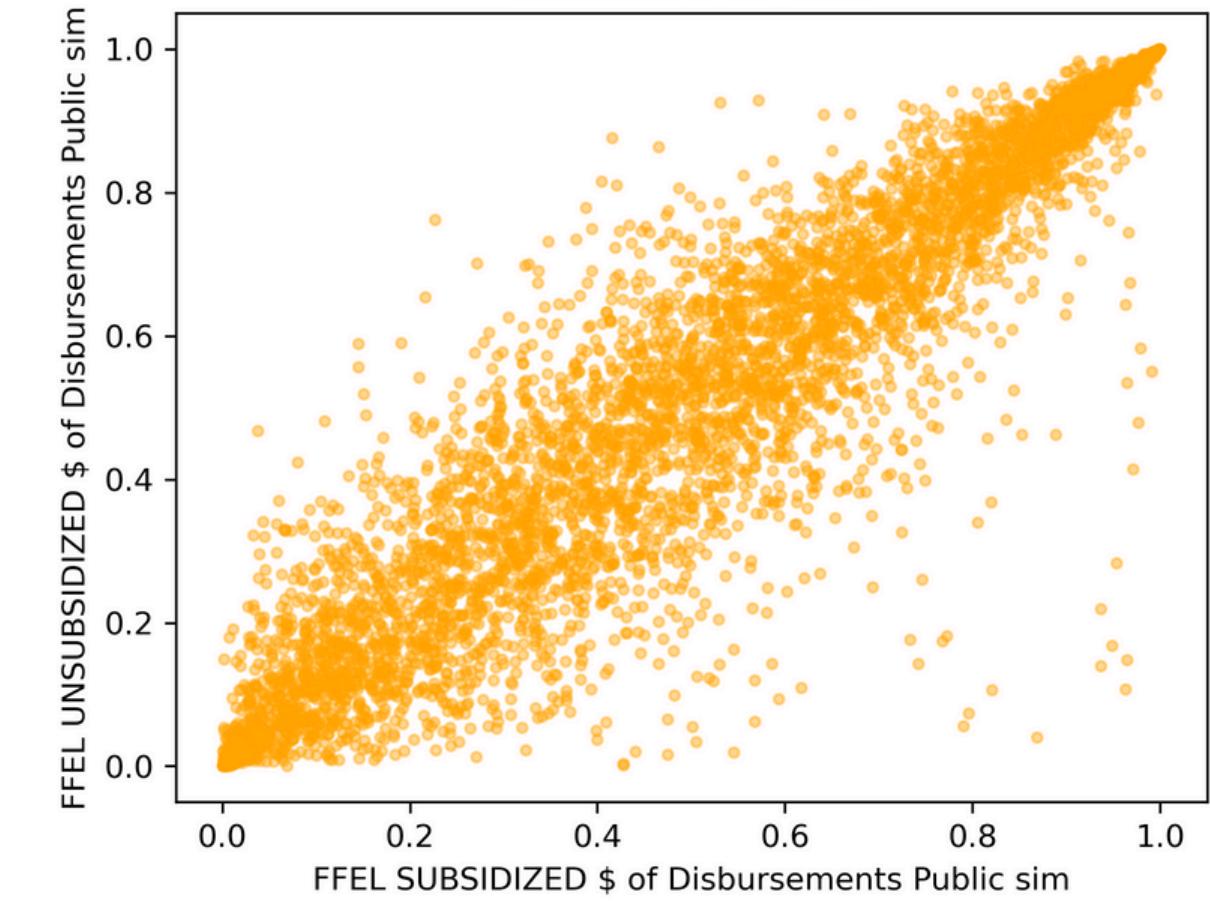
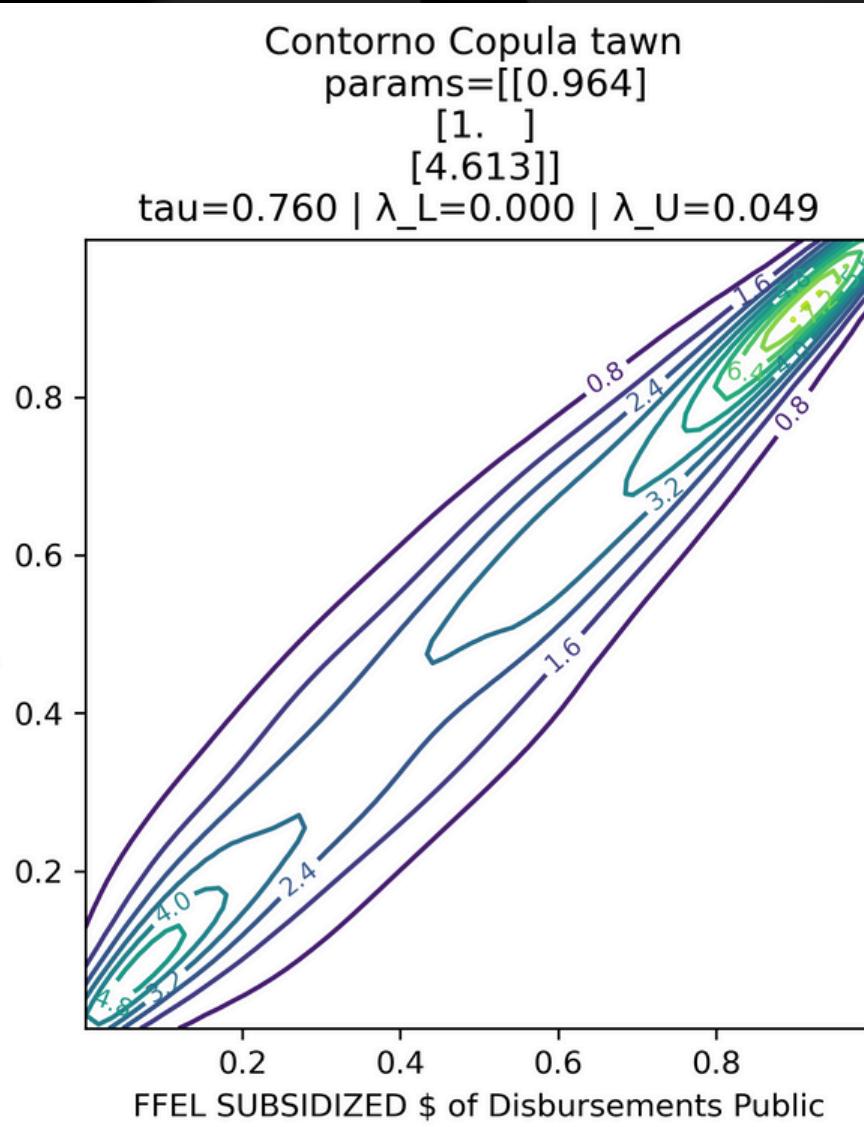
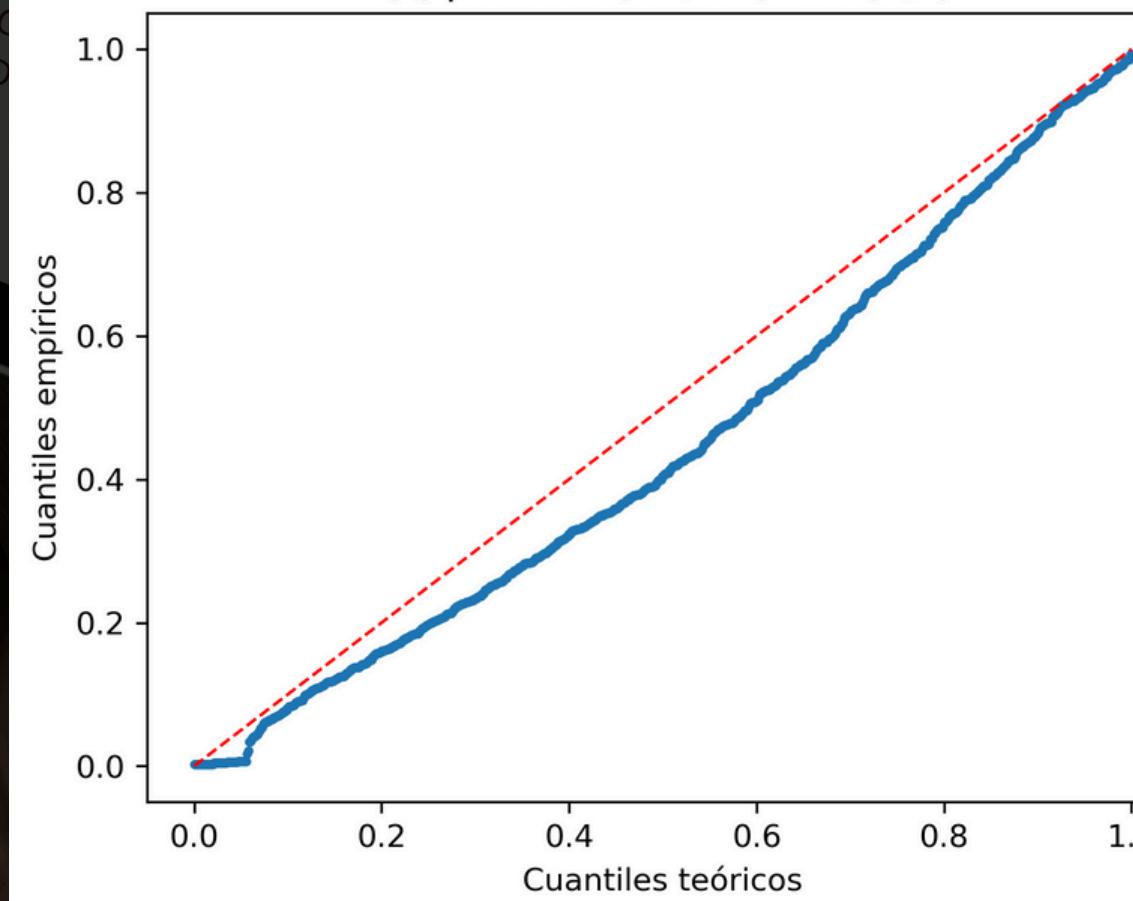
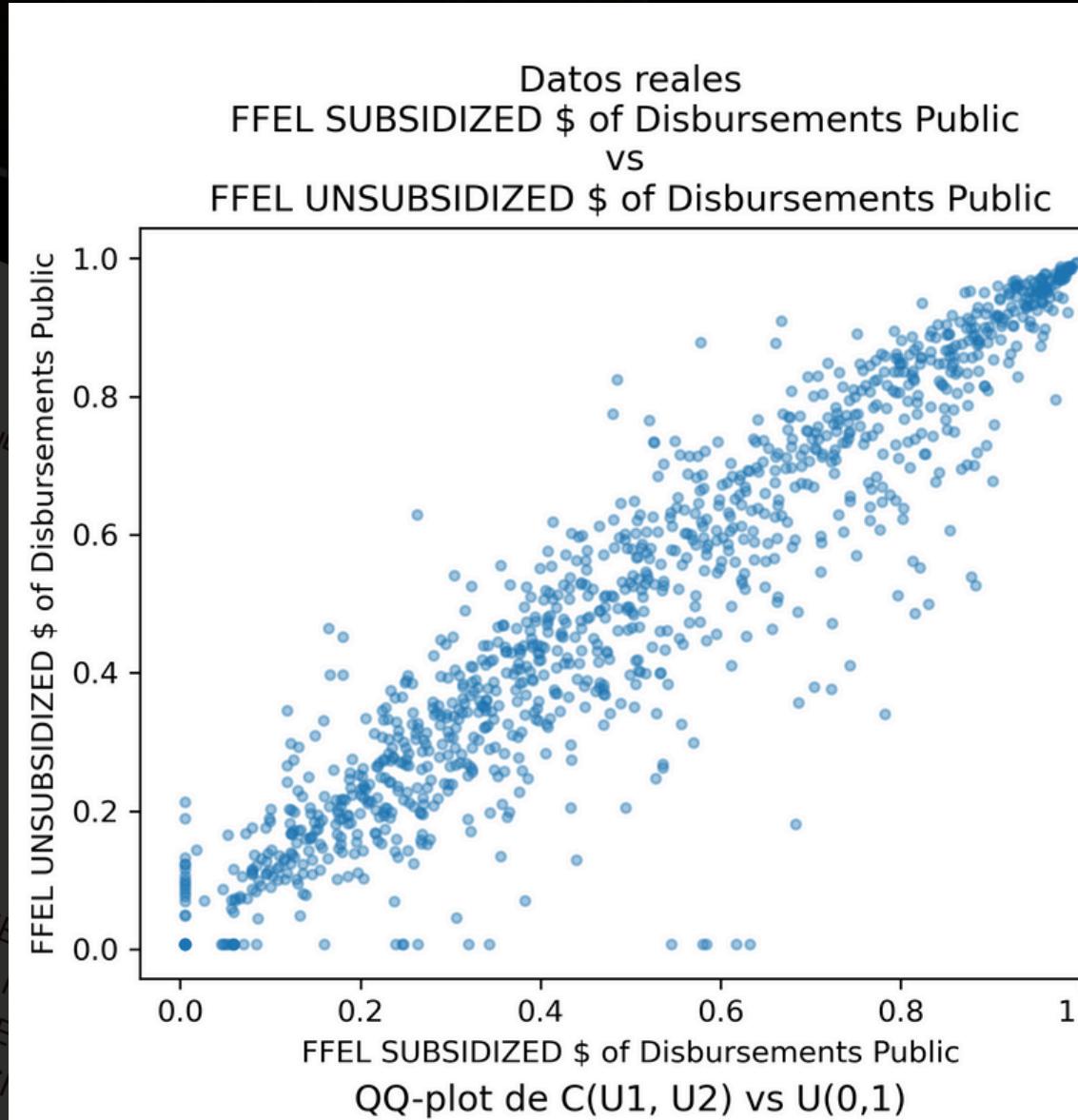
- Dependencia positiva entre montos y número de préstamos.
- Universidades privadas:
  - Mayor  $\tau$  de Kendall
  - Mayor dependencia en la cola superior
  - Más riesgo de eventos extremos simultáneos
- Universidades públicas:
  - Dependencia más moderada
  - Menor concentración extrema



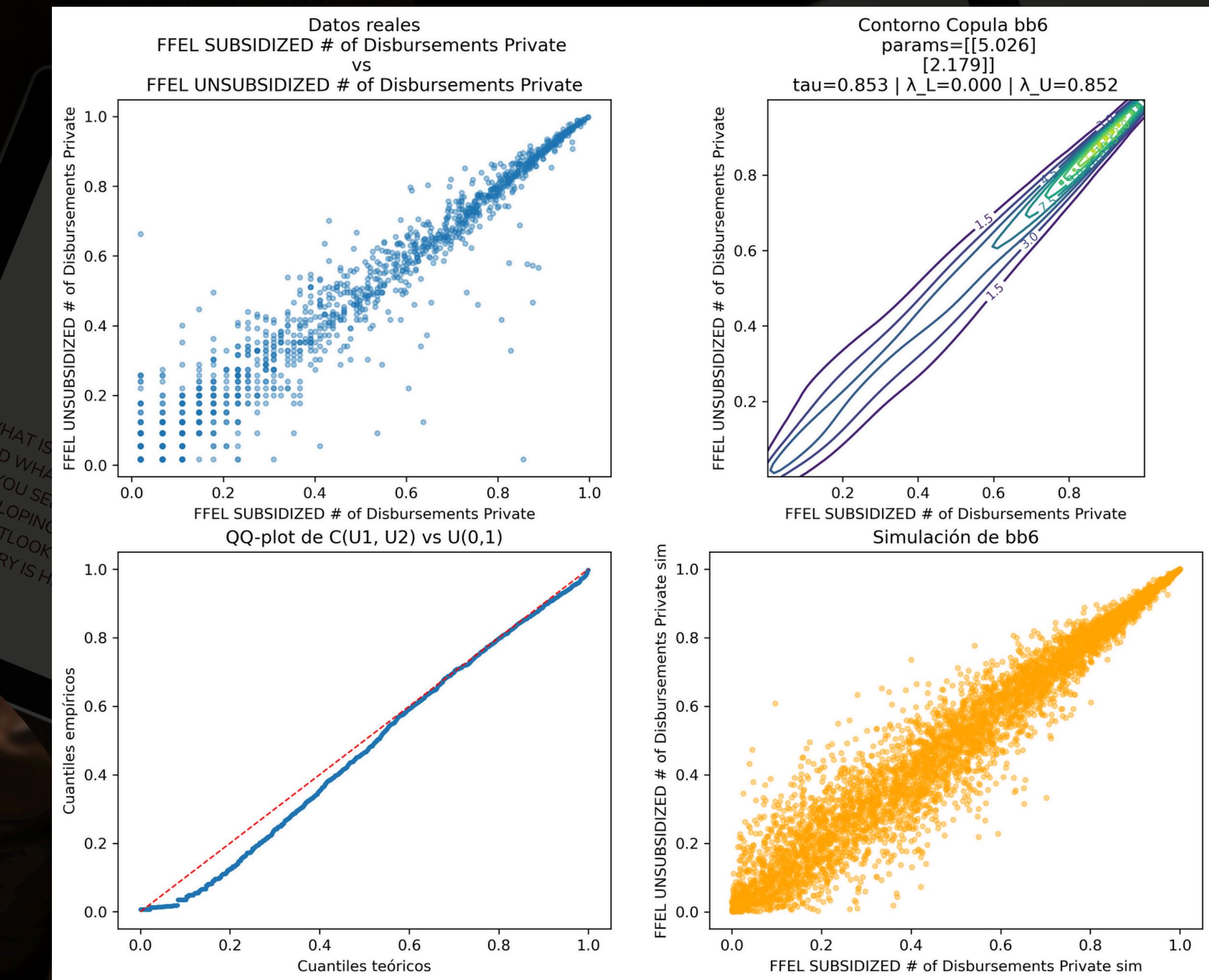
# PÚBLICAS



WHAT IS THE  
AND WHAT A  
DO YOU SEE NE  
DEVELOPING? G  
OR OUTLOOK ABO  
INDUSTRY IS HEAD

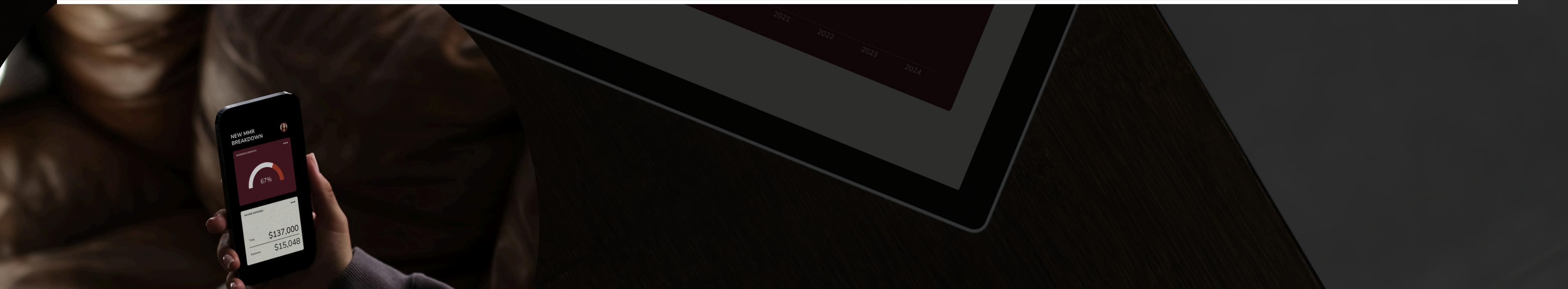


# PRIVADA



# RESUMEN DE LOS AJUSTES DE CÓPULAS POR TIPO DE INSTITUCIÓN

Tipo de institución	Par de variables	Familia	$\tau$	$\lambda_L$	$\lambda_U$
Privadas	FFEL Subsidized # vs FFEL Unsubsidized #	BB6	0.853	0.000	0.852
	FFEL Subsidized \$ vs FFEL Unsubsidized \$	BB6	0.812	0.000	0.860
	FFEL Subsidized # vs FFEL Subsidized \$	Gaussiana	0.850	0.000	0.000
	FFEL Unsubsidized # vs FFEL Unsubsidized \$	Gaussiana	0.849	0.000	0.000
Públicas	FFEL Subsidized # vs FFEL Subsidized \$	Gaussiana	0.837	0.000	0.000
	FFEL Unsubsidized # vs FFEL Unsubsidized \$	Gaussiana	0.842	0.000	0.000
	FFEL Subsidized # vs FFEL Unsubsidized #	Tawn	0.790	0.000	0.051
	FFEL Subsidized \$ vs FFEL Unsubsidized \$	Tawn	0.760	0.000	0.049



GROUND

THE INDUSTRY'S HISTORY

# GRACIAS

POR SU ATENCIÓN

