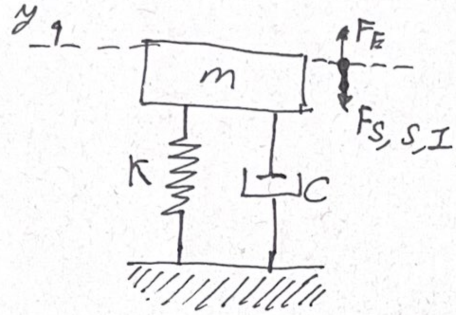
Carlos Daniel Gil Guzman
1002635749

Señales y Sistemas
Parcial #3

1. Encuentre la función de transferencia que caracteriza el sistema masa, resorte, amortiguador, presentado en la siguiente figura (asuma condiciones iniciales cero):



Luego, encuentre el sistema equivalente a partir de un circuito RLC (entrada tensión, -, salida tensión del capacitor).

El sistema se puede modelar a partir de la conservación de fuerzas:

$$F_S(t) + F_F(t) + F_I(t) = F_E(t)$$

Sabemos lo siguiente

$$F_S(t) = K y(t)$$

$$F_F(t) = c \frac{dy(t)}{dt}$$

$$F_I(t) = m \frac{d^2 y(t)}{dt^2}$$

Por lo tanto:

$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + c \frac{dy(t)}{dt} + K y(t) = F_E(t) = x(t)$$

Transformando a Laplace:

$$m\,\mathcal{L}\left\{\frac{d^2y(t)}{dt}\right\}+c\,\mathcal{L}\left\{\frac{dy(t)}{dt}\right\}+k\,\mathcal{L}\{y(t)\}=\mathcal{L}\{F_E(t)\}$$

$$ms^2Y(s)+csY(s)+kY(s)=F_E(s)$$

$$Y(s)(ms^2+cs+k)=F_E(s)$$

Sabemos que la función de trasferencia está dada por:

$$H(s)=\frac{Y(s)}{F_E(s)}$$

$$\boxed{H(s)=\frac{1}{ms^2+cs+k}}$$

Para el sistema equivalente tenemos:

→ Usando impedancias transformadas.

$$V_i(s)=LsI_1(s)+(I_1(s)-I_2(s))\frac{1}{Cs}$$

$$(I_2(s)-I_1(s))\frac{1}{Cs}+I_2(s)R=0$$

$$V_o(s)=RI_2(s)$$

→ Despejando $I_1(s)$ respecto a $I_2(s)$:

$$\frac{1}{Cs}I_2(s)-\frac{1}{Cs}I_1(s)+I_2(s)R=0$$

$$I_1(s)=I_2(s)(1+CRs)$$

→ Reemplazando en la primera ecuación.

$$V_i(s)=LsI_2(s)(1+CRs)+(I_2(s)(1+CRs)-I_2(s))\frac{1}{Cs}$$

$$V_i(s)=LsI_2(s)+CRLs^2I_2(s)+I_2(s)\frac{1}{Cs}+I_2(s)R-I_2(s)\frac{1}{Cs}$$

$$V_i(s)=I_2(s)(CRLs^2+Ls+R)$$

$$\frac{I_2(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{CRLs^2+Ls+R}$$

$$\frac{RI_2(s)}{V_i(s)} = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R}{CRLs^2+Ls+R}$$

→Tenemos la función de transferencia

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{CLs^2+\frac{L}{R}s+1}$$

→Revisando las equivalencias, podemos deducir que:

$L = m$

$C = \frac{1}{k}$

$R = C$