CINEMATICA DEL PUNTO

È una parte della fisica che studia il moto dei corpi. Per punto materiale si intende un qualsiasi corpo le cui dimensioni sono trascurabili, e se ne considerano solo le traslazioni.

Coordinate $\rightarrow$ sono utili alla descrizione della posizione di un punto nello spazio, esistono due rappresentazioni principali:

$$\textbf{Cartesiane} \rightarrow \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \qquad \textbf{Polari} \rightarrow \begin{cases} r = r(t) \\ \Theta = \Theta(t) \end{cases}$$

Voglio studiare la traiettoria del punto materiale tramite 3 grandezze fondamentali, cioè Spazio, Velocità e Grandezza.

Velocità Media $\rightarrow$ è la rapidità con cui avviene lo spostamento tra due punti nello spazio in un intervallo di tempo:

$$\mathbf{v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}}$$

Velocità Istantanea $\rightarrow$ è la rapidità con cui avviene lo spostamento in un punto esatto dello spazio:

$$\mathbf{v(t) = x'(t)}$$

<u>DIM</u>: $v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$.

MOTO RETTILINEO

In un qualsiasi moto rettilineo, conoscendo la posizione iniziale x_0 e la velocità istantanea $v(t)$ è possibile calcolare lo spazio percorso, cioè:

$$\mathbf{x = x_0 + \int_{t_0}^{t} v(t) dt}$$

<u>DIM</u>: $dx(t) = v(t)\, dt \implies \int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} v(t)\, dt \implies$
$x - x_0 = \int_{t_0}^{t} v(t)\, dt \implies x = x_0 + \int_{t_0}^{t} v(t)\, dt$

Questo permette di stabilire anche una relazione tra velocità media e istantanea, cioè:

$$\mathbf{v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1}{t - t_0} \int_{t_0}^{t} v(t)\, dt}$$

MOTO RETTILINEO UNIFORME

È caratterizzato dalla velocità costante in ogni momento, cioè: $v(t) = v_m = c$. Questo implica che $x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} v\, dt$ permettendomi di descrivere il moto con una **legge oraria**:

$$\mathbf{x(t) = x_0 + v(t - t_0)}$$

MOTO ACCELLERATO

È un moto in cui $v(t)$ varia nel tempo. Definisco quindi l'accelerazione come:

$$\mathbf{a_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}} \quad \text{e} \quad \mathbf{a(t) = \frac{dv(t)}{dt}}$$

È quindi possibile ricavare la velocità $v(t)$ tramite l'accelerazione, infatti:

$$\mathbf{v(t) = v(t_0) + \int_{t_0}^{t} a(t)\, dt}$$

<u>DIM</u>: $a(t) = v(t)\, dt \implies \int_{t_0}^{t} a(t)\, dt = \int_{v_0}^{v} dv \implies$
$v(t) - v(t_0) = \int_{t_0}^{t} a(t)\, dt \implies v(t) = v_0 + \int_{t_0}^{t} a(t)\, dt$

L'accelerazione può anche essere descritta in funzione della posizione, come segue:

$$a(t) = \frac{d\, v(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\, x(t)}{dt}\right) = \ddot{x}(t).$$

MOTO RETTILINEO UNIFORM. ACCELERATO

È un moto rettilineo con accelerazione costante. Quindi avremo che la velocità è $v(t) = v_0 + a(t - t_0)$. Anche in questo caso è possibile descrivere il moto con una **legge oraria**:

$$\mathbf{x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a(t - t_0)^2}$$

<u>DIM</u>: $x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} [v_0 + a(t - t_0)]\, dt =$
$= x_0 + \int_{t_0}^{t} v_0\, dt + \int_{t_0}^{t} a(t - t_0)\, dt =$
$= x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a(t - t_0)^2$

MOTO VERTICALE

Trascurando l'attrito dell'aria, il un corpo che cade in vicinanza della superficie terrestre ha un'accelerazione $a = -g = -9.8\, ms^{-2}$. Essendo a costante, questo può essere considerato un moto rettilineo uniform. accelerato.

Corpo in Caduta $\rightarrow$ Punto materiale lasciato cadere da un'altezza h, con $v_0 = 0$ e $t_0 = 0$. Si ha che:

$$\mathbf{v(t) = -gt} \qquad \mathbf{x(t) = h - \frac{1}{2} g t^2}$$

Inoltre il tempo di caduta è $t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ mentre la velocità al suolo è $v_c = \sqrt{2gh}$.

Lancio Verso il Basso $\rightarrow$ Punto materiale lanciato da un'altezza h con velocità iniziale $v_0 = -v_1$. Si ha che:

$$\mathbf{v(t) = -v_1 - gt} \qquad \mathbf{x(t) = h - v_1 t - \frac{1}{2} g t^2}$$

Inoltre il tempo di caduta è $t_c = -\frac{v_1}{g} + \sqrt{\frac{v_1^2}{g^2} + \frac{2h}{g}}$ mentre la velocità al suolo è $v_c = \sqrt{v_1^2 + 2gh}$.

Lancio Verso l'Alto $\rightarrow$ Punto materiale lanciato dal suolo verso l'alto con velocità iniziale $v_0 = v_2$. Si ha che:

$$\mathbf{v(t) = v_2 - gt} \qquad \mathbf{x(t) = v_2 t - \frac{1}{2} g t^2}.$$

Il punto materiale si ferma all'istante $t_m = \frac{v_2}{t}$ e nella posizione $x_m = x(t_m) = \frac{v_2^2}{2g}$. Per quanto riguarda la fase di discesa, il tempo di caduta è $t_c = \sqrt{\frac{2x_m}{g}} = t_m$ mentre la durata complessiva del moto è $2t_m = \frac{2v_2}{g}$.
