PROBLEMAS RESUELTOS

UNIDAD 2: CUERPOS RÍGIDOS. SISTEMAS EQUIVALENTES DE FUERZAS

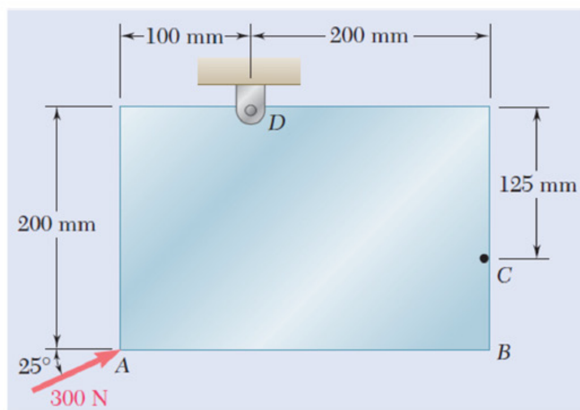
PROBLEMA 1

Problema: Se aplica una fuerza de 300 N en *A*. Determinar:

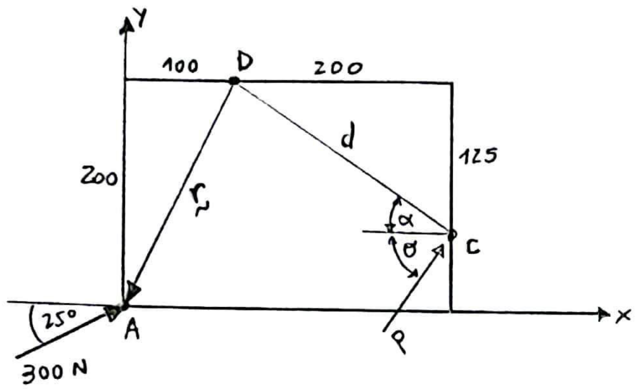
a) El momento de la fuerza de 300 N con respecto a *D*.

b) La magnitud y sentido de la fuerza horizontal aplicada en *C* que crea el mismo momento con respecto a *D*.

c) La fuerza mínima aplicada en *C* que crea el mismo momento con respecto a *D*.



SOLUCIÓN:



a)

$$\underset{\sim}{r} = -100\,\hat{i} - 200\,\hat{j} + 0\,\hat{k}$$

$$\underset{\sim}{F} = 300\cos(25°)\,\hat{i} + 300\sin(25°)\,\hat{j} + 0\,\hat{k}$$

$$M_D = \underset{\sim}{r} \times \underset{\sim}{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -100 & -200 & 0 \\ 300\cos(25°) & 300\sin(25°) & 0 \end{vmatrix}$$

$$= 0\,\hat{i} + 0\,\hat{j} + \left(200(300)\cos(25°) - 100(300)\sin(25°)\right)\hat{k}$$

$$= (0\ \text{Nmm})\,\hat{i} + (0\ \text{Nmm})\,\hat{j} + (41700\ \text{Nmm})\,\hat{k}$$

b)

$$F_x = \frac{41700}{125} = 333.6\ \text{N} \quad \text{en} \quad +X$$

c) La fuerza mínima está dada por la fuerza perpendicular al trazo $\overline{DC}$.

$$\|P\| = \frac{41700}{d} \quad ; \quad d = \sqrt{200^2 + 125^2} \quad ; \quad \alpha = \operatorname{atan}\left(\frac{125}{200}\right)$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \alpha = \frac{\pi}{2} - \operatorname{atan}\left(\frac{125}{200}\right)$$

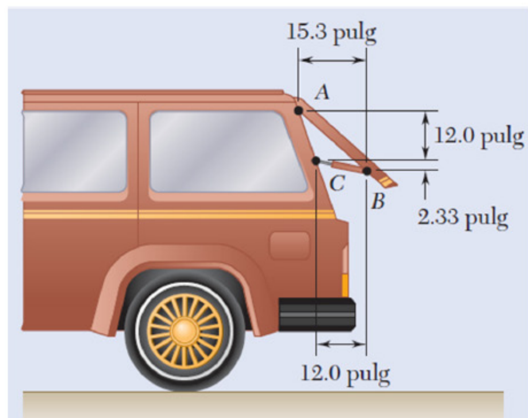
$$\therefore \ \|P\| = 176.8\ \text{N} \quad \theta \nearrow^{C}$$

$$\theta \approx 58°$$

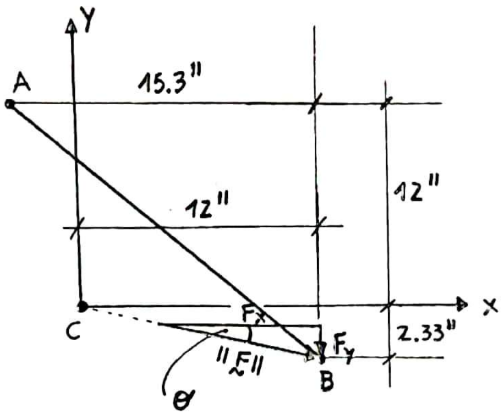
OBTENER CÓDIGO MATLAB: U2_problema1.m

PROBLEMA 2

Problema: La ventanilla trasera de un automóvil se sostiene mediante el amortiguador hidráulico *BC*. Si para iniciar el levantamiento de la ventanilla se ejerce una fuerza de 125 lbf en la dirección del cilindro hidráulico, determinar el momento de la fuerza con respecto a *A*.



SOLUCIÓN:



$$\|\underset{\sim}{F}\| = 125 \text{ lbf} \quad (\text{dato})$$

$$\cos\theta = \frac{12}{\sqrt{12^2 + 2.33^2}}$$

$$\sin\theta = \frac{2.33}{\sqrt{12^2 + 2.33^2}}$$

$$\underset{\sim}{r}_{B/A} = 15.3\,\hat{i} - 14.33\,\hat{j} + 0\,\hat{k}$$

$$\underset{\sim}{F} = 125\cos\theta\,\hat{i} - 125\sin\theta\,\hat{j} + 0\,\hat{k} \approx 122.71\,\hat{i} - 23.83\,\hat{j} + 0\,\hat{k}$$

$$\underset{\sim}{M}_A = \underset{\sim}{r}_{B/A} \times \underset{\sim}{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 15.3 & -14.33 & 0 \\ 122.71 & -23.83 & 0 \end{vmatrix}$$

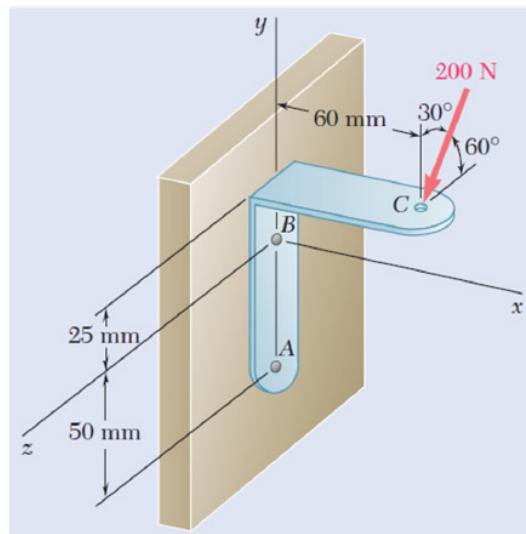
$$= 0\,\hat{i} + 0\,\hat{j} + (14.33 \times 122.71 - 15.3 \times 23.83)\,\hat{k}$$

$$= (0 \text{ lbf}\cdot\text{in})\,\hat{i} + (0 \text{ lbf}\cdot\text{in})\,\hat{j} + (1393.84 \text{ lbf}\cdot\text{in})\,\hat{k}$$

OBTENER CÓDIGO MATLAB: U2_problema2.m

PROBLEMA 3

Problema: Se aplica una fuerza de 200 N sobre la ménsula *ABC*. Determinar el momento de la fuerza con respecto a *A*.



SOLUCIÓN:

$$\underset{\sim}{r}_{C/A} = 60\,\hat{i} + 75\,\hat{j} + 0\,\hat{k}$$

$$\underset{\sim}{F} = 0\,\hat{i} - 200\cos 30^\circ\,\hat{j} + 200\cos 60^\circ\,\hat{k}$$

$$\approx 0\,\hat{i} - 173.21\,\hat{j} + 100\,\hat{k}$$

$$\underset{\sim}{M}_A = \underset{\sim}{r}_{C/A} \times \underset{\sim}{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 60 & 75 & 0 \\ 0 & -173.21 & 100 \end{vmatrix}$$

$$= (7500\ \text{Nmm})\,\hat{i} - (6000\ \text{Nmm})\,\hat{j} - (10392.6\ \text{Nmm})\,\hat{k}$$

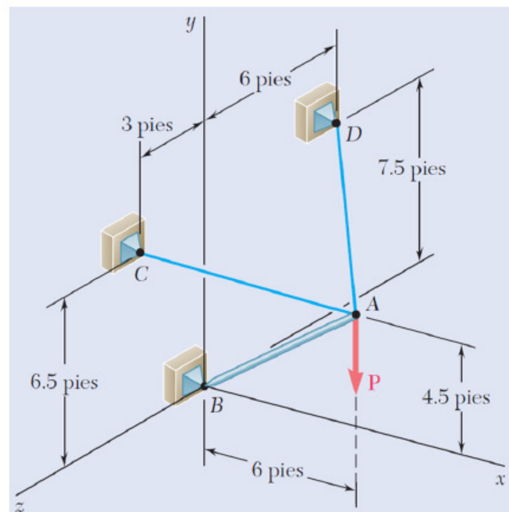
OBTENER CÓDIGO MATLAB: U2_problema3.m

PROBLEMA 4

Problema: Si se sabe que la tensión en el cable *AC* es de 280 lbf, determinar:

a) El ángulo entre el cable *AC* y el brazo *AB*.

b) La proyección sobre *AB* de la fuerza ejercida por el cable *AC* en el punto *A*.



SOLUCIÓN:

a)

$$\underset{\sim}{d}_{C/A} = -6\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$$

$$\underset{\sim}{d}_{B/A} = -6\hat{i} - 4.5\hat{j} + 0\hat{k}$$

$$\underset{\sim}{d}_{C/A} \cdot \underset{\sim}{d}_{B/A} = (-6)\times(-6) + (2)\times(-4.5) + 3\times 0 = 27$$

$$\| \underset{\sim}{d}_{C/A} \| = \sqrt{(-6)\times(-6) + 2\times 2 + 3\times 3} = 7$$

$$\| \underset{\sim}{d}_{B/A} \| = \sqrt{(-6)\times(-6) + (-4.5)\times(-4.5) + 0\times 0} = 7.5$$

$$\cos\theta = \frac{\underset{\sim}{d}_{C/A} \cdot \underset{\sim}{d}_{B/A}}{\| \underset{\sim}{d}_{C/A} \| \, \| \underset{\sim}{d}_{B/A} \|} = \frac{27}{7 \times 7.5}$$

$$\Rightarrow \quad \theta = \arccos\left(\frac{27}{7\times 7.5}\right) \approx 1.031 \text{ rad} \approx 59^{\circ}$$

b) Sea $\underset{\sim}{\lambda}_{B/A}$ el vector unitario a lo largo de AB. Entonces,

$$P_{AB} = \underset{\sim}{T}_{AC} \cdot \underset{\sim}{\lambda}_{B/A} = \| \underset{\sim}{T}_{AC} \| \, \| \underset{\sim}{\lambda}_{B/A} \| \cos\theta$$

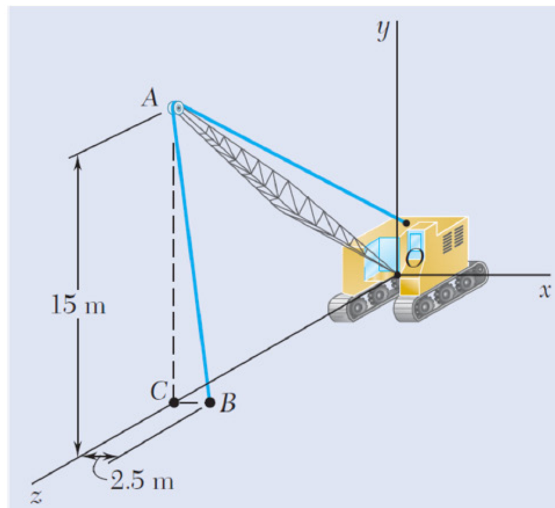
$$= 280 \times 1 \times \frac{27}{7\times 7.5}$$

$$= 144 \text{ lbf}$$

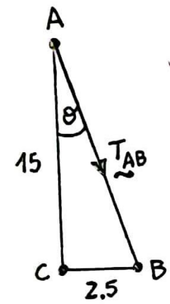
OBTENER CÓDIGO MATLAB: U2_problema4.m

PROBLEMA 5

Problema: Una grúa está orientada a fin de que el extremo *AO* del brazo de 25 m esté en el plano *yz*. En el instante que se muestra en la figura, la tensión del cable *AB* es de 4 kN. Determinar el momento con respecto a cada uno de los ejes coordenados de la fuerza ejercida en *A* por el cable *AB*.



SOLUCIÓN:



Vector tensión cable AB

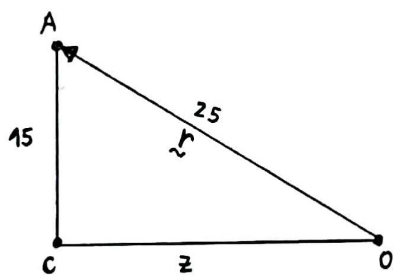
$\|\underset{\sim}{T}_{AB}\| = 4\ kN$ (dato)

$$\cos\theta = \frac{15}{\sqrt{15^2 + 2.5^2}} \approx 0.9864$$

$$\sin\theta = \frac{2.5}{\sqrt{15^2 + 2.5^2}} \approx 0.1644$$

$$\Rightarrow \underset{\sim}{T}_{AB} = 4\sin\theta\,\hat{i} - 4\cos\theta\,\hat{j} + 0\,\hat{k}$$
$$= 4\times 0.1644\,\hat{i} - 4\times 0.9864\,\hat{j} + 0\,\hat{k}$$
$$= (0.6576\ kN)\,\hat{i} - (3.9456\ kN)\,\hat{j} + (0\ kN)\,\hat{k}$$

Vector posición punto A



$$z = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20\ m$$

$\|\underset{\sim}{r}\| = 25\ m$ (dato)

$$\underset{\sim}{r} = (0\ m)\,\hat{i} + (15\ m)\,\hat{j} + (z\ m)\,\hat{k}$$
$$= (0\ m)\,\hat{i} + (15\ m)\,\hat{j} + (20\ m)\,\hat{k}$$

Momentos con respecto a los ejes coordenados se obtienen como las componentes x, y, z del momento con respecto a el origen O. Por lo tanto,

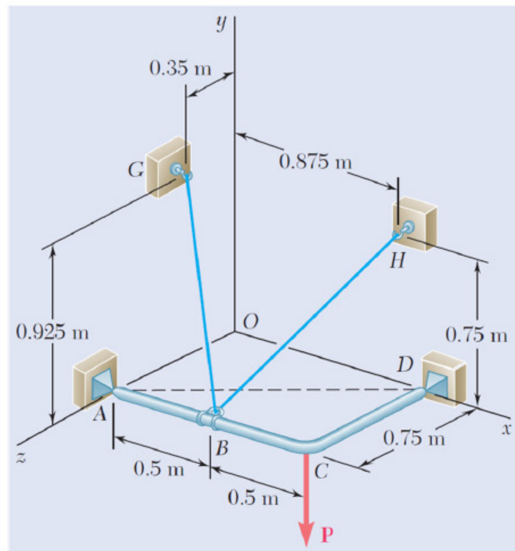
$$\underset{\sim}{M}_O = \underset{\sim}{r} \times \underset{\sim}{T}_{AB} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 15 & 20 \\ 0.6576 & -3.9456 & 0 \end{vmatrix}$$
$$= (78.912\ kNm)\,\hat{i} + (13.152\ kNm) - (9.864\ kNm)$$

$$\therefore \quad M_x = 78.912\ kNm \ ; \ M_y = 13.152\ kNm \ ; \ M_z = -9.864\ kNm$$

OBTENER CÓDIGO MATLAB: U2_problema5.m

PROBLEMA 6

Problema: El marco *ACD* está articulado en *A* y *D;* se sostiene mediante un cable que pasa a través de un anillo en *B* y está unido a los ganchos en *G* y *H*. Si se sabe que la tensión en el cable es de 450 N, determinar el momento con respecto a la diagonal *AD* de la fuerza ejercida sobre el marco por el tramo *BH* del cable.



SOLUCIÓN:

Procedimiento: Primero se calcula el momento con respecto a A ($\underset{\sim}{M}_A$) y luego se proyecta $\underset{\sim}{M}_A$ sobre AD. Es decir, es una aplicación del triple producto mixto de tres vectores.

Momento con respecto a A

$$\underset{\sim}{r}_{B/A} = 0.5\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}$$

$$\|\underset{\sim}{T}_{BH}\| = 450 \text{ N} \quad (\text{dato})$$

$\underset{\sim}{T}_{BH}$ se calcula escalando el vector unitario a lo largo de BH por la magnitud de la fuerza, $\|\underset{\sim}{T}_{BH}\|$:

$$\underset{\sim}{\lambda}_{H/B} = (0.375\hat{i} + 0.75\hat{j} - 0.75\hat{k})/\sqrt{0.375^2 + 0.75^2 + 0.75^2}$$

$$\therefore \quad \underset{\sim}{T}_{BH} = \|\underset{\sim}{T}_{BH}\| \underset{\sim}{\lambda}_{H/B} = \frac{450}{\sqrt{0.375^2 + 0.75^2 + 0.75^2}}(0.375\hat{i} + 0.75\hat{j} - 0.75\hat{k})$$

$$= 400(0.375\hat{i} + 0.75\hat{j} - 0.75\hat{k})$$

$$= (150 \text{ N})\hat{i} + (300 \text{ N})\hat{j} - (300 \text{ N})\hat{k}$$

$$\underset{\sim}{M}_A = \underset{\sim}{r}_{B/A} \times \underset{\sim}{T}_{BH} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0.5 & 0 & 0 \\ 150 & 300 & -300 \end{vmatrix}$$

$$= (0 \text{ Nm})\hat{i} + (150 \text{ Nm})\hat{j} + (150 \text{ Nm})\hat{k}$$

Momento con respecto a AD

$$\underset{\sim}{\lambda}_{D/A} = (1\hat{i} + 0\hat{j} - 0.75\hat{k})/\sqrt{1^2 + 0.75^2 + 0^2} = 0.8\hat{i} + 0\hat{j} - 0.6\hat{k}$$

$$\underset{\sim}{M}_{AD} = \underset{\sim}{\lambda}_{D/A} \cdot \underset{\sim}{M}_A = 0 \times 0.8(\hat{i}\cdot\hat{i}) + 150 \times 0(\hat{j}\cdot\hat{j}) - 150 \times 0.6(\hat{k}\cdot\hat{k}) = -90 \text{ Nm}$$

OBTENER CÓDIGO MATLAB: U2_problema6.m