

# 电子电路与系统基础（II）参考讲义

江玮陶 电子系学生科协学培部

2025 年 11 月 25 日

# 目录

绪论

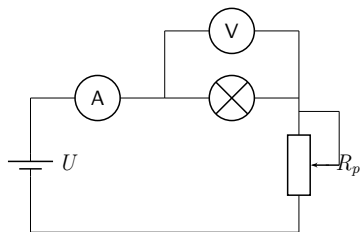
元件器件

分析方法

数学工具 时域分析 频域分析

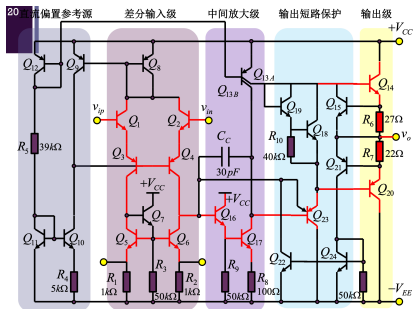
# 如何学电电？

这是我们中学学习的电路。



# 如何学电电？

这是我们现在学习的电路。



高增益放大：有源负载，缓冲隔离，级联；大信号放大：A类，B类，AB类；效率：  
 差分放大：电桥结构，平衡电桥共模抑制特性，不平衡电桥差模放大特性，非线性转移特性，小信号线性模型，差模地，单端输出转双端输出。习题讲解录像内容：  
 PMOS是NMOS的互补，PMOS反相器分析，PNP反相器分析

# 如何学电电？

电电的脉络是什么？

## 电子

电阻，电容，电感  
BJT，MOS，二极管  
运放，互感，受控源  
.....

## 电路

单管多管放大器  
无源有源滤波器  
负电阻，振荡器  
.....

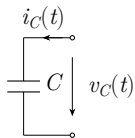
## 系统

电路等效方法  
基尔霍夫定律  
时频域分析方法  
负反馈和正反馈  
.....

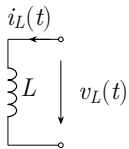
基础：基于矩阵和器件方程的描述方法

# 电容电感

属于基础内容，请务必记牢两个元件的时频域元件方程和表达式。



- 时域:  $i_C(t) = C \frac{d}{dt} v_C(t)$ ,  $v_C(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_C(\tau) d\tau$
- 频域:  $I_C = j\omega C V_C$ ,  $V_C = \frac{1}{j\omega C} I_C$
- 容纳:  $B_C = \omega C$

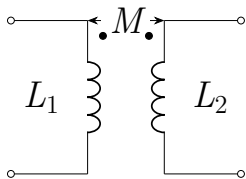


- 时域:  $v_L(t) = L \frac{d}{dt} i_L(t)$ ,  $i_L(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v_L(\tau) d\tau$
- 频域:  $V_L = j\omega L I_L$ ,  $I_L = \frac{1}{j\omega L} V_L$
- 感抗:  $X_L = \omega L$

*Laplace* 变换:  $s = \sigma + j\omega$ ,  $\frac{d}{dt} \Rightarrow s$ ,  $\int_{-\infty}^t (\cdot) dt \Rightarrow \frac{1}{s}$ ; 特别研究虚轴上的情形 ( $\sigma = 0$ ,  $s = j\omega$ ) 即为 *Fourier* 变换 ("频域特性")。电电课不需要, 也不很建议掌握 *Laplace* 变换的具体形式, 但要知道上述时频对应关系。

# 互感变压器

物理模型不太重要，但还是了解一下（尤其是  $L$  和  $N$  的关系）。



$$\begin{cases} L_1 = N_1^2 \Xi \\ L_2 = N_2^2 \Xi \\ M = k N_1 N_2 \Xi \end{cases}$$

$$M = k \sqrt{L_1 L_2}$$

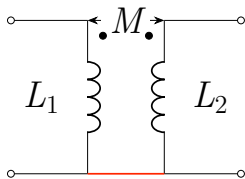
同名端：流入电流使得**磁通加强**的两个点（黑点）

- 物理参数：  $N_1, N_2$ （匝数），  $\Xi$ （磁导），  $k$ （耦合系数）
- 电路参数：  $L_1, L_2$ （自感），  $M$ （互感）

$\Xi = \mu \frac{S}{p}$ ：磁导，  $\mu$  磁导率，  $S$  截面积，  $p$  磁路长度  
 $k \in [0, 1]$ ：耦合系数，表示磁通量链接百分比

关键：熟练运用等效电路（T 型等效/励漏磁等效）  
 和阻抗变换原理化简电路

# 互感变压器

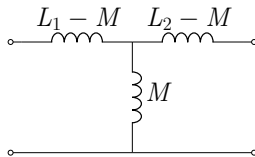


$$\begin{cases} L_1 = N_1^2 \Xi \\ L_2 = N_2^2 \Xi \\ M = k N_1 N_2 \Xi \end{cases}$$

$$M = k \sqrt{L_1 L_2}$$

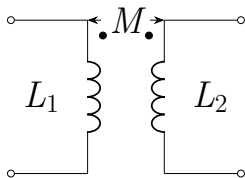
$$\begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \end{bmatrix} \Rightarrow \text{时域方程}$$

$$\begin{bmatrix} v_1(s) \\ v_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} sL_1 & sM \\ sM & sL_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(s) \\ i_2(s) \end{bmatrix} \Rightarrow \text{频域方程}$$



两边共地：T 型等效

## 互感变压器

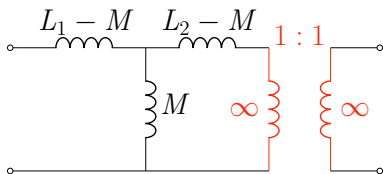


$$\begin{cases} L_1 = N_1^2 \Xi \\ L_2 = N_2^2 \Xi \\ M = k N_1 N_2 \Xi \end{cases}$$

$$M = k \sqrt{L_1 L_2}$$

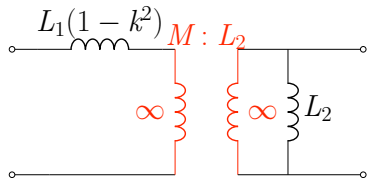
$$\begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \end{bmatrix} \Rightarrow \text{时域方程}$$

$$\begin{bmatrix} v_1(s) \\ v_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} sL_1 & sM \\ sM & sL_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(s) \\ i_2(s) \end{bmatrix} \Rightarrow \text{频域方程}$$

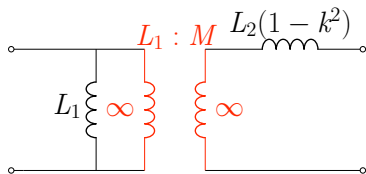


两边不共地：T 型等效加理想变压器

## 互感变压器



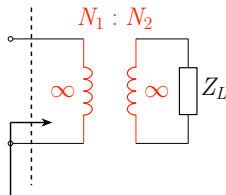
漏磁励磁模型 (h 参量)



励磁漏磁模型 (g 参量)

$$M = k\sqrt{L_1 L_2} \Rightarrow k^2 = \frac{M^2}{L_1 L_2}$$

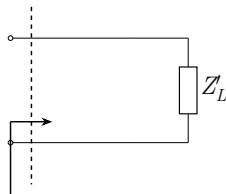
# 理想变压器



理想变压器:  $L_1, L_2 \rightarrow \infty, k = 1$

理想变压器具有阻抗变换作用。变换关系(反射电阻):

$$Z'_L = n^2 Z_L = \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_L = \frac{L_1}{L_2} Z_L$$



其中变压比  $n = \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$

# 非理想阻容感（寄生效应）

# 非理想阻容感（寄生效应）

# 非理想晶体管（寄生效应）

# 网络参量矩阵

虽然是电电 1 内容，但在电电 2 考试中依然有用。网络参量矩阵定义：

Z 参量：阻抗

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

Y 参量：导纳

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

H 参量：混合

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

G 参量：混合

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

记忆方法：21 元素表示放大器类型，混合的混是三点水，电流放大也可以用 hi, gv 进行记忆

# 网络参量矩阵

Z 参量：阻抗

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

Y 参量：导纳

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

H 参量：混合

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

G 参量：混合

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

输入输出阻抗/导纳计算：

$$w_{in} = p_{11} - \frac{p_{12}p_{21}}{p_{22} + w_L} \quad w_{out} = p_{22} - \frac{p_{12}p_{21}}{p_{11} + w_S}$$

# 网络参量矩阵

Z 参量：阻抗

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

Y 参量：导纳

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

H 参量：混合

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

G 参量：混合

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

有源性判断：负阻有源性和受控源有源性

有源  $\Leftrightarrow \Re p_{11} < 0$  或  $\Re p_{22} < 0$  或  $|p_{21} + p_{12}^*|^2 > 4\Re p_{11}\Re p_{22} \Leftrightarrow P^T + P^*$  半正定

# 网络参量矩阵

ABCD 矩阵：一边当作负载，一边当作输出；本征增益就是开路电压/短路电流对应的增益。

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{out} \\ i_{out} \end{bmatrix}$$

本征电压增益  $g_{21}$

$$A_{v0} = \left. \frac{v_{out}}{v_{in}} \right|_{i_{out}=0} = \frac{1}{A}$$

本征跨导增益  $-y_{21}$

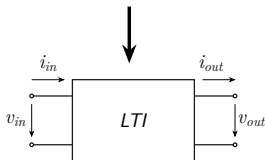
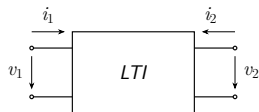
$$G_{m0} = \left. \frac{i_{out}}{v_{in}} \right|_{v_{out}=0} = \frac{1}{B}$$

本征跨阻增益  $z_{21}$

$$R_{m0} = \left. \frac{v_{out}}{i_{in}} \right|_{i_{out}=0} = \frac{1}{C}$$

本征电流增益  $-h_{21}$

$$A_{i0} = \left. \frac{i_{out}}{i_{in}} \right|_{v_{out}=0} = \frac{1}{D}$$



$$\begin{cases} i_{in} = i_1 \\ v_{in} = v_1 \\ i_{out} = -i_2 \\ v_{out} = v_2 \end{cases}$$

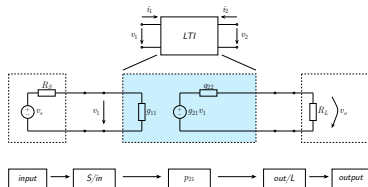
# 传递函数

网络参量矩阵可以用于快速求解传递函数。

使用  $zyhg$  矩阵：

(I) 写出单向网络的传递函数

$$\begin{aligned}
 H_{v\text{单向}} &= \frac{1/g_{11}}{R_S + 1/g_{11}} \cdot g_{21} \cdot \frac{g_{21} R_L}{R_L + g_{22}} \\
 &= \frac{(1/R_S) g_{21} R_L}{(1/R_S + G_{11})(R_L + g_{22})}
 \end{aligned}$$

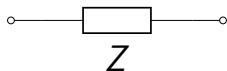


(II) 双向化：分母减去  $p_{12}p_{21}$

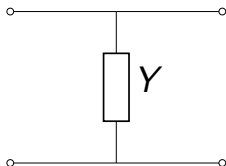
$$H_{v\text{双向}} = \frac{(1/R_S) g_{21} R_L}{(1/R_S + g_{11})(R_L + g_{22}) - g_{12} g_{21}}$$

# 传递函数

网络参量矩阵可以用于快速求解传递函数。  
对于梯形网络，可以使用 ABCD 矩阵。



$$\begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix}$$

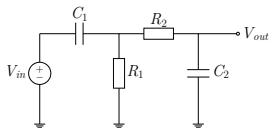
拆成梯形网络后将各个部件的 ABCD 乘起来即可。然后利用

$$H_v = \frac{1}{A}, G_m = \frac{1}{B}, R_m = \frac{1}{C}, H_i = \frac{1}{D}$$

得到总的传递函数。

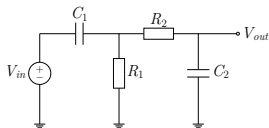
# 传递函数

求如下网络的电压传递函数  $H_v$ .



# 传递函数

求如下网络的电压传递函数  $H_v$ .



解答

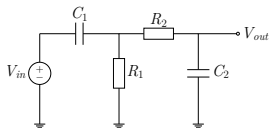
$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{sC_1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{R} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ sC_2 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 + \frac{C_2 R_2}{C_1 R_1} + \frac{1}{sC_1 R_1} + sC_2 R_2 + \frac{C_2}{C_1} & * \\ * & * \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$H_v = \frac{1}{A} = \frac{1}{s^2 C_2 R_2 + (1 + \frac{C_2 R_2}{C_1 R_1} + \frac{C_2}{C_1})s + \frac{1}{C_1 R_1}}$$

# 传递函数

检查量纲:  $[j\omega] = [s] = s^{-1}, [RC] = [GL] = s$

求如下网络的电压传递函数  $H_v$ .



解答

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{sC_1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{R} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ sC_2 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 + \frac{C_2 R_2}{C_1 R_1} + \frac{1}{sC_1 R_1} + sC_2 R_2 + \frac{C_2}{C_1} & * \\ * & * \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$H_v = \frac{1}{A} = \frac{1}{s^2 C_2 R_2 + (1 + \frac{C_2 R_2}{C_1 R_1} + \frac{C_2}{C_1})s + \frac{1}{C_1 R_1}}$$

# 时域分析

在《信号与系统》中，我们将会学习如何严谨推导出所谓的时频对应关系和各种要素法。

# 时域分析

在《信号与系统》中，我们将会学习如何严谨推导出所谓的时频对应关系和各种要素法。诚然，三要素五要素这些都是记忆微分方程的解，而这些微分方程可以利用 *Laplace* 变换

$$\mathcal{L}\{x(t)\} = X(s) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-st}dt$$

得到其解，因此三要素和五要素法在数学上是“不本质的”。然而，在电路中，研究系统的时域响应如何受到各种要素的影响反而是物理上“本质”的。因此学习时可以**多留意各种要素是如何获得的、由谁决定、如何影响总体响应**，这样或许有利于所谓“电路感觉”的培养。

# 时域分析

在《信号与系统》中，我们将会学习如何严谨推导出所谓的时频对应关系和各种要素法。诚然，三要素五要素这些都是记忆微分方程的解，而这些微分方程可以利用 *Laplace* 变换

$$\mathcal{L}\{x(t)\} = X(s) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-st}dt$$

得到其解，因此三要素和五要素法在数学上是“不本质的”。然而，在电路中，研究系统的时域响应如何受到各种要素的影响反而是物理上“本质”的。因此学习时可以**多留意各种要素是如何获得的、由谁决定、如何影响总体响应**，这样或许有利于所谓“电路感觉”的培养。

私以为研究变换域复平面上的几何、在电路中观察主极点、写出具体表达式乃至打开 cadence 都可以等价地给出我们需要的各种信息，这些方法也不应该有高下之分。

## 三要素法

对于一阶系统采用三要素法

$$X(j\omega) = \frac{*}{1 + \tau\omega} \Rightarrow x(t) = (x(0) - x_{\infty}(0))e^{-\frac{t}{\tau}} + x_{\infty}(t)$$

$$\begin{cases} \tau : \text{时间常数} \\ x_{\infty}(t) : \text{稳态响应} \\ x(0) : \text{初始条件} \end{cases}$$

其中：

- $\tau$  由电路直接给出，比如常见的  $\tau = RC, \frac{L}{R}$  等。注意这里  $R$  是电容/电感**看到**的等效电阻。
- $x_{\infty}(t)$  由稳态分析得到。常见：**直流稳态**（电感短路，电容开路）、**正弦稳态**（使用相量法分析）。
- $x(0)$  由初始条件给出，需要列**瞬时电路方程**求解（利用电感电流不突变，电容电压不突变）。

# 五要素法

对于二阶系统采用五要素法

$$X(s) = \frac{*}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2}$$

$$x(t) = \begin{cases} x_\infty(t) + (x(0) - x_\infty(0)) e^{-\xi\omega_0 t} \cos \sqrt{1 - \xi^2} \omega_0 t \\ \quad + \left( x(0) - x_\infty(0) + \frac{\dot{x}(0) - \dot{x}_\infty(0)}{\xi\omega_0} \right) \frac{\xi}{1 - \xi^2} e^{-\xi\omega_0 t} \sin \sqrt{1 - \xi^2} \omega_0 t & 0 < \xi < 1 \\ x_\infty(t) + (x(0) - x_\infty(0)) e^{-\omega_0 t} + \left( x(0) - x_\infty(0) + \frac{\dot{x}(0) - \dot{x}_\infty(0)}{\omega_0} \right) \omega_0 t e^{-\omega_0 t} & \xi = 1 \\ x_\infty(t) + (x(0) - x_\infty(0)) e^{-\xi\omega_0 t} \cosh \sqrt{\xi^2 - 1} \omega_0 t \\ \quad + \left( x(0) - x_\infty(0) + \frac{\dot{x}(0) - \dot{x}_\infty(0)}{\xi\omega_0} \right) \frac{\xi}{\xi^2 - 1} e^{-\xi\omega_0 t} \sinh \sqrt{\xi^2 - 1} \omega_0 t & \xi > 1 \end{cases}$$

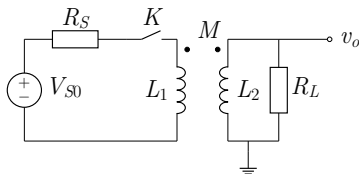
- $\omega_0, \xi$  由电路直接给出, 对于简单电路  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \xi = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$ ; 复杂电路直接抓传递函数, 分母化简为  $s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2$  获得。
- $x_\infty(t)$  由稳态分析得到。常见: **直流稳态** (电感短路, 电容开路)、**正弦稳态** (使用相量法分析)。
- $x(0), \dot{x}(0)$  由初始条件给出,  $x(0)$  需要列**瞬时电路方程**求解 (利用电感电流不突变, 电容电压不突变);  $\dot{x}(0)$  可以通过**瞬变量电路方程**求解 (利用电感微分电流是电压, 电容微分电压是电流);

# 时域分析

## 例题

如图,  $V_{s0} = 5\text{V}$ ,  $R_S = 100\Omega$ ,  $R_L = 1\text{k}\Omega$ ,  $L_1 = 1\mu\text{H}$ ,  $L_2 = 4\mu\text{H}$ ,  $M = 0.8\mu\text{H}$ .

- ❶ 若  $t < 0$ , 开关闭合, 而  $t = 0$  时开关断开, 求  $t > 0$  时  $v_o(t)$ 。
- ❷ 若  $t < 0$ , 开关断开, 而  $t = 0$  时开关闭合, 求  $t > 0$  时  $v_o(t)$ 。

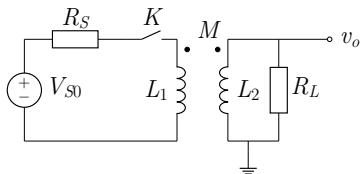


# 时域分析

## 例题

如图,  $V_{s0} = 5\text{V}$ ,  $R_S = 100\Omega$ ,  $R_L = 1\text{k}\Omega$ ,  $L_1 = 1\mu\text{H}$ ,  $L_2 = 4\mu\text{H}$ ,  $M = 0.8\mu\text{H}$ .

- ❶ 若  $t < 0$ , 开关闭合, 而  $t = 0$  时开关断开, 求  $t > 0$  时  $v_o(t)$ 。
- ❷ 若  $t < 0$ , 开关断开, 而  $t = 0$  时开关闭合, 求  $t > 0$  时  $v_o(t)$ 。



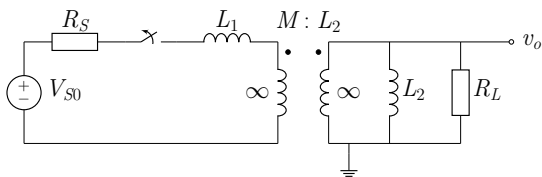
## 提示

利用变压器的等效电路化简, 然后看是几要素法。

# 时域分析

## 解答 (1)

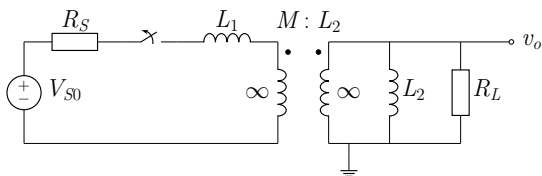
使用漏磁励磁模型替换变压器：



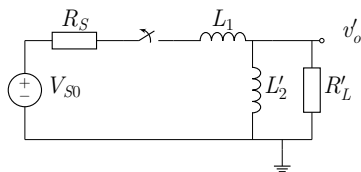
# 时域分析

## 解答 (1)

使用漏磁励磁模型替换变压器：



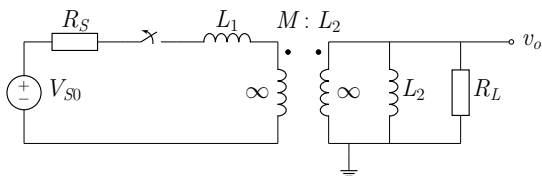
进而利用阻抗变换得到：



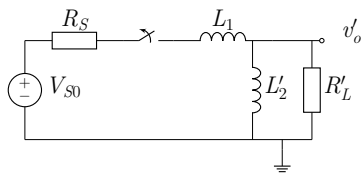
# 时域分析

## 解答 (1)

使用漏磁励磁模型替换变压器：



进而利用阻抗变换得到：

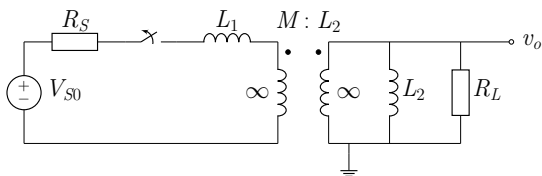


$$\text{则 } L'_2 = \left(\frac{M}{L_2}\right)^2 L_2 = \frac{M^2}{L_2}, R'_L = \left(\frac{M}{L_2}\right)^2 R_L = \frac{M^2}{L_2^2} R_L, \tau = \frac{L'_2}{R'_L} = \frac{L_2}{R_L}.$$

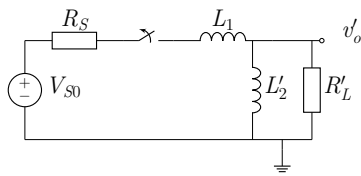
# 时域分析

## 解答 (1)

使用漏磁励磁模型替换变压器：



进而利用阻抗变换得到：



$$\text{则 } L'_2 = \left(\frac{M}{L_2}\right)^2 L_2 = \frac{M^2}{L_2}, R'_L = \left(\frac{M}{L_2}\right)^2 R_L = \frac{M^2}{L_2^2} R_L, \tau = \frac{L'_2}{R'_L} = \frac{L_2}{R_L}.$$

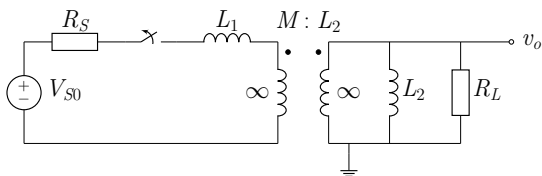
稳态分析：开关闭合很久，电感短路， $v'_{o\infty}(t) = 0$ 。

# 时域分析

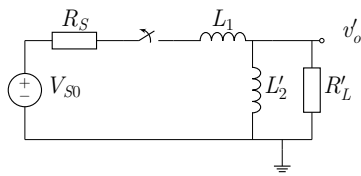
注意使用阻抗变换时电压电流等也要乘除变压比!!

## 解答 (1)

使用漏磁励磁模型替换变压器：



进而利用阻抗变换得到：



$$\text{则 } L'_2 = \left(\frac{M}{L_2}\right)^2 L_2 = \frac{M^2}{L_2}, R'_L = \left(\frac{M}{L_2}\right)^2 R_L = \frac{M^2}{L_2^2} R_L, \tau = \frac{L'_2}{R'_L} = \frac{L_2}{R_L}.$$

稳态分析：开关闭合很久，电感短路， $v'_{o\infty}(t) = 0$ 。

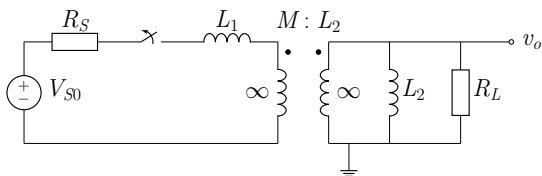
瞬时分析：开关刚刚闭合时，电感电流不变， $i_{L'_2}(0) = i_{L'_2}(0-) = \frac{V_{S0}}{R_S}$ ，进而  $v'_o(0) = -i_{L'_2}(0)R'_L = -\frac{M^2}{L_2^2} \frac{R_L}{R_S} V_{S0}$ 。

# 时域分析

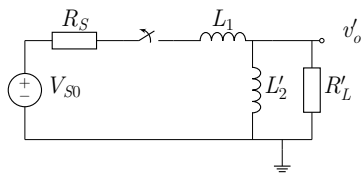
注意使用阻抗变换时电压电流等也要乘除变压比!!

## 解答 (1)

使用漏磁励磁模型替换变压器：



进而利用阻抗变换得到：



$$\text{则 } L'_2 = \left(\frac{M}{L_2}\right)^2 L_2 = \frac{M^2}{L_2}, R'_L = \left(\frac{M}{L_2}\right)^2 R_L = \frac{M^2}{L_2^2} R_L, \tau = \frac{L'_2}{R'_L} = \frac{L_2}{R_L}.$$

稳态分析：开关闭合很久，电感短路， $v'_{o\infty}(t) = 0$ 。

瞬时分析：开关刚刚闭合时，电感电流不变， $i_{L'_2}(0) = i_{L'_2}(0-) = \frac{V_{s0}}{R_S}$ ，进而  $v'_o(0) = -i_{L'_2}(0)R'_L = -\frac{M^2}{L_2^2} \frac{R_L}{R_S} V_{s0}$ 。

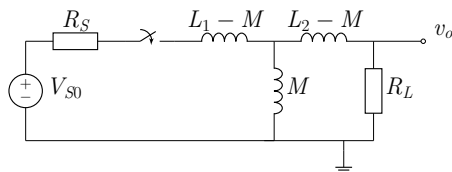
$$\text{三要素法： } v_o(t) = \frac{L_2}{M} v'_o(t) = -\frac{M}{L_2} \frac{R_L}{R_S} V_{s0} e^{-\frac{R_L}{L_2} t} = \boxed{-10\text{V} \cdot e^{-t/(4 \times 10^{-9} \text{s})}}$$

# 时域分析

## 解答 (2)

使用 T 模型对电路进行化简

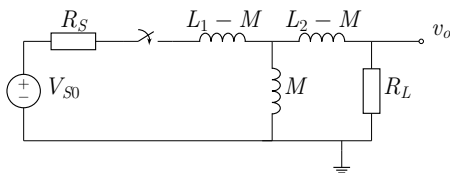
注意到这是一个二阶系统，使用五要素法。



# 时域分析

## 解答 (2)

使用 T 模型对电路进行化简

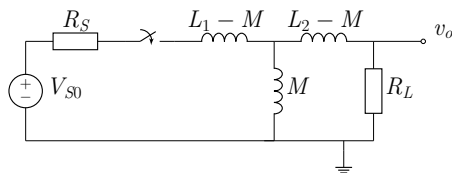


注意到这是一个二阶系统，使用五要素法。首先通过 ABCD 矩阵计算传递函数，用来获得  $\xi, \omega_0$ . 注意虽然一个电路可以通过奇怪的取输入输出方式变成多种传递函数，但是只要不发生零极点对消，则其共享一个分母（数学上即共享一套极点）。

# 时域分析

## 解答 (2)

使用 T 模型对电路进行化简



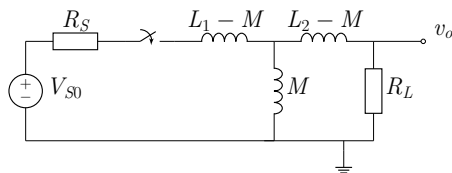
注意到这是一个二阶系统，使用五要素法。首先通过 ABCD 矩阵计算传递函数，用来获得  $\xi, \omega_0$ . 注意虽然一个电路可以通过奇怪的取输入输出方式变成多种传递函数，但是只要不发生零极点对消，则其共享一个分母（数学上即共享一套极点）。

$$ABCD =$$

# 时域分析

## 解答 (2)

使用 T 模型对电路进行化简



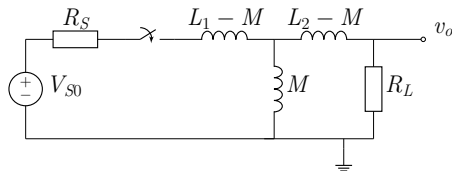
$$ABCD = \begin{bmatrix} 1 & R_S \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

注意到这是一个二阶系统，使用五要素法。首先通过 ABCD 矩阵计算传递函数，用来获得  $\xi, \omega_0$ . 注意虽然一个电路可以通过奇怪的取输入输出方式变成多种传递函数，但是只要不发生零极点对消，则其共享一个分母（数学上即共享一套极点）。

# 时域分析

## 解答 (2)

使用 T 模型对电路进行化简



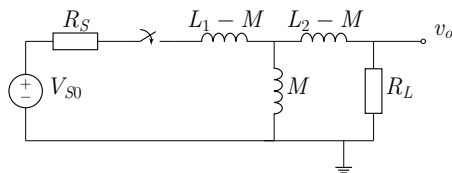
$$ABCD = \begin{bmatrix} 1 & R_S \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s(L_1 - M) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

注意到这是一个二阶系统，使用五要素法。首先通过 ABCD 矩阵计算传递函数，用来获得  $\xi, \omega_0$ 。注意虽然一个电路可以通过奇怪的取输入输出方式变成多种传递函数，但是只要不发生零极点对消，则其共享一个分母（数学上即共享一套极点）。

# 时域分析

## 解答 (2)

使用 T 模型对电路进行化简



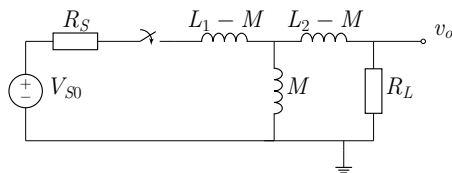
注意到这是一个二阶系统，使用五要素法。首先通过 ABCD 矩阵计算传递函数，用来获得  $\xi, \omega_0$ 。注意虽然一个电路可以通过奇怪的取输入输出方式变成多种传递函数，但是只要不发生零极点对消，则其共享一个分母（数学上即共享一套极点）。

$$ABCD = \begin{bmatrix} 1 & R_S \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s(L_1 - M) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{sM} & 1 \end{bmatrix}$$

# 时域分析

## 解答 (2)

使用 T 模型对电路进行化简



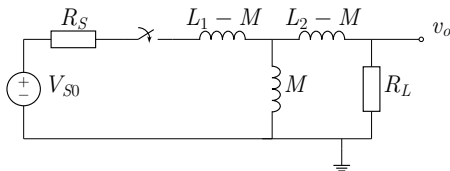
注意到这是一个二阶系统，使用五要素法。首先通过 ABCD 矩阵计算传递函数，用来获得  $\xi, \omega_0$ . 注意虽然一个电路可以通过奇怪的取输入输出方式变成多种传递函数，但是只要不发生零极点对消，则其共享一个分母（数学上即共享一套极点）。

$$ABCD = \begin{bmatrix} 1 & R_S \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s(L_1 - M) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{sM} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s(L_2 - M) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# 时域分析

## 解答 (2)

使用 T 模型对电路进行化简



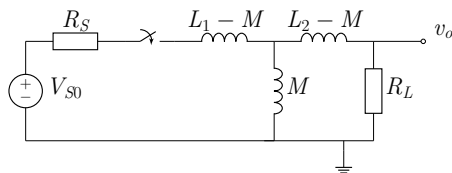
注意到这是一个二阶系统，使用五要素法。首先通过 ABCD 矩阵计算传递函数，用来获得  $\xi, \omega_0$ 。注意虽然一个电路可以通过奇怪的取输入输出方式变成多种传递函数，但是只要不发生零极点对消，则其共享一个分母（数学上即共享一套极点）。

$$ABCD = \begin{bmatrix} 1 & R_S \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s(L_1 - M) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{sM} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s(L_2 - M) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_L} & 1 \end{bmatrix}$$

# 时域分析

## 解答 (2)

使用 T 模型对电路进行化简



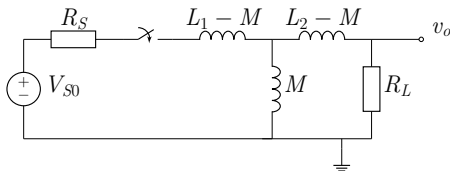
注意到这是一个二阶系统，使用五要素法。首先通过 ABCD 矩阵计算传递函数，用来获得  $\xi, \omega_0$ 。注意虽然一个电路可以通过奇怪的取输入输出方式变成多种传递函数，但是只要不发生零极点对消，则其共享一个分母（数学上即共享一套极点）。

$$\begin{aligned}
 ABCD &= \begin{bmatrix} 1 & R_S \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s(L_1 - M) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{sM} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s(L_2 - M) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_L} & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 4.2 \times 10^{-9}s + 1.75 + 1.25 \times 10^8 s^{-1} & * \\ * & * \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

# 时域分析

## 解答 (2)

使用 T 模型对电路进行化简



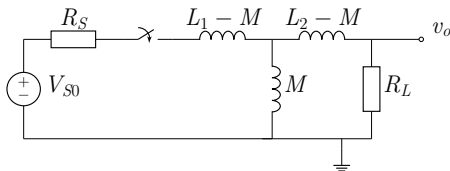
注意到这是一个二阶系统，使用五要素法。首先通过 ABCD 矩阵计算传递函数，用来获得  $\xi, \omega_0$ 。注意虽然一个电路可以通过奇怪的取输入输出方式变成多种传递函数，但是只要不发生零极点对消，则其共享一个分母（数学上即共享一套极点）。

$$\begin{aligned}
 ABCD &= \begin{bmatrix} 1 & R_S \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s(L_1 - M) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{sM} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s(L_2 - M) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_L} & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 4.2 \times 10^{-9}s + 1.75 + 1.25 \times 10^8 s^{-1} & * \\ * & * \end{bmatrix} \\
 H_v &= \frac{1}{A} = \frac{*}{s^2 + 4.17 \times 10^8 s + 2.98 \times 10^{16}}
 \end{aligned}$$

# 时域分析

## 解答 (2)

使用 T 模型对电路进行化简



注意到这是一个二阶系统，使用五要素法。首先通过 ABCD 矩阵计算传递函数，用来获得  $\xi, \omega_0$ 。注意虽然一个电路可以通过奇怪的取输入输出方式变成多种传递函数，但是只要不发生零极点对消，则其共享一个分母（数学上即共享一套极点）。

$$ABCD = \begin{bmatrix} 1 & R_S \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s(L_1 - M) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{sM} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & s(L_2 - M) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_L} & 1 \end{bmatrix}$$

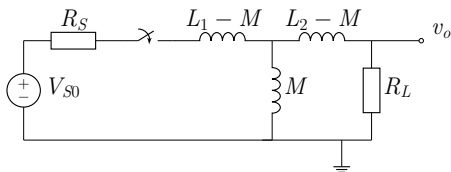
$$= \begin{bmatrix} 4.2 \times 10^{-9}s + 1.75 + 1.25 \times 10^8 s^{-1} & * \\ * & * \end{bmatrix}$$

$$H_v = \frac{1}{A} = \frac{*}{s^2 + 4.17 \times 10^8 s + 2.98 \times 10^{16}} \Rightarrow \omega_0 = 1.73 \times 10^8 s^{-1}, \xi = 1.21$$

# 时域分析

## 解答 (2)

$$\omega_0 = 1.73 \times 10^8 \text{ s}^{-1}, \xi = 1.21$$



注意到这是一个二阶系统，使用五要素法。然后利用  $t = 0^-$  时稳态，并列出发合上开关时刻的瞬时电路方程和瞬变量电路方程求解初值、微分初值。

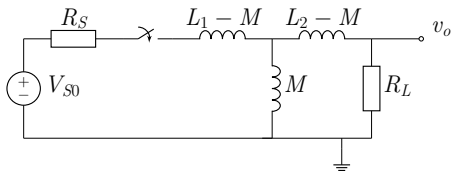
稳态分析：开关断开很久，能量全部耗散，电感短路， $v_{o\infty}(t) = 0$ 。

瞬时分析：开关闭合时，电感  $L_2 - M$  电流为 0 不变，因此  $v_0(0) = 0$ 。

# 时域分析

## 解答 (2)

$$\omega_0 = 1.73 \times 10^8 \text{ s}^{-1}, \xi = 1.21$$



注意到这是一个二阶系统，使用五要素法。然后利用  $t = 0^-$  时稳态，并列出发合上开关时刻的瞬时电路方程和瞬变量电路方程求解初值、微分初值。

瞬变分析：对 T 形节点列写微分的 KCL 得到 (利用  $R_s$  上电流突变为 0 得到压降为 0)：

$$\dot{i}_{L_1-M}(0) - \dot{i}_M(0) - \dot{i}_{L_2-M}(0) = 0, \dot{i}_{L_1-M}(0) = \frac{V_{s0}}{L_1 - M}, \dot{i}_M(0) = 0$$

进而

$$v_o(0) = R_L \dot{i}_{L_2-M}(0) = \frac{V_{s0}}{L_1 - M} R_L = \boxed{2.5 \times 10^{10} \text{ V/s}}$$

# 时域分析

## 解答 (2) 续

五要素法:

$$\begin{cases} \omega_0 = 1.73 \times 10^8 s^{-1} \\ \xi = 1.21 \end{cases}$$

# 时域分析

## 解答 (2) 续

五要素法:

$$\begin{cases} \omega_0 = 1.73 \times 10^8 s^{-1} \\ \xi = 1.21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \omega_0(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}) = -9.17 \times 10^7 s^{-1} \\ \lambda_2 = \omega_0(-\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}) = -3.27 \times 10^8 s^{-1} \end{cases}$$

# 时域分析

## 解答 (2) 续

五要素法:

$$\begin{cases} \omega_0 = 1.73 \times 10^8 s^{-1} \\ \xi = 1.21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \omega_0(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}) = -9.17 \times 10^7 s^{-1} \\ \lambda_2 = \omega_0(-\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}) = -3.27 \times 10^8 s^{-1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (v_o(0) - v_{o\infty}(0)) - \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} (\dot{v}_o(0) - \dot{v}_{o\infty}(0)) = 106.3V \\ B = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} (v_o(0) - v_{o\infty}(0)) - \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} (\dot{v}_o(0) - \dot{v}_{o\infty}(0)) = -106.3V \end{cases}$$

# 时域分析

## 解答 (2) 续

五要素法:

$$\begin{cases} \omega_0 = 1.73 \times 10^8 s^{-1} \\ \xi = 1.21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \omega_0(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}) = -9.17 \times 10^7 s^{-1} \\ \lambda_2 = \omega_0(-\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}) = -3.27 \times 10^8 s^{-1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (v_o(0) - v_{o\infty}(0)) - \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} (\dot{v}_o(0) - \dot{v}_{o\infty}(0)) = 106.3V \\ B = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} (v_o(0) - v_{o\infty}(0)) - \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} (\dot{v}_o(0) - \dot{v}_{o\infty}(0)) = -106.3V \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_o(t) = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t} = \boxed{106.3V \cdot e^{-9.17 \times 10^7 t} - 106.3V \cdot e^{-3.27 \times 10^8 t}}$$

# 波特图的绘制

波特图需要简单了解一下数学原理。对于有理传递函数

$$H(j\omega) = H_0 \frac{(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z1}})(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z2}})\cdots}{(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}})(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}})\cdots}$$

有

$$|H(j\omega)| = |H_0| \frac{\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_{z1}})^2} \sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_{z2}})^2} \cdots}{\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_{p1}})^2} \sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_{p2}})^2} \cdots}$$

利用近似

$$\log(1+x) \approx \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \log x & x > 1 \end{cases} = \text{Relu}(\log x)$$

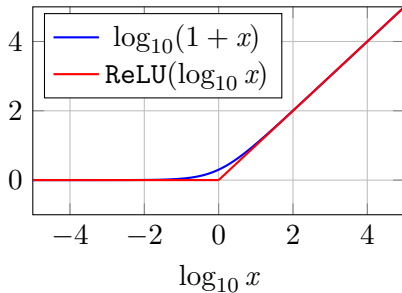
得到

$$20 \log |H(j\omega)| = 20 \log |H_0| + \sum_{i \in \text{零点}} 20 \text{Relu} \left( \log \frac{\omega}{\omega_{zi}} \right) - \sum_{i \in \text{极点}} 20 \text{Relu} \left( \log \frac{\omega}{\omega_{pi}} \right)$$

# 波特图的绘制

$$\log(1+x) \approx \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \log x & x > 1 \end{cases}$$

$$= \text{Relu}(\log x)$$



# 伯特图的绘制

伯特图的绘制几乎属于必考题型，也是比较简单和套路的一种考题。主要分为两个步骤：

# 波特图的绘制

波特图的绘制几乎属于必考题型，也是比较简单和套路的一种考题。主要分为两个步骤：

## 第一步：求传函并因式分解

求出有理式形式的传递函数： $H_0 \Rightarrow$  幅频曲线最大值

$$H(j\omega) = H_0 \frac{(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z1}})(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z2}})\cdots}{(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}})(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}})\cdots}$$

# 波特图的绘制

波特图的绘制几乎属于必考题型，也是比较简单和套路的一种考题。主要分为两个步骤：

## 第一步：求传函并因式分解

求出有理式形式的传递函数： $H_0 \Rightarrow$  幅频曲线最大值

$$H(j\omega) = H_0 \frac{(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z1}})(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z2}})\cdots}{(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}})(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}})\cdots}$$

## 第二步：零极点按照大小排序

# 波特图的绘制

波特图的绘制几乎属于必考题型，也是比较简单和套路的一种考题。主要分为两个步骤：

## 第一步：求传函并因式分解

求出有理式形式的传递函数： $H_0 \Rightarrow$  幅频曲线最大值

$$H(j\omega) = H_0 \frac{(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z1}})(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z2}}) \cdots}{(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}})(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}) \cdots}$$

## 第二步：零极点按照大小排序

- 幅频 碰到极点 (斜率  $\Rightarrow$ )  $-20\text{dB/dec}$ ，碰到零点 (斜率  $\Rightarrow$ )  $+20\text{dB/dec}$ 。

# 波特图的绘制

波特图的绘制几乎属于必考题型，也是比较简单和套路的一种考题。主要分为两个步骤：

## 第一步：求传函并因式分解

求出有理式形式的传递函数： $H_0 \Rightarrow$  幅频曲线最大值

$$H(j\omega) = H_0 \frac{(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z1}})(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z2}}) \cdots}{(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}})(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}) \cdots}$$

## 第二步：零极点按照大小排序

- 幅频 碰到极点 (斜率  $\pm$ )  $-20\text{dB/dec}$ ，碰到零点 (斜率  $\pm$ )  $+20\text{dB/dec}$ 。
- 相频 极点滞后 (相位在  $0.1 \sim 10$  倍频率内线性减少)  $90^\circ$ ，零点看左右，左超右滞  $90^\circ$ 。

# 伯特图的绘制

以上对于没有 0 零点的情况。如果有 0 零点怎么办？

# 波特图的绘制

以上对于没有 0 零点的情况。如果有 0 零点怎么办？  
有 0 零点时，传递函数形式为

$$H(j\omega) = H_0 \frac{(j\frac{\omega}{\omega_{z0}})^m (1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z1}})(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z2}}) \cdots}{(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}})(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}) \cdots}$$

# 波特图的绘制

以上对于没有 0 零点的情况。如果有 0 零点怎么办？  
有 0 零点时，传递函数形式为

$$H(j\omega) = H_0 \frac{(j\frac{\omega}{\omega_{z0}})^m (1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z1}})(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z2}}) \cdots}{(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}})(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}) \cdots}$$

由于频率取对数后，0 零点对应到  $-\infty$ ，因此幅频率曲线“天生”带一个  $+m \times 20\text{dB/dec}$  的斜率，且相频曲线“天生”带相位  $m \times 90^\circ$ 。

# 波特图的绘制

以上对于没有 0 零点的情况。如果有 0 零点怎么办？  
有 0 零点时，传递函数形式为

$$H(j\omega) = H_0 \frac{(j\frac{\omega}{\omega_{z0}})^m (1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z1}})(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z2}}) \cdots}{(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}})(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}) \cdots}$$

由于频率取对数后，0 零点对应到  $-\infty$ ，因此幅频率曲线“天生”带一个  $+m \times 20\text{dB/dec}$  的斜率，且相频曲线“天生”带相位  $m \times 90^\circ$ 。  
而回到之前的公式：

$$20 \log |H(j\omega)| = 20 \log |H_0| + \sum_{i \in \text{零点}} 20 \text{Re} \text{lu} \left( \log \frac{\omega}{\omega_{zi}} \right) - \sum_{i \in \text{极点}} 20 \text{Re} \text{lu} \left( \log \frac{\omega}{\omega_{pi}} \right) + 20m \log \frac{\omega}{\omega_{z0}}$$

# 波特图的绘制

以上对于没有 0 零点的情况。如果有 0 零点怎么办？  
有 0 零点时，传递函数形式为

$$H(j\omega) = H_0 \frac{(j\frac{\omega}{\omega_{z0}})^m (1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z1}})(1 \pm j\frac{\omega}{\omega_{z2}}) \cdots}{(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}})(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}) \cdots}$$

由于频率取对数后，0 零点对应到  $-\infty$ ，因此幅频率曲线“天生”带一个  $+m \times 20\text{dB/dec}$  的斜率，且相频曲线“天生”带相位  $m \times 90^\circ$ 。  
而回到之前的公式：

$$20 \log |H(j\omega)| = 20 \log |H_0| + \sum_{i \in \text{零点}} 20 \text{Re} \text{lu} \left( \log \frac{\omega}{\omega_{zi}} \right) - \sum_{i \in \text{极点}} 20 \text{Re} \text{lu} \left( \log \frac{\omega}{\omega_{pi}} \right) + 20m \log \frac{\omega}{\omega_{z0}}$$

可见，0 零点对  $\omega_{z0}$  点的增益贡献恰好为 0dB。因此只需要巧妙地把  $\omega_{z0}$  放进通带即可。