北京林业大学 2007--2008 学年第二学期考试试卷

试卷名称： 数理统计 II（B 卷）　　**课程所在院系：** 理学院

考试班级： ________ **学号：** ________ **姓名：** ________ **成绩：** ______

试卷说明：

1. 本次考试为闭卷考试。本试卷共 4 页，共八大部分，请勿漏答；
2. 考试时间为 120 分钟，请掌握好答题时间；
3. 答题之前，请将试卷上的考试班级、学号、姓名填写清楚；
4. 所有试题答案写在试卷上；
5. 答题完毕，请将试卷交回，不得带出考场；
6. 考试中心提示：请你遵守考场纪律，参与公平竞争！

答题中可能用到的数据：

$\Phi(1.25)=0.8944$，$\Phi(1.75)=0.9599$，$\Phi(0.4243)=0.6228$，$\Phi(1.414)=0.9213$，

$z_{0.025}=1.96$，$t_{0.025}(4)=2.7764$, $\chi^2_{0.025}(4)=11.143$, $\chi^2_{0.025}(5)=12.833$

一、选择题（在每个小题四个备选答案中选出一个正确答案，每小题 3 分，总计 2 1 分）

1. 设 A、B 为任意两事件，且 $A\subset B, P(B)>0$, 则下列选择必然成立的是__(C)__。

$(A)P(A)<P(A|B)$；$(B)P(A)>P(A|B)$；$(C)P(A)\le P(A|B)$ ；$(D)P(A)\ge P(A|B)$

2. 对于事件 A，B，下列命题正确的是__(D)__

（A）若 A，B 互不相容，则 $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 也互不相容。

（B）若 A，B 相容，那么 $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 也相容。

（C）若 A，B 互不相容，且概率都大于零，则 A，B 也相互独立。

（D）若 A，B 相互独立，那么 $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 也相互独立。

3 .设 X_1,X_2,X_3 相互独立同服从参数 $\lambda=3$ 的泊松分布，令 $Y=\frac{1}{3}(X_1+X_2+X_3)$，则 $E(Y^2)=$ __(C)__.

(A) 1.　　(B) 9.　　(C)10.　　(D) 6.

4．每次试验结果相互独立，设每次试验成功的概率为 p 。则重复进行试验直到第 10 次才取得 k $(1\le k\le 10)$ 次成功的概率等于__(C)__ .

（A） $C_9^k p^k(1-p)^{10-k}$；(B) $C_{10}^{k-1}p^k(1-p)^{10-k}$；(C) $C_9^{k-1}p^k(1-p)^{10-k}$；(D) $C_{10}^k p^k(1-p)^{9-k}$

5．设 $X\sim N(1.5,\ 4)$，则 P{-2<x<4}=__(A)__

(A) 0.8543　　(B) 0.1457　　(C) 0.3541　　(D) 0.2543

6．已知 $x_1, x_2, \cdots x_{10}$ 是来自总体 X 的简单随机样本，$EX=\mu$。令 $\hat{\theta}=\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{6}x_i + A\sum_{i=7}^{10}x_i$，则

当 $A=$ ＿＿(C)＿＿时，$\hat{\theta}$ 为总体均值 μ 的无偏估计

(A) 1／8　　(B) 1／4　　(C) 1／16　　(D) 1／10

7.若 $X \sim t(n)$ 那么 $X^2 \sim$ ＿(A)＿.

(A) $F(1,n)$　　(B) $F(n,1)$　　(C) $\chi^2(n)$　　(D) $t(n)$

二、填空题（在每个小题填入一个正确答案，每空 3 分，总计 27 分）

1. 同时掷 5 颗骰子，5 颗骰子恰有 2 颗同点的概率等于＿25/54 (或 0.463)＿。
2. 某厂有甲、乙、丙三条流水线生产同一产品，每条流水线的产品分别占总量的 30%，25%，45%；甲、乙、丙三条流水线的次品率分别为 0.05，0.04，0.02。则全厂的该产品的次品率等于 0.034＿＿；现在从该厂中随机抽取一件该类产品，发现它为次品，则抽到的这个产品为甲流水线产品的概率等于＿0.441＿＿。

3．设二维随机向量 $(X,Y) \sim N(\mu_1,\mu_2,\sigma_1^1,\sigma_2^2,\rho)$ 其中 $\sigma_1,\sigma_2>0$，$-1<\rho<1$，当

$\rho=$＿0＿＿时，X 和 Y 相互独立。

4. 设离散型随机变量 X 分布律 $P\{X=k\}=5A(1/2)^k \quad (k=1,2,\cdots)$ 则 A=＿0.2＿。

5. 设 $D(X)=25, D(Y)=36, \rho_{XY}=0.4$，则 $D(X+Y)=$＿＿37＿＿。

6．总体 $N(20,3)$ 的容量分别为 10 和 15 的两个独立样本的均值分别记为 $\overline{X}$ 和 $\overline{Y}$，则

$P\{|\overline{X}-\overline{Y}|<0.3|\}=$＿0.2456＿＿。

7．设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的简单随机样本，μ 和 σ^2 均未知，记

$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，$Q^2=\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$，则假设 $H_0:\mu=0$ 的 t 检验使用统计量 $T=$＿$\frac{\overline{X}\sqrt{n(n-1)}}{Q}$＿，拒

绝域为＿$|T|\geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$＿

三（6 分）．设各零件的重量都是随机变量，它们相互独立，而且服从相同的分布，其数学期望为 0.5kg，标准差为 0.1．用中心极限定理求 5000 只零件的总重量超过 2510 的概率。

解：设 $X_i \quad (i=1,2,\cdots100)$ 表示第 i 个零件的重量，X 表示 5000 只零件的总重量，则

$X=\sum_{i=1}^{100}X_i$，　　$EX=5000\times0.5=2500, DX=5000X\,0.01=50$

6．已知 $x_1, x_2, \cdots x_{10}$ 是来自总体 X 的简单随机样本，$EX=\mu$。令 $\hat{\theta}=\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{6}x_i + A\sum_{i=7}^{10}x_i$，则

当 $A=$ ____(C)____ 时，$\hat{\theta}$ 为总体均值 μ 的无偏估计

(A) 1／8　　(B) 1／4　　(C) 1／16　　(D) 1／10

7.若 $X\sim t(n)$ 那么 $X^2\sim$ ___(A)___.

(A) $F(1,n)$　　(B) $F(n,1)$　　(C) $\chi^2(n)$　　(D) $t(n)$

二、填空题（在每个小题填入一个正确答案，每空 3 分，总计 27 分）

1. 同时掷 5 颗骰子，5 颗骰子恰有 2 颗同点的概率等于 ___25/54 (或 0.463)___。
2. 某厂有甲、乙、丙三条流水线生产同一产品，每条流水线的产品分别占总量的 30%，25%，45%；甲、乙、丙三条流水线的次品率分别为 0.05，0.04，0.02。则全厂的该产品的次品率等于 ___0.034___；现在从该厂中随机抽取一件该类产品，发现它为次品，则抽到的这个产品为甲流水线产品的概率等于 ___0.441___。

3．设二维随机向量 $(X,Y)\sim N(\mu_1,\mu_2,\sigma_1^1,\sigma_2^2,\rho)$ 其中 $\sigma_1,\sigma_2>0$，$-1<\rho<1$，当

$\rho=$ ___0___ 时，X 和 Y 相互独立。

4. 设离散型随机变量 X 分布律 $P\{X=k\}=5A(1/2)^k \quad (k=1,2,\cdots)$ 则 A= ___0.2___。

5. 设 $D(X)=25, D(Y)=36, \rho_{XY}=0.4$，则 $D(X+Y)=$ ___37___。

6．总体 $N(20,3)$ 的容量分别为 10 和 15 的两个独立样本的均值分别记为 $\overline{X}$ 和 $\overline{Y}$，则

$P\{|\overline{X}-\overline{Y}|<0.3|\}=$ ___0.2456___。

7．设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的简单随机样本，μ 和 σ^2 均未知，记

$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，$Q^2=\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$，则假设 $H_0:\mu=0$ 的 t 检验使用统计量 $T=$ ___$\frac{\overline{X}\sqrt{n(n-1)}}{Q}$___，拒

绝域为：___$|T|\geq t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$___

三（6 分）．设各零件的重量都是随机变量，它们相互独立，而且服从相同的分布，其数学期望为 0.5kg，标准差为 0.1．用中心极限定理求 5000 只零件的总重量超过 2510 的概率。

解：设 $X_i \quad (i=1,2,\cdots 100)$ 表示第 i 个零件的重量，X 表示 5000 只零件的总重量，则

$X=\sum_{i=1}^{100}X_i$，　　$EX=5000\times0.5=2500, DX=5000X\,0.01=50$，

$$F_Y(y) = P\{Y \le y\} \cdots\cdots\cdots 1\text{分}$$

$$= P\{2X + 1 \le y\}$$

$$= P\{X \le \frac{1}{2}(y-1)\} \cdots\cdots\cdots 2\text{分}$$

$$= F_X\{\frac{1}{2}(y-1)\} \cdots\cdots\cdots 4\text{分}$$

两边对 y 求导，得 $f_Y(y) = f_X(\frac{y-1}{2}).\frac{1}{2} = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{-[\frac{y-1}{2}-1]^2} = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{y^2+2y+1}{4}}$ ------6 分

法 2： $X = \frac{Y-1}{2}$， ....2 分

所以

$$f_Y(y) = f_X(\frac{y-1}{2}).(\frac{y-1}{2})' \cdots\cdots\cdots 4\text{分}$$

$$=\text{分} \frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{-[\frac{y-1}{2}-1]^2} = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{y^2+2y+1}{4}} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots 6$$

六（10 分）．设连续型随机变量 X 的密度为 $f(x) = \begin{cases} Ke^{-5x}, & x > 0 \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$

(1)确定常数 K；(2)求 $P\{X > 0.2\}$ ；（3）求 X 的分布函数．

解:(1)由密度函数性质知: $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \int_0^{\infty} Ke^{-5x}dx = \frac{K}{5} = 1$,

所以 K=5 ------3 分

(2) $P\{X > 0.2\} = \int_2^{\infty} 5e^{-5x}dx = e^{-10}$ ------6 分

(3) X 的分布函数

$$F(x) = \begin{cases} 0, & if\ x \le 0 \\ \int_0^x 5e^{-5x}dx = 1 - e^{-5x}, & if\ x > 0 \end{cases}$$ ------1 0 分

七（12 分）．设二维随机变量 X与Y 的联合密度函数为

$$f(x,y) = \begin{cases} x^2 + \frac{xy}{3}, & 0 < x < 1,\ 0<y<2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

(1)求 $P\{X+Y\le 1\}$；

(2)分别求关于 X 与关于 Y 的边缘密度函数；（3）判断 X 与 Y 是否相互独立.

解：（1）

$$P\{X+Y\le 1\}=\iint\limits_{D:x+y<1} f(x,y)dxdy=\int_0^1 dx\int_0^{1-x}(x^2+\frac{xy}{3})dy$$

$$=\int_0^1(-\frac{5}{6}x^3+\frac{2}{3}x^2+\frac{x}{6})dx=\frac{7}{72}$$

------4 分

（2）$f_X(x)=\begin{cases}\int_{-\infty}^{\infty}f(x,y)dy=\int_0^2(x^2+\frac{xy}{3})dy=2x^2+\frac{2}{3}x, & if\ \ 0<x<1\\ 0, & else\end{cases}$ ------7 分

$f_Y(y)=\begin{cases}\int_{-\infty}^{\infty}f(x,y)dx=\int_0^1(x^2+\frac{xy}{3})dx=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}y, & if\ \ 0<y<2\\ 0, & else\end{cases}$ ------１０分

（３）显然，$f(x,y)\ne f_X(x)f_Y(y)$，所以 X 和 Y 不独立. ------１２分

八（10 分）. 某批电子元件的使用寿命（单位：小时）服从正态分布,现从这批元件中随机抽取 5 只做寿命试验，测得这 5 只元件的使用寿命 X 的均值为 1160，方差为 9950,在置信水平 0.95 下,求：

(1)该批电子元件的寿命均值 μ 置信区间；

(2)该批电子元件的寿命的方差 σ^2 的置信区间.

解：$\mu\in(\bar{X}-t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}},\bar{X}+t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}})$ ------2 分

$=(1160-2.7764\times\frac{99.3}{\sqrt{5}},1160+2.7764\times\frac{99.3}{\sqrt{5}})$ ------ 4 分

$=(1160-123.3,1160+123.3)=(1036.7,1283.3)$ ------ 5 分

$$\sigma^2\in\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)},\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}\right)=\left(\frac{39800}{11.143},\frac{39800}{0.484}\right)=(3571.7,82231.4)$$

------7 分 ------9 分 ------１０分