北京林业大学《离散数学》2017-2018学年第一学期期末试卷（B）

一、单选题（本大题共8小题，每小题2分，共16分）

1．设p：天下大雨，q：我们乘公共汽车。命题“除非天下大雨，否则我们不乘公共汽车。”符号化为 （　）

A. $p\rightarrow q$　　B. $q\rightarrow p$　　C. $p\wedge q$　　D. $\neg q\rightarrow\neg p$

2．设F(x)：x是兔子，G(y)：y是乌龟，H(x,y)：x比y跑得快。命题“有的兔子比所有的乌龟跑得快”符号化为 （　）

A. $\forall x(F(x)\rightarrow\exists y(G(y)\wedge H(x,y)))$　　B. $\forall x\exists y((F(x)\wedge G(y))\rightarrow H(x,y))$

C. $\forall x\exists y(F(x)\rightarrow(G(y)\rightarrow H(x,y)))$　　D. $\exists x(F(x)\wedge\forall y(G(y)\rightarrow H(x,y)))$

3．设集合A={∅，a}，下面四个命题为真的是 （　）

A. $a\subseteq A$　　B. $\varnothing\subseteq A$　　C. $\{\varnothing\}\in A$　　D. $\{a\}\in A$

4．设集合A={a,b,c,d}，A上的关系R={⟨a,b⟩，⟨b,a⟩，⟨c,d⟩，⟨d,c⟩}∪I_A，则下面命题为真的是 （　）

A. R是A上的等价关系　　B. R是A上的偏序关系

C. R是A上的全序关系　　D. R是A上的全域关系

5．设V=⟨N，+⟩，其中N为自然数集合，+为数的普通加法。令φ:N→N，

$\varphi(x)=2x$。下面四个命题为真的是 （　）

A.是满同态　　B.是单自同态

C.是自同构　　D.是V到自身的映射，但A，B，C都不是

6．设Z是整数集合，∩是Z的幂集P（Z）上的交运算。

令V=⟨P（Z）；∩⟩，则V是 （　）

A.循环群　　B. 有限群　　C. 无限群　　D. 含幺半群

7.设G是有n 个顶点m 条边的无向简单图，并且m=n－1，则有结论 （　）

A. G一定是树　　B. G不一定是树　　C.G一定不是树　　D.G是森林

8．完全图K_4是 （　）

A. 欧拉图　　B.二部图　　C.平面图　　D.非平面图

二、填空题（本大题共8小题，每小题3分，共24分）

1．含n个命题变项的矛盾式的主析取范式为________________。

2．设个体域为自然数集合N，命题$\forall x\exists y(x+y=1)$的真值为______。

3．设A={a,b}，I_A是A上的恒等关系，则商集A/I_A=__________。

4．设A={1,2,3,4}，则S上的4元对称群是______阶群。

5．群中唯一的幂等元是___________。

6．设Z是整数集合，×是数的乘法运算. 令V=⟨Z,×⟩，则命题“V是群”的真值为______。

7．两个同构的图的顶点数一定______。

8．设二元正则树 T 的顶点数为 n，则 n 必为 ______ 数。

三、简答题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

1．用主析取范式法判断命题公式$(p\wedge q)\rightarrow r$的类型。

2．给定解释 I 如下：D=｛1,2｝，P(1,1)=P(2,2)=0，P(1,2)=P(2,1)=1。求$\forall x\forall yP(x,y)$在解释 I 下的真值。

3．设 A=｛1，2，3｝，A 上关系 R=｛〈1,1〉,〈1,2〉，〈2,1〉,〈2,2〉,〈3,1〉,〈3,3〉},

（1） 写出 R 的关系矩阵；

（2） 画出 R 的关系图；

（3） 并确定 R 具有哪些性质。

4．设集合 A=｛2, 3, 5, 7, 8, 12｝，A 上的偏序关系 R=｛〈x, y〉|x 能整除 y｝。求出集合 A 的极小元、极大元、最小元、最大元、上界、下界、最小上界、最大下界。

5．设〈L，∧，∨〉是格，$\forall a, b\in L$，验证：$a\wedge b=a\Leftrightarrow a\vee b=b$。

6．设 R 为实数集合，∘定义为：对任意$\forall x, y\in R$，有 $x\circ y = x + y - xy$，这里+、-为数的加法和减法运算。验证：〈R，∘〉是否为群。

7．画出带权为 2，2，5，5，10，11 的最优树 T，求 T 对应的前缀码，计算 T 的权。

8．设 10 阶平面图 G 有 5 个面，求 G 中的边数。

四、证明题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

1．在命题逻辑中构造下面推理的证明

前提：$q\rightarrow p$，$\neg p\vee r$，$q\vee s$.

结论：$\neg r\rightarrow s$.

2．设 R 是集合 A 上的关系，证明：R 是反自反的当且仅当 $R\cap I_A=\varnothing$。

3．设群 G 中含有 2 阶元 a（即 2 是使 $a^k=e$ 的最小正整数，其中 e 为单位元），证明与 a 可交换的元素构成 G 的子群。

4．试证明：简单连通无向图 G 的任何一条边，都是 G 的某一棵生成树的边。