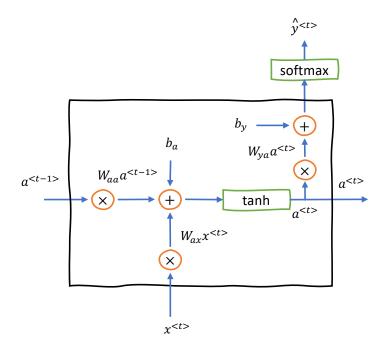
Redes Neuronales Recurrentes

Francisco Cervantes Octubre, 2019

HOY ...

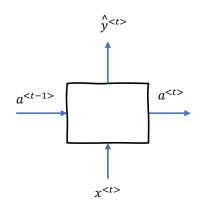
- Modelo de una RNN
- o Forward y backward propagation
- Diferentes tipos de RNNs
- o Gated Recurrent Unit (GRU)
- Long Short Term Memory (LSTM)



$$a^{< t>} = tanh(w_{aa}a^{< t-1>} + w_{ax}x^{< t>} + b_a)$$

 $\hat{y}^{< t>} = softmax(w_{ya}a^{< t>} + b_y)$

De manera simplificada, la celda se puede representar cómo:

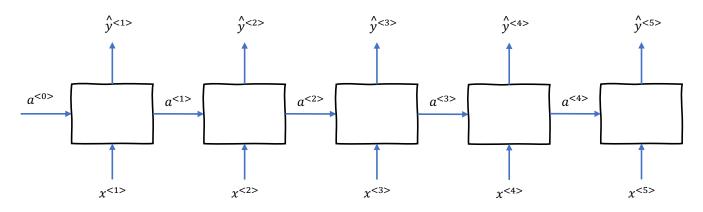


$$a^{<0>} = [0 \dots 0]$$

$$a^{<1>} = g_1(w_{aa}a^{<0>} + w_{ax}x^{<1>} + b_a)$$

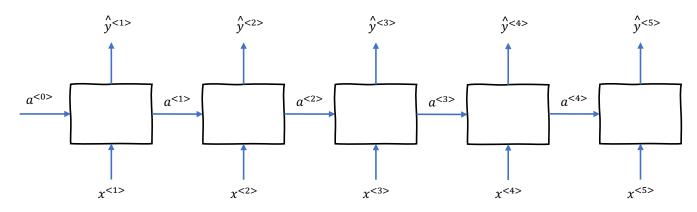
$$\hat{y}^{<1>} = g_2(w_{ya}a^{<1>} + b_y)$$

Dado el siguiente modelo con 5 celdas, en donde $T_x = T_y$, y donde $g_1 = tanh, \ g_2 = sigmoid$,



Para un ejemplo de entrenamiento $\mathbf{x} = (x^{<1>}, x^{<2>}, x^{<4>}, x^{<5>})$, el forward propagation esta dado por:

Dado el siguiente modelo con 5 celdas, en donde $T_x = T_y$, y donde $g_1 = tanh$, $g_2 = sigmoid$,



Para un ejemplo de entrenamiento $\mathbf{x} = (x^{<1>}, x^{<2>}, x^{<3>}, x^{<4>}, x^{<5>})$, el forward propagation esta dado por:

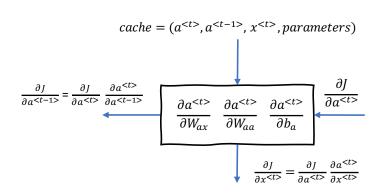
$$a^{<1>} = tanh(w_{aa}a^{<0>} + w_{ax}x^{<1>} + b_a) \qquad a^{<3>} = tanh(w_{aa}a^{<2>} + w_{ax}x^{<3>} + b_a) \qquad a^{<5>} = tanh(w_{aa}a^{<4>} + w_{ax}x^{<5>} + b_a)$$

$$\hat{y}^{<1>} = sigmoid(w_{ya}a^{<1>} + b_y) \qquad \hat{y}^{<3>} = sigmoid(w_{ya}a^{<3>} + b_y) \qquad \hat{y}^{<5>} = sigmoid(w_{ya}a^{<5>} + b_y)$$

$$a^{<2>} = tanh(w_{aa}a^{<1>} + w_{ax}x^{<2>} + b_a) \qquad a^{<4>} = tanh(w_{aa}a^{<3>} + w_{ax}x^{<4>} + b_a)$$

$$\hat{y}^{<2>} = sigmoid(w_{ya}a^{<2>} + b_y) \qquad \hat{y}^{<4>} = sigmoid(w_{ya}a^{<4>} + b_y)$$

El backward propagation sobre una celda de una red neuronal recurrente, esta dada por:



$$a^{} = \tanh(W_{aa}a^{} + W_{ax}x^{} + b_a)$$

$$\frac{\partial \tanh(x)}{\partial x} = 1 - \tanh(x)^2$$

$$\frac{\partial a^{}}{\partial W_{ax}} = (1 - \tanh(W_{aa}a^{} + W_{ax}x^{} + b_a)^2) \cdot x^{T}$$

$$\frac{\partial a^{}}{\partial W_{aa}} = (1 - \tanh(W_{aa}a^{} + W_{ax}x^{} + b_a)^2) \cdot a^{T}$$

$$\frac{\partial a^{}}{\partial W_{aa}} = \sum_{batch} (1 - \tanh(W_{aa}a^{} + W_{ax}x^{} + b_a)^2) \cdot a^{T}$$

$$\frac{\partial a^{}}{\partial b_a} = \sum_{batch} (1 - \tanh(W_{aa}a^{} + W_{ax}x^{} + b_a)^2)$$

$$\frac{\partial a^{}}{\partial x^{}} = W_{ax}^T \cdot (1 - \tanh(W_{aa}a^{} + W_{ax}x^{} + b_a)^2)$$

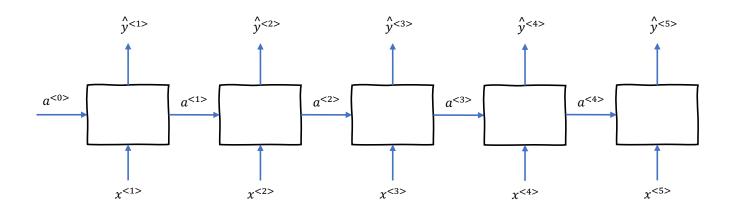
$$\frac{\partial a^{}}{\partial a^{}} = W_{aa}^T \cdot (1 - \tanh(W_{aa}a^{} + W_{ax}x^{} + b_a)^2)$$

De igual forma que en una red neuronal clásica, la derivada de la función de costo se propaga hacía atrás de la RNN mediante el uso de la regla de la cadena. También se utiliza la regla de la cadena para calcular los gradientes de W_{aa} , W_{ax} y b_a para actualizar los parámetros.

Diferentes tipos de RNNs



Escenario: Muchos a muchos

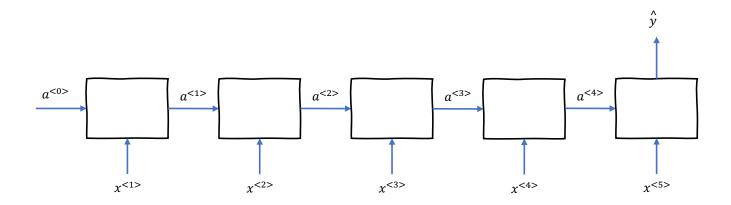


x: Secuencia

y: Secuencia

Caso: named-entity

Escenario: Muchos a uno

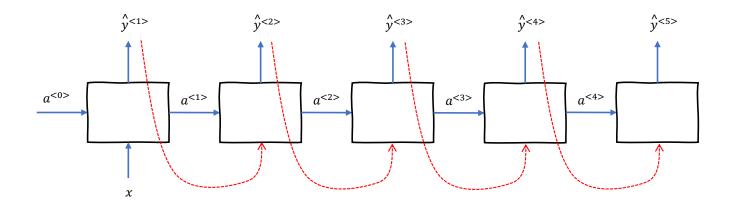


x: Texto

 $y: \{c_1, c_2, ..., ck\}$

Ejemplo de aplicación: análisis de sentimientos

Escenario: Uno a muchos

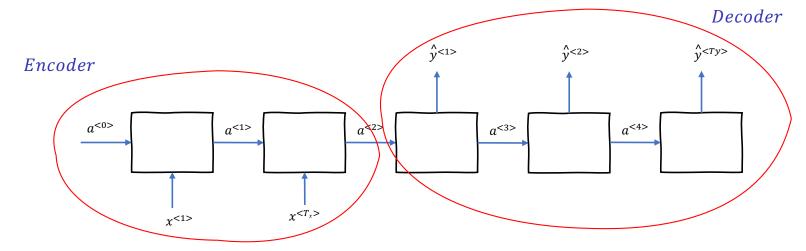


x: Ø

y: secuencia de salida

Ejemplo de aplicación: generación de música

Escenario: Muchos a muchos



x: secuencia de entrada

y: secuencia de salida

Ejemplo de aplicación: traducción automática

Gated Recurrent Unit (GRU)

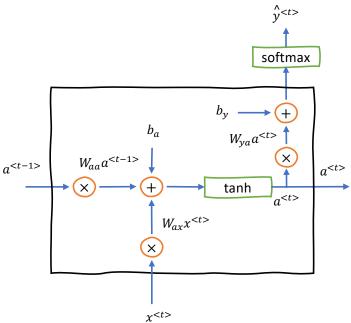
Antes de abordar el modelo GRU, recordemos la representación de una celda RNN:

$$a^{<0>} = [0 \dots 0]$$

$$a^{} = g_1(w_{aa}a^{} + w_{ax}x^{} + b_a)$$

$$a^{} = g_1(w_a[a^{}, x^{}] + b_a)$$

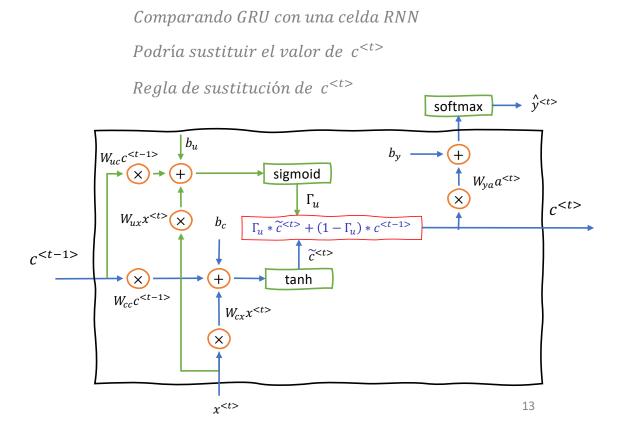
$$y^{} = g_2(w_{ya}a^{} + b_y)$$



Unidad GRU (simplificada)

En el modelo GRU, se introduce la variable c que significa celda de memoria.

$$\begin{split} c^{< t>} &= a^{< t>} \\ \widetilde{c}^{< t>} &= tanh \left(w_c [c^{< t-1>}, x^{< t>}] + b_c \right) \\ \Gamma_u &= sigmoid (w_u [c^{< t-1>}, x^{< t>}] + b_u) \\ c^{< t>} &= \Gamma_u * \widetilde{c}^{< t>} + (1 - \Gamma_u) * c^{< t-1>} \end{split}$$



Unidad GRU (completa)

En el modelo GRU, se introduce la variable c que significa celda de memoria.

$$c^{} = a^{}$$

$$\Gamma_{r} = sigmoid(w_{r}[c^{}, x^{}] + b_{r})$$

$$\tilde{c}^{} = tanh(w_{c}[\Gamma_{r} * c^{}, x^{}] + b_{c})$$

$$\Gamma_{u} = sigmoid(w_{u}[c^{}, x^{}] + b_{u})$$

$$c^{} = \Gamma_{u} * \tilde{c}^{} + (1 - \Gamma_{u}) * c^{}$$

Relevancia de $c^{< t-1>}$ para calcular $c^{< t>}$

Podría sustituir el valor de $c^{< t>}$

Regla de sustitución de $c^{< t>}$

Otra versión común para las celdas de una red neuronal recurrente es: LSTM (Long Short Term Memory)

GRU y LSTM

GRU

$$\begin{split} &\tilde{c}^{< t>} = tanh \left(w_c [\Gamma_r * c^{< t-1>}, x^{< t>}] + b_c \right) \\ &\Gamma_u = sigmoid (w_u [c^{< t-1>}, x^{< t>}] + b_u) \\ &\Gamma_r = sigmoid (w_r [c^{< t-1>}, x^{< t>}] + b_r) \\ &c^{< t>} = \Gamma_u * \tilde{c}^{< t>} + (1 - \Gamma_u) * c^{< t-1>} \\ &a^{< t>} = c^{< t>} \end{split}$$

LSTM

$$\tilde{c}^{< t>} = tanh (w_c[a^{< t-1>}, x^{< t>}] + b_c)$$
 $\Gamma_u = sigmoid(w_u[a^{< t-1>}, x^{< t>}] + b_u)$
 $\Gamma_f = sigmoid(w_f[a^{< t-1>}, x^{< t>}] + b_f)$
 $\Gamma_o = sigmoid(w_o[a^{< t-1>}, x^{< t>}] + b_o)$
 $c^{< t>} = \Gamma_u * \tilde{c}^{< t>} + \Gamma_f * c^{< t-1>}$
 $a^{< t>} = \Gamma_o * c^{< t>}$

Celda LSTM

LSTM

$$\begin{split} \widetilde{c}^{< t>} &= tanh \, (w_c[a^{< t-1>}, x^{< t>}] + b_c) \\ \Gamma_u &= sigmoid(w_u[a^{< t-1>}, x^{< t>}] + b_u) \\ \Gamma_f &= sigmoid(w_f[a^{< t-1>}, x^{< t>}] + b_f) \\ \Gamma_o &= sigmoid(w_o[a^{< t-1>}, x^{< t>}] + b_o) \\ c^{< t>} &= \Gamma_u * \widetilde{c}^{< t>} + \Gamma_f * c^{< t-1>} \\ a^{< t>} &= \Gamma_o * c^{< t>} \end{split}$$

