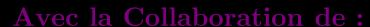
# Atelier 6: Architecture des ouvrages CAMEST



#### Présentation:

Gilles-Christ Kangni

Professeur Certifié de Mathématiques au Bénin Membre des Administrateurs CAMEST



Vianney Carmel Edey

Coordonnateur Général CAMEST



### SOMMAIRE

#### Introduction

- ☐ Architecture globale des ouvrages CAMEST
- ☐ Introduction aux Habiletés à développer
- Introduction aux Activités d'apprentissage
- ☐ Introduction au Structuration des Savoirs
- ☐ Introduction aux Exercices d'apprentissage
- ☐ Introduction aux Sujets d'évaluation
- ☐ Introduction au Guide d'apprentissage
- À propos du Collège des Rédacteurs CAMEST
- À propos du Comité de Coordination Didactique CAMEST

#### Annexe

### Introduction

Les ouvrages CAMEST (Collection Africaine des Mathématiques des Enseignements Secondaire et Technique) s'inscrivent dans un cadre de Manuels scolaires. Ils visent à uniformiser l'enseignement des Mathématiques en Afrique francophone, commençant par l'espace CEDEAO, par de mêmes activités d'apprentissage et des concepts soigneusement formulés pour les phases de Découverte et de Structuration des concepts en classe. Ces ouvrages visent aussi un accompagnement des apprenants dans la consolidation des compétences disciplinaires avec des exercices efficients et variés élaborés à cet effet.

Le but des ouvrages CAMEST requiert donc une architecture un peu particulière et différente du commun des ouvrages utilisés en mathématiques.

L'architecture présentée dans le présent atelier est celle qui a été recommandée par l'équipe administrative de la CAMEST.

## Architecture globale des ouvrages CAMEST (Partie 1)

Les manuels CAMEST pour chaque classe existent en deux volets : Cours, exercices et épreuves groupés dans le Manuel de Référence puis les corrigés d'activités d'apprentissage, d'exercices et d'épreuves groupés dans le Guide d'apprentissage.

En résumé, chaque ouvrage CAMEST de chaque classe est divisé en deux (02) livres comme suit :

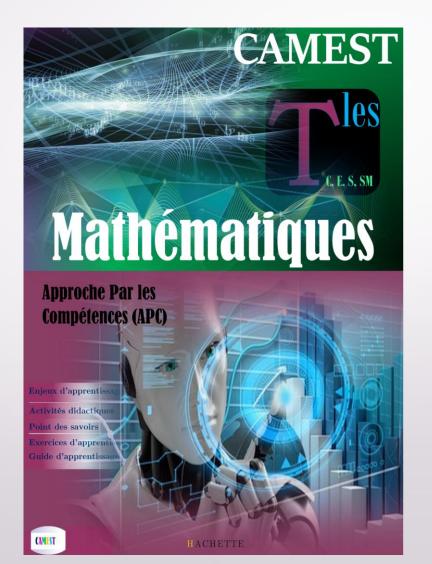
- Le Manuel de Référence ;
- Le Guide d'apprentissage.

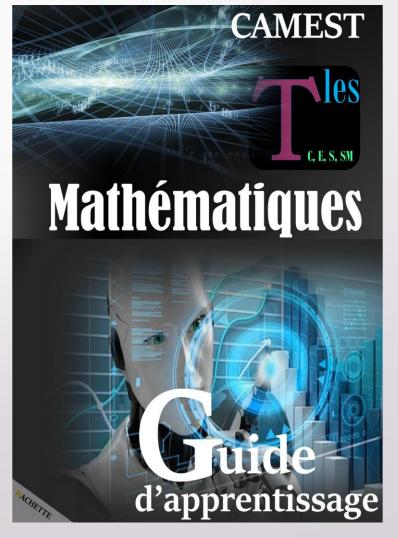
Le présent atelier se penche en détails beaucoup plus sur l'architecture du Manuel de Référence.

## Architecture globale des ouvrages CAMEST (Partie 2)

Pour un petit aperçu, nous avons les deux couvertures suivantes pour les deux livres CAMEST de la Terminale Science Mathématique :

Le Manuel de Référence en premier puis le Guide d'apprentissage en fond noir.





## Architecture globale des ouvrages CAMEST (Partie 3)

Le format du Manuel de Référence CAMEST pensé est tel que le Manuel est divisé en deux grandes parties :

- ✓ Partie Cours et Exercices (PCE) ;
- ✓ Partie Sujets d'évaluation (PSE).

La partie Cours et Exercices (PCE) balaie tous les contenus notionnels au programme en mettant d'abord en avant des habiletés à développer chez les apprenants, des activités d'apprentissage, une Structuration des savoirs puis des Exercices d'apprentissage.

La Partie **Sujets d'Évaluation (PSE)** est constituée des épreuves des Collèges et Lycées, des examens et concours importants ayant été réadaptées suivant l'approche retenue puis des sujets de BEPC et BAC pour les classes d'examens.

## Organisation d'une séquence d'apprentissage

Le programme de mathématiques au niveau de chaque classe est fractionné en des séquences d'apprentissage.

Dans le cadre des manuels CAMEST, chaque séquence d'apprentissage est divisée en quatre (04) grandes parties :

- Habiletés à développer;
- Activités d'apprentissage;
- Structuration des Savoirs ;
- Exercices d'apprentissage.

## 13 Equations différentielles

#### Introduction

De très nombreuses applications des mathématiques conduisent à la recherche

d'une fonction assujettie à une certaine relation avec ses dérivées successives. C'est ce qu'on appelle une équation différentielle. L'immense progrès scientifique des XVII et XVIII e s'écles, en particulier en astronomie, repose sur la capacité de prévoir le comportement futur d'un système grâce à la résolution d'équations différentielles. De très nombreux noms de mathématiciens sont attachés à la théorie des équations différentielles : Eulen, d'Alembert, Lagrange, Riccati, Clairaut, Bernoulli, Legendre, Cauchy... Malheureusement, il n'existe pas de méthode systématique pour résoudre exactement toutes les équations différentielles. Nous devrons nous contenter d'étudier quelques types très simples, comme les équations linéaires. Par ailleurs il existe une branche des mathématiques en plein essor, l'analyse numérique, qui développe, à l'usage des physiciens et des ingénieurs, des algorithmes très performants de résolution approchée d'équations différentielles.





d'Alembert (1717-1783)

Lagrange (1736 - 1813 )

#### SOMMAIRE

- I. Habiletés à consolide
- II. Activité d'apprentissa
- II. Point des savoirs
- 1. Equations différentielles linéaires à coefficients constants sans second membre
- 2. Equations différentielles linéaires à coefficients constants avec second membre
- IV. Exercices d'apprentissage

### Introduction aux Habiletés à développer

Les Habiletés à développer début mises **a**11 séquence d'apprentissage constituent liste une d'enjeux d'apprentissage au niveau de l'apprenant. Cette liste d'habiletés lui repère devant sert de l'aider à valider globalement il a maîtrisé les notions essentielles pour devenir compétent en APC.



CAMEST

### Habiletés à développer

Cette section présente les enjeux d'apprentissage pour l'apprenant dans la résolution des exercices de cette séquence. À la fin de la séquence d'apprentissage, l'apprenant doit globalement retenir et être en mesure de traiter chacum des différents points inscrits ci-dessous.

#### 1.Introduction aux structures algébriques

- 1.1) Savoir ce qu'est une loi de composition interne et pouvoir en donner des exemples.
- 1.2) Connaître les propriétés d'une loi de composition interne (associativité, commutativité, distributivité, élément neutre, élément symétrique) et pouvoir les utiliser.
- 1.3) Pouvoir étudier ou établir, pour quelques cas simples, les propriétés d'une loi de composition dans un ensemble donné.
- 1.4) Connaître les différentes propriétés des lois + et × dans N et Z.
- 1.5) Savoir précisément la notion de groupe et pouvoir montrer qu'un ensemble muni d'une loi de composition est un groupe.
- 1.6) Savoir quand est-ce qu'un groupe est un groupe commutatif ou un groupe abélien.
- 1.7) Savoir précisément la notion de sousgroupe propre et pouvoir montrer qu'un ensemble muni d'une loi de composition est un sous-groupe propre.
- 1.8) Pouvoir démontrer qu'un ensemble muni de deux lois de compositions internes est un anneau.
- 1.9) Savoir ce qui diffère les sous-groupes propres des sous-groupes triviaux ou impropres.

- 1.10) Connaître précisément la notion d'anneau et pouvoir montrer qu'un ensemble muni de deux lois de compositions internes est un anneau.
- 1.11) Savoir la seule condition qu'il faut pour qu'un anneau soit un anneau soit commutatif,1.12) Savoir exactement la seule condition qui
- 1.12) Savoir exactement la seule condition qui fait qualifier un anneau d'un anneau unitaire. 1.13) Connaitre ce qu'on entend par diviseurs
- de zéro.

  1.14) Connaitre précisément la notion d'anneau intègre et ses avantages notamment en ce qui concerne l'inverse et la résolution d'une équation produit-mu.
- 1.15) Connaître le concept d'inverse dans un anneau pour la multiplication.
- 1.16) Savoir la condition qu'il faut pour qu'un élément soit inversible dans un anneau et pouvoir déterminer l'inverse d'un élément dans un anneau.
- 1.17) Savoir les que l'ensemble  $\mathbb Z$  est un ensemble ordonné et connaître les propriétés de la relation  $\le$  dans cet ensemble.

#### 2. Division euclidienne, numération et raisonnements dans Z

- 2.1) Connaitre le concept de division euclidienne et pouvoir effectuer la division euclidienne d'un entier par un autre.
- 2.2) Savoir exactement ce qui fonde la validité de l'écriture  $\overline{a_p a_{p-1} \dots a_2}^b$ .
- 2.3) Pouvoir déterminer l'écriture d'un entier x en base b.
- 2.4) Pouvoir ramener un entier écrit en base b dans le système décimal.
- 2.5) Savoir en particulier ce qu'on entend par système binaire et système hexadécimal.



Arithmétique

## Introduction aux Activités d'apprentissage

Les activités d'apprentissage représentent l'ensemble des tâches et situations qui permettent de découvrir les concepts mathématiques au programme. Elles sont rédigées en tenant compte du temps alloué à chaque séquence d'apprentissage.





Arithmétique

### Introduction au Structuration des Savoirs

La section Structuration des Savoirs est la section qui organise les concepts découverts dans les activités d'apprentissage. Cette section formule les définitions, Propriétés, Propositions, théorèmes relatifs aux concepts découverts. On y met également des démonstrations de Propriétés, exemples intégratifs et illustratifs puis des méthodes particulières de résolution de certains problèmes.

# Structuration des savoirs Dans toute cette partie, nous avons essentiellement exposé les concepts fondamentaux du cours avec des exemples illustratifs et des Travaux Pratiques. Les démonstrations des propriétés sont laissées dans l'annexe de ce document. Introduction aux structures algébriques

#### 1.1 Notion d'ensemble

#### 1.1.1) Vocabulaire des ensembles

■Un ensemble est une collection ou un groupement d'objets distincts; ces objets s'appellent les éléments de cet ensemble. Pour un ensemble E, quand a est un élément de E,



on dit que a est dans E ou que a appartient à E et on écrit  $a \in E$ . Quant au contraire a n'est pas élément de E, on dit que a n'appartient pas à E et on écrit  $a \notin E$ .

- Si E est un ensemble fini, le nombre d'éléments que contient E s'appelle Cardinal de E et on écrit Card(E).
- Un ensemble dont le cardinal est nul est l'ensemble vide. On le note généralement Ø.
- Un ensemble dont le cardinal est égal à 1 est un singleton.
- S'il existe, le plus petit élément d'un ensemble E est l'inférieur de cet ensemble. On le note inf(E).

- De même, le plus grand élément de E, s'il existe est le supérieur de E et on le note sup(E).
- Lorsqu'un ensemble E'est inclus dans un ensemble E, on dit que E'est un sous-ensemble de E et on écrit : E' ⊂ E.



#### 1.1.4) Réunion et intersection de deux ensembles

Soient E et F deux ensembles.

• La réunion des ensembles E et F est l'ensemble des éléments qui appartiennent à E ou à F.

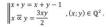
On note  $E \cup F$  et on lit : «E union F».



## Introduction aux Exercices d'apprentissage



#### CAMEST



La notation x \* y se lira : «x étoile y» et  $x \overline{\propto} y$ se lira «x albarre y».

Tâche: Tu es invité(e) à traiter chacune des consignes suivantes.

#### Consignes

1.a) Prouver que (Q, \*) est un groupe abélien. b) (Z;\*) est-il un sous-groupe de (Q, \*)?

2.a) Démontrer que (Q, ∞ est un groupe com-

 b) Justifier que (ℤ, α) est un sous-groupe propre de  $(\mathbb{Q}, \overline{\alpha})$ .

3.a) Démontrer que  $\forall \delta \in \mathbb{Z}, \delta \times 0 = 0$ .

 b) Prouver que pour tout nombre réel δ,  $\delta \times 1 = \delta$ .

4.) Montrer que Z est archimédien.



#### Notions abordées :

Groupe abélien Sous-groupe propre

Support de référence. On désigne par F l'ensemble défini par :  $\mathbb{F} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . On définit la loi superior notée ~<sup>†</sup> telle que pour tous éléments x et v, on a :

$$x \sim^{\uparrow} y = \max(x; y).$$

On définit également la loi différentielle notée  $\phi$ telle que pour tous éléments x et y, on a :

$$x \oint y = (x \sim^{\uparrow} y) - \min(x : y).$$

La notation  $x \sim^{\uparrow} y$  se lira : «x superior y» et  $x \oint y$  se lira «x diff y».

Tâche: Tu es invité(e) à traiter chacune des consignes suivantes.

#### Consignes

- 1.) Démontrer que  $(\mathbb{F}, \sim^{\uparrow})$  n'est pas un groupe
- 2.a) Démontrer que ∮ admet un élément neutre qui est égal à zéro.
- b) Déterminer le symétrique de x pour la loi dans F.
- 3.) Montrer que (F, ∮ ) un groupe non commu-



#### E xercice 1-4

#### Notions abordées :

- Anneau commutatif
- Anneau commutatif unitaire

Support de référence. On considère les lois de composition étoile (∗) et albarre (♥) définies respectivement dans Q par :





Contexte : Les ventes de Sonia

Sonia, pendant les weekend, vend des mangues, des bananes et des oranges.

Un jour d'un weekend, elle a vendu un nombre  $\boldsymbol{a}$  de mangues et un nombre  $\boldsymbol{b}$  de bananes, tels

Arithmétique

CAMEST

Résolution de problèmes



Contexte : Le mystère du Fâ en Afrique

En Afrique, le Fâ est souvent consulté par les adeptes du Vodoun pour deviner ou clarifier certaines situations spirituelles.



L'ingénieur Cocou Kangni, pour avoir fréquenté pendant longtemps les adeptes du Vodoun à Dogbo, a fini par établir un modèle mathématique pour les consultations concernant la sorcel-

Selon les propos de Cocou Kangni, lorsqu'il s'agit de la sorcellerie, le fâ a le modèle de l'entier N défini par

 $N = \overline{25x3}$ .

écrit dans le système de numération de base 13 où x représente un résultat chiffré issu de l'interprétation des positions des cauris au sol.

Cocou Kangni indique que lorsque l'entier x est tel que N est divisible par j, jième jour du mois où l'individu pour qui on fait la consultation, a commencé par souffrir d'un mal, alors il s'agit de la sorcellerie.

Baké, la petite fille de Fidémafa a commencé par souffrir d'une maladie grave depuis le vingt-quatrième (24e) jour du mois dernier.

La mère de Baké, Fidémafa est préoccupée par le sort de sa fille bien-aimée.

Tâche: Tu vas déterminer si la maladie de Baké est liée à la sorcellerie.

#### Consignes

- 1.a) Déterminer les valeurs de x pour lesquelles N est divisible par 6 ?
- b) Pour quelle(s) valeur(s) de x N est-il di-
- 2.) Déterminer si la maladie de Baké est liée à la sorcellerie.
- 3.) Pour x = 4, résoudre dans  $\mathbb{Z}$  l'équation :

 $1 + \overline{25x3}^y \equiv 0[9].$ 

Mangues, bananes, orange, etc.

Arithmétique

Les Exercices d'apprentissage sont des exercices qui permettent à l'apprenant de consolider les compétences disciplinaires. Ces exercices sont divisés en quatre (04) parties. Ces

différentes parties

sont les suivantes :

### Introduction aux Exercices d'apprentissage

Révision et Reconnaissance des Savoirs ;
 Application et Intégration des Savoirs ;
 Utilisation des savoirs acquis ;

Approndissement - Travaux Pratiques.

La partie de **Révision et Reconnaissance des** Savoirs qui sont des questions Vrai ou Faux et à choix multiples sert de révision de base sur les différentes notions. Après cette révision, la Partie **Application et** Intégration des Savoirs vient mettre l'apprenant en situation d'application une fois que ce dernier a déjà une certaine familiarité avec les différentes notions.

La partie Utilisation des savoirs acquis permet à l'apprenant d'utiliser les savoirs acquis pour résoudre des problèmes. Enfin, la dernière partie Approfondissement – Travaux Pratiques vise un approfondissement des savoirs acquis.

CAMEST

Travaux pratiques



Problématique : Démontrer qu'il existe une infinité de nombres premiers.

Description. On appelle nombre de Fermat les nombres  $F_n$  définis par :

$$F_n=2^{2n}+1,$$

pour tout entier naturel n.

Étant apprenant en terminale scientifique, il vous est confié le mandat de prouver l'existence de l'infinité de nombres premiers en se servant des nombres de Fermat.

Tâche : Tu vas te servir des savoirs

acquis en classe pour résoudre le problème posé dans le cadre de ce mandat.

#### Directives :

Afin de résoudre le problème qui vous est confié, vous pourrez d'abord :

■ Montrer par récurrence que  $\forall$   $n \in \mathbb{N}$  et  $\forall$   $k \ge 1$ , on a :

$$2^{2n+k} - 1 = (2^{2n} - 1) \times \prod_{i=0}^{k-1} (2^{n+1} + 1)$$

■ Montrer que pour  $m \neq n$ ,  $F_n$  et  $F_m$  sont premiers entre eux.

#### Travail pratique 2

**Problématique :** Déterminer les points d'intersection M(x; y; z) des surfaces  $S_1$  et  $S_2$  dans le repère  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

Description. L'espace est muni d'un repère orthonormé (O ;  $\vec{t}$  ,  $\vec{f}$  ,  $\vec{k}$  ).

On considère la surface S<sub>1</sub> d'équation

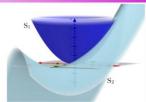
$$z = x^2 + y^2 \ , \label{eq:z}$$
 et la surface  $S_2$  d'équation

$$z = xy + 2x.$$

En désignant par x un nombre premier et y et z deux entiers relatifs, on considère les points M(x; y; z).

Etant apprenant en terminale scientifique, il vous est confié le mandat de déterminer les points de contacts des ensembles S<sub>1</sub> et S<sub>2</sub>.

**Tâche**: Tu vas te servir des savoirs pour déterminer les points M(x ; y ; z).



#### Directives:

Afin de résoudre le problème qui vous est soumis, vous pourrez d'abord :

- Montrer que :
- y(y-x)=x(z-x).
- Déduire que le nombre premier x divise v.

Poser : y = kx avec  $k \in \mathbb{Z}$  et montrer que x divise 2 puis que x = 2 et déterminer les valeurs possibles de k.



Arithmétique

## Introduction aux sujets d'évaluation

Les sujets d'évaluation sont des épreuves qui visent mettre l'apprenant dans contexte d'évaluation surtout à lui donner une idée de l'image des épreuves Ces épreuves d'évaluation. les complètent exercices d'apprentissage et tentent de peaufiner la préparation des devoirs apprenants aux académiques et aux examens de fin d'année.



2

Quelques sujets d'évaluation inspirés des sujets d'évaluation des pays de l'UEMOA, la CÉMAC et d'autres pays de l'Afrique, suivant l'Approche Par les Compétences.

#### Sujet d'évaluation n°1

Extrait modifié d'un examen du premier trimestre coll. Bénin série C

#### **DUREE: 04 HEURES**

Le candidat doit se faire judicieusement identifier avec sa carte scolaire ou sa carte d'identité nationale :

Seul le matériel distribué et la calculatrice sont autorisés. Aucun autre matériel n'est toléré; notes de cours, documents de références, etc; Le candidat doit obligatoirement traiter toutes les parties de l'épreuve;

Il sera tenu grand compte de la clarté et de la précision des raisonnements.

Contexte : Un stage dans l'entreprise de Vigan

L'entrepreneur Vigan est un grand producteur de maïs. Son frère Elavagnon très matheux, l'aide souvent dans la construction du grenier de stockage de sa production agricole et lui fournit de temps à autre quelques informations sur cette production. Le jeune Gbadagba qui passe en terminale C et qui venait de commencer son stage dans l'entreprise de Vigan décide d'étudiel les relations mathématiques qui sous-tendent certaines activités et installations de cette entreprise. D'abord, il analyse quelques propriéts relatives au grenier de stockage de la production agricole et s'intéresse particulièrement à l'emplacement d'un gris-gris placé dans le champs.

**Tâche**: Tu es invité(e) à faire les mêmes analyses que Gbadagba en traitant chacun des problèmes suivants:

#### Problème

Situation-problème : Le grenier de stockage de la production de maïs dans l'entreprise de Vi-

Au sein de l'entreprise de Vigan, en 2016, le grenier qu'on devrait construire a la forme d'un cube ABCDEFGH dans l'espace muni du repère orthonormé (A ;  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{AE}$ ) d'unité graphique 4m. Ce grenier est divisé en deux compartiments : le premier est le tétraèdre ABCF qui contient des produits devant empêcher les insectes destructeurs du maïs. Le second compartiment représentant le reste du grenier devrait contenir la quantité de maïs produite cette année-là. Pour faire peur aux rats et souris pouvant détruire le maïs stocké, Elavagnon envisage de placer en chacun des points L. J et K des gongs automatiques de telle sorte que :  $\overrightarrow{AL} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$  et  $\overrightarrow{CK} = \frac{2}{5}\overrightarrow{CA}$ . Enfin au point  $\Omega$  défini par :  $\Omega =$ bar {(A, 2), (B, 1), (C, 3)}, Elavagnon projette d'y placer un gris-gris qui devrait mettre en déroute tout voleur mettant pied dans ce champs

Sous-tâche n°1 : Tu vas analyser les propriétés mathématiques relatives au grenier dans l'entreprise de Vigan.

#### Consigne

 1.a) Démontrer que la droite (EB) est orthogonale au plan (DGF).

b) Prouver que les droites (AJ), (BK) et (CL) sont concourantes au point  $\Omega.$ 

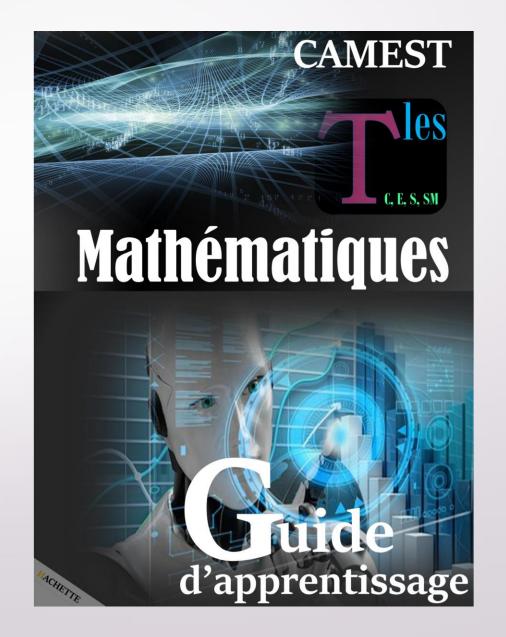


Sujet d'évaluation

## Introduction au Guide d'apprentissage

Le **Guide d'apprentissage** est le second livre rattaché au Manuel de référence CAMEST tel qu'expliqué au début de ce fichier.

Le Guide d'apprentissage contient Corrigés des activités d'apprentissage, des exercices d'apprentissage puis des sujets d'évaluation. Ce livre plutôt rédigé sur un fond blanc-noir donne les détails nécessaires pour la résolution des exercices problèmes. Il est rédigé et pour l'utilisation de l'apprenant et de l'enseignant.



## À propos du Collège des Rédacteurs CAMEST

Le Comité de Rédacteurs des manuels CAMEST au niveau de chaque classe est composé de **sept rédacteurs** répartis comme suit :

- Rédacteur Délégué;
- Rédacteur Vice Délégué ;
- Rédacteur Inspecteur 1;
- Rédacteur Inspecteur 2;
- Rédacteur Inspecteur 3;
- Rédacteur Assistant 1;
- Rédacteur Assistant 2.

Le **Rédacteur Délégué** désigné est le Chef d'équipe qui coordonne toute la rédaction. Le Vice Délégué pratiquement les mêmes attributs que le Délégué Titulaire. Les **Rédacteurs Assistants** aident à l'élaboration des corrigé-types, aux relectures et à l'exécution des tâches connexes sur la rédaction. Les Rédacteurs Inspecteurs associés ou obtenus par accord (provenant de différents pays) examinent et font une correction interne avec l'équipe des quatre rédacteurs ayant élaboré les documents de base.

## À propos du Comité de Coordination Didactique CAMEST

Après la rédaction complète par le Comité de Rédacteurs CAMEST (bien évidement suite à l'étude interne avec les Rédacteurs Inspecteurs), les ouvrages CAMEST rédigés sont soumis à un examen approfondi et de Coordination Technique par un comité de Coordination Didactique.

Le Comité de Coordination Didactique qui aura en sa tête deux (02) Didacticiens mathématiciens s'occupera donc de travailler les ouvrages rédigés pour les adapter aux normes didactiques, aux besoins et aux réalités dans chaque pays concerné. Ces deux personnes vont travailler avec l'équipe de la coordination didactique constituée des représentants du Bureau des Inspecteurs de chaque pays concerné.

C'est après les études sérieuses qui sont faîtes par le Comité de Coordination Didactique que les ouvrages recevront leur préface pour être enfin publiés...

## Annexe

- Fichier joint 1 : Aperçu architectural des ouvrages CAMEST ;
- ☐ Images : De ⓒ Aperçu architectural des ouvrages CAMEST ;
- Couverture Guide d'apprentissage : De © Documents CAMEST.