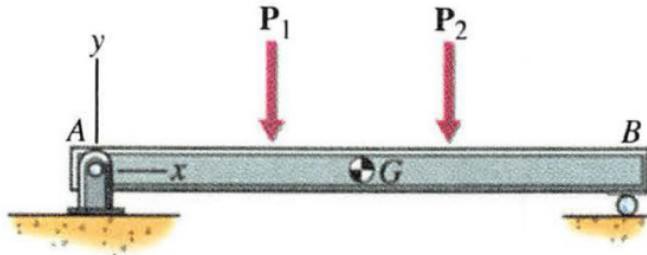


## PROBLEMAS RESUELTOS

### UNIDAD 3: EQUILIBRIO DE CUERPOS RÍGIDOS.

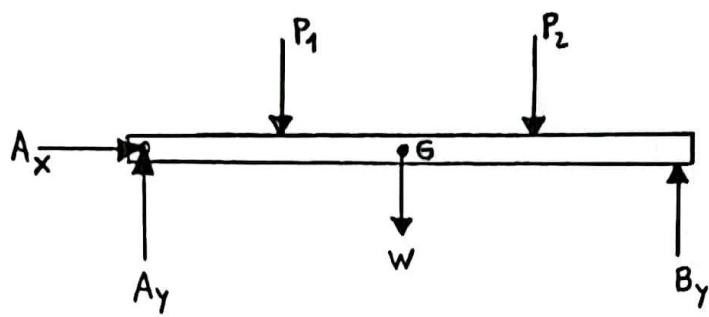
#### PROBLEMA 1

**Problema:** Dibujar el diagrama de cuerpo libre de la viga mostrada en la figura. El centro de gravedad de la viga se ubica en G.



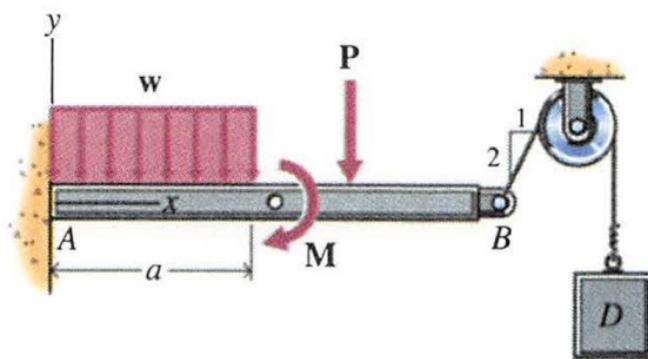
**SOLUCIÓN:**

Diagrama de cuerpo libre :



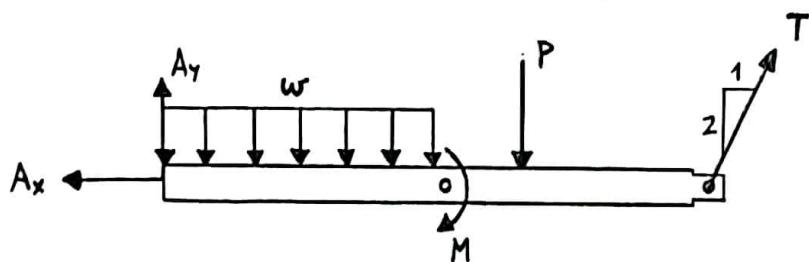
## PROBLEMA 2

**Problema:** Dibujar el diagrama de cuerpo libre de la viga mostrada en la figura. Despreciar el peso propio de la viga.



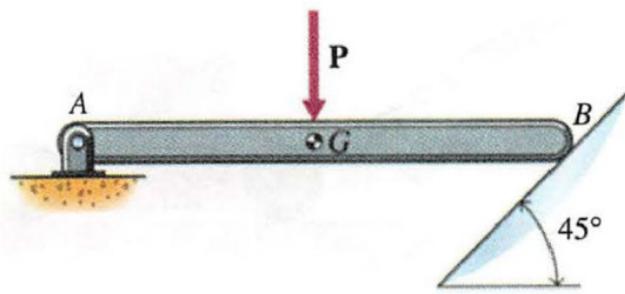
**SOLUCIÓN:**

Diagrama de cuerpo libre :



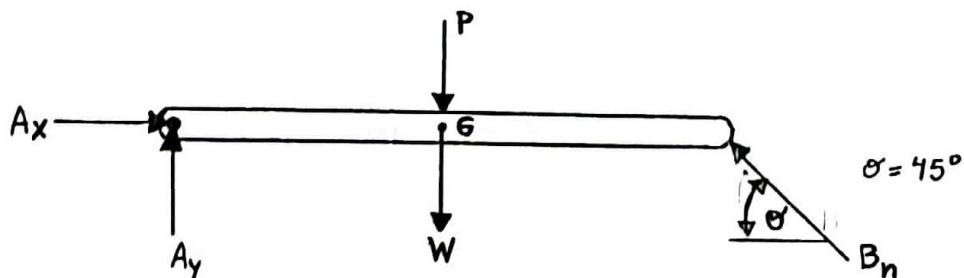
### PROBLEMA 3

**Problema:** Dibujar el diagrama de cuerpo libre de la viga mostrada en la figura. El centro de gravedad de la viga se ubica en G.



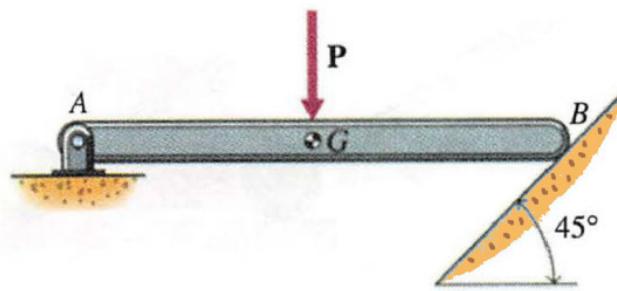
**SOLUCIÓN:**

Diagrama de cuerpo libre :



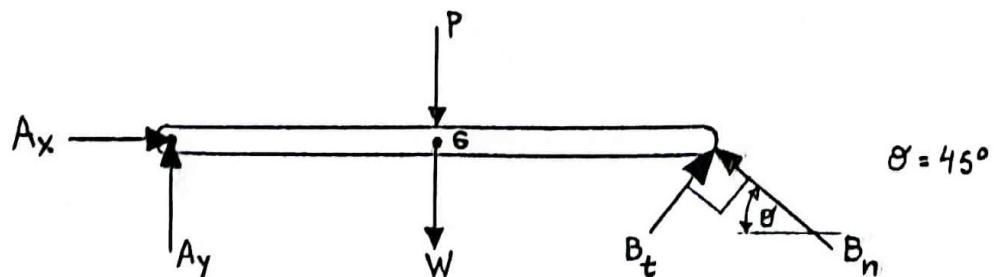
#### PROBLEMA 4

**Problema:** Dibujar el diagrama de cuerpo libre de la viga mostrada en la figura. El centro de gravedad de la viga se ubica en G.



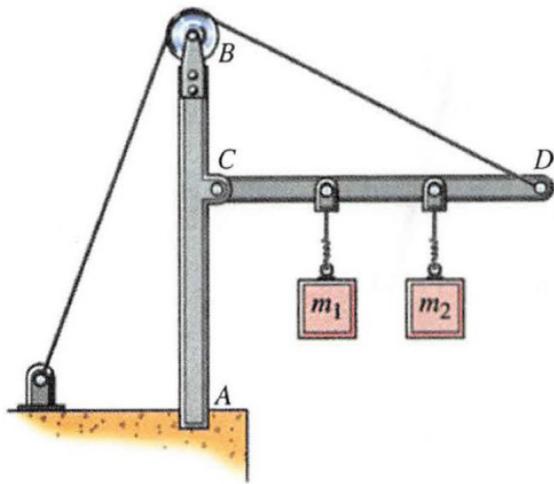
**SOLUCIÓN:**

Dibujamos el cuerpo libre:



### PROBLEMA 5

**Problema:** Dibujar los diagramas de cuerpo libre para (a) la polea, (b) el poste *AB* y (c) la viga *CD* que se muestran en la figura. Despreciar el peso propio de la polea, el poste y la viga.



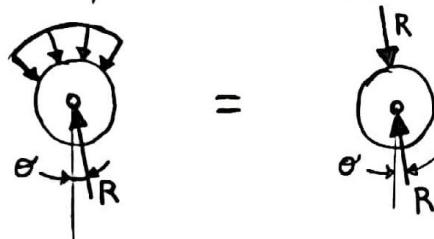
**SOLUCIÓN:**

a) Diagrama de cuerpo libre:

El cable ejerce dos tipos de fuerza sobre los poleos:

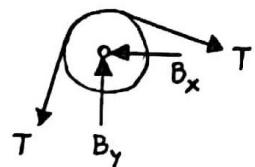
- i) Presión sobre los poleos
- ii) Tensión tangencial

Vemos qué sucede con i):

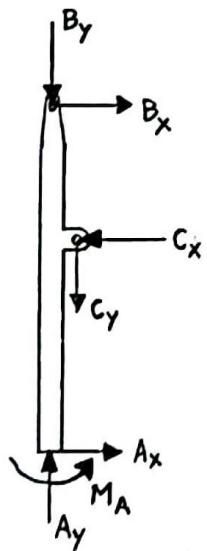


, por lo que es una fuerza interna que no afecta el análisis.

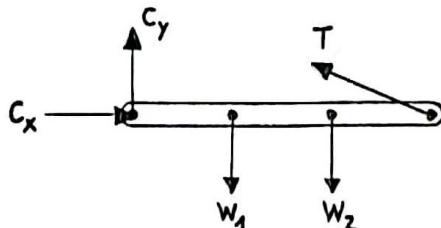
Vemos qué sucede con ii):



b)

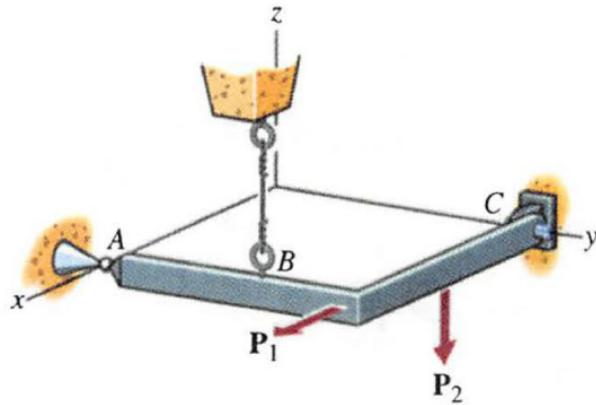


c)

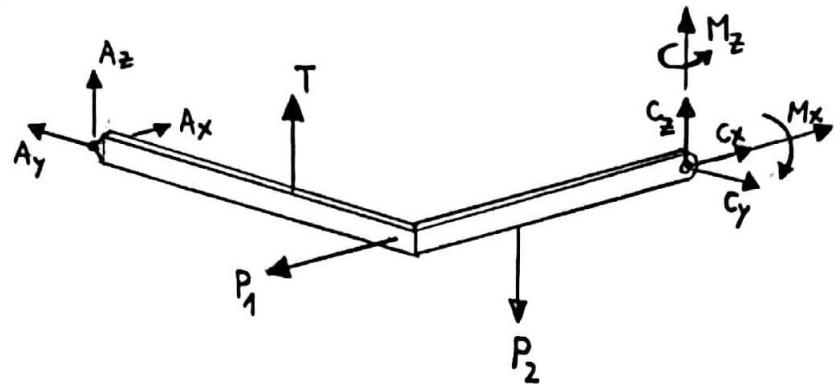


### PROBLEMA 6

**Problema:** Dibujar el diagrama de cuerpo libre de la barra curva AC que se muestra en la figura. La barra está soportada por una rótula en A, un cable flexible en B y una articulación de pasador en C. Despreciar el peso propio de la barra.

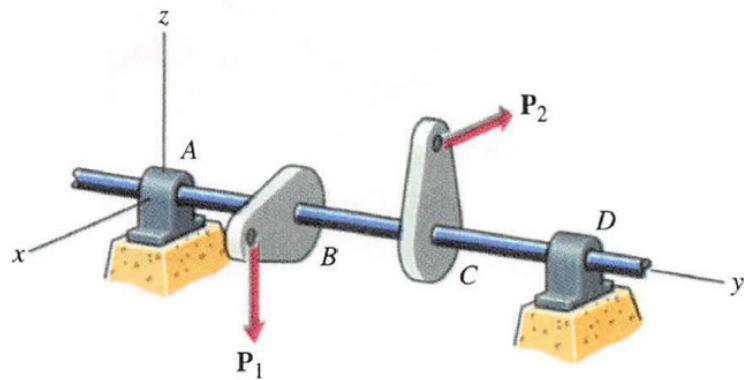


### **SOLUCIÓN:**

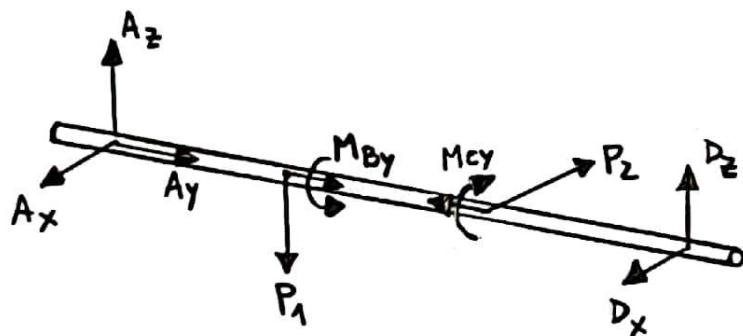


### PROBLEMA 7

**Problema:** Dibujar el diagrama de cuerpo libre del árbol de levas que se muestra en la figura. En *A* hay un cojinete de empuje y el cojinete en *D* es de bolas. Despreciar los pesos propios del árbol y las levas.

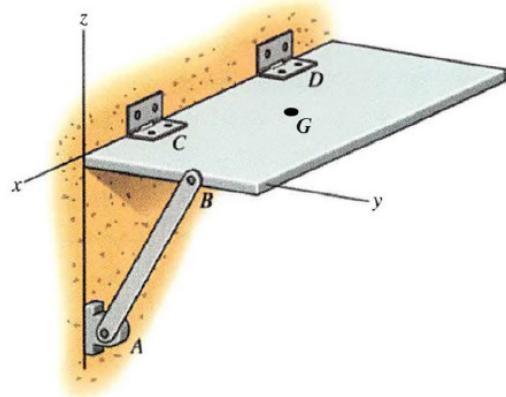


**SOLUCIÓN:**

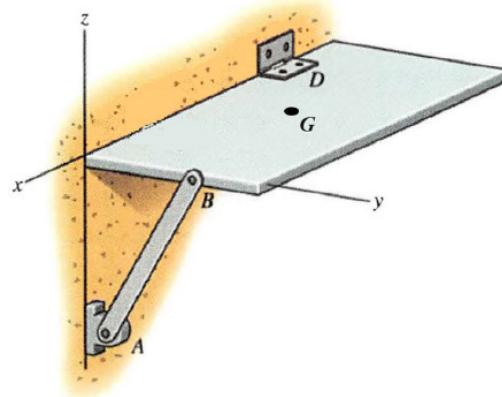


### PROBLEMA 8

**Problema:** Dibujar el diagrama de cuerpo libre de los tableros (a) y (b) mostrados en la figura. El centro de gravedad de cada tablero se ubica en G.



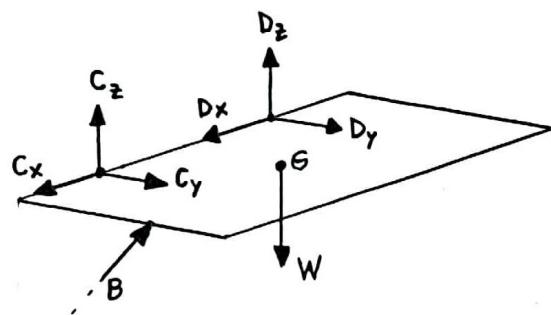
(a)



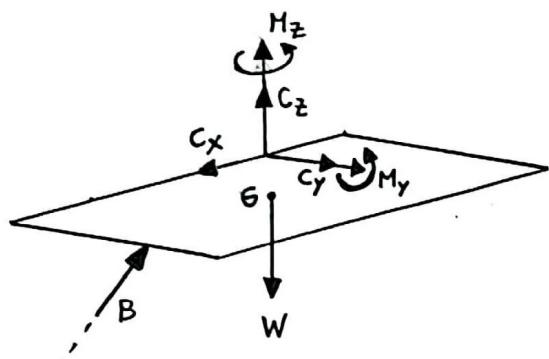
(b)

**SOLUCIÓN:**

a) Diagrama de cuerpo libre :

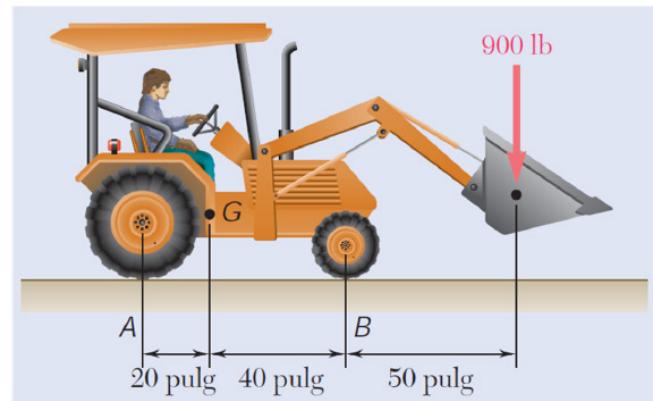


b) Diagrama de cuerpo libre :



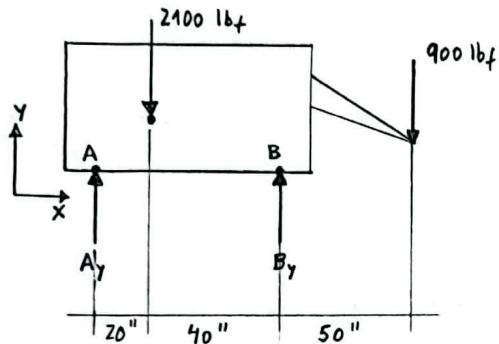
### PROBLEMA 9

**Problema:** Un tractor cuyo peso es de 2100 lbf se usa para levantar 900 lbf de grava. Determinar la reacción en cada una de las dos ruedas traseras y dos ruedas delanteras. El centro de gravedad del tractor se ubica en G.



## SOLUCIÓN:

Diagrama de cuerpo libre:



Problema tiene 2 incógnitas, por lo que necesitamos 2 ecuaciones.

### Método 1

$$\begin{aligned}\sum M_A = 0 : \quad -2100(20) + B_y 60 - 900(110) &= 0 \\ \Rightarrow B_y &= \frac{900(110) + 2100(20)}{60} = 2350 \text{ lbf}\end{aligned}$$

Como hay 2 ruedas delanteras, la reacción en cada rueda delantera es:  $\frac{B_y}{2} = \frac{2350}{2} = 1175 \text{ lbf}$

$$\begin{aligned}\sum M_B = 0 : \quad -A_y 60 + 2100(40) - 900(50) &= 0 \\ \Rightarrow A_y &= \frac{2100(40) - 900(50)}{60} = 650 \text{ lbf.}\end{aligned}$$

Como hay 2 ruedas traseras, la reacción en cada rueda trasera es:  $\frac{A_y}{2} = \frac{650}{2} = 325 \text{ lbf.}$

Si quisieramos resolver este problema de manera matricial utilizando un software como MATLAB tendríamos ordenar las ecuaciones anteriores en el sistema matricial siguiente:

$$Ku = f, \text{ donde } K = \begin{bmatrix} -60 & 0 \\ 0 & 60 \end{bmatrix}; u = \begin{bmatrix} A_y \\ B_y \end{bmatrix}; f = \begin{bmatrix} 900(50) - 2100(40) \\ 900(110) + 2100(20) \end{bmatrix}.$$

La solución del sistema es:  $u = \begin{bmatrix} A_y \\ B_y \end{bmatrix} = K^{-1}f.$

Método 2

$$\sum F_y = 0 : \quad A_y - 2100 + B_y - 900 = 0 \\ \Rightarrow \boxed{A_y = 2100 + 900 - B_y} \quad (*)$$

$$\sum M_A = 0 : \quad -2100(20) + B_y 60 - 900(110) = 0 \\ \Rightarrow B_y = \frac{900(110) + 2100(20)}{60} = 2350 \text{ lbf} \quad (**)$$

Reemplazando (\*\*) en (\*):

$$A_y = 2100 + 900 - 2350 = 650 \text{ lbf}$$

Como hay 2 ruedas traseras, 2 ruedas delanteras, la reacción en cada rueda es:

$$\frac{B_y}{2} = \frac{2350}{2} = 1175 \text{ lbf} \quad (\text{rueda delantera})$$

$$\frac{A_y}{2} = \frac{650}{2} = 325 \text{ lbf} \quad (\text{rueda trasera})$$

Si quisieramos resolver este problema de manera matricial utilizando un software como MATLAB tendríamos que ordenar las ecuaciones anteriores en el sistema matricial siguiente:

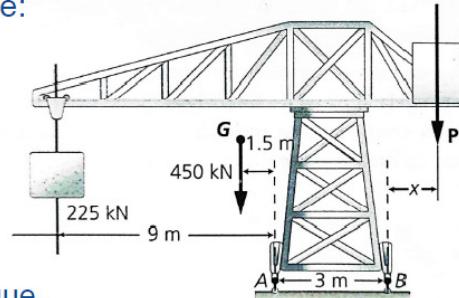
$$Ku = f, \text{ donde } K = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 60 \end{bmatrix}; \quad u = \begin{bmatrix} A_y \\ B_y \end{bmatrix}; \quad f = \begin{bmatrix} 2100 + 900 \\ 2100(20) + 900(110) \end{bmatrix}$$

$$\text{La solución del sistema es: } u = \begin{bmatrix} A_y \\ B_y \end{bmatrix} = K^{-1}f.$$

OBTENER CÓDIGO MATLAB: [U3\\_problema9.m](#)

### PROBLEMA 10

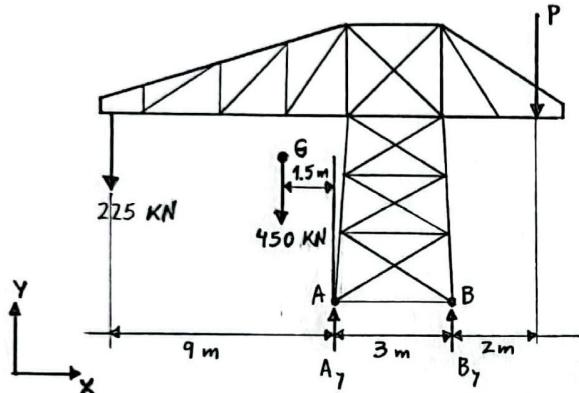
**Problema:** Una grúa móvil que pesa 450 kN (sin considerar el contrapeso) se mueve a lo largo de los rieles A y B que se encuentran separados 3 m entre sí. El centro de gravedad de la grúa se ubica en G. La capacidad de izaje de la grúa es de 225 kN. Para esta capacidad resolver lo siguiente:



- a) el mínimo contrapeso  $P$  para que la grúa no vuelque.
- b) ¿Qué pasaría si  $P$  es el doble del valor encontrado en a)?
- c) el máximo contrapeso  $P$  para que la grúa no vuelque en el otro sentido.
- d) resolver la letra a) reemplazando las cargas externas por un sistema equivalente fuerza-par en el lugar donde se ubica la carga de 225 kN.
- e) determinar el valor del contrapeso  $P$  que servirá para mantener el equilibrio de la grúa para cualquier carga a elevar en el rango  $[0, 225]$  kN.

### SOLUCIÓN:

Diagrama de cuerpo libre :



- a) El instante crítico en que lo grúo se volcará es cuando la reacción  $B_y = 0$ . Imponiendo esta condición resultan 2 incógnitas. Para determinarlas necesitamos 2 ecuaciones.

$$\sum M_A = 0 : 225(9) + 450(1.5) + B_y \cdot 3 - 5P = 0$$

$$\text{Pero } B_y = 0 \Rightarrow P = \frac{225(9) + 450(1.5)}{5} = 540 \text{ KN}$$

Por lo tanto, se necesitaría un contrapeso de  $P = 540 \text{ KN}$  para evitar el volcamiento. El valor de  $A_y$  en estas condiciones es:

$$\sum F_y = 0 : A_y - 225 - 450 - 540 = 0$$

$$\Rightarrow A_y = 1215 \text{ KN}$$

- b) Se debe chequear el equilibrio para  $P = 2(540) = 1080 \text{ KN}$ .

$$\sum M_A = 0 : 225(9) + 450(1.5) + 3B_y - 1080(5) = 0$$

$$\Rightarrow B_y = \frac{1080(5) - 225(9) - 450(1.5)}{3} = 900 \text{ KN}$$

$$\sum M_B = 0 : 225(12) + 450(4.5) - 3A_y - 1080(2) = 0$$

$$\Rightarrow A_y = \frac{225(12) + 450(4.5) - 1080(2)}{3} = 855 \text{ KN}$$

Por lo tanto, se observa que  $B_y$  aumenta y  $A_y$  disminuye.

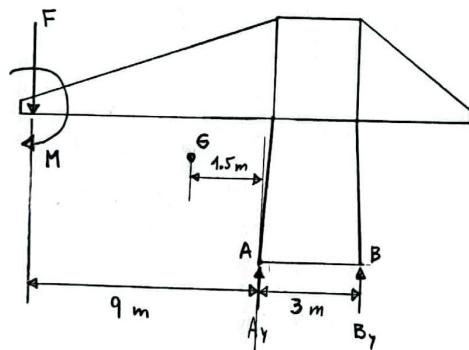
c) Obviamente, para levantar 225 kN el contrapeso tiene un límite antes de que la grúa se vuelque en el otro sentido. El instante crítico en que sucede el volcamiento en el otro sentido es cuando  $A_y = 0$ .

$$\sum M_B = 0 : 225(12) + 450(4.5) - 3A_y - 2P = 0$$

$$\text{Pero } A_y = 0 \Rightarrow P = \frac{225(12) + 450(4.5)}{2} = 2362.5 \text{ kN}$$

Por lo tanto, la grúa volcará en el otro sentido cuando el contrapeso instalado tenga un peso  $P \geq 2362.5 \text{ kN}$ .

d)



$$F = -(450 + P + 225) \hat{j}$$

$$M = -(450(9-1.5) + 14P) \hat{k}$$

$$\begin{aligned} \sum M_A = 0 : & (-9)\hat{x} \times (-450 - P - 225)\hat{j} - (450(9-1.5) + 14P)\hat{k} + (3)\hat{x} \times B_y \hat{j} = 0 \hat{k} \\ & (9(450) + 9P + 9(225))\hat{x} \times \hat{j} - (450(9-1.5) + 14P)\hat{k} + (3B_y)\hat{x} \times \hat{j} = 0 \hat{k} \\ & (6075 + 9P)\hat{k} - (3375 + 14P)\hat{k} + (3B_y)\hat{k} = 0 \hat{k} \\ & (6075 + 9P - 3375 - 14P + 3B_y)\hat{k} = 0 \hat{k} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2700 - 5P + 3B_y = 0$$

$$\Rightarrow P = \frac{2700 + 3B_y}{5}$$

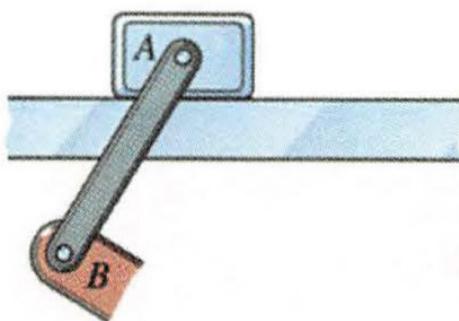
$$\text{Pero } B_y = 0 \Rightarrow P = \frac{2700}{5} = 540 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 : (A_y - (450 + 540 + 225))\hat{j} = 0 \hat{j} \Rightarrow A_y = 1215 \text{ kN}$$

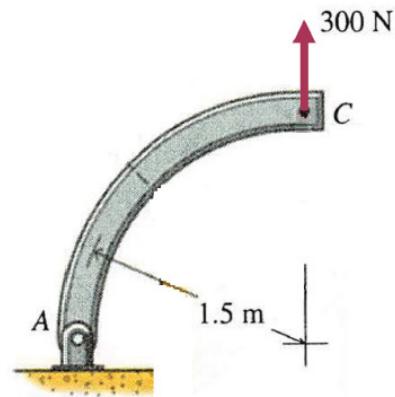
OBTENER CÓDIGO MATLAB: [U3\\_problema10.m](#)

### PROBLEMA 11

**Problema: Equilibrio de un cuerpo sometido a dos fuerzas.** Demostrar que el equilibrio en (a) el eslabón  $AB$  requiere que existan dos fuerzas de igual módulo, pero opuestas, y alineadas a lo largo del eslabón; (b) suponiendo que la carga de 300 N siempre se mantiene perpendicular al suelo, ¿cuál será la posición de equilibrio de la barra curva AC?



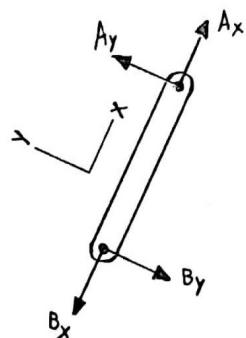
(a)



(b)

**SOLUCIÓN:**

a) Diagrama de cuerpo libre:



Equilibrio del cuerpo rígido:

$$\sum F_x = 0 : A_x - B_x = 0 \Rightarrow A_x = B_x \quad (\star)$$

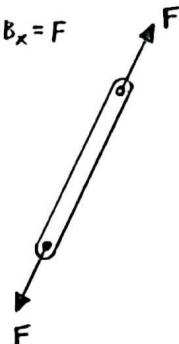
$$\sum F_y = 0 : A_y - B_y = 0 \Rightarrow A_y = B_y \quad (\star\star)$$

$$\sum M_B = 0 : A_y L = 0 \Rightarrow \boxed{A_y = 0}$$

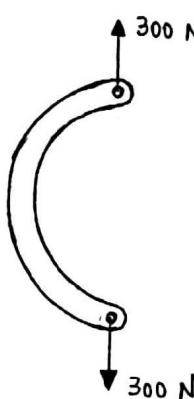
Reemplazando  $A_y = 0$  en  $(\star\star)$ :

$$\boxed{B_y = A_y = 0}$$

$$\therefore \text{De } (\star) : A_x = B_x = F$$

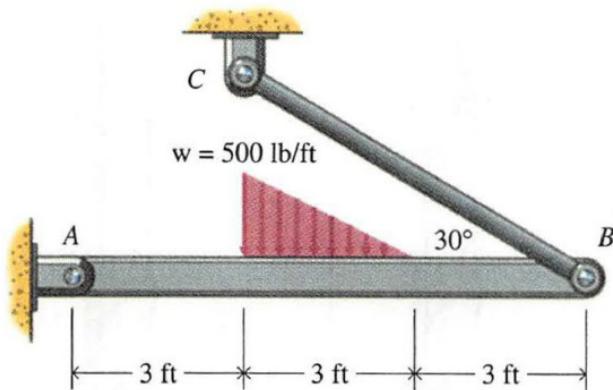


b) Del resultado de la letra a) se concluye que el equilibrio se logra cuando la carga y la reacción en A estén alineadas pero en direcciones opuestas. Esto ocurrirá cuando la barra curva haya girado  $45^\circ$  con respecto a la posición mostrada en la figura. Es decir,



**PROBLEMA 12**

**Problema: Equilibrio de un cuerpo sometido a tres fuerzas.** Determinar la fuerza en la barra BC y la reacción en el soporte A.



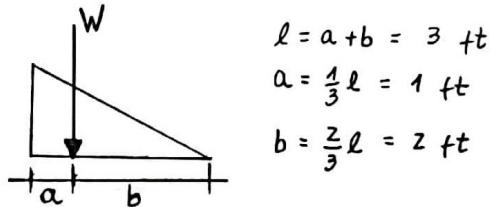
### SOLUCIÓN:

La barra BC es un elemento sometido a dos fuerzas, por lo que la fuerza en la barra BC debe estar dirigida a lo largo de BC. Por otro lado, la viga AB es un elemento sometido a tres fuerzas, por lo que la fuerza resultante de la carga distribuida W, la reacción resultante en A y la fuerza en la barra BC deben concordar a un punto. Entonces, el problema puede ser resuelto partiendo por el diagrama de cuerpo libre de la viga AB.

La fuerza resultante de la carga distribuida es:

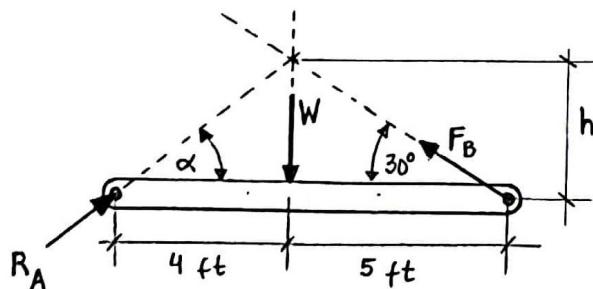
$$W = \frac{w l}{2} = \frac{500(3)}{2} = 750 \text{ lb}$$

y su ubicación es



$$\begin{aligned} l &= a + b = 3 \text{ ft} \\ a &= \frac{1}{3}l = 1 \text{ ft} \\ b &= \frac{2}{3}l = 2 \text{ ft} \end{aligned}$$

Diagrama de cuerpo libre de AB:

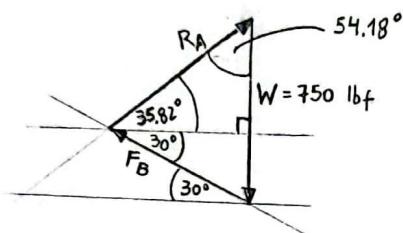


$$h = 5 \tan(30^\circ)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{h}{4} = \frac{5 \tan(30^\circ)}{4} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{5 \tan(30^\circ)}{4}\right) \approx 35.82^\circ$$

$R_A$  y  $F_B$  se pueden determinar mediante (a) método gráfico (ley del polígono) o (b) suma de momentos en A y B.

### Método gráfico



Altura del polígono medida desde  $R_A$ :

$$h = W \sin(54.18^\circ) = F_B \sin(30^\circ + 35.82^\circ)$$

$$\Rightarrow F_B = \frac{W \sin(54.18^\circ)}{\sin(65.82^\circ)} = \frac{750 \sin(54.18^\circ)}{\sin(65.82^\circ)}$$

$$\approx 667 \text{ lb}_f$$

Altura del polígono desde W:

$$h = R_A \sin(54.18^\circ) = F_B \cos(30^\circ)$$

$$\Rightarrow R_A = \frac{F_B \cos(30^\circ)}{\sin(54.18^\circ)} = \frac{667 \cos(30^\circ)}{\sin(54.18^\circ)}$$

$$\approx 712 \text{ lb}_f$$

### Método de la suma de momentos

$$\sum M_A = 0 : 9 F_B \sin(30^\circ) - 4W = 0$$

$$\Rightarrow F_B = \frac{4W}{9 \sin(30^\circ)} = \frac{4(750)}{9 \sin(30^\circ)} \approx 667 \text{ lb}_f$$

$$\sum M_B = 0 : -9 R_A \sin(35.82^\circ) + 5W = 0$$

$$\Rightarrow R_A = \frac{5W}{9 \sin(35.82^\circ)} = \frac{5(750)}{9 \sin(35.82^\circ)} \approx 712 \text{ lb}_f$$

OBTENER CÓDIGO MATLAB: [U3\\_problema12.m](#)