

CADMAS-STR プログラム説明書

目 次

	頁
1. プログラム概要	1
2. 定式化	
2. 1 支配方程式, 離散化	
2. 1. 1 構造解析 (地盤・構造物)	4
2. 1. 2 浸透流解析 (間隙水)	10
2. 1. 3 構造解析, 浸透流解析の離散化方程式の結合	15
2. 1. 4 構造解析, 浸透流解析の離散化方程式の分離	15
2. 1. 5 積石材料	17
2. 2 多点拘束 (MPC) 処理	18
2. 3 拘束力, 残差力の算出	20
2. 4 接触解析における処理の概要	21
2. 5 摩擦モデル	24
3. 入力データ	
3. 1 入力データの構成	25
3. 2 ケースコントロールセクション	25
3. 3 バルクデータセクション	26
4. データテーブル	
4. 1 コントロールデータテーブル	52
4. 2 入力データテーブル	57
4. 3 大域変数テーブル	
4. 3. 1 モジュール名: M_VAL (ファイル名: m_val.f90)	70
4. 3. 2 モジュール名: M_PART (ファイル名: m_part.f90)	88
4. 3. 3 モジュール名: MPI_PARAM (ファイル名: mpi_param.f90)	92
5. プログラム処理フロー	93
6. 出力データ	
6. 1 FEMAP Neutral File Format	101
6. 2 出力データ形式	102
補遺 1. 面荷重による節点力の計算方法	105
補遺 2. 過渡応答解析における減衰の指定方法	106
補遺 3. 幾何学的非線形性を考慮した場合の FEM 定式化	108

1. プログラム概要

気液 2 相流解析コード CADMAS-SURF/3D-2F との連成解析を行う為に開発した構造解析コード (STR) について、以下にその概要を説明する。

[1] 機能概要

- (1) 解析種：直接過渡応答解析（初期状態には静解析を使用）
- (2) 非線形解析機能：幾何学的非線形（Total Lagrange 法）
材料非線形（弾塑性）
接触（静摩擦，動摩擦）
- (3) 要素ライブラリ：4 面体，5 面体，6 面体 各 1 次要素
トラス要素
梁要素（矩形断面）
- (4) 特殊材料：地盤（Biot の式に基づく）
積石材料
- (5) マトリックスソルバー：マルチフロンタル法，領域分割 CG 法（いずれも並列計算可能）

[2] CADMAS-SURF/3D-2F との連成

以下の連成解析が可能。フロー図を 2, 3 頁に示す。

(1) 片方向連成

- ① 先ず CADMAS の計算を実行する。その際、構造解析メッシュデータを CADMAS で読み込み、それを障害物として考慮する。
- ② CADMAS の計算実行時、構造物表面の圧力を CADMAS のセル圧力の補間によって求め、その履歴をファイルに出力する
- ③ 次に STR を実行する。その際②のファイルを読み込み、構造物表面にかかる圧力を荷重として考慮する。

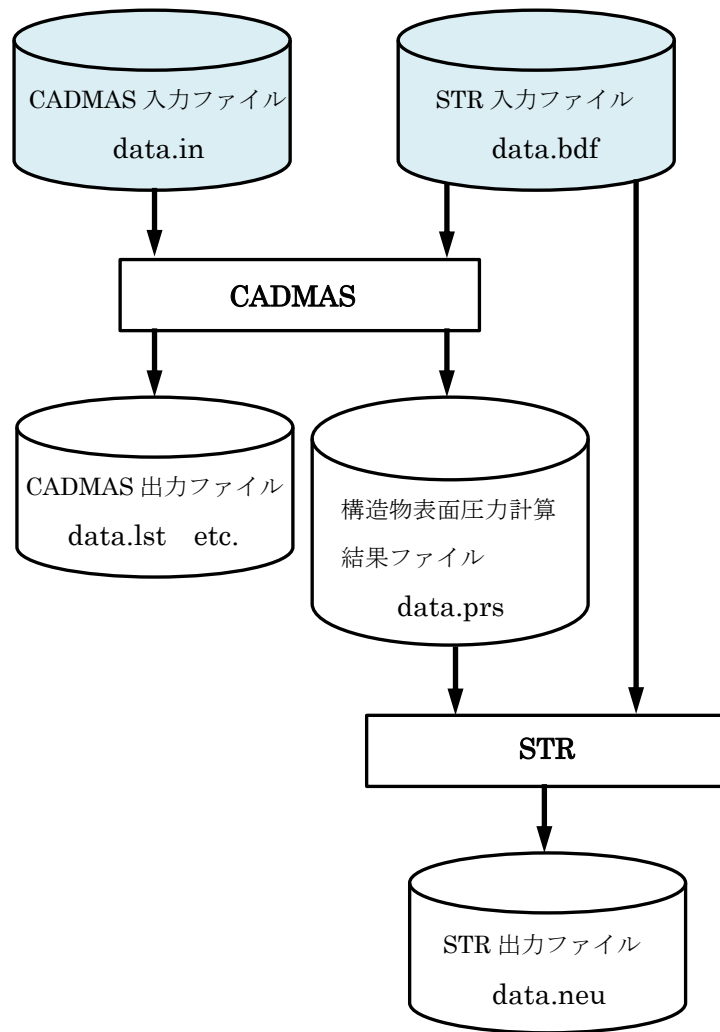
(2) 双方向連成

- ① CADMAS と STR を並列で実行する。並列計算の方式は MPMD (Multiple Program Multiple Data)。
- ② CADMAS では STR から構造物の節点変位を受信し、セル空隙率の変化を求める。また構造物表面の圧力をセル圧力の補間によって求め STR に送信する。
- ③ STR では CADMAS から構造物表面の圧力を受信し、それを荷重として動解析を行う。その結果得られた節点変位を CADMAS に送信する。

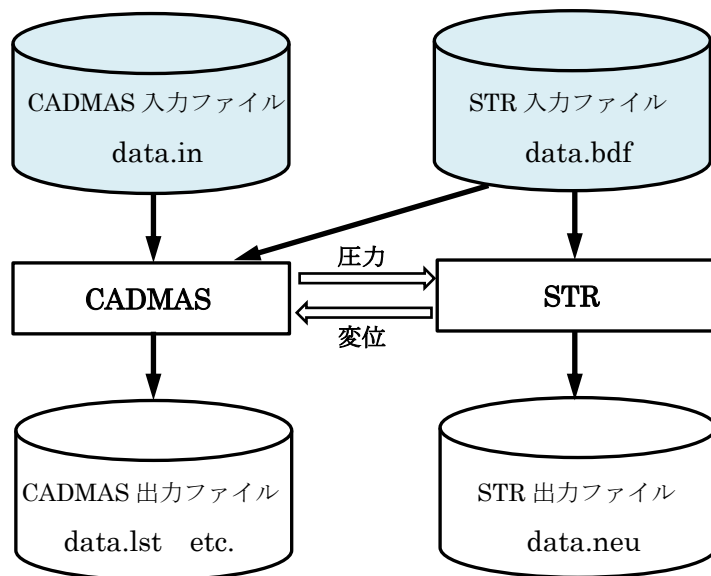
(3) 双方向連成 (STM との連成あり)

- ① 双方向連成においては CADMAS を通じて土砂移動解析コード (STM) との連成も可能。
- ② STM では CADMAS から受信した全水深、フラックス等を元に土砂の移動を計算する。それによる水深変化（土砂の堆積，浸食）を STM から CADMAS を介して STR に送信する。STR ではそれを構造物（地盤，積石材料）の形状変化に反映させることができる。

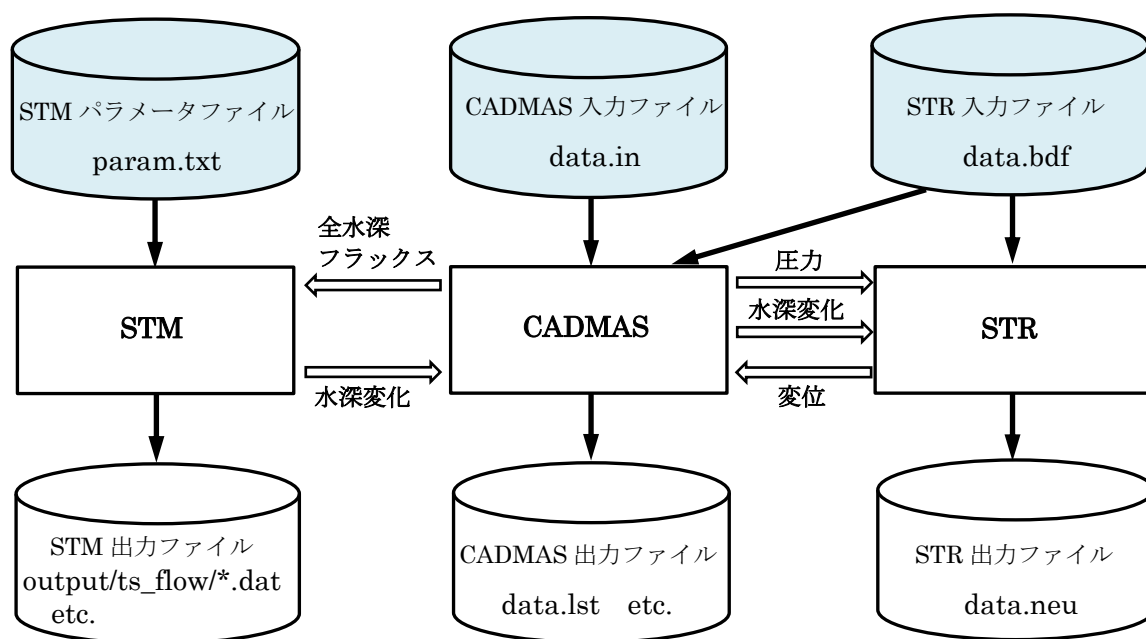
片方向連成



双方向連成



双方向連成（STM との連成あり）



2. 定式化

2. 1 支配方程式, 離散化

2. 1. 1 構造解析 (地盤・構造物)

[1] 支配方程式

(1) 運動方程式

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{g} = \rho \ddot{\mathbf{u}} \quad - \textcircled{1}$$

$\boldsymbol{\sigma}$: 応力テンソル

ρ : 地盤の密度

$$\rho = (1 - n)\rho_s + n\rho_f$$

n : 間隙率

ρ_s : 土粒子の密度

ρ_f : 間隙水の密度

\mathbf{g} : 重力加速度

\mathbf{u} : 変位

(2) 応力と有効応力の関係式

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} + p\mathbf{I} \quad - \textcircled{2}$$

$\boldsymbol{\sigma}'$: 有効応力テンソル

p : 間隙水圧

\mathbf{I} : 単位テンソル

※ p (間隙水圧) は地盤・ポーラス材でのみ考慮される. 一般構造物では考慮されない.

[2] 重みつき残差法の適用

①の運動方程式に, 重み関数を $\delta \mathbf{u}$ として重みつき残差法を適用すると

$$\begin{aligned} \int_V \delta \mathbf{u} \cdot (\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}) dV + \int_V \delta \mathbf{u} \cdot \rho \mathbf{g} dV &= \int_V \delta \mathbf{u} \cdot \rho \ddot{\mathbf{u}} dV \\ - \int_V \boldsymbol{\sigma} : \delta \boldsymbol{\epsilon} dV + \int_S \delta \mathbf{u} \cdot (\boldsymbol{\sigma}^T \cdot \mathbf{n}) dS + \int_V \delta \mathbf{u} \cdot \rho \mathbf{g} dV &= \int_V \delta \mathbf{u} \cdot \rho \ddot{\mathbf{u}} dV \\ - \int_V \boldsymbol{\sigma} : \delta \boldsymbol{\epsilon} dV + \int_{S_2} \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{t} dS + \int_V \delta \mathbf{u} \cdot \rho \mathbf{g} dV &= \int_V \delta \mathbf{u} \cdot \rho \ddot{\mathbf{u}} dV \\ \int_V \delta \mathbf{u} \cdot \rho \ddot{\mathbf{u}} dV + \int_V \boldsymbol{\sigma} : \delta \boldsymbol{\epsilon} dV &= \int_{S_2} \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{t} dS + \int_V \delta \mathbf{u} \cdot \rho \mathbf{g} dV \end{aligned}$$

$\boldsymbol{\epsilon}$: 歪テンソル

\mathbf{n} : 面の外向き法線

\mathbf{t} : 表面力

S : 境界面

$$S = S_1 + S_2$$

S_1 : 第1種境界 (S_1 上では $\delta \mathbf{u} = \mathbf{0}$)

S_2 : 第2種境界 (S_2 上では $\boldsymbol{\sigma}^T \cdot \mathbf{n} = \mathbf{t}$)

この式に②式を代入すると

$$\begin{aligned} \int_V \delta \mathbf{u} \cdot \rho \ddot{\mathbf{u}} dV + \int_V (\boldsymbol{\sigma}' - p\mathbf{I}) : \delta \boldsymbol{\epsilon} dV &= \int_{S_2} \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{t} dS + \int_V \delta \mathbf{u} \cdot \rho \mathbf{g} dV \\ \int_V \delta \mathbf{u} \cdot \rho \ddot{\mathbf{u}} dV + \int_V \boldsymbol{\sigma}' : \delta \boldsymbol{\epsilon} dV - \int_V p\mathbf{I} : \delta \boldsymbol{\epsilon} dV &= \int_{S_2} \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{t} dS + \int_V \delta \mathbf{u} \cdot \rho \mathbf{g} dV \\ \int_V \delta \mathbf{u} \cdot \rho \ddot{\mathbf{u}} dV + \int_V \boldsymbol{\sigma}' : \delta \boldsymbol{\epsilon} dV - \int_V \delta \epsilon_v p dV &= \int_{S_2} \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{t} dS + \int_V \delta \mathbf{u} \cdot \rho \mathbf{g} dV \end{aligned}$$

ここでテンソルをベクトル表記に変更すると

$$\int_V \delta \mathbf{u} \cdot \rho \ddot{\mathbf{u}} dV + \int_V \delta \hat{\boldsymbol{\epsilon}} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}' dV - \int_V \delta \epsilon_v p dV = \int_{S_2} \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{t} dS + \int_V \delta \mathbf{u} \cdot \rho \mathbf{g} dV \quad - \textcircled{3}$$

$$\epsilon_v = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$$

$$\hat{\boldsymbol{\epsilon}} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} \quad \hat{\boldsymbol{\sigma}}' = \begin{Bmatrix} \sigma'_x \\ \sigma'_y \\ \sigma'_z \\ \tau'_{xy} \\ \tau'_{yz} \\ \tau'_{zx} \end{Bmatrix}$$

[3] 空間的な離散化

以下、内挿関数とその微分、及び体積積分、面積積分の計算方法については“矢川元基，吉村忍，有限要素法，計算力学とCAEシリーズ1，培風館，1995，第5章”を参照のこと．また5面体要素の内挿関数，せん断歪の計算方法については“MacNeal, R.H., The PENTA Solid Element, MSC Internal Memo No. RHM-43, Oct. 22, 1976”を参照のこと．

(1) ③式の空間的な離散化にあたり，以下のようなマトリックスを定義する．

$$\mathbf{p} = [N_1 \quad N_2 \quad \cdots] \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \end{Bmatrix} = [\mathbf{N}] \{\mathbf{P}\}$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} N_1 & & N_2 & & & \\ & N_1 & & N_2 & & \\ & & N_1 & & N_2 & \\ & & & N_1 & & N_2 \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & \ddots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ W_1 \\ U_2 \\ V_2 \\ W_2 \\ \vdots \end{Bmatrix} = [N^3] \{U\}$$

$$\hat{\epsilon} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & & & & & \\ & \frac{\partial}{\partial y} & & & & \\ & & \frac{\partial}{\partial z} & & & \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & & & & \\ & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} & & & \\ \frac{\partial}{\partial z} & & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & & \end{bmatrix} [N^3] \{U\} = [B] \{U\}$$

$$\epsilon_v = \nabla \cdot \mathbf{u} = \left[\frac{\partial}{\partial x} \quad \frac{\partial}{\partial y} \quad \frac{\partial}{\partial z} \right] [N^3] \{U\} = \left[\frac{\partial N_1}{\partial x} \quad \frac{\partial N_1}{\partial y} \quad \frac{\partial N_1}{\partial z} \quad \frac{\partial N_2}{\partial x} \quad \frac{\partial N_2}{\partial y} \quad \frac{\partial N_2}{\partial z} \quad \dots \right] \{U\}$$

$$= [E] \{U\}$$

P_i : 節点 i の間隙水圧

U_i : 節点 i の変位 (x 成分)

V_i : 節点 i の変位 (y 成分)

W_i : 節点 i の変位 (z 成分)

N_i : 節点 i に対応する内挿関数

(2) 上記のマトリックスを用い, ③式の各項を離散化する.

$$\int_V \delta \mathbf{u} \cdot \rho \ddot{\mathbf{u}} dV = \{\delta U\}^T \int_V \rho [N^3]^T [N^3] dV \{\ddot{U}\} = \{\delta U\}^T [M] \{\ddot{U}\}$$

$$\int_V \delta \hat{\epsilon} \cdot \hat{\sigma}' dV = \{\delta U\}^T \int_V [B]^T \hat{\sigma}' dV = \{\delta U\}^T \{F\}$$

※ 幾何学的非線形性を考慮する場合の $\{F\}$ は補遺 3 の 3 [3] を参照

$$\int_V \delta \epsilon_v p dV = \{\delta U\}^T \int_V [E]^T p dV = \{\delta U\}^T \{F^p\}$$

$$\int_{S_2} \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{t} dS = \{\delta U\}^T \int_{S_2} [N^3]^T \mathbf{t} dS = \{\delta U\}^T \{R_1\}$$

※ $\{R_1\}$ の計算方法は補遺 1 を参照

$$\int_V \delta \mathbf{u} \cdot \rho \mathbf{g} dV = \{\delta U\}^T \int_V \rho [N^3]^T dV \mathbf{g} = \{\delta U\}^T \{R_2\}$$

これらを③式の各項に代入すると

$$\{\delta U\}^T ([M]\{\ddot{U}\} + \{F\} - \{F^p\}) = \{\delta U\}^T (\{R_1\} + \{R_2\})$$

$$[M]\{\ddot{U}\} + \{F\} - \{F^p\} = \{R_1\} + \{R_2\} = \{R\} \quad - \textcircled{4}$$

[4] 時間的な離散化

④式を時間的に離散化する．非線形解析の為，増分形式とする．式中

$\{ \}_n$: 時刻 n における値

$\{ \}'$: 非線形の繰り返し計算で，前 *iteration* における値

Δt_1 : 時刻 $n-1$, 時刻 n 間の時間増分

Δt_2 : 時刻 n , 時刻 $n+1$ 間の時間増分

β : 時間積分パラメータ ($0.25 \leq \beta < 0.5$)

とする．また減衰項として左辺に $C_M[M]\{\dot{U}\}_n$, $C_K\{\dot{F}\}_n$ を追加する． C_K の指定方法は補遺 2 を参照．

$$[M]\{\ddot{U}\}_n + C_M[M]\{\dot{U}\}_n + C_K\{\dot{F}\}_n + \{\bar{F}\}_n - \{\bar{F}^p\}_n = \{\bar{R}\}_n \quad - \textcircled{5}$$

$$\{\dot{U}\}_n = \frac{\{U\}_{n+1} - \{U\}_{n-1}}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\{\Delta U\} + \{U\}'_{n+1} - \{U\}_{n-1}}{2\Delta t_{12}} = \frac{\{\Delta U\}}{2\Delta t_{12}} + \{\dot{U}\}'_n$$

$$\{\ddot{U}\}_n = \frac{\frac{\{U\}_{n+1} - \{U\}_n}{\Delta t_2} - \frac{\{U\}_n - \{U\}_{n-1}}{\Delta t_1}}{\frac{\Delta t_1 + \Delta t_2}{2}} = \frac{\frac{\{\Delta U\} + \{U\}'_{n+1} - \{U\}_n}{\Delta t_2} - \frac{\{U\}_n - \{U\}_{n-1}}{\Delta t_1}}{\Delta t_{12}}$$

$$= \frac{\{\Delta U\}}{\Delta t_2 \cdot \Delta t_{12}} + \{\ddot{U}\}'_n$$

$$\{\bar{F}\}_n = \beta\{F\}_{n+1} + (1 - 2\beta)\{F\}_n + \beta\{F\}_{n-1} = \beta(\{\Delta F\} + \{F\}'_{n+1}) + (1 - 2\beta)\{F\}_n + \beta\{F\}_{n-1}$$

ここで

$$\begin{aligned} \{\Delta F\} &= \int_V [B]^T \Delta \hat{\sigma}' dV = \int_V [B]^T [D] \Delta \hat{\epsilon} dV = \int_V [B]^T [D] [B] \{\Delta U\} dV = \int_V [B]^T [D] [B] dV \{\Delta U\} \\ &= [K] \{\Delta U\} \end{aligned}$$

[D] : 構成則マトリックス

※ 塑性の場合の [D] は “山田嘉昭, 塑性・粘弾性, 有限要素法の基礎と応用シリーズ 6, 培風館, 1995, pp. 93” を参照

※ 幾何学的非線形性を考慮する場合の [K] は補遺 3 の 3 [1], [2] を参照

より

$$\{\bar{F}\}_n \simeq \beta([K]\{\Delta U\} + \{F\}'_{n+1}) + (1 - 2\beta)\{F\}_n + \beta\{F\}_{n-1} = \beta[K]\{\Delta U\} + \{\bar{F}\}'_n$$

$$\{\bar{F}^p\}_n = \beta\{F^p\}_{n+1} + (1 - 2\beta)\{F^p\}_n + \beta\{F^p\}_{n-1}$$

$$= \beta(\{\Delta F^p\} + \{F^p\}'_{n+1}) + (1 - 2\beta)\{F^p\}_n + \beta\{F^p\}_{n-1}$$

ここで

$$\{\Delta F^p\} = \int_V [E]^T \Delta p dV = \int_V [E]^T [N]\{\Delta P\}dV = \int_V [E]^T [N]dV\{\Delta P\} = [K^p]\{\Delta P\}$$

より

$$\{\bar{F}^p\}_n = \beta([K^p]\{\Delta P\} + \{F^p\}'_{n+1}) + (1 - 2\beta)\{F^p\}_n + \beta\{F^p\}_{n-1}$$

$$= \beta[K^p]\{\Delta P\} + \{\bar{F}^p\}'_n$$

$$\begin{aligned} \{\dot{F}\}_n &= \frac{1}{2} \left(\frac{\{F\}_{n+1} - \{F\}_{n,new}}{\Delta t_2} + \frac{\{F\}_{n,old} - \{F\}_{n-1}}{\Delta t_1} \right) \\ &\simeq \frac{1}{2} \left(\frac{[K]\{\Delta U\} + \{F\}'_{n+1} - \{F\}_{n,new}}{\Delta t_2} + \frac{\{F\}_{n,old} - \{F\}_{n-1}}{\Delta t_1} \right) \\ &= \frac{1}{2\Delta t_2} [K]\{\Delta U\} + \{\dot{F}\}'_n \end{aligned}$$

$$\{\bar{R}\}_n = \beta\{R\}_{n+1} + (1 - 2\beta)\{R\}_n + \beta\{R\}_{n-1}$$

⑤式に上記の離散化表示されたベクトルを代入し整理すると

$$[M] \left(\frac{\{\Delta U\}}{\Delta t_2 \cdot \Delta t_{12}} + \{\ddot{U}\}'_n \right) + C_M [M] \left(\frac{\{\Delta U\}}{2\Delta t_{12}} + \{\dot{U}\}'_n \right) + C_K \left(\frac{1}{2\Delta t_2} [K]\{\Delta U\} + \{\dot{F}\}'_n \right) + (\beta[K]\{\Delta U\} + \{\bar{F}\}'_n)$$

$$-(\beta[K^p]\{\Delta P\} + \{\bar{F}^p\}'_n) = \{\bar{R}\}_n$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{1}{\Delta t_{12}} \left(\frac{1}{\Delta t_2} + \frac{C_M}{2} \right) [M] + \left(\frac{C_K}{2\Delta t_2} + \beta \right) [K] \right) \{\Delta U\} - \beta [K^p] \{\Delta P\} \\
& = \{\bar{R}\}_n - \left([M] \{\ddot{U}\}'_n + C_M [M] \{\dot{U}\}'_n + C_K \{\dot{F}\}'_n + \{\bar{F}\}'_n - \{\bar{F}^p\}'_n \right) \quad - \textcircled{6}
\end{aligned}$$

$$[A^{uu}] \{\Delta U\} + [A^{up}] \{\Delta P\} = \{Q^u\} \quad - \textcircled{7}$$

[5] プログラム内変数との対応

⑥式の右辺各項（前 iteration の値を示す ' は省略）とプログラム内変数との対応を以下に示す（青字：プログラム内変数）.

$$\begin{aligned}
& \text{FTO} \quad \text{FTI} \\
& \downarrow \quad \downarrow \\
& \{\bar{R}\}_n - \left([M] \{\ddot{U}\}_n + C_M [M] \{\dot{U}\}_n + C_K \{\dot{F}\}_n + \{\bar{F}\}_n - \{\bar{F}^p\}_n \right) \\
& \text{FCO}(:, :, 3) \quad \text{FCO}(:, :, 2) \quad \text{FCO}(:, :, 1) \\
& \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
& \{\bar{R}\}_n = \beta \{R\}_{n+1} + (1 - 2\beta) \{R\}_n + \beta \{R\}_{n-1} \\
& \text{FCM}(:, :, 3) \quad \text{FCM}(:, :, 2) \quad \text{FCM}(:, :, 1) \\
& \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
& [M] \{\ddot{U}\}_n = \frac{1}{\Delta t_{12}} \left(\frac{1}{\Delta t_2} \overbrace{[M] \{U\}_{n+1}}^{\text{FCM}(:, :, 3)} - \left(\frac{1}{\Delta t_2} + \frac{1}{\Delta t_1} \right) \overbrace{[M] \{U\}_n}^{\text{FCM}(:, :, 2)} + \frac{1}{\Delta t_1} \overbrace{[M] \{U\}_{n-1}}^{\text{FCM}(:, :, 1)} \right) \\
& \text{FCMD}(:, :, 3) \quad \text{FCMD}(:, :, 1) \\
& \downarrow \quad \downarrow \\
& C_M [M] \{\dot{U}\}_n = \frac{\overbrace{C_M [M] \{U\}_{n+1}}^{\text{FCMD}(:, :, 3)} - \overbrace{C_M [M] \{U\}_{n-1}}^{\text{FCMD}(:, :, 1)}}{2\Delta t_{12}} \\
& \text{FCD}(:, :, 4) \quad \text{FCD}(:, :, 3) \quad \text{FCD}(:, :, 2) \quad \text{FCD}(:, :, 1) \\
& \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
& C_K \{\dot{F}\}_n = \frac{1}{2} \left(\frac{\overbrace{C_K \{F\}_{n+1}}^{\text{FCD}(:, :, 4)} - \overbrace{C_K \{F\}_{n,new}}^{\text{FCD}(:, :, 3)}}{\Delta t_2} + \frac{\overbrace{C_K \{F\}_{n,old}}^{\text{FCD}(:, :, 2)} - \overbrace{C_K \{F\}_{n-1}}^{\text{FCD}(:, :, 1)}}{\Delta t_1} \right) \\
& \text{FCK}(:, :, 3) \quad \text{FCK}(:, :, 2) \quad \text{FCK}(:, :, 1) \\
& \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
& \{\bar{F}\}_n = \beta \{F\}_{n+1} + (1 - 2\beta) \{F\}_n + \beta \{F\}_{n-1} \\
& \text{FCP}(:, :, 1) \\
& \downarrow \\
& \{\bar{F}^p\}_n = \beta \{F^p\}_{n+1} + (1 - 2\beta) \{F^p\}_n + \beta \{F^p\}_{n-1}
\end{aligned}$$

2. 1. 2 浸透流解析（間隙水）

[1] 支配方程式

(1) 運動方程式

$$\dot{\mathbf{w}} = k(-\nabla p + \rho_f \mathbf{g} - \rho_f \ddot{\mathbf{u}}) \quad - \textcircled{8}$$

\mathbf{w} : 地盤に対する間隙水の相対変位

$$\mathbf{w} = n(\mathbf{U} - \mathbf{u})$$

\mathbf{U} : 間隙水の変位

k : 透水係数

(2) 質量保存式

$$\nabla \cdot \dot{\mathbf{w}} = -\nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} - C_{Kf} \dot{p} \quad - \textcircled{9}$$

$$C_{Kf} = \frac{n}{K_f}$$

K_f : 間隙水の体積弾性係数

[2] 重みつき残差法の適用

⑨の質量保存式に、重み関数を δp として重みつき残差法を適用すると

$$\begin{aligned} \int_V \delta p \nabla \cdot \dot{\mathbf{w}} dV &= - \int_V \delta p \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} dV - \int_V \delta p C_{Kf} \dot{p} dV \\ - \int_V \nabla \delta p \cdot \dot{\mathbf{w}} dV + \int_S \delta p \dot{\mathbf{w}} \cdot \mathbf{n} dS &= - \int_V \delta p \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} dV - \int_V \delta p C_{Kf} \dot{p} dV \\ - \int_V \nabla \delta p \cdot \dot{\mathbf{w}} dV + \int_{S_2} \delta p q dS &= - \int_V \delta p \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} dV - \int_V \delta p C_{Kf} \dot{p} dV \end{aligned}$$

\mathbf{n} : 面の外向き法線

q : 表面からの流出フラックス

S : 境界面

$$S = S_1 + S_2$$

S_1 : 第1種境界 (S_1 上では $\delta p = 0$)

S_2 : 第2種境界 (S_2 上では $\dot{\mathbf{w}} \cdot \mathbf{n} = q$)

この式に⑧式を代入すると

$$\begin{aligned} - \int_V \nabla \delta p \cdot k(-\nabla p + \rho_f \mathbf{g} - \rho_f \ddot{\mathbf{u}}) dV + \int_{S_2} \delta p q dS &= - \int_V \delta p \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} dV - \int_V \delta p C_{Kf} \dot{p} dV \\ k \rho_f \int_V \nabla \delta p \cdot \dot{\mathbf{u}} dV + \int_V \delta p \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} dV + C_{Kf} \int_V \delta p \dot{p} dV + k \int_V \nabla \delta p \cdot \nabla p dV & \end{aligned}$$

$$= - \int_{S_2} \delta p q dS + k \rho_f \int_V \nabla \delta p \cdot \mathbf{g} dV \quad - \textcircled{10}$$

[3] 空間的な離散化

以下、内挿関数とその微分、及び体積積分、面積積分の計算方法については“矢川元基，吉村忍，有限要素法，計算力学と CAE シリーズ 1，培風館，1995，第 5 章”を参照のこと．また 5 面体要素の内挿関数については“MacNeal, R.H., The PENTA Solid Element, MSC Internal Memo No. RHM-43, Oct. 22, 1976”を参照のこと．

(1) ⑩式の空間的な離散化にあたり，以下のようなマトリックスを定義する．

$$p = [N_1 \quad N_2 \quad \cdots] \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \end{Bmatrix} = [N] \{P\}$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} N_1 & & & N_2 & & & \cdots \\ & N_1 & & & N_2 & & \\ & & N_1 & & & N_2 & \\ & & & & & & \cdots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ W_1 \\ U_2 \\ V_2 \\ W_2 \\ \vdots \end{Bmatrix} = [N^3] \{U\}$$

$$\nabla p = \begin{Bmatrix} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{\partial p}{\partial z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} [N] \{P\} \\ \frac{\partial}{\partial y} [N] \{P\} \\ \frac{\partial}{\partial z} [N] \{P\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} [N] \\ \frac{\partial}{\partial y} [N] \\ \frac{\partial}{\partial z} [N] \end{bmatrix} \{P\} = [A] \{P\}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \left[\frac{\partial}{\partial x} \quad \frac{\partial}{\partial y} \quad \frac{\partial}{\partial z} \right] [N^3] \{U\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \cdots \end{bmatrix} \{U\}$$

$$= [E] \{U\}$$

P_i : 節点 i の間隙水圧

U_i : 節点 i の地盤変位 (x 成分)

V_i : 節点 i の地盤変位 (y 成分)

W_i : 節点 i の地盤変位 (z 成分)

N_i : 節点 i に対応する内挿関数

(2) 上記のマトリックスを用い，⑩式の各項を離散化する．

$$\begin{aligned}
k\rho_f \int_V \nabla \delta p \cdot \dot{\mathbf{u}} dV &= \{\delta P\}^T k\rho_f \int_V [A]^T [N^3] dV \{\dot{U}\} = \{\delta P\}^T [M^{pu}] \{\dot{U}\} \\
\int_V \delta p \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} dV &= \{\delta P\}^T \int_V [N]^T [E] dV \{\dot{U}\} = \{\delta P\}^T [C^{pu}] \{\dot{U}\} \\
C_{Kf} \int_V \delta p \dot{p} dV &= \{\delta P\}^T C_{Kf} \int_V [N]^T [N] dV \{\dot{P}\} = \{\delta P\}^T [C^{pp}] \{\dot{P}\} \\
k \int_V \nabla \delta p \cdot \nabla p dV &= \{\delta P\}^T k \int_V [A]^T [A] dV \{P\} = \{\delta P\}^T [K^{pp}] \{P\} \\
\int_{S_2} \delta p q dS &= \{\delta P\}^T \int_{S_2} [N]^T q dS = \{\delta P\}^T \{R_1^p\} \\
k\rho_f \int_V \nabla \delta p \cdot \mathbf{g} dV &= \{\delta P\}^T k\rho_f \int_V [A]^T dV \mathbf{g} = \{\delta P\}^T \{R_2^p\}
\end{aligned}$$

これらを⑩式の各項に代入すると

$$\{\delta P\}^T ([M^{pu}] \{\dot{U}\} + [C^{pu}] \{\dot{U}\} + [C^{pp}] \{\dot{P}\} + [K^{pp}] \{P\}) = \{\delta P\}^T (-\{R_1^p\} + \{R_2^p\})$$

$$[M^{pu}] \{\ddot{U}\} + [C^{pu}] \{\dot{U}\} + [C^{pp}] \{\dot{P}\} + [K^{pp}] \{P\} = -\{R_1^p\} + \{R_2^p\} = \{R^p\} \quad - \text{⑪}$$

[4] 時間的な離散化

⑪式を時間的に離散化する．同時に解いている構造解析部が非線形の為，増分形式とする．式中

$\{\quad\}_n$: 時刻 n における値

$\{\quad\}'$: 非線形の繰り返し計算で，前 *iteration* における値

Δt_1 : 時刻 $n-1$, 時刻 n 間の時間増分

Δt_2 : 時刻 n , 時刻 $n+1$ 間の時間増分

α : 時間積分パラメータ ($0 \leq \alpha \leq 1$)

とする．

$$[M^{pu}] \{\ddot{U}\}_n + [C^{pu}] \{\dot{U}\}_n + [C^{pp}] \{\dot{P}\}_n + [K^{pp}] \{\bar{P}\}_n = \{R^p\}_n \quad - \text{⑫}$$

$$\begin{aligned}
\{\ddot{U}\}_n &= \frac{\frac{\{U\}_{n+1} - \{U\}_n}{\Delta t_2} - \frac{\{U\}_n - \{U\}_{n-1}}{\Delta t_1}}{\frac{\Delta t_1 + \Delta t_2}{2}} = \frac{\frac{\{\Delta U\} + \{U\}'_{n+1} - \{U\}_n}{\Delta t_2} - \frac{\{U\}_n - \{U\}_{n-1}}{\Delta t_1}}{\Delta t_{12}} \\
&= \frac{\{\Delta U\}}{\Delta t_2 \cdot \Delta t_{12}} + \{\ddot{U}\}'_n
\end{aligned}$$

$$\{\dot{U}\}_n = \frac{\{U\}_{n+1} - \{U\}_{n-1}}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\{\Delta U\} + \{U\}'_{n+1} - \{U\}_{n-1}}{2\Delta t_{12}} = \frac{\{\Delta U\}}{2\Delta t_{12}} + \{\dot{U}\}'_n$$

$$\{\dot{P}\}_n = \frac{\{P\}_{n+1} - \{P\}_{n-1}}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\{\Delta P\} + \{P\}'_{n+1} - \{P\}_{n-1}}{2\Delta t_{12}} = \frac{\{\Delta P\}}{2\Delta t_{12}} + \{\dot{P}\}'_n$$

$$\begin{aligned}\{\bar{P}\}_n &= (1 - \alpha)\{P\}_{n-1} + \alpha\{P\}_{n+1} = (1 - \alpha)\{P\}_{n-1} + \alpha(\{P\}'_{n+1} + \{\Delta P\}) \\ &= \{\bar{P}\}'_n + \alpha\{\Delta P\}\end{aligned}$$

⑫式に上記の離散化表示されたベクトルを代入し整理すると


$$\begin{aligned}&[M^{pu}]\left(\frac{\{\Delta U\}}{\Delta t_2 \cdot \Delta t_{12}} + \{\ddot{U}\}'_n\right) + [C^{pu}]\left(\frac{\{\Delta U\}}{2\Delta t_{12}} + \{\dot{U}\}'_n\right) + [C^{pp}]\left(\frac{\{\Delta P\}}{2\Delta t_{12}} + \{\dot{P}\}'_n\right) \\ &+ [K^{pp}](\{\bar{P}\}'_n + \alpha\{\Delta P\}) = \{R^p\}_n \\ &\left(\frac{1}{\Delta t_2 \cdot \Delta t_{12}}[M^{pu}] + \frac{1}{2\Delta t_{12}}[C^{pu}]\right)\{\Delta U\} + \left(\frac{1}{2\Delta t_{12}}[C^{pp}] + \alpha[K^{pp}]\right)\{\Delta P\} \\ &= \{R^p\}_n - \left([M^{pu}]\{\ddot{U}\}'_n + [C^{pu}]\{\dot{U}\}'_n + [C^{pp}]\{\dot{P}\}'_n + [K^{pp}]\{\bar{P}\}'_n\right) \quad - \textcircled{13}\end{aligned}$$


$$[A^{pu}]\{\Delta U\} + [A^{pp}]\{\Delta P\} = \{Q^p\} \quad - \textcircled{14}$$

[5] プログラム内変数との対応

⑬式の右辺各項（前 iteration の値を示す ' は省略）とプログラム内変数との対応を以下に示す（青字：プログラム内変数）。

$$\begin{aligned}
& \{R^p\}_n - \left([M^{pu}]\{\dot{U}\}_n + [C^{pu}]\{\dot{U}\}_n + [C^{pp}]\{\dot{P}\}_n + [K^{pp}]\{\bar{P}\}_n \right) \\
&= -\{R_1^p\}_n + \{R_2^p\} - \left([M^{pu}]\{\dot{U}\}_n + [C^{pu}]\{\dot{U}\}_n + [C^{pp}]\{\dot{P}\}_n + [K^{pp}]\{\bar{P}\}_n \right) \\
&= -[C^{pu}]\{\dot{U}\}_n - [C^{pp}]\{\dot{P}\}_n - \{R_1^p\}_n - \left([K^{pp}]\{\bar{P}\}_n - \{R_2^p\} + [M^{pu}]\{\dot{U}\}_n \right) \\
&= -\int_V [N]^T [E] dV \{\dot{U}\}_n - C_{Kf} \int_V [N]^T [N] dV \{\dot{P}\}_n - \int_{S_2} [N]^T q_n dS \\
&\quad - \left(k \int_V [A]^T [A] dV \{\bar{P}\}_n - k \rho_f \int_V [A]^T dV \mathbf{g} + k \rho_f \int_V [A]^T [N^3] dV \{\dot{U}\}_n \right) \\
&= -\int_V [N]^T [E] \{\dot{U}\}_n dV - \int_V [N]^T C_{Kf} [N] \{\dot{P}\}_n dV - \int_{S_2} [N]^T q_n dS \\
&\quad - \left(-\int_V [A]^T k \left(-[A]\{\bar{P}\}_n + \rho_f \mathbf{g} - \rho_f [N^3]\{\dot{U}\}_n \right) dV \right) \\
&= -\int_V [N]^T \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}}_n dV - \int_V [N]^T C_{Kf} \dot{p}_n dV - \int_{S_2} [N]^T q_n dS \\
&\quad - \left(-\int_V [A]^T k (-\nabla p_n + \rho_f \mathbf{g} - \rho_f \dot{\mathbf{u}}_n) dV \right) \\
&= -\int_V [N]^T \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}}_n dV - \int_V [N]^T C_{Kf} \dot{p}_n dV - \int_{S_2} [N]^T q_n dS - \left(-\int_V [A]^T \dot{\mathbf{w}}_n dV \right)
\end{aligned}$$


FLO


FLI

2. 1. 3 構造解析, 浸透流解析の離散化方程式の結合

構造解析, 浸透流解析それぞれの離散化方程式⑦, ⑭式をまとめて最終的に以下の式を得る.

$$\begin{bmatrix} A^{uu} & A^{up} \\ A^{pu} & A^{pp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta U \\ \Delta P \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q^u \\ Q^p \end{Bmatrix} \quad - \text{⑮}$$

2. 1. 4 構造解析, 浸透流解析の離散化方程式の分離

式⑮では構造解析と浸透流解析がカップリングした離散化方程式を解いて $\{\Delta U\}, \{\Delta P\}$ を同時に求めている. しかし, 係数行列内の係数のオーダー差が大きく, 3. で後述する並列 CG 法の収束にとって悪条件となる. そこで CG 法が未収束の場合に使用可能な近似解法として, 構造解析と浸透流解析を分離し, $\{\Delta U\}, \{\Delta P\}$ がそれぞれ別の方程式で求められる解法も用意した. 以下にその方法を示す.

(1) 時刻 n の解 (即ち $\{U\}_n, \{P\}_n$) が既知の状態を想定.

(2) 先に構造解析を行い $\{\Delta U\}$ (即ち $\{U\}_{n+1}$) を求める. その際, ⑤式において $\{\bar{F}^p\}_n \rightarrow \{F^p\}_n$ とし, ⑤式から $\{\Delta P\}$ を消去する. ⑥式は以下のように修正される.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{\Delta t_2 \cdot \Delta t_{12}} [M] + \left(\frac{G}{2\Delta t_{12}} + \beta \right) [K] \right) \{\Delta U\} \\ & = \{R\}_n - \left([M]\{\ddot{U}\}'_n + G\{\dot{F}\}'_n + \{\bar{F}\}'_n - \{F^p\}_n \right) \quad - \text{⑯} \end{aligned}$$

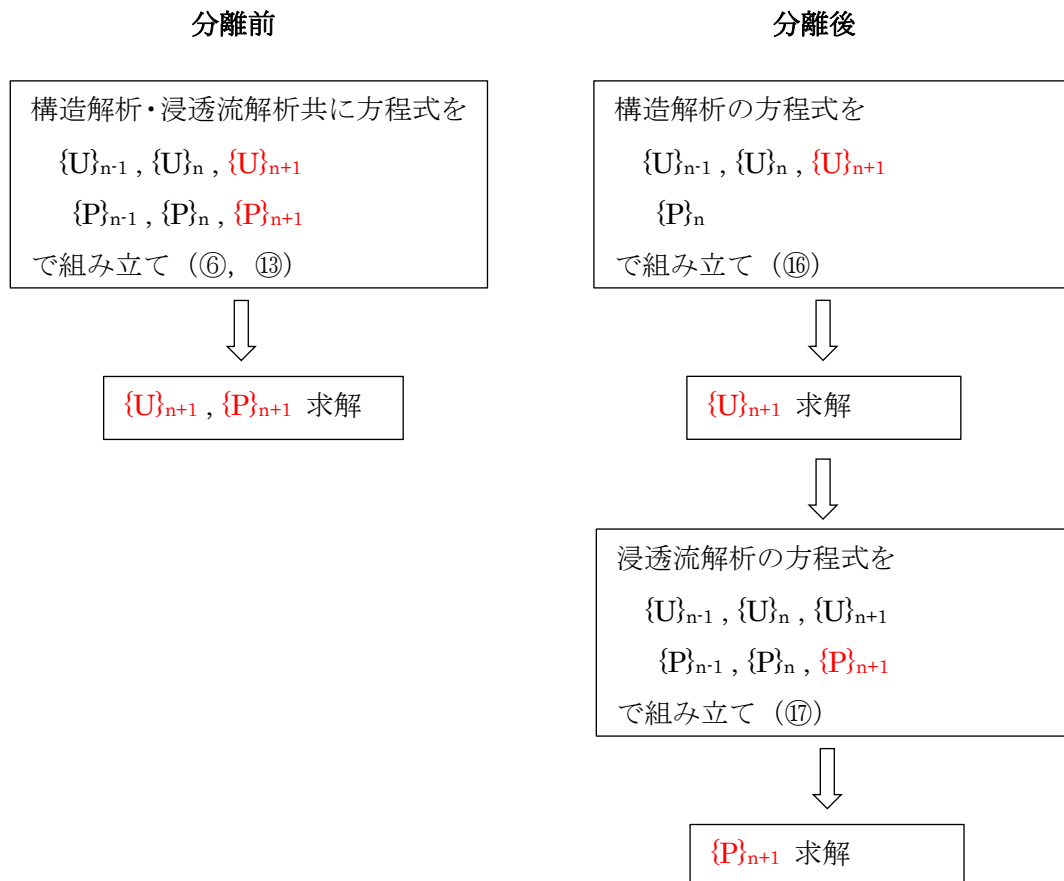
(3) 次に浸透流解析を行い $\{\Delta P\}$ (即ち $\{P\}_{n+1}$) を求める. その際, ⑫式において $\{U\}_{n+1}$ は既知であるから, ⑫式に $\{\Delta U\}$ は含まれず $\{\ddot{U}\}_n, \{\dot{U}\}_n$ も既知となる. ⑬式は以下のように修正される.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2\Delta t_{12}} [C^{pp}] + \alpha [K^{pp}] \right) \{\Delta P\} \\ & = \{R^p\}_n - \left([M^{pu}]\{\ddot{U}\}_n + [C^{pu}]\{\dot{U}\}_n + [C^{pp}]\{\dot{P}\}'_n + [K^{pp}]\{\bar{P}\}'_n \right) \quad - \text{⑰} \end{aligned}$$

⑯, ⑰の順に, それぞれの方程式を独立に解いて $\{\Delta U\}, \{\Delta P\}$ を求めることができる. 分離前後の求解のフローの違いを次頁に示す.

しかし, この方法では圧力結果が振動を起こすため, 現状では⑰式の $[C^{pu}]\{\dot{U}\}_n$ の項を省略している.

時刻 n の状態から時刻 $n+1$ の状態を求める. 未知の値は赤字で示す.



2. 1. 5 ポーラス材料

物性値に空隙率を指定することにより、材料をポーラス材料として、以下のような特性を持たせることができる。積石材料などに利用することができる。

- (1) ポーラス材料の構造物と干渉する CADMAS の計算セルの空隙率は、ポーラス材料の特性で指定した空隙率になるものとする。
- (2) 地盤と同様に有効応力によって変形する (⑩式の $\{F^p\}_n$ を考慮する)
- (3) 浸透流計算は行わない。
- (4) (3) より間隙水圧は計算されないので、有効応力計算の為に圧力は CADMAS の計算セルの圧力を補間した値を使用する。

また、地盤材料に空隙率（浸透流計算の為に空隙率とは別の入力）を指定した場合、地盤に上記

- (1) の特性が付加される。これにより CADMAS において地盤内を水が透過することができる。

2. 2 多点拘束 (MPC) 処理

[1] 変換マトリックス

多点拘束 (MPC) 条件がある場合, 連立 1 次方程式における係数行列と右辺ベクトルは次のように変換される.

例として以下のような未知数ベクトル $\{U\}$ と, U_5 を従属変数とした MPC 条件式を仮定する.

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \\ U_7 \end{Bmatrix}$$

$$U_5 = A_1 U_1 + A_2 U_2$$

$\{U\}$ は, 変換マトリックス $[\lambda]$ と独立変数のみのベクトル $\{\bar{U}\}$ を用いて次のように表すことができる.

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \\ U_7 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & \\ & 1 & & & & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & 1 & & & \\ A_1 & A_2 & & & & & \\ & & & & 1 & & \\ & & & & & 1 & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \\ U_7 \end{Bmatrix} = [\lambda] \{\bar{U}\}$$

この関係式を FEM 離散化式に代入すると MPC 条件を入れた連立 1 次方程式が得られる.

$$\{\delta U\}^T [K] \{U\} = \{\delta U\}^T \{R\}$$

$$([\lambda] \{\delta \bar{U}\})^T [K] ([\lambda] \{\bar{U}\}) = ([\lambda] \{\delta \bar{U}\})^T \{R\}$$

$$\{\delta \bar{U}\}^T [\lambda]^T [K] [\lambda] \{\bar{U}\} = \{\delta \bar{U}\}^T [\lambda]^T \{R\}$$

$$\{\delta \bar{U}\}^T [\bar{K}] \{\bar{U}\} = \{\delta \bar{U}\}^T \{\bar{R}\}$$

$$[\bar{K}] \{\bar{U}\} = \{\bar{R}\}$$

[2] 全体剛性行列組立における要素毎の処理

ある要素の構成節点番号を 1, 2, 3 とする. 各節点 3 成分, 計 9 自由度の内 2 つが以下の MPC 条件式で表される従属自由度とする (U_j^i は節点 i , 成分 j の変位を表す).

$$U_1^2 = A_1 U_3^1 + A_2 U_1^{10} + A_3 U_2^{11}$$

$$U_2^3 = B_1 U_2^2 + B_2 U_3^8 + B_3 U_1^{10}$$

8, 10, 11 は別要素の節点番号

MPC 変換マトリックス [λ] は

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} U_1^1 \\ U_2^1 \\ U_3^1 \\ U_1^2 \\ U_2^2 \\ U_3^2 \\ U_1^3 \\ U_2^3 \\ U_3^3 \end{Bmatrix} = \text{NC} \begin{Bmatrix} 1 & & & & & & & & \\ & 1 & & & & & & & \\ & & 1 & & & & & & \\ & & & A_1 & & & & A_2 & A_3 \\ & & & & 1 & & & & \\ & & & & & 1 & & & \\ & & & & & & 1 & & \\ & & & B_1 & & & & B_3 & B_2 \\ & & & & & & & & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1^1 \\ U_2^1 \\ U_3^1 \\ U_2^2 \\ U_3^2 \\ U_1^3 \\ U_3^3 \\ U_1^{10} \\ U_2^{11} \\ U_3^8 \end{Bmatrix} = [\lambda] \{\bar{U}\}$$

NCR = NC - 従属自由度数 + 要素外の独立自由度数

IDCR

節点	1	1	1	2	2	3	3	10	11	8
成分	1	2	3	2	3	1	3	1	2	3

要素剛性行列 $[\bar{K}] = [\lambda]^T [K] [\lambda]$ の k 番目の自由度の全体剛性行列への埋込先は

節点 $i = \text{IDCR}(1, k)$

成分 $j = \text{IDCR}(2, k)$

に対応する自由度すなわち $\text{INDOF}(j, i)$ となる.

2. 3 拘束力, 残差力の算出

[1] 力のつり合い式

FEM 離散化式における力のつり合い関係は以下の通り.

内力 = 外力 + 外部拘束力 + 内部拘束力 - 残差力

FTI FTO RFCO RFCI RES

内力: 現変形状態を引き起こすのに必要な力全て

外力: 外部から加えられる力

外部拘束力: 拘束反力

内部拘束力: MPC により従属自由度と独立自由度が互いに及ぼしあう力

残差力: 非線形計算の収束過程における不釣り合い力

[2] 未知力の算出

変位が求められた時点で

既知力: FTI, FTO

未知力: **RFCO, RFCI, RES**

となっている.

各自由度のタイプごとの力のつり合い関係は以下の通り

INDOF = -2 の自由度 : FTI = FTO + **RFCI** - ①

INDOF = 0, -1 の自由度 : FTI = FTO + **RFCO** + **RFCI** - ②

INDOF > 0 の自由度 : FTI = FTO + **RFCI** - **RES** - ③

そこで未知力を以下の手順で算出する.

- (1) ①式から MPC 従属自由度の **RFCI** を求める. それをもとに②, ③式の MPC 独立自由度の **RFCI** を算出する. その算出方法は, 例えば以下のような MPC 条件式の場合

$$U_3 = A_1 U_1 + A_2 U_2$$

従属自由度 3 の内部拘束力を $RFCI_3$ とすると

$$1 \text{ の内部拘束力 } RFCI_1 = -A_1 \cdot RFCI_3$$

$$2 \text{ の内部拘束力 } RFCI_2 = -A_2 \cdot RFCI_3$$

となる.

- (2) ②式から **RFCO** を求める.

- (3) ③式から **RES** を求める.

2. 4 接触解析における処理の概要

[1] 接触解析の処理手順は以下の通り.

- (1) 接触する2つのボディをマスターとスレーブに分ける (入力で指定).
- (2) スレーブボディの節点 (以下, スレーブ点と呼ぶ) がマスターボディの表面要素 (以下, マスター面と呼ぶ) を貫通したことを検出.
- (3) スレーブ点をマスター面上の貫通点まで戻す.
- (4) スレーブ点はマスター面上を動くという拘束条件 (スレーブ点の変位とマスター面の構成節点の変位の MPC 条件) のもと, 力のつり合い状態を計算し直す.
- (5) (4) の拘束条件式は線形近似であるので, 求解後, スレーブ点はマスター面上に完全には載らない. そこで, スレーブ点をマスター面上に載せ直した後, 新たな MPC 条件のもと再度求解する. このような繰り返し計算で力のつり合い状態を求める.

[2] 上記 MPC 条件式は以下のように設定される. 以下, 各点 i の座標ベクトルを \mathbf{X}_i , 変位ベクトルを \mathbf{U}_i で表す.

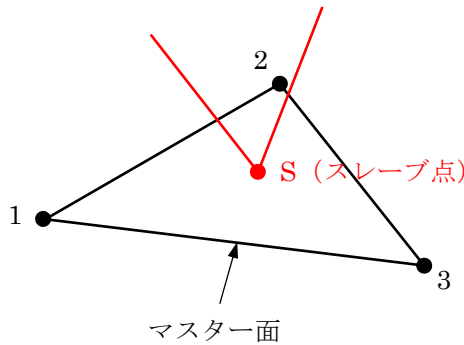
(1) マスターが3角形面の場合

スレーブ点 S とマスター面の構成節点 1,2,3 の間の MPC 条件式は

$$\mathbf{U}_S \cdot \mathbf{n} = L_1 \mathbf{U}_1 \cdot \mathbf{n} + L_2 \mathbf{U}_2 \cdot \mathbf{n} + L_3 \mathbf{U}_3 \cdot \mathbf{n}$$

L_i : スレーブ点 S の3角形 123 における面積座標

\mathbf{n} : 3角形 123 の法線ベクトル



(2) マスターが4角形面の場合

節点 1,2,3,4 の物理的重心点 5 の座標ベクトルは

$$\mathbf{X}_5 = \frac{1}{4}(\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2 + \mathbf{X}_3 + \mathbf{X}_4)$$

また変位ベクトルは以下の通りとする.

$$\mathbf{U}_5 = \frac{1}{4}(\mathbf{U}_1 + \mathbf{U}_2 + \mathbf{U}_3 + \mathbf{U}_4)$$

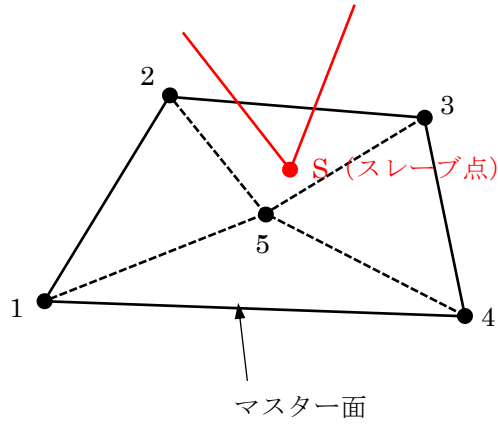
スレーブ点 S とマスター面の構成節点 1,2,3,4 の間の MPC 条件式は

$$\mathbf{U}_S \cdot \mathbf{n} = L_2 \mathbf{U}_2 \cdot \mathbf{n} + L_3 \mathbf{U}_3 \cdot \mathbf{n} + L_5 \mathbf{U}_5 \cdot \mathbf{n}$$

$$\begin{aligned}
&= L_2 \mathbf{U}_2 \cdot \mathbf{n} + L_3 \mathbf{U}_3 \cdot \mathbf{n} + L_5 \frac{1}{4} (\mathbf{U}_1 + \mathbf{U}_2 + \mathbf{U}_3 + \mathbf{U}_4) \cdot \mathbf{n} \\
&= \frac{1}{4} L_5 \mathbf{U}_1 \cdot \mathbf{n} + \left(L_2 + \frac{1}{4} L_5 \right) \mathbf{U}_2 \cdot \mathbf{n} + \left(L_3 + \frac{1}{4} L_5 \right) \mathbf{U}_3 \cdot \mathbf{n} + \frac{1}{4} L_5 \mathbf{U}_4 \cdot \mathbf{n}
\end{aligned}$$

L_i : 3 角形 235 におけるスレーブ点 S の面積座標

\mathbf{n} : 3 角形 235 の法線ベクトル



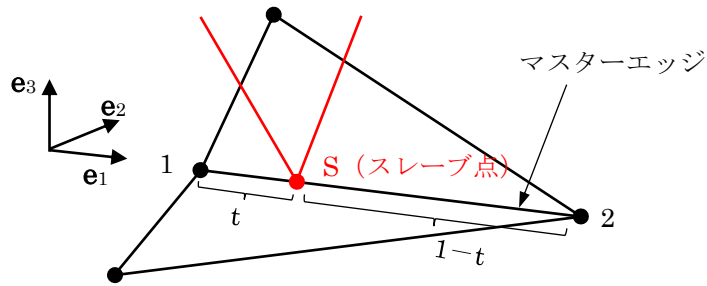
(3) マスターがエッジの場合

スレーブ点 S とマスターエッジの構成節点 1,2 の間の MPC 条件式は

$$\mathbf{U}_S \cdot \mathbf{e}_2 = (1-t) \mathbf{U}_1 \cdot \mathbf{e}_2 + t \mathbf{U}_2 \cdot \mathbf{e}_2$$

$$\mathbf{U}_S \cdot \mathbf{e}_3 = (1-t) \mathbf{U}_1 \cdot \mathbf{e}_3 + t \mathbf{U}_2 \cdot \mathbf{e}_3$$

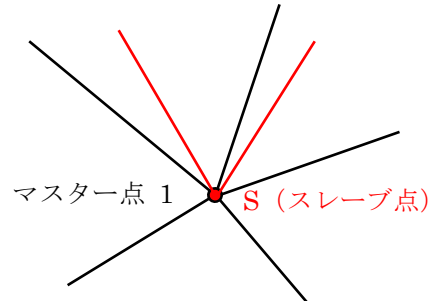
\mathbf{e}_i : 互いに直交する単位ベクトル (\mathbf{e}_1 の方向は 12 と一致)



(4) マスターが点の場合

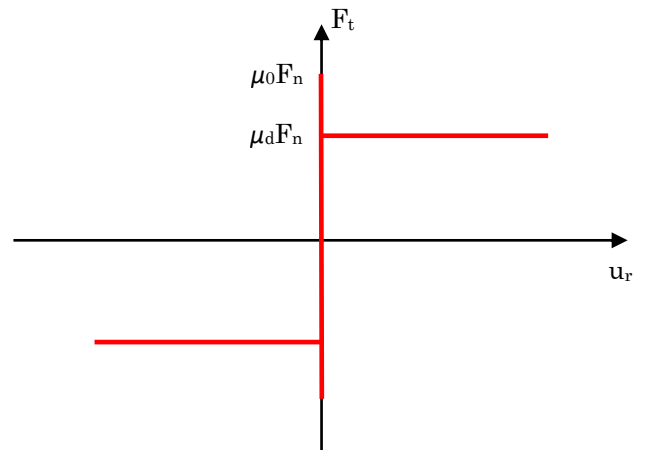
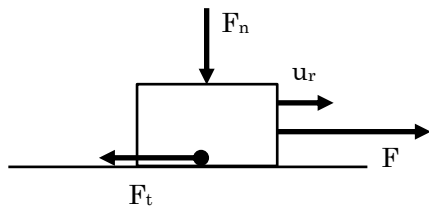
スレーブ点 S とマスター点 1 の間の MPC 条件式は

$$\mathbf{U}_s = \mathbf{U}_1$$



2. 5 摩擦モデル

- (1) 摩擦モデルには stick-slip model を採用している.
- (2) 左下図のように外力 F を作用させた場合の u_r と F_t の関係を右下のグラフに示す.
- (3) $F \leq \mu_0 F_n$ の間は, 物体は動かず (即ち $u_r = 0$), F と同じ大きさの摩擦力 F_t が作用する.
- (4) $F > \mu_0 F_n$ となったところで物体は動き出すが, その後物体に作用する摩擦力は u_r によらず一定で $F_t = \mu_d F_n$ となる.



F_n : 物体に作用する外力 (床面に垂直)

F : 物体に作用する外力 (床面に平行)

u_r : 床面に対する物体の相対速度

F_t : 物体に作用する摩擦力

μ_0 : 静摩擦係数

μ_d : 動摩擦係数

3. 入力データ

3. 1 入力データの構成

入力データ形式は NASTRAN に準じており、以下の構成になっている。

- ・ ケースコントロールセクション
- ・ BEGIN BULK (バルクデータの始まりを示すキーワード)
- ・ バルクデータセクション

3. 2 ケースコントロールセクション

ここではバルクデータセクションで設定されているデータに関して、拘束条件・荷重条件等の選択を行う。ケースコントロールコマンドと選択されるバルクデータの対応は以下の通り。

ケースコントロール コマンド	指定する条件	選択されるバルクデータ
SPC	拘束	SPCADD, SPC1, SPC
DLOAD	動荷重	DLOAD, TLOAD1
TSTEP	動解析ステップ	TSTEP
BCSET	接触	BCTADD, BCTSET

3. 3 バルクデータセクション

各行は 80 カラムで 8 カラムのフィールド 10 ヶからなっている。1 行目の第 1 フィールドはキーワードとなっている。キーワードに*印がつく場合は 16 カラムフィールドのデータ形式になっている。

[1] 節点

GRID

節点座標の定義。

Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
GRID	ID		X	Y	Z				

Format (16 カラム対応) :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
GRID*	ID					X		Y	
	Z								

Field	Type	Contents
ID	I	節点番号
X, Y, Z	R	節点座標

[2] 要素, 要素特性

PSOLID

ソリッド要素の特性定義.

Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
PSOLID	PID	MID							

Field	Type	Contents
PID	I	特性番号
MID	I	参照する材料番号

CTETRA

4 面体要素の定義.

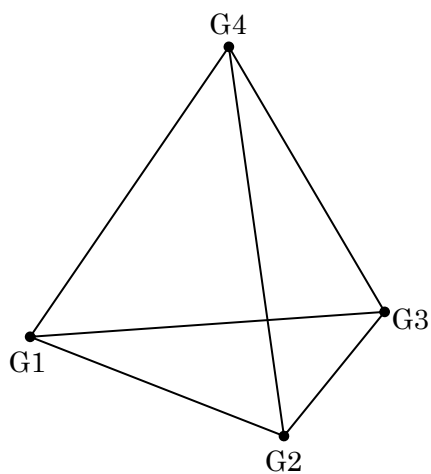
Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
CTETRA	EID	PID	G1	G2	G3	G4			

Field	Type	Contents
EID	I	要素番号
PID	I	特性番号
G1－G4	I	構成節点番号 (Remark 1. 参照)

Remarks :

1. 構成節点番号の並びは下図の通り.



CPENTA

5 面体要素の定義.

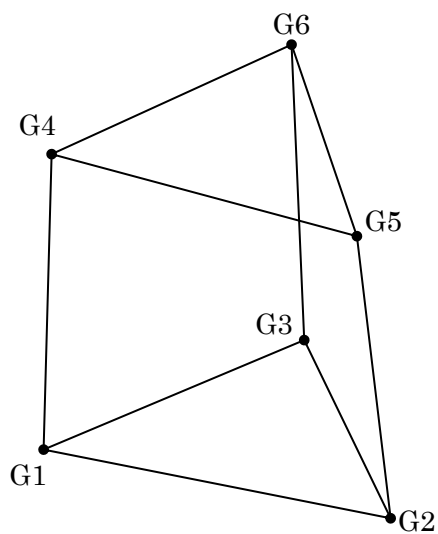
Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
CPENTA	EID	PID	G1	G2	G3	G4	G5	G6	

Field	Type	Contents
EID	I	要素番号
PID	I	特性番号
G1-G6	I	構成節点番号 (Remark 1. 参照)

Remarks :

1. 構成節点番号の並びは下図の通り.



CHEXA

6 面体要素の定義.

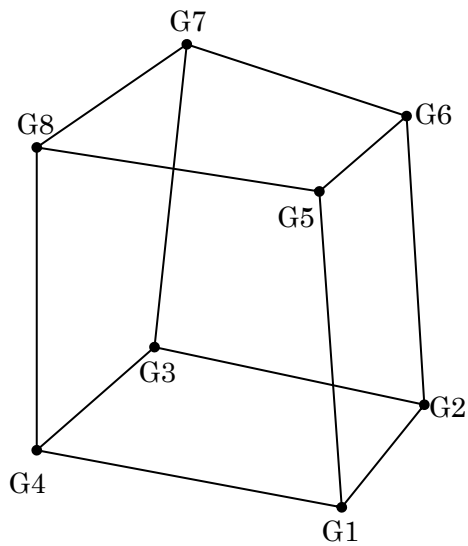
Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
CHEXA	EID	PID	G1	G2	G3	G4	G5	G6	
	G7	G8							

Field	Type	Contents
EID	I	要素番号
PID	I	特性番号
G1-G8	I	構成節点番号 (Remark 1. 参照)

Remarks :

1. 構成節点番号の並びは下図の通り.



PROD

トラス要素の特性定義.

Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
PROD	PID	MID	A						

Field	Type	Contents
PID	I	特性番号
MID	I	参照する材料番号
A	R	断面積

CROD

トラス要素の定義.

Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
CROD	EID	PID	G1	G2					

Field	Type	Contents
EID	I	要素番号
PID	I	特性番号
G1, G2	I	構成節点番号

PBARL

梁要素の特性定義.

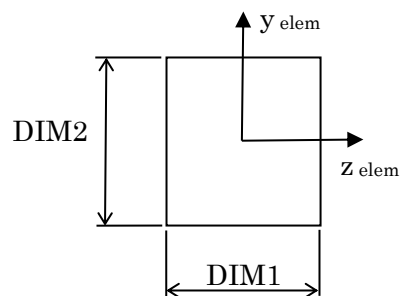
Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
PBARL	PID	MID		TYPE					
	DIM1	DIM2							

Field	Type	Contents
PID	I	梁の特性番号
MID	I	参照する材料番号
TYPE	A	断面形状 (“BAR” のみ Remark 1. 参照)
DIMi	R	断面形状の寸法 (Remark 1. 参照)

Remarks :

1. 梁の断面形状のタイプと寸法は下図の通り.



TYPE = “BAR”

※ y_{elem} , z_{elem} は要素座標系での座標軸

CBAR

梁要素の定義.

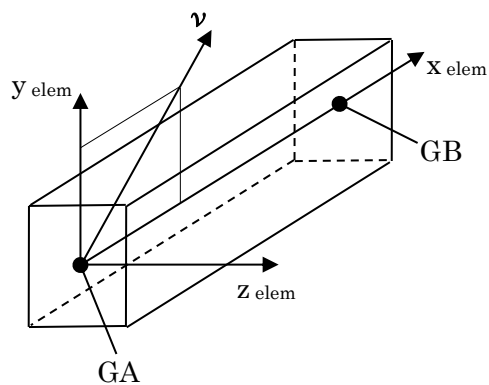
Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
CBAR	EID	PID	GA	GB	X1	X2	X3		

Field	Type	Contents
EID	I	梁の要素番号
PID	I	特性番号
GA, GB	I	構成節点番号 (Remark 1. 参照)
X1, X2, X3	R	要素座標軸を決めるベクトル ν (Remark 1. 参照)

Remarks :

1. 構成節点番号, ν , 要素座標軸の関係は下図の通り.



[3] 材料

MAT1

材料特性の定義.

Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
MAT1	MID	E	LC	NU	RHO	CM	NC	GE	
	N	KF	K						

Field	Type	Contents
MID	I	材料特性番号 (MID < 100 : 一般材料, MID ≥ 100 : 地盤材料)
E	R	ヤング率
LC	R	CADMAS, STM で使用される土砂堆積, 浸食フラグ (=0 : 堆積, 浸食共なし, =1 : 堆積のみあり, =2 : 堆積, 浸食共あり) (Remark 1. 参照)
NU	R	ポアソン比
RHO	R	質量密度 (Remark 2. 参照)
CM	R	質量減衰係数
NC	R	CADMAS で使用される間隙率 (Remark 3. 参照)
GE	R	減衰係数 (減衰比の 2 倍の値)
N	R	地盤材料の間隙率 or 一般材料の引張強さ
KF	R	地盤材料における水の体積弾性係数
K	R	地盤材料の透水係数

Remarks :

1. LC は CADMAS, STM との連成解析時, STM 内セルの土砂堆積, 浸食フラグの設定に使用される.
2. 質量密度は空隙を含まない材料自体の密度 (積石 : 石自体の密度, 地盤 : 土粒子の密度).
3. 間隙率 NC は一般材料, 地盤材料共 CADMAS との連成解析時, CADMAS 内セルと干渉する構造物要素の空隙率として使用される.

MATS1

塑性材料特性の定義.

Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
MATS1	MID			H	YF				

Field	Type	Contents
MID	I	材料特性番号 (MAT1 の材料特性番号) (Remark 1. 参照)
H	R	歪硬化率 (応力増分／塑性歪増分)
YF	I	降伏条件 (=1 : von Miseses, =4 : Drucker-Prager)

Remarks :

1. ここで定義された塑性材料特性は, 同じ材料特性番号を持つ MAT1 で定義された材料に適用される.

[4] 単点拘束

SPCADD

SPC1, SPC で定義された拘束条件の組み合わせとして拘束条件を定義.

Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
SPCADD	SID	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	
	S8	S9					

Field	Type	Contents
SID	I	拘束セット番号
Si	I	SPC1, SPC で定義された拘束セット番号

SPC1

節点の拘束を定義.

Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
SPC1	SID	C	G1	G2	G3	G4	G5	G6	
	G7	G8					

Alternate Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
SPC1	SID	C	G1	"THRU"	G2				

Field	Type	Contents
SID	I	拘束セット番号
C	I	成分番号 (Remark 1. 参照)
Gi	I	節点番号

Remarks :

- 成分番号と変位成分の対応は以下の通り. 例えば U_x , θ_x , θ_y の指定であれば 145 とする.
 $U_x:1$, $U_y:2$, $U_z:3$, $\theta_x:4$, $\theta_y:5$, $\theta_z:6$
- 第 5 フィールドに "THRU" を使用した場合 G1 から G2 までの全ての節点に指定した条件が適用される. G1 から G2 までの間の存在しない節点については無視される.

SPC

節点の拘束・強制変位の定義.

Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
SPC	SID	G1	C1	D1	G2	C2	D2		

Field	Type	Contents
SID	I	拘束セット番号
Gi	I	節点番号
Ci	I	成分番号 (Remark 1. 参照)
Di	R	Gi 及び Ci に対する強制変位値 (拘束の場合は 0.)

Remarks :

- 成分番号と変位成分の対応は以下の通り. 例えば U_x , θ_x , θ_y の指定であれば 145 とする.

$U_x:1$, $U_y:2$, $U_z:3$, $\theta_x:4$, $\theta_y:5$, $\theta_z:6$

SPCD

節点の強制変位の定義.

Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
SPCD	SID	G1	C1	D1	G2	C2	D2		

Field	Type	Contents
SID	I	荷重セット番号
Gi	I	節点番号
Ci	I	成分番号 (Remark 1. 参照)
Di	R	Gi 及び Ci に対する強制変位値

Remarks :

- 成分番号と変位成分の対応は以下の通り. 例えば U_x , θ_x , θ_y の指定であれば 145 とする.

$U_x:1$, $U_y:2$, $U_z:3$, $\theta_x:4$, $\theta_y:5$, $\theta_z:6$

[5] 静荷重

LOAD

FORCE, MOMENT, PLOAD4, GRAV を用いて定義された荷重セットの線形結合として荷重を定義する.

Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
LOAD	SID	S	S1	L1	S2	L2	S3	L3	
	S4	L4					

Field	Type	Contents
SID	I	荷重セット番号
S	R	全体のスケールファクタ
Si	R	Li のスケールファクタ
Li	I	FORCE, MOMENT, PLOAD4, GRAV の荷重セット番号

Remarks :

- 荷重ベクトル \mathbf{f} は次式で与えられる.

$$\mathbf{f} = S \cdot \sum_i S_i \cdot \mathbf{f}_{Li}$$

FORCE

節点に作用する集中荷重の定義.

Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
FORCE	SID	G		F	N1	N2	N3		

Field	Type	Contents
SID	I	荷重セット番号
G	I	荷重が作用する節点番号
F	R	スケールファクタ (Remark 1. 参照)
N1, N2, N3	R	荷重ベクトル成分 (Remark 1. 参照)

Remarks :

1. 節点 G に作用する荷重ベクトル \mathbf{f} は次式で与えられる.

$$\mathbf{f} = F \cdot \begin{Bmatrix} N1 \\ N2 \\ N3 \end{Bmatrix}$$

MOMENT

節点に作用するモーメントの定義.

Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
MOMENT	SID	G		M	N1	N2	N3		

Field	Type	Contents
SID	I	荷重セット番号
G	I	モーメントが作用する節点番号
M	R	スケールファクタ (Remark 1. 参照)
N1, N2, N3	R	モーメント成分 (Remark 1. 参照)

Remarks :

1. 節点 G に作用するモーメント \mathbf{m} は次式で与えられる.

$$\mathbf{m} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix} = M \cdot \begin{Bmatrix} N1 \\ N2 \\ N3 \end{Bmatrix}$$

PLOAD4

ソリッド要素面に作用する荷重の定義.

Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
PLOAD4	SID	EID	P				G1	G3 or G4	
		N1	N2	N3					

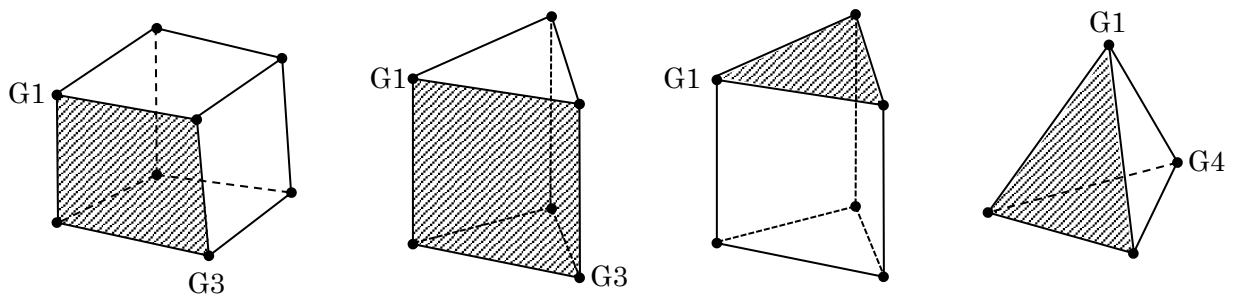
Field	Type	Contents
SID	I	荷重セット番号
EID	I	面荷重が作用する面の貼り付いているソリッド要素番号
P	R	単位面積あたりの荷重の大きさ (Remark 1. 参照)
G1	I	面荷重が作用する面の代表節点番号 (Remark 3. 参照)
G3	I	面荷重が作用する面で G1 と対角線上にある節点の番号 (CHEXA, CPENTA の 4 角形面の場合のみ) (Remark 3. 参照)
G4	I	面荷重が作用する面上にない節点の番号 (CTETRA のみ) (Remark 3. 参照)
N1, N2, N3	R	荷重の方向を示すベクトル (Remark 1. , 2. 参照)

Remarks :

1. 単位面積あたり荷重ベクトル \mathbf{f} は次式で与えられる.

$$\mathbf{f} = P \cdot \frac{1}{|\mathbf{N}|} \begin{Bmatrix} N1 \\ N2 \\ N3 \end{Bmatrix}$$

2. $N1, N2, N3 = 0$ の時, 荷重の方向は面に垂直となる. 方向は面の表から裏を正とする.
3. 各要素種毎の G1, G3, G4 の位置は以下ようになる.



GRAV

重力の定義.

Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
GRAV	SID		A	N1	N2	N3			

Field	Type	Contents
SID	I	荷重セット番号
A	R	スケールファクタ (Remark 1. 参照)
N1, N2, N3	R	荷重ベクトル成分 (Remark 1. 参照)

Remarks :

1. 重力ベクトル \mathbf{g} は次式で与えられる.

$$\mathbf{g} = A \cdot \begin{Bmatrix} N1 \\ N2 \\ N3 \end{Bmatrix}$$

[6] 動荷重

DLOAD

TLOAD1 を用いて定義された荷重セットの線形結合として荷重を定義する.

Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
DLOAD	SID	S	S1	L1	S2	L2	S3	L3	
	S4	L4					

Field	Type	Contents
SID	I	荷重セット番号
S	R	全体のスケールファクタ
Si	R	Li のスケールファクタ
Li	I	TLOAD1 の荷重セット番号

Remarks :

1. 荷重ベクトル \mathbf{f} は次式で与えられる.

$$\mathbf{f} = S \cdot \sum_i S_i \cdot \mathbf{f}_{Li}$$

TLOAD1

動荷重の定義.

Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
TLOAD1	SID	EXCITEID		TYPE	TID				

Field	Type	Contents
SID	I	荷重セット番号
EXCITEID	I	使用する静荷重セット番号 (Remark 1. 参照)
TYPE	I or A	荷重タイプ (Remark 2. 参照)
TID	I	荷重倍率の時間変化を定義するテーブル番号 (Remark 1. 参照)

Remarks :

1. 動荷重ベクトル $\mathbf{f}(t)$ は次式で与えられる.

$$\mathbf{f}(t) = \mathbf{f} \cdot T(t)$$

\mathbf{f} : EXCITEID で指定された静荷重ベクトル

$T(t)$: TIDで指定されたテーブルによる荷重倍率の時間変化

2. TYPE で定義される荷重タイプは以下の通り.

TYPE	荷重タイプ
0, LOAD	荷重
1, DISP	強制変位 (SPCD で指定)
2, VELO	速度 (SPCD で指定)
3, ACCE	加速度 (SPCD で指定)

TABLED2

動荷重の時間変化を定義.

Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
TABLED2	TID								
	X1	Y1	X2	Y2	X3	Y3	X4	Y4	
	X5	Y5	ENDT				

Field	Type	Contents
TID	I	テーブル番号
Xi, Yi	R	テーブルデータ

[7] 接触

BCTADD

BCTSET で定義された接触ペアの組み合わせとして接触ペアを定義.

Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
BCTADD	CSID	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	
	S8	S9					

Field	Type	Contents
CSID	I	接触セット番号
Si	I	BCTSET で定義された接触セット番号

BCTSET

接触ペアの定義.

Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
BCTSET	CSID	SID1	TID1						
		SID2	TID2						
							

Field	Type	Contents
CSID	I	接触セット番号
SIDi	I	スレーブ (ソース) リージョン番号
TIDi	I	マスター (ターゲット) リージョン番号

BCTPARA

摩擦特性の設定.

Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
BCTPARA	CSID		MU0		MUD				

Field	Type	Contents
CSID	I	接触セット番号 (BCTSET の番号) (Remark 1. 参照)
MU0	R	静摩擦係数
MUD	R	動摩擦係数

Remarks :

1. ここで定義された摩擦特性は、同じ接触セット番号を持つ BCTSET で定義された接触ペアに適用される。

BSURFS

接触リージョンの定義.

Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
BSURFS	ID				EID1	G1	G2	G3	
	EID2	G1	G2	G3	EID3	G1	G2	G3	
					

Field	Type	Contents
ID	I	コンタクトリージョン番号
EIDi	I	接触面の貼り付いている要素番号
G1,G2,G3	I	接触面 (3 角形面 or 4 角形面) の構成節点のうち 3 つの番号

[8] 解析コントロール

TSTEP

動解析の時間ステップ定義.

Format :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
TSTEP	SID	N1	DT1	NO1					
		N2	DT2	NO2					
						

Field	Type	Contents
SID	I	セット番号
Ni	I	DTi の数
DTi	A	時間刻み
NOi	I	結果出力間隔

[9] その他

以下の key word に続けて () 内に示される値を指定する.

PARAM,LGDISP, (= 1 : 大変形を考慮)

PARAM,W4, (支配的な振動モードの固有角振動数)

PARAM,EPSC, (初期接触判定のトレランス. 初期状態において, この距離以下にあるスレーブマ
スターは接触と判定される. デフォルト = 10^{-6})

CADMAS,PLOWER2, (CADMAS で使用, 障害物同士に挟まれたセルがこの値以下の場合, セル空
隙率を 0 とする)

4. データテーブル

4. 1 コントロールデータテーブル

[1] KK テーブル

※（領）は領域分割時の当該領域における値を示す。

No.	変数名	内 容
1		構造・浸透流連成解析手法（0：同時，1：分離）
2		幾何学的非線形（0：微小変形，1：大変形，2：大変形 & 従動荷重）
3		使用メモリ（MB）
4		SUBCASE 数
5		
6		非線形解析における最大反復数
7	NSTEP	ステップ数
8	NNOD	節点数
9	NSHL	SHELL 要素数
10	NSOL	SOLID 要素数
11	NMAT	材料種数
12	NELM	全要素数
13	NTHK	SHELL 板厚種数
14	NROD	ROD 要素数
15	NRODA	ROD 断面積種数
16	NBAR	BEAM 要素数
17	NBARD	BEAM 断面形状数
18	NELAS	SPRING 要素数
19	NEQ	全自由度数
20	NCGSPC	全体剛性行列の非零要素数
21		マトリックスソルバー種類（1：CG 法，2：ASE，3：PARDISO）
22		CG 法最大反復回数
23		CG 法前処理（0：対角成分のみ，1：不完全コレスキー分解）
24		全体剛性行列における 1 自由度あたりの最大非零要素数（構造解析）
25		全体剛性行列における 1 自由度あたりの最大非零要素数（浸透流解析）
26		（領）内点数
27		（領）内点に対応する自由度数
28	NNODC	（領）接触判定の為に追加した節点数
29	NELMC	（領）接触判定の為に追加した要素数
30		質量行列の形式（0：lumped，1：consistent）
31	NNODX	（領）方程式組立の為に追加した節点数
32	NELMX	（領）方程式組立の為に追加した要素数
33		要素剛性行列の最大サイズ

34		要素剛性行列の最大自由度数
35		MPC 処理の変換行列の最大サイズ
36	MGP	要素の最大積分点数
37	NM	配列 IELM の 1 要素あたりの最大サイズ
38	NISPD	4. 2[6] SPCD 参照
39	NNSPD	
40	NLOAD	4. 2[6] LOAD 参照
41	NNLOAD	
42	NIFC	4. 2[6] FORCE, MOMENT 参照
43	NNFC	
44	NIPL4	4. 2[6] PLOAD4 参照
45	NNPL4	
46	NISPA	4. 2[5] SPCADD 参照
47	NNSPA	
48	NISP1	4. 2[5] SPC1 参照
49	NNSP1	
50		
51		
52		
53		
54		
55		
56	NISPC	4. 2[5] SPC 参照
57	NNSPC	
58		
59		
60	NIGRV	4. 2[6] GRAV 参照
61		
62		
63		
64		
65		
66	NIDLD	4. 2[7] DLOAD 参照
67	NSIDL	
68		
69		
70	NITD1	4. 2[7] TABLED2 参照
71	NTBD1	

72		
73		
74		
75		
76		
77	NITL1	4.2[7] TLOAD1 参照
78	NISTP	4.2[9] TSTEP 参照
79	NNSTP	
80		材料非線形 (0 : なし, 1 : あり)
81	NPFC	表面要素数
82	NPTIM	片方向連成において CADMAS の結果ファイル (data.prs) に出力されているデータの時刻数
83	NRST	リスタートファイル出力時刻数 (双方向連成では CADMAS のリスタートファイル出力フラッグ)
84	IRST	リスタート計算開始ステップ番号 (双方向連成では CADMAS のリスタート計算開始ステップ番号)
85		
86	NRANK	接触解析における位置補正の優先順位数
87	NIDEP	接触解析における MPC 関係式の従属自由度数
88	NICPA	4.2[8] BCTADD 参照
89	NNCPA	
90	NICPR	4.2[8] BCTSET, BCTPARA 参照
91	NNCPR	
92	NICRG	4.2[8] BSURFS 参照
93	NNCRG	
94	NIGSF	接触面の構成節点に接続する要素の構成面の内, 4 角形面の面重心点の数
95	NINDC	接触点数
96		摩擦モデル (0 : 摩擦無し, 1 : arctangent, 2 : stick-slip)
97	NIELC	接触面数
98	NIELG	地盤面に貼り付いている接触面数
99	NIEDG	接触面エッジ数
100	NIBTE	分割テトラ (接触面の構成節点に接続する要素を 4 面体に分割したもの) 数
101	NIELQ	接触 4 角形面数
102	NINDC0	(領) 領域全体の接触点数
103	NINDCX	(領) 方程式組立の為に追加した接触点数
104	NIELCX	(領) 方程式組立の為に追加した接触面数
105	NIEDGX	(領) 方程式組立の為に追加した接触面エッジ数
106	NIELQX	(領) 方程式組立の為に追加した接触 4 角形面数

107	NIGSFX	(傾) 方程式組立の為に追加した 4 角形面重心点数
108	NIGSFC	(傾) 接触判定の為に追加した 4 角形面重心点数
109		
110	MITER0	静摩擦を考慮する際の収束方法を切り替える計算反復回数
111	MITER1	静摩擦を考慮する際の摩擦特性を切り替える計算反復回数
112	MITERD0	動摩擦を考慮する際の摩擦特性・収束方法を切り替える計算反復回数
113	MITERD1	動摩擦を考慮する際の摩擦特性を切り替える計算反復回数

[2] RR テーブル

No.	内 容
1	CG 法の収束許容誤差
2	
3	非線形解析における不平衡力の収束許容誤差 (残差ノルムの絶対値)
4	過渡応答解析の時間積分パラメータ β
5	過渡応答解析において減衰比を有効にする変形モードの固有角振動数
6	非線形解析における不平衡力の収束許容誤差 (残差ノルムの相対値)
7	浸透流解析の時間積分パラメータ α
8	CADMAS モデルの水位
9	CADMAS モデルの上面境界の Z 座標
10	摩擦ばね定数 (静摩擦) の計算に用いるパラメータ
11	摩擦ばね定数 (動摩擦) の計算に用いるパラメータ
12	動摩擦状態 → 静摩擦状態の判定に用いる相対変位量の限界値
13	接触解析の貫通判定に用いるパラメータ
14	初期接触判定に用いるマスター・スレーブ間距離の限界値
15	スレーブ点が接触面から別の面に乗り移る際の判定に使用する 2 面の法線のなす角の許容値

[3] IFL テーブル

No.	拡張子	内 容
10	.dat	入力データ
11	.log	ログ
12	.wk1	ASE 用ワーク
13	.wk2	ASE 用ワーク
14	.prs	片方向連成における CADMAS の結果ファイル
15	.neu	結果ファイル (FEMAP neutral file format)
16	.rsto	リスタート計算用出力ファイル
17	.rsti	リスタート計算用入力ファイル
18	.rtm	リスタート計算用データ出力時刻ファイル

4. 2 入力データテーブル

入力データ（NASTRAN BULK データ形式）を読み込んで、その内容をセットするデータテーブルを以下に示す。太字は各データテーブルに対応する NASTRAN BULK データの entry name を表す。

[1] ケースコントロール

		1	2	...	NSUB = KK(4)
ISUB	静荷重条件 1				
	単点拘束条件 2				
	多点拘束条件 3				
	固有値解析条件 4				
	温度荷重条件 5				
	初期温度条件 6				
	動荷重条件 7				
	荷重セット 8				
	周波数応答解析条件 9				
	材料温度条件 10				
	非線形解析条件 11				
	過渡応答解析時間条件 12				
	接触セット 13				

[2] 節点

GRID

		1	2	...	NNOD = KK(8)
INDG	節点番号				
IGCD	座標系番号				
GRID	節点座標 X				
	Y				
	Z				

[3] 要素, 要素特性

PSOLID, CTETRA, CPENTA, CHEXA
PROD, CROD
PBARL, CBAR

以下, 配列 IELM の 1 要素あたりの内容を示す.

要素種	SOLID	ROD	BEAM
1	要素番号		
2	(= 2 : 構造物 = 6 : 地盤)	(= 3)	(= 4)
3	構成節点数		
4	材料番号		
5	積石材料フラッグ (= 0 : 積石以外 = 1 : 積石)	断面積番号 (RODA 参照)	断面形状番号 (BARD 参照)
6			断面タイプ (= 2 : "BAR" のみ)
7			梁要素番号 (BVEC 参照)
8	構成節点番号 1		
9	構成節点番号 2		
.	.		
.	.		
.	.		
NM=KK(37)	.		

各要素種毎の 総数	NSOL = KK(10)	NROD = KK(14)	NBAR = KK(16)
要素総数	NELM = KK(12)		

PROD

RODA		1	2	• • •	NRODA = KK(15)
	断面積				

PBARL

BARD		1	2	• • •	NBARD = KK(17)
	DIM1				
	DIM2				

CBAR

BVEC		1	2	• • •	NBAR = KK(16)
	方向決めベクトル X1				
	X2				
	X3				

[4] 材料

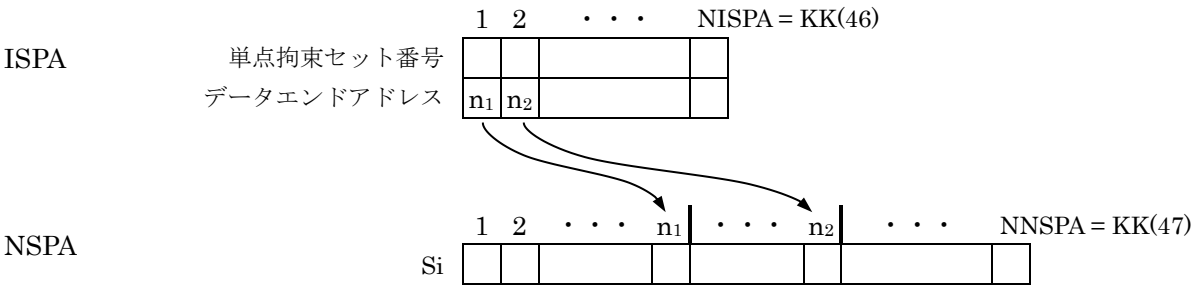
MAT1

		1	2	• • •	NMAT = KK(11)
MAT	空き				
	弾塑性				
AMAT	E	1			
	ν	2			
	ρ	3			
	GE	4			
	CM	5			
	n(CADMAS 用)	6			
	n	7			
	K _f	8			
	k	9			
	ρ_f	10			
	σ_y	11			
	H'	12			
	α	13			
	σ_t	14			
	•				
	•				
	33				

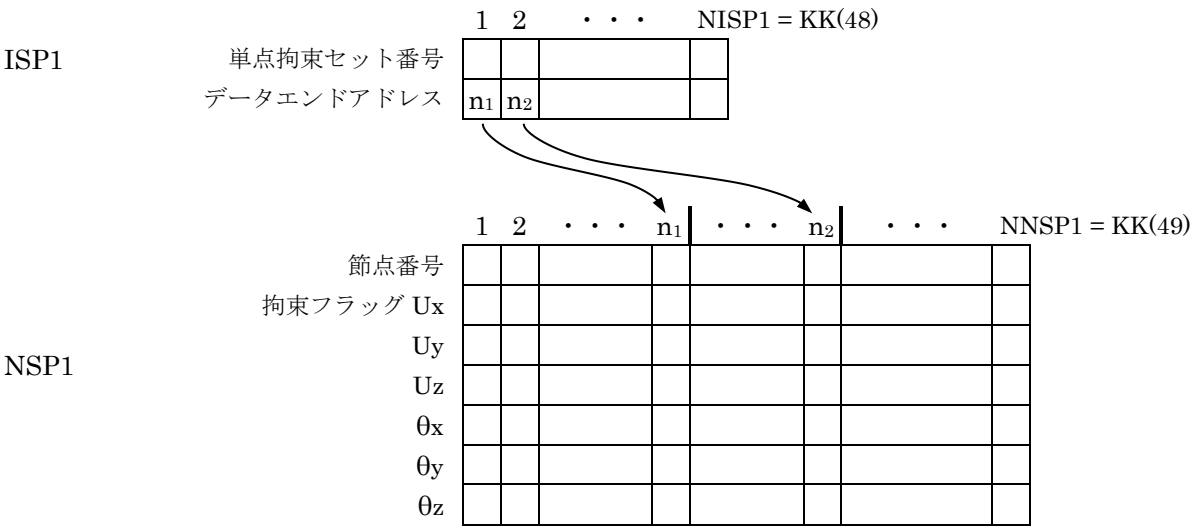
※ 弾塑性 =0 : 弾性, =1 : Miseses, =2 : Drucker-Prager

[5] 単点拘束

SPCADD

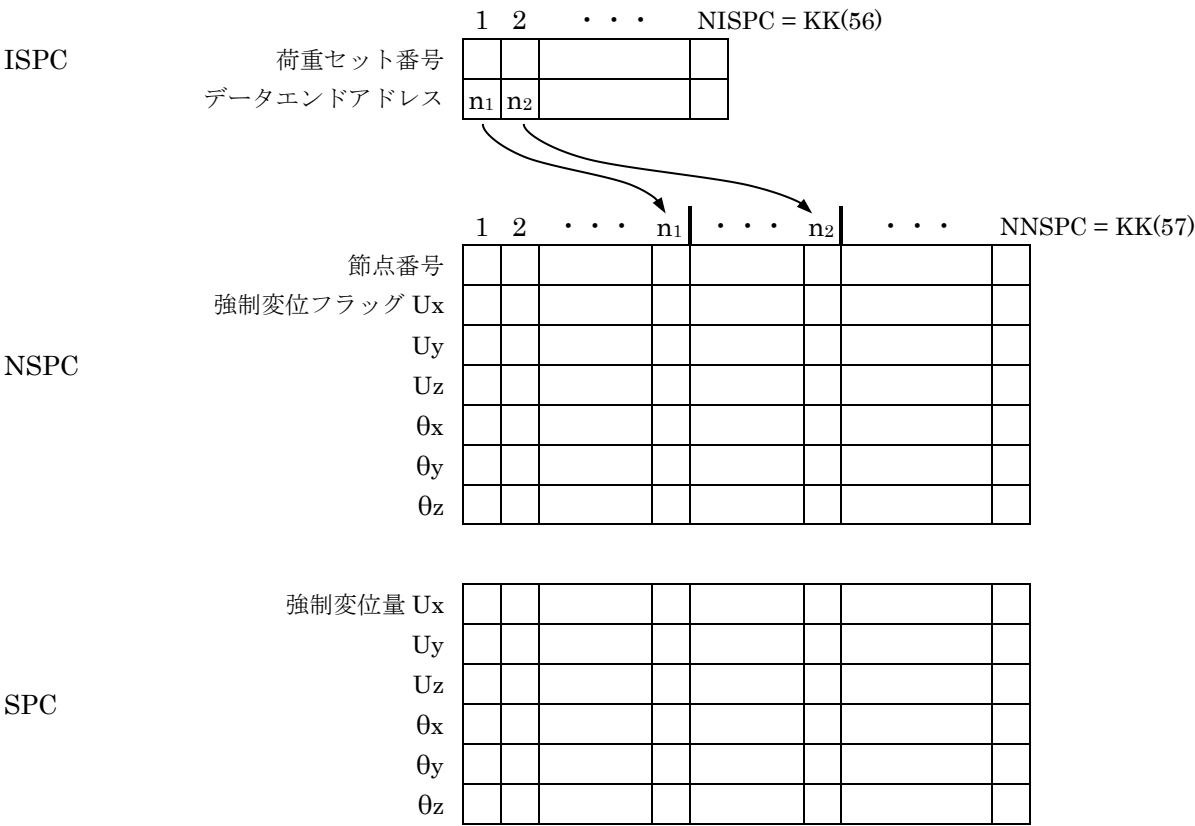


SPC1



※ 拘束フラッグ =1 : 拘束, =0 : フリー

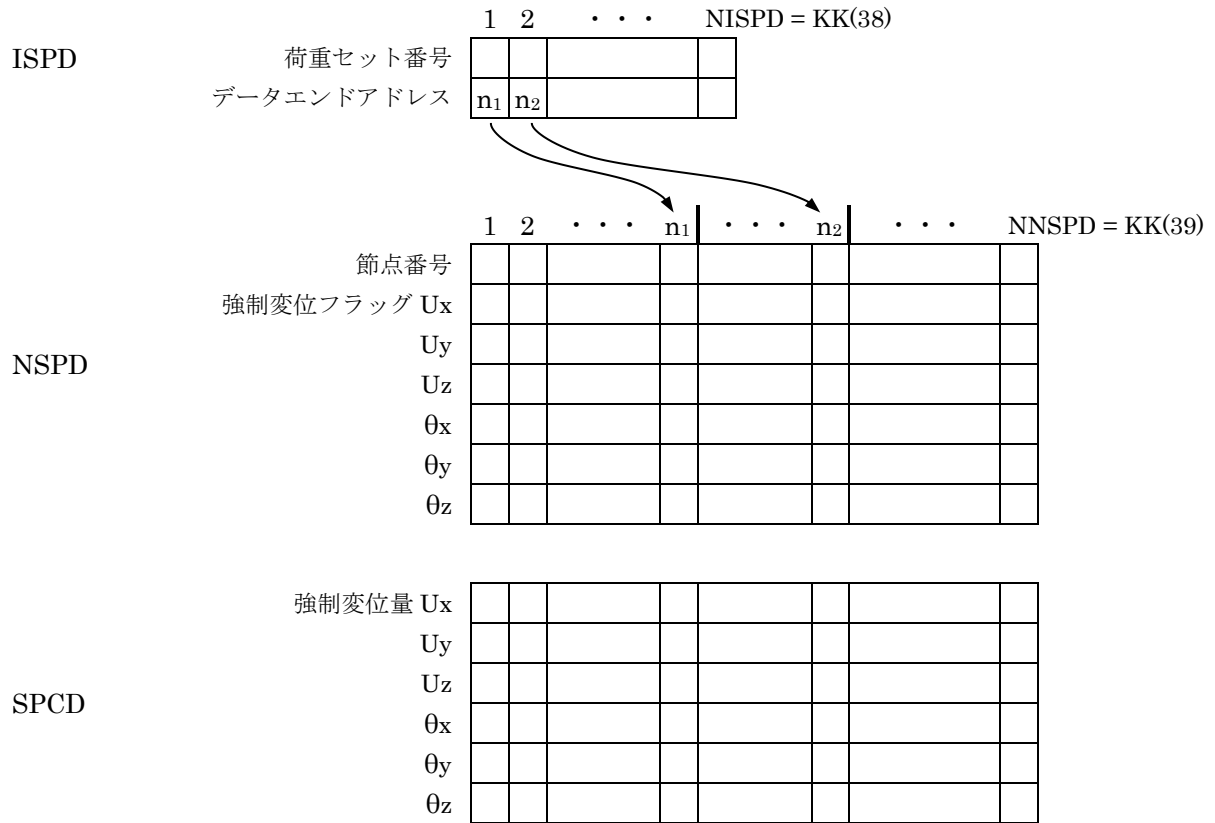
SPC



※ 強制変位フラッグ = 1 : 強制変位させる, = 0 : 強制変位なし

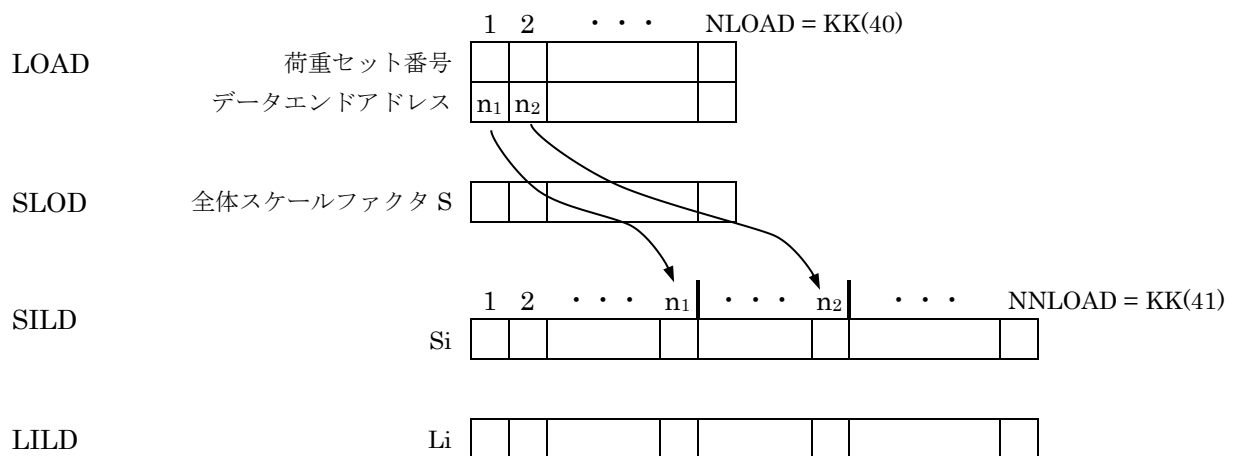
[6] 静荷重

SPCD



※ 強制変位フラッグ =1: 強制変位させる, =0: 強制変位なし

LOAD



FORCE, MOMENT

IFC	荷重セット番号	1 2 . . . NIFC = KK(42)
	データエンドアドレス	n1 n2 . . .
NFC	節点番号	1 2 . . . n1 . . . n2 . . . NNFC = KK(43)
	座標系番号	
FC	荷重 Fx	
	Fy	
	Fz	
	モーメント Mx	
	My	
	Mz	

PLOAD4

IPL4	荷重セット番号	1 2 . . . NIPL4 = KK(44)
	データエンドアドレス	n1 n2 . . .
NPL4	要素番号	1 2 . . . n1 . . . n2 . . . NNPL4 = KK(45)
	G1	
	G3 or G4	
	座標系番号	
PLD4	P	
	N1	
	N2	
	N3	

GRAV

IGRV

荷重セット番号

1

2

...

NIGRV = KK(60)

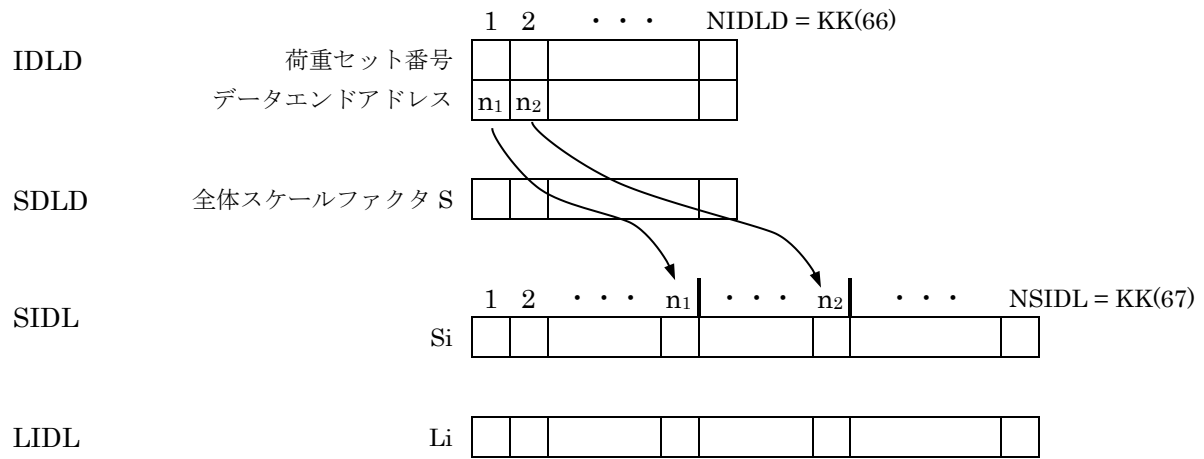
--	--	--	--

GRAV

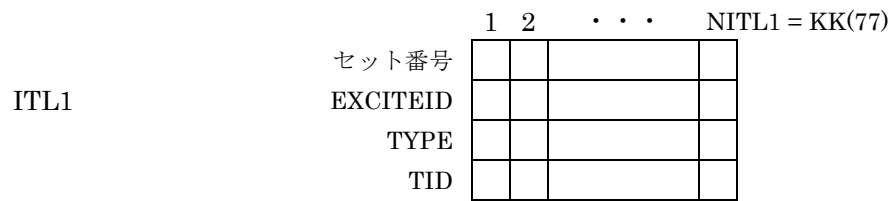
A・N1				
A・N2				
A・N3				

[7] 動荷重

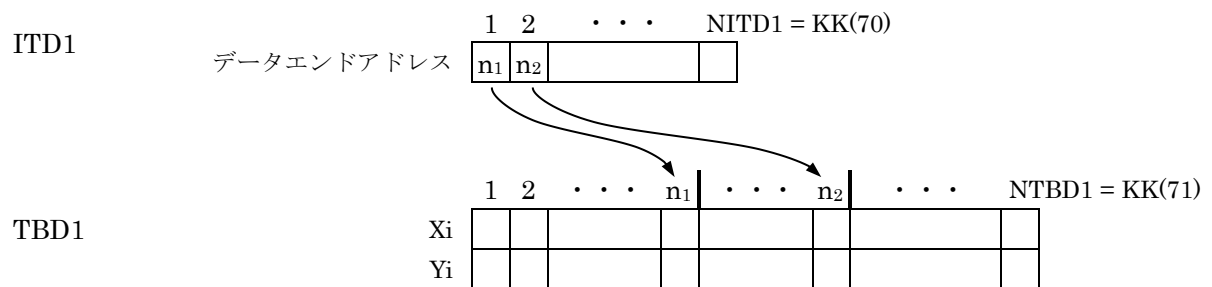
DLOAD



TLOAD1

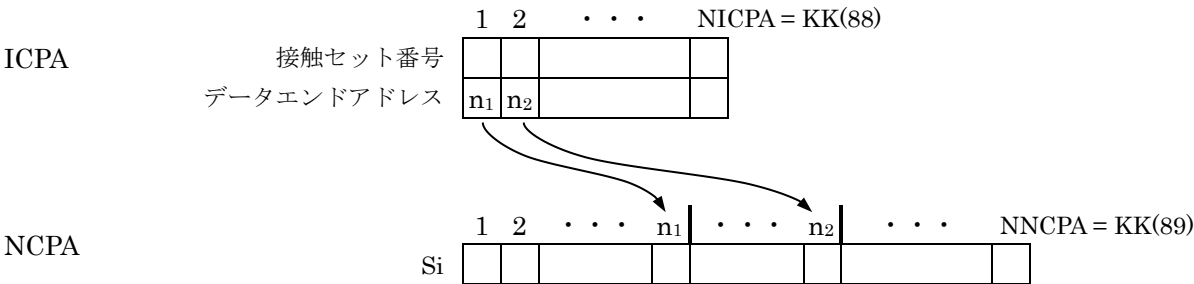


TABLED2

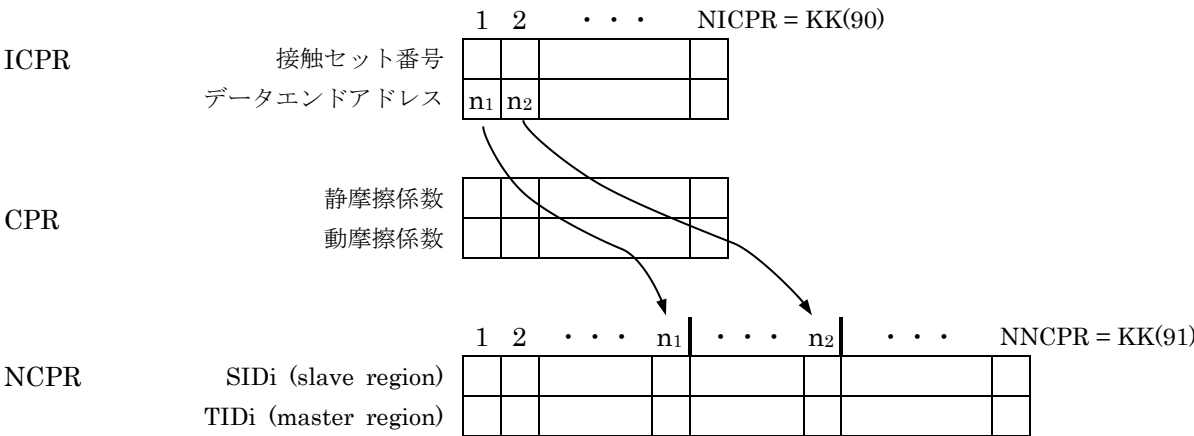


[8] 接触

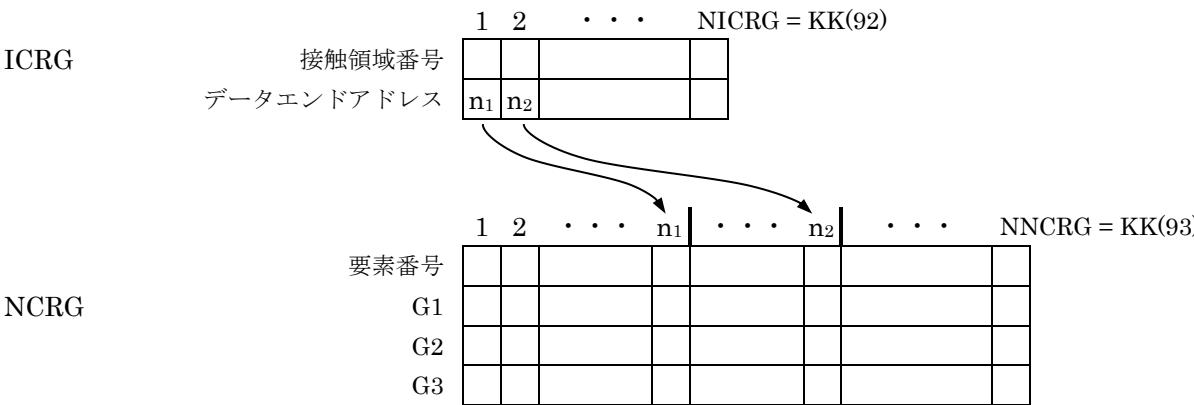
BCTADD



BCTSET, BCTPARA

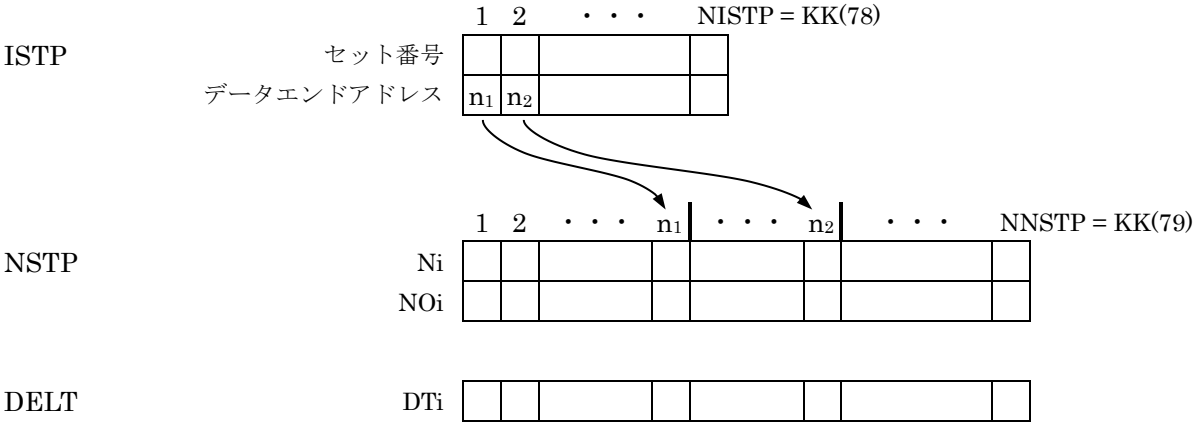


BSURFS



[9] 解析コントロール

TSTEP



[1 0] その他

REST, TIME
, DT
, RUN

	リスタート計算開始時刻	1	
	リスタート計算用データ出力時間刻み	2	
	リスタート計算用データ出力時刻 1	3	
RTIM	リスタート計算用データ出力時刻 2	4	
		.	
		.	
	リスタート計算用データ出力時刻 NRST	2+NRST	

$NRST = KK(83)$

4. 3 大域変数テーブル

モジュールで定義される大域変数を以下に示す.

4. 3. 1 モジュール名 : M_VAL (ファイル名 : m_val.f90)

配列サイズを表す変数は KK テーブルを参照.

分類	変数名	型	内 容
入力データ	4.2 参照		
変位 節点力	UG1 (6, NNOD+NIGSF)	R8	変位 (時刻 n-1)
	UG2 (6, NNOD+NIGSF)	R8	変位 (時刻 n)
	UG3 (6, NNOD+NIGSF)	R8	変位 (時刻 n+1)
	UGP (6, NNOD+NIGSF)	R8	変位 (時刻 n+1) (前 iter.)
	DUG (6, NNOD)	R8	変位増分
	POS (3, NNOD+NIGSF)	R8	位置
	POS0 (3, NNOD+NIGSF)	R8	位置 (前 contact iter.)
	VG0 (3, 2, 2, NBAR)	R8	梁要素の director (初期値)
	VG (3, 2, 2, NBAR)	R8	梁要素の director
	VGP (3, 2, 2, NBAR)	R8	梁要素の director (前 iter.)
	FT0 (6, NNOD)	R8	2.1.1[5] 参照
	FTI (6, NNOD)	R8	
	FTID (6, NNOD)	R8	
	FCO (6, NNOD, 3)	R8	
	FCK (6, NNOD, 3)	R8	
	FCD (6, NNOD, 4)	R8	
	FCM (6, NNOD, 3)	R8	
	FCP (3, NNOD, 2)	R8	
	RFCO (6, NNOD)	R8	拘束反力
	RFCI (6, NNOD)	R8	接触反力
	FRCI (6, NNOD)	R8	摩擦力
圧力 流束	PPND (NNOD)	R8	CADMAS のセル圧力を補間して得られた圧力
	PG1 (NNOD+NIGSF)	R8	地盤の間隙水圧 (時刻 n-1)
	PG2 (NNOD+NIGSF)	R8	地盤の間隙水圧 (時刻 n)
	PG3 (NNOD+NIGSF)	R8	地盤の間隙水圧 (時刻 n+1)
	DPG (NNOD)	R8	地盤の間隙水圧の増分
	FLO (NNOD)	R8	2.1.2[5] 参照
	FLI (NNOD)	R8	

積分点の状態	DMT (21*MGP, NELM)	R8	構成則マトリックス
	EPSG (6*MGP, NELM)	R8	歪
	SIGG (6*MGP, NELM)	R8	応力
	IST (MGP, NELM)	I4	状態 (=0:弾性, =1:ひび割れ, =2:塑性)
	SIGY (MGP, NELM)	R8	降伏応力
浸透流	VELG (3, MGP, NELM)	R8	ダルシー流速 (要素積分点)
	VELE (3, NELM)	R8	ダルシー流速 (要素中心)
CADMAS との連成解析用データ	IPFC (10, NPFC)	I4	面要素の構成節点データ
	AFC (NPFC)	R8	圧力がかかる面積率
	IPND (NNOD)	I4	CADMAS 内での節点の状態 (≤0:圧力かからない, =1:圧力かかる, =2:1以外の地盤表面上の点)
	PTIM (NPTIM)	R8	片方向連成において CADMAS の結果ファイル (data.prs) に出力されているデータの時刻
	PND (NNOD, NPITM)	R8	CADMAS のセル圧力を補間して得られた節点圧力
CADMAS, STM との連成解析用データ	IRF (NPFC)	I4	地盤, 積石に貼り付く面のタイプ (=1:固定, =2:可動)
	IRND (NNOD)	I4	地盤, 積石の構成節点のタイプ (=1:可動点, =-1:内部点, =0:それ以外)
	IRMSH (6, NNOD)	I4	地盤, 積石の構成節点の内, 内部点の位置補正 (土砂の堆積, 浸食による) のマスターとなる可動面の構成節点データ
	RMSH (4, NNOD)	R8	地盤, 積石の構成節点の内, 内部点の位置補正 (土砂の堆積, 浸食による) に使用するパラメータ
	DELZ (NNOD)	R8	地盤, 積石の構成節点の 1 ステップ当たりの Z 方向補正量 (土砂の堆積, 浸食による)
	SUMZ (NNOD+NIGSF)	R8	上記積算値
時間ステップ	D_T (NSTEP)	R8	計算時間刻み
	IOUT (NSTEP)	I4	出力フラッグ (=0:出力しない, =1:出力する)
リスタート	IROUT (NSTEP)	I4	リスタートファイル出力フラッグ (=0:出力しない, =1:出力する)
インデックス	INDOF0 (6, NNOD)	I4	INDOF の初期値
	INDOF (6, NNOD)	I4	連立 1 次方程式における自由度 (= -2: MPC 従属, = -1: 強制変位, = 0: 固定, > 0: 自由度)
	INDMPC (2, 6, NNOD)	I4	MPC 従属となっている節点, 成分に対応する MPCF のスタート, エンドアドレス (4.3.1[1]参照)
	MPCF (2, NIRH)	I4	MPC 関係式における独立自由度の節点, 成分番号
	RMPC (NIRH)	R8	上記にかかる係数
	INDOP0 (NNOD)	I4	INDOP の初期値
	INDOP (NNOD)	I4	圧力に関する連立 1 次方程式における自由度 (= -1: 固定, = 0: 計算対象外, > 0: 自由度)

マトリックス ソルバー	RHV (NEQ)	R8	連立 1 次方程式の右辺
	X (NEQ)	R8	連立 1 次方程式の解
	IDSK (NEQ+1)	I4	4. 3. 1[2] 参照
	IDCG (NCGSPC)	I4	
	CGWK (NEQ, 6)	R8	CG 法のワーク
	STF (NGCPSC)	R8	連立 1 次方程式の係数行列
	LOW (NCGSPC)	R8	CG 法の不完全 LU 分解に使用するワーク
ワーク	WRK1-3 (6, NNOD)	R8	ワーク
接触	4. 3. 1[3] 参照		

上記配列サイズは領域分割しない場合の値を示す。領域分割した場合の節点データ、要素データサイズは以下の通り。

節点データサイズ

KK(8) NNOD	KK(28) NNODC	KK(94) NIGSF	KK(108) NIGSFC	KK(31) NNODX	KK(107) NIGSFX
当該領域内 の節点	他領域の節点 (接触判定の 為追加)	当該領域内 の面重心点	他領域の面重心点 (接触判定の為 追加)	他領域の節点 (方程式組立 の為追加)	他領域の面重心点 (方程式組立の為 追加)

要素データサイズ

KK(12) NELM	KK(29) NELMC	KK(32) NELMX
当該領域内 の要素	他領域の要素 (接触判定の 為追加)	他領域の要素 (方程式組立 の為追加)

[1] INDMPC, MPCF, RMPC の例

MPC 条件式を

$$U(j, i) = R1 \cdot U(j1, i1) + R2 \cdot U(j2, i2) + R3 \cdot U(j3, i3)$$

と仮定すると、この条件式のデータは以下のように格納される.

$$INDOF(j, i) = -2$$

$$INDMPC(1, j, i) = IS$$

$$INDMPC(2, j, i) = IE$$

	...	IS	IE	...
MPCF		i1	i2	i3
		j1	j2	j3
RMPC		R1	R2	R3

[2] IDSK, IDCG の例

(1) CG 法の場合

係数行列の非零要素（数字は、その位置における係数の値が格納されている STF におけるアドレスを表す）

$$\begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 2 & & & & \\ 4 & 5 & 3 & & & \\ 7 & & 8 & 6 & & \\ & 10 & 11 & & 9 & \\ & & 13 & 14 & & 12 \end{bmatrix}$$

NEQ = 6

IDSK : 各行の非零要素先頭アドレス（各行で対角成分が先頭）

1, 2, 3, 6, 9, 12, 15

NEQ+1 個目には非零要素最終アドレス+1 を入れる

IDCG : 非零要素の列番号

1, | 2, | 3, 1, 2, | 4, 1, 3, | 5, 2, 3, | 6, 3, 4 |

(2) 直接法の場合

係数行列の非零要素（数字は、その位置における係数の値が格納されている STF におけるアドレスを表す）

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & & & \\ & 4 & & 5 & & 6 \\ & & 7 & & 8 & 9 \\ & & & 10 & & 11 \\ & & & & 12 & \\ & & & & & 13 \end{bmatrix}$$

NEQ = 6

IDSK : 各行の非零要素先頭アドレス（各行で対角成分が先頭）

1, 4, 7, 10, 12, 13, 14

NEQ+1 個目には非零要素最終アドレス+1 を入れる

IDCG : 非零要素の列番号

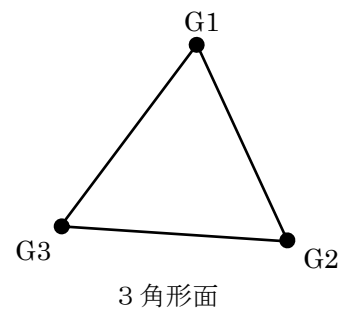
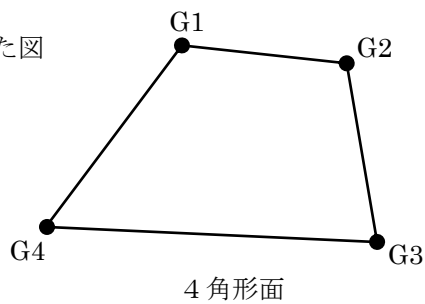
1, 3, 4, | 2, 4, 6, | 3, 5, 6, | 4, 6, | 5, | 6 |

[3] 接触データテーブル

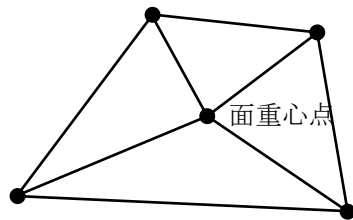
(1) 接触面 (入力データテーブル NCRG に対応)

ICSF		1	2	...	NNCRG = KK(93)
	面番号				
	構成節点数				
	構成節点 G1				
	G2				
	G3				
	G4				

表から見た図



↓ 4 角形面は以下のように 4 つの 3 角形面に分割し, IELC テーブルに格納される.



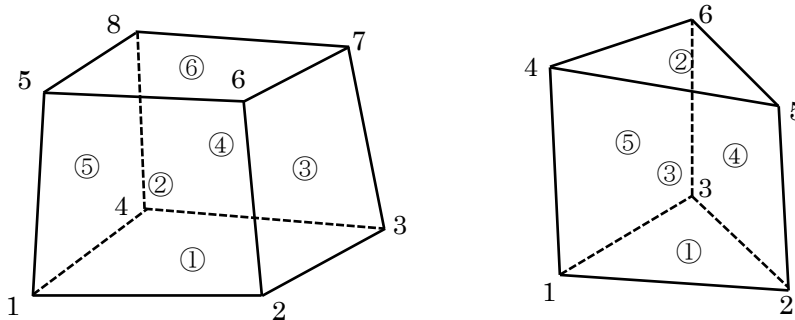
(2) 要素面重心点番号

IGSFR	要素番号	1	2	3	4	5	6	...	NELM = KK(12)
	面番号 1		1						
	2		2						
	3		3		7	10			
	4		4		8	11			
	5		5		9	12			
	6		6						
		↑		↑		↑			
		HEXA		PENTA		TETRA			

IBEL	接触面の構成節点 への接続フラグ	0	1	0	1	1	1		
------	---------------------	---	---	---	---	---	---	--	--

※ 面重心点番号は上記番号に NNOD = KK(8) が加算された値となる。

面番号 : ①, ②, ...



(3) 分割テトラ (接触面の構成節点に接続する要素を 4 面体に分割したもの)

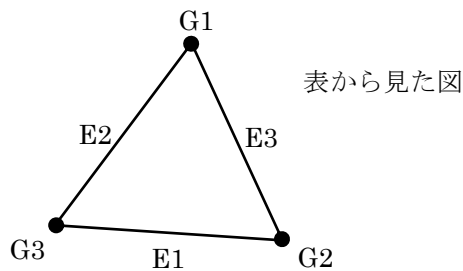
IBTE	分割テトラ番号	1	2	...	NIBTE = KK(100)
	構成節点 1				
	2				
	3				
	4				

※ 要素の構成節点と面重心点を構成節点として, 6 面体要素は 2 4 個, 5 面体要素は 1 1 個のテトラにそれぞれ分割する. 4 面体要素は分割せずそのまま使用する.

(4) 接触面（3 角形面に分割後）

ICBD	接触領域番号	1	2	...	NICRG = KK(92)				
	データエンドアドレス	n1	n2						
IELC	接触面番号	1	2	...	n1	...	n2	...	NIELC = KK(97)
	構成節点 G1								
	G2								
	G3								
IELA	構成エッジ E1								
	E2								
	E3								
GELC	面重心点から各構成節点までの距離の平均値								
IELCB	所属フラグ								

※ 所属フラグ =1：領域分割時，接触面の所属が当該プロセス，=0：それ以外



IELG		1	2	...	NIELG = KK(98)		
	地盤面に貼り付いている接触面番号						

(5) 接触面エッジ

IEDA

接触領域番号
データエンドアドレス

1	2	...	
n1	n2		

NICRG = KK(92)

1	2	...	n1	...	n2	...
---	---	-----	----	-----	----	-----

エッジ番号

NIEDG = KK(99)

IEDG

エッジ構成節点 G1

エッジ構成節点 G2

接触面 F1

当該エッジの F1 における
接触面内エッジ番号

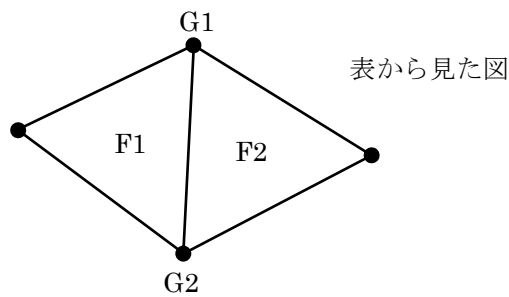
接触面 F2

当該エッジの F2 における
接触面内エッジ番号

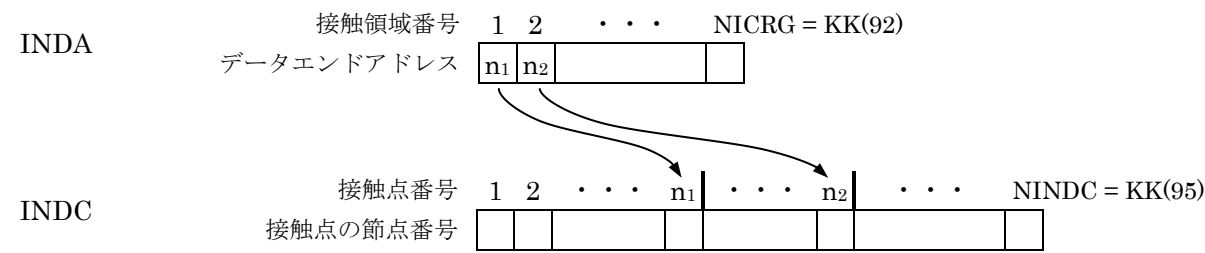
IEDGB

所属フラグ

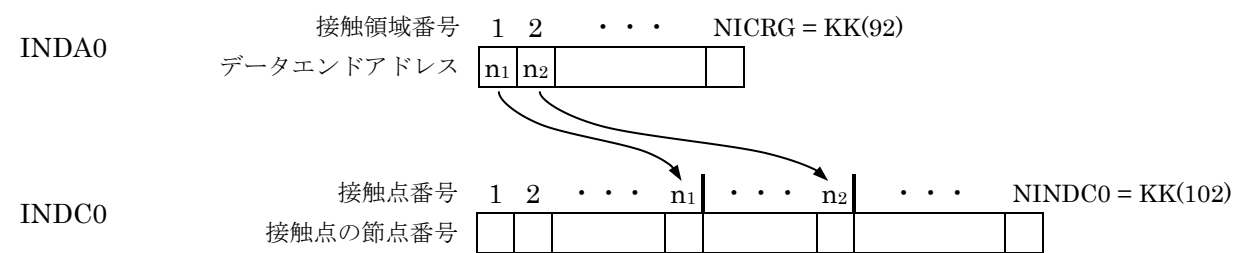
※ 所属フラグ =1: 領域分割時, エッジの所属が当該プロセス, =0: それ以外



(6) 接触点



(7) 接触点 (領域分割時の領域全体におけるデータテーブル)



(8) 4 角形面

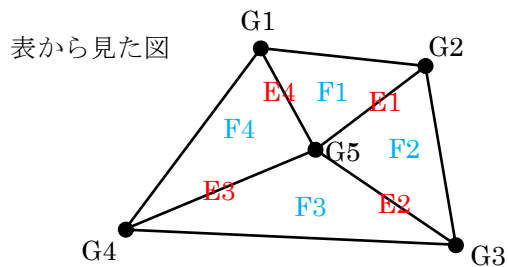
IELQ	4 角形面番号	1	2	...	NIELQ = KK(101)
	構成節点 G1				
	G2				
	G3				
	G4				

IFCQ	接触面番号	1	2	...	NIELC = KK(97)
	接触面が所属する 4 角形面番号				

IEDQ	エッジ番号	1	2	...	NIEDG = KK(99)
	エッジが所属する 4 角形面番号				

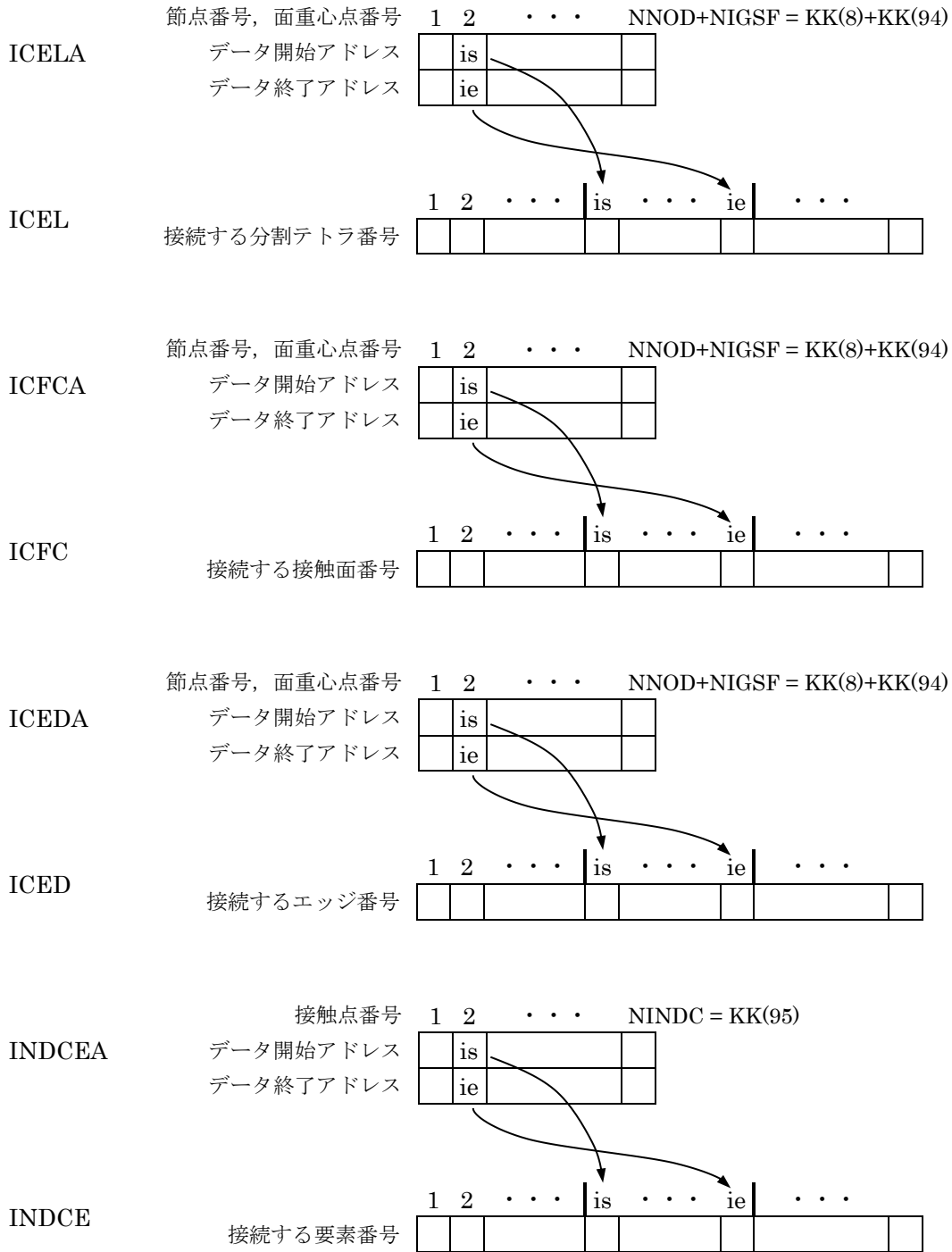
IVRQ	要素面重心点番号	1	2	...	NIGSF = KK(94)
	要素面重心点が所属する 4 角形面番号				

※ IVRQ (NNOD+1 : NNOD+NIGSF) に上記データを格納する.



接触面 : F1, F2, F3, F4
 エッジ : E1, E2, E3, E4
 面重心点 : G5
 がこの四角形面所属

(9) 節点接続要素データ



※ 領域分割時, 当該プロセスの内点となっている接触点に関してのみテーブルをセットする.

(10) 接触点状態

	接触点番号	1	2	...	NINDC = KK(95)
ISLV	接触状態				
	マスター番号				

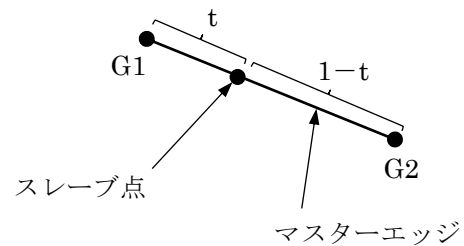
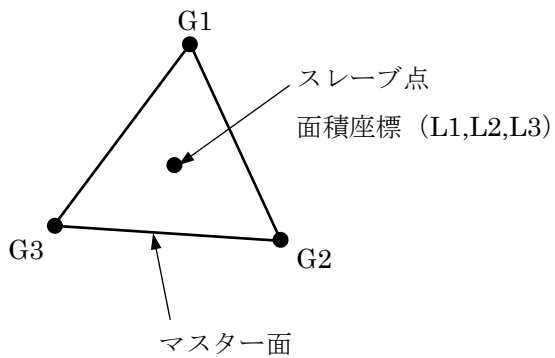
ISLVO	接触状態 (前 iter.)				
	マスター番号 (前 iter.)				

RSLV	L1 or t				
	L2				
	L3				

IRANK	位置補正の優先順位				
-------	-----------	--	--	--	--

※ 接触状態 =0: 自由, =1: 点拘束, =2: 線拘束, =3: 面拘束, =4: 線固着, =5: 面固着
上記の数+10 は“新規”を表す (例: =13: 新規の面拘束).

※ マスター番号 マスターの節点番号, エッジ番号または接触面番号



(1 1) 接触点状態 (領域分割時の領域全体におけるデータテーブル)

ISLV0	接触点番号	1	2	...	NINDC0 = KK(102)
	接触状態				
	マスター番号				
ISLVP	マスターの				
	所属プロセス番号				
RSLV0	L1 or t				
	L2				
	L3				
PSLV	前 iter.における位置座標				
	現在の位置座標				
	接触反力ベクトル				
	接続面平均法線ベクトル				

※ PSLV については各項目 3 成分ずつ格納される.

(1 2) 接触点の摩擦状態

		接触点番号			NINDC = KK(95)
		1	2	...	
IFRIC	状態	1			
	モード	2			
	種類	3			
	面接触の継続フラグ	4			
	スレーブの所属領域	5			
	マスターの所属領域	6			
	未収束フラグ	7			
	反力フラグ	8			
	摩擦モデル	9			
		10			

※ 状態 =0 : 摩擦無し, =1 : 新規, =2 : 継続

※ 種類 =0 : 動摩擦, =1 : 静摩擦

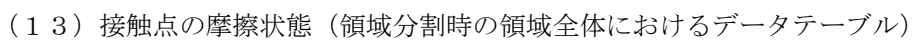
※ 反力フラグ =1 : 摩擦を考慮する点で前 iter.の反力なし, =0 : それ以外

		接触点番号			NINDC = KK(95)
		1	2	...	
FRIC	静摩擦係数	1			
		2			
	接触反力	3			
	動摩擦係数	4			
	接触面との相対変位	5			
	摩擦ばね定数	6			
	モード3 移行時の変位	7			
		8			
		9			
		10			

		接触点番号			NINDC = KK(95)
		1	2	...	
U0	マスター構成節点 G1 変位				
	G2 変位				
	G3 変位				
	スレーブ点変位				

RL0	初期 L1				
	L2				
	L3				

※ U0 については各項目 3 成分ずつ格納される.



接触点番号	1	2	...	NINDC0 = KK(102)
摩擦種類				

86

(14) 接触ペアフラグ

ICTB

	1	2	...	NICRG = KK(92)	← マスター領域番号
1					
2					
...					
...					
NICRG					

↑
スレーブ領域番号

※ 接触ペアフラグ =1: 接触を考慮する, =0: しない

(15) 摩擦種類

ISTK

	1	2	...	NICRG = KK(92)	← マスター領域番号
1					
2					
...					
...					
NICRG					

↑
スレーブ領域番号

※ 摩擦種類 =0: 動摩擦, =1: 静摩擦

(16) 摩擦係数

FRTB

	1	2	...	NICRG = KK(92)	← マスター領域番号
1					
2					
...					
...					
NICRG					

↑
スレーブ領域番号

※ 各項目3成分ずつ格納される (第1成分: 静摩擦係数, 第3成分: 動摩擦係数).

(17) エッジ平均長

EDML

接触領域番号	1	2	...	NICRG = KK(92)
エッジ平均長				

4. 3. 2 モジュール名：M_PART（ファイル名：m_part.f90）

分類	変数名	型	内 容
ルートプロセスで保持する各計算プロセスのデータ	NN_INT (NPECG)	I4	内点数
	NN_EXT (NPECG)	I4	全節点（内点＋外点）数
	NE (NPECG)	I4	要素数
	NPF (NPECG)	I4	面要素数
	NDZ (NPECG)	I4	地盤，積石の構成節点の内，内部点の位置補正（土砂の堆積，浸食による）のマスターとなる可動面の構成節点数
	NOD (2*MINT, NPECG)	I4	節点番号
	IEL (2*ME, NPECG)	I4	要素番号
	IPF (MPF, NPECG)	I4	面要素番号
	IDZ (MDZ, NPECG)	I4	地盤，積石の構成節点の内，内部点の位置補正（土砂の堆積，浸食による）のマスターとなる可動面の構成節点番号
	NPEW-NODEXPW	I4	NPE-NODEXP 作成の為のワーク
各計算プロセス毎の節点データ通信テーブル	NPE	I4	通信を行うプロセス数
	NIMP	I4	データ受信する節点数
	NEXP	I4	データ送信する節点数
	IPE (NPE)	I4	通信を行うプロセス番号
	IDXIMP (2, NPE)	I4	各プロセスからデータ受信する節点番号リストが格納されている NODIMP の開始，終了アドレス
	NODIMP (NIMP)	I4	データ受信する節点番号
	IDXEXP (2, NPE)	I4	各プロセスにデータ送信する節点番号リストが格納されている NODEXP の開始，終了アドレス
	NODEXP (NEXP)	I4	データ送信する節点番号

以下、接触解析用データ

分類	変数名	型	内 容
ルートプロセスで保持する各計算プロセスのデータ	NG (NPECG)	I4	面重心点数
	NIEC (NPECG)	I4	接触面数
	NINC (NPECG)	I4	接触点数
	NIEG (NPECG)	I4	接触面エッジ数
	NIEQ (NPECG)	I4	接触 4 角形面数
	NIBT (NPECG)	I4	分割テトラ数
	NODG (MAX (NG), NPECG)	I4	面重心点番号
	IEC (MAX (NIEC), NPECG)	I4	接触面番号
	INC (MAX (NINC), NPECG)	I4	接触点番号
	IEG (MAX (NIEG), NPECG)	I4	接触面エッジ番号
	IEQ (MAX (NIEQ), NPECG)	I4	接触 4 角形面番号
	IBT (MAX (NIBT), NPECG)	I4	分割テトラ番号
ルートプロセスで保持する各データの所属プロセス、ローカル番号	NODP (2, NNOD+NIGSF)	I4	節点, 面重心点
	IELCP (2, NIELC)	I4	接触面
	INDCP (2, NINDC0)	I4	接触点
	IEDGP (2, NIEDG)	I4	接触面エッジ
ルートプロセスで保持する各計算プロセスのデータ (接触判定の為の追加分)	NN_EXTG (NPECG)	I4	節点数
	NGC (NPECG)	I4	面重心点数
	NEC (NPECG)	I4	要素数
	NODC (MAX (NN_EXTG), NPECG)	I4	節点番号
	NODGC (MAX (NGC), NPECG)	I4	面重心点番号
	IELMC (MAX (NEC), NPECG)	I4	要素番号
ルートプロセスで保持する各計算プロセスのデータ (方程式組立の為の追加分)	NN_EXTX (NPECG)	I4	節点数
	NODX (MAX (NN_INT), NPECG)	I4	節点番号

各計算プロセス毎の節点データ通信テーブル(方程式組立の為の追加分)	NPIMPX	I4	データ受信するプロセス数
	NIMPX	I4	データ受信する節点数
	IPIMPX (NPIMPX)	I4	データ受信するプロセス番号
	IDXIMPX (2, NPIMPX)	I4	各プロセスからデータ受信する節点番号リストが格納されている NODIMPX の開始, 終了アドレス
	NODIMPX (NIMPX)	I4	データ受信する節点番号
	NPEXPX	I4	データ送信するプロセス数
	NEXPX	I4	データ送信する節点数
	IPEXPX (NPEXPX)	I4	データ送信するプロセス番号
	IDXEXPX (2, NPEXPX)	I4	各プロセスにデータ送信する節点番号リストが格納されている NODEXPX の開始, 終了アドレス
	NODEXPX (NEXPX)	I4	データ送信する節点番号

分散データ構造、通信の概要

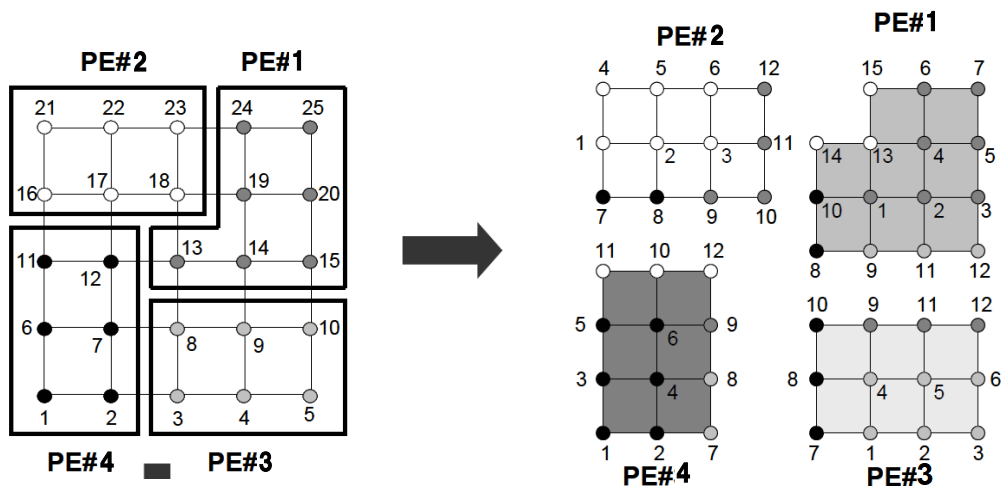
並列計算を行う際、メッシュデータはまずルートプロセス（rank=0）で全て読み込まれ、そこで領域分割を行って、各計算プロセス（rank>0）に振り分けられる。そして各計算プロセス間でデータ通信をしながら並列計算が実行される。

各プロセスのメッシュデータは節点ベースの領域分割に拠っており、節点は通信という観点から以下の3種類に分類される。

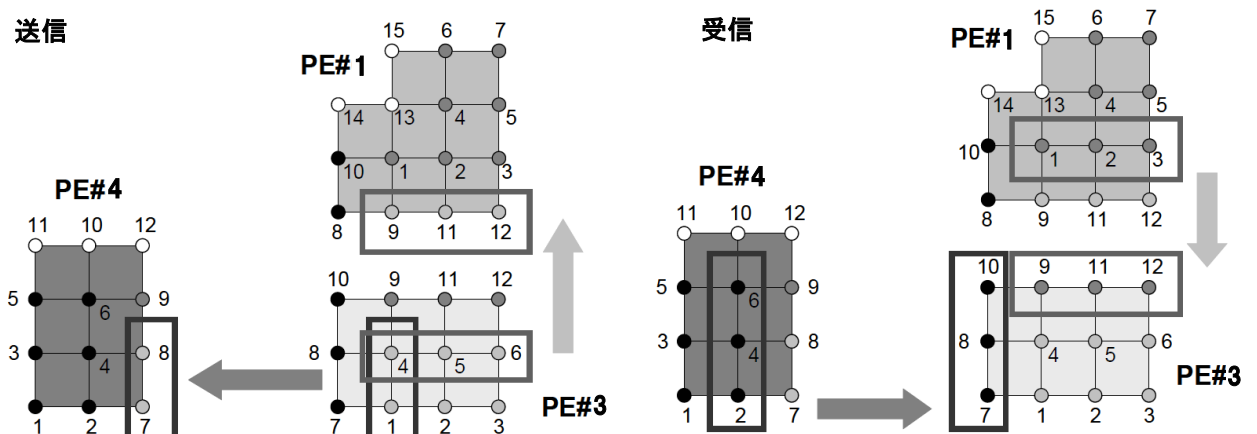
- ・内点：各領域に割り当てられた節点
- ・外点：他領域に属しているが、各領域の要素に含まれている節点
- ・境界点：他領域の外点となっている内点

下図に領域分割データの実例を示す。PE#3において、節点は以下のように分類される。

- ・内点 { 1, 2, 3, 4, 5, 6 }
- ・外点 { 7, 8, 9, 10, 11, 12 }
- ・境界点 { 1, 4, 5, 6 }



境界点における値は隣接領域へ送信され、送信先では外点として受信される。この通信を相互に行うことで、各プロセスは外点の値を得る。

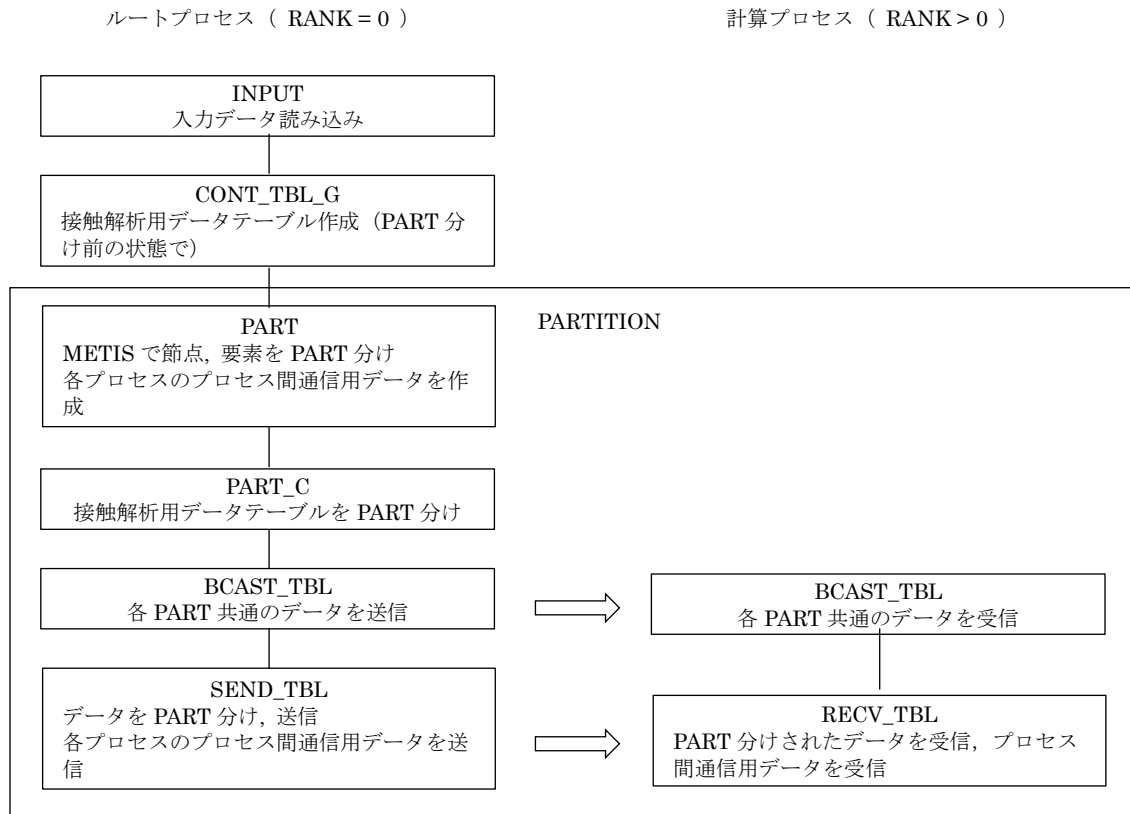


4. 3. 3 モジュール名：MPI_PARAM（ファイル名：mpi_param.f90）

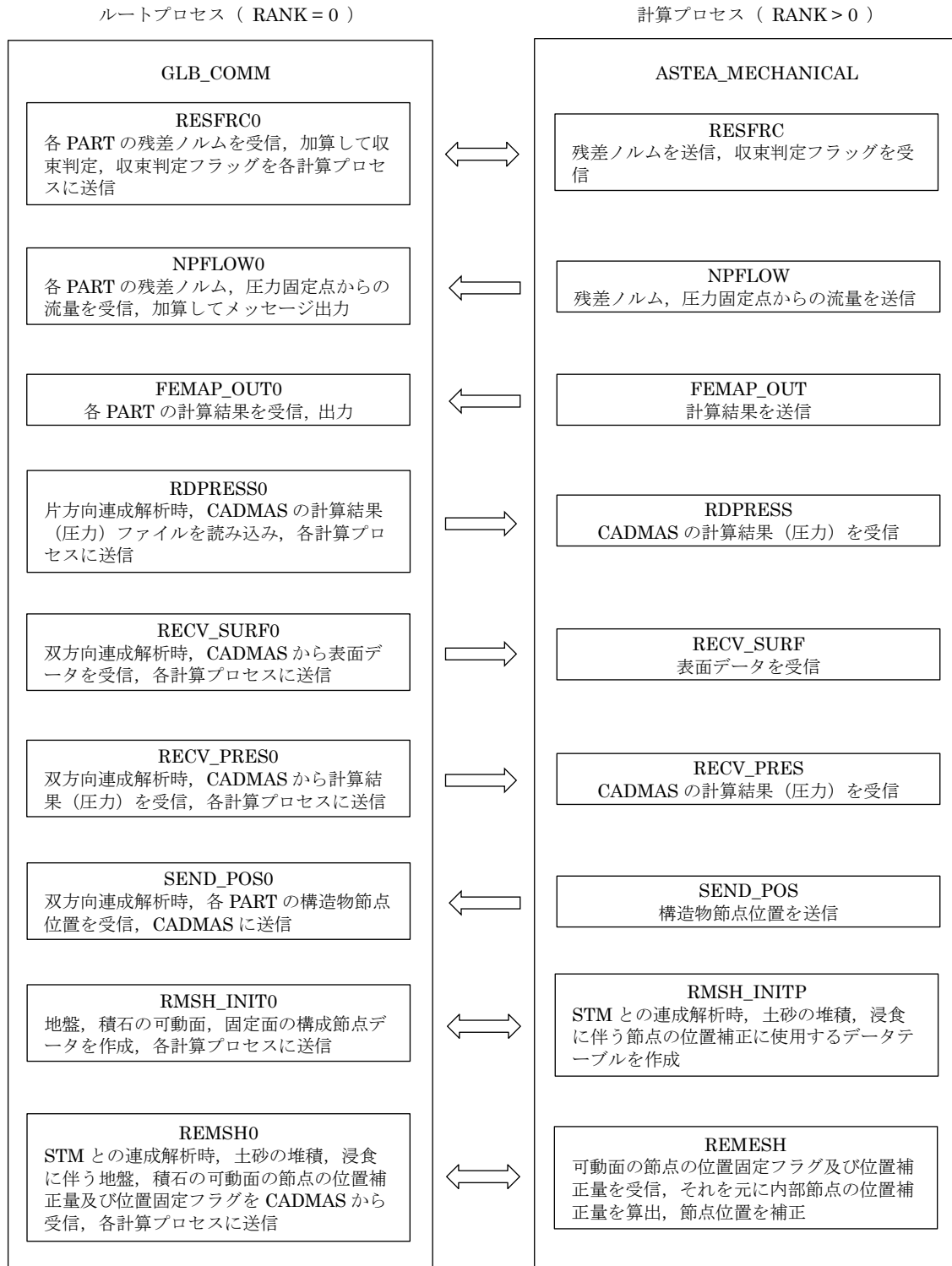
分類	変数名	型	内 容
全体（CADMAS & 構造解析）コミュニケーター	CPLWORLD	I4	全体（CADMAS & 構造解析）のコミュニケーター
	MYRANK0	I4	全体（CADMAS & 構造解析）コミュニケーターにおける自分のプロセスのランク
	IROOTC	I4	全体（CADMAS & 構造解析）コミュニケーターにおけるCADMAS のルートプロセスのランク
構造解析コミュニケーター	MYWORLD	I4	構造解析のコミュニケーター
	NPROCS	I4	構造解析のプロセス数
	MYRANK	I4	構造解析コミュニケーターにおける自分のプロセスのランク
CG 法コミュニケーター	CGWORLD	I4	CG 法の計算を行うコミュニケーター（構造解析コミュニケーターからルートプロセスを除いたもの）
CADMAS との連成解析	ICPL	I4	CADMAS との連成解析 (=0:連成なし, =1:片方向連成, =2:双方向連成)
STM との連成解析	ISTM	I4	STM との連成解析 (=0:連成なし, =1:連成あり)

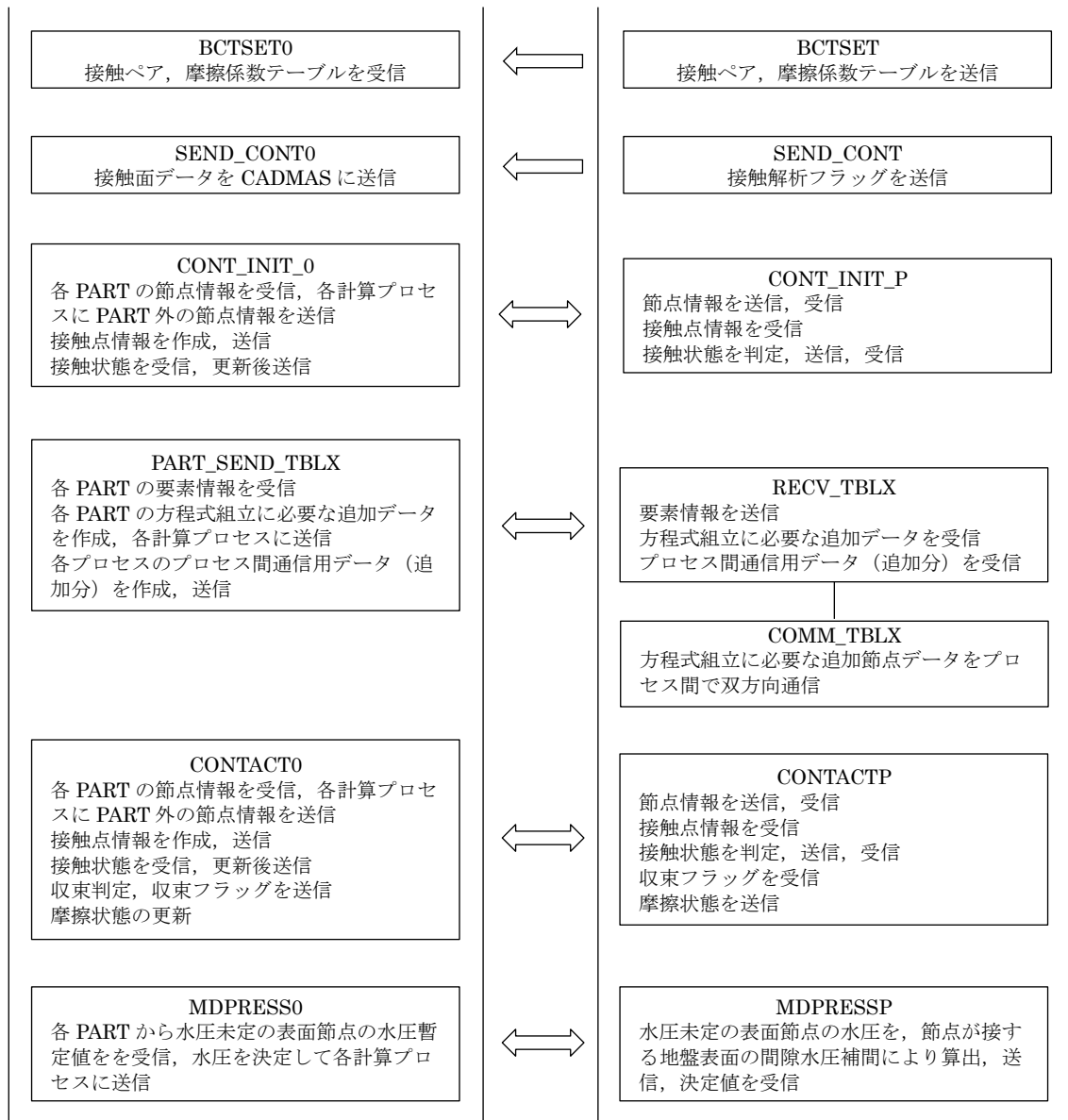
5. プログラム処理フロー

[1] データ入力, PART 分割 (並列 CG 選択の場合)

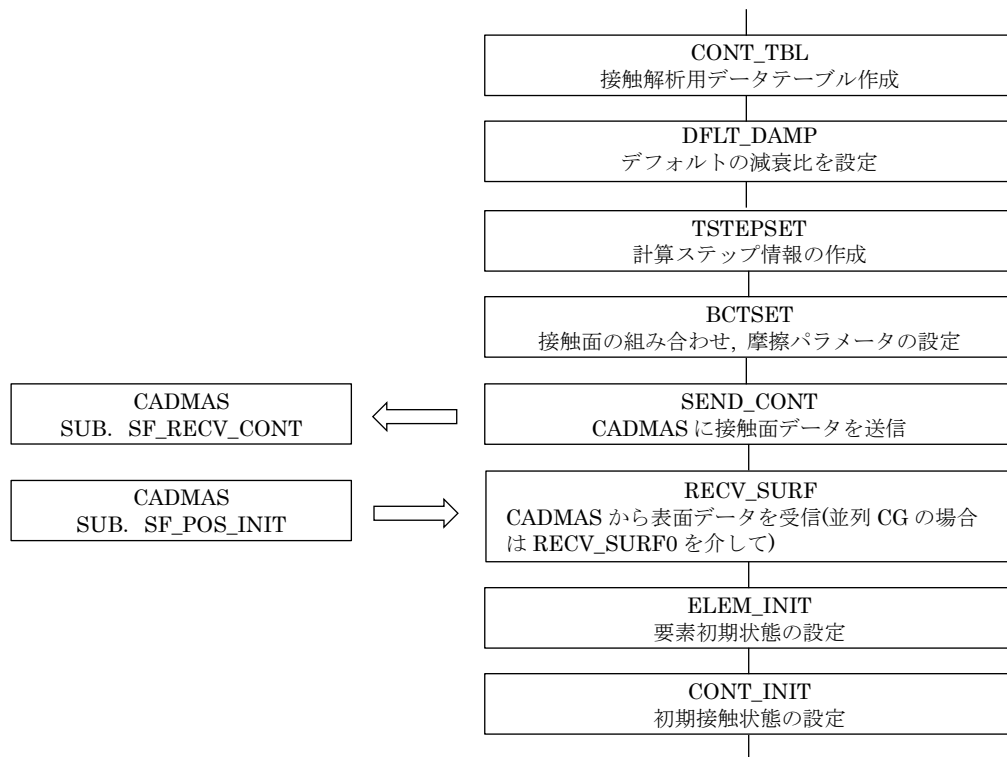


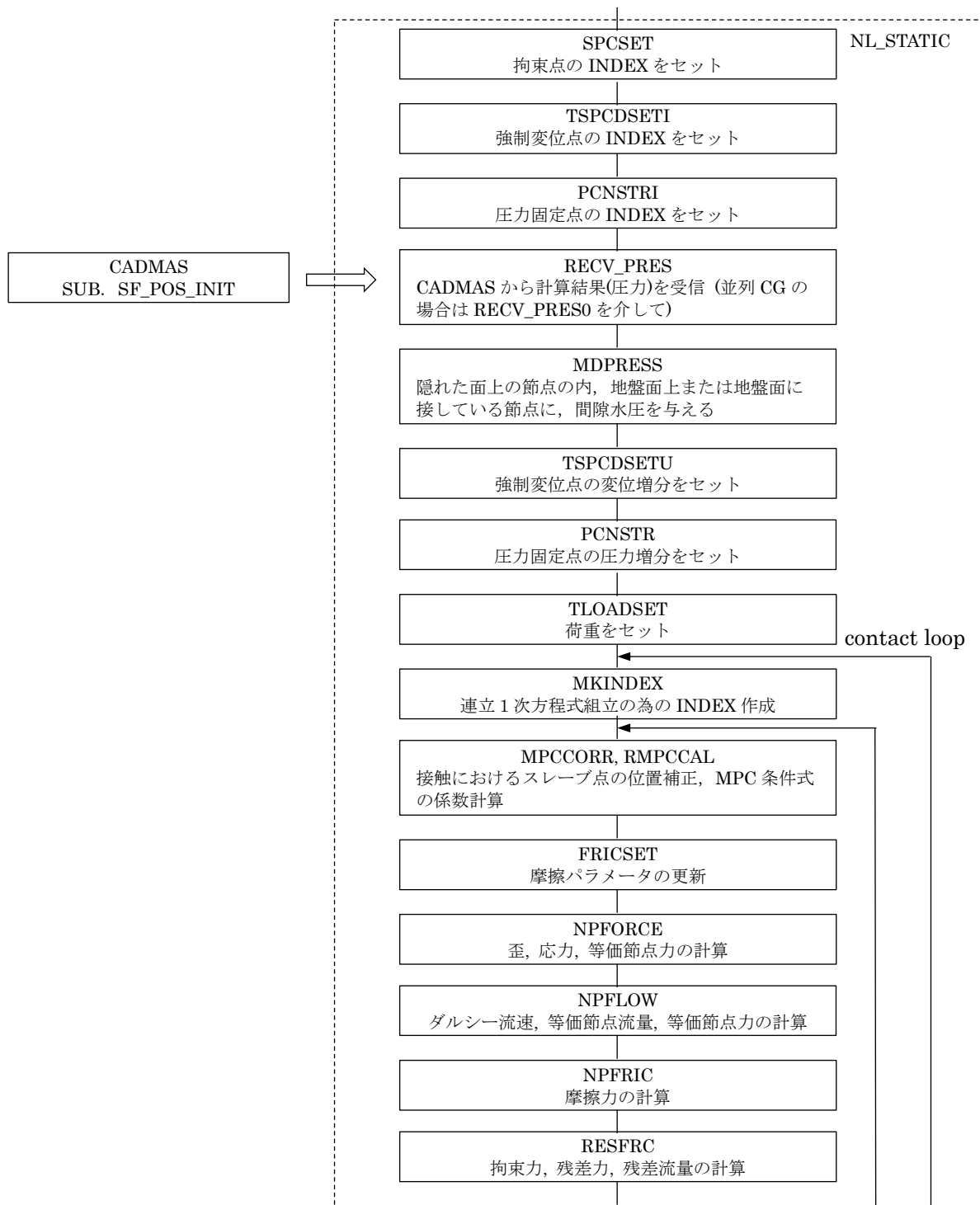
[2] SUB. GLB_COMM と SUB. ASTEA_MECHANICAL の通信（並列 CG 選択の場合）

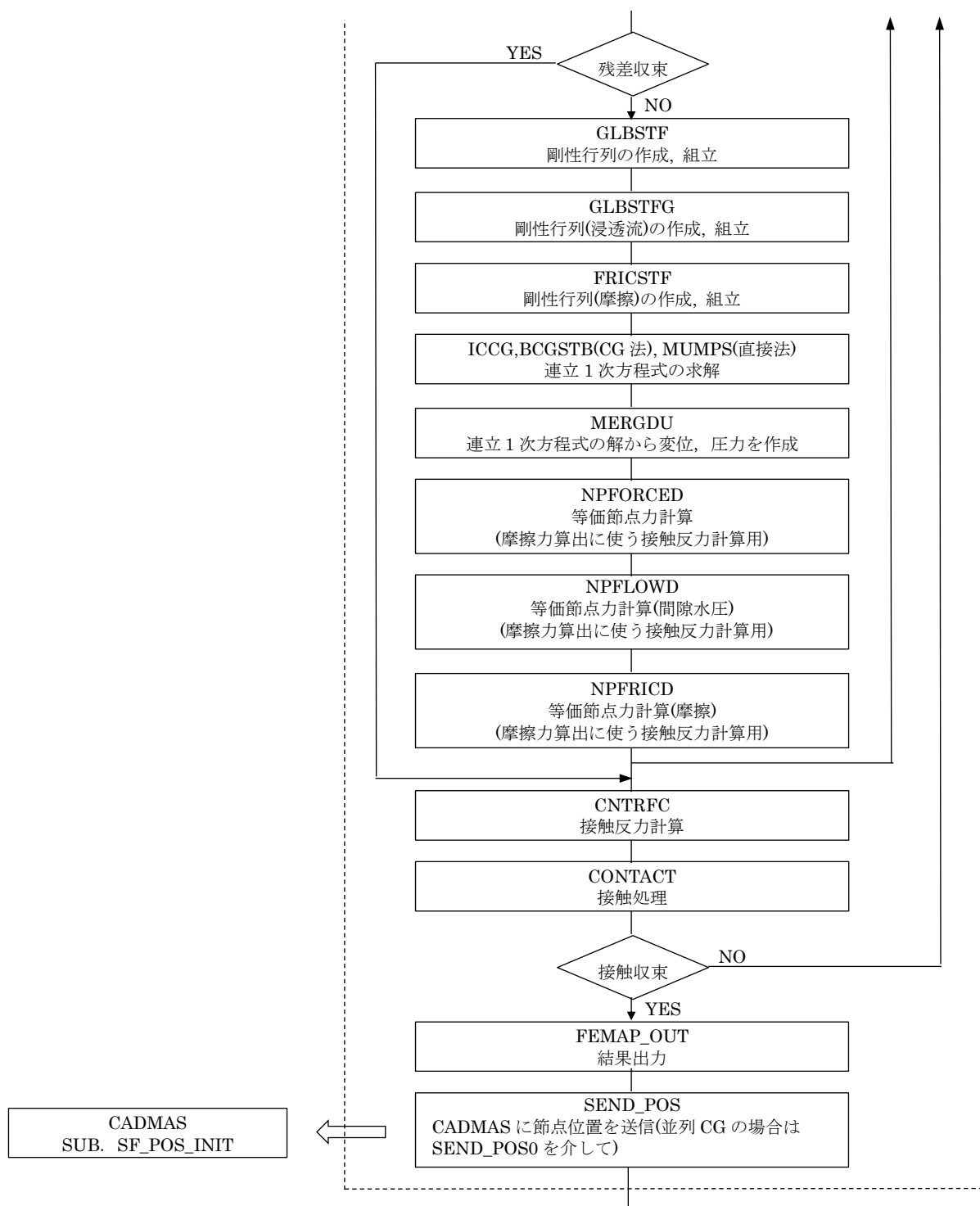


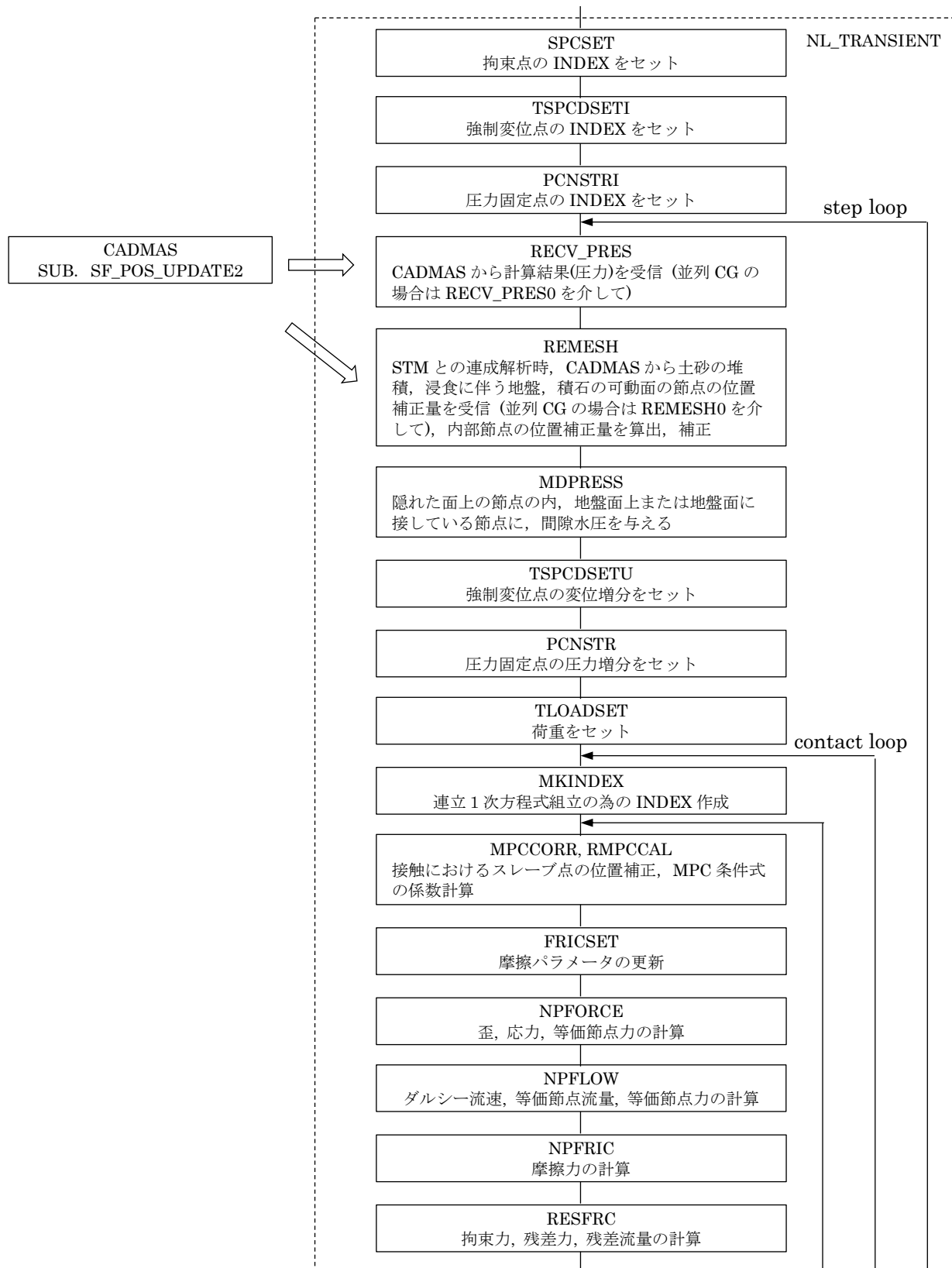


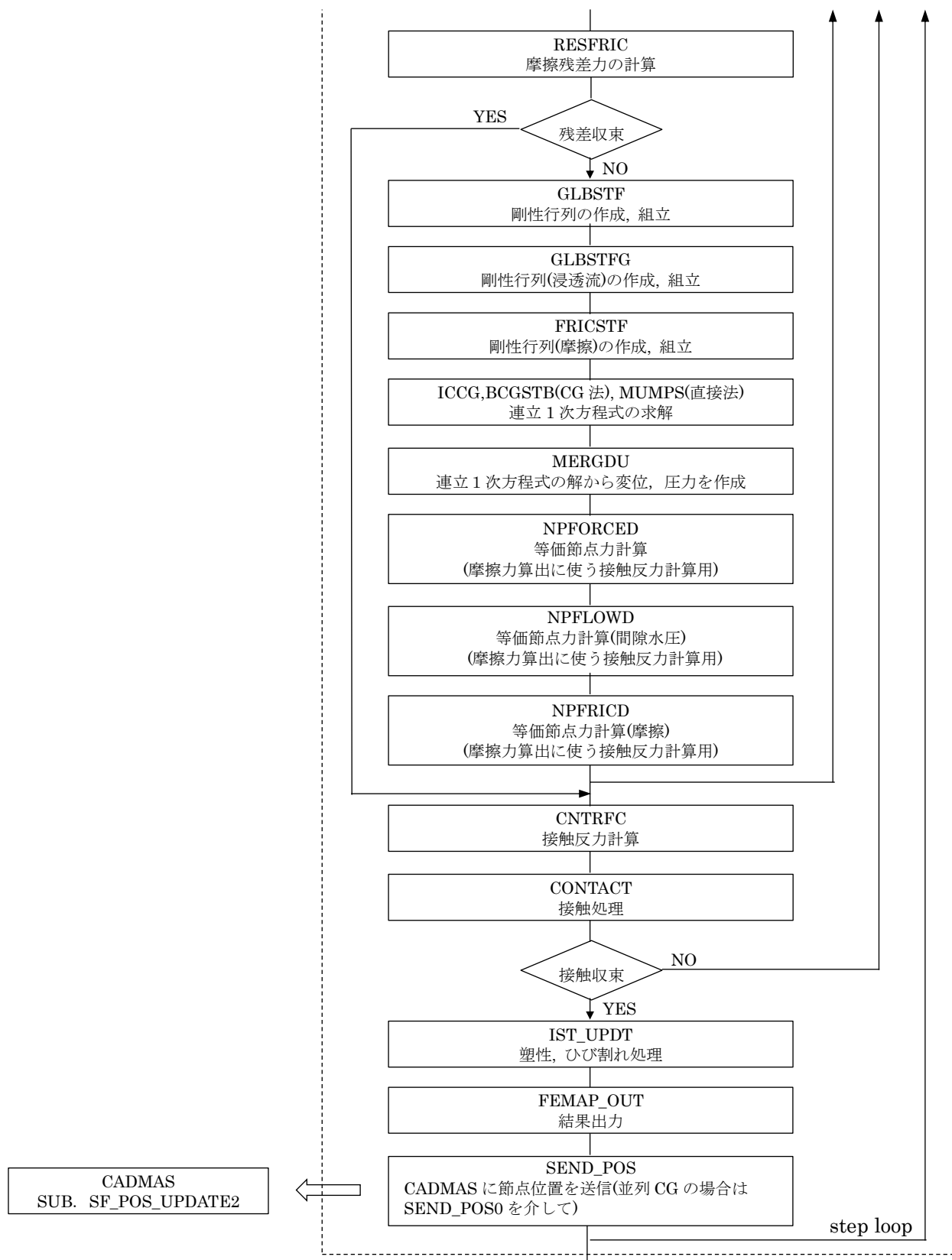
[3] SUB. ASTEA_MECHANICAL フロー（双方向連成，接触有りの場合）











6. 出力データ

6. 1 FEMAP Neutral File Format

出力データ形式は FEMAP の Neutral File Format に従う.

- (1) 全てのデータは Data Block と呼ばれる形式を取っており, 各 Data Block は ”-1” と ID で始まり ”-1” で終わる. 即ち以下のような構成となっている.

-1 ← Data Block の始まりを表す
100 ← Data Block ID

Data

-1 ← Data Block の終わりを表す

- (2) 各データ間はスペースまたはカンマ区切られる (フリーフォーマット).

6. 2 出力データ形式

(1) 以下に出力データのサンプルを示す. 赤字以外の所は FEMAP で処理するためのデータなので無視してよい (その行数読み飛ばしてよい). 以下の①, ②の Data Block が出力ステップ数分繰り返される.

```

-1
100
ASTEAM MECHANICAL
9.31,
.
.
.
-1
-1
450 ] ← ステップ Data Block の始まりを表す
1,
Step 0 Time 0.0000E+00 ← ステップ番号, 時刻
0,23,
0.0000E+00,
1,
<NULL>
-1 ← ステップ Data Block の終わりを表す
-1
1051 ] ← 解析結果 Data Block の始まりを表す
.....
1,1,1,
Total Displacement ← 結果内容のタイトル (変位の絶対値)
1.,-1.,0.,
2,3,4,0,0,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,7,
0,1,1,
2, 2.0342E-08,
3, 2.0422E-08,
.
.
.
1144, 7.9495E-10, ] ← 節点番号, 変位の絶対値
-1,0.,
.....
1,2,1,
X Displacement ← 結果内容のタイトル (X 方向変位)
1.,-1.,0.,
2,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,7,
0,1,1,
2,-4.6312E-11,
3,-3.8070E-12,
.
.
.
1144, 2.5233E-10, ] ← 節点番号, X 方向変位

```

①

②


```

-1, 0.,
.
.
.
1, 37, 1,
Min Prin Stress ← 結果内容のタイトル（最小主応力値）
1., -1., 0.,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
0, 0, 0, 7,
0, 1, 1,
2, -1. 0829E+03,
3, -1. 0840E+03,
.
.
.
1144, -5. 1270E+03,
-1, 0.,
-1 ← 解析結果 Data Block の終わりを表す

```

← 節点番号，最小主応力値

(2) 出力結果内容

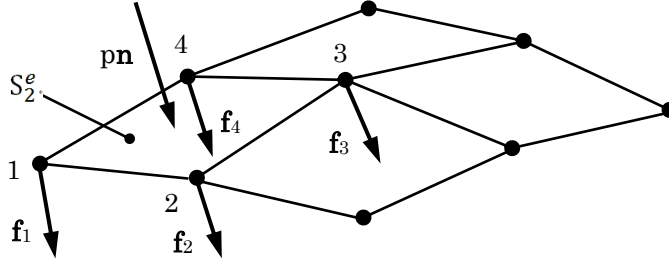
上記 Data Block ②内の出力結果内容は以下の通り.

タイトル	ID	内容	備考
Total Displacement	節点	変位の絶対値	
X Displacement	節点	X 方向変位	
Y Displacement	節点	Y 方向変位	
Z Displacement	節点	Z 方向変位	
Total Velocity	節点	速度の絶対値	
X Velocity	節点	X 方向速度	
Y Velocity	節点	Y 方向速度	
Z Velocity	節点	Z 方向速度	
Total Acceleration	節点	加速度の絶対値	
X Acceleration	節点	X 方向加速度	
Y Acceleration	節点	Y 方向加速度	
Z Acceleration	節点	Z 方向加速度	
Total Reactive Force	節点	拘束反力絶対値	
X Reactive Force	節点	X 方向拘束反力	
Y Reactive Force	節点	Y 方向拘束反力	
Z Reactive Force	節点	Z 方向拘束反力	
Surface Pressure	節点	表面圧力	
Pore Water Pressure	節点	間隙水圧	地盤のみ
X Normal Stress	節点	応力 σ_x	

Y Normal Stress	節点	応力 σ_y	
Z Normal Stress	節点	応力 σ_z	
XY Shear Stress	節点	応力 τ_{xy}	
YZ Shear Stress	節点	応力 τ_{yz}	
ZX Shear Stress	節点	応力 τ_{zx}	
Max Prin Stress	節点	最大主応力値	
Min Prin Stress	節点	最小主応力値	
Rod Axial Stress	要素	ロッド要素の軸方向応力	
Bar Axial Stress	要素	梁要素の軸方向応力	
Total Pore Water Flux	節点	ダルシー流速絶対値	地盤のみ
X Pore Water Flux	節点	X 方向ダルシー流速	地盤のみ
Y Pore Water Flux	節点	Y 方向ダルシー流速	地盤のみ
Z Pore Water Flux	節点	Z 方向ダルシー流速	地盤のみ

補遺 1. 面荷重による節点力の計算方法

面に垂直に圧力 p が作用する場合、節点 i にかかる節点力 \mathbf{f}_i を、ある面要素について求めると



$$\mathbf{f}_i = \int_{S_2^e} N_i \mathbf{t} dS = \int_{S_2^e} N_i p \mathbf{n} dS = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 N_i p \mathbf{n} |J| d\xi d\eta$$

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} x(\xi, \eta) \\ y(\xi, \eta) \\ z(\xi, \eta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_1(\xi, \eta) X_1 + N_2(\xi, \eta) X_2 + \dots \\ N_1(\xi, \eta) Y_1 + N_2(\xi, \eta) Y_2 + \dots \\ N_1(\xi, \eta) Z_1 + N_2(\xi, \eta) Z_2 + \dots \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{r}_1 = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \xi} \begin{pmatrix} N_1(\xi, \eta) X_1 + N_2(\xi, \eta) X_2 + \dots \\ N_1(\xi, \eta) Y_1 + N_2(\xi, \eta) Y_2 + \dots \\ N_1(\xi, \eta) Z_1 + N_2(\xi, \eta) Z_2 + \dots \end{pmatrix} = \frac{\partial N_1}{\partial \xi}(\xi, \eta) \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} + \frac{\partial N_2}{\partial \xi}(\xi, \eta) \begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix} + \dots$$

$$\mathbf{r}_2 = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial \eta} \begin{pmatrix} N_1(\xi, \eta) X_1 + N_2(\xi, \eta) X_2 + \dots \\ N_1(\xi, \eta) Y_1 + N_2(\xi, \eta) Y_2 + \dots \\ N_1(\xi, \eta) Z_1 + N_2(\xi, \eta) Z_2 + \dots \end{pmatrix} = \frac{\partial N_1}{\partial \eta}(\xi, \eta) \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} + \frac{\partial N_2}{\partial \eta}(\xi, \eta) \begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix} + \dots$$

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2}{\|\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2\|} \quad : \text{面の法線ベクトル}$$

$$|J| = \|\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2\| = \sqrt{\|\mathbf{r}_1\|^2 \|\mathbf{r}_2\|^2 - (\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2)^2}$$

※ 4 角形の内挿関数 N_i は "Bathe, K.-J., Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, 1982, pp. 344, Fig. 5.4" を参照.

3 角形 1 次要素の場合

$$\int_{S_2^e} N_i \mathbf{t} dS = \int_{S_2^e} N_i p \mathbf{n} dS = \int_{S_2^e} L_i (L_1 P_1 + L_2 P_2 + L_3 P_3) \mathbf{n} dS = \int_{S_2^e} (L_i L_1 P_1 + L_i L_2 P_2 + L_i L_3 P_3) \mathbf{n} dS$$

これを公式 (矢川元基, 吉村忍, 有限要素法, 計算力学と CAE シリーズ 1, 培風館, 1995, pp. 262 (11) 式) を用いて積分する.

補遺 2. 過渡応答解析における減衰の指定方法

- (1) 質量 m , ばね定数 k , 粘性減衰係数 b から構成される 1 自由度系を考える. この系の運動方程式は以下の通り.

$$m\ddot{u} + b\dot{u} + ku = f$$

この系の減衰特性は以下の減衰比 (臨界減衰係数に対する減衰係数の比) で決まる.

$$\zeta = \frac{b}{b_{cr}} = \frac{b}{2\sqrt{mk}}$$

ζ : 減衰比, b_{cr} : 臨界減衰係数

- (2) 多自由度系の運動方程式は以下の通り.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [B]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\} \quad - ①$$

$\{F\}$ がなければ自由振動となる. 簡単の為 $\{F\} = \{0\}$ とおき, 自由振動で考える. その解は初期条件から決まり, 複数の振動モードの重ね合わせとなる.

- (3) ①式をモード分解する. ①式に

$$\{u\} = \sum_{i=1}^N \xi_i \{\phi_i\} = [\phi] \{\xi\} \quad - ②$$

$\{\phi_i\}$: モードベクトル

$[\phi]: [\{\phi_1\} \ \{\phi_2\} \ \cdots \ \{\phi_N\}]$

$$\{\xi\}: \begin{Bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \vdots \\ \xi_N \end{Bmatrix}$$

を代入し, 左から $[\phi]^T$ をかけると

$$[\phi]^T [M] [\phi] \{\ddot{\xi}\} + [\phi]^T [B] [\phi] \{\dot{\xi}\} + [\phi]^T [K] [\phi] \{\xi\} = \{0\}$$

ここで

$$[\phi]^T [M] [\phi] = \begin{bmatrix} m_1 & & & \\ & m_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & m_N \end{bmatrix}$$

と対角化される ($[\phi]^T [B] [\phi]$, $[\phi]^T [K] [\phi]$ も同様) ので, 運動方程式はモード分解され

$$m_i \ddot{\xi}_i + b_i \dot{\xi}_i + k_i \xi_i = 0$$

となる. これを解いて ξ_i を②に代入すれば, 振動モードを重ねあわせた形で①の自由振動解が得られる.

- (4) NASTRAN 及び CADMAS-STR の減衰モデルでは $[B] = C_K [K]$ としているので, 各モードの減衰

比は

$$\zeta_i = \frac{b_i}{2\sqrt{m_i k_i}} = \frac{C_K k_i}{2\sqrt{m_i k_i}} = \frac{C_K}{2} \sqrt{\frac{k_i}{m_i}} = \frac{C_K}{2} \omega_i$$

となり、減衰比は各振動モードの固有角振動数に比例してしまう。すなわち、各モードベクトルの重ね合わせで得られるところの $\{u\}$ において、固有角振動数の大きいモードほど早く減衰することになる。

(5) 減衰の指定方法 (FEMAP からの入力方法)

支配的な振動モード (ζ_i の大きいモード、通常は $i=1$) で、意図する減衰比になるよう C_K を決める。すなわち

$$\zeta_i = \frac{C_K}{2} \omega_i \quad \text{より} \quad C_K = \frac{2\zeta_i}{\omega_i} \leftarrow 2C/C_0 \text{ として入力}$$
$$C_K = \frac{2\zeta_i}{\omega_i} \leftarrow W4 \text{ として入力}$$

ω_i 以上の振動モードを抑えたい場合は

$$C_K = \frac{2 \cdot 1}{\omega_i}$$

とすればよい。

(6) 減衰無しとした場合、接触処理などにより生じる高調波の振動を抑える為、最小限の減衰がデフォルトで作用するようにしている。すなわち

$$\omega_{i,max} = \left(\frac{2}{l} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \right)_{max}$$

$\omega_{i,max}$: 要素の固有角振動数の最大値

l : 要素サイズ

E : 要素のヤング率

ρ : 要素の密度

より、このモードで $\zeta_i = 1$ となるよう、以下のようにデフォルトの C_K を決めた。

$$C_K = \frac{2 \cdot \zeta_i}{\omega_i} = \frac{2 \cdot 1}{\omega_{i,max}}$$

補遺 3. 幾何学的非線形性を考慮した場合の FEM 定式化

1. 仮想仕事の原理式

時刻 $t + \Delta t$ の状態における仮想仕事の原理式を total Lagrange 形式 (Bathe, K.-J., Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, 1982, (6-72)式) で表すと

$$\int_{^0V} {}^{t+\Delta t}_0 S_{ij} \delta {}^{t+\Delta t}_0 \epsilon_{ij} d^0V = {}^{t+\Delta t}\mathcal{R} \quad - (1)$$

${}^{t+\Delta t}_0 S_{ij}$: 時刻 0 の状態を基準とした時刻 $t + \Delta t$ における *second Piola – Kirchhoff* 応力テンソル

${}^{t+\Delta t}_0 \epsilon_{ij}$: 時刻 0 の状態を基準とした時刻 $t + \Delta t$ における *Green – Lagrange* 歪テンソル

$\delta {}^{t+\Delta t}_0 \epsilon_{ij}$: 時刻 $t + \Delta t$ において可能な仮想変位に対応する ${}^{t+\Delta t}_0 \epsilon_{ij}$

0V : 時刻 0 における体積

${}^{t+\Delta t}\mathcal{R}$: 時刻 $t + \Delta t$ における外力による仮想仕事

2. 増分分解・線形近似

${}^{t+\Delta t}_0 \epsilon_{ij}$, ${}^{t+\Delta t}_0 S_{ij}$ を以下のように増分分解する

$$\begin{aligned} {}^{t+\Delta t}_0 \epsilon_{ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial {}^t u_i}{\partial {}^0 x_j} + \frac{\partial {}^t u_j}{\partial {}^0 x_i} + \frac{\partial {}^t u_k}{\partial {}^0 x_i} \frac{\partial {}^t u_k}{\partial {}^0 x_j} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial ({}^t u_i + u_i)}{\partial {}^0 x_j} + \frac{\partial ({}^t u_j + u_j)}{\partial {}^0 x_i} + \frac{\partial ({}^t u_k + u_k)}{\partial {}^0 x_i} \frac{\partial ({}^t u_k + u_k)}{\partial {}^0 x_j} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial {}^t u_i}{\partial {}^0 x_j} + \frac{\partial u_i}{\partial {}^0 x_j} + \frac{\partial {}^t u_j}{\partial {}^0 x_i} + \frac{\partial u_j}{\partial {}^0 x_i} + \frac{\partial {}^t u_k}{\partial {}^0 x_i} \frac{\partial {}^t u_k}{\partial {}^0 x_j} + \frac{\partial {}^t u_k}{\partial {}^0 x_i} \frac{\partial u_k}{\partial {}^0 x_j} + \frac{\partial u_k}{\partial {}^0 x_i} \frac{\partial {}^t u_k}{\partial {}^0 x_j} + \frac{\partial u_k}{\partial {}^0 x_i} \frac{\partial u_k}{\partial {}^0 x_j} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial {}^t u_i}{\partial {}^0 x_j} + \frac{\partial {}^t u_j}{\partial {}^0 x_i} + \frac{\partial {}^t u_k}{\partial {}^0 x_i} \frac{\partial {}^t u_k}{\partial {}^0 x_j} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial {}^0 x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial {}^0 x_i} + \frac{\partial {}^t u_k}{\partial {}^0 x_i} \frac{\partial u_k}{\partial {}^0 x_j} + \frac{\partial u_k}{\partial {}^0 x_i} \frac{\partial {}^t u_k}{\partial {}^0 x_j} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial u_k}{\partial {}^0 x_i} \frac{\partial u_k}{\partial {}^0 x_j} \\ &= {}^t_0 \epsilon_{ij} + {}^0 e_{ij} + {}^0 \eta_{ij} \\ &\quad \text{1 次} \quad \text{2 次} \quad \leftarrow \text{変位増分に関して} \\ &= {}^t_0 \epsilon_{ij} + {}^0 \epsilon_{ij} \quad - (2) \end{aligned}$$

${}^0 x_i$: 時刻 0 における物質点の座標

${}^t u_i$: 時刻 t における物質点の変位

u_i : 変位増分 ${}^{t+\Delta t} u_i - {}^t u_i$

$${}^{t+\Delta t}_0 S_{ij} = {}^t_0 S_{ij} + {}^0_0 S_{ij} \quad - (3)$$

さらに ${}^0_0 S_{ij}$ を線形近似する (変位増分に関して 1 次の項のみ残す) と

$$_0S_{ij} \doteq \frac{\partial {}^t_0S_{ij}}{\partial {}^t_0\epsilon_{rs}} \Big|_t {}_0e_{rs} = {}_0C_{ijrs} {}_0e_{rs} \quad - (4)$$

(2), (3) を用いて (1) の被積分関数を増分分解すると

$${}^{t+\Delta t}_0S_{ij} \delta {}^{t+\Delta t}_0\epsilon_{ij} = ({}_0^tS_{ij} + {}_0S_{ij}) \delta ({}_0^t\epsilon_{ij} + {}_0\epsilon_{ij}) = ({}_0^tS_{ij} + {}_0S_{ij}) \delta {}_0\epsilon_{ij} = ({}_0^tS_{ij} + {}_0S_{ij}) (\delta {}_0e_{ij} + \delta {}_0\eta_{ij})$$

さらに(4)を用いて線形近似する（変位増分に関して 1 次以下の項のみ残す）と

$$\doteq ({}_0^tS_{ij} + {}_0C_{ijrs} {}_0e_{rs}) (\delta {}_0e_{ij} + \delta {}_0\eta_{ij}) \doteq {}_0^tS_{ij} \delta {}_0e_{ij} + {}_0^tS_{ij} \delta {}_0\eta_{ij} + {}_0C_{ijrs} {}_0e_{rs} \delta {}_0e_{ij} \quad - (5)$$

0 次 1 次 0 次 1 次 ← 変位増分に関して

(5) を (1) に代入すると，仮想仕事の原理式（total Lagrange 形式）を増分分解，線形近似した以下の式が得られる

$$\int_{{}_0V} \delta {}_0e_{ij} {}_0C_{ijrs} {}_0e_{rs} d {}^0V + \int_{{}_0V} {}_0^tS_{ij} \delta {}_0\eta_{ij} d {}^0V = {}^{t+\Delta t}\mathcal{R} - \int_{{}_0V} {}_0^tS_{ij} \delta {}_0e_{ij} d {}^0V \quad - (6)$$

3. 離散化

(6)を FEM により離散化すると

$$\{\delta U\}^T [{}_0^tK_L] \{U\} + \{\delta U\}^T [{}_0^tK_{NL}] \{U\} = \{\delta U\}^T \{ {}^{t+\Delta t}R \} - \{\delta U\}^T \{ {}^tF \}$$

$$([{}_0^tK_L] + [{}_0^tK_{NL}]) \{U\} = \{ {}^{t+\Delta t}R \} - \{ {}^tF \}$$

各項の計算方法を以下 [1] – [3] に示す.

[1] 左辺第 1 項

$$\begin{aligned} \int_{^0V} \delta_{^0e_{ij}} \, {}^0C_{ijrs} \, {}^0e_{rs} d^0V &= \int_{^0V} \{\delta_{^0e}\}^T [{}^0C] \{\delta_{^0e}\} d^0V = \int_{^0V} ([{}^t_0B_L] \{\delta U\})^T [{}^0C] ([{}^t_0B_L] \{U\}) d^0V \\ &= \{\delta U\}^T \int_{^0V} [{}^t_0B_L]^T [{}^0C] [{}^t_0B_L] d^0V \{U\} = \{\delta U\}^T [{}^t_0K_L] \{U\} \end{aligned}$$

ここで

[0C] : 接線剛性マトリックス

$$\begin{aligned} \{\delta_{^0e}\} &= \begin{Bmatrix} {}^0e_{11} \\ {}^0e_{22} \\ {}^0e_{33} \\ 2 \, {}^0e_{12} \\ 2 \, {}^0e_{23} \\ 2 \, {}^0e_{31} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial {}^0x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial {}^0x_1} + \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_1} \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_1} + \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_1} \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_1} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial {}^0x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial {}^0x_2} + \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_2} \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_2} + \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_2} \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_2} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial {}^0x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial {}^0x_3} + \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_3} \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_3} + \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_3} \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_3} \right) \\ 2 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial {}^0x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial {}^0x_1} + \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_1} \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_2} + \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_1} \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_2} \right) \\ 2 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial {}^0x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial {}^0x_2} + \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_2} \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_3} + \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_2} \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_3} \right) \\ 2 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial {}^0x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial {}^0x_3} + \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_3} \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_1} + \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_3} \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_1} \right) \end{Bmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial {}^0x_1} + \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_1} \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_1} \\ \frac{\partial u_2}{\partial {}^0x_2} + \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_2} \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_2} \\ \frac{\partial u_3}{\partial {}^0x_3} + \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_3} \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_3} \\ \frac{\partial u_1}{\partial {}^0x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial {}^0x_1} + \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_1} \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_2} + \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_1} \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_2} \\ \frac{\partial u_2}{\partial {}^0x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial {}^0x_2} + \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_2} \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_3} + \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_2} \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_3} \\ \frac{\partial u_3}{\partial {}^0x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial {}^0x_3} + \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_3} \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_1} + \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_3} \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial {}^0x_1} \\ \frac{\partial u_2}{\partial {}^0x_2} \\ \frac{\partial u_3}{\partial {}^0x_3} \\ \frac{\partial u_1}{\partial {}^0x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial {}^0x_1} \\ \frac{\partial u_2}{\partial {}^0x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial {}^0x_2} \\ \frac{\partial u_3}{\partial {}^0x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial {}^0x_3} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_1} \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_1} \\ \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_2} \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_2} \\ \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_3} \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_3} \\ \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_1} \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_2} + \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_1} \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_2} \\ \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_2} \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_3} + \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_2} \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_3} \\ \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_3} \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_1} + \frac{\partial u_k}{\partial {}^0x_3} \frac{\partial {}^tu_k}{\partial {}^0x_1} \end{Bmatrix} \\ &= \{\delta_{^0e}\}_0 + \{\delta_{^0e}\}_1 \\ &= [{}^t_0B_{L0}] \{U\} + [{}^t_0B_{L1}] \{U\} \\ &= ([{}^t_0B_{L0}] + [{}^t_0B_{L1}]) \{U\} \\ &= [{}^t_0B_L] \{U\} \end{aligned}$$

$$\{ {}^0e \}_0 = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial u_1}{\partial {}^0x_1} \\ \frac{\partial u_2}{\partial {}^0x_2} \\ \frac{\partial u_3}{\partial {}^0x_3} \\ \frac{\partial u_1}{\partial {}^0x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial {}^0x_1} \\ \frac{\partial u_2}{\partial {}^0x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial {}^0x_2} \\ \frac{\partial u_3}{\partial {}^0x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial {}^0x_3} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial}{\partial {}^0x_1} (N_1 U_1^1 + N_2 U_1^2 + \dots + N_n U_1^n) \\ \frac{\partial}{\partial {}^0x_2} (N_1 U_2^1 + N_2 U_2^2 + \dots + N_n U_2^n) \\ \frac{\partial}{\partial {}^0x_3} (N_1 U_3^1 + N_2 U_3^2 + \dots + N_n U_3^n) \\ \frac{\partial}{\partial {}^0x_2} (N_1 U_1^1 + N_2 U_1^2 + \dots + N_n U_1^n) + \frac{\partial}{\partial {}^0x_1} (N_1 U_2^1 + N_2 U_2^2 + \dots + N_n U_2^n) \\ \frac{\partial}{\partial {}^0x_3} (N_1 U_2^1 + N_2 U_2^2 + \dots + N_n U_2^n) + \frac{\partial}{\partial {}^0x_2} (N_1 U_3^1 + N_2 U_3^2 + \dots + N_n U_3^n) \\ \frac{\partial}{\partial {}^0x_1} (N_1 U_3^1 + N_2 U_3^2 + \dots + N_n U_3^n) + \frac{\partial}{\partial {}^0x_3} (N_1 U_1^1 + N_2 U_1^2 + \dots + N_n U_1^n) \end{array} \right\}$$

$$= \left[\begin{array}{ccccccc} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0x_1} & & & \frac{\partial N_2}{\partial {}^0x_1} & & & \frac{\partial N_n}{\partial {}^0x_1} \\ & \frac{\partial N_1}{\partial {}^0x_2} & & \frac{\partial N_2}{\partial {}^0x_2} & & & \frac{\partial N_n}{\partial {}^0x_2} \\ & & \frac{\partial N_1}{\partial {}^0x_3} & & \frac{\partial N_2}{\partial {}^0x_3} & \dots & \frac{\partial N_n}{\partial {}^0x_3} \\ \frac{\partial N_1}{\partial {}^0x_2} & \frac{\partial N_1}{\partial {}^0x_1} & & \frac{\partial N_2}{\partial {}^0x_2} & \frac{\partial N_2}{\partial {}^0x_1} & & \frac{\partial N_n}{\partial {}^0x_2} & \frac{\partial N_n}{\partial {}^0x_1} \\ & \frac{\partial N_1}{\partial {}^0x_3} & \frac{\partial N_1}{\partial {}^0x_2} & \frac{\partial N_2}{\partial {}^0x_3} & \frac{\partial N_2}{\partial {}^0x_2} & & \frac{\partial N_n}{\partial {}^0x_3} & \frac{\partial N_n}{\partial {}^0x_2} \\ \frac{\partial N_1}{\partial {}^0x_3} & \frac{\partial N_1}{\partial {}^0x_1} & \frac{\partial N_2}{\partial {}^0x_3} & \frac{\partial N_2}{\partial {}^0x_1} & & & \frac{\partial N_n}{\partial {}^0x_3} & \frac{\partial N_n}{\partial {}^0x_1} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} U_1^1 \\ U_2^1 \\ U_3^1 \\ U_1^2 \\ U_2^2 \\ U_3^2 \\ \vdots \\ U_1^n \\ U_2^n \\ U_3^n \end{array} \right\}$$

$$= [{}^t_0 B_{L0}] \{U\}$$

[illegible]

$$\begin{aligned}
& + \frac{\partial {}^t u_1}{\partial {}^0 x_2} \frac{\partial}{\partial {}^0 x_1} (N_1 U_1^1 + \dots + N_n U_1^n) + \frac{\partial {}^t u_2}{\partial {}^0 x_2} \frac{\partial}{\partial {}^0 x_1} (N_1 U_2^1 + \dots + N_n U_2^n) + \frac{\partial {}^t u_3}{\partial {}^0 x_2} \frac{\partial}{\partial {}^0 x_1} (N_1 U_3^1 + \dots + N_n U_3^n) \\
& + \frac{\partial {}^t u_1}{\partial {}^0 x_3} \frac{\partial}{\partial {}^0 x_2} (N_1 U_1^1 + \dots + N_n U_1^n) + \frac{\partial {}^t u_2}{\partial {}^0 x_3} \frac{\partial}{\partial {}^0 x_2} (N_1 U_2^1 + \dots + N_n U_2^n) + \frac{\partial {}^t u_3}{\partial {}^0 x_3} \frac{\partial}{\partial {}^0 x_2} (N_1 U_3^1 + \dots + N_n U_3^n) \\
& + \frac{\partial {}^t u_1}{\partial {}^0 x_1} \frac{\partial}{\partial {}^0 x_3} (N_1 U_1^1 + \dots + N_n U_1^n) + \frac{\partial {}^t u_2}{\partial {}^0 x_1} \frac{\partial}{\partial {}^0 x_3} (N_1 U_2^1 + \dots + N_n U_2^n) + \frac{\partial {}^t u_3}{\partial {}^0 x_1} \frac{\partial}{\partial {}^0 x_3} (N_1 U_3^1 + \dots + N_n U_3^n) \Bigg\} \\
& = \left[\begin{array}{ccc} \frac{\partial {}^t u_1}{\partial {}^0 x_1} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0 x_1} & \frac{\partial {}^t u_2}{\partial {}^0 x_1} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0 x_1} & \frac{\partial {}^t u_3}{\partial {}^0 x_1} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0 x_1} \\ \frac{\partial {}^t u_1}{\partial {}^0 x_2} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0 x_2} & \frac{\partial {}^t u_2}{\partial {}^0 x_2} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0 x_2} & \frac{\partial {}^t u_3}{\partial {}^0 x_2} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0 x_2} \\ \frac{\partial {}^t u_1}{\partial {}^0 x_3} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0 x_3} & \frac{\partial {}^t u_2}{\partial {}^0 x_3} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0 x_3} & \frac{\partial {}^t u_3}{\partial {}^0 x_3} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0 x_3} \end{array} \dots \right. \\
& \quad \left. \begin{array}{ccc} \frac{\partial {}^t u_1}{\partial {}^0 x_1} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0 x_2} + \frac{\partial {}^t u_1}{\partial {}^0 x_2} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0 x_1} & \frac{\partial {}^t u_2}{\partial {}^0 x_1} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0 x_2} + \frac{\partial {}^t u_2}{\partial {}^0 x_2} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0 x_1} & \frac{\partial {}^t u_3}{\partial {}^0 x_1} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0 x_2} + \frac{\partial {}^t u_3}{\partial {}^0 x_2} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0 x_1} \\ \frac{\partial {}^t u_1}{\partial {}^0 x_2} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0 x_3} + \frac{\partial {}^t u_1}{\partial {}^0 x_3} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0 x_2} & \frac{\partial {}^t u_2}{\partial {}^0 x_2} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0 x_3} + \frac{\partial {}^t u_2}{\partial {}^0 x_3} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0 x_2} & \frac{\partial {}^t u_3}{\partial {}^0 x_2} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0 x_3} + \frac{\partial {}^t u_3}{\partial {}^0 x_3} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0 x_2} \\ \frac{\partial {}^t u_1}{\partial {}^0 x_3} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0 x_1} + \frac{\partial {}^t u_1}{\partial {}^0 x_1} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0 x_3} & \frac{\partial {}^t u_2}{\partial {}^0 x_3} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0 x_1} + \frac{\partial {}^t u_2}{\partial {}^0 x_1} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0 x_3} & \frac{\partial {}^t u_3}{\partial {}^0 x_3} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0 x_1} + \frac{\partial {}^t u_3}{\partial {}^0 x_1} \frac{\partial N_1}{\partial {}^0 x_3} \end{array} \right. \\
& \quad \left. \begin{array}{ccc} \frac{\partial {}^t u_1}{\partial {}^0 x_1} \frac{\partial N_n}{\partial {}^0 x_1} & \frac{\partial {}^t u_2}{\partial {}^0 x_1} \frac{\partial N_n}{\partial {}^0 x_1} & \frac{\partial {}^t u_3}{\partial {}^0 x_1} \frac{\partial N_n}{\partial {}^0 x_1} \\ \frac{\partial {}^t u_1}{\partial {}^0 x_2} \frac{\partial N_n}{\partial {}^0 x_2} & \frac{\partial {}^t u_2}{\partial {}^0 x_2} \frac{\partial N_n}{\partial {}^0 x_2} & \frac{\partial {}^t u_3}{\partial {}^0 x_2} \frac{\partial N_n}{\partial {}^0 x_2} \\ \frac{\partial {}^t u_1}{\partial {}^0 x_3} \frac{\partial N_n}{\partial {}^0 x_3} & \frac{\partial {}^t u_2}{\partial {}^0 x_3} \frac{\partial N_n}{\partial {}^0 x_3} & \frac{\partial {}^t u_3}{\partial {}^0 x_3} \frac{\partial N_n}{\partial {}^0 x_3} \end{array} \right. \left. \begin{array}{c} U_1^1 \\ U_2^1 \\ U_3^1 \\ U_1^2 \\ U_2^2 \\ U_3^2 \\ \vdots \\ U_1^n \\ U_2^n \\ U_3^n \end{array} \right\} \\
& = [{}^t B_{L1}] \{U\}
\end{aligned}$$

[2] 左辺第 2 項

$$\int_{\circ_V} {}^tS_{ij} \delta {}_{\circ}\eta_{ij} d {}_{\circ}V = \int_{\circ_V} {}^tS_{ij} (\{\delta U\}^T [{}_{\circ}E_{ij}] \{U\}) d {}_{\circ}V = \{\delta U\}^T \int_{\circ_V} {}^tS_{ij} [{}_{\circ}E_{ij}] d {}_{\circ}V \{U\} = \{\delta U\}^T [{}_{\circ}^tK_{NL}] \{U\}$$

ここで

$${}_{\circ}\eta_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\partial u_k}{\partial {}_{\circ}x_i} \frac{\partial u_k}{\partial {}_{\circ}x_j} = \frac{1}{2} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial {}_{\circ}x_i} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial {}_{\circ}x_j}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial {}_{\circ}x_i} = \frac{\partial}{\partial {}_{\circ}x_i} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \frac{\partial}{\partial {}_{\circ}x_i} \begin{pmatrix} N_1 U_1^1 + N_2 U_1^2 + \cdots + N_n U_1^n \\ N_1 U_2^1 + N_2 U_2^2 + \cdots + N_n U_2^n \\ N_1 U_3^1 + N_2 U_3^2 + \cdots + N_n U_3^n \end{pmatrix}$$

$$= \frac{\partial}{\partial {}_{\circ}x_i} \begin{bmatrix} N_1 & & N_2 & & & & N_n \\ & N_1 & & N_2 & & & \\ & & N_1 & & N_2 & & \\ & & & N_1 & & N_2 & \\ & & & & \cdots & & \\ & & & & & N_n & \\ & & & & & & N_n \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_1^1 \\ U_2^1 \\ U_3^1 \\ \\ U_1^2 \\ U_2^2 \\ U_3^2 \\ \\ \vdots \\ \\ U_1^n \\ U_2^n \\ U_3^n \end{pmatrix}$$

$$= [A_i] \{U\}$$

とおくと

$${}_{\circ}\eta_{ij} = \frac{1}{2} ([A_i] \{U\})^T ([A_j] \{U\}) = \frac{1}{2} \{U\}^T [A_i]^T [A_j] \{U\}$$

$$\delta {}_{\circ}\eta_{ij} = \frac{1}{2} (\{\delta U\}^T [A_i]^T [A_j] \{U\} + \{U\}^T [A_i]^T [A_j] \{\delta U\}) = \frac{1}{2} (\{\delta U\}^T [A_i]^T [A_j] \{U\} + \{\delta U\}^T [A_j]^T [A_i] \{U\})$$

$$= \{\delta U\}^T \frac{1}{2} ([A_i]^T [A_j] + [A_j]^T [A_i]) \{U\}$$

$$= \{\delta U\}^T [{}_{\circ}E_{ij}] \{U\}$$

[3] 右辺第 2 項

$$\begin{aligned} \int_{^0V} {}^tS_{ij} \delta_{^0e_{ij}} d^0V &= \int_{^0V} \{\delta_{^0e}\}^T \{{}^tS\} d^0V = \int_{^0V} ([{}^tB_L] \{\delta U\})^T \{{}^tS\} d^0V = \{\delta U\}^T \int_{^0V} [{}^tB_L]^T \{{}^tS\} d^0V \\ &= \{\delta U\}^T \{{}^tF\} \end{aligned}$$

ここで

$$\{{}^tS\} = \begin{Bmatrix} {}^tS_{11} \\ {}^tS_{22} \\ {}^tS_{33} \\ {}^tS_{12} \\ {}^tS_{23} \\ {}^tS_{31} \end{Bmatrix}$$