Taller 2 Grupo 2

David Alejandro Castillo Chíquiza
Sergio Esteban Triana Bobadilla
David Alejandro Antolínez Socha

20 de septiembre de 2021

1. Punto 2

1.1. Enunciado

Dado el sistema lineal de la forma $AX = b$ donde la matriz de coeficientes esta dado por:

a) Si $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix}$, es diagonalmente dominante.

b) Calcule el radio espectral $\rho(\lambda)$ de la matriz de transición por el método de Gauss-Seidel.

c) Utilice el método Gauss-Seidel para aproximar la solución con una tolerancia de 10^{-16}, determine el numero de iteraciones. Tenga en cuenta que

$$b = \begin{bmatrix} 0{,}254 \\ -1{,}425 \\ 2{,}978 \end{bmatrix}$$

d) Que pasa con la solución anterior si $a_{13} = -2$ explique su respuesta.

e) Evalué matriz de transición del método **SOR** y determine varias soluciones aproximadas, para 10 valores de w. Utilice una tolerancia de 10^{-5}.

1.2. Solución

b) El radio espectral es supremo de los valores absolutos dentro del espectro de una matriz El proceso que se aplica para hallar este valor es el siguiente: Suponiendo una matriz A, a la cual se descompondrá en 3 matrices, la matriz con su diagonal, la matriz con la triangular inferior y la matriz con la triangular superior.
lo siguiente que se realiza es hallar una matriz U restando la matriz de la diagonal a la matriz de la triangular superior, con esa matriz U se hace

producto punto con la inversa de la matriz de la diagonal inferior y U y ese resultado se halla el máximo valor absoluto del espectro de la matriz.

```
import numpy as np

# INGRESO
A = np.array([[4,3,0],
              [3,4,-1],
              [0,-1,4]])

B = np.array([0.254,-1.425,2.978])

diagonal = np.array([[4,0.,0.],
                     [0.,4,0.],
                     [0.,0.,4]])

superior = np.array([[4.,3,0.],
                     [0.,4,-1],
                     [0.,0.,4]])

inferior = np.array([[4,0.,0.],
                     [3,4,0.],
                     [0.,-1,4]])

U = superior - diagonal

M = np.dot(np.linalg.inv(inferior),U);M

np.linalg.eigvals(M)

print(np.max(abs(np.linalg.eigvals(M))))
```

```
EL resultado del radio espectral es:  0.625
```

c) Al aproximar la solución por el método de Gauss-Sediel la solución es la siguiente:

```
# Gauss-Seidel
tamano = np.shape(A)
n = tamano[0]
m = tamano[1]
# valores iniciales
X = np.copy(X0)
diferencia = np.ones(n, dtype=float)
errado = 2*tolera



itera = 0
while not(errado<=tolera or itera>iteramax):
    # por fila
    for i in range(0,n,1):
        # por columna
        suma = 0
        for j in range(0,m,1):
            # excepto diagonal de A
            if (i!=j):
                suma = suma-A[i,j]*X[j]

        nuevo = (B[i]+suma)/A[i,i]
        diferencia[i] = np.abs(nuevo-X[i])
        X[i] = nuevo
    errado = np.max(diferencia)
    itera = itera + 1



# Respuesta X en columna
X = np.transpose([X])



# revisa si NO converge
if (itera>iteramax):
    X=0
# revisa respuesta
verifica = np.dot(A,X)



# SALIDA
print('respuesta X: ')
print(X)
print('verificar A.X=B: ')
print(verifica)
```

```
respuesta X:
[[ 0.499     ]
 [-0.58066667]
 [ 0.59933333]]
verificar A.X=B:
[[ 0.254]
 [-1.425]
 [ 2.978]]
```

Al final se hace la verificación, con el fin de corroborar que la solución si está correcta.

d) Al aplicar el cambio dado $A_{13} = -2$, el resultado es el siguiente:

```
respuesta X:
[[ 1.09833333]
 [-1.06013333]
 [ 0.47946667]]
verificar A.X=B:
[[ 0.254]
 [-1.425]
 [ 2.978]]
```

podemos ver que con el cambio tenemos que la solución varía pasando de (0.499,-0.58066667,0.59933333) a (1.0983333,-1.06013333,0.47946667)

e)

2. Punto 7

2.1. Enunciado

Dada la matriz A (del punto 1) Verificar si:

i. Se puede descomponer de la forma LU, entonces utilice el resultado para resolver el sistema, teniendo en cuenta que la máquina admite cuatro dígitos significativos; ¿cómo afecta esto la respuesta?

2.2. Solución

3. Punto 10

3.1. Enunciado

Dado un sistema de ecuaciones no lineales, implemente el método de Newton Multivariado (es decir para varias variables) para resolver el problema:

Determinar la intersección dela circunferencia $x^2 + y^2 = 1$ y la recta $x = y$. Usamos una aproximación lineal $(1, 1)$.

3.2. Solución

Implementación del metodo de Newton Multivariado:

```
import numpy as np
import sympy as sp

def newton(F, V, U):
    n=len(F)
    J=np.zeros([n,n],dtype=sp.Symbol)
    T=list(np.copy(F))

    for i in range(n):
        for j in range(n):
            J[i][j]=sp.diff(F[i],V[j])
    for i in range(n):
        for j in range(n):
            for k in range(n):
                J[i][j]=J[i][j].subs(V[k],float(U[k]))
    for i in range(n):
        for j in range(n):
            T[i]=T[i].subs(V[j],float(U[j]))
    J=np.array(J,float)
    T=np.array(T,float)
    U=U-np.dot(np.linalg.inv(J),T)
    return U
```

Resultados de la implementación:

```
[x,y]=sp.symbols('x,y')
f=x**2+y**2-1
g=y-x
F=[f,g]
V=[x,y]
U=[1,1]


U=newton(F,V,U);print("Iteración 1: ");print(U)
U=newton(F,V,U);print("Iteración 2: ");print(U)
U=newton(F,V,U);print("Iteración 3: ");print(U)
U=newton(F,V,U);print("Iteración 4: ");print(U)
```

✓ 1.6s

```
Iteración 1:
[0.75 0.75]
Iteración 2:
[0.70833333 0.70833333]
Iteración 3:
[0.70710784 0.70710784]
Iteración 4:
[0.70710678 0.70710678]
```

Verficación en WolframAlpha:

WolframAlpha computational intelligence.

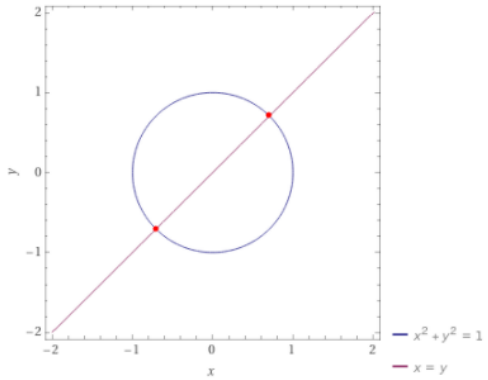
x^2+y^2=1, x=y

NATURAL LANGUAGE | MATH INPUT | EXTENDED KEYBOARD | EXAMPLES | UPLOAD | RANDOM

Input

$\{x^2 + y^2 = 1, x = y\}$

Plot of solution set



Solutions | Approximate forms

$x = -\frac{1}{\sqrt{2}}, \quad y = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$x = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad y = \frac{1}{\sqrt{2}}$

WolframAlpha computational intelligence.

1/sqrt(2)

NATURAL LANGUAGE | MATH INPUT | EXTENDED KEYBOARD | EXAMPLES | UPLOAD | RANDOM

Input

$\frac{1}{\sqrt{2}}$

Decimal approximation | More digits

0.707106781186547524400844362104849039284835937688474036588339868 9

...