



Penerapan Metode Trapesium , Metode Simpson 1/3, dan Metode Simpson 3/8 Dalam Integrasi Numerik Menggunakan Software Matlab

Bes Hendi Rio Pardede^{1*}, Bunga Diviya Kusfa², Lauren Teresia Tamba³

¹⁻³Universitas Negeri Medan, Indonesia

beshendi03@gmail.com^{1*}, bungadiviyaakusfa@gmail.com², laurenteresiatamba@gmail.com³

Alamat: Jalan William Iskandar Ps. V, Kenangan Baru, Kec. Sei Tuan, Kabupaten Deli Serdang, Sumatera Utara 20371

Korespondensi penulis: laurenteresiatamba@gmail.com*

Abstract. Numerical integration is a method used to calculate the integral of functions that cannot be integrated analytically. Several methods that are often used in numerical integration include that Simpson 1/3 method, Simpson 3/8 method, and the Trapezoidal method. This research aims to apply and compare the accuracy and efficiency of the third method in solving various types of integral functions using computing software. With the help of software such as MATLAB and Python, the precision of the results obtained from each method is analyzed and compared with analytical solutions (if available) or approximate integral value estimates. The results show that the Simpson 3/8 method tends to be more accurate for more complex functions than the Simpson 1/3 and Trapezoid method. However, the Trapezoidal method has advantages in computational speed and algorithm simplicity. This study provides important insights for computing software users in selecting appropriate numerical integration methods based on function complexity and accuracy requirements.

Keywords: Numerical integration, Simpson 1/3 method, Simpson 3/8 method, Trapezoidal method, Software computing.

Abstrak: Integrasi numerik merupakan salah satu metode yang digunakan untuk menghitung integral dari fungsi yang tidak dapat diintegrasikan secara analitik. Beberapa metode yang sering digunakan dalam integrasi numerik antara lain adalah metode Simpson 1/8, Simpson 3/8, dan metode Trapesium. Penelitian ini bertujuan untuk menerapkan dan membandingkan akurasi serta efisiensi dari ketiga metode tersebut dalam penyelesaian berbagai jenis fungsi integral menggunakan software komputasi. Dengan bantuan perangkat lunak seperti MATLAB dan Python, ketepatan hasil yang diperoleh dari masing-masing metode dianalisis dan dibandingkan dengan solusi analitik (jika tersedia) atau estimasi nilai integral yang mendekati. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode Simpson 3/8 cenderung lebih akurat untuk fungsi yang lebih kompleks dibandingkan metode Simpson 1/3 dan Trapesium. Namun, metode Trapesium memiliki keunggulan dalam kecepatan komputasi dan kesederhanaan algoritma. Studi ini memberikan wawasan penting bagi pengguna software komputasi dalam memilih metode integrasi numerik yang sesuai berdasarkan kompleksitas fungsi dan kebutuhan akurasi.

Kata kunci Integrasi numerik, Metode Simpson 1/3, Metode Simpson 3/8, Metode Trapesium, Software Komputasi.

1. LATAR BELAKANG

Metode integrasi numerik merupakan pendekatan aproksimatif yang digunakan untuk memperkirakan nilai integral suatu fungsi secara numerik. Pendekatan ini diterapkan terutama pada fungsi-fungsi yang sulit atau tidak dapat diintegrasikan secara analitis. Sedangkan dalam integrasi numerik, pendekatan, pendekatan matlab untuk memperkirakan hasil integral dari fungsi numerik pada suatu interval tertentu.

Metode numerik pada aturan trapezium digunakan untuk mengestimasi integral dari suatu fungsi yang sulit atau tidak dapat diintegrasikan secara analitis. Kemudian, hasil akhir

dari integral tak wajar tipe I dan tipe II dihitung menggunakan aturan trapezium sehingga diperoleh penyelesaian integral tak wajar secara numerik.

Metode trapesium merupakan teknik dalam perhitungan integral tertentu secara numerik. Metode ini bekerja dengan mengaproksimasi daerah bawah grafik fungsi $f(x)$ sebagai trapezium dengan lebar yang sama, kemudian menghitung luas setiap trapezium dan menjumlahkannya untuk mendapatkan pendekatan nilai integral. Metode ini didasarkan pada ide bahwa luas daerah di bawah kurva dapat dihitung dengan menghitung luas trapezium yang dibentuk oleh kurva dan garis-garis tegak lurus dari setiap titik bagiannya.

Aturan Simpson merupakan salah satu metode numerik yang digunakan untuk mengevaluasi integral tertentu. Biasanya, untuk menemukan integral tertentu, kita menggunakan teorema dasar kalkulus, di mana kita harus menerapkan teknik antiturunan, dari integrasi. Namun, terkadang, tidak mudah untuk menemukan antiturunan dari integral, seperti dalam eksperimen ilmiah, dimana fungsi harus ditentukan dari pembacaan yang diamati.

Pada metode Simpson 1/3 digunakan untuk mencari perkiraan integral dengan menggunakan parabola untuk memperkirakan kurva. Sedangkan, metode Simpson 3/8 lebih akurat daripada metode standar karena menggunakan satu nilai fungsional lagi metode simpson 3/8 dapat digunakan untuk n subinterval kelipatan 3, baik ganjil maupun genap.

2. KAJIAN TEORITIS

Integral tertentu menangani perhitungan integral diantara batas-batas integral yang telah ditentukan, yang biasanya dinyatakan sebagai berikut:

$$\int_{x=a}^{x=b} f(x)dx = F(x)|_{x=a}^{x=b} = F(b) - F(a).$$

Secara Geometri, nilai dari integral tertentu $\int_{x=a}^{x=b} f(x)dx$ sama dengan luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = f(x)$, garis $x = a$ dan garis $x = b$.

Untuk menghitung integral dari fungsi yang cukup rumit, jelas sulit untuk diselesaikan dengan metode-metode integrasi yang sederhana, dan hanya bisa dihitung dengan metode numerik.

Demikian pula untuk fungsi yang ditabulasikan, yaitu fungsi yang dinilai dari x dan $f(x)$ pasangannya diberikan pada sejumlah titik diskrit dan pada umumnya fungsi $f(x)$ tidak diketahui secara eksplisit, fungsi seperti ini sering dijumpai pada data hasil eksperimen di laboratorium atau berupa data pengamatan di lapangan. Untuk menghitung integral dari fungsi yang ditabulasikan seperti ini harus dikerjakan secara Numerik.

Untuk menghitung integral tertentu dari $\int_{x=a}^{x=b} f(x)dx$ ada banyak metode, yang ada pada artikel ini akan digunakan metode Trapezium, metode Simpson 1/3, metode Simpson 3/8.

3. METODE PENELITIAN

Pelaksanaan penelitian ini dilakukan dengan tahapan-tahapan sebagai berikut:

- Menyiapkan sejumlah fungsi $f(x)$ yang akan diintegrasikan dengan batas integral tertentu, yang akan diintegrasikan dengan menggunakan metode-metode yang akan diteliti yaitu metode: Trapezium, Simpson 1/3, Simpson 3/8.
- Mengimplementasi metode-metode yang akan dikaji, yaitu metode: Trapezium, Simpson 1/3, Simpson 3/8.
- Melakukan eksperimen terhadap metode-metode tersebut yaitu dengan cara menghitung integral dari fungsi dan batas integral dengan menggunakan software matlab.
- Melakukan evaluasi terhadap hasil-hasil uji coba yang dilakukan, yaitu dengan cara menghitung hasil integral yang didapat dari metode-metode yang digunakan dengan software matlab yang digunakan untuk melakukan evaluasi kinerja dari metode-metode tersebut pada akurasi penyelesaian numerik.

Penggunaan software matlab bertujuan untuk mengetahui hasil iterasi yang didapat dari hasil umum metode Trapezium, Simpson 1/3, Simpson 3/8 dan hasil besaran galat hasil metode Trapezium, Simpson 1/3, Simpson 3/8 dengan software matlab. Penulis Mengimplementasikan metode Trapezium, Simpson 1/3, Simpson 3/8 pada software matlab. Penulis mensimulasikan contoh integrasi numerik dengan bantuan software matlab untuk mempermudah dalam memperoleh hasil yang lebih akurat terhadap nilai eksak dari metode Trapezium, Simpson 1/3, Simpson 3/8.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada penelitian ini diberikan sejumlah soal integral tertentu yang bisa diselesaikan secara analitik dan diterapkan juga pada software matlab untuk memperoleh perbandingan galat dari perbandingan kedua hasil yaitu secara analitik dan matlab Berikut ini soal-soalnya:

1. Metode Trapezium

Gunakan metode trapesium satu pias untuk menghitung $I = \int_0^4 e^x dx$

Penyelesaian:

Bentuk integral diatas dapat diselsaikan secara analitis:

$$I = \int_0^4 e^x dx = [e_x]_0^4 = 53,598150$$

Hitungan integral numerik dilakukan dengan metode trapesium:

$$I \approx (b-a) \frac{f(a)+f(b)}{2} = (4-0) \frac{e^0+e^4}{2} = 111,1963$$

Kesalahan relative terhadap nilai eksak:

$$\xi = \frac{53,598150-111,1963}{53,598150} \times 100\% = -107,46\%$$

Terlihat bahwa metode ini memberikan kesalahan sangat besar (lebih dari 100%)

2. Metode Simpson 1/3

Gunakan aturan simpson 1/3 untuk menghitung $I = \int_0^4 e^x dx$

Penyelesaian:

Dengan menggunakan aturan simpson 1/3 dengan satu pias, maka:

$$I = \frac{b-a}{6} (f(a) + 4f(c) + f(b)) = \frac{4-0}{6} (e^0 + 4e^2 + e^4) = 56,7696$$

Kesalahan relatif terhadap nilai eksak:

$$\xi = \frac{53,598150-56,7696}{53,598150} \times 100\% = 5,917\%$$

3. Metode Simpson 3/8

Gunakan aturan simpson 3/8 untuk menghitung $I = \int_0^4 e^x dx$

Penyelesaian:

Dengan menggunakan aturan simpson 3/8 dengan satu pias, maka:

$$I = \frac{b-a}{8} [f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + f(x_3)]$$

$$I = \frac{4-0}{8} [e^0 + 3e^{1,3333} + 3e^{2,6667} + e^4] = 55,07798$$

Kesalahan relatif terhadap nilai eksak:

$$\xi = \frac{53,598150-55,07798}{53,598150} \times 100\% = -2,761\%$$

Simulasi Numerik

Berdasarkan formula pengintegralan numerik dengan metode Trapesium, Simpson 1/3, Simpson 3/8 dilakukan simulasi numerik dengan menggunakan software MATLAB pada contoh soal integrasi numerik untuk membandingkan nilai solusi eksak dan solusi numeriknya

a. Simulasi Metode Trapezium

Coding Matlab

```

1 % Definisikan batas-batas integral
2 a = 0; % batas bawah
3 b = 4; % batas atas
4
5 % Definisikan fungsi f(x) = exp(x)
6 f = @(x) exp(x);
7
8 % Hitung nilai eksak integral secara analitis
9 I_analitis = exp(b) - exp(a);
10
11 % Hitung dengan metode trapezium satu pias
12 I_trapesium = (b - a) * (f(a) + f(b)) / 2;
13
14 % Hitung kesalahan relatif terhadap nilai eksak
15 error_rel = (I_analitis - I_trapesium) / I_analitis * 100;
16
17 % Tampilkan hasil

```

```

MATLAB DriveIntegralNumerik1.m
17 % Tampilkan hasil
18 fprintf('Nilai eksak integral: %.6f\n', I_analitis);
19 fprintf('Nilai dengan metode trapezium: %.6f\n', I_trapesium);
20 fprintf('Kesalahan relatif: %.2f%%\n', error_rel);

```

Hasil Iterasi

```

Command Window

>> IntegralNumerik1
Nilai eksak integral: 53.598150
Nilai dengan metode trapezium: 111.196300
Kesalahan relatif: -107.46%
>>

```

b. Simulasi Metode Simpson 1/3

Coding Matlab

```

1 % Batas integral
2 a = 0; % batas bawah
3 b = 4; % batas atas
4
5 % Fungsi yang akan diintegrasikan
6 f = @(x) exp(x);
7
8 % Nilai tengah (c)
9 c = (a + b) / 2;
10
11 % Menghitung integral menggunakan aturan Simpson 1/3 dengan satu pias
12 I = (b - a) / 6 * (f(a) + 4 * f(c) + f(b));
13
14 % Menampilkan hasil
15 fprintf('Hasil integral dengan aturan Simpson 1/3 adalah: %.4f\n', I);
16
17 % Menghitung nilai eksak integral (untuk referensi)

```

```

16
17 % Menghitung nilai eksak integral (untuk referensi)
18 I_eksak = exp(b) - exp(a);
19
20 % Menghitung kesalahan relatif
21 epsilon = abs((I_eksak - I) / I_eksak) * 100;
22
23 % Menampilkan kesalahan relatif
24 fprintf('Kesalahan relatif terhadap nilai eksak adalah: %.3f%%\n', epsilon);

```

Hasil Iterasi

```
Command Window
>> Simpson13
Hasil integral dengan aturan Simpson 1/3 adalah: 56.7696
Kesalahan relatif terhadap nilai eksak adalah: 5.917%
>>
```

c. Simulasi Metode Simpson 3/8

Coding Matlab

```
#MATLAB Unversitas
1 % Fungsi yang ingin diintegrasikan
2 f = @(x) exp(x);
3
4 % Batas bawah dan atas integral
5 a = 0;
6 b = 4;
7
8 % Jumlah pias (dalam kasus ini, 1 pias)
9 n = 1;
10
11 % Lebar setiap pias
12 h = (b - a) / (3 * n);
13
14 % Titik-titik yang digunakan untuk menghitung nilai fungsi
15 x0 = a;
16 x1 = a + h;
17 x2 = a + 2 * h;
18
19 x2 = a + 2 * h;
20 x3 = b;
21
22 % Hitung nilai fungsi di setiap titik
23 f0 = f(x0);
24 f1 = f(x1);
25 f2 = f(x2);
26 f3 = f(x3);
27
28 % Hitung nilai integral dengan aturan Simpson 3/8
29 I = (b - a) / 8 * (f0 + 3 * f1 + 3 * f2 + f3);
30
31 % Tampilkan hasil
32 disp(['Nilai integral dengan aturan Simpson 3/8: ', num2str(I)])
33
34 % Hitung nilai eksak integral
35 I_eksak = exp(b) - exp(a);
36
37 #MATLAB Drive/Simpson38.m
38
39 % Hitung kesalahan relatif
40 error_relatif = (I - I_eksak) / I_eksak * 100;
41
42 % Tampilkan kesalahan relatif
43 disp(['Kesalahan relatif: ', num2str(error_relatif), '%'])
```

Hasil Iterasi

```
Command Window
>> Simpson38
Nilai integral dengan aturan Simpson 3/8: 55.0775
Kesalahan relatif: 2.76%
>>
```

Pembahasan

Dari hasil metode umum dan simulasi numerik dengan bantuan software MATHLAB terlihat bahwa diperoleh hasil yang sama yaitu

- Metode trapezium: nilai eksak 111,1963 dan nilai kesalahan relatif 107,46%
- Metode simpson 1/3: nilai eksak 56,7696 dan nilai kesalahan relatif 5,917%
- Metode simpson 3/8: nilai eksak 55,0775 dan nilai kesalahan relatif 2,761%

Penggunaan software MATHLAB pada penyelesaian soal metode metode: Trapezium, Simpson 1/3, Simpson 3/8.dapat mempermudah dalam memperoleh hasil iterasi dan galat dari

persoalan yang ada karena penggunaan software MATHLAB dapat mempercepat perolehan nilai eksak dan galat dari soal yang ada, meminimal kan keasalahan pada penyelesaian, dan penggunaan software MATHLAB juga dapat membantu memecahkan persoalan metode: Trapesium, Simpson 1/3, Simpson 3/8 yang tidak memungkinkan untuk dikerjakan secara manual.

5. KESIMPULAN

Dari hasil simulasi menggunakan software MATLAB, diperoleh bahwa:

1. Metode Trapesium: Meskipun sederhana dan cepat dalam komputasi, metode ini menghasilkan kesalahan relatif yang sangat besar, mencapai 107,46%, menunjukkan bahwa metode ini kurang akurat, terutama untuk fungsi yang kompleks.
2. Metode Simpson 1/3: Lebih akurat daripada metode Trapesium dengan kesalahan relatif sebesar 5,917%. Metode ini cukup baik dalam memberikan hasil yang mendekati solusi eksak.
3. Metode Simpson 3/8: Memiliki tingkat akurasi yang paling tinggi dengan kesalahan relatif hanya sebesar 2,761%, menjadikannya metode yang paling efektif untuk fungsi yang lebih kompleks dibandingkan dua metode lainnya.

Meskipun metode Trapesium unggul dalam hal kecepatan dan kesederhanaan, metode Simpson 3/8 lebih cocok digunakan untuk fungsi-fungsi yang memerlukan ketelitian tinggi. Penggunaan software MATLAB sangat membantu dalam mempercepat proses perhitungan, mengurangi kesalahan, dan memudahkan analisis galat dari hasil integrasi numerik.

6. DAFTAR REFERENSI

- Ermawati, Alwi, W., & Nursyamsi, M. (2017). Solusi integrasi numerik dengan metode Simpson (Simpson's rule) pada transformasi Hankel. *Jurnal MSA*, 5(01), 81-86.
- Firdaus, A., dkk. (2023). Analisis efisiensi integral numerik metode Simpson 1/3 dan Simpson 3/8 menggunakan program software berbasis Pascal. *Jurnal Teknologi Informatika dan Komputer*, 9(2), 1051-1064.
- Matani, C. D., dkk. (2013). Analisa menara air akibat gempa menggunakan solusi numerik integral Duhamel. *Jurnal Sipil Statik*, 1(4), 298-304.
- Meiliana, Prihandono, B., & Yudhi. (2024). Penyelesaian integral tak wajar secara numerik menggunakan metode trapesium. *Jurnal Bimaster*, 13(1), 81-88.
- Mulyono, dkk. (2022). Evaluasi dari metode: Trapesium, Simpson 1/3, Simpson 3/8, dan Newton Cotes orde 4-10 untuk menghitung integral tertentu secara numerik. *Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 13(3), 466-479.

- Samaray, S. (2022). Analisis solusi beberapa metode integrasi numerik berbasis Matlab mobile. Jurnal Seminar Nasional Corisindo, 233-238.
- Sandi, S., Helmi, & Yudhi. (2023). Solusi numerik persamaan integral Volterra jenis pertama menggunakan metode Simpson 1/3. Jurnal Bimaster, 12(5), 397-404.