

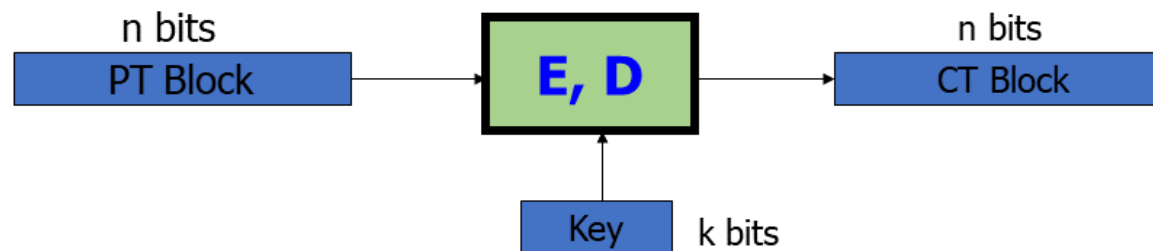
➤ 块密码的使用

- ◆ 伪随机置换 (PRPs) 与伪随机函数 (PRFs)
- ◆ 一次性密钥在分组密码中的使用



块密码

块密码工作流程:



实例:

1. 3DES: $n = 64$ bits, $k = 168$ bits
2. AES: $n = 128$ bits, $k = 128, 192, 256$ bits

块密码

➤ 伪随机函数(PRF)

$$F: K \times X \rightarrow Y$$

- ◆ 取一个密钥和某个集合X的元素作为输入，输出某个集合Y里的元素
- ◆ 存在评估 $F(k, x)$ 的高效方法

➤ 伪随机置换(PRP)

$$E: K \times X \rightarrow X$$

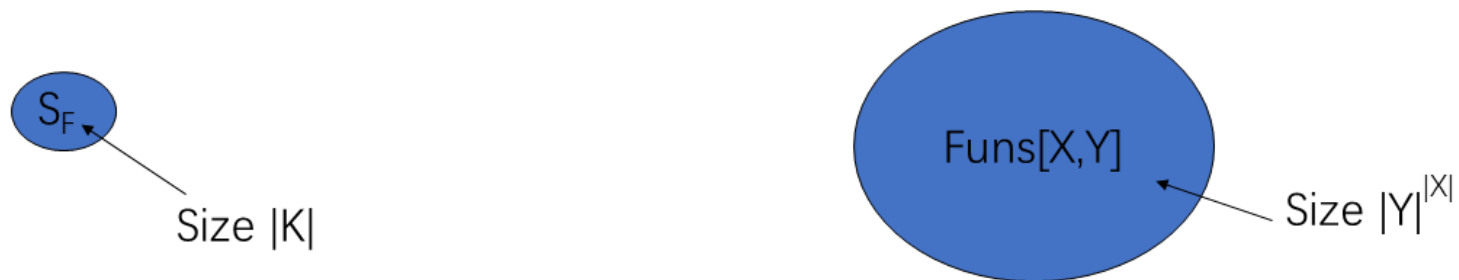
- ◆ 存在用于评估 $E(k, x)$ 的有效确定性算法
- ◆ 函数对所有密钥一一映射
- ◆ 存在一个算法D可以计算函数E的逆

Secure PRFs

◆ Let $F: K \times X \rightarrow Y$ be a PRF

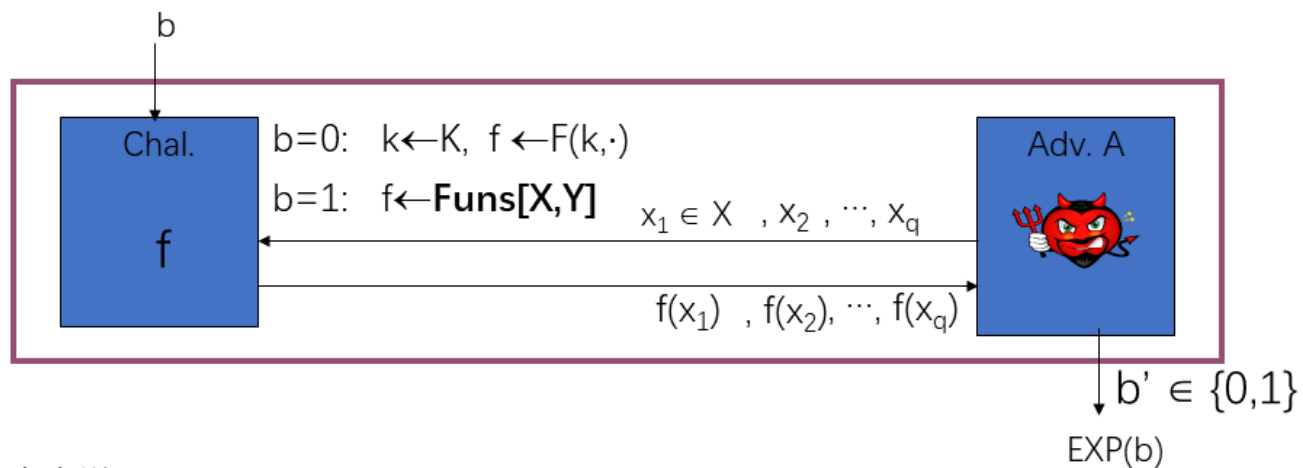
$$\begin{cases} \text{Funs}[X,Y]: & \text{从X到Y的全部映射} \\ S_F = \{ F(k, \cdot) \text{ s.t. } k \in K \} & \subseteq \text{Funs}[X,Y] \end{cases}$$

安全的PRF: 一个Funs中的随机函数无法和一个 S_F 中的函数区分开来



块密码

安全PRF



如果对于攻击者来说,

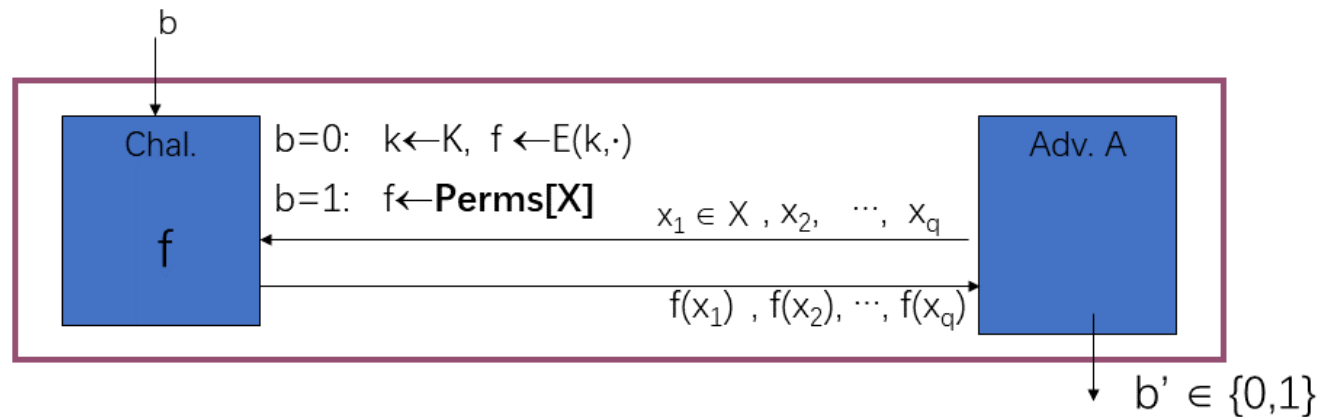
$$\text{Adv}_{\text{PRP}}[A, F] = \left| \Pr[\text{EXP}(0)=1] - \Pr[\text{EXP}(1)=1] \right|$$

的结果是可忽略的, 那么这个F就是一个安全的PRF

攻击者无法区分一个伪随机函数和一个真随机函数

块密码

安全PRP



如果对于攻击者来说,

$$\text{Adv}_{\text{PRP}}[A, E] = \left| \Pr[\text{EXP}(0)=1] - \Pr[\text{EXP}(1)=1] \right|$$

的结果是可忽略的, 那么这个E就是一个安全的PRP

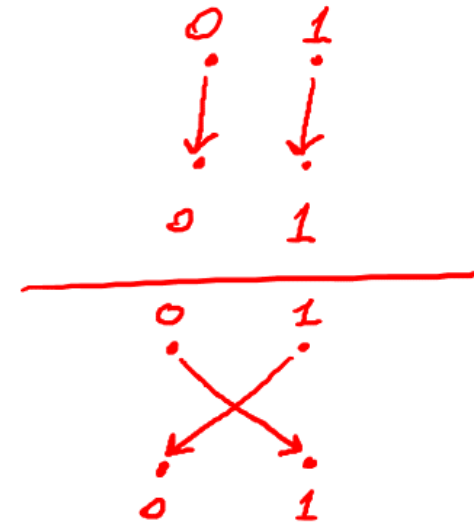
块密码

$X = \{0,1\}$ 上只有两个可逆函数，一个是恒等函数，另一个是交叉映射函数。

密钥空间: $K = \{0,1\}$, 输入空间: $X = \{0,1\}$

PRP: $E(k, x) = x \oplus k$

这是一个安全的PRP



块密码

安全PRP实例: 3DES, AES ...

AES-128: $K \times X \rightarrow X$

$K = X = \{0,1\}^{128}$

一个关于AES的假设:

所有算法可以在 2^{80} 时间内运行完成. 那么攻击者对AES有最大优势:

$$\text{Adv}_{\text{PRP}}[A, \text{AES}] < 2^{-40}$$

块密码

PRF 交换引理：当 $|X|$ 足够大时，一个安全的PRP也是一个安全的PRF

引理：如果 E 是一个安全的PRP，那么对于任何 q 个查询：

$$|\text{Adv}_{\text{PRF}}[A, E] - \text{Adv}_{\text{PRP}}[A, E]| < q^2 / 2|X|$$

当 $|X|$ 足够大时， $q^2 / 2|X|$ 的值可以忽略不计。

因为 $\text{Adv}_{\text{PRP}}[A, E]$ 可忽略不计，因此 $\text{Adv}_{\text{PRF}}[A, E]$ 也可忽略不计

块密码

建议：

- ◆ 不要考虑AES和3DES的内部工作原理
- ◆ 假定它们都是安全的PRP，学习怎样去使用它们

块密码

➤ PRP与PRF的使用

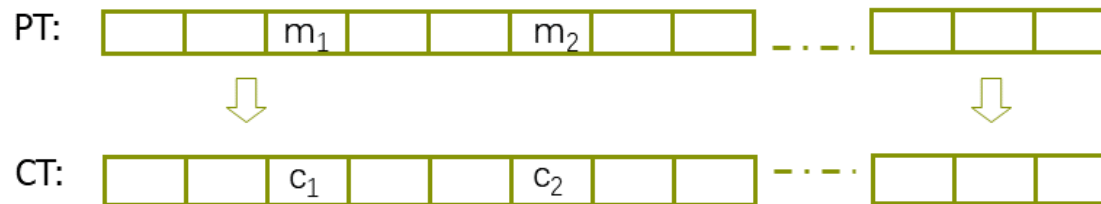
- ◆ 目标：从一个安全的PRP构造一个安全的加密

对于一次性密钥(**one-time keys**):

- 攻击者的能力：只能看到一个密文
- 攻击者的目标：破坏密文的语义安全

块密码

PRP的不正确使用：电子密码本



◆ 加密过程:

将需要加密的消息按照块密码的块大小被分为数个块，并对每个块进行独立加密

◆ 存在的问题:

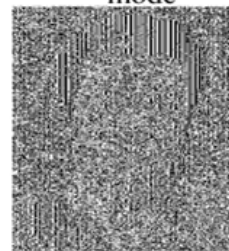
如果明文相同，那么得到的密文相同

块密码

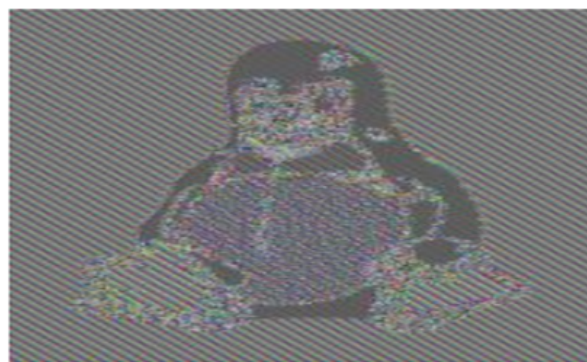
An example plaintext



Encrypted with AES in ECB mode



原图

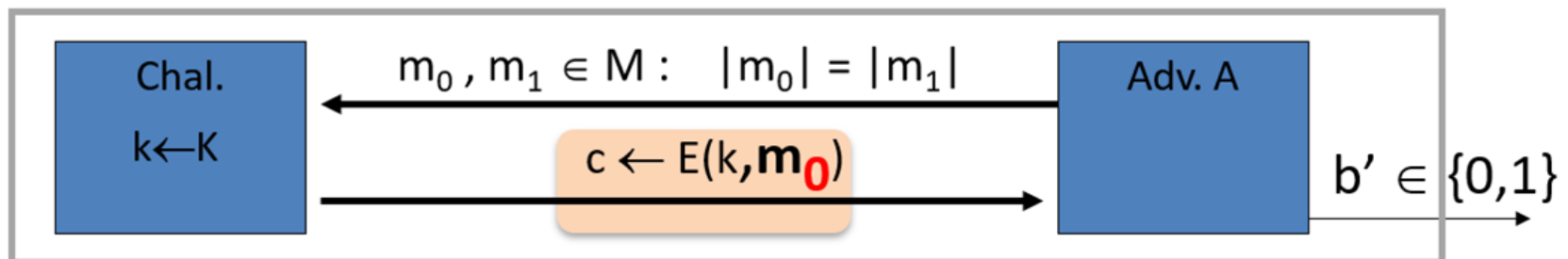


使用ECB模式加密

块密码

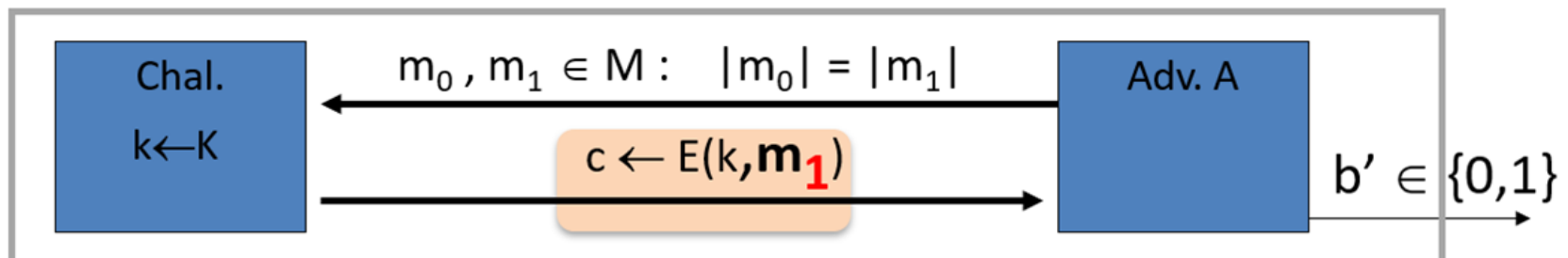
一次性密钥的语义安全

EXP(0):



one time key \Rightarrow adversary sees only one ciphertext

EXP(1):

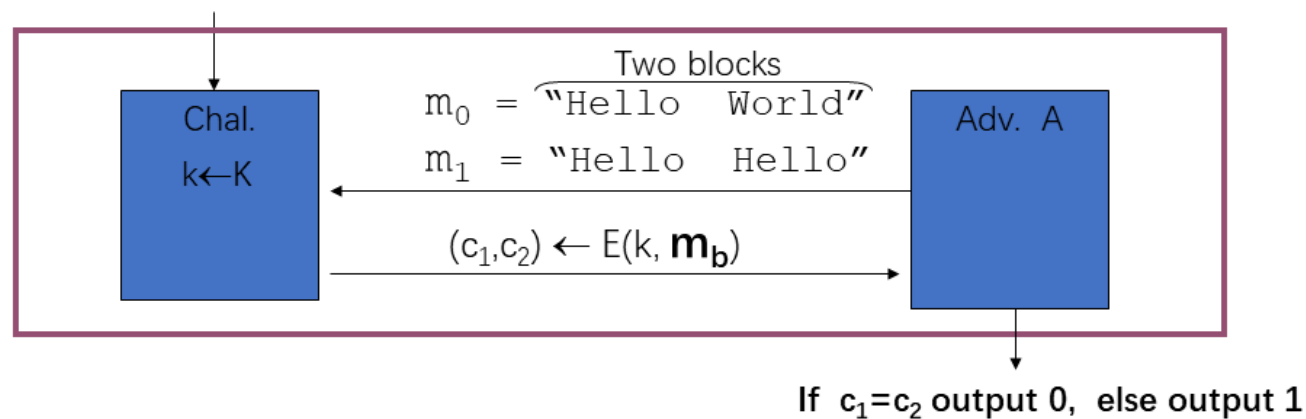


$\text{Adv}_{\text{ss}}[A, \text{OTP}] = | \Pr[\mathbf{EXP}(0)=1] - \Pr[\mathbf{EXP}(1)=1] |$ 应该是可以忽略的

块密码

电子密码本不是语义安全的

- 当信息超过一个分组时，ECB就不是语义安全的



Then $\text{Adv}_{\text{ss}}[A, \text{ECB}] = 1$

块密码

一种安全的构建:

➤ 确定的计数器模式

$$\bullet E_{\text{DETCTR}}(k, m) =$$

| | | | |
|------|------|-----|------|
| m[0] | m[1] | ... | m[L] |
|------|------|-----|------|

$$\oplus$$

| | | | |
|--------|--------|-----|--------|
| F(k,0) | F(k,1) | ... | F(k,L) |
|--------|--------|-----|--------|

AES伪随机密码本

| | | | |
|------|------|-----|------|
| c[0] | c[1] | ... | c[L] |
|------|------|-----|------|

由分组密码构建一个流密码

块密码

理论: 对于任意的 L 满足 $L > 0$,
如果 F 是一个安全的 PRF over (K, X, X)
 E_{DETCR} 是一个安全的加密 (K, X^L, X^L) .

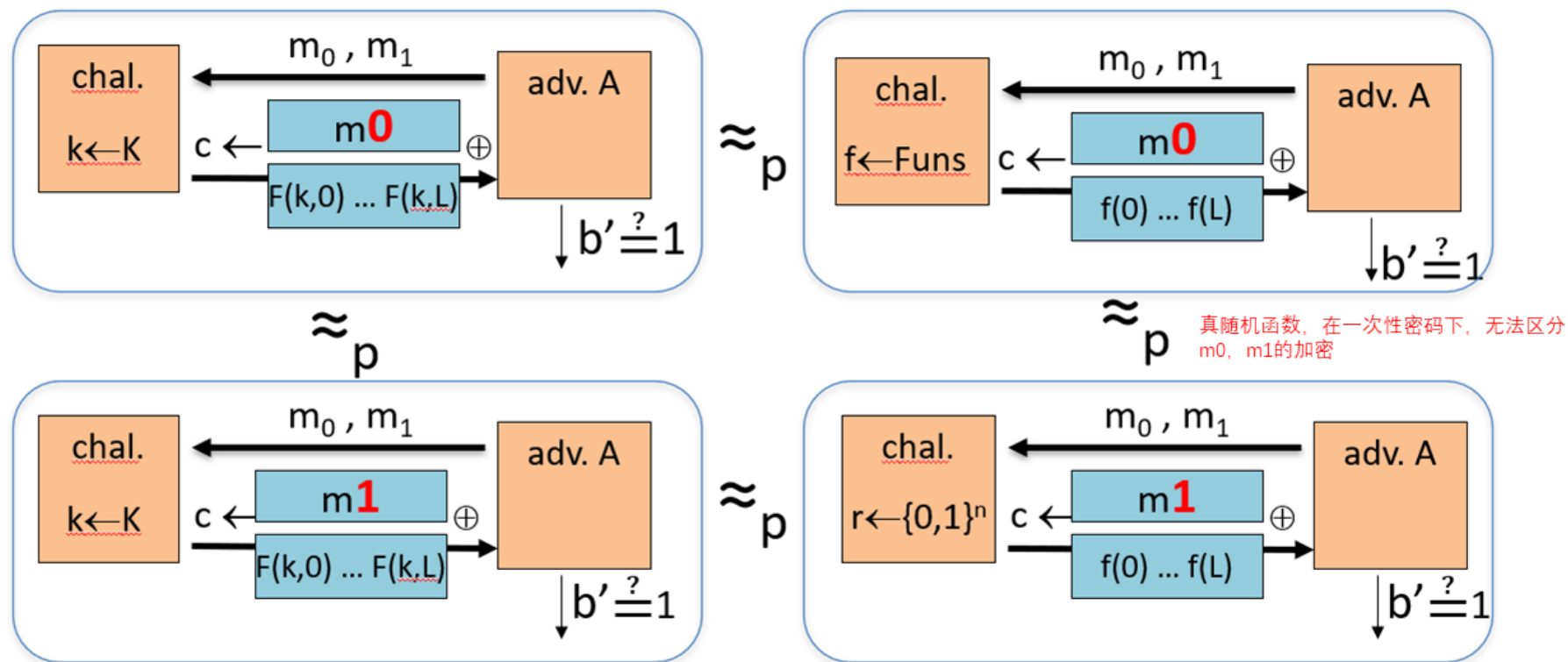
对于任何攻击 E_{DETCR} 的攻击者 A
这里存在另一个攻击PRF的攻击者 B :

$$\text{Adv}_{\text{SS}}[A, E_{\text{DETCR}}] = 2 \cdot \text{Adv}_{\text{PRF}}[B, F]$$

因为 F 是一个安全的PRF, 所以 $\text{Adv}_{\text{PRF}}[B, F]$ 是可忽略的, 所以 $\text{Adv}_{\text{SS}}[A, E_{\text{DETCR}}]$ 也是可忽略的.

块密码

一个PRF无法和一个真随机函数
相互区分



谢谢观看！