

Departamento de Matemáticas

eherrera@javeriana.edu.co

ANALISIS NUMERICO TRABAJO FINAL

Estudiante 1 Daniel Eduardo Castellanos Tromba

https://github.com/R4DRHunt/AnalisisNumerico2130/tree/main/TrabajoFinal

Estudiante 2 David Alejandro Castillo Chíquiza

https://github.com/CASDAV/Analisis-Numerico-1057-2130

Estudiante 3 Sergio Esteban Triana Bobadilla

https://github.com/SergioTriana00/Analisis-Numerico---SergioTriana

Cada grupo debe entregar este documento con los resultados y las implementaciones (R o Python) en archivos anexos, al correo herrera.eddy@gmail.com y DEBEN SUBIR AL REPOSITORIO LA SOLUCIÓN Y LA IMPLEMENTACIÓN EN LA CARPETA TRABAJO FINAL INDICANDO EL LINK DE LOS RESPOSITORIOS DE CADA ESTUDIANTE

TIEMPO LIMITE 6:00 pm HORA LOCAL DEL 18 DE NOVIEMBRE DEL 2021

La estimación de la propagación de la pandemia por **Covid-19** en la ciudad de Santa Marta (Colombia) se hace a partir del modelo SIR con parámetros y condiciones iniciales dadas. El modelo SIR, aplicado en varios tipos de pandemias, objetiva estimar el número de individuos susceptibles a infectarse (S), el número de individuos infectados capaces de infectar (I) y el número de individuos recuperados (que se curaron o fallecieron) (R).

El número de individuos susceptibles a infectarse (dS) en el tiempo de observación (dt), viene dado por la **ecuación 1**: $\frac{dS}{dt} = -\beta C \frac{S}{N}$ con Donde β es la tasa temporal de probabilidad de un sujeto de llegar a infectarse, C es el número de contactos del sujeto, 1/N es la probabilidad de que algún contacto esté infectado, N es el universo de individuos y S el número total de individuos susceptibles de infectarse.

El número de individuos infectados dI en el tiempo de observación dt se expresa mediante la **ecuación 2**: $\frac{dI}{dt} = \beta C \frac{S}{N} - \frac{dR}{dt}$. Donde dR dt es la cantidad de personas que en el tiempo de observación se están recuperando. Como en el tiempo de observación, es posible que algunos de los individuos se hayan recuperado, por lo que estos dejarán de pertenecer al grupo I para engrosar el grupo R, lo que se traduce en una substracción a la cantidad de infectados.

El número de recuperados dR en el tiempo de observación se puede modelar, de manera simple, mediante la **ecuación 3**: $\frac{dR}{dt} = \gamma I$. Donde γ es la tasa temporal de recuperación de un sujeto infectado, o sea, γ dt es la probabilidad de recuperación, en el tiempo dt, de un sujeto que estaba infectado

Departamento de Matemáticas

eherrera@javeriana.edu.co

Productos:

1. Solucionar el sistema de ecuaciones utilizando el método de **Runge_Kutta de orden 4**, las condiciones iniciales se establecieron en I (0) =3/N, S (0) =1-I, R (0) =0 y N=479.853, en consonancia con los datos reportados por el **Instituto Nacional de Salud (INS)** de Colombia para el periodo entre el 20 de marzo y el 30 de mayo de 2020. Los parámetros del modelo son β =0,06, C=1,5 y γ =0,021, fueron ajustados numéricamente hasta que los casos (infectados más recuperados) estimados se aproximaran a con error <0.05 de los casos reportados.

| Dia | Porcentaje sanos | Cantidad sanos | Cantidad infectados |
|------------|------------------|----------------|---------------------|
| 21/03/2020 | 99,999557% | 479850 | 3 |
| 22/03/2020 | 99,999549% | 479850 | 3 |
| 23/03/2020 | 99,999540% | 479850 | 3 |
| 24/03/2020 | 99,999532% | 479850 | 3 |
| 25/03/2020 | 99,999522% | 479850 | 3 |
| 26/03/2020 | 99,999513% | 479850 | 3 |
| 27/03/2020 | 99,999503% | 479850 | 3 |
| 28/03/2020 | 99,999492% | 479850 | 3 |
| 29/03/2020 | 99,999482% | 479850 | 3 |
| 30/03/2020 | 99,999470% | 479849 | 4 |
| 31/03/2020 | 99,999459% | 479849 | 4 |
| 1/04/2020 | 99,999446% | 479849 | 4 |
| 2/04/2020 | 99,999434% | 479849 | 4 |
| 3/04/2020 | 99,999421% | 479849 | 4 |
| 4/04/2020 | 99,999407% | 479849 | 4 |
| 5/04/2020 | 99,999392% | 479849 | 4 |
| 6/04/2020 | 99,999378% | 479849 | 4 |
| 7/04/2020 | 99,999362% | 479849 | 4 |
| 8/04/2020 | 99,999346% | 479849 | 4 |
| 9/04/2020 | 99,999329% | 479849 | 4 |
| 10/04/2020 | 99,999312% | 479849 | 4 |
| 11/04/2020 | 99,999294% | 479849 | 4 |
| 12/04/2020 | 99,999275% | 479849 | 4 |
| 13/04/2020 | 99,999255% | 479849 | 4 |
| 14/04/2020 | 99,992340% | 479849 | 4 |
| 15/04/2020 | 0,999992% | 479848 | 5 |
| 16/04/2020 | 99,999191% | 479848 | 5 |
| 17/04/2020 | 99,999168% | 479848 | 5 |
| 18/04/2020 | 99,999144% | 479848 | 5 |



Departamento de Matemáticas

eherrera@javeriana.edu.co

| 19/04/2020 | 99,999119% | 479848 | 5 |
|------------|------------|--------|----|
| 20/04/2020 | 99,999093% | 479848 | 5 |
| 21/04/2020 | 99,999065% | 479848 | 5 |
| 22/04/2020 | 99,999037% | 479848 | 5 |
| 23/04/2020 | 99,999008% | 479848 | 5 |
| 24/04/2020 | 99,998977% | 479847 | 6 |
| 25/04/2020 | 99,998945% | 479847 | 6 |
| 26/04/2020 | 99,998912% | 479847 | 6 |
| 27/04/2020 | 99,998878% | 479847 | 6 |
| 28/04/2020 | 99,998842% | 479847 | 6 |
| 29/04/2020 | 99,998805% | 479847 | 6 |
| 30/04/2020 | 99,998766% | 479847 | 6 |
| 1/05/2020 | 99,998743% | 479847 | 6 |
| 2/05/2020 | 99,998702% | 479847 | 6 |
| 3/05/2020 | 99,998659% | 479847 | 6 |
| 4/05/2020 | 99,998615% | 479846 | 7 |
| 5/05/2020 | 99,998569% | 479846 | 7 |
| 6/05/2020 | 99,998521% | 479846 | 7 |
| 7/05/2020 | 99,998471% | 479846 | 7 |
| 8/05/2020 | 99,998419% | 479845 | 8 |
| 9/05/2020 | 99,998365% | 479845 | 8 |
| 10/05/2020 | 99,998309% | 479845 | 8 |
| 11/05/2020 | 99,998251% | 479845 | 8 |
| 12/05/2020 | 99,998191% | 479844 | 9 |
| 13/05/2020 | 99,998126% | 479844 | 9 |
| 14/05/2020 | 99,998061% | 479844 | 9 |
| 15/05/2020 | 99,997992% | 479843 | 10 |
| 16/05/2020 | 99,997921% | 479843 | 10 |
| 17/05/2020 | 99,997847% | 479843 | 10 |
| 18/05/2020 | 99,997777% | 479842 | 11 |
| 19/05/2020 | 99,997689% | 479842 | 11 |
| 20/05/2020 | 99,997606% | 479842 | 11 |
| 21/05/2020 | 99,997519% | 479841 | 12 |
| 22/05/2020 | 99,997429% | 479841 | 12 |
| 23/05/2020 | 99,997335% | 479840 | 13 |
| 24/05/2020 | 99,997237% | 479840 | 13 |
| 25/05/2020 | 99,997136% | 479839 | 14 |
| 26/05/2020 | 99,997031% | 479839 | 14 |
| | | | |

Departamento de Matemáticas

eherrera@javeriana.edu.co

| 27/05/2020 | 99,996921% | 479838 | 15 |
|------------|------------|--------|----|
| 28/05/2020 | 99,996805% | 479838 | 15 |
| 29/05/2020 | 99,996686% | 479837 | 16 |
| 30/05/2020 | 99,996562% | 479837 | 16 |

En la tabla se ven el porcentaje de la población que no se ha infectado , la cantidad de personas sanas y las personas infectadas en el periodo del 20 de marzo del 2020 al 30 de mayo del 2020.

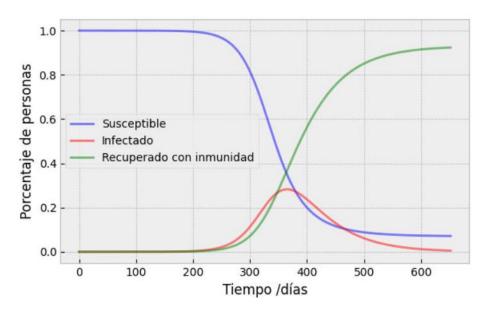
Tabla de solución del mes de marzo 20 – abril 20

2. Con base en la solución anterior realice **una** gráfica de la **proyección** del número de susceptibles, infectados y recuperados desde el inicio de la pandemia, del 20 de marzo de 2020 hasta el 1 de enero de 2022.



Departamento de Matemáticas

eherrera@javeriana.edu.co



3. Determine la cantidad máxima aproximada de infectados en relación con la población total y en qué fecha aproximadamente se espera esto.

La cantidad máxima de infectados será aproximadamente 365, día 20 de marzo de 2021 con un aproximado de 135585.2 infectados.

4. Determine el porcentaje de la población que llegaría a infectarse y el porcentaje de recuperación

Para la obtención de esta información realizamos un algoritmo que busca los mayores valores en los datos del modelo SIR.

La cantidad de población que llegará a infectarse será del 0.282556% esto ocurrirá aproximadamente en el día 365 del estudio que será el 20 de marzo de 2021. Y la cantidad total de gente que se recuperará o generará inmunidad será del 0.923481% de la población, esto ocurrirá el día 652 del estudio.

5. Se dice que una situación epidémica controlada será cuando: $\frac{\gamma}{\beta C} > \frac{S}{N}$ determine en que instantes del tiempo la situación está controlada.

$$\frac{0.021}{1.5 \cdot 0.06} = 0.23333...$$
 $\frac{\gamma}{C\beta}$

$$\frac{479853 \cdot 0.23}{1} = 110366.19$$

$$\frac{N \cdot \left(\frac{\gamma}{C\beta}\right)}{1}$$

Departamento de Matemáticas

eherrera@javeriana.edu.co

La situación epidémica será controlada cuando la cantidad de personas susceptibles sea menor a 110366, esto sucederá el día 391 del estudio.

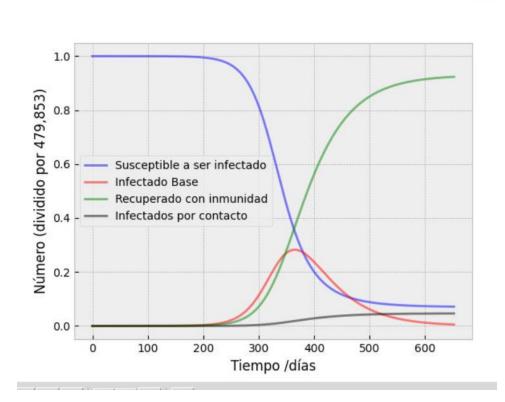
6. El número básico de reproducción $R_0=\frac{\beta}{\gamma}$ es un indicador relevante en salud pública porque expresa la potencia de contagio. Encuentre la solución para cuando $\beta=\gamma$ como para cuando $\beta>\gamma$ e interprete la solución a la luz de los valores de R_0 para los casos (asigne valores a los parámetros).

SOLUCION

7. El número efectivo de reproducción $R_e(t)=\frac{\beta CS(t)}{\gamma N}$ se define como la cantidad de individuos susceptibles que pueden llegar a ser infectados por un individuo en un momento específico cuando toda la población no es susceptible. Con base en la solución numérica de S(t) interpole y estime y grafique $R_e(t)$ para los primeros 60 días

SOLUCION Y GRAFICA

8. Encuentre la solución del sistema de ecuaciones para $R_e(t)=1.5$ grafique e interprete la solución





Departamento de Matemáticas

eherrera@javeriana.edu.co

9. Simular el progreso de la pandemia en Santa Marta (para el periodo entre el 20 de marzo y el 30 de mayo de 2020) suponiendo un margen de error al inicio de la pandemia tal que el número de infectados y recuperados en ese momento fuera I (0) =14/N, R (0) =7/N y considere esta solución exacta.

TABLA DE LOS PRIMEROS 30 DIAS Y GRAFICA DE SOLUCION PARA EL PERIODO PARA EL PERIODO ENTRE EL 20 DE MARZO Y EL 30 DE MAYO DE 2020

10. Determine el error relativo en los primeros 10 días, el error absoluto medio (EAM) asumiendo que esta solución es la exacta y la primera solución es la aproximada y la estabilidad numérica de la solución numérica.

TABLA DE ERRORES Y GRAFICA DE LOS ERRORES PARA CUANDO $R_e(t) = 1.001; 1.5; 1.9; 2.5$