

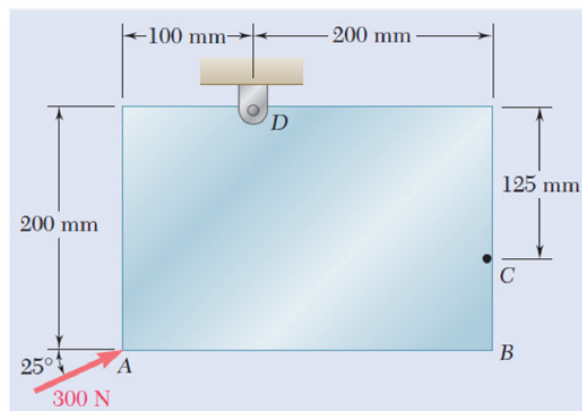
PROBLEMAS RESUELTOS

UNIDAD 2: CUERPOS RÍGIDOS. SISTEMAS EQUIVALENTES DE FUERZAS

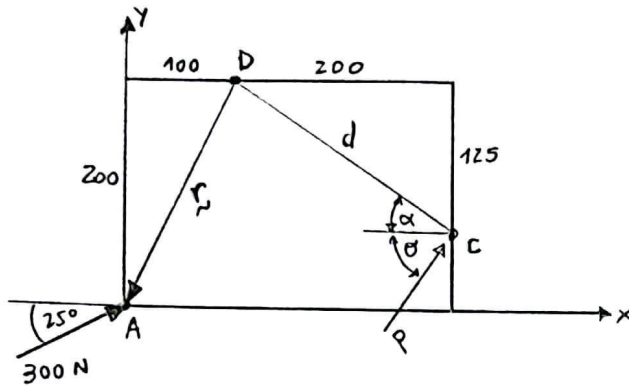
PROBLEMA 1

Problema: Se aplica una fuerza de 300 N en A. Determinar:

- a) El momento de la fuerza de 300 N con respecto a D .
- b) La magnitud y sentido de la fuerza horizontal aplicada en C que crea el mismo momento con respecto a D .
- c) La fuerza mínima aplicada en C que crea el mismo momento con respecto a D .



SOLUCIÓN:



a)

$$\vec{r} = -100 \hat{i} - 200 \hat{j} + 0 \hat{k}$$

$$\vec{F} = 300 \cos(25^\circ) \hat{i} + 300 \sin(25^\circ) \hat{j} + 0 \hat{k}$$

$$M_D = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -100 & -200 & 0 \\ 300 \cos(25^\circ) & 300 \sin(25^\circ) & 0 \end{vmatrix}$$

$$= 0 \hat{i} + 0 \hat{j} + (200(300) \cos(25^\circ) - 100(300) \sin(25^\circ)) \hat{k}$$

$$= (0 \text{ Nmm}) \hat{i} + (0 \text{ Nmm}) \hat{j} + (41700 \text{ Nmm}) \hat{k}$$

b)

$$F_x = \frac{41700}{125} = 333.6 \text{ N en } +x$$

c)

La fuerza mínima está dada por la fuerza perpendicular al trazo \overline{DC} .

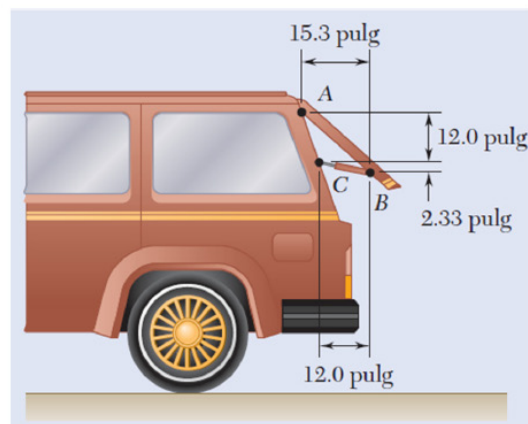
$$\|P\| = \frac{41700}{d} ; \quad d = \sqrt{200^2 + 125^2} ; \quad \alpha = \arctan\left(\frac{125}{200}\right)$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \alpha = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{125}{200}\right)$$

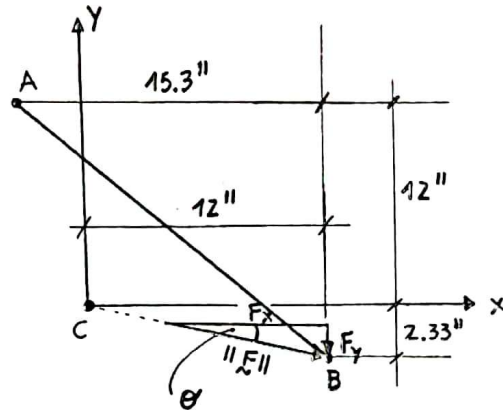
$$\therefore \|P\| = 176.8 \text{ N} \quad \theta \approx 58^\circ$$

PROBLEMA 2

Problema: La ventanilla trasera de un automóvil se sostiene mediante el amortiguador hidráulico BC . Si para iniciar el levantamiento de la ventanilla se ejerce una fuerza de 125 lbf en la dirección del cilindro hidráulico, determinar el momento de la fuerza con respecto a A .



SOLUCIÓN:



$$\|F\| = 125 \text{ lbf} \quad (\text{dato})$$

$$\cos \theta = \frac{12}{\sqrt{12^2 + 2.33^2}}$$

$$\sin \theta = \frac{2.33}{\sqrt{12^2 + 2.33^2}}$$

$$\vec{r}_{B/A} = 15.3 \hat{i} - 14.33 \hat{j} + 0 \hat{k}$$

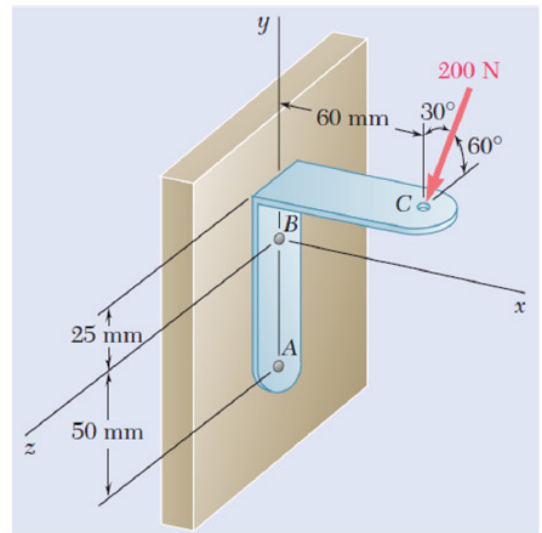
$$\vec{F} = 125 \cos \theta \hat{i} - 125 \sin \theta \hat{j} + 0 \hat{k} \approx 122.71 \hat{i} - 23.83 \hat{j} + 0 \hat{k}$$

$$\begin{aligned} \vec{M}_A &= \vec{r}_{B/A} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 15.3 & -14.33 & 0 \\ 122.71 & -23.83 & 0 \end{vmatrix} \\ &= 0 \hat{i} + 0 \hat{j} + (14.33 \times 122.71 - 15.3 \times 23.83) \hat{k} \\ &= (0 \text{ lbf} \cdot \text{in}) \hat{i} + (0 \text{ lbf} \cdot \text{in}) \hat{j} + (1393.84 \text{ lbf} \cdot \text{in}) \hat{k} \end{aligned}$$

OBTENER CÓDIGO MATLAB: [U2_problema2.m](https://www.mathworks.com/help/matlab/creating_plots/plotting_vectors.html)

PROBLEMA 3

Problema: Se aplica una fuerza de 200 N sobre la ménsula ABC.
Determinar el momento de la fuerza con respecto a A.



SOLUCIÓN:

$$\vec{r}_{C/A} = 60 \hat{i} + 75 \hat{j} + 0 \hat{k}$$

$$\begin{aligned}\vec{F} &= 0 \hat{i} - 200 \cos 30^\circ \hat{j} + 200 \cos 60^\circ \hat{k} \\ &\approx 0 \hat{i} - 173.21 \hat{j} + 100 \hat{k}\end{aligned}$$

$$\vec{M}_A = \vec{r}_{C/A} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 60 & 75 & 0 \\ 0 & -173.21 & 100 \end{vmatrix}$$

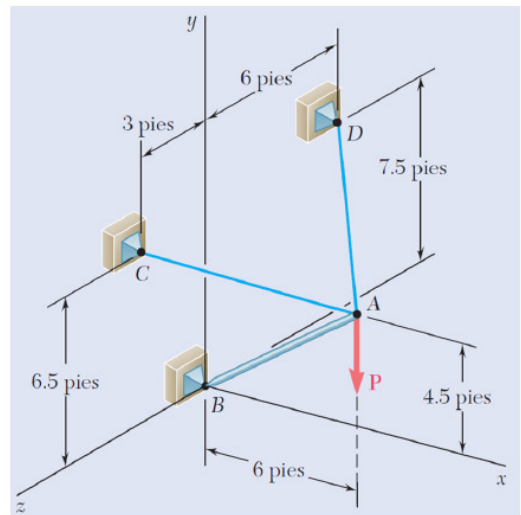
$$= (7500 \text{ Nmm}) \hat{i} - (6000 \text{ Nmm}) \hat{j} - (10392.6 \text{ Nmm}) \hat{k}$$

OBTENER CÓDIGO MATLAB: [U2_problema3.m](#)

PROBLEMA 4

Problema: Si se sabe que la tensión en el cable AC es de 280 lbf, determinar:

- El ángulo entre el cable AC y el brazo AB .
- La proyección sobre AB de la fuerza ejercida por el cable AC en el punto A .



SOLUCIÓN:

a)

$$\underline{d}_{C/A} = -6\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$$

$$\underline{d}_{B/A} = -6\hat{i} - 4.5\hat{j} + 0\hat{k}$$

$$\underline{d}_{C/A} \cdot \underline{d}_{B/A} = (-6) \times (-6) + (2) \times (-4.5) + 3 \times 0 = 27$$

$$\|\underline{d}_{C/A}\| = \sqrt{(-6) \times (-6) + 2 \times 2 + 3 \times 3} = 7$$

$$\|\underline{d}_{B/A}\| = \sqrt{(-6) \times (-6) + (-4.5) \times (-4.5) + 0 \times 0} = 7.5$$

$$\cos \theta = \frac{\underline{d}_{C/A} \cdot \underline{d}_{B/A}}{\|\underline{d}_{C/A}\| \|\underline{d}_{B/A}\|} = \frac{27}{7 \times 7.5}$$

$$\Rightarrow \theta = \cos^{-1}\left(\frac{27}{7 \times 7.5}\right) \approx 1.031 \text{ rad} \approx 59^\circ$$

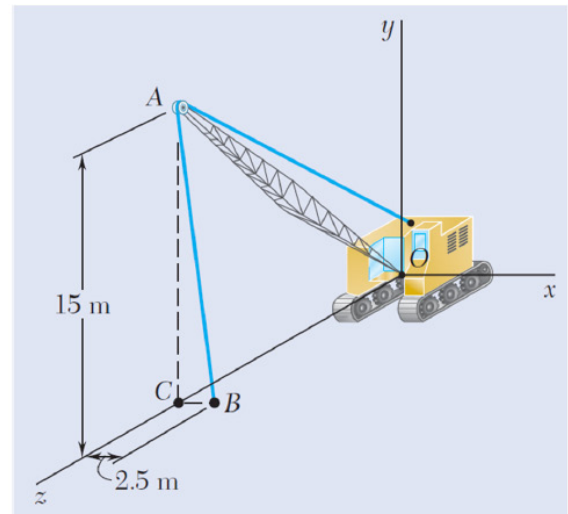
b) Sea $\underline{\lambda}_{B/A}$ el vector unitario a lo largo de AB. Entonces,

$$\begin{aligned} P_{AB} &= T_{AC} \cdot \underline{\lambda}_{B/A} = \|\underline{T}_{AC}\| \|\underline{\lambda}_{B/A}\| \cos \theta \\ &= 280 \times 1 \times \frac{27}{7 \times 7.5} \\ &= 144 \text{ lbf} \end{aligned}$$

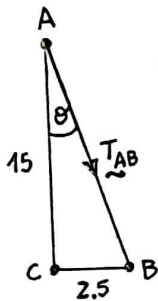
OBTENER CÓDIGO MATLAB: [U2_problema4.m](#)

PROBLEMA 5

Problema: Una grúa está orientada a fin de que el extremo AO del brazo de 25 m esté en el plano yz . En el instante que se muestra en la figura, la tensión del cable AB es de 4 kN. Determinar el momento con respecto a cada uno de los ejes coordenados de la fuerza ejercida en A por el cable AB .



SOLUCIÓN:



Vector tensión cable AB

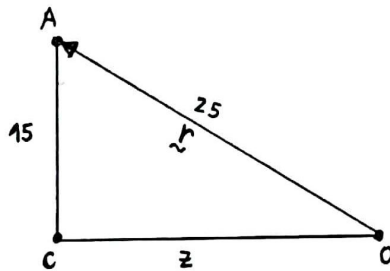
$$\|T_{AB}\| = 4 \text{ kN (dato)}$$

$$\cos \theta = \frac{15}{\sqrt{15^2 + 2.5^2}} \approx 0.9864$$

$$\sin \theta = \frac{2.5}{\sqrt{15^2 + 2.5^2}} \approx 0.1644$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow T_{AB} &= 4 \sin \theta \hat{i} - 4 \cos \theta \hat{j} + 0 \hat{k} \\ &= 4 \times 0.1644 \hat{i} - 4 \times 0.9864 \hat{j} + 0 \hat{k} \\ &= (0.6576 \text{ kN}) \hat{i} - (3.9456 \text{ kN}) \hat{j} + (0 \text{ kN}) \hat{k} \end{aligned}$$

Vector posición punto A



$$z = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20 \text{ m}$$

$$\|r\| = 25 \text{ m (dato)}$$

$$\begin{aligned} r &= (0 \text{ m}) \hat{i} + (15 \text{ m}) \hat{j} + (z \text{ m}) \hat{k} \\ &= (0 \text{ m}) \hat{i} + (15 \text{ m}) \hat{j} + (20 \text{ m}) \hat{k} \end{aligned}$$

Momentos con respecto a los ejes coordenados se obtienen como las componentes x, y, z del momento con respecto al origen O. Por lo tanto,

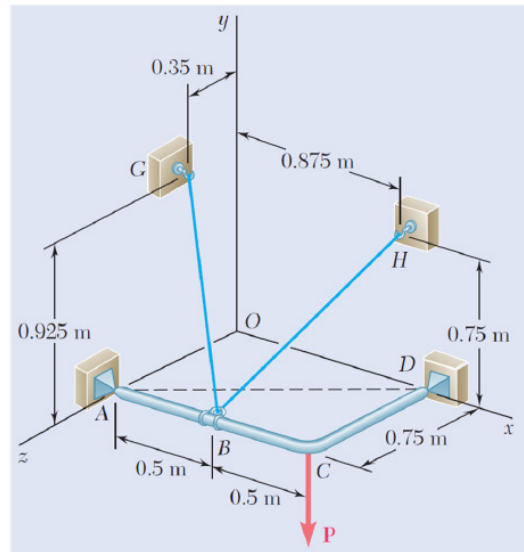
$$\begin{aligned} M_O &= r \times T_{AB} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 15 & 20 \\ 0.6576 & -3.9456 & 0 \end{vmatrix} \\ &= (78.912 \text{ kNm}) \hat{i} + (13.152 \text{ kNm}) \hat{j} - (9.864 \text{ kNm}) \hat{k} \end{aligned}$$

$$\therefore M_x = 78.912 \text{ kNm} ; M_y = 13.152 \text{ kNm} ; M_z = -9.864 \text{ kNm}$$

OBTENER CÓDIGO MATLAB: [U2_problema5.m](#)

PROBLEMA 6

Problema: El marco ACD está articulado en A y D ; se sostiene mediante un cable que pasa a través de un anillo en B y está unido a los ganchos en G y H . Si se sabe que la tensión en el cable es de 450 N, determinar el momento con respecto a la diagonal AD de la fuerza ejercida sobre el marco por el tramo BH del cable.



SOLUCIÓN:

Procedimiento: Primero se calcula el momento con respecto a A (\vec{M}_A) y luego se proyecta \vec{M}_A sobre AD. Es decir, es una aplicación del triple producto mixto de tres vectores.

Momento con respecto a A

$$\vec{r}_{B/A} = 0.5 \hat{i} + 0 \hat{j} + 0 \hat{k}$$

$$\|\vec{T}_{BH}\| = 450 \text{ N (dato)}$$

\vec{T}_{BH} se calcula escalando el vector unitario a lo largo de BH por la magnitud de la fuerza, $\|\vec{T}_{BH}\|$:

$$\vec{\lambda}_{H/B} = (0.375 \hat{i} + 0.75 \hat{j} - 0.75 \hat{k}) / \sqrt{0.375^2 + 0.75^2 + 0.75^2}$$

$$\begin{aligned} \therefore \vec{T}_{BH} &= \|\vec{T}_{BH}\| \vec{\lambda}_{H/B} = \frac{450}{\sqrt{0.375^2 + 0.75^2 + 0.75^2}} (0.375 \hat{i} + 0.75 \hat{j} - 0.75 \hat{k}) \\ &= 400 (0.375 \hat{i} + 0.75 \hat{j} - 0.75 \hat{k}) \\ &= (150 \text{ N}) \hat{i} + (300 \text{ N}) \hat{j} - (300 \text{ N}) \hat{k} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{M}_A &= \vec{r}_{B/A} \times \vec{T}_{BH} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0.5 & 0 & 0 \\ 150 & 300 & -300 \end{vmatrix} \\ &= (0 \text{ Nm}) \hat{i} + (150 \text{ Nm}) \hat{j} + (150 \text{ Nm}) \hat{k} \end{aligned}$$

Momento con respecto a AD

$$\vec{\lambda}_{D/A} = (1 \hat{i} + 0 \hat{j} - 0.75 \hat{k}) / \sqrt{1^2 + 0.75^2 + 0^2} = 0.8 \hat{i} + 0 \hat{j} - 0.6 \hat{k}$$

$$\vec{M}_{AD} = \vec{\lambda}_{D/A} \cdot \vec{M}_A = 0 \cdot 0.8 (\hat{i} \cdot \hat{i}) + 150 \times 0 (\hat{j} \cdot \hat{j}) - 150 \times 0.6 (\hat{k} \cdot \hat{k}) = -90 \text{ Nm}$$