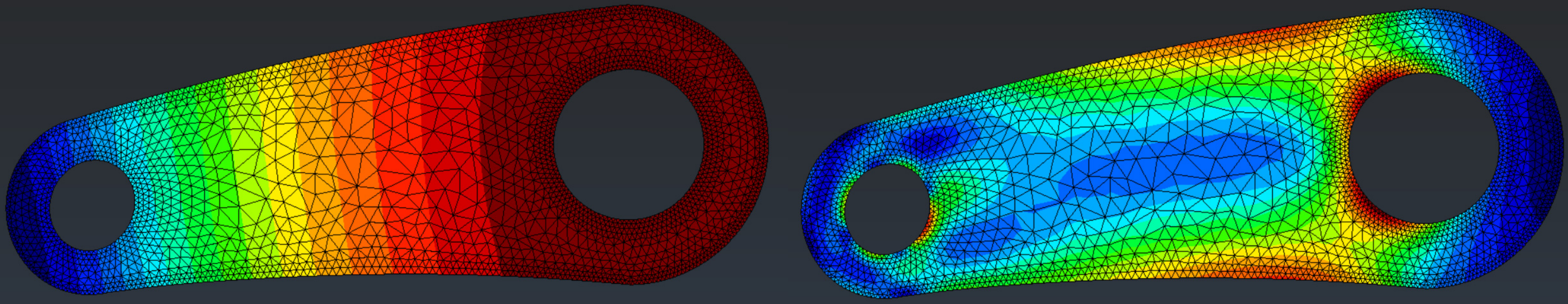
MECÁNICA ESTÁTICA
ME3130



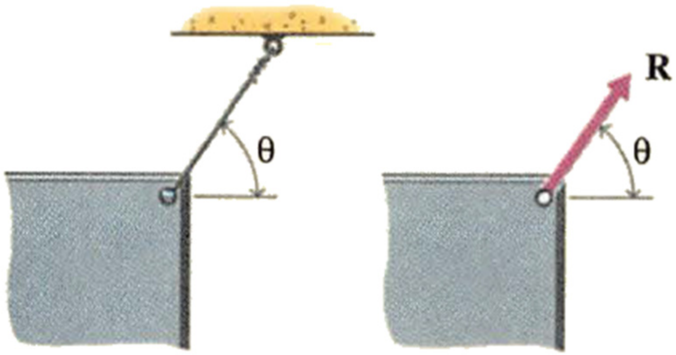
Alejandro Ortiz Bernardin
aortizb@uchile.cl
www.camlab.cl/alejandro

DIMEC
INGENIERÍA MECÁNICA
UNIVERSIDAD DE CHILE

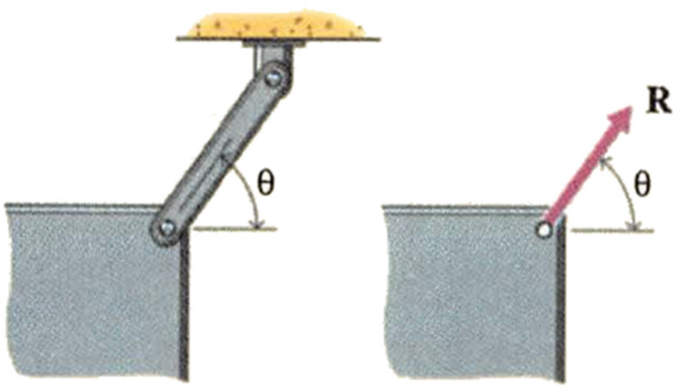
EQUILIBRIO DE CUERPOS RÍGIDOS

Contenidos

Reacciones en Apoyos y Conexiones

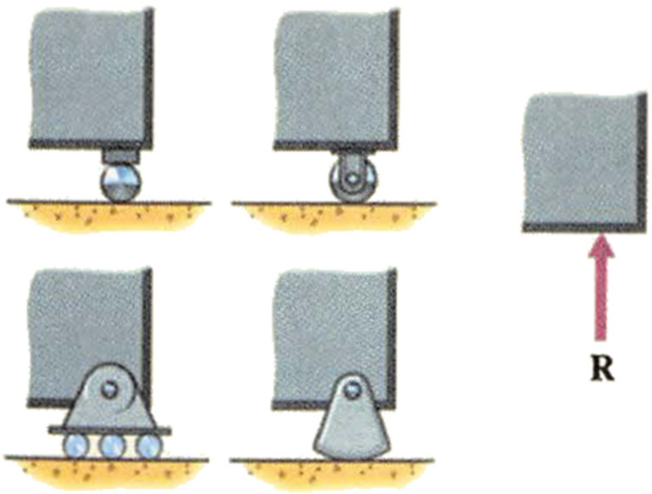


- Hilo, cuerda, cadena o cable flexible.

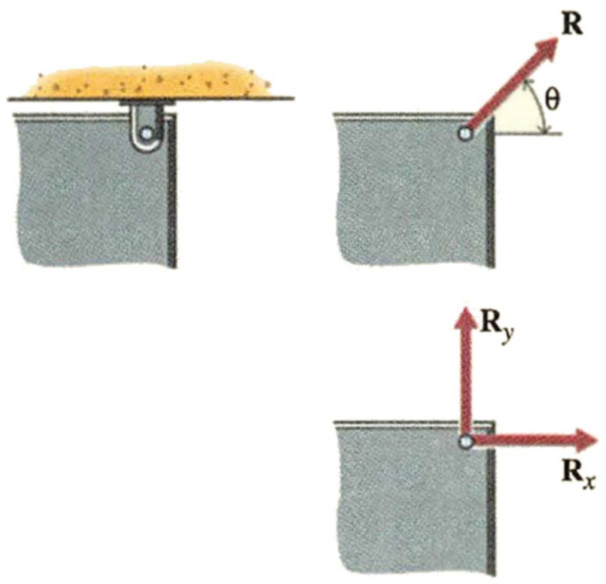


- Eslabón.

Reacciones en Apoyos y Conexiones

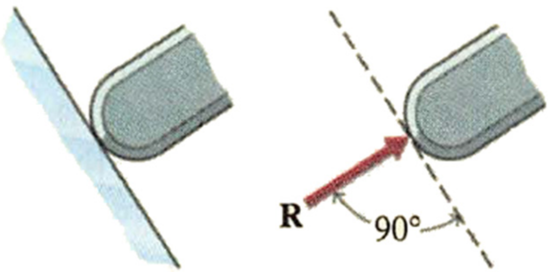


- Bola, rodillo, patines, balancín.

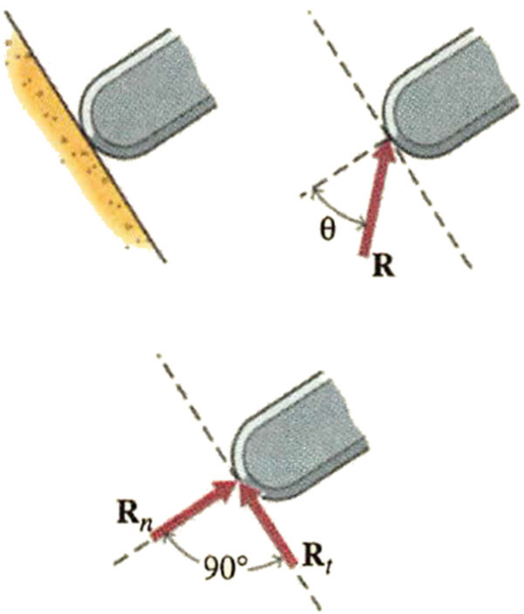


- Pasador.

Reacciones en Apoyos y Conexiones

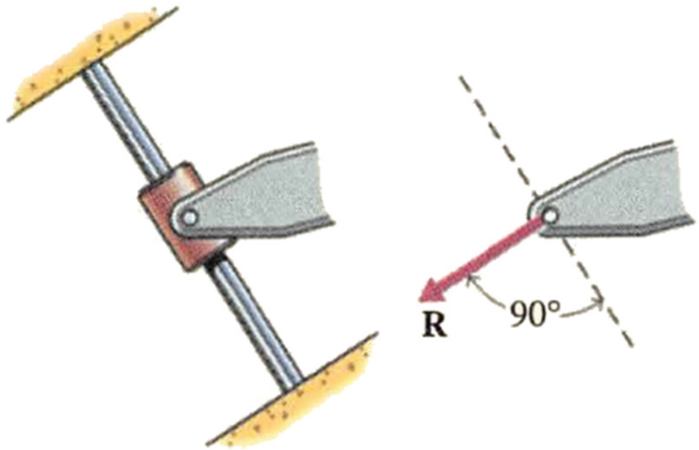


- Superficie lisa (sin fricción).

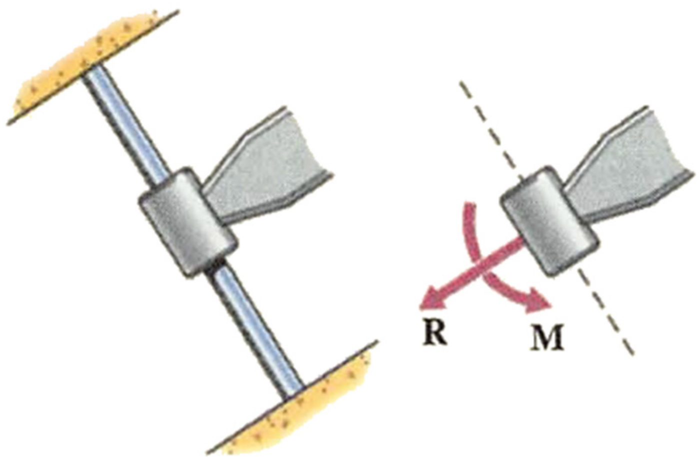


- Superficie rugosa (con fricción).

Reacciones en Apoyos y Conexiones

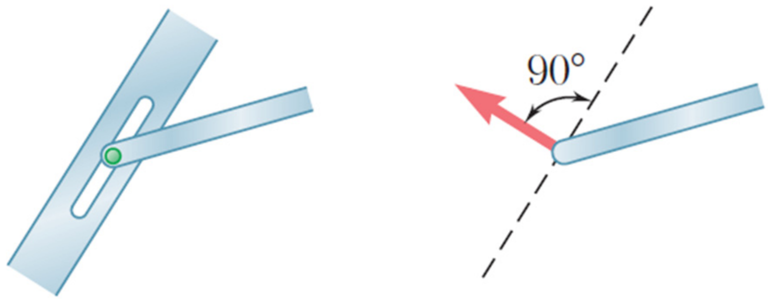


- Collarín con pasador sobre una barra sin fricción.

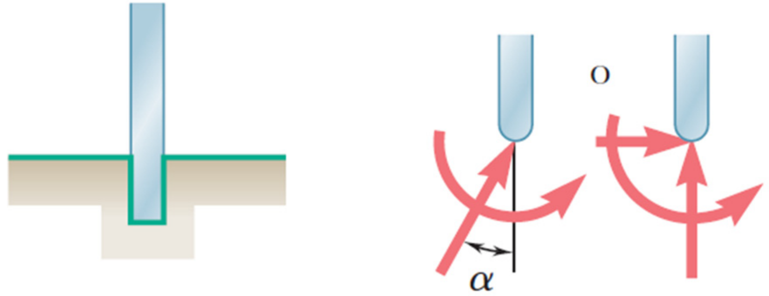


- Collarín fijo sobre una barra sin fricción.

Reacciones en Apoyos y Conexiones

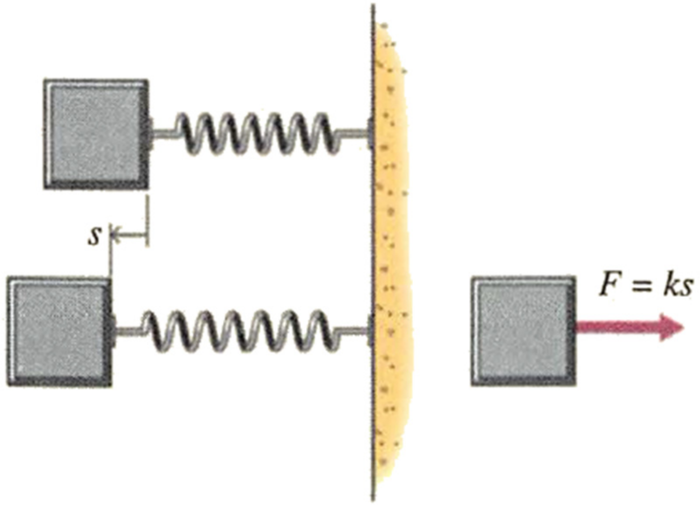


- Pasador en una ranura lisa.

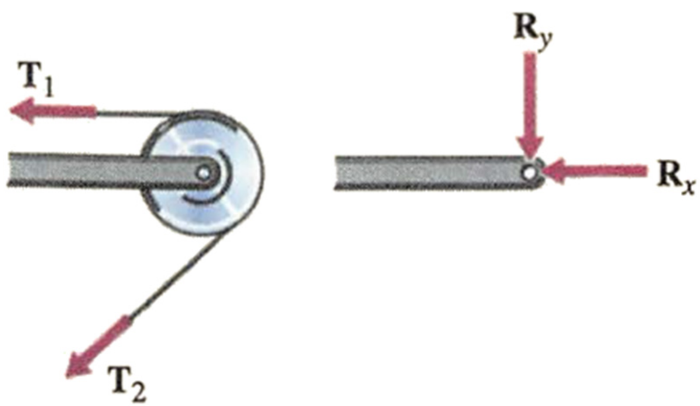


- Apoyo fijo.

Reacciones en Apoyos y Conexiones

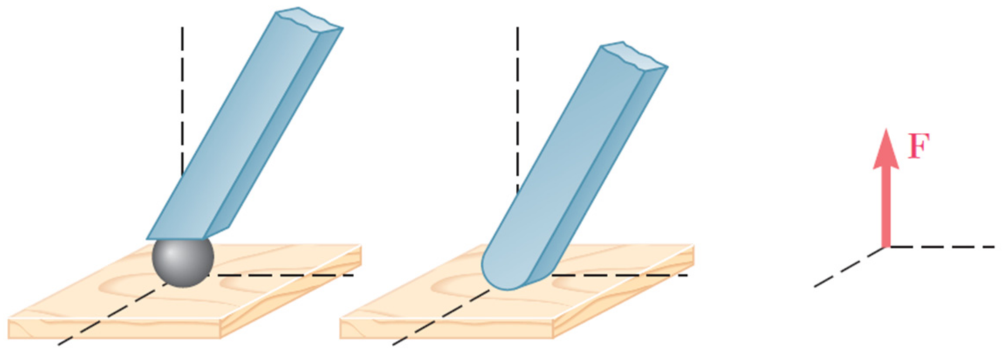


- Resorte elástico lineal.

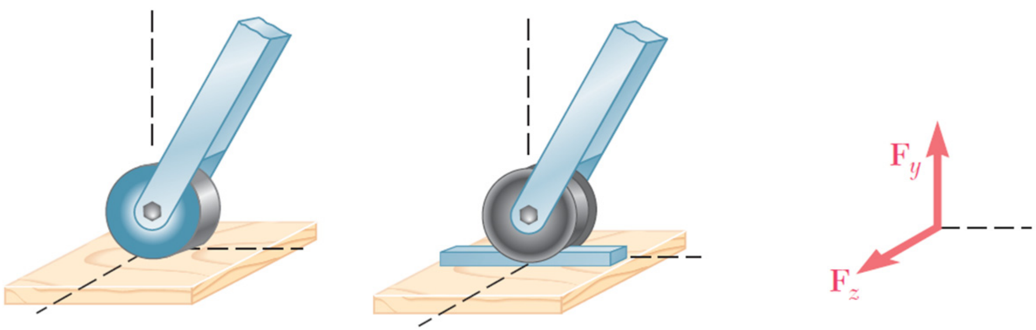


- Polea.

Reacciones en Apoyos y Conexiones

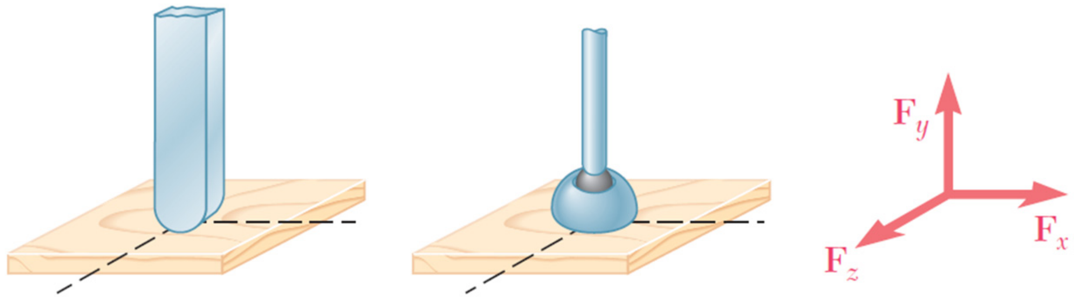


- Bola, superficie sin fricción.

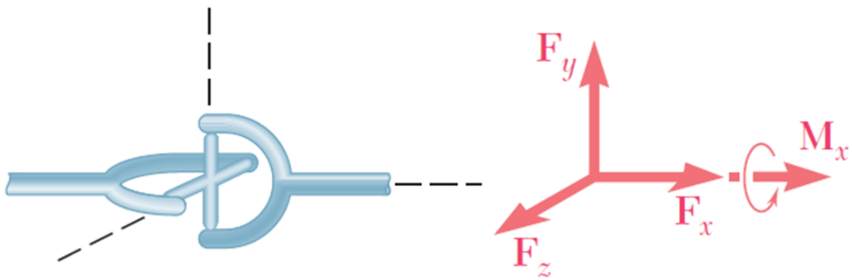


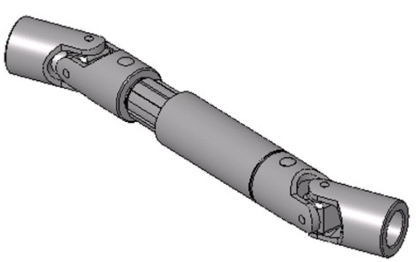
- Rodillo sobre superficie rugosa, rueda sobre riel.

Reacciones en Apoyos y Conexiones



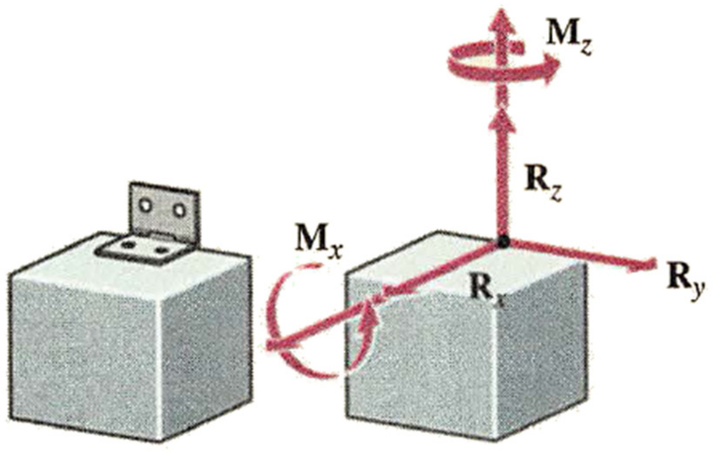
- Superficie rugosa, rótula.



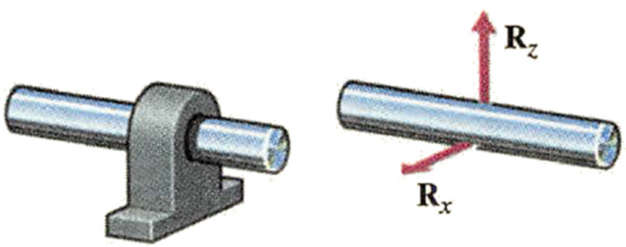


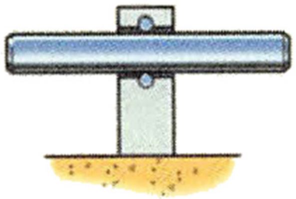
- Junta o unión universal.

Reacciones en Apoyos y Conexiones



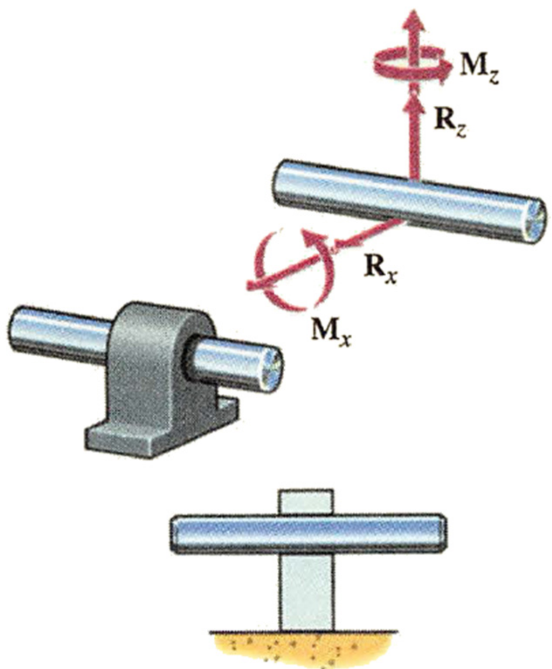
- Bisagra. El momento Mz (es pequeño) solo se transmite cuando existe una sola bisagra. Cuando hay dos bisagras alineadas solo se transmiten las fuerzas. En general, se considerará el momento Mz solo si es necesario para mantener el equilibrio o cuando se sabe que el apoyo ha sido diseñado para ejercer un par.

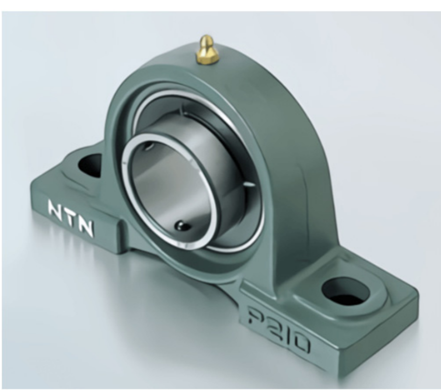


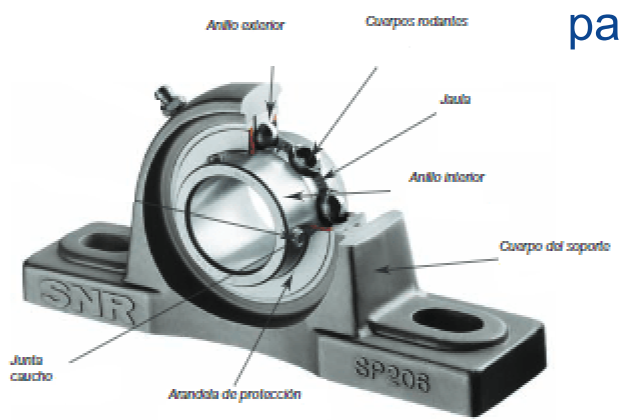


- Cojinete de bolas.

Reacciones en Apoyos y Conexiones

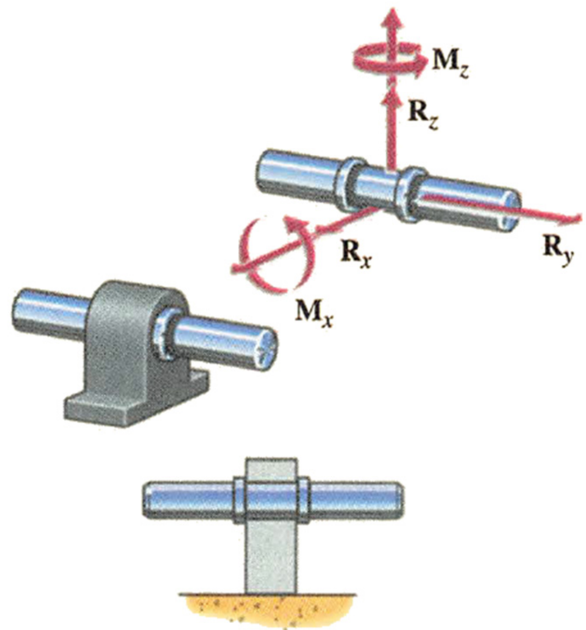






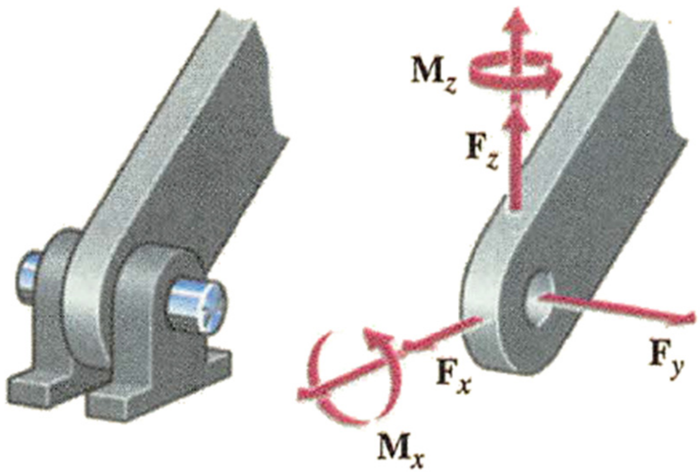
- Chumacera. El momento Mz (es pequeño) solo se transmite cuando existe solo una chumacera. Cuando hay dos chumaceras alineadas solo se transmiten las fuerzas. En general, se considerará el momento Mz solo si es necesario para mantener el equilibrio o cuando se sabe que el apoyo ha sido diseñado para ejercer un par.

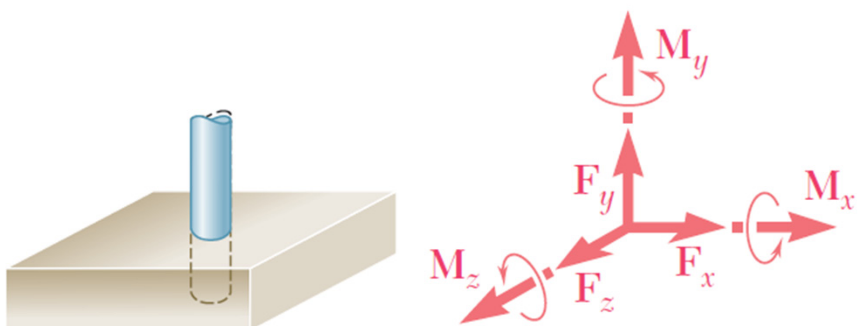
Reacciones en Apoyos y Conexiones



- Cojinete de empuje. Los momentos Mx y Mz (son pequeños) solo se transmiten cuando existe solo un cojinete. Cuando hay dos cojinetes alineados solo se transmiten las fuerzas. En general, se considerarán los momentos Mx y Mz solo si son necesarios para mantener el equilibrio o cuando se sabe que el apoyo ha sido diseñado para ejercer un par.

Reacciones en Apoyos y Conexiones

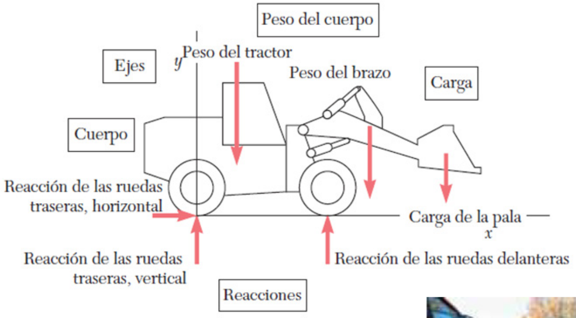


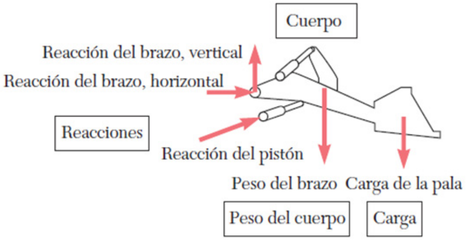


- Pasador 3D. Los momentos Mx y Mz (son pequeños) solo se transmiten cuando existe solo un pasador. Cuando hay dos pasadores alineados solo se transmiten las fuerzas. En general, se considerarán los momentos Mx y Mz solo si son necesarios para mantener el equilibrio o cuando se sabe que el apoyo ha sido diseñado para ejercer un par.
- Apoyo fijo 3D.

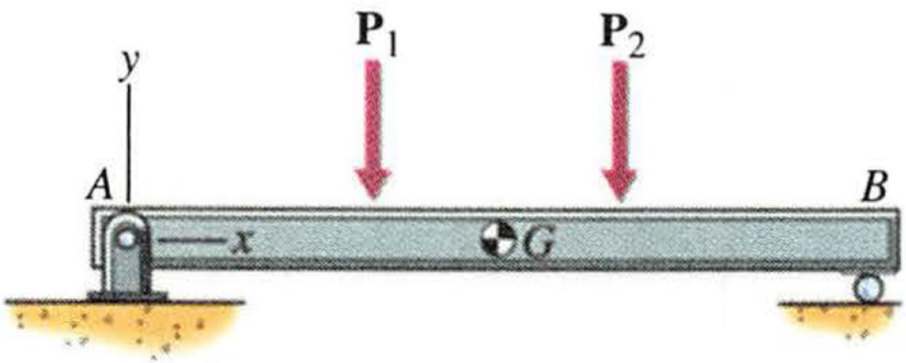
Diagrama de Cuerpo Libre

- **Paso 1**: Decidir qué cuerpo o parte de un cuerpo se quiere aislar de lo que le rodea.
- **Paso 2**: Preparar un dibujo del cuerpo aislado (cuerpo libre).
- **Paso 3**: Recorrer el contorno del cuerpo libre e identificar todas las fuerzas que ejercen los cuerpos en contacto o interacción que han sido suprimidos en el proceso de aislamiento.
- **Paso 4**: Dibujar el sistema de ejes coordenados que se utilizará para el diagrama de cuerpo rígido.

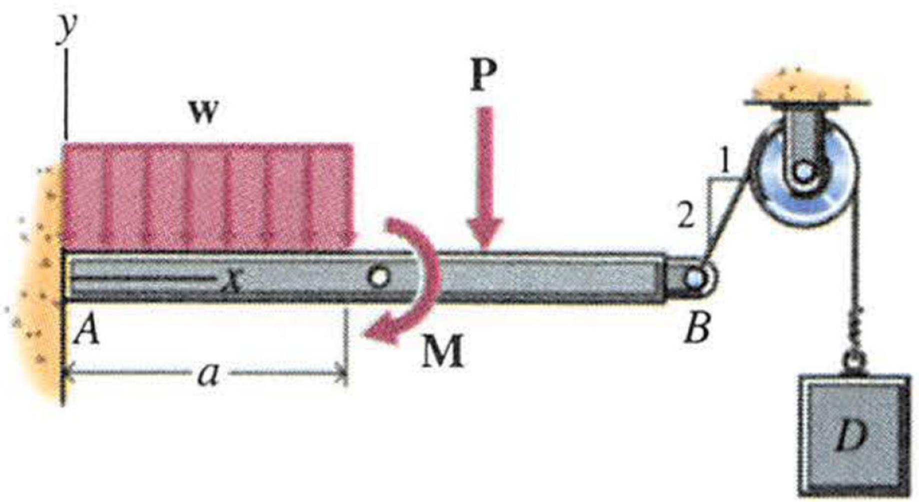




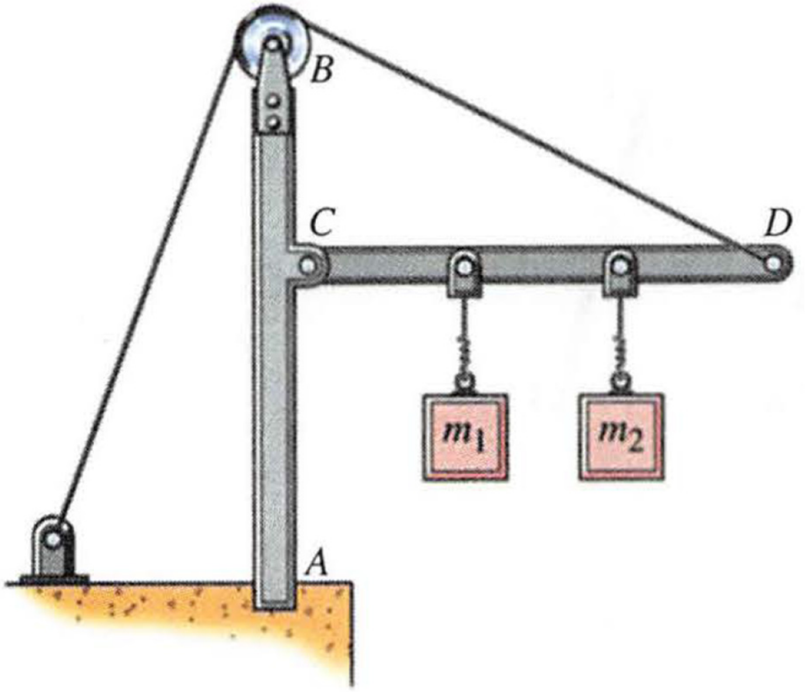
Problema: Dibujar el diagrama de cuerpo libre de la viga mostrada en la figura. El centro de gravedad de la viga se ubica en G.



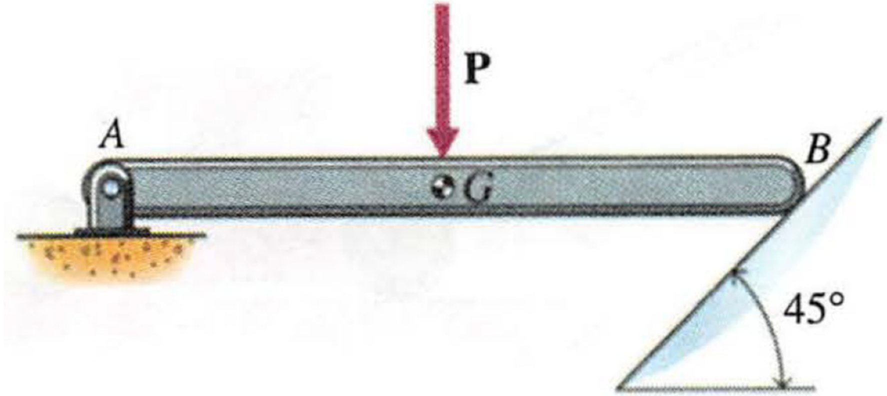
Problema: Dibujar el diagrama de cuerpo libre de la viga mostrada en la figura. Despreciar el peso propio de la viga.



Problema: Dibujar los diagramas de cuerpo libre para (a) la polea, (b) el poste *AB* y (c) la viga *CD* que se muestran en la figura. Despreciar el peso propio de la polea, el poste y la viga.



Problema: Dibujar el diagrama de cuerpo libre de la viga mostrada en la figura. El centro de gravedad de la viga se ubica en G.



Problema: Dibujar el diagrama de cuerpo libre de la viga mostrada en la figura. El centro de gravedad de la viga se ubica en G.

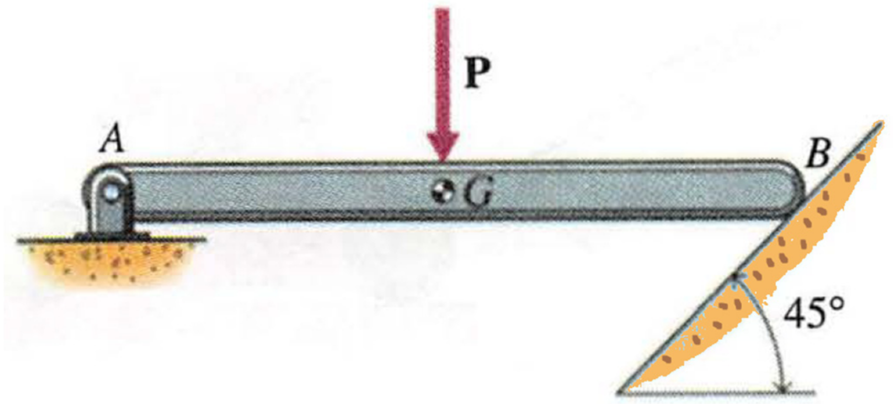
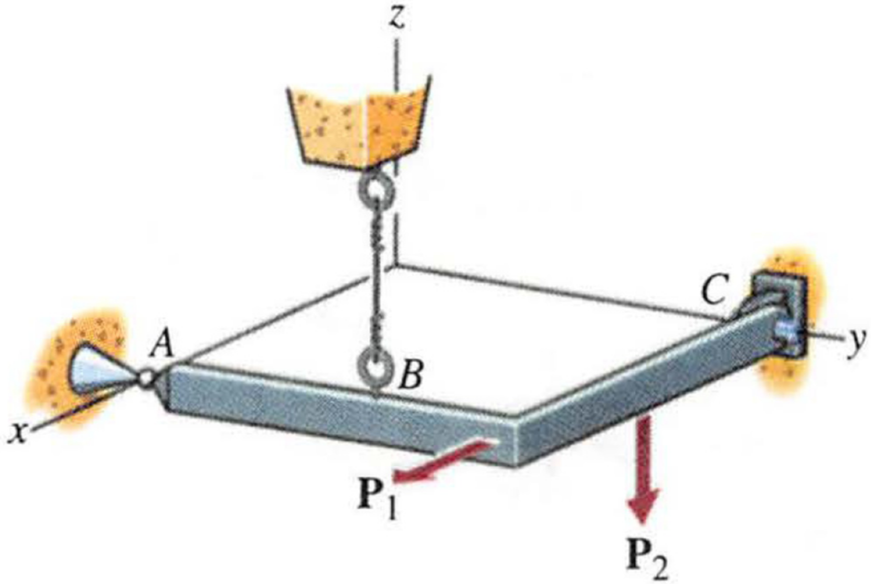
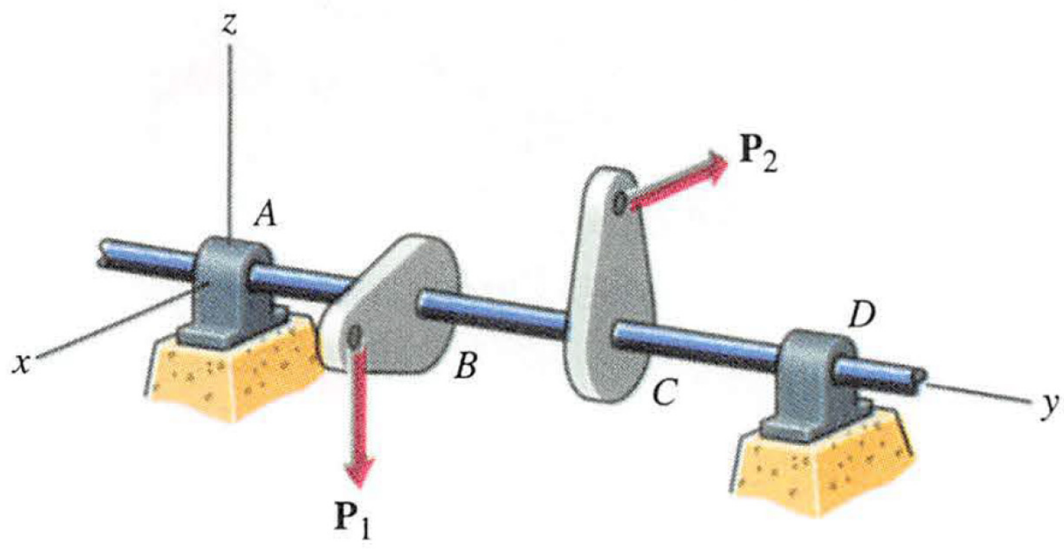


Diagrama de Cuerpo Libre

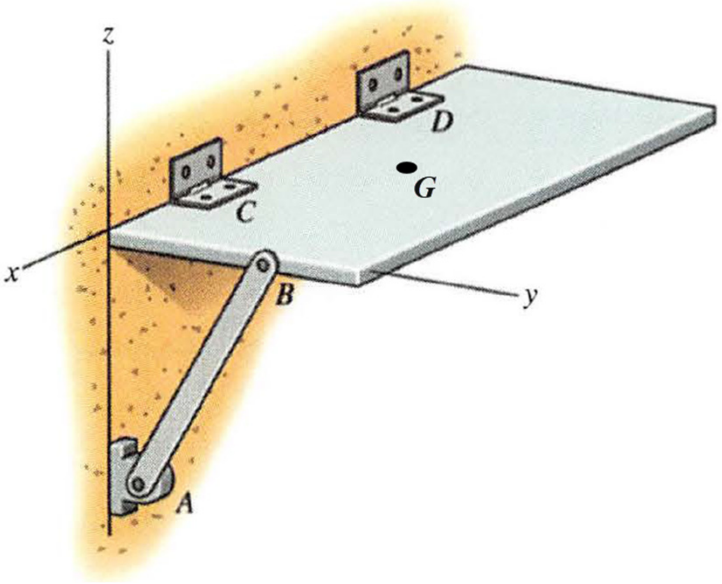
Problema: Dibujar el diagrama de cuerpo libre de la barra curva *AC* que se muestra en la figura. La barra está soportada por una rótula en *A*, un cable flexible en *B* y una articulación de pasador en *C*. Despreciar el peso propio de la barra.



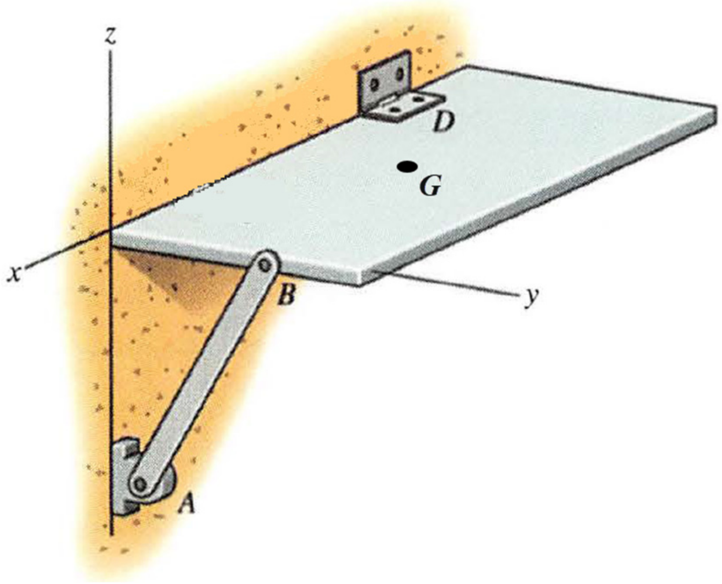
Problema: Dibujar el diagrama de cuerpo libre del árbol de levas que se muestra en la figura. En *A* hay un cojinete de empuje y el cojinete en *D* es de bolas. Despreciar los pesos propios del árbol y las levas.



Problema: Dibujar el diagrama de cuerpo libre de los tableros **(a)** y **(b)** mostrados en la figura. El centro de gravedad de cada tablero se ubica en G.



(a)

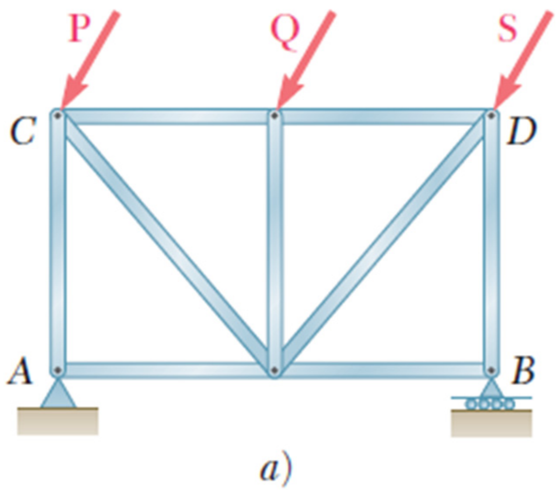


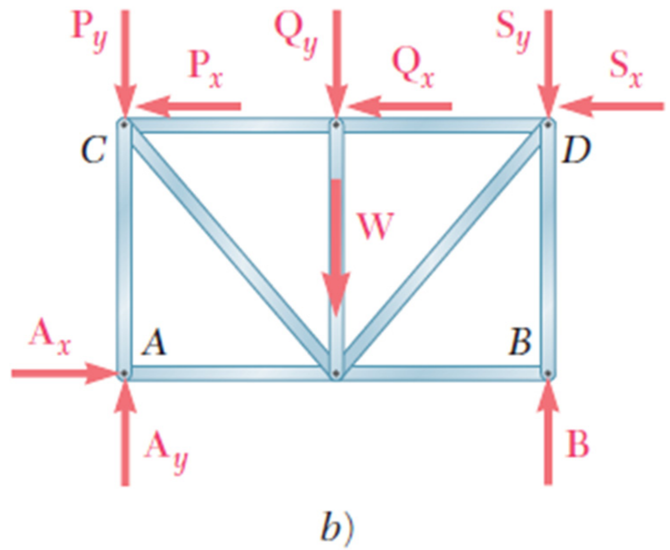
(b)

Las reacciones de un cuerpo rígido bidimensional se resuelven a partir de las **ecuaciones de equilibrio en dos dimensiones:**

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum M_A = 0.$$

- Proporcionan tres ecuaciones independientes para resolver un máximo de tres incógnitas (tres componentes de reacciones: A_x, A_y, B).



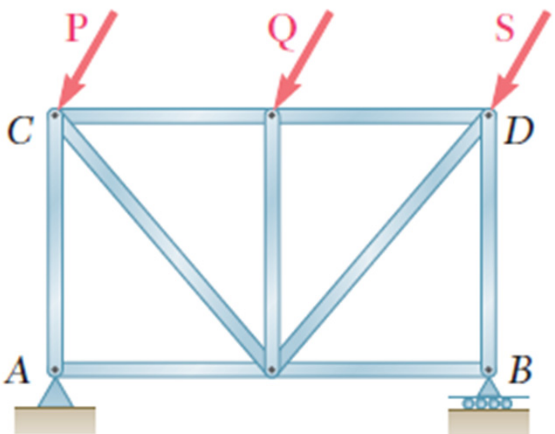


Equilibrio en Dos Dimensiones

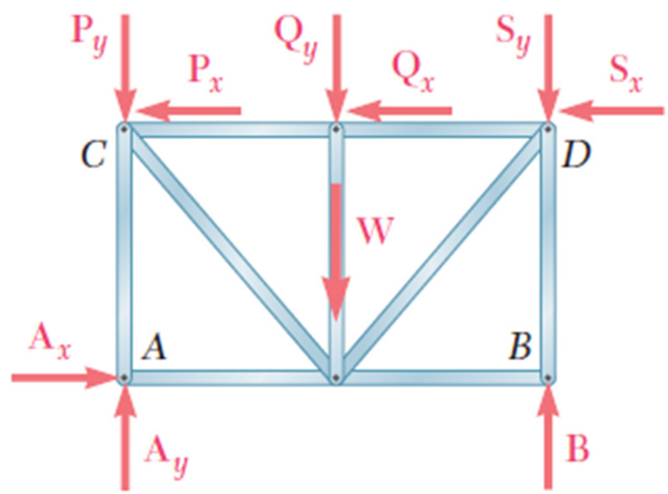
Las reacciones de un cuerpo rígido bidimensional se resuelven a partir de las **ecuaciones de equilibrio en dos dimensiones:**

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum M_A = 0.$$

- **Restricción completa**: los tipos de apoyos seleccionados proporcionan tres incógnitas (reacciones A_x, A_y, B) que impiden que el cuerpo rígido se mueva.



a)

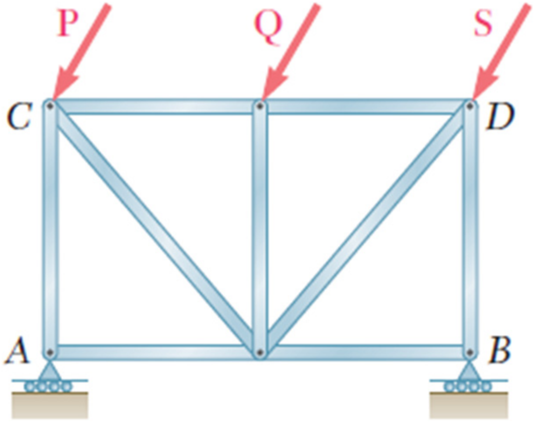


b)

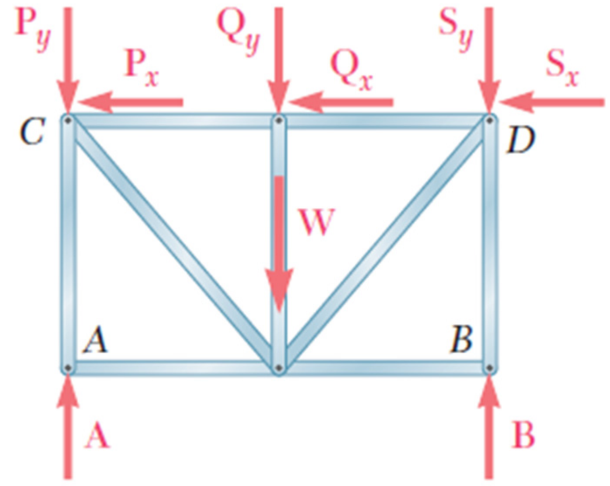
Las reacciones de un cuerpo rígido bidimensional se resuelven a partir de las **ecuaciones de equilibrio en dos dimensiones:**

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum M_A = 0.$$

- **Restricción parcial**: los tipos de apoyos seleccionados proporcionan menos incógnitas (reacciones) que las tres necesarias en dos dimensiones. El cuerpo rígido no está en equilibrio.



a)

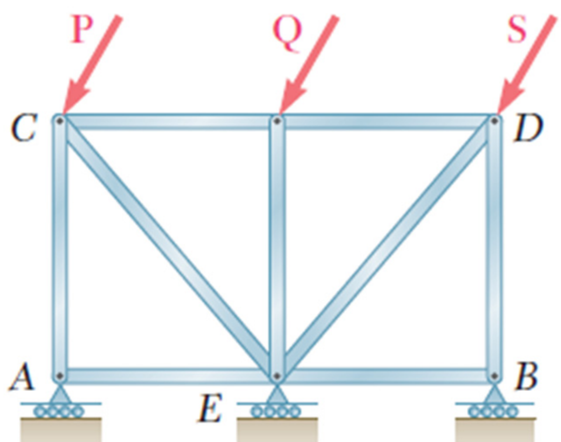


b)

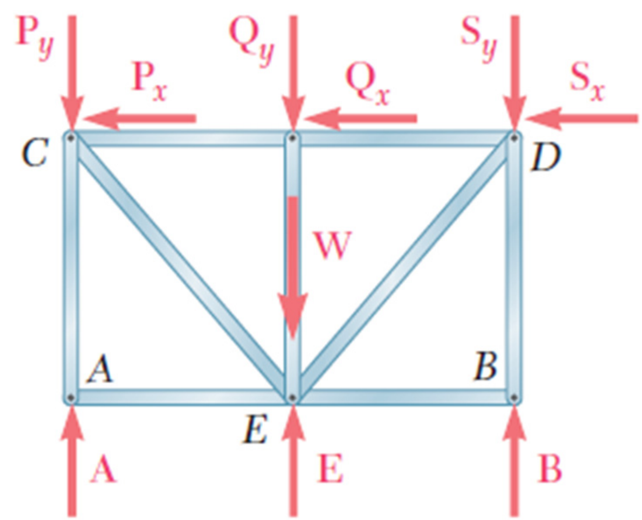
Las reacciones de un cuerpo rígido bidimensional se resuelven a partir de las **ecuaciones de equilibrio en dos dimensiones:**

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum M_A = 0.$$

- **Restricción impropia**: los tipos de apoyos seleccionados si bien proporcionan tres incógnitas (reacciones), estas no impiden que el cuerpo rígido se mueva.



a)

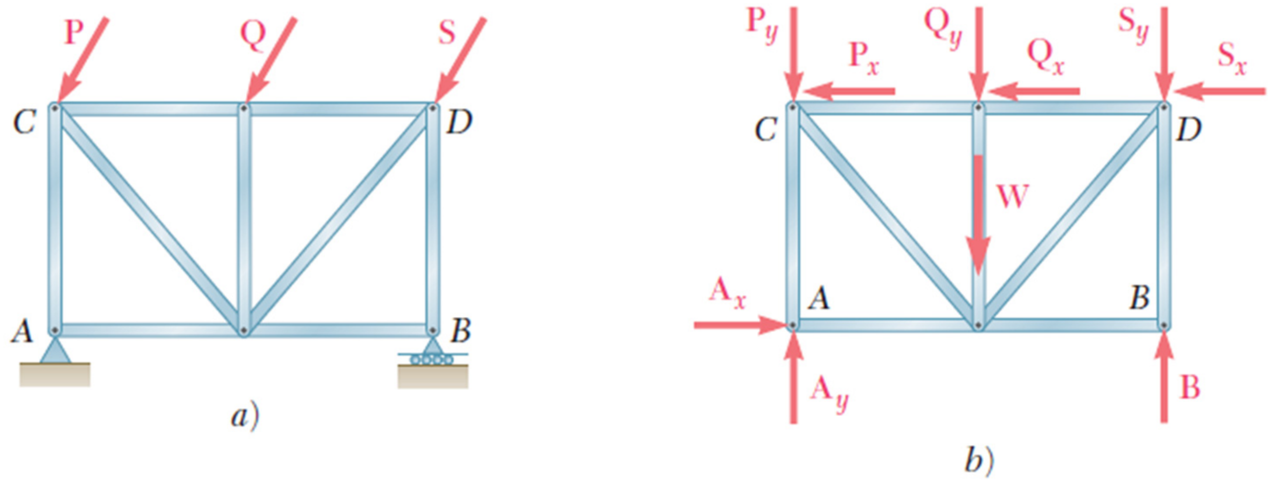


b)

Las reacciones de un cuerpo rígido bidimensional se resuelven a partir de las **ecuaciones de equilibrio en dos dimensiones:**

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum M_A = 0.$$

- **Reacciones estáticamente determinadas**: los tipos de apoyos seleccionados proporcionan tres incógnitas (reacciones) que impiden que el cuerpo rígido se mueva (restricción completa) por lo que pueden determinarse a partir de las tres ecuaciones de equilibrio bidimensional.

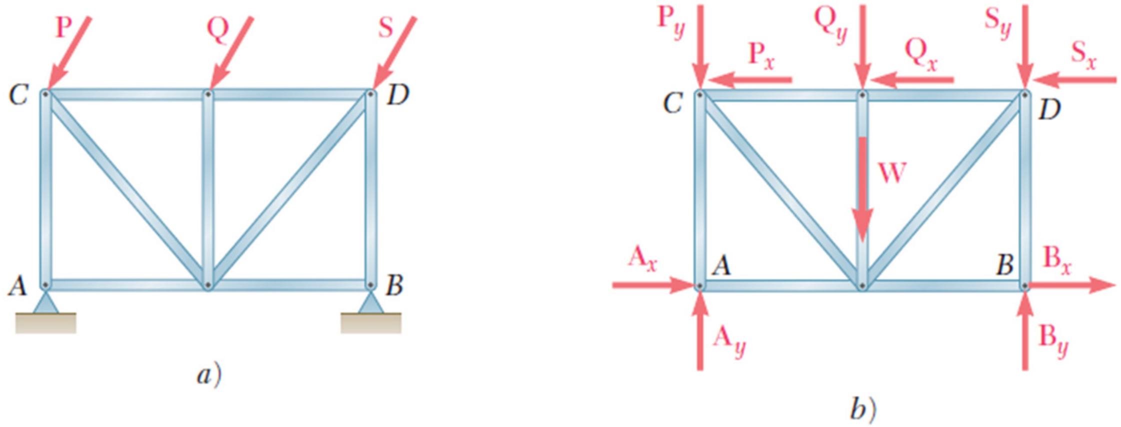


Equilibrio en Dos Dimensiones

Las reacciones de un cuerpo rígido bidimensional se resuelven a partir de las **ecuaciones de equilibrio en dos dimensiones:**

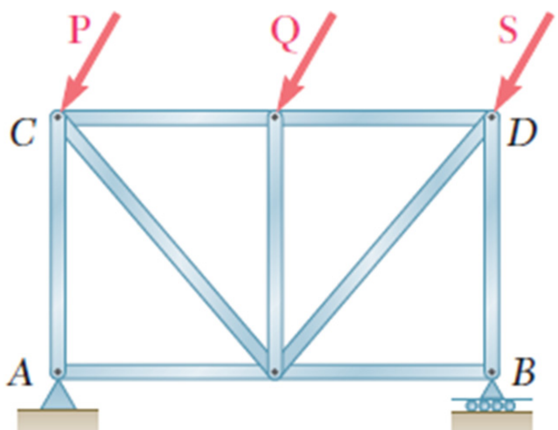
$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum M_A = 0.$$

- **Reacciones estáticamente indeterminadas**: los tipos de apoyos seleccionados proporcionan más de tres incógnitas (reacciones) por lo que las tres ecuaciones de equilibrio bidimensional no son suficientes para determinarlas (las ecuaciones faltantes se construyen a partir de las deformaciones del sólido).

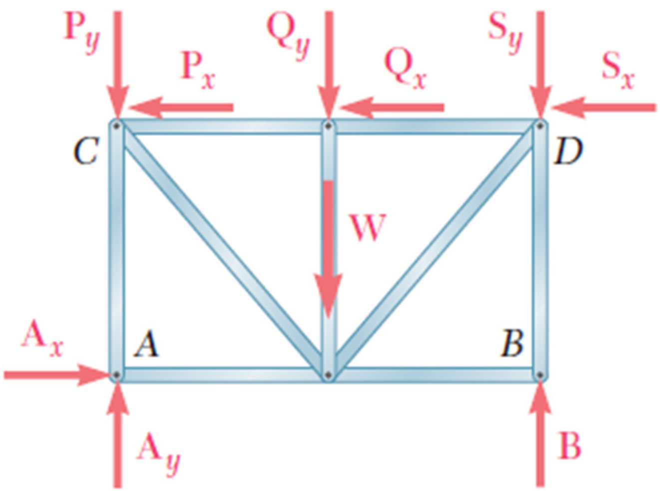


Ecuaciones de equilibrio alternativas en dos dimensiones: fuerza y momentos con respecto a dos puntos.

$$\sum F_x = 0, \quad \sum M_A = 0, \quad \sum M_B = 0.$$



a)

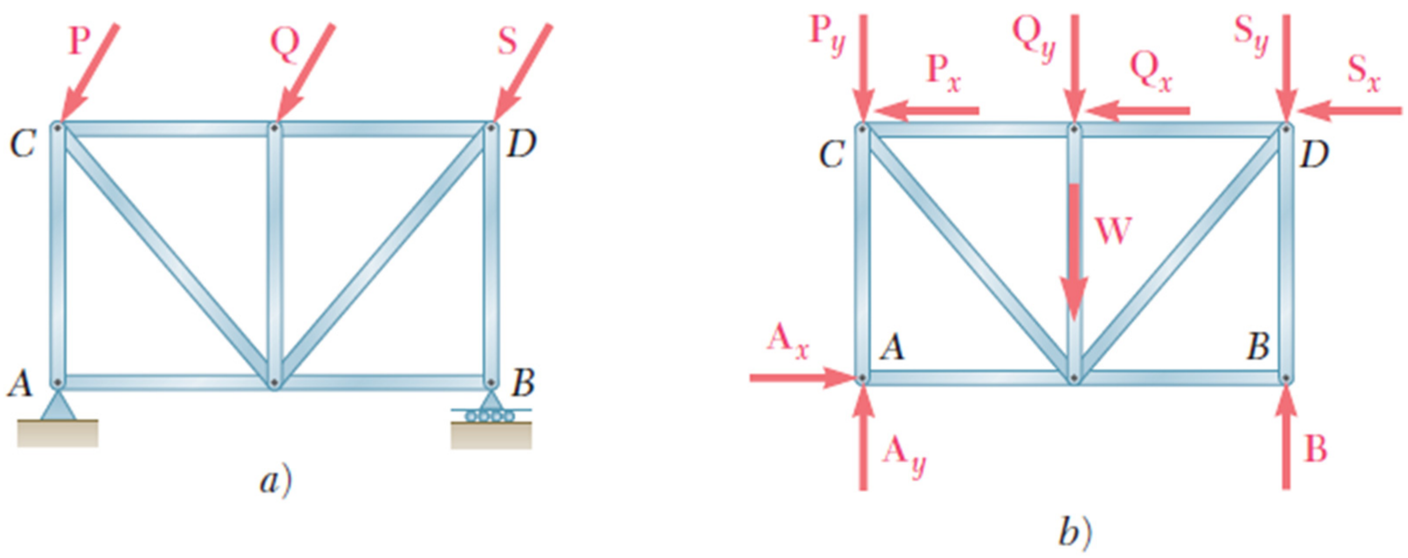


b)

Precaución: el segundo punto (en este caso el *B)* no puede estar ubicado en la línea paralela al eje *y* que pasa por el punto *A* (es decir, *A* y *B* deben tener coordenada *x* distinta).

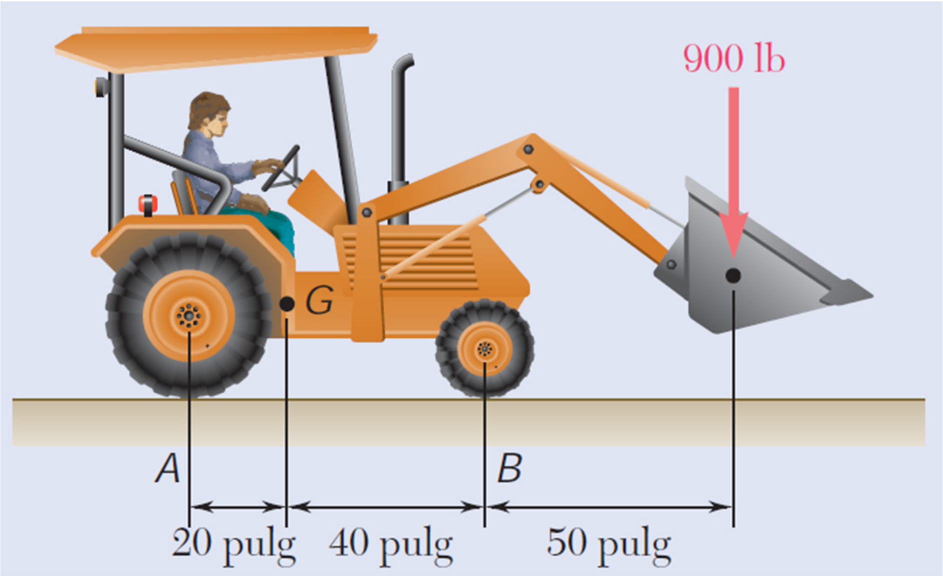
Ecuaciones de equilibrio alternativas en dos dimensiones: momentos con respecto a tres puntos.

$$\sum M_A = 0, \quad \sum M_B = 0, \quad \sum M_C = 0.$$

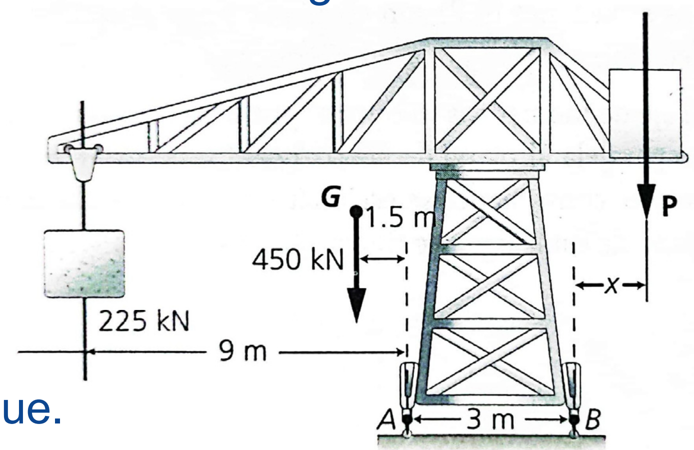


Precaución: los puntos *A, B* y *C* seleccionados no deben ser colineales.

Problema: Un tractor cuyo peso es de 2100 lbf se usa para levantar 900 lbf de grava. Determinar la reacción en cada una de las dos ruedas traseras y dos ruedas delanteras. El centro de gravedad del tractor se ubica en G.



Problema: Una grúa móvil que pesa 450 kN (sin considerar el contrapeso) se mueve a lo largo de los rieles *A* y *B* que se encuentran separados 3 m entre sí. El centro de gravedad de la grúa se ubica en *G*. La capacidad de izaje de la grúa es de 225 kN. En la figura *x* = 2 m. Para esta capacidad resolver lo siguiente:



a) el mínimo contrapeso P para que la grúa no vuelque.

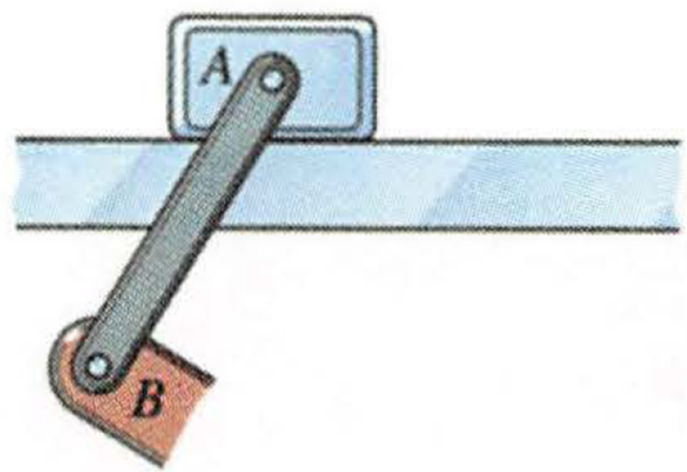
b) ¿Qué pasaría si P es el doble del valor encontrado en a)?

c) el máximo contrapeso P para que la grúa no vuelque en el otro sentido.

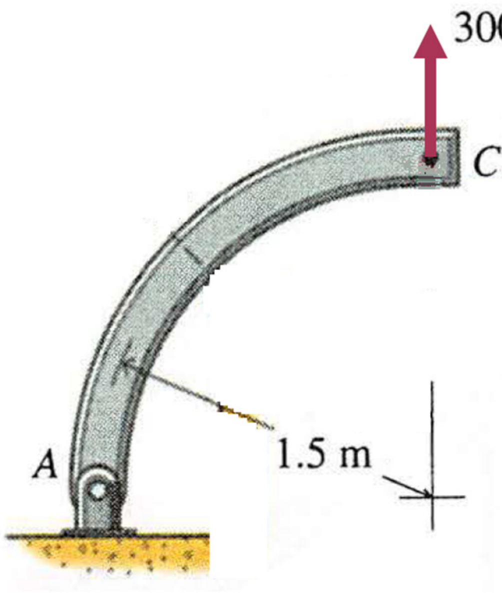
d) resolver la letra a) reemplazando las cargas externas por un sistema equivalente fuerza-par en el lugar donde se ubica la carga de 225 kN.

e) determinar el valor del contrapeso P que servirá para mantener el equilibrio de la grúa para cualquier carga a elevar en el rango [0, 225] kN.

Problema: Equilibrio de un cuerpo sometido a dos fuerzas. Demostrar que el equilibrio en **(a)** el eslabón *AB* requiere que existan dos fuerzas de igual módulo, pero opuestas, y alineadas a lo largo del eslabón; **(b)** suponiendo que la carga de 300 N siempre se mantiene perpendicular al suelo, ¿cuál será la posición de equilibrio de la barra curva *AC*?

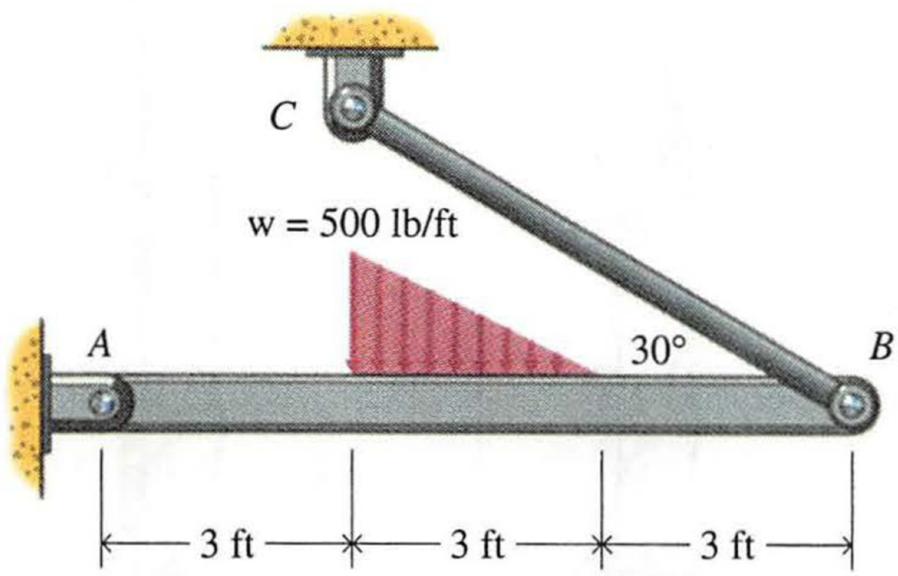


(a)

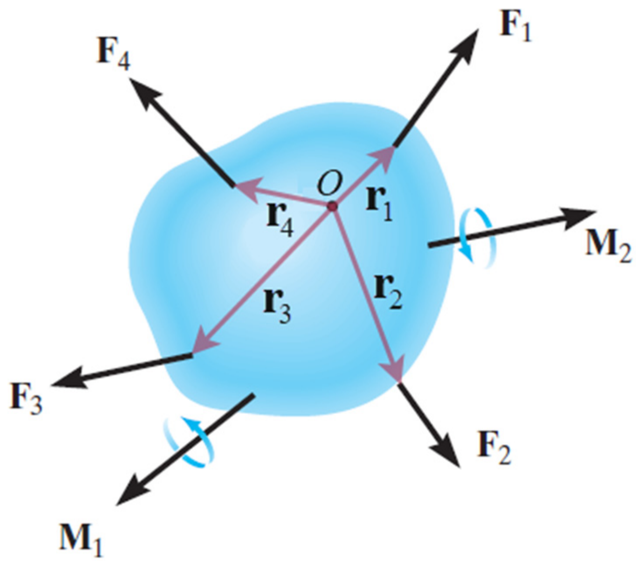


(b)

Problema: Equilibrio de un cuerpo sometido a tres fuerzas. Determinar la fuerza en la barra BC y la reacción en el soporte A.

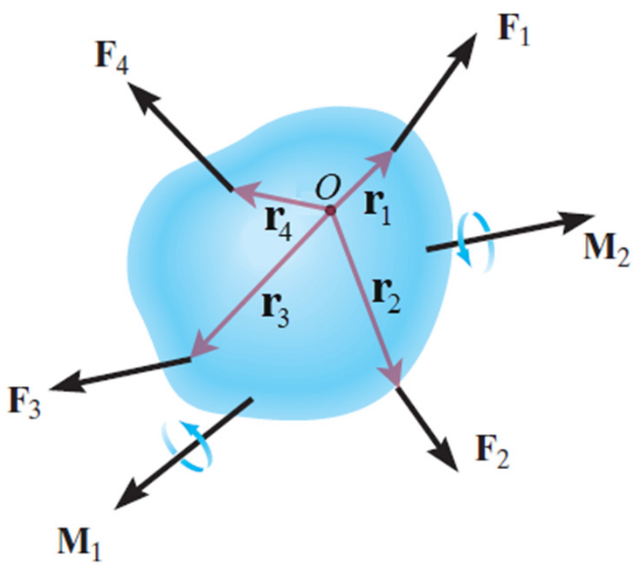


Se considera un sistema fuerzas y momentos tridimensional actuando en un cuerpo:



Se reemplaza por una **fuerza resultante y un momento resultante** un punto *O* arbitrario. Si el cuerpo rígido está en equilibrio, el sistema resultante debe satisfacer:

$$\boldsymbol{R} = \sum_i \boldsymbol{F}_i = \mathbf{0}, \quad \boldsymbol{M}_O^R = \sum_i \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{F}_i + \sum_j \boldsymbol{M}_j = \mathbf{0}.$$



Ecuaciones de equilibrio (forma vectorial):

$$\boldsymbol{R} = \sum_i \boldsymbol{F}_i = \boldsymbol{0},$$

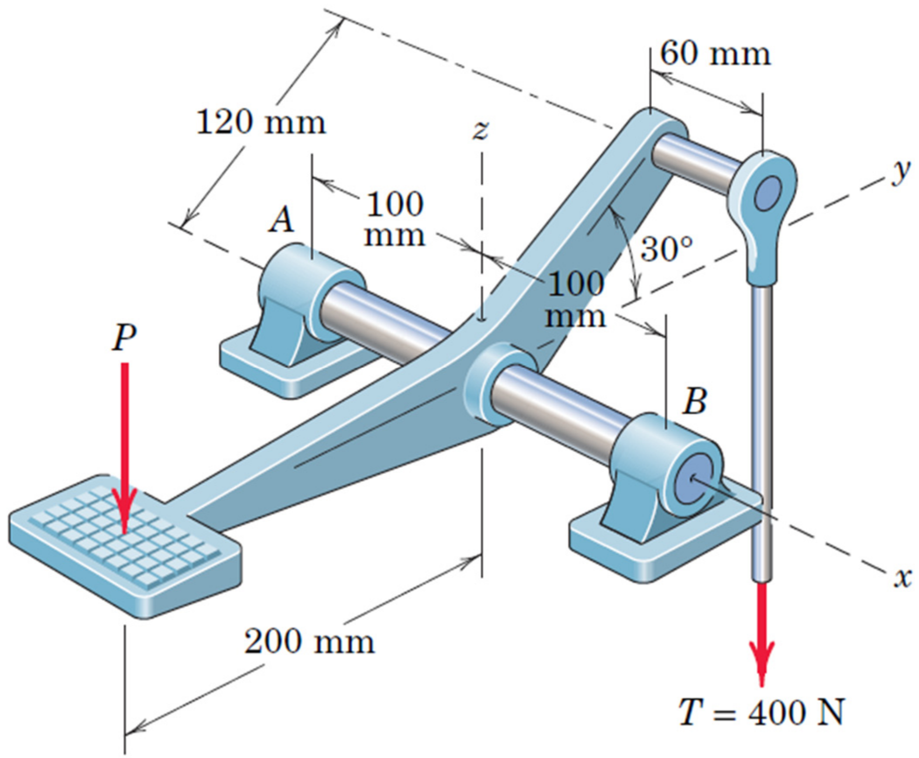
$$\boldsymbol{M}_O^R = \sum_i \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{F}_i + \sum_j \boldsymbol{M}_j = \boldsymbol{0}.$$

Utilizando las componentes Cartesianas de las fuerzas y momentos, podemos expresar las **ecuaciones de equilibrio en su forma escalar:**

$$\sum_i (F_x)_i = 0, \quad \sum_i (F_y)_i = 0, \quad \sum_i (F_z)_i = 0,$$

$$\sum_i (M_x)_i = 0, \quad \sum_i (M_y)_i = 0, \quad \sum_i (M_z)_i = 0.$$

Problema: La figura muestra un pedal de freno mecánico para una manivela. El freno se acciona mediante una fuerza vertical *P* sobre el pedal produciendo una tensión *T* = 400 N en la varilla de control. Determinar las reacciones en los cojinetes *A* y *B*.



Problema: Durante una prueba, el motor izquierdo del avión es acelerado generando una fuerza de empuje de 500 lbf. Las ruedas principales en *B* y *C* están frenadas para evitar el movimiento. Determinar el cambio (comparado con los valores nominales cuando los dos motores están apagados) en las fuerzas de reacción normales en *A*, *B* y *C*.