

# **Análisis de riesgo financiero en inversiones por medio de las medidas de pérdida en casos extremos: VaR y CVaR.**

Jeremy Flores Bonilla<sup>1</sup>, Dominick Rodríguez Trejos<sup>1</sup>, Cristhofer Urrutia Cascante<sup>1</sup>, Gabriel Valverde Guzman<sup>1</sup>

[jeremy.flores@ucr.ac.cr](mailto:jeremy.flores@ucr.ac.cr), [dominick.rodriguez@ucr.ac.cr](mailto:dominick.rodriguez@ucr.ac.cr), [cristhofer.urrutia@ucr.ac.cr](mailto:cristhofer.urrutia@ucr.ac.cr),  
[gabriel.valverdeguzman@ucr.ac.cr](mailto:gabriel.valverdeguzman@ucr.ac.cr)

## **RESUMEN**

En el presente artículo se expone un modelo de análisis de riesgo financiero en inversiones que tiene como objetivo observar las posibles pérdidas en los casos más extremos, para esto, se hace uso del método de modelado Peaks-Over-Threshold (POT) con el cual es posible observar y modelar el comportamiento más negativo de los rendimientos diarios de las opciones de inversión disponibles; es decir, permite obtener información relevante relacionada a las pérdidas que un inversionista puede encontrarse en los casos más extremos. De este modelo, se obtienen dos datos extremadamente importantes en el ámbito de análisis de riesgo financiero, el Value at Risk (VaR) y el Conditional Value at Risk (CVaR), con estos y demás datos obtenidos en el análisis, se logró describir la magnitud y frecuencia de pérdidas extremas de una opción en comparación con otra, y de este modo, brindar al inversionista una herramienta con la cual puede observar y utilizar esta información en su toma de decisiones.

**PALABRAS CLAVES:** Riesgo, VaR, CVaR, finanzas, inversión.

## **INTRODUCCIÓN**

La inversión en la bolsa de valores representa una decisión financiera importante que involucra altos niveles de incertidumbre, volatilidad y especulación. Si bien es claro que el inversionista desea formar su portafolio de manera que reciba la mayor cantidad de beneficios y tomando el menor riesgo posible, la estrategia para cumplir este objetivo no es clara ni directa, y

<sup>1</sup> Estudiante del Bachillerato en Ciencias Actuariales de la Universidad de Costa Rica

un error en la toma de decisiones del inversionista puede implicar pérdidas gigantescas. De aquí nace la importancia de la presente investigación; pues la prevención de estas grandes pérdidas es fundamental para el funcionamiento y financiamiento de corporaciones a nivel local y global, y el reconocimiento, descripción y prevención del riesgo es fundamental en este ámbito.

El problema al que se enfrenta un inversionista es que tiene una gran cantidad de opciones para invertir, pero no tiene una imagen clara del riesgo asociado a ellas. Harry Markowitz, creador y desarrollador de la Teoría de Portafolio en 1952, propone que el inversionista se comporta de manera racional y por lo tanto sus decisiones de inversión deben buscar maximizar beneficios y minimizar el riesgo asociado.

Es tentador afirmar que el objetivo fundamental del inversionista debe ser la maximización de beneficios o retornos de sus inversiones, pero en realidad, disminuir el riesgo asociado a la inversión debe ser su prioridad, y su principal preocupación será la volatilidad de los retornos esperados (Medina, 2003), es decir, el inversionista debe ser adverso al riesgo.

El riesgo asociado a cualquier inversión financiera puede ser traducido a la posible pérdida resultante de dicha decisión. Se puede decir que una opción de inversión conlleva un riesgo mayor, en comparación con otras, si las pérdidas que puede generar son mayores en magnitud. Al analizar este riesgo, los eventos extremos deben tratarse con especial atención, pues aunque estos suceden con menor frecuencia, representan pérdidas extraordinarias que el inversionista debe estar preparado para afrontar.

Si bien existen muchas maneras de cuantificar y describir este riesgo, las medidas VaR y CVaR han sido reconocidas a nivel global como pilares fundamentales en este tipo de análisis (Fengge et al., 2013) y brindan información esencial relacionada a las pérdidas más extremas que puede sufrir el inversionista, por ende, el enfoque de la presente investigación.

Los resultados del análisis y su interpretación permitieron comparar diversas opciones de inversión y concluir cuáles implican un mayor riesgo financiero y una magnitud mayor de pérdidas.

## **METODOLOGÍA**

Para el presente estudio los datos a utilizar fueron obtenidos con la librería `yfinance` desde Python, la cual brinda la información de precios de acciones de corporaciones que transan en el mercado bursátil (Aroussi, 2025). Con el comando `yf.download` se puede obtener el historial de precios diarios de acciones dentro de un periodo específico para una o más corporaciones, la

librería obtiene esta información del servicio Yahoo Finance, el cual se encarga de recolectar la información de los mercados bursátiles globales y de las corporaciones que transan en ellos.

Con la información obtenida gracias a yfinance, se procede con una limpieza o preparación del conjunto de datos correspondiente a las opciones de inversión seleccionadas, con ayuda de un script en Python se extraen los precios de cierre diarios, es decir, los precios de la acción al final del día, para entonces calcular el rendimiento de la acción en esa fecha. Este cálculo se obtiene con la siguiente fórmula:

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

En la cuál,  $P_t$  representa el precio de cierre de la acción en el momento o día “t”; note que el uso de rendimientos diarios logarítmicos proporciona mejor estabilidad de los datos y facilita la observación de fluctuaciones en los rendimientos.

Una vez realizada la limpieza de los datos y el cálculo de los rendimientos diarios, se procede con el trabajo sobre la distribución de los mismos, con esta, podremos visualizar los rendimientos más negativos y sus frecuencias, los cuales implican las mayores pérdidas que puede sufrir el inversionista, es en este espacio donde se hizo el análisis de riesgo y con esta información se obtendrá los datos de VaR y CVaR para las opciones de inversión estudiadas.

Para cumplir esta tarea, el análisis debe hacerse sobre las observaciones de casos extremos de pérdidas presentes en los datos. Para determinar el conjunto de datos a utilizar se hizo uso del método Peaks-Over-Threshold (POT), el cual consiste en el modelado de los excedentes de la cola de una distribución que sobrepasa un umbral o threshold (McNeil, 1997). POT indica que los datos que son mayores en magnitud al umbral deben ser considerados como casos extremos y que al tomar los excedentes, es decir la diferencia entre los datos y el umbral, se obtiene una distribución que se comporta similarmente a una Distribución Generalizada de Pareto (GPD) si se considera un umbral y muestra suficientemente grande.

En el caso de este estudio, como se desea observar los rendimientos más negativos, se aplicó POT a la cola izquierda de la distribución de rendimientos diarios, por lo que el umbral a utilizar será negativo y los datos a considerar serán los que se encuentran por debajo de este, esto implica que al encontrar la distribución de los excedentes la diferencia entre el umbral y los datos será positiva e indicará las pérdidas del inversionista. El umbral utilizado para el estudio es el correspondiente al cuantil empírico 0.1, que se obtuvo por medio la siguiente fórmula:

$$Q_n(p) = \inf\{x \in \mathbb{R}: F_n(x) < p\}$$

Donde,  $n$  corresponde al tamaño de la muestra y  $F_n(x)$  a la función de distribución acumulada empírica.

Como se mencionó anteriormente, POT indica que la distribución de los excedentes se comportan muy similarmente a la distribución generalizada de Pareto; esta distribución resulta bastante útil para análisis de riesgo en general, con diversas aplicaciones en el ámbito de finanzas (Bermudez et al, 2013) se dice que una variable aleatoria “X” se comporta como una GPD si su función de distribución acumulada es de la siguiente forma:

$F(x | k, \xi, \sigma) = 1 - \left(1 - \frac{k(x-\xi)}{\sigma}\right)^{\frac{1}{k}}$  si  $k$  es diferente a cero o  $F(x | k, \xi, \sigma) = 1 - e^{-\frac{x-\xi}{\sigma}}$  si  $k$  es igual a cero.

Donde,  $k$  la forma,  $\xi$  la ubicación y  $\sigma$  la escala corresponde a los parámetros de la GPD, con ayuda de esta es posible calcular el VaR y CVaR, pero primero se debe estimar estos parámetros y confirmar que la distribución de los excedentes si se asemeja a la GPD.

Para la estimación de parámetros se utilizó el método de Máxima Verosimilitud (MLE) por su conveniencia y efectividad para la estimación (Bermudez et al, 2013) y se utilizó la Prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov (Marques, 2001) y, con un enfoque bootstrap paramétrico, la prueba de Anderson-Darling (Flores et al, 2021) y el Criterio de Cramér-von Mises (Martinez, 2014) para confirmar que la distribución de los excedentes se comporta como una GPD, pues estas tres pruebas tienen como objetivo determinar qué tan similar es la distribución de los datos de una muestra a otra distribución, en este caso, qué tan similar es la distribución de los excedentes a la GPD.

Con una idea clara de la distribución de los excedentes, se debe proceder con el cálculo de VaR y CVaR.

El Valor en Riesgo o Value at Risk, es una medida estadística asociada al riesgo financiero y relacionada a la volatilidad del nivel de precios, tasas de interés y tipo de cambio (Gaytán, 2022) y mide la mayor pérdida posible que ocasiona una acción o portafolio en un periodo de tiempo determinado y bajo una probabilidad de ocurrencia, se puede decir que el VaR le indica al inversionista el límite o la peor pérdida que puede sufrir en un porcentaje dado de casos, usualmente en el 95%. Matemáticamente, dado un nivel de confianza  $1 - \alpha$  se define de la siguiente manera:

$$VaR_{1-\alpha}(X) = \inf\{x \in \mathbb{R} : P(X \leq x) \leq 1 - \alpha\}$$

En cuanto al Valor en Riesgo Condicional o Conditional Value at Risk, similar a VaR, es una medida estadística relacionada al riesgo financiero, la diferencia es que CVaR mide la pérdida esperada en los casos más extremos, es decir considera los casos que sobrepasan a VaR en términos de pérdidas y cuantifica el valor esperado de la pérdida que sufriría el inversionista cuando se presentan estos casos extremos (Lappalainen, 2008). Matemáticamente, dado un nivel de confianza  $1 - \alpha$  se define de la siguiente manera:

$$CVaR_{1-\alpha}(X) = \mathbb{E}[X | X \leq VaR_{1-\alpha}]$$

A partir de estas definiciones y gracias al modelado de los excedentes como un GPD, es posible obtener fórmulas cerradas para el cálculo de VaR y CVaR, estas fueron las utilizadas en este estudio y, dado un nivel de confianza  $\alpha$ , serían las siguientes:

$$VaR_{\alpha} = u - \frac{\sigma}{\xi} \left[ \left( \frac{1-\alpha}{p_u} \right)^{-\xi} - 1 \right]$$

$$CVaR_{\alpha} = VaR_{\alpha} - \frac{\sigma - \xi(VaR_{\alpha} - u)}{1-\xi}$$

Donde,  $u$  es el umbral de POT,  $\sigma$  es el parámetro de escala de la GPD,  $\xi$  es el parámetro de forma de la GPD y  $p_u$  es la probabilidad de que una observación se encuentre por debajo del umbral. Con estas, es posible realizar el análisis de riesgo propuesto al inicio del estudio, pero se debe considerar que el valor de  $p_u$  no puede ser calculado directamente y dificulta el uso de estas fórmulas, por lo tanto este valor debe estimarse para poder aplicar el modelo.

Para la estimación de  $p_u$  se utilizó estimación de densidad por medio de Kernels, este método pretende construir una función de densidad de probabilidad  $\widehat{f_h(x)}$  que se aproxima a la función de densidad verdadera de la muestra (Weglarczyk, 2018), esto lo logra con ayuda de una función  $K(u)$  que suaviza los datos. Para una muestra de  $n$  datos el estadístico  $\widehat{f_h(x)}$  se construye de la siguiente manera:

$$\widehat{f_h(x)} = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-x_i}{h}\right)$$

Donde  $h$  es el ancho de banda, para hacer uso de la anterior es necesario definir tanto el ancho de banda como la función  $K(u)$  a utilizar. Para este estudio se utilizó una función de Kernel Gaussiana, que es de la forma:

$$K(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}$$

Donde,  $s$  corresponde a la desviación estándar de la muestra, es decir

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \text{ y en cuanto al ancho de banda } h \text{ se estimó considerando el error}$$

cuadrático integrado (ISE) de la estimación por densidad de Kernels, de esta manera se define  $h$  de manera que lo minimiza y esto resulta en una mejor estimación (Weglarczyk, 2018). Matemáticamente, ISE se define de la siguiente manera:

$$ISE(\widehat{f_h(x)}) = \int_{-\infty}^{+\infty} (\widehat{f_h(x)} - f(x))^2 dx$$

Al desarrollar esta expresión y notando que el término que solamente incluye a  $f(x)$  no depende del ancho de banda, entonces el  $h$  óptimo será el que minimice la siguiente función:

$$R(\widehat{f_h(x)}) = \int_{-\infty}^{+\infty} (\widehat{f_h(x)})^2 dx - 2 \int_{-\infty}^{+\infty} (\widehat{f_h(x)} f(x)) dx$$

Para continuar el trabajo con esta función es ventajoso considerar el uso de Validación Cruzada, esto se logra mediante el uso de un estimador de densidad leave-one-out, que aproxima la función de densidad de la muestra sin tomar en cuenta la observación  $i$ -ésima, este se define de la siguiente manera:

$$\widehat{f_{-i}}(x) = \frac{1}{n-1} \sum_{j \neq i} K(x, x_j)$$

Desarrollando la expresión  $R(\widehat{f_h(x)})$ , se obtiene el criterio Least Squares Cross Validation (LCSV):

$$LSCV(h) = \frac{1}{n^2} \sum_{i,j} \int_{-\infty}^{+\infty} K(x, x_i) K(x, x_j) dx - \frac{2}{n(n-1)} \sum_i \sum_{j \neq i} K(x_i, x_j)$$

Al optimizar la función anterior se obtiene un buen estimador para el ancho de banda  $h$ , y así, se tienen todos los elementos necesarios para aplicar la estimación de densidad por Kernels para aproximar el valor de  $p_u$ .

Aplicando los métodos anteriores, es posible hacer el cálculo de VaR y CVaR para las opciones de inversión que se deseen, y a partir de los valores obtenidos describir el riesgo que involucra cada una e incluso comparar las diversas opciones disponibles para el inversionista.

El desarrollo del modelo se realizó en lenguaje Python y se hizo uso de las siguientes librerías yfinance (Aroussi, 2025), numpy (NumPy Developers, s.f.) matplotlib.pyplot (Hunter, J. et al, 2022), seaborn (Waskom, 2021), scipy.stats (SciPy Developers, s.f.) y statsmodels (Seabold, et al,

2010). Adicional al modelo implementado, se construyó una herramienta estilo dashboard que permite implementar el modelo y visualizar los resultados del análisis, está igualmente se creó en lenguaje Python con ayuda de la librería streamlit (Streamlit Developers, s.f.).

## RESULTADOS

Para el análisis y aplicación del modelo, se consideran los log-rendimientos diarios de dos ETF relevantes en el mercado bursátil: SPY y QQQ en el periodo comprendido entre el primero de enero del 2018 y el primero de enero del 2025 (ver figuras en el Anexo A). Luego, se selecciona el cuantil  $q_{0.10}$  (10% empírico) y se define la cola (inferior) de los rendimientos como todos los rendimientos que no superen este cuantil. De acuerdo a la metodología POT, se va a nombrar a este cuantil como el umbral  $u$  (ver figuras en el Anexo B). Computadas las colas, se procede a obtener los excedentes, que seguirán la fórmula:  $u - (\text{rendimientos menores que } u)$ .

Ahora bien, estos excedentes se quieren ajustar con una distribución generalizada de pareto, y, a partir de esta distribución, se estiman los valores del  $VaR$  y el  $CVaR$  (con cierto nivel  $\alpha$ ). Las siguientes tablas muestran los parámetros estimados (vía MLE), el  $VaR_{0.05}$  y  $CVaR_{0.05}$  (para una interpretación más geométrica, ver el Anexo C) y los p-valores bajo las pruebas de hipótesis de Kolmogorov-Smirnov, Cramér-Von Mises y Anderson-Darling; estas dos últimas bajo un enfoque de bootstrap parametrizado.

**Tabla 1**

*Valores p de los tests KS, AD y CvM para los ajustes GPD de SPY y QQQ*

ETF	$p$ KS Test	$p$ AD Test	$p$ CVM Test
SPY	0.9929	0.8235	0.977
QQQ	0.7238	0.3855	0.398

Nótese que todos las pruebas arrojan p-valores mayores o iguales a 0.3855 para cada rendimiento, esto indica que el ajuste es decente; pues si se eligiese comparar cada p-valor contra

un nivel de significancia estándar de 0.05 o 0.1, no se rechazaría la hipótesis nula de que los excedentes de cada rendimiento siguen una Distribución de Pareto Generalizada.

**Tabla 2**

*Parámetros de los ajustes GPD para los excedentes de SPY y QQQ vía MLE*

<i>ETF</i>	$u$	$\xi$	$\sigma$
<i>SPY</i>	-0.0123	0.1814	0.0086
<i>QQQ</i>	-0.017	0.0689	0.0109

El umbral de QQQ es ligeramente más bajo (más negativo), por lo que para este activo se analizan pérdidas algo más severas que en el caso de SPY, este umbral también podría considerarse como un *VaR* empírico. En ambos casos el parámetro de forma es positivo, lo que indica colas pesadas y, por tanto, la presencia de eventos extremos más frecuentes que en una distribución de tipo exponencial. Además, el valor de  $\xi$  es mayor para SPY, lo que sugiere que la cola de pérdidas extremas de SPY es algo más pesada que la de QQQ, es decir, las pérdidas muy grandes decrecen más lentamente en SPY. El parámetro de escala  $\sigma$  controla la dispersión de los excedentes por encima del umbral. El valor ligeramente mayor de  $\sigma$  en QQQ indica que, una vez superado el umbral, la variabilidad de las pérdidas extremas es algo más alta para QQQ que para SPY.

**Tabla 3**

*VaR y CVaR de SPY y QQQ bajo la metodología POT*

<i>ETF</i>	$VaR_{0.05}$	$CVaR_{0.05}$
<i>SPY</i>	-0.0187	-0.03
<i>QQQ</i>	-0.0248	-0.037

Para SPY, el  $VaR_{0.05}$  es de -1.87 %, mientras que el  $CVaR_{0.05}$  alcanza -3 %, lo que indica que, en el 5 % de los peores días, la pérdida promedio esperada es considerablemente mayor que



el umbral de  $VaR$ . En el caso de QQQ, tanto el  $VaR$  ( $-2.48\%$ ) como el  $CVaR$  ( $-3.7\%$ ) son más negativos, lo que revela un riesgo de cola más severo. Estos resultados son coherentes con los parámetros de la GPD estimada anteriormente: aunque SPY presenta una cola algo más pesada, QQQ muestra una mayor dispersión en los excedentes, lo que se traduce en pérdidas extremas más profundas en términos de  $VaR$  y, especialmente,  $CVaR$ .

## CONCLUSIONES

En primer lugar, los resultados de las pruebas de bondad de ajuste de Kolmogorov–Smirnov, Anderson–Darling y Cramér–von Mises indican que la distribución de los excedentes se ajusta adecuadamente a una distribución Generalizada de Pareto para ambos ETF analizados, ya que todos los valores  $p$  son superiores a niveles de significancia usuales. Esto valida el uso conjunto de la metodología POT y la GPD para modelar el comportamiento de las colas de los log-rendimientos diarios.

En segundo lugar, los parámetros estimados de la GPD muestran que tanto SPY como QQQ presentan colas pesadas, lo que confirma la presencia de eventos extremos relevantes desde el punto de vista del riesgo financiero. Si bien SPY exhibe una cola ligeramente más pesada (mayor parámetro de forma), QQQ presenta una mayor dispersión en los excedentes (parámetro de escala más alto), lo que implica una variabilidad más elevada en las pérdidas extremas una vez superado el umbral.

En tercer lugar, las medidas de riesgo derivadas del modelo, en particular el  $VaR_{0.05}$  y el  $CVaR_{0.05}$ , muestran que QQQ concentra un riesgo de cola más severo que SPY, pues sus pérdidas extremas esperadas son más profundas. Además, el hecho de que el  $CVaR$  sea considerablemente más negativo que el  $VaR$  en ambos activos evidencia que, dentro del 5 % de los peores días, las pérdidas promedio pueden superar de forma importante el umbral definido por el  $VaR$ , por lo que el  $CVaR$  ofrece una medida más conservadora y útil para la gestión del riesgo.

La implementación computacional del modelo en Python, junto con la construcción de un dashboard interactivo (ver Anexo D), demuestra que la metodología POT puede integrarse de forma práctica en herramientas de apoyo a la toma de decisiones, permitiendo al inversionista

comparar alternativas de inversión no solo por su rendimiento promedio, sino también por la magnitud y frecuencia de sus pérdidas extremas.

Por último, el estudio presenta dos limitaciones principales. En primer lugar, el análisis se realizó únicamente para dos ETF y en un periodo específico, por lo que futuras investigaciones podrían ampliar la muestra a más activos y distintos regímenes de mercado para evaluar la estabilidad de los resultados. En segundo lugar, el modelo asume independencia en los log-rendimientos y no incorpora dinámicas de volatilidad; por ello, trabajos posteriores podrían integrar modelos GARCH o enfoques multivariantes, como cópulas o EVT multivariante, para capturar mejor la dependencia temporal y el riesgo extremo a nivel de portafolios.

### AGRADECIMIENTOS

Por su constante apoyo, ayuda y orientación, deseamos agradecer a nuestro profesor de estadística, Dr. Maikol Solís Chacón, por permitirnos participar en esta investigación y guiarnos con tanto empeño en el proceso de creación de este proyecto.

### REFERENCIAS

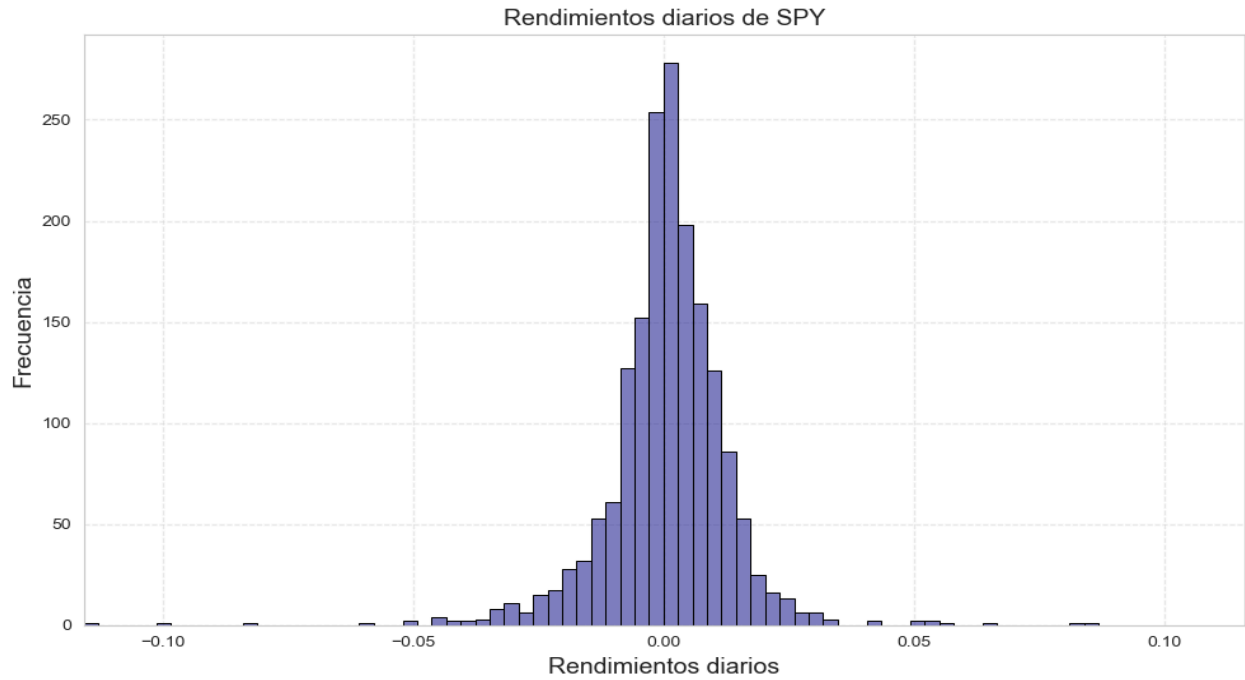
- Aroussi, R. (2025). *yfinance documentation*. <https://ranaroussi.github.io/yfinance/>
- Bermudez, P. & Kotz, S. (2010). Parameter estimation of the generalized Pareto distribution—Part I. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 140(6), 1353-1373. <https://doi.org/10.1016/j.jspi.2008.11.019>
- Fengge, Y., Hongmei, W. & Jiaqi, L. (2013). CVaR measurement and operational risk management in commercial banks according to the peak value method of extreme value theory. *Mathematical and Computer Modelling*, 58(1-2), 15-27. <https://doi.org/10.1016/j.mcm.2012.07.013>
- Flores, C. E. & Flores, K. L. (2021). Pruebas para comprobar la normalidad de los datos en procesos productivos: Anderson-Darling, Ryan-Joiner, Shapiro-Wilk y Kolmogórov-Smirnov. *Societas*, 22(2), 83-106.
- Gaytán, J. (2022). Value at Risk (VaR). *Mercados y Negocios*, 23(45), 95-106. <https://doi.org/10.32870/myn.vi45.7665>
- Hunter, J., Dale, D., Firing, E., Droettboom, M. (2022). *matplotlib.pyplot*. [https://matplotlib.org/3.5.3/api/\\_as\\_gen/matplotlib.pyplot.html](https://matplotlib.org/3.5.3/api/_as_gen/matplotlib.pyplot.html)

- Lappalainen, M. (2008). *Portfolio Optimization with CVaR* [Tesis de Maestría, Universidad de Umeå]. <https://umu.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A4479147&dswid=6163>
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finances*, 7(1), 77-91. <https://doi.org/10.1002/9780470404324.hof002001>
- Martínez, P., Carleos, C. & Corral, N. (2014). Cramér-Von Mises Statistic for Repeated Measures. *Revista Colombiana de Estadística*, 37(1), 45–67. <https://doi.org/10.15446/rce.v37n1.44357>
- Marques, M. J. (2001). *Estadística Basica: Un enfoque no paramétrico*. UNAM
- McNeil, A. J. & Saladin, T. (1997). The Peaks over Threshold Method for Estimating High Quantile of Loss Distributions. *Proceedings of the 28th International ASTIN Colloquium*.
- Medina, L. A. (2003). Aplicación de la teoría del portafolio en el mercado accionario colombiano. *Cuadernos de economía*, 22(39), 129-168. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2497671>
- NumPy Developers. (s.f.). *NumPy Documentation*. <https://numpy.org/doc/>
- SciPy Developers (s.f.). *Statistics (scipy.stats)*. <https://docs.scipy.org/doc/scipy/tutorial/stats.html>
- Seabold, S. & Perktold, J. (2010). Statsmodels: Econometric and statistical modeling with python. *SciPy Proceedings*. <https://doi.org/10.25080/Majora-92bf1922-011>
- Streamlit Developers (s.f.). *Streamlit Documentation*. <https://docs.streamlit.io/>
- Waskom, M. L. (2021). Seaborn: statistical data visualization. *Journal of Open Source Software*, 6(60), 3021, <https://doi.org/10.21105/joss.03021>
- Węglarczyk, S. (2018). Kernel density estimation and its application. *ITM Web of Conferences*, 23(2), 37. <https://doi.org/10.1051/itmconf/20182300037>

## ANEXOS

### Anexo A

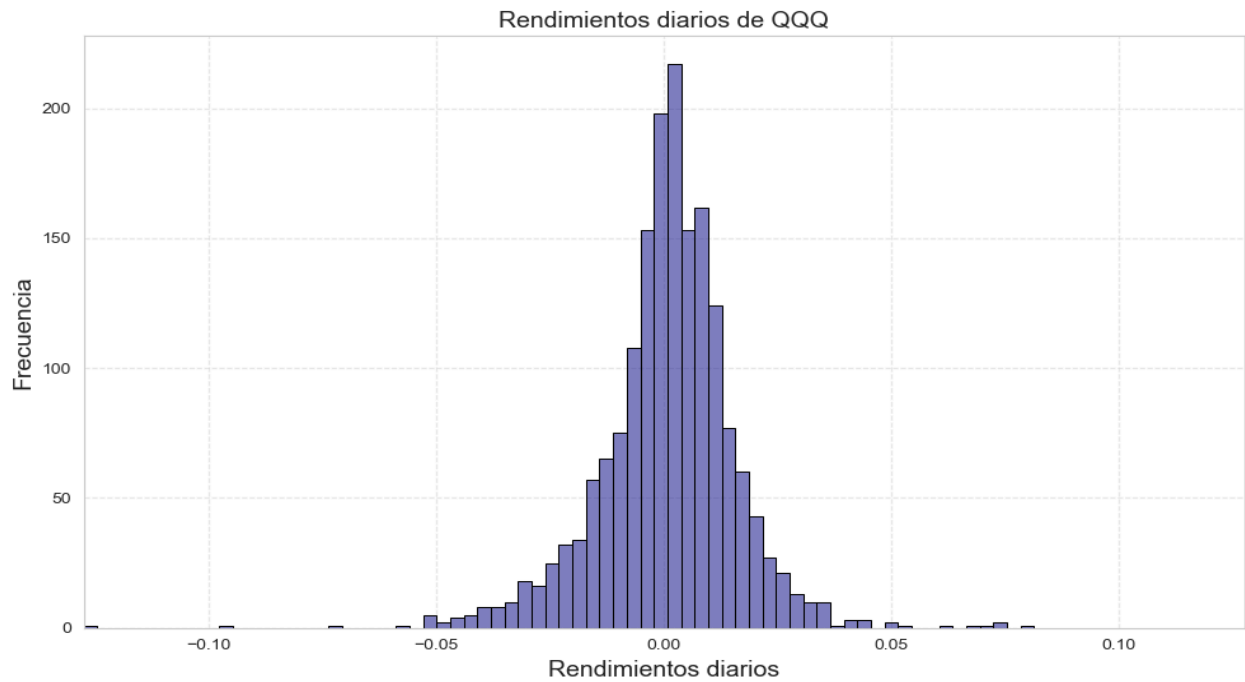
#### Log-rendimientos diarios de SPY y QQQ



**Figura A1**

***Log-rendimientos diarios de SPY***

Nota. Elaboración propia (2025).



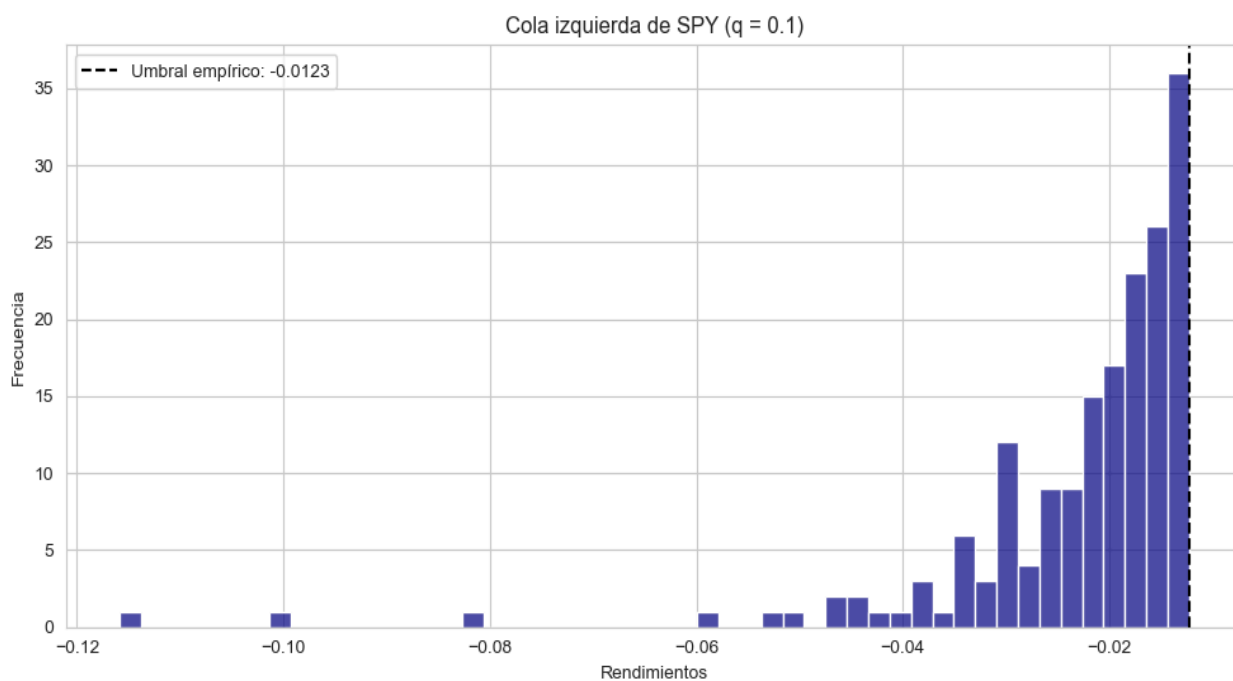
**Figura A2**

***Log-rendimientos diarios de QQQ***

Nota. Elaboración propia (2025).

## Anexo B

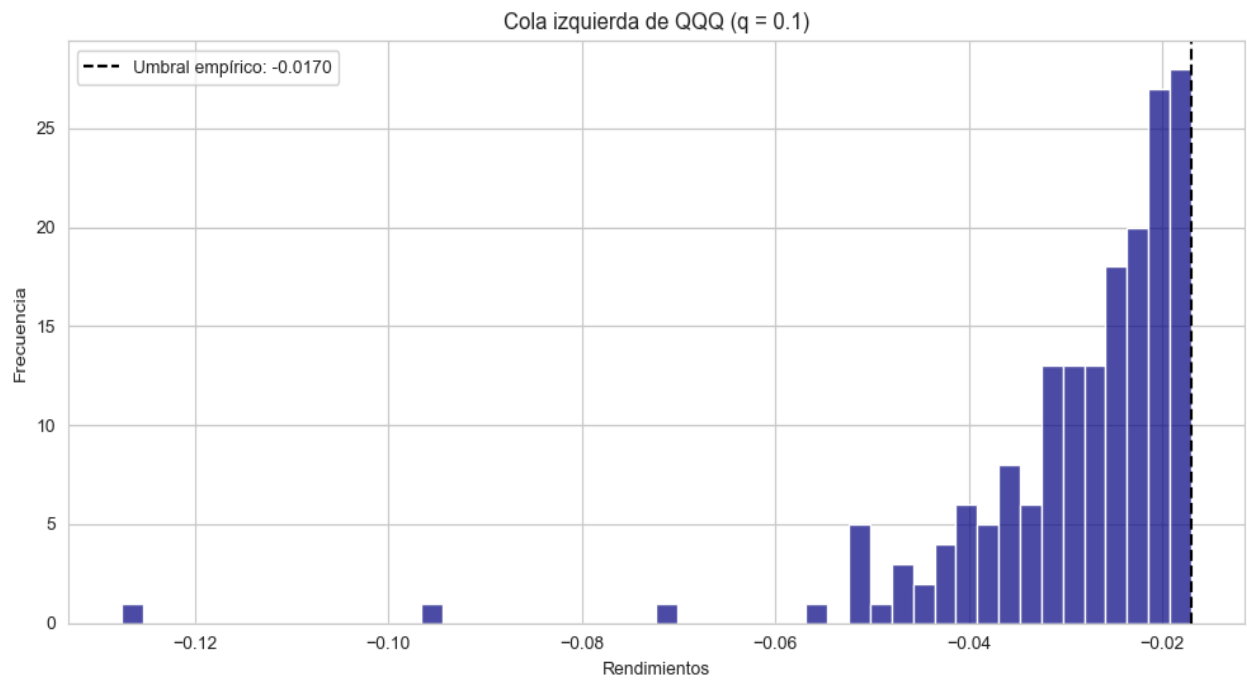
### Cola izquierda de los log-rendimientos de QQQ y SPY



**Figura B1**

*Cola Inferior de log-rendimientos diarios de SPY*

Nota. Elaboración propia (2025).



**Figura B2**

*Cola inferior de log-rendimientos diarios de QQQ*

Nota. Elaboración propia (2025).

## Anexo C

### Ajuste GPD a excedentes de los log-rendimientos de QQQ y SPY

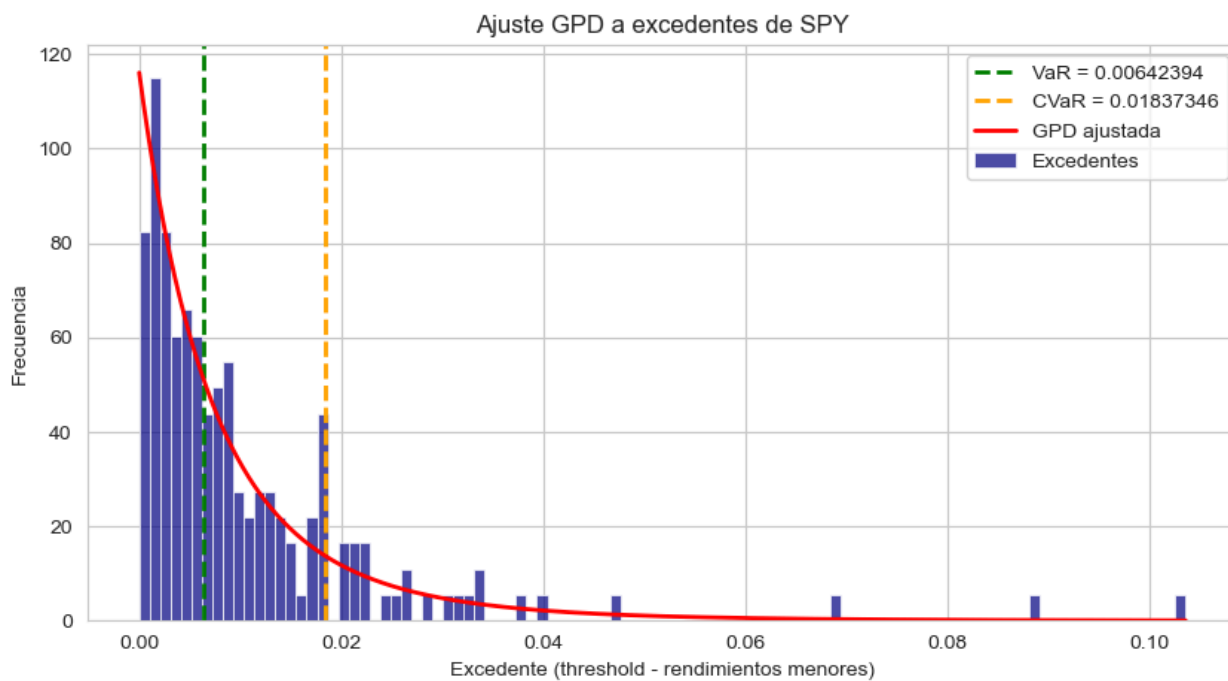
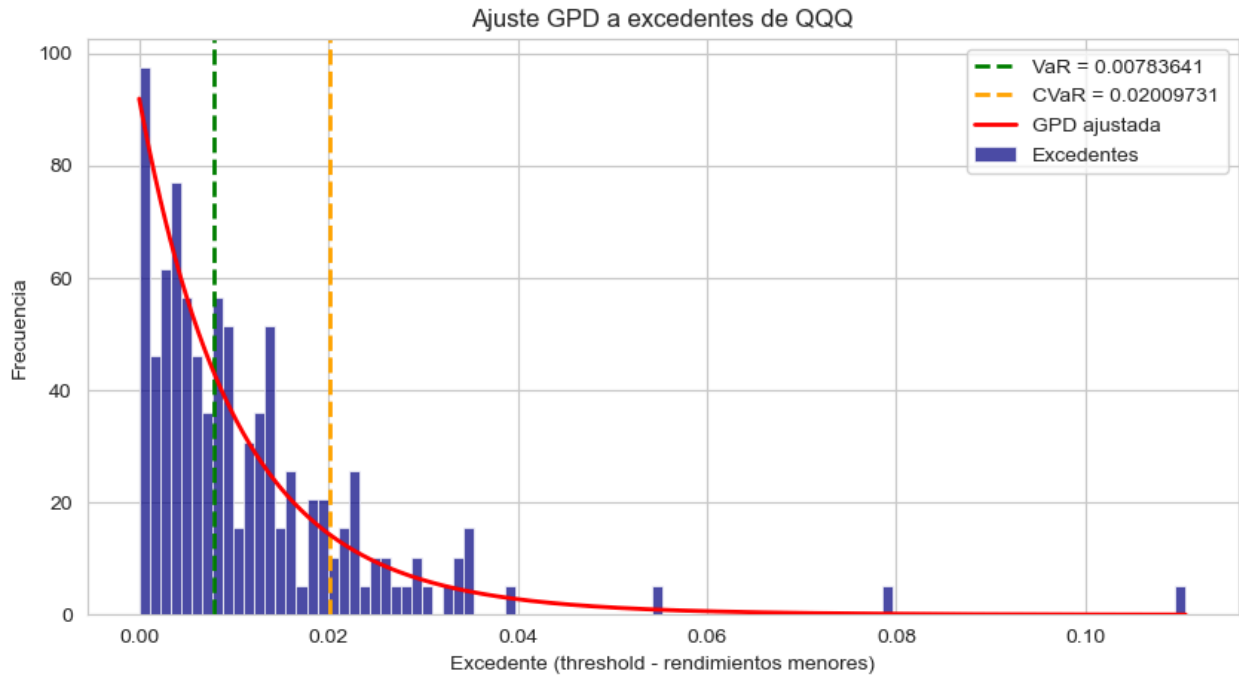


Figura C1

#### *Ajuste GPD a excedentes de log-rendimientos diarios de SPY*

Nota.  $VaR$  y  $CVaR$  vistos desde los excedentes. Elaboración propia (2025).





**Figura C2**

***Ajuste GPD a excedentes de log-rendimientos diarios de QQQ***

Nota. *VaR* y *CVaR* vistos desde los excedentes. Elaboración propia (2025).

## Anexo D

### Uso del modelo con el Dashboard

Para acceder al Dashboard, ingrese al siguiente sitio web de GitHub, en donde encontrará un archivo README con las instrucciones:

<https://github.com/CA0307-II-2025/grupo-4/blob/main/README.md>