

smart local moving algorithm

智能局部搜索算法



2020

CONTENTS 目录

1 算法

算法
启发式算法

2 模块度

3 算法举例

4 smart local moving algorithm

5 Louvain算法程序实现

01
part

算法和启发式算法

1.1 算法

算法可以理解为由基本运算及规定的运算顺序所构成的**完整的解题步骤**。或者看成按照要求设计好的有限的确切的计算序列，并且这样的步骤和序列可以解决一类问题。还必须满足算法的特征。

例子：

一个有趣的问题——“人、狼、羊过河”问题。有个人带着三只狼、三只羊，要过河去。有一条小船。船上除了运载一个人外，至多再载狼或羊中的任意两只。但难点是：当人不在场时，如果狼的数量大于等于羊的数量，那么羊会被狼吃掉。为了安全过河，你有什么办法呢？

解决它的算法有多个，其中一个解决方案是这样的：

开始，运一只狼过河，空船回来；

接着，运一只狼和一只羊再过河，到对岸后，再运两只狼回来；

然后，运两只羊过河，空船回来；

最后，分两次将狼全部运过河；

由此，过河问题就得以解决了。

1.2启发式算法

启发式算法是算法在实际应用过程中的技术性算法，因为在实际计算过程中，很有可能第一：无确定的目标函数；第二：无法找到真实的最优解；第三：计算代价非常大，现有的计算机技术都无法解决此类问题。所以人们就找到另一种情况，使得在可接受的计算成本内去搜寻最好的解，但求出来的解可能不是最好的，只能说是相对较好的，但是这个相对程度就不敢保证了。



02
part

模块度

社区：是网络中紧密连接的节点的集群。
模块度：社区结构强度。

求解模块度的公式：

$$Q = \frac{1}{2m} \sum_{i,j} \left(A_{ij} - \frac{k_i k_j}{2m} \right) \delta(c_i, c_j).$$
$$\frac{1}{2m} \sum_c \left[\Sigma_{in} - \frac{(\Sigma_{tot})^2}{2m} \right]$$

公式涵义：社区内节点的连边数与随机情况下的边数之差

对公式的理解： A_{ij} 节点i和节点j之间边的权重，网络不是带权图时，所有边的权重可以看做是1。 c_i 表示节点i所属的社区

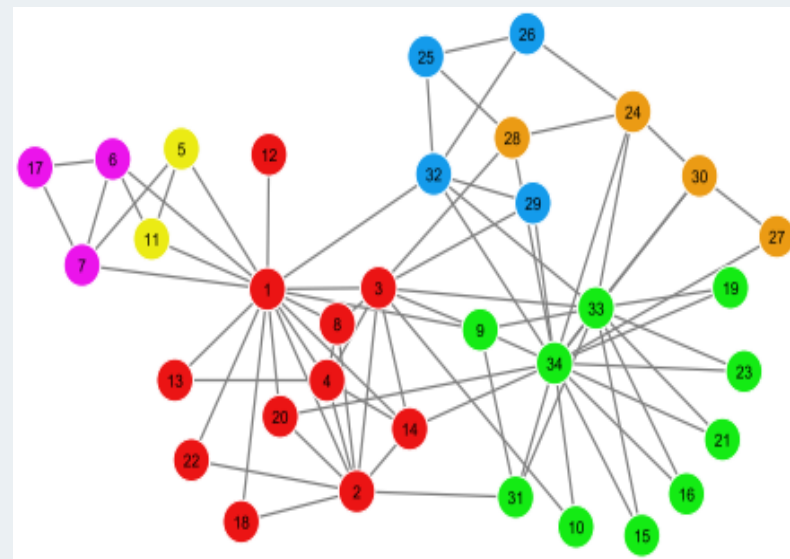
$k_i = \sum_j A_{ij}$ ：表示所有与节点i相连的边的权重之和（度数）

$m = \frac{1}{2} \sum_{i,j} A_{ij}$ ：表示所有边的权重之和（边的数目）

$$A_{ij} - \frac{k_i k_j}{2m} = A_{ij} - k_i \frac{k_j}{2m}$$

$$\Delta Q = \left[\frac{\sum_{in} + k_{i,in}}{2m} - \left(\frac{\sum_{tot} + k_i}{2m} \right)^2 \right] - \left[\frac{\sum_{in}}{2m} - \left(\frac{\sum_{tot}}{2m} \right)^2 - \left(\frac{k_i}{2m} \right)^2 \right]$$

： Σ_{in} 表示社区c内的边的权重之和， Σ_{tot} 表示与社区c内的节点相连的边的权重之和

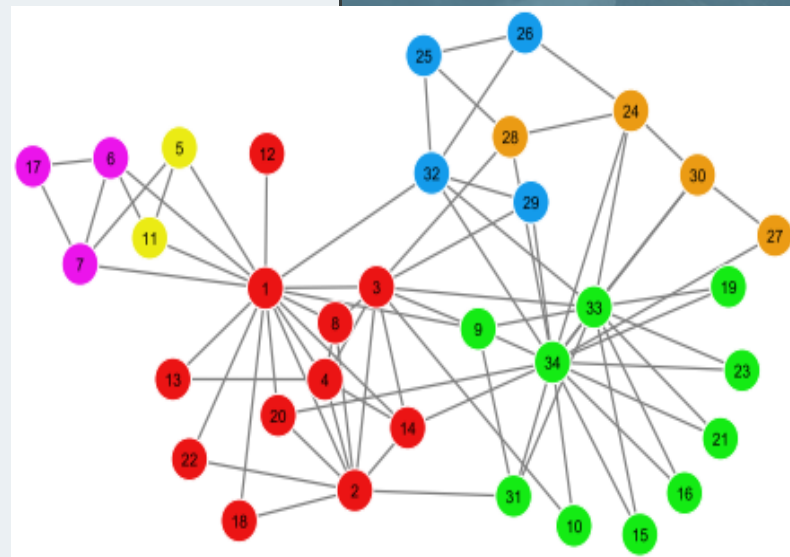


03
part

算法举例

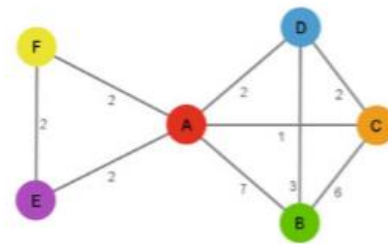
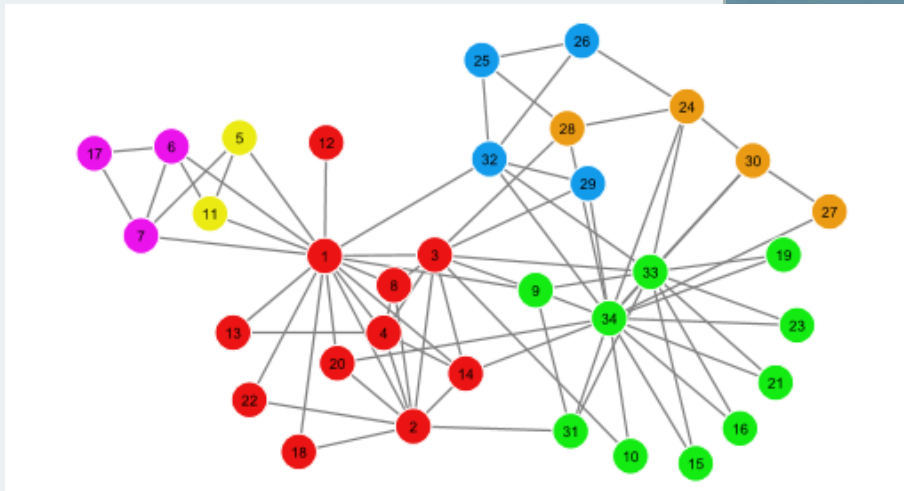
局部搜索启发式算法

局部搜索启发法的思想是
将图中的每个节点看成一个独立的社区，次数社区的数目与节点个数相同，重复地将**单个节点**从一个社区移动到邻居节点所在的社区，这样每个节点的移动都会导致**模块性**的增加。局部移动启发式算法以随机顺序迭代网络中的节点。对于每个节点，确定是否可以通过将节点从其当前社区移动到不同的(可能是空的)社区来增加模块性。如果增加模块性确实是可能的，那么节点将被转移到社区，从而获得最大的模块性收益。局部移动启发式算法不断移动节点，直到达到这样一种情况，即没有进一步的可能性通过单独的节点移动来提高模块性。

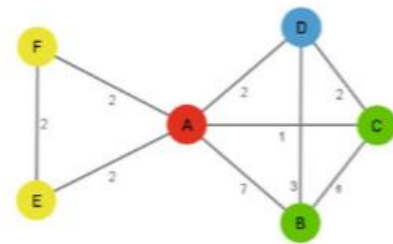


Louvain算法思想

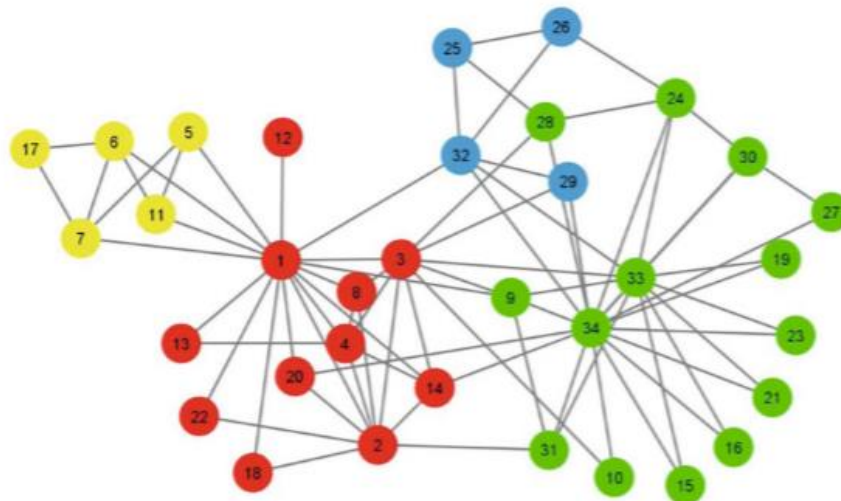
- 1) 将图中的每个节点看成一个独立的社区，次数社区的数目与节点个数相同；
- 2) 对每个节点 i ，依次尝试把节点 i 分配到其每个邻居节点所在的社区，计算分配前与分配后的模块度变化 ΔQ ，并记录 ΔQ 最大的那个邻居节点，如果 $\max \Delta Q > 0$ ，则把节点 i 分配 ΔQ 最大的那个邻居节点所在的社区，否则保持不变；
- 3) 重复2)，直到所有节点的所属社区不再变化；
- 4) 对图进行压缩，将所有在同一个社区的节点压缩成一个新节点，社区内节点之间的边的权重转化为新节点的环的权重，社区间的边权重转化为新节点间的边权重；
- 5) 重复1) 直到整个图的模块度不再发生变化。



(a)



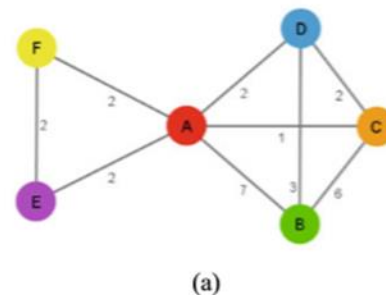
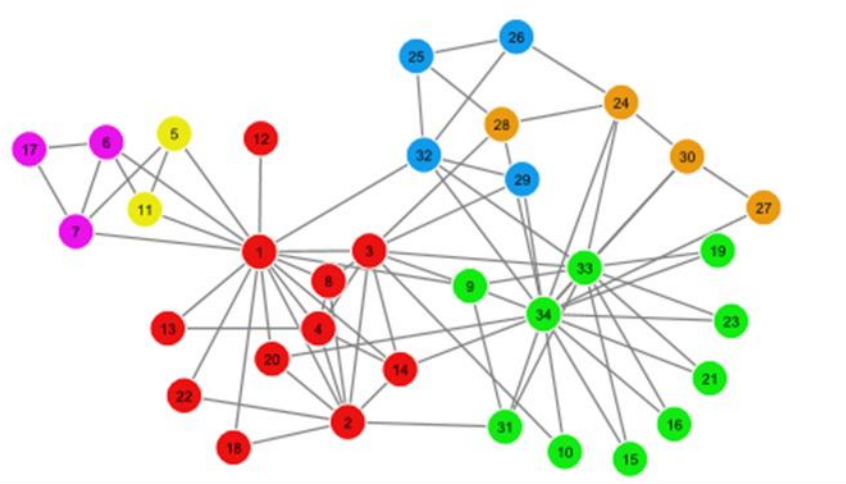
(b)



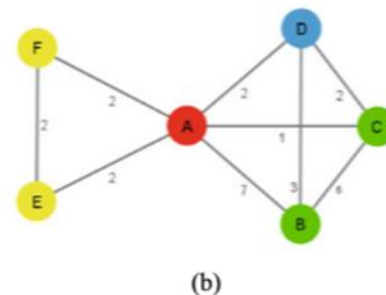
(c)

多级细化Louvain算法思想

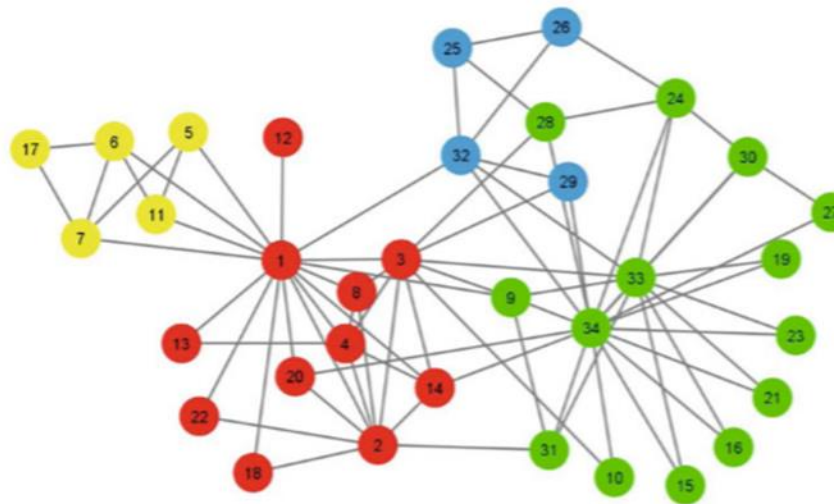
- 1) 将图中的每个节点看成一个独立的社区，次数社区的数目与节点个数相同；
- 2) 对每个节点 i ，依次尝试把节点 i 分配到其每个邻居节点所在的社区，计算分配前与分配后的模块度变化 ΔQ ，并记录 ΔQ 最大的那个邻居节点，如果 $\max \Delta Q > 0$ ，则把节点 i 分配 ΔQ 最大的那个邻居节点所在的社区，否则保持不变；
- 3) 重复2)，直到所有节点的所属社区不再变化；
- 4) 对图进行压缩，将所有在同一个社区的节点压缩成一个新节点，社区内节点之间的边的权重转化为新节点的环的权重，社区间的边权重转化为新节点间的边权重；重复1)
- 5) 对每个节点 i ，重复1直到整个图的模块度不再发生变化。



(a)



(b)



(c)

Louvain算法和多级细化迭代

该算法包括两个阶段，这两个阶段重复迭代运行，直到网络社区划分的模块度不再增长。第一阶段合并社区，算法将每个节点当作一个社区，基于模块度增量最大化标准决定哪些邻居社区应该被合并。经过一轮扫描后开始第二阶段，算法将第一阶段发现的所有的社区重新看作节点，构建新的网络，在新的网络上迭代的进行第一阶段。当模块度不再增长时，得到网络的社区近似最优划分。算法的基本步骤如下：1) 初始化，将每个节点划分在不同的社区中。2) 逐一选择各个节点，根据公式计算将它划分到它的邻居社区中得到的模块度增益。如果最大增益大于0，则将它划分到对应的邻居社区；否则，保持归属于原社区。3) 重复步骤2，直到节点的社区不再发生变化。4) 构建新图。新图中的点代表上一阶段产生的不同社区，边的权重为两个社区中所有节点对的边权重之和。重复步骤2，直到获得最大的模块度值。

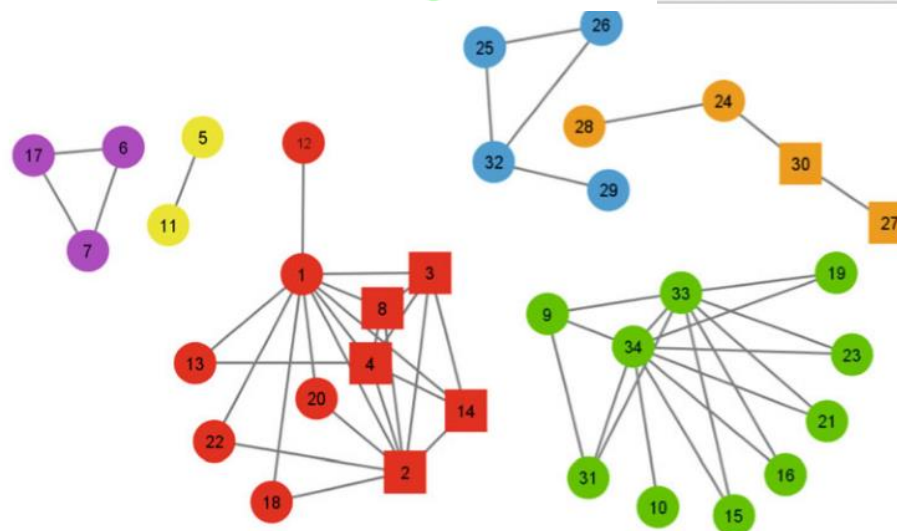
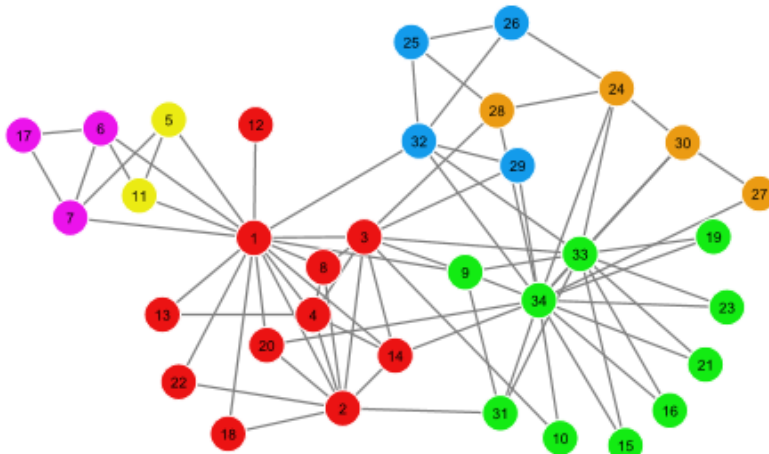


04
part

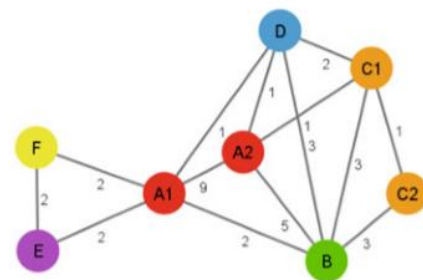
smart local moving算法

算法思想

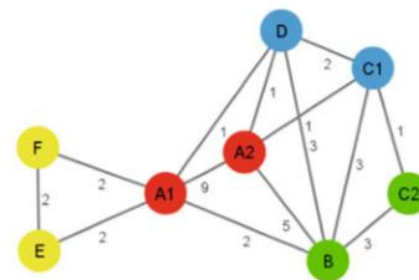
- 1) 将图中的每个节点看成一个独立的社区，次数社区的数目与节点个数相同；
- 2) 对每个节点 i ，依次尝试把节点 i 分配到其每个邻居节点所在的社区，计算分配前与分配后的模块度变化 ΔQ ，并记录 ΔQ 最大的那个邻居节点，如果 $\max \Delta Q > 0$ ，则把节点 i 分配 ΔQ 最大的那个邻居节点所在的社区，否则保持不变；
- 3) 重复2)，直到所有节点的所属社区不再变化；
- 4) 在算法的第一次迭代中，我们从一个初始情况开始，在这个初始情况中，网络中的每个节点被分配给它自己的社区。在第二次迭代中，我们从将节点分配给在第一次迭代中获得的社区开始。在第三次操作中，在第二次迭代中获得的社区是我们的起点，以此类推。直到 ΔQ 和节点所属社区不再变化为止。



(a)



(b)



(c)

05
part

Louvain算法程序实现

```
# coding=utf-8
import collections
import random
# 导入包括节点和节点间边权重的txt文件。然后放入字典中（运行G-view文件查看G形
式）
def load_graph(path):
    G = collections.defaultdict(dict)
    with open(path) as text:
        for line in text:
            vertices = line.strip().split()
            v_i = int(vertices[0])
            v_j = int(vertices[1])
            w = float(vertices[2])
            G[v_i][v_j] = w
            G[v_j][v_i] = w
    return G
class Vertex():
    def __init__(self, vid, cid, nodes, k_in=0):
        self._vid = vid
        self._cid = cid
        self._nodes = nodes
        self._kin = k_in # 节点内部的边的权重
```


#Louvain算法

```
class Louvain():
```

```
    #给每个节点都分别划定一个不同的社区，并计算整个网络中的边数
```

```
    def __init__(self, G):
```

```
        self._G = G
```

```
        self._m = 0 # 边数量
```

```
        self._cid_vertices = {} # 需维护的关于社区的信息(社区编号,其中包含的节点编号的集合)
```

```
        self._vid_vertex = {} # 需维护的关于节点的信息(结点编号，相应的Vertex实例)
```

```
        for vid in self._G.keys():
```

```
            self._cid_vertices[vid] = set([vid])
```

```
            self._vid_vertex[vid] = Vertex(vid, vid, set([vid]))
```

```
            self._m += sum([1 for neighbor in self._G[vid].keys() if neighbor > vid]) # 总边数
```

#Louvain算法

#局部搜索算法:

```
def first_stage(self):
    mod_inc = False # 用于判断算法是否可终止
    visit_sequence = self._G.keys()
    random.shuffle(list(visit_sequence))
    while True:
        can_stop = True # 第一阶段是否可终止
        #权重
        for v_vid in visit_sequence:
            v_cid = self._vid_vertex[v_vid]._cid
            k_v = sum(self._G[v_vid].values()) + self._vid_vertex[v_vid]._kin
            cid_Q = {}
            for w_vid in self._G[v_vid].keys():
                w_cid = self._vid_vertex[w_vid]._cid
                if w_cid in cid_Q:
                    continue
                else:
                    tot = sum(
                        [sum(self._G[k].values()) + self._vid_vertex[k]._kin for k in self._cid_vertices[w_cid]])
                    if w_cid == v_cid:
                        tot -= k_v
                    k_v_in = sum([v for k, v in self._G[v_vid].items() if k in self._cid_vertices[w_cid]])
                    delta_Q = k_v_in - k_v * tot / self._m # 由于只需要知道delta_Q的正负, 所以少乘了1/(2*self._m)
                    cid_Q[w_cid] = delta_Q
            cid, max_delta_Q = sorted(cid_Q.items(), key=lambda item: item[1], reverse=True)[0]
            if max_delta_Q > 0.0 and cid != v_cid:
                self._vid_vertex[v_vid]._cid = cid
                self._cid_vertices[cid].add(v_vid)
                self._cid_vertices[v_cid].remove(v_vid)
                can_stop = False
                mod_inc = True
        if can_stop:
            break
    return mod_inc
```

#Louvain算法

#把社区压缩为一个节点进行第一过程的运算

```
def second_stage(self):
    cid_vertices = {}
    vid_vertex = {}
    for cid, vertices in self._cid_vertices.items():
        if len(vertices) == 0:
            continue
        new_vertex = Vertex(cid, cid, set())
        #重新查看社区节点和权重
        for vid in vertices:
            new_vertex._nodes.update(self._vid_vertex[vid]._nodes)
            new_vertex._kin += self._vid_vertex[vid]._kin
            for k, v in self._G[vid].items():
                if k in vertices:
                    new_vertex._kin += v / 2.0
        cid_vertices[cid] = set([cid])
        vid_vertex[cid] = new_vertex
    G = collections.defaultdict(dict)
    for cid1, vertices1 in self._cid_vertices.items():
        if len(vertices1) == 0:
            continue
        for cid2, vertices2 in self._cid_vertices.items():
            if cid2 <= cid1 or len(vertices2) == 0:
                continue
            edge_weight = 0.0
            for vid in vertices1:
                for k, v in self._G[vid].items():
                    if k in vertices2:
                        edge_weight += v
            if edge_weight != 0:
                G[cid1][cid2] = edge_weight
                G[cid2][cid1] = edge_weight
    self._cid_vertices = cid_vertices
    self._vid_vertex = vid_vertex
    self._G = G
```

#Louvain算法

```
def get_communities(self):
    communities = []
    for vertices in self._cid_vertices.values(): #遍历社区中的不为空的节点（社区压缩而来）
        if len(vertices) != 0:
            c = set()
            for vid in vertices: #社区中：遍历被压缩社区的节点
                c.update(self._vid_vertex[vid]._nodes)
            communities.append(c) #按照遍历顺序在列表中加入压缩社区中的节点编号
    return communities

def execute(self):
    iter_time = 1
    while True:
        iter_time += 1
        mod_inc = self.first_stage()
        if mod_inc:
            self.second_stage()
            self.first_stage()
        else:
            break
    return self.get_communities()
```

#主程序

```
if __name__ == '__main__':
```

```
    G = load_graph(r'D:\E盘\可视化\text.txt')
```

```
    algorithm = Louvain(G)
```

```
    communities = algorithm.execute()
```

```
    # 按照社区大小从大到小排序输出
```

```
    communities = sorted(communities, key=lambda b: -len(b)) # 按社区大小排序
```

```
    count = 0
```

```
    for communitie in communities:
```

```
        count += 1
```

```
        print("社区", count, " ", communitie)
```

#演示文件形式和结果

```
1 2 0.5  
1 4 1  
2 3 0.7  
2 5 0.2  
3 5 1  
1 2 0.5  
6 7 0.9  
8 3 0.3  
3 7 0.4  
5 6 0.2  
4 3 0.3  
4 6 0.8
```

```
D:\ruanjian\pycharm\luvain\venv\Scripts\python.exe "D:/ruanjian/pycharm/luvain/louvain_algorithm.py"
```

```
社区 1 {8, 2, 3, 5}
```

```
社区 2 {1, 4, 6, 7}
```

```
Process finished with exit code 0
```