Atelier 9 : Architecture des activités d'apprentissage CAMEST

Présentation

Vianney Carmel Edey
Élève Actuaire à l'Université Laval (Canada)
Coordonnateur Général des Travaux CAMEST

Directeur désigné

Eustache Zinzindohoué
Inspecteur de l'Enseignement Secondaire au Bénin
Président du CESAME Bénin et Rédacteur CAMEST

Sommaire

Introduction

Le présent atelier est très probablement le plus long et important atelier de tous les ateliers relatifs aux travaux CAMEST. En absence de cet atelier, la CAMEST perd toute son essence et toute sa raison d'être...

En effet, l'Enseignement des mathématiques dans nos établissements d'Enseignement Secondaire connaît une crise qui s'empire d'année en année. Les performances de plus en plus médiocres de la majorité des apprenants dans cette discipline scolaire et le nombre en perpétuel décroissance des inscrits dans les séries scientifiques en constituent des illustrations frappantes.

Conçues suivant l'Approche Par les Compétences (APC), les programmes d'études en mathématiques devraient permettre de former des individus capables de mobiliser des ressources pour résoudre des tâches dans des situations complexes. Malheureusement, les résultats sur le terrain affichent clairement une bonne partie des objectifs de l'APC faussés. Une telle situation nourrit la réflexion des acteurs du système éducatif, mais la solution se fait attendre...

Visant à combler les lacunes de l'APC, l'Approche Par Investigation (API), à travers sa démarche fondée sur l'Investigation, développe des individus à Compétences et ayant des convictions épistémiques en la science : base nécessaire pour le développement de toute société.

La CAMEST (Collection Africaine des Mathématiques des Enseignements Secondaire et Technique) veut s'inscrire dans une démarche d'investigation pour tenter, non seulement de combler l'insuffisance des ressources didactiques au côté de l'enseignement-apprentissage mais aussi redonner un souffle à l'enseignement des sciences mathématiques dans le Secondaire Général et Technique en Afrique.

À travers cet atelier, on propose des activités conçues suivant une démarche d'investigation...

L'Approche Par les Compétences (APC) et ses lacunes

SOMMAIRE

Approche Par les Compétences

Définition et objectifs

L'Approche Par les Compétences (APC) est une approche pédagogique qui vise le développement des compétences chez un apprenant. Un apprenant compétent en APC étant par définition cet apprenant qui est capable de mobiliser des ressources pour résoudre une tâche complexe.

D'après Paba, l'Approche Par les Compétences (APC) «*place au premier plan une démarche fondée sur les résultats d'apprentissage, quelque soit le lieu et la forme ; par opposition à l'Approche Traditionnelle basée sur les contenus de formation, les programmes et leur durée*» (Paba, 2016, p.9).

D'après le même auteur, «*(...)Cette approche induit donc un changement de paradigme : passer d'une logique de transmission de connaissance à une logique de développement des compétences*». L'auteur précise également que l'Approche Par les Compétences «*se focalise dès lors davantage sur l'apprenant, ce qu'il a acquis au terme du programme, que sur le processus d'enseignement lui-même (les contenus notamment)*» (Paba, 2016, p.10).

Quant à Hirtt, «*ce qui caractérise l'Approche Par les Compétences, c'est que les objectifs d'enseignement n'y sont plus de l'ordre de contenus à transférer mais plutôt d'une capacité d'action à atteindre par l'apprenant*» (Hirtt, 2009, p.3)

En résumé, l'Approche Par les Compétences est une approche pédagogique qui se repose sur une **Démarche de Développement des Compétences** (DDC).

Cette **Démarche de Développement des Compétences** vise un enseignement basé essentiellement sur une entrée en des situations, en des situation-problèmes porteuses de sens, utiles, motivantes pour l'apprenant et centrées sur l'intérêt de ce dernier. Ceci a bout but final de faire en sorte qu'à l'issu de l'apprentissage, l'apprenant soit capable de se débrouiller dans des situations complexes en étant capable de résoudre des problèmes et situation-problèmes, en ayant un sens et esprit d'analyse critique, de synthèse, de communication, de recherche et de traitement de l'information. L'apprenant doit être aussi capable de réinvestir ses compétences dans la vie active. De façon laconique, la mise en œuvre de la Démarche de Développement des Compétences en APC doit permettre de faire asseoire chez l'apprenant des **compétences** dites **disciplinaires,** des **compétences** dites **transdisciplinaires** puis des **compétences transversales.**

❑ Quelques lacunes de l'APC

Il faut observer que l'Approche Par les Compétences (APC), dans sa pratique a quelques problèmes.

Parmi les lacunes de l'APC, nous pouvons retenir les suivantes :

1) Les apprenants ne participent pas à la construction de la nature de l'apprentissage. Ils subissent l'apprentissage, ce qui s'apparente à un modèle transmissif en version améliorée ;

2) Les apprenants apprennent sans nécessairement saisir l'essence même de ce qu'ils apprennent parce qu'ils n'ont pas participé à la détermination de la nature de l'apprentissage, ils ne se sont pas rendu compte de l'importance du nouvel apprentissage. Pour les apprenants, les notions découvertes sont des notions prévues pour être enseignées, on doit les apprendre et cela s'arrête là ;

3) Les apprenants ne sont pas contents à l'idée d'avoir appris quelque chose de nouveau mais plutôt ils sont motivés par l'idée d'être récompensés par des notes en ayant des compétences de savoir-agir à faire valoir pendant les évaluations. De ce fait, ils apprennent, obtiennent les notes, oublient puis continuent leur chemin ;

4) La Démarche de Développement des Compétences (DDC) n'accompagne pas les apprenants dans la construction des savoirs et dans la mise au point des notions qu'ils ont oubliées ou les lacunes qu'ils traînent depuis les classes antérieures ;

5) L'APC forme des individus avec un faible niveau d'analyse parce que ces derniers sont habitués à l'exécution des tâches émiettées ou fragmentées en de petites consignes à exécuter. Ceci a pour inconvénient la formation des individus fragiles en mathématiques ;

6) Les apprenants formés n'ont généralement pas l'intuition de réinvestir les compétences acquises. Ceci parce que l'apprentissage n'a pas été développé sur leur propre curiosité ;

7) La mise en œuvre de l'APC est parfois difficile. Les activités de découvertes ne permettent pas de tenir dans le temps. Les procédures rébarbatives de l'APC ne sont pas de nature à faciliter la tâche aux enseignants.

Voilà autant d'éléments qui exigent une refonte des réflexions sur l'APC. Une pédagogie s'inscrivant dans l'esprit de l'APC et qui vient combler les différentes lacunes de ce paradigme de la pédagogie de l'Enseignement-Apprentissage serait de nature à renforcer l'enseignement des mathématiques en particulier dans les pays qui pratiquent l'APC.

L'Approche Par Investigation (API) :

❑ Définition.

L'Approche Par Investigation (API) est une approche pédagogique qui se repose sur une démarche fondée sur l'Investigation, démarche appelée ESFI (Enseignement des Sciences fondé sur l'Investigation) ou encore DI.

Visant à améliorer l'APC (Approche Par les Compétences) qui utilise une démarche basée sur le Développement Des Compétences, l'Approche Par Investigation (API) dans sa démarche d'Investigation s'appuie sur **la compréhension des modes d'apprentissage des élèves**, sur la **nature de l'investigation scientifique** et sur **l'identification des connaissances et compétences que les élèves devront maîtriser**. Elle présuppose également que les élèves *comprennent réellement ce qu'ils apprennent* et ne se limitent pas à apprendre des contenus et des informations.
Contrairement au processus d'apprentissage dans lequel la satisfaction d'être récompensé constitue la seule motivation, l'API recherche à motiver les élèves par la satisfaction d'avoir appris et compris quelque chose. Il ne s'agit pas de mémoriser sur le court terme des quantités d'informations mais, plutôt, de s'attarder sur certaines notions pour les consolider et les renforcer à mesure que l'élève grandit.
De **manière résumée,** l'API s'appuie sur le **questionnement des élèves** sur le monde réel et sur la résolution de problème. Les investigations réalisées avec l'aide du professeur, l'élaboration de réponses et la **recherche d'explications ou de justifications** débouchent sur l'acquisition de connaissances, de compétences méthodologiques et sur la mise au point de savoir-faire techniques. Une démarche d'Investigation doit être conclue par des **activités de synthèse et de structuration organisée par l'enseignant** à partir de travaux effectués en classe.

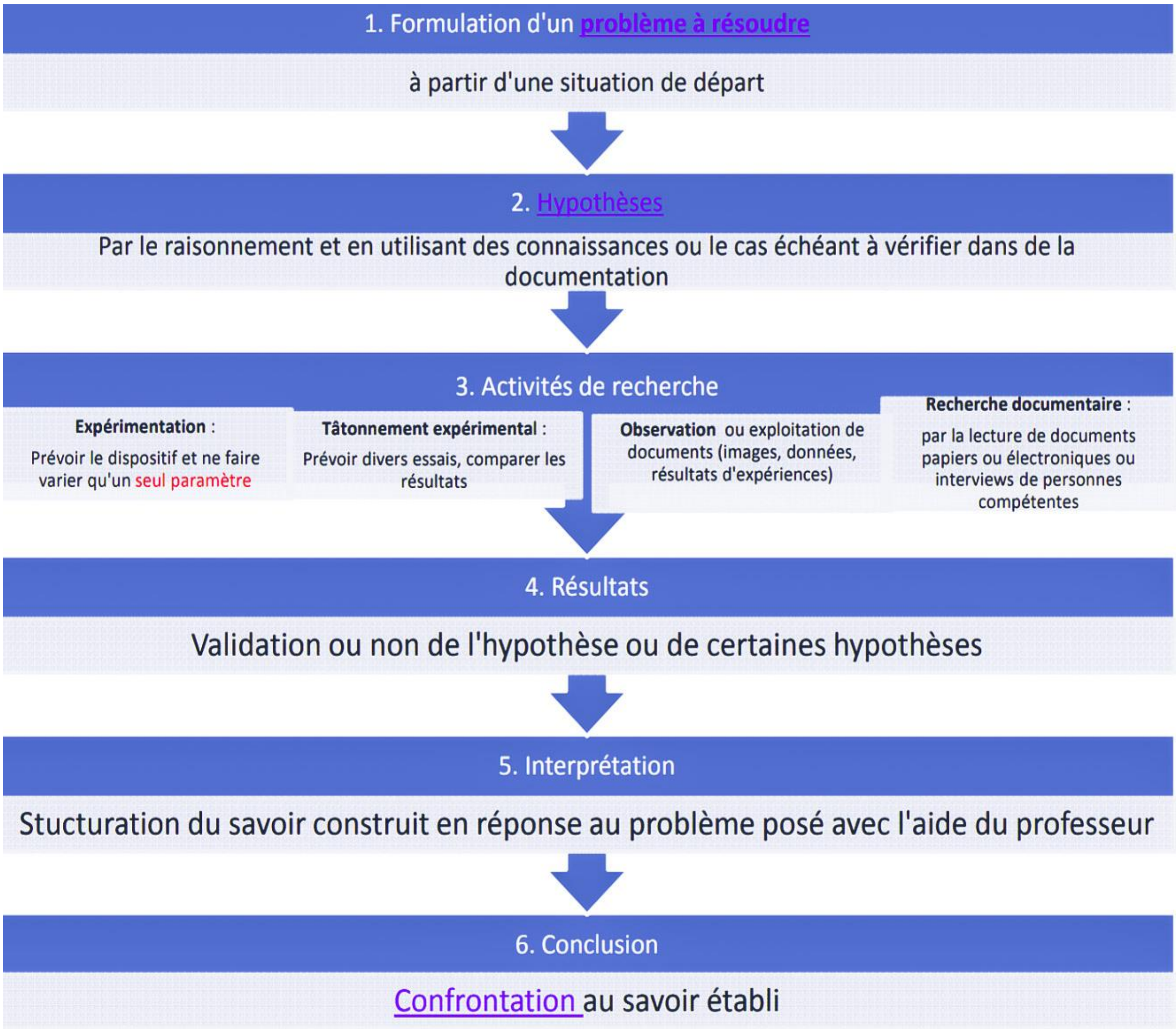
❑ Moment clés de la Démarche d'Investigation

Les moments clés de la démarche d'investigation :
1) Choix d'une situation de départ ou d'une mise en situation ;
2) Choix des questions à poser aux apprenants et comment les poser ;
3) Tenir compte des questions et des idées des élèves ;
4) Discussions, Élaboration des hypothèses ;
5) Investigation conduite par les élèves ;
6) Acquisition et structuration des connaissances.

Les points 2, 3 et 4 s'appuient sur la mise en situation (1) pour déterminer la nature de l'investigation. L'investigation au niveau des élèves se fait par des expériences, l'observation, par analyse de données ou encore par la consultation de documents, de matériels ou support mis à disposition dans le cadre de l'activité.

La figure ci-contre fait un résumé des différentes étapes de la Démarche d'Investigation.

❑ Schéma synthétisant la démarche d'investigation



La conception des activités d'apprentissage doit donc tenir compte des différents moments et étapes de la démarche d'investigation.

❑ Les Principes de la Démarche d'Investigation

Même si l'ESFI peut être différent d'une classe à l'autre et que chaque professeur dispose d'une grande latitude pour élaborer et adapter son travail à partir de ses propres connaissances, compétences et centres d'intérêt ainsi que ceux de ses élèves, il faut souligner que toutes les activités fondées sur la démarche d'investigation doivent respecter les principes importants ci-contre :

1.) *Expérimenter soi-même est au coeur de l'apprentissage scientifique ;*

2.) *Les élèvent doivent s'approprier et comprendre la question ou le problème qui est au centre de leur travail ;*

3.) L'investigation scientifique requiert de nombreuses compétences de la part des élèves ;
4.) Apprendre les sciences ne consiste pas seulement à agir sur et avec les objets, cela consiste aussi à raisonner, échanger avec les autres et à rédiger pour soi et pour les autres ;
5.) L'utilisation des sources documentaires pour finaliser l'investigation ;

6.) La science est un travail de collaboration.

La démarche d'Investigation s'inscrit donc dans la logique de combler les lacunes de l'APC. Visant a priori à développer des compétences chez les apprenants, elle vise a posteriori à développer chez les apprenants des convictions épistémiques de la discipline, à faire naître chez les apprenants le sentiment de fierté d'avoir appris quelque chose en bâtissant l'apprentissage sur leur propre curiosité. Elle vise aussi à ce que les apprenants réinvestissent dans un domaine connexe de la vie, véritablement les compétences qu'ils ont acquises durant leur parcours.

NB : Pour des détails sur les différents principes de la Démarche fondée sur l'Investigation, voir la Référence [1] du présent document. Le fichier se retrouve sur le site github.com/CAMEST dans l'atelier.

Étude comparative de l'APC et l'API

SOMMAIRE

- Mode d'entrée
  - Méthodes d'entrée sur un contenu notionnel
- Tâche à résoudre
  - Mode d'accompagnement dans la tâche complexe à résoudre
- Ressources de travail
  - Ressources disponibles pour les apprenants en apprentissage
- Profil de sortie
  - Compétences acquises à l'issu de la formation

APC	API
Entrée par des Situation-problèmes	**Entrée par des Situation-questions**
❑ Aborde directement les notions à étudier en situations contextuelles sans un réel questionnement des apprenants : ne permet pas de ce fait aux apprenants de cerner et bâtir eux-mêmes la tâche à résoudre ; ❑ Recherche directe des capacités d'analyse, des Traitements Compétents de situations complexes sans nécessairement un réel engouement d'exécution de la tâche en jeu au niveau des apprenants ; ❑ Donne un sens à l'apprentissage ; ❑ Peut induire une interdisciplinarité.	❑ Vise au départ une confrontation de l'apprenant devant des faits ou situations conduisant à des questionnements : ceci aboutit à la compréhension de l'esprit ou le sens des notions à aborder, induisant ainsi la naissance d'une curiosité de recherche et de découverte chez l'apprenant ; ❑ Déclenchement des actions de Traitements de situations complexes sur une base d'investigation, ceci motivé par une curiosité induite préalablement ; ❑ Donne un sens à l'apprentissage ; ❑ Peut induire une interdisciplinarité.
Tâche à résoudre	**Tâche à résoudre**
❑ Tâche fragmentée en de petites questions ; ❑ Tâche à résoudre suivant les réflexions personnelles des apprenants ; ❑ Ne tient pas comptes des lacunes des apprenants.	❑ Tâche fragmentée en de petites questions ; ❑ Tâche à résoudre suivant des réflexions assistées basées sur des supports de recherches ou d'investigation ; ❑ Assiste les apprenants dans leurs lacunes.
Ressources de travail pour apprenant	**Ressources de travail pour apprenant**
❑ Ressources de recherches généralement indisponibles ; ❑ Apprenants délaissés et obligés d'aller vers les anciens cahiers ; ❑ Copisme chez les apprenants qu'une capacité d'analyse.	❑ Ressources de recherches ou d'investigation mises à disposition et bâties suivant l'interdisciplinarité et la culture scientifique ; ❑ Apprenants accompagnés et guidés dans leurs investigations ; ❑ Développement d'un réel esprit d'analyse. que le copisme.
Profil de Sortie	**Profil de Sortie**
❑ Classe de situations à traiter avec compétence au terme de la formation ; ❑ Peut se référer à différents paradigmes épistémologiques ; ❑ Très faible dose de convictions épistémiques chez les apprenants ; ❑ Indifférence aux nouvelles notions apprises ; ❑ Très faible esprit de réinvestissement des compétences acquises.	❑ Classe de situations à traiter avec compétence au terme de la formation ; ❑ Peut se référer à différents paradigmes épistémologiques ; ❑ Bonne dose de convictions épistémiques chez les apprenants ; ❑ Fierté d'avoir appris de nouvelles notions ; ❑ Très fort esprit de réinvestissement des compétences acquises.

Quelques Exemples d'activités d'apprentissage en APC

SOMMAIRE

Analyse d'activités d'apprentissage en APC (Approche Par Compétences)

Activité 1 - Consignes

L'espace orienté est muni d'un repère orthonormé direct.
1. (D) est une droite de repère $(A;\vec{u})$.
Trouve la formule permettant de calculer la distance d'un point M à la droite (D).
2. (P) est un plan de repère $(A;\vec{u},\vec{v})$.
Donne la formule permettant de calculer la distance d'un point M au plan (P).
3. A,B,C étant trois points non alignés, trouve la formule permettant de calculer l'aire du triangle ABC.
4. A,B,C,D étant quatre points non coplanaires, trouve la formule permettant de calculer le volume du tétraèdre ABCD.

Connaissances et techniques à formaliser : Expression analytique du produit vectoriel, propriétés (Calcul de distance, d'aire et de volume).

Extrait de Mathématiques à ma portée, Activité 6.2, Consigne 2, Page 15, Henri Dandjinou, édition 1

Commentaires.

Conformément à la démarche de l'APC, cette activité est très bien élaborée par son concepteur. Lorsque l'on tente de sortir un peu de la démarche de l'APC, il faut observer que l'activité 1 telle qu'énoncée cause problème pour l'apprenant qui veut aller à la découverte de ces notions. Comment l'apprenant pourra trouver par exemple la formule permettant de calculer la distance d'un point à une droite ? Où ira-t-il chercher cette information ?
La formule demandée dans la question 1 n'est pas une formule évidente à trouver pour l'apprenant. 99% ou même 100% des apprenants sont bloqués sur cette question. Et cela ne fait que leur montrer que les mathématiques sont difficiles.
Par ailleurs, dans ces conditions, l'apprenant est obligé de se diriger vers les anciens cahiers pour le copisme, ce qui ne l'aide pas du tout pour le développement de son esprit d'analyse.

Activité 2 - Consignes

1. En **utilisant tes livres de mathématiques** de la Terminale D, donne la définition :
a) d'une base directe de l'ensemble des vecteurs de l'espace ;
b) d'un repère orthonormé direct de l'espace ;
c) du produit vectoriel de deux vecteurs de l'espace.
2. Donne les propriétés algébriques du produit vectoriel.

Connaissances et techniques à formaliser : Définition et propriétés du produit vectoriel.

Extrait de Mathématiques à ma portée, Activité 6.0, Consigne 2, Page 14, Henri Dandjinou, édition 1

Commentaires.

Ici, le concepteur qui, malgré lui, tente de respecter l'esprit et techniques de conception des activités en APC observe de lui-même, d'une certaine manière, à partir de la question 1.) une des limites ou faiblesses des activités de découverte en APC : cette activité exhorte les apprenants à utiliser des livres de mathématiques pour répondre à des questions, mais ne se soucie pas de la disponibilité de ces ressources documentaires, (ce qui apparaît aussi normal en APC). La question est d'un autre côté de savoir si l'apprenant n'a pas des livres de mathématiques, il fait comment ? Aller copier les anciens cahiers ?
Et pourquoi ne pas mettre les ressources documentaires à disposition de l'apprenant ?
Nous pouvons en déduire la nécessité d'accompagner les activités de découverte de ressources documentaires.

Activité 3 - Consignes

L'espace est muni d'un repère, on considère un plan (P) passant par un point $A(x_0;y_0;z_0)$ et dirigé par les vecteurs non colinéaires $\vec{u}(a;b;c)$ et $\vec{v}(a';b';c')$. On dit que (P) est le plan de repère $(A;\vec{u},\vec{v})$. Soit $M(x;y;z)$ un point de l'espace.
1. Donne la caractérisation vectorielle du plan (P).
2. Déduis-en les coordonnées x, y, z du point M de (P) en fonction de $a, b, c, a', b', c', x_0, y_0, z_0$ et de deux paramètres réels t et t'.

Connaissances et techniques à formaliser : Représentation paramétrique d'un plan de l'espace.

Extrait de Mathématiques à ma portée, Activité 3.1, Consigne 2, Page 10, Henri Dandjinou, édition 1

Commentaires.

L'activité 3 encore est une œuvre de technicien en la matière en APC. De cette activité, on peut voir que les entrées vers les contenus notionnels ne sont pas en général faites en des situations porteuses de sens pour l'apprentissage. Déterminer une représentation paramétrique et se limiter à cela n'encourage pas l'apprenant à réellement s'investir pour bien maîtriser cette notion et même chercher à en savoir plus. C'est d'ailleurs un signe que le fait que la conception des activités d'apprentissage en grande partie en entrée sous forme de situation-problème ou mise en situation est une tâche lourde et difficile. Observons à côté de tout ceci l'impact très positif des activités en situations-problèmes ou mise en situation sur les apprenants surtout s'ils y voient un grand intérêt...

Avantages des activités d'apprentissage suivant l'API

SOMMAIRE

- Association des apprenants à l'apprentissage
  - Apprentissage bâti sur les questionnements et la curiosité des apprenants
- Convictions épistémiques chez les apprenants
  - Amour en la science, fierté d'avoir appris
- Ressources d'investigation
  - Documents d'investigations, guide, lacunes prises en compte
- Réinvestissement des compétences acquises
  - Vers un réel réinvestissement des compétences acquises

Avantages activités d'apprentissage API

Des activités d'apprentissage bâties suivant une démarche d'investigation visent à combler les lacunes des activités conçues en Approche Par les Compétences.

Ces activités ont d'abord pour avantage le développement des convictions épistémiques chez les apprenants. Ces activités permettent aux apprenants d'avoir un sentiment de fierté d'avoir appris quelque chose au lieu seulement de se limiter à l'apprentissage des contenus. Ces activités qui bâtissent les notions à étudier suivant les questionnements et la curiosité des apprenants eux-mêmes déclenchent en eux une énergie qui leur permettent d'aller à la découverte des notions à apprendre.

De façon résumée, les activités conçues suivant la démarche d'investigation ont essentiellement les avantages suivants :

1) Fais participer les apprenants à la construction de la nature de l'apprentissage et leur faire comprendre l'essence même des notions qu'ils apprennent ;

3) Fais que les apprenants sont contents à l'idée d'avoir appris quelque chose de nouveau, ce qui pourra faire que même après avoir fait valoir leurs compétences acquises à l'examen pour l'obtention des notes, ils gardent longtemps les notions apprises;

4) Accompagne les apprenants dans la construction des savoirs et dans la mise au point des notions qu'ils ont oubliées ou les lacunes qu'ils trainent depuis les classes antérieures ;

5) Forme des apprenants avec une intuition de réinvestir les compétences acquises dans des domaines connexes de la vie.

Quelques Exemples d'activités d'apprentissage en API

SOMMAIRE

À propos

Les activités présentées dans ce document sont des activités qui abordent une notion nouvelle dans une séquence d'apprentissage. Elles ne sont pas à confondre non plus aux activités introductives d'une séquence d'apprentissage. Ici, **l'attention est beaucoup plus focalisée sur l'architecture, l'idée derrière et non le contenu à proprement dit des activités proposées.**

Les activités dans cette séquence sont basées sur une démarche d'investigation. Elles font une approche en deux étapes :

1ère étape : Détermination de la tâche à résoudre ;

2ième étape : Résolution de la tâche construite.

Dans la **première étape**, on part d'une mise en situation qui confronte l'apprenant devant un certain nombre de faits. Cette mise en situation permet de questionner l'apprenant, de discuter avec lui sur les représentations qu'il a de la notion mise en situation. Ceci pourrait être l'occasion pour l'apprenant : d'évaluer sa capacité à résoudre la tâche, d'émettre ses hypothèses et de sentir l'importance de la notion à aborder. Tout ceci permet donc de susciter la curiosité de l'apprenant face à la notion à aborder.

Dans la **deuxième étape** de l'apprentissage, l'apprenant qui a déjà compris ce dont il est question et qui est curieux d'en savoir plus part maintenant à l'investigation ou à l'enquête tout simplement. C'est à ce niveau qu'il utilise ses connaissances de base et les ressources mises à sa disposition pour répondre aux consignes qui structurent la notion à étudier.

Après le travail collectif, l'enseignant peut maintenant faire une synthèse des savoirs construits à travers des définitions, propriétés, exemples, etc.

Exemple d'activité d'apprentissage en API

Activité 1

Étape 1 : Évaluer sa capacité à résoudre des équations polynômiales de degré 2

Mise en situation.

Alice, une élève en Première scientifique lors d'une étude de groupe avec son camarade de classe Paul, s'exclamait en ces termes : - Hey ! Regarde Paul : j'ai trouvé une manière de résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2+6x+5=0$.

- Ah bon ? Mais nous n'avons pas encore étudié cette notion. Dis donc, tu as procédé comment ? fit **Paul** étonné !
- Continua Alice : d'abord, j'ai fait remarquer que $(x+5)(x+1)=x^2+6x+5$. Par la suite, en posant $x+5=0$ et $x+1=0$, j'ai pu remarquer que les solutions sont les réels -1 et -5.
- Waoo ! Belle découverte Alice. Tu es très intelligente toi, observa **Paul**.
Pierre l'un de leur camarade de classe qui les observait de loin s'approcha et s'exprima en ces termes : «ta découverte m'intéresse Alice. Dis-moi : comment as-tu fait cette factorisation de $x^2+6x+5=0$? Par exemple, comment comptes-tu résoudre l'équation $x^2+4x-5=0$ dans $\mathbb{R}$?».
- Oh ! belle remarque, observa **Alice.**
C'est alors que Alice leur faisait comprendre qu'elle avait remarqué dans un exercice que $(x+5)(x+1)$ donnait x^2+6x+5 et que cela l'aurait inspiré à tenter de résoudre la dite équation.

Les trois camarades qui se sont rendu compte qu'il fallait un outil plus adéquat pour la résolution de telles équations après avoir tenté plusieurs fois sans succès, de développer des produits de facteurs premiers pris au hasard pour espérer retrouver x^2+4x-5 se sont finalement rapprochés de leur professeur de mathématiques au cours suivant. Ce dernier leur fait savoir très brièvement sans autres détails que de telles équations se résolvent par calcul du discriminant Δ associé à l'équation.
Confus devant cette nouvelle notion de discriminant, les trois camarades décident de faire des recherches documentaires pour en savoir plus.

Discussions.

- Quel est le problème posé par Pierre ?
- Les trois amis ont-ils pu trouver solution à leur problème ?
- Sais-tu quelque chose par rapport à la notion de discriminant Δ évoqué par le professeur ?
- Peux-tu aider Alice, Paul et Pierre à résoudre leur problème ?

❑ Étape 2 : Résoudre des équations polynômiales de la forme $ax^2 + bx + c = 0$, $(a \in \mathbb{R}^*,\ (b\,;c) \in \mathbb{R}^2)$.

Consignes. En t'appuyant sur les documents 1 et 2 mis à disposition, tu vas trouver solution au problème de Alice, Pierre et Paul en répondant aux questions suivantes.

1. On pose : $f(x) = x^2 + 6x + 5$.

a) Mettre $f(x)$ sous forme canonique.

b) En déduire dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'équation $f(x) = 0$.

Coïncident t-elles avec les solutions données par Alice ?

2. On pose : $g(x) = x^2 + 4x - 5$.

a) Mettre $g(x)$ sous forme canonique puis déterminer les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $g(x) = 0$.

b) La préoccupation principale de Alice, Pierre et Paul est-elle levée ? On justifiera sa réponse.

3. On pose de manière plus générale : $P(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \in \mathbb{R}^*$ et $(b;c) \in \mathbb{R}^2$. On pose également : $\Delta = b^2 - 4ac$.

a) Montrer que :

$$P(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right].$$

b) Quelles hypothèses émettre quant aux racines d'un polynôme de degré 2 suivant le signe du discriminant associé ?

c) Discuter suivant les valeurs de Δ les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $P(x) = 0$. On distinguera trois cas :

$\Delta = 0$, $\Delta \succ 0$ et $\Delta \prec 0$.

Document 1. Les polynômes interviennent la modélisation de plusieurs phénomènes en mathématiques. Déjà, à partir de la seconde scientifique, nous avons appris à mettre un polynôme sous sa forme canonique.

En considérant un polynôme r défini par : $r(t) = at^2 + bt + c$, avec $a \in \mathbb{R}^*$ et $(b;c) \in \mathbb{R}^2$, r se décompose de la manière suivante :

$$r(t) = a\left(t^2 + \frac{b}{a}t + \frac{c}{a}\right)$$
$$= a\left[\left\{t^2 + 2 \times \frac{b}{2a}t + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right\} + \frac{c}{a}\right]$$
$$r(t) = a\left[\left(t + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}\right].$$

Cette dernière égalité aboutit à la forme dite canonique de r.

Dans la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation $r(t) = 0$, le nombre réel $b^2 - 4ac$ est appelé discriminant de l'équation $r(t) = 0$. On le note généralement Δ.

On écrit donc : $\Delta = b^2 - 4ac$.

Document 2. On considère les polynômes ci-contre :

$h(x)=x^2+x-6$, $\quad i(x)=x^2-2x+1$, $\quad j(x)=x^2-\frac{1}{2}x+5$, $\quad k(x)=9x^2+12x+4$,

$l(x)=-2x^2-5x+3$ et $q(x)=-3x^2+4x-2$.

Des manipulations de données ont consisté à trouver les racines (si elles existent) de chacun des polynômes ci-dessus et les rapprocher du discriminant Δ associé à l'équation à résoudre. On présente les résultats dans le tableau ci-contre.

	$h(x)$	$i(x)$	$j(x)$	$k(x)$	$l(x)$	$q(x)$
Discriminant Δ	25	0	$-19,75$	0	49	-8
Les racines	$2\ ;-3$	$1\ ;\ 1$	Néant	$-\frac{2}{3}\ ;-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}\ ;-3$	Néant

Activité 2

❑ Étape 1 : S'appréhender de la notion d'espérance mathématique.

Mise en situation.

Boni voudrait jouer à un jeu de mise dont voici les règles : il mise 5000 F pour avoir le droit de jouer une seule fois.
Il lance un dé parfaitement équilibré numéroté de 1 à 12 et on observe le numéro apparu sur la face supérieure du dé.
Il gagne :
- 5000 F s'il obtient un numéro pair ;
- 8000 F s'il obtient 7, 9 ou 11 ;
- 3000 F s'il obtient 1, 3 ou 5.

On désigne par X la variable aléatoire réelle prenant pour valeur le gain diminué de la mise de Boni.

Billets de monnaie FCFA

En d'autres termes, X représente le bénéfice aléatoire de Boni. Boni est préoccupé de savoir s'il devrait entrer dans un tel jeu.

Discussions.
- Qu'est ce qui doit motiver Boni à jouer à un tel jeu ?
- Si le fait que le bénéfice de Boni soit positif est l'un des éléments qui peut le pousser à entrer dans ce jeu, penses-tu que Boni peut déterminer à l'avance son bénéfice exact à l'issu de ce jeu ? Justifier.
- Une grandeur mathématique appelée espérance mathématique peut cependant permettre à Boni d'avoir une idée approximative de combien il gagnera net à peu près à l'issu du jeu. Peux-tu alors aider Boni à savoir d'avance si le jeu lui serait favorable ou pas ?

❑ Étape 2 : Évaluer et interpréter une espérance mathématique.

Consignes. En t'appuyant sur le document d'investigation, tu vas aider Boni à déterminer si son jeu de hasard lui serait favorable ou pas, en répondant aux questions suivantes.

1.a) Déterminer les valeurs possibles de la variable aléatoire X.

b) Déterminer la probabilité de gagner chacun des montants suivants : 5000 F, 8000 F puis 3000 F.

c) En déduire la loi de probabilité de X.

2.a) Donner une appréciation ou une représentation littérale de la notion d'espérance mathématique.

b) Déterminer l'espérance E[X] de X.

c) Boni doit-il jouer à ce jeu de de mise ? Justifier.

Document.

La notion d'espérance en mathématique est d'une grande importance pour l'appréciation de décisions liées à l'incertitude. Popularisée par **Christian Huygens** dans son traité du hasard de 1656 sous le nom de «*valeur de la chance* », l'espérance est aujourd'hui très utilisée dans bon nombre de domaines.

Christian Huygens (1629-1695)

Vue du traité traduit de Huygens

Par exemple, en théorie des jeux et dans les domaines de prévision comme l'assurance, on l'utilise pour minimiser les risques, en théorie du signal ou en statistique inférentielle où un estimateur est dit sans biais si son espérance est égale à la valeur du paramètre à estimer, etc.

En théorie des probabilités, l'espérance mathématique d'une variable aléatoire réelle est, intuitivement, la valeur que l'on s'attend à trouver, en moyenne, si l'on répète un grand nombre de fois la même expérience aléatoire. Elle correspond à une moyenne pondérée des valeurs que peut prendre cette variable. Pour une variable aléatoire X, l'espérance de X se note E[X].

Si la variable aléatoire X prend les valeurs $x_1, x_2, \ldots, x_n$ avec les probabilités $p_1, p_2, \ldots, p_n$, on écrit que : $E[X] = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \ldots + x_n p_n$.

Comme la somme des probabilités est égale à 1, l'espérance peut être réécrite de la manière suivante : $E[X] = \dfrac{x_1 p_1 + x_2 p_2 + \ldots + x_n p_n}{p_1 + p_2 + \ldots + p_n}$. C'est pourquoi on considère l'espérance comme une moyenne pondérée, soit dans ce cas une moyenne pondérée des x_i par des p_i.

Activité 3

❑ Étape 1 : Prendre contact avec les équations diophantiennes

Mise en situation.

Traoré un élève en Terminale science mathématique assiste souvent son grand frère Vigan ingénieur en génie civil dans ses travaux.
Le nouveau projet de construction de la route donnant sur Codji dont Vigan est en charge, montre une route modélisée par une portion de la droite d'équation $2x-3y=5$ dans un repère convenablement choisi. Lors d'une séance de travail, Vigan fait savoir qu'en chacun des points à coordonnées entières sur cette route virtuelle, se serait construit un carrefour ou intersection.
Afin de vaquer à d'autres occupations, Vigan demande à son frère Traoré de lui trouver tous les couples de points à coordonnées entières de la route virtuelle.

Face à cette tâche, Traoré a commencé par choisir des couples d'entiers qu'il introduit dans l'équation pour espérer trouver 5. Après avoir trouvé un certain nombre de couples qui coïncident, Traoré estime qu'il peut en exister plusieurs autres encore et déçu de n'avoir pas relevé ce défi lui-même, recherche quelqu'un qui peut l'aider contre rémunération.

Le village Codji

Discussions.
- Quel est le problème posé ?
- Si tu étais à la place de Troaré, comment comptes-tu trouver les couples d'entiers demandés ?

❑ Étape 2 : Résoudre des équations diophantiennes : $ax+by=c$.

Consignes. *En t'appuyant sur le document d'investigation, tu vas aider Traoré à résoudre son problème en répondant aux questions suivantes.*

1. On pose $(\mathcal{E})$: $2x-3y=5$.

a) Vérifier que l'équation $(\mathcal{E})$ admet dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ au moins un couple solution triviale $(x_0;y_0)$ que l'on donnera.

b) Justifier que l'équation $(\mathcal{E})$ équivaut à : $x\equiv 1[3]$ puis en déduire l'ensemble des valeurs de x satisfaisant à $(\mathcal{E})$.

c) En déduire les valeurs possibles de y puis présenter l'ensemble des couples solutions de $(\mathcal{E})$ dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$.

2. On se propose de résoudre d'une autre manière dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ l'équation $(\mathcal{E})$.

a) Résoudre l'équation $(\mathcal{E}_0)$: $2x-3y=0$.

b) Montrer que l'équation $(\mathcal{E})$ est équivalente à : $2(x-x_0)=3(y-y_0)$.
c) Déduire les solutions de l'équation $(\mathcal{E})$.

3. On pose $(\mathcal{F})$: $ax+by=c$, avec a, b des entiers non tous nuls et c un entier.

On suppose que le couple $(x';y')$ est solution de l'équation $(\mathcal{F})$.

Proposer une méthode de résolution de l'équation $(\mathcal{F})$ dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$.

Document.

Longtemps appelée analyse indéterminée, la branche des mathématiques qui s'intéresse à la résolution des équations à solutions entières ou rationnelles, a fini par être fondue dans l'arithmétique ou la théorie des nombres. L'on y a connu des équations comme celles dites **diophantiennes** qui sont des équations polynômiales à une ou plusieurs inconnues dont les solutions sont recherchées parmi les **nombres entiers,** éventuellement **rationnels.**
À ce titre, les équations de la

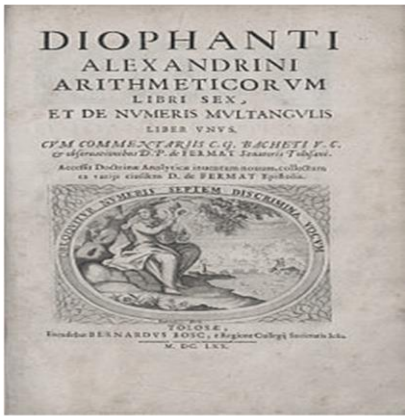
Diophante (325-409)

forme $ax+by=c$ avec a, b et c des entiers et a, b non tous nuls, sont des équations diophantiennes linéaires. On les appelle ainsi en l'honneur du mathématicien grecque **Diophante** qui les a étudié pour la première fois dans son œuvre des **Arithmétiques** de 1670. La résolution des équations diophantiennes linéaires se fait soit par une méthode traditionnelle ou soit par l'utilisation des congruences modulo.

L'on peut voir facilement que les équations $ax+by=c$ admettent dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ de solutions si et seulement si $\text{pgcd}(a;b)$ divise c. En effet, d'après le théorème de **Bézout**, l'on sait que si $c=1$, le seul cas

permettant l'existence des entiers x et y tels que $ax+by=1$ est que a et b soient premiers entre eux, ce qui revient à dire de façon analogue que $\text{pgcd}(a;b)$ doit diviser c. Il en est de même si le plus grand diviseur commun à a, b et c est égal à 1 (voir lignes suivantes).

D'autre part, si c est un multiple de $\text{pgcd}(a;b)$ i.e $c=k\text{pgcd}(a;b)$ avec $(k\notin\mathbb{Z})$, l'on peut montrer que l'équation se ramène sous la forme : $a'x+b'y=k$ avec a' et b' des nombres premiers entre eux. Une telle relation n'est qu'une extension du **théorème de Bézout** et donc le



Des Arithmétiques de Diophante (1670)

le seul cas permettant l'existence des entiers x et y est que a' et b' soient premiers entre eux, ce qui revient à dire de façon analogue que $\text{pgcd}(a;b)$ doit diviser c.

Par ailleurs, l'on peut observer aussi que $ax+by=c$ si et seulement si $ax=c-by$, ce qui revient à dire en d'autres termes que $ax\equiv c\,[b]$. Une telle équation admet de solutions si et seulement a est inversible dans l'anneau $(\mathbb{Z}/b\mathbb{Z})$. Il faut donc obligatoirement que l'on ait $\text{pgcd}(a;b)$ qui divise c ...

Activité 4

❑ Étape 1 : S'appréhender de la racine carrée de -1

Mise en situation.

Jérôme Cardan (1501-1576)

«Ainsi, y a t-il ou non une racine carrée de -1 ***? Si oui, de quelle sorte d'animal s'agit-il ?»***, s'exprimait ainsi **Lan Stewart** au XVIè siècle face à la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation $x^2 = -1$, absurdité montrant nettement qu'elle n'admet pas de solutions réelles. Pourtant des mathématiciens étaient décidés à en trouver de solutions. Après trois siècles de recherches infructueuses, ce problème sera finalement résolu grâce au mathématicien italien **Jérôme Cardan** qui sera le précurseur de l'invention du nombre surprenant i tel que $i^2 = -1$: «l'existence d'un tel nombre est impossible, inutile» observaient nombre de mathématiciens à l'époque dont **Viete**...

Discussions.

- Quel est le problème posé ?
- Penses-tu réellement que l'existence d'un nombre dont le carré donnerait -1 serait-il possible ?

❑ Étape 2 : Découvrir l'ensemble des nombres complexes et ses opérations

Consignes. Exploiter les documents 1 et 2 pour découvrir les nombres complexes et faire des opérations sur ces derniers en répondant aux questions suivantes.

1. a) Proposer une définition à la notion de nombre complexe.

b) On pose : $z_1 = 2+3i$. Déduire de 1.a) la partie réelle puis la partie imaginaire de z_1.

2. Définir la notion de nombre complexe imaginaire puis de nombre complexe imaginaire pur.

3. On définit les nombres complexes suivants : $z_2 = 2+3i$, $z_3 = 1-i$ et $z_4 = -\sqrt{5}i$.

a) Effectuer les opérations suivantes :

$A = z_2 + z_3 \qquad B = z_2 - (1+i)z_3 + 2z_4$.

b) Préciser la partie réelle et la partie imaginaire des nombres complexes A et B.

Document 1.

Œuvre de Jérôme Cardan

Les nombres complexes sont nés grâce à l'invention du nombre i tel que $i^2 = -1$. L'un des premiers mathématiciens à en imaginer l'existence est **Jérôme Cardan** en 1545 dans son œuvre **''Artis magnae sive regulis algebraicus''** à l'occasion de la résolution de l'équation : $x(10-x)=40$.
Il donne les solutions sous une forme qui peut se lire comme : «$5+\sqrt{-15}$ et $5-\sqrt{-15}$». Il fait observer que le produit de ces deux nombres donne bien 40 tout en reconnaissant que l'équation est, en théorie, impossible à résoudre. Il demande aux lecteurs de faire preuve d'imagination et appelle ces nombres des **«quantités sophistiquées»**.

Ces nombres de Cardan allaient donner naissance à une panoplie de débâts pendant lesquels plusieurs mathématiciens qui les qualifiaient d'impossibles et d'inutiles, invitaient le plus grand nombre à se méfier au maximum de ces nombres, ce qui fera que durant trois siècles, ces nombres sont regardés avec méfiance.

Leonhard Euler (1707-1783)

René Descartes qualifiait ces nombres d'**«imaginaires»**.

René Descartes (1596-1650)

Ce n'est qu'au XIXè siècle que ces nombres seront légitimés, ce qui a conduit à la naissance des nombres complexes noté $\mathbb{C}$. Nous avons de ce fait : $\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset\mathbb{R}\subset\mathbb{C}$.

Nous devons **l'introduction de la notation** i au mathématicien **Euler**. Très gêné et embêté de voir noté «$\sqrt{-1}$» comme racine carrée de -1. Ce dernier change ainsi cette notation en introduisant le nombre i tel que $i^2=-1$. L'on a donc de manière analogue : «$\sqrt{-1}=i$».

Document 2.

Les nombres complexes généralement notés z sont représentés comme $a+ib$ avec a et b des nombres réels : on appelle a la partie réelle et b la partie imaginaire, (en référence à la qualification de Descartes).

On ne peut pas oublier le travail du mathématicien **Raphaël Bombelli** qui, d'ailleurs selon **Flament**, est le créateur indiscutable de la théorie des nombres imaginaires.

Raphaël Bombelli (1526-1572)

La première formalisation des règles de calculs sur les nombres complexes a en effet été l'œuvre de **Raphaël Bombelli.** L'on sait aujourd'hui que pour deux nombres complexes z et z' définis par : $z = a + ib$ et $z' = a' + ib'$ avec a, b, a', b' des nombres réels, on a :

$$z + z' = (a + a') + i(b + b');$$
$$z - z' = (a - a') + i(b - b');$$
$$z \times z' = (aa' + bb') + i(ab' + a'b);$$
$$\frac{1}{z} = \frac{a}{a^2 + b^2} - i\frac{b}{a^2 + b^2} \quad (z \neq 0)...$$

Les nombres complexes sont aujourd'hui très utilisés dans tous les domaines de **l'algèbre et l'analyse.** On ne peut oublier l'usage qu'en font les physiciens tant en **optique** que dans le domaine de l'**électricité**...

Activité 5

❑ Étape 1 : Examiner l'existence d'une primitive à la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$.

Mise en situation.

Après leur cours sur la notion de primitives, Amadou et son groupe d'amis sont entrés dans une série de manipulations destinées à déterminer les primitives de quelques fonctions. Pendant leurs manipulations, le groupe d'amis était bloqué sur la détermination d'une primitive à la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$.

- Les amis, la table de primitives a exclu ce cas. Cette fonction n'a sûrement pas de primitives, fit **Amadou**.

- Mais cette fonction est définie et continue sur $\mathbb{R}^*$, elle devrait y avoir de primitives, observa **Taka**, un des membres du groupe.

- Faux !!! s'écriaient les autres membres du groupe. De continuer : Ne soit pas bête Taka, cette fonction n'a pas de primitives. Si non, notre professeur l'aurait donné dans la table de primitives. Cette fonction de merde est à éviter au maximum !

Tout nerveux d'avoir été autant hué par ses amis, Taka ramassa ses effets et rentra chez lui tout fâché...

Discussions.

- De quoi est-il question ?
- Penses-tu que Amadou et ses amis ont raison de huer Taka en affirmant que la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ n'admet pas de primitives sur $\mathbb{R}^*$? Justifier.
- Peux-tu déterminer une primitive à la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$?

❑ Étape 2 : Définir la fonction logarithmne népérien et les propriétés liées.

Consignes. Exploiter le document mis à disposition pour répondre aux questions suivantes.

1. a) Identifier une primitive à la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ sur $\mathbb{R}_+^*$.

b) Proposer une définition à la fonction logarithme népérien.

c) La fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ peut-elle avoir une primitive sur $\mathbb{R}_-^*$? Si oui, en donner un exemple. On pourra considérer que :

$\frac{(x)'}{x} = \frac{1}{x} = \ln'(x)$ et que $\frac{(-x)'}{(-x)} = \frac{1}{x}$.

2. Écrire plus simplement :

a) $\ln\left(\sqrt{3}+1\right)+\ln\left(\sqrt{3}-1\right)$;

b) $\ln\left(\frac{2+\sqrt{5}}{2}\right)+\ln\left(\frac{\sqrt{5}-2}{2}\right)$.

3. Établir que : $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$,

$$\ln(1+x) = \ln(\sqrt{e}x) + \ln\left(1+\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{2}.$$

Document.

En ce temps là, les **calculatrices n'existaient pas**, et le calcul numérique général était fastidieux. Après divers essais visant à remplacer les multiplications par des additions ou à simplifier les calculs trigonométriques, vint enfin le mathématicien écossais **John Neper** qui inventa les logarithmes.

Œuvre des tables de Neper

Mais comment a-t-on défini un logarithme au début XVIIè siècle ? À l'époque, la **notion de fonction n'existait pas**. Au contraire, les logarithmes serviront de prototype dans le développement de ce concept général (défini par Euler en 1748). Pourtant, nous parlerons de fonction par commodité, puisque **Neper** donne un moyen de faire correspondre un logarithme à chaque nombre positif. Il s'agit donc bien d'une fonction. La formalisation de la notion de fonction par Euler permet donc de définir la fonction **logarithme népérien notée ln** sur l'ensemble des réels strictement positifs ($\mathbb{R}_+^*$). La table de Neper énonce les relations suivantes sur le logarithme népérien :


John Néper (1550-1617)

$\ln(a \times b) = \ln a + \ln b$, $\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln a$, $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$, $\ln\left(a^r\right) = r\ln a$: on note a, b des réels strictement positifs et r un nombre rationnel. **Euler** introduit le nombre e appelé base du logarithme népérien tel que : $\ln e = 1$.

L'on montre que sur $\mathbb{R}^*$ la fonction ln est continue et dérivable et que sa dérivée est $\frac{1}{x}$. On écrit donc : $\ln'(x) = \frac{1}{x}, \forall x \in \mathbb{R}_+^*$...

Commentaires essentiels

Il faut observer que les activités pour toutes les notions à aborder ne peuvent pas être conçues suivant l'architecture présentée dans ce document. Autrement, l'apprentissage de cette manière serait lourde, rebarbatif et finalement désagréable.

Les activités suivant ce modèle seront pour les notions nouvelles dans la séquence d'apprentissage. En général, une séquence d'apprentissage est fractionnée en de petites sections. Ces différentes sections généralement abordent une nouvelle notion ou un aspect nouveau de la séquence d'apprentissage.

On peut en déduire que dans une séquence d'apprentissage, les activités suivant ce format seront pour les différentes sections. À l'intérieur d'une section, les activités doivent être les plus simples possibles. Par exemple, pour une démonstration de propriété, on peut avoir des raisons de penser que l'on n'a pas besoin de tout ceci. De plus, si le contenu ne requiert pas un support d'investigation, on ne mettra pas de support documentaire. Dans ce cas, **l'investigation sera basée sur les pré-réquis ou les notions déjà acquises par l'apprenant. On parle d'investigation dans la pensée.**

Nous pouvons retenir que les activités pourront être structurées en fonction du contenu à étudier.

Quelques travers de l'Approche Par Investigation (API)

SOMMAIRE

- ❑ Complexité des activités
  - Lourdeur des activités de découverte
  - Exigence d'un ensemble de compétences chez l'enseignant
- ❑ Difficultés de gestion du temps
  - Procédures de mise en œuvre en routine
  - Fatigue pour les enseignants
- ❑ Apprenants risquant de s'habituer à de petites tâches
  - Habitude aux tâches émiettées
  - Mode d'apprentissage assisté

Quelques travers de l'Approche Par Investigation (API)

L'Approche Par Investigation n'est pas dénuée de travers. Il faut avouer que la démarche d'investigation exige de la part de l'enseignant un ensemble de compétences à parfaire avec le temps pour la mise en œuvre de cette démarche.

Les activités de découverte des notions en API sont complexes et lourdes. Tout ceci induit une difficulté de gestion du temps au niveau de l'enseignant. Les procédures de mise en œuvre qui deviennent rébarbatives finissent par fatiguer les professeurs.

À côté de tout ceci, il faut souligner que les apprenants dans cette tâche sont habitués à des tâches fragmentées et assistées. Même si ceci peut aiguiser leur esprit de recherche et leur capacité de réflexions et analyse, on ne peut non plus ne pas voir qu'en fin d'apprentissage, ils peuvent rester dans la dynamique d'être assistés en toute tâche...

Les conclusions de l'enquête **PISA de 2015** nous montrent d'ailleurs que cette approche est loin d'être l'approche exempte d'imperfections.

Il faut toutefois se focaliser sur le bon côté de l'API, chose dépassant largement ses imperfections qui ne sont que mineures. Les convictions épistémiques développées chez les apprenants, le penchant normal de réinvestissement des compétences à l'issu des formations sont tant de choses qui représentent les bases d'une science et du développement de toute société...

Références

[1] Béatrice Ajchenbaum, Alain Chomat, Frédéric Perez, Edith Saltiel. *Enseignement des sciences fondé sur l'investigation*, (© Pollen 2009) ;

[2] Landry Fournie, Sandrine Nedelec. *La démarche d'investigation*, (Formation - 1er mars 2016) ;

[3] Abdelkrim Hasni, Vincent Belletête, Patrice Potvin. *Les démarches d'investigation scientifique à l'école*, (© Centre de recherche sur l'enseignement et l'apprentissage des sciences (CREAS) Université de Sherbrooke, 2018) ;

[4] Pierre LÉNA. *La pédagogie d'Investigation et l'enquête PISA 2015*, (© Rapport Janvier 2018) ;

[5] Bahia Berdous, Cheridi Anissa. *Les principes de l'approche par compétences dans l'enseignement-apprentissage*, (© Mémoire 2016-2017);

[6] *Guide du programme d'étude de l'enseignement secondaire au Bénin* : Direction de l'Inspection pédagogique, Porto novo septembre 2008 ;

[7] Vianney Carmel Edey, Éric Cakpo, Henri Dandjinou, Gilles-Christ Kangni, Guy Merlin Fomen. *Collection SONON – Terminales C (© edition 2017)* ;

[8] Jean-Sylvain Bekale, Stéphane Brunel, Hélène Cheneval Armand, Jacques Ginestié, Mourad Taha Janan. *De la Pédagogie Par Objectifs à l'Approche Par Compétences, la nécéssaire mutation de l'IPNETP*, © Colloque Marrackech du 29 au 31 Octobre 2014.

[9] Charles NAUX. *Histoire des logarithmes de Neper à Euler*, © Librairie Scientifique et Technique A. Blanchard – 1966 ;

[10] Henri Dandjinou. *Mathématiques à ma portée*, © Première édition ;

[11] Dominique Flament. *Histoire des nombres complexes : Entre algèbre et géométrie*, © 2003 ;

[12] M. Guinot. *Arithmétique pour amateurs*, © Vol.1.Pythagore, Euclide et toute la clique Aléas Lyon, 1992.

[13] Nicolas Trotignon. *La méthode pas à pas*, © Lettre de Pascal à Fermat du 29 juillet 1654.

[14] Christiaan Huygens. *Œuvres complètes, Tome XIV. Probabilités, Travaux de mathématiques pures*, © 1655-1666 (ed. D.J. Korteweg).