

#### 2015 항공우주학회 춘계 학술대회

# 선형 교전기하를 고려한 스트랩다운 탐색기 기반 유도탄 안정성 해석

### *23 April 2015*

이석원\*, 이재호, 김유단(서울대학교), 엄태윤(ADD)

서울대학교 비행역학 및 제어 연구실



1	서론
2	시간지연에 의한 내부루프의 안정성
	YDADOOAX
3	교전기하를 고려한 안정성 분석
	<i>y</i>
4	수치 시뮬레이션
5	연구 요약 및 향후 연구계획
	1948



# I. 서론 (1/3)

#### 능동호밍 유도를 위한 탐색기 장착 방법

- 김벌형 탐색기(Gimbal seeker) : 탐색기가 김벌에 부착되어 표적의 정보를 동체자세와 독립적으로 추적하는 방식. 성능, 고해상도의 표적 추적이 가능함.
- 스트랩다운 탐색기(Strapdown seeker) : 동체에 부착된 탐색기를 이용하여 표적을 추적하는 방식.



Gimbal type seeker (AIM-9 Sidewinder)



Strapdown type seeker (SCC500L, BAE Systems)

- 스트랩다운 탐색기를 장착한 유도무기의 특징
  - 장점
    - 김벌형 탐색기에 비해 구조가 단순하고 내구성이 우수함.
    - 무게가 가볍고 가격 효율면에서 우수함.
  - 단점
    - 동체 부착으로 인한 잡음 및 외란에 민감, 시선각 추정에 따른 불안정성.
    - 저해상도, 관측 시야가 제한적



IV. 수치 시뮬레이션

### I. 서론 (2/3)

#### 기생루프(Parasitical loop)에 의한 안정성 분석

- 스트랩다운 탐색기 이용 유도조종루프 설계에서는 시선각 변화율을 얻기 위하여 동체각속도 정보를 사용하는 방법에 따라 다양한 합성 구조가 나타남.
- 정보 합성과정에서 시선각 변화율에 불필요한 자세각속도 정보 잉여항이 발생. 이에 의한 효과로 parasite effect 발생

#### Parasite effect 발생 요인에 따른 안정성 분석

- 1. 탐색기와 자이로의 신호 처리 속도 차이에 의한 효과
- 김태훈, 박봉균, 권혁훈, 김윤환, 탁민제, "스트랩다운 탐색기를 탑재한 유도탄의 안정성 해석." 한국항공우주학회지, 제 39권 제 4호, 2011 년, pp.332-340.
- S. Jang, et al, "Guidance Algorithms for Tactical Missiles with Strapdown Seeker," SICE Annual Conference, Tokyo, Japan, August 2008.
- 홍주현, 유창경, "스트랩다운 탐색기 기반 호밍루프 설계," 한국항공우주학회지, 제 42권 제4호, 2014년, pp. 317-325.

#### 2. 스케일 상수 오차에 의한 효과

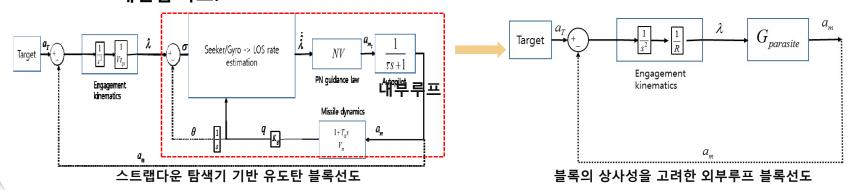
- W. Willman, "Effects of Strapdown Seeker Scale-Factor Uncertainty on Optimal Guidance," Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol.11, No. 3, 1988, pp.199-206.
- J. Song, et. al, "Precision Analysis of the Semi-Strapdown Homing Guided System," Journal of Aerospace Engineering, Vol.27, No.1, 2012, pp.151-167.
- Y. Du, Q. Xia, and T. Guo, "Study on Stability of Strapdown Seeker Scale Factor Error Parasitical Loop," International Conference on Computer, Mechatronics, Control and Electronic Engineering, Changchun, China, August 2010.
- 김태훈, 박봉균, 권혁훈, 김윤환, 탁민제, "스트랩다운 탐색기를 탑재한 유도탄의 안정성 해석." 한국항공우주학회지, 제 39권 제 4호, 2011 년, pp.332-340.
- 이창훈, "스트랩다운 영상탐색기를 장착한 유도 무기의 유도 법칙 설계 및 유도 루프 해석," KAIST 석사학위 논문, 2010.



### I. 서론 (3/3)

#### 연구 내용 및 기여도: 교전기하를 포함한 전체루프의 안정성

- 연구 목적: 기생루프 (Parasitical loop)의 안정성을 고려하여 파라미터를 설정하더라도 교전사항에서 Homing 말기에 급격한 기동, 또는 불안정 현상 발생 [김태훈, 2011]
  - → 고속 /기동 표적의 경우 교전 기하를 고려한 파라미터의 재설정 필요
- 연구 수행내용
  - 선행연구에서 분석한 <mark>내부루프의 안정성</mark> 을 토대로 외부루프의 폐회로를 구성. 교전기하를 고려한 안정성 분석 수행
- 기여도
  - 고전제어 기반 안정성 기반, 상대거리에 따른 stability criterion을 새로 제시.
  - 안정화 영역에 해당하는 거리와 시간을 계산, 고속 표적 타격 시나리오에 적합한 안정성 및 개선점 확보.



• 김태훈, 박봉균, 권혁훈, 김윤환, 탁민제, "스트랩다운 탐색기를 탑재한 유도탄의 안정성 해석." 한국항공우주학회지, 제 39권 제 4호, 2011년, pp.332-340.



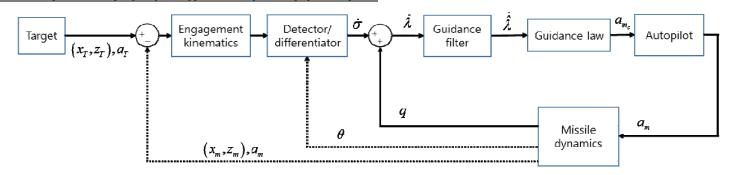
1 서론
------

- 2 시간지연에 의한 내부루프의 안정성
- 3 교전기하를 고려한 안정성 분석
- 4 수치 시뮬레이션
- 5 연구 요약 및 향후 연구계획



# Ⅱ. 시간지연에 의한 내부루프의 안정성(1/4)

### 스트랩다운 탐색기 기반 유도탄의 전체루프 구조



- 표적 정보(Target): 정지/ 저속 표적 (Stationary/ Slow moving)
- 관측각속도 추정을 위한 미분기/추정기 모델: High-pass filter

$$G_{filter} = \frac{s}{k\tau s + 1}$$

• 유도탄 운동방정식 : Constant turning rate을 고려한 전달함수

$$\frac{q}{a_m} = \frac{1 + T_\alpha s}{V_m}$$

• 자동조종장치: Time-lag model: (1st order)

$$\frac{a_{m_c}}{a} = \frac{1}{\tau s + 1}$$

• 유도법칙: 비례항법유도(PNG)

# Ⅱ. 시간지연에 의한 내부루프의 안정성(2/4)

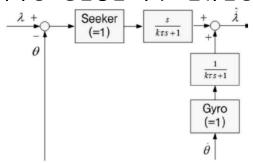
### 관측각속도 시간지연에 의한 기생효과(Parasite effect) 분석

• 이상적인 관측각과 시선각과의 관계

$$\lambda = \sigma + \theta$$

 $\lambda$ : Line of sight,  $\sigma$ =Look angle,  $\theta$  = Pitch angle

• 시선각 변화율을 위한 자이로와 탐색기의 정보융합방법: 각속도 단위 합성



정보융합방법: 각속도 합성

• 각속도 추정에 의한 시간지연 (센서/탐색기 동역학 무시)

$$\dot{\hat{\lambda}} = \frac{s}{k\tau s + 1} \sigma + \dot{\theta}$$

• 시선각으로 표현된 시선각 변화율 추정치

$$\dot{\hat{\lambda}} = \frac{1}{k\tau s + 1} \dot{\lambda} + \frac{k\tau s}{k\tau s + 1} \dot{\theta}$$

→ 시선각 추정식에 피치각속도 잉여항이 포함됨

### Ⅱ. 시간지연에 의한 내부루프의 안정성(3/4)

### 관측각속도 시간지연에 의한 기생효과(Parasite effect) 분석

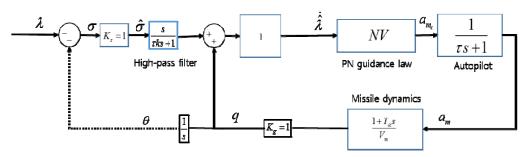
• 내부루프의 전달함수

$$\frac{a_n}{\dot{\lambda}} = \frac{NV_c}{(\tau s + 1)(k\tau s + 1) - \frac{NV_c}{V_M}(k\tau s)(1 + T_\alpha s)}$$

• 고전제어 이론을 이용한 (Routh 판별법) 안정성 영역

$$\begin{cases} \tau / T_{\alpha} > N \\ 1 > (N - 1)k \end{cases} \rightarrow N < \min \left( \tau / T_{\alpha}, \frac{k + 1}{k} \right)$$

- $\rightarrow$  루프의 안정화를 위해 자동조종장치의 반응을 느리게  $(\tau \uparrow)$  해야 함
- $\rightarrow$  루프의 안정화를 위해 관측각 미분기(High-pass filter)의 반응을 빠르게( $_k \downarrow$ ) 해야 함



관측각속도 시간지연이 반영된 내부루프

# Ⅱ. 시간지연에 의한 내부루프의 안정성(4/4)

### 관측각속도 시간지연에 의한 기생효과(Parasite effect) 수치 시뮬레이션

시뮬레이션 결과

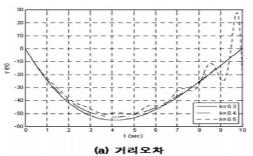
• 시뮬레이션 파라미터

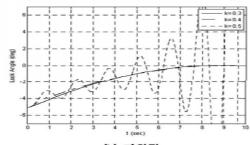
$$\tau: 1, N = 3 \text{ (Optimal gain )}, T_{\alpha} = 0.3$$

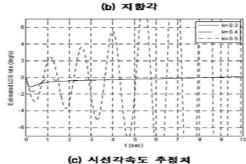
$$(x_T, y_T) = (3000, 1000), V_T = 0: \text{ stationary target}$$

$$(x_m, y_m) = (0, 1000), V_m = 0, \theta_0 = 5 \text{ deg}$$

- 시뮬레이션 시나리오: 미분기 시상수 변화 k: variable
- 결과: k 값을 증가시킬수록 (미분기 반응 느릴수록) 점차 반응 이 느려지고, k가 0.5일 때 루프가 불안정해짐







시뮬레이션 결과 (내부루프 안정성)

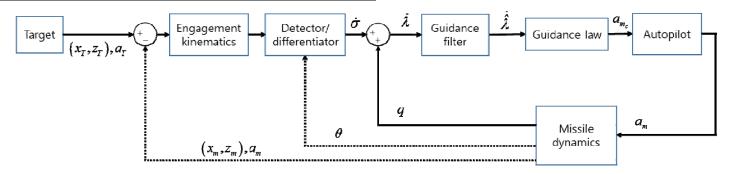
1	서론	
	Uma am a sec am	

- 2 시간지연에 의한 내부루프의 안정성
- **교전기하를 고려한 안정성 분석**
- 4 수치 시뮬레이션
- 5 연구 요약 및 향후 연구계획



# Ⅲ. 교전기하를 고려한 안정성 분석(1/4)

### 스트랩다운 탐색기 기반 유도탄의 전체루프 구조



스트랩다운 탐색기 기반 유도탄 루프 구조

- 표적 정보(Target): 고속 접근 탄도탄 궤적
- 교전기하모델(Engagement kinematics): 선형 교전기하
  - Small angle 가정에 의한 시선각

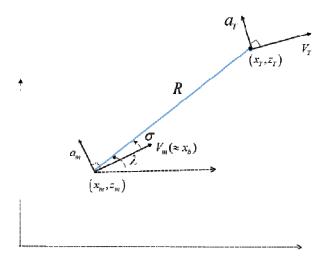
$$\lambda \simeq \frac{z}{R}$$

• 유도탄과 표적 사이 거리(Closed distance)

$$R = V(t_f - t) = Vt_{go}$$

Detection by seeker

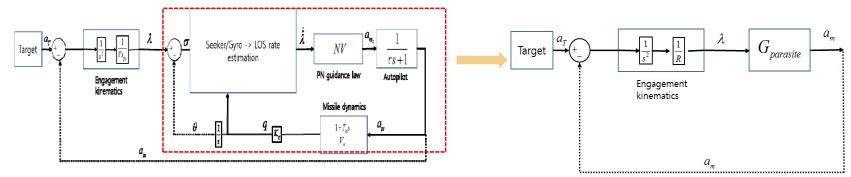
$$\sigma = \lambda - \theta$$



Engagement geometry

### Ⅲ. 교전기하를 고려한 안정성 분석(2/4)

#### 교전기하 및 내부루프를 고려한 전체폐회로 구성



스트랩다운 탐색기 기반 유도탄 블록선도

블록의 상사성을 고려한 외부루프 블록선도

IV. 수치 시뮬레이션

• 교전기하를 고려한 미분기 시간지연에 대한 외부루프의 전달함수

$$\frac{y_{miss\_dist}}{a_T(s)} = \frac{1}{s^2} \left( 1 - \frac{\frac{1}{s^2} \frac{1}{R} G_{parasite}}{1 + \frac{1}{s^2} \frac{1}{R} G_{parasite}} \right) = \frac{1}{s^2 + \frac{1}{R} G_{parasite}}$$

where

$$G_{parasite} = \frac{a_m(s)}{\lambda(s)} = \frac{NV_c s}{(\tau s + 1)(k\tau s + 1) - N(k\tau s)(1 + T_\alpha s)}$$

$$N = NV_c / V_m$$

 $y_{miss\ dist}$ :miss distance, R:distance,  $\tau$ :time constant(Autopilot)

k: time constant(filter),  $T_{\alpha}$ : turning constant

### Ⅲ. 교전기하를 고려한 안정성 분석(3/4)

#### 교전기하를 고려한 전체 폐회로의 안정성 분석

• 전달함수의 안정성을 판단하기 위한 특성방정식(Characteristic Equation)

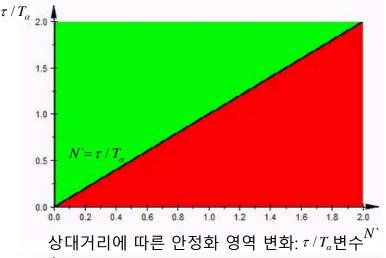
$$s^{2} + \frac{1}{R} \frac{NV_{c}s}{(\tau s + 1)(k\tau s + 1) - N(k\tau s)(1 + T_{\alpha}s)} = 0$$

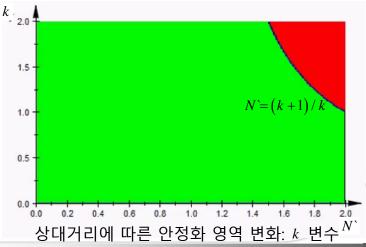
• 고전 제어이론을 이용한 안정화 영역

$$au/T_{lpha}>N$$
 내부루프에 의한 안정화 영역 
$$\left\{1+\left(1-N\right)k\right\}>\frac{1}{R}NV_{c}\left(\tau-NT_{lpha}\right)k$$
  $\frac{1}{R}NV_{c}>0$ 

• 일정 접근속도 (  $R=V_ct_{go}$ )를 고려한 불안정화 충돌 잔여시간

$$t_{go_{\text{unstable}}} = \frac{N(\tau - NT_{\alpha})k}{1 + (1 - N)k} = NT_{\alpha} \frac{-N + \frac{\tau}{T_{\alpha}}}{-N + (k+1)/k} = NT_{\alpha} \frac{-N + N_{1}}{-N + N_{2}}$$
where  $N_{1} = \frac{\tau}{T_{\alpha}}$ ,  $N_{2} = \frac{k+1}{k}$ 





### Ⅲ. 교전기하를 고려한 안정성 분석(4/4)

### 교전기하를 고려한 전체 폐회로의 안정성 분석

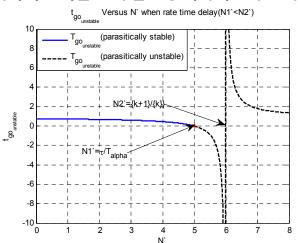
- where  $N_1 = \frac{\tau}{T_{\alpha}}, N_2 = \frac{k+1}{k}$
- 유효 이득 변화에 따른 충돌 잔여시간 안정한계 분석
- $N_1 < N_2$  경우: 내부루프에서 설정한 안정영역 내 에서는 유효이득이 증가할수록  $t_{go_{unstable}}$  감소함.

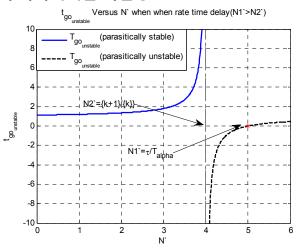
$$t_{go_{\text{unstable}}} \le t_{go}(0) = \frac{N\tau k}{k+1}$$

- → 유효이득을 안정영역 내에서 최대로 증가시켜 불안정 지속시간을 줄일 수 있음
- $N_1 > N_2$  경우: 유효이득이 증가할수록  $t_{go_{unstable}}$  발산함.

$$\frac{N\tau k}{k+1} \le t_{go_{\text{unstable}}} \to \infty$$

→ 유효이득의 크기를 줄여 불안정 지속시간이 줄어들도록 파라미터를 재설정





유효이득 변화(목표물 속도)에 따른 충돌 잔여시간 안정한계 변화

1	서론
	(14964)
2	시간지연에 의한 내부루프의 안정성
3	교전기하를 고려한 안정성 분석
	$\chi_L$
4	수치 시뮬레이션
5	연구 요약 및 향후 연구계획



# IV. 수치 시뮬레이션(1/4)

### 수치 시뮬레이션 : 시나리오 1 – 일정 속도로 접근해오는 표적 요격

• 시뮬레이션 파라미터: (김태훈 외, 2011)의 설정된 파라미터를 토대로 내부루프가 안정되도록 설정

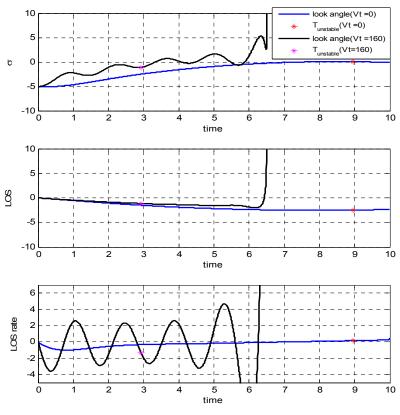
$$T_{\alpha} = 0.3, N = 3, k = 1/6, \tau = 1.5$$

초기조건

	변수	값
표적 초기위치	$(X_T, Y_T)$	(3000,1000)
표적 초기속도/가속도	$(V_{\scriptscriptstyle T},a_{\scriptscriptstyle T})$	(0,0),(160,0)
유도탄 초기위치	$(X_m, Y_m)$	(0,1000)
초기 자세/ 각속도	$\big(\theta_{\scriptscriptstyle 0},q_{\scriptscriptstyle 0}\big)$	(5,0)
유도탄 초기속도/가속도	$(V_m, a_m)$	(300,0)

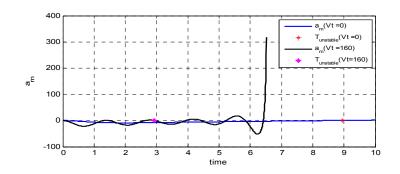
# IV. 수치 시뮬레이션(2/4)

### 시뮬레이션 결과: 시나리오 1 – 일정 속도로 접근해오는 표적 요격

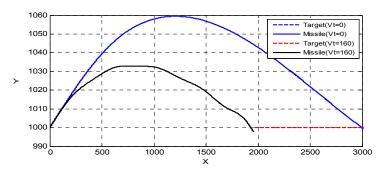


시뮬레이션 결과(관측각, 시선각, 시선각 변화율)

• Parasitical loop 에서는 안정하지만 고속으로 접근하는 목표물의 접근거리가 가까워짐에 따라 불안정화 발생



IV. 수치 시뮬레이션



시뮬레이션 결과(유도탄 가속도, 궤적)

	$V_T = 0$	$V_T = 160$
$t_{go_{ m unstable}}$	1.0588(s)	3.6(s)
$y_{missdist}(t_f)$	-0.1221(m)	1.8716(m)
$\sigma(t_f)$	-0.089(deg)	21.28 (deg)

# IV. 수치 시뮬레이션(3/4)

### 수치 시뮬레이션: 시나리오 2 – 안정성을 고려한 유도이득 재설정

• 시뮬레이션 파라미터: (김태훈 외, 2011)의 설정된 파라미터를 토대로 내부루프가 안정되도록 설정

$$T_{\alpha} = 0.3, k = 1/6, \tau = 1.5$$

• 초기조건

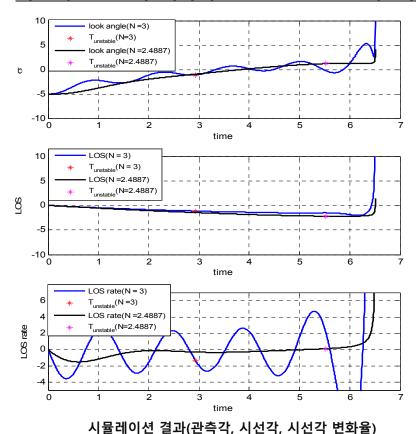
	변수	값
표적 초기위치	$(X_T, Y_T)$	(3000,1000)
표적 초기속도/가속도	$(V_{\scriptscriptstyle T},a_{\scriptscriptstyle T})$	(160,0)
유도탄 초기위치	$(X_m, Y_m)$	(0,1000)
초기 자세/ 각속도	$\big(\theta_{\scriptscriptstyle 0},q_{\scriptscriptstyle 0}\big)$	(5,0)
유도탄 초기속도/가속도	$\left(V_{_{m}},a_{_{m}}\right)$	(300,0)

• 불안정화 지속시간이 1초 이내가 되도록 설정한 유도이득

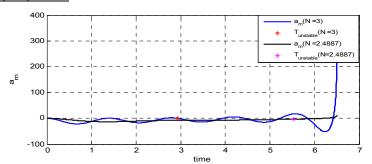
$$T_{\alpha} \frac{V_c}{V_m} N^2 - \left(\frac{V_c}{V_m} + N_1 T_{\alpha}\right) N + N_2 = 0$$

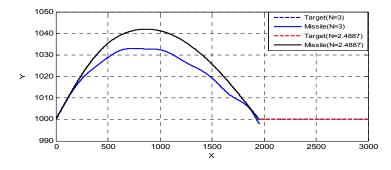
# IV. 수치 시뮬레이션(4/4)

### 시뮬레이션 결과: 시나리오 2 – 안정성을 고려한 유도이득 재설정



• 불안정화 지속시간을 줄이도록 유도이득을 설정함으로써 호밍유도 전체루프의 안정성 향상





시뮬레이션 결과(유도탄 가속도, 궤적)

	N=3	N = 2.4887
$t_{go_{ m unstable}}$	3.6(s)	1(s)
$y_{missdist}(t_f)$	1.8716(m)	0.0762(m)
$LOS\ rate(t_f)$	1.170e+3(deg/s)	35.9029(deg/s)

1		서론
---	--	----

- 2 시간지연에 의한 내부루프의 안정성
- 3 교전기하를 고려한 안정성 분석
- 4 수치 시뮬레이션
- 5 연구 요약 및 향후 연구계획



### V. 연구 요약 및 연구계획

#### 연구 요약

- 기생루프 (Parasitical loop)의 안정성을 고려하여 파라미터를 설정하더라도 교전사항에서 Homing 말기에 급격한 기동, 또는 불안정 현상 발생
- 고속 /기동 표적의 경우 교전 기하를 고려한 파라미터의 재설정 필요
- 선행연구에서 분석한 내부루프의 안정성 을 토대로 외부루프의 폐회로를 구성. 안정화 영역에 해당하는 거리와 시간을 계산
- 고전제어 기반 안정성 기반, 상대거리에 따른 stability criterion 제시.

#### 향후 연구 계획

- 관측각 제한 조건/ 비선형 유도 및 운동방정식에 적용 가능한 안정성 해석 확장
- 관측각 포화(Saturation)가 고려된 유도조종 시스템 안정성 : Describing function analysis
- 비선형 기반 유도조종/ 유도탄 모델의 안정성: 르야프노프 안정성 기반 해석기법

