年级：________ 专业：________ 班级：________ 学号：________ 姓名：________

……………………………………装………………订………………线……………………………………

# 北京林业大学《离散数学》
# 2022-2023学年第一学期期末考试试卷

开课单位：　　　　考试形式：闭卷　　　　考试时间：

所需时间：<u>120</u>分钟

| 题序 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总 分 |
|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | |
| 评卷人 | | | | | |

| 得分 |
|---|
| |

**一．选择题（本大题共 10 题，每题 2 分，共 20 分。选择题答案请填到下面表格的相应栏中）**

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | | | | | | | | | | |

1．下列式子中是永真式的为（　　）。

A．$A \vee (A \wedge B)$　B．$(A \wedge B) \vee (\neg A \wedge B)$　C．$A \vee (\neg A \vee (B \wedge \neg B))$　D．$A \Leftrightarrow B$

2．命题公式$(P \wedge (P \to Q)) \to Q$是（　　）。

A．矛盾式　B．蕴含式　C．重言式　D．等价式

3．设 R(x)：x 是实数；Q(x)：x 是有理数。命题“所有有理数是实数”可以符号化为（　　）。

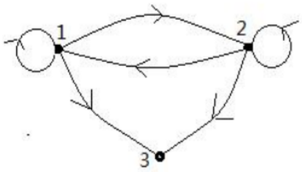
A．$(\forall x)(Q(x) \wedge R(x))$　B．$(\forall x)(Q(x) \to R(x))$

C．$(\exists x)(Q(x) \wedge R(x))$　D．$(\exists x)(Q(x) \to R(x))$

4．设 A={1，2，3}，则 A 上的二元关系有（　　）个。

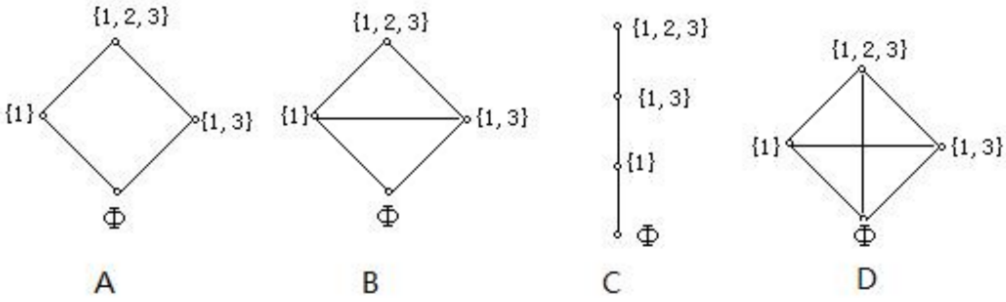
A．$2^3$；　B．$3^2$；　C．$2^{3\times3}$；　D．$3^{2\times2}$。

5. 设 A={1，2，3}，如右图所示关系图表示的二元关系具有（　　）。




A．自反性　　B．对称性　　C．传递性　　D．反对称性

6．设 A={Φ，{1}，{1，3}，{1，2，3}}则 A 上包含关系“⊆”的哈斯图为（　　）




7．对于集合 A={x｜-10<x<10}，下列哪种运算是封闭的（　　　）。

A．+；　　B．—；　　C．｜x−y｜；　　D．｜x｜。

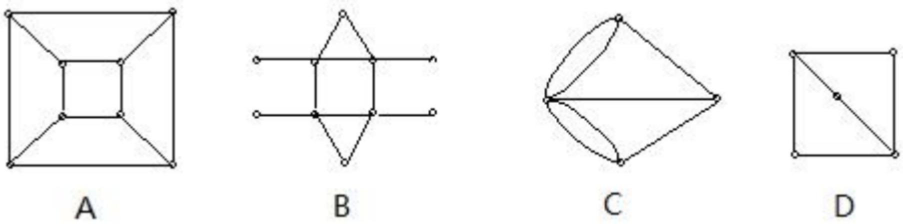
8．设 R 是实数集合，“×”为普通乘法，则代数系统<R ，×> 不是（　　　）。

A．群；　　B．独异点；　　C．半群 ；　　D．广群。

9．设 $G = \langle V, E \rangle$ 为无向图，$|V| = 5$，$|E| = 13$，则 G 一定是（　　　）。

A．完全图；　　B．补图；　　C．简单图；　　D．多重图。

10．下列各图中，能够被一笔画出的是（　　）.




| 得分 |
| --- |
| |

**二．填空题（本大题共 10 题，每空 1 分，共 15 分。）**

1．P：你努力，Q：你失败。“除非你努力，否则你将失败”的翻译为________________________；“虽然你努力了，但你还是失败了”的翻译为____________________________。

2．设 P，Q 的真值为 0，R，S 的真值为 1，则 $\neg(P \wedge (Q \vee (R \rightarrow \neg P))) \wedge (R \leftrightarrow \neg S)$ 的真值为 ____________________ 。

3．集合 A={Φ,{Φ}}的幂集 $\mathcal{P}(A)$ = ____________________________________________ 。

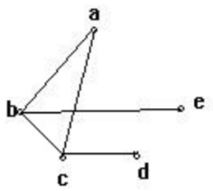
4．设 $A=\{2,a,\{3\},4\}$， $B=\{\{a\},3,4,1\}$，请在下列每对集合中填入适当的符号（∈ ，⊆）： （1）$\{a\}$ ________ $B$， (2) $\{a,4,\{3\}\}$ ________ $A$。

5．集合 S={ α， β， γ， δ }上的二元运算*为

| * | α | β | γ | δ |
|---|---|---|---|---|
| α | δ | α | β | γ |
| β | α | β | γ | δ |
| γ | β | γ | γ | γ |
| δ | α | δ | γ | δ |

那么，代数系统<S, *>中的幺元是 ________ 。 有逆元的元素为 ________ 。

6．设图 G＝< V ，E >中有 7 个结点，各结点的度数分别为 2，4，4，6，5，5，2，则 G 中有 ________条边。

7．图 

的补图为 ________________________ 。

8．设 G 是 n 阶完全图，则 G 的边数 m= ________________。

9．如果有一台计算机，它有一条加法指令，可计算四数的和。现有 28 个数需要计算和，它至少要执行 ________________ 次这个加法指令。

10．设图 G＝< V，E >，$V=\{v_1,v_2,v_3,v_4\}$ 的邻接矩阵 $A=\begin{pmatrix}0&1&0&1\\1&0&1&1\\1&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$，则 $v_1$ 的入度

$\deg^-(v_1)=$ ____________ ，$v_4$ 的度数 $\deg(v_4)=$ ______________ ，从 $v_2$ 到 $v_4$ 的长度为 2 的路有 ____________ 条。

| 得分 |
| --- |
| |

三．计算题(**本大题共 7 题，每题 5 分，共 35 分。**)

1．求出公式$\neg(\neg P \to Q) \vee R$的主合取范式，并指出使公式成 T 的真值指派。

2．假设在 10 名青年中有 5 名是工人，7 名是学生，其中兼具工人与学生双重身份的青年有 3 名，问既不是工人也不是学生的青年有几名？

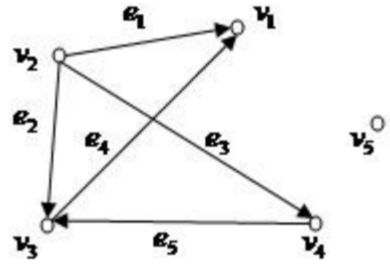
3．A $=\{2,4,7,10,12\}$， A 上的二元关系$R=\{<a,b> \mid a,b \in A$ ，且$a$整除$b\}$。

1）试用列举法写出 R 并给出 R 的关系图、关系矩阵。

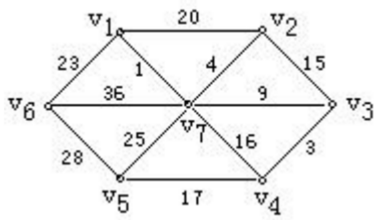
2）R 是等价关系吗？说明 R 具有哪些性质。

4．设集合 A={1,2,3,4,5,6}, A 上的一个划分 S={{1,3,4},{2,5},{6}}。试求由 S 导出的 A 上的等价关系 R，写出 R 的关系图、关系矩阵和等价类$[3]_R$。

5. 如下图所示，试求该图的邻接矩阵，可达性矩阵和关联矩阵。




6. 如下图所示的赋权图表示某七个城市 $v_1, v_2, \cdots, v_7$ 及预先算出它们之间的一些直接通信线路造价，试给出一个设计方案，使得各城市之间能够通信而且总造价最小，并计算出最小总造价。




7. 一棵树有三个结点度数为 2，两个结点度数为 3，两个节点度数为 4，问它有几片树叶。

| 得分 |
| --- |
| |

四．证明题(**本大题共 5 题，每题 6 分，共 30 分。**)

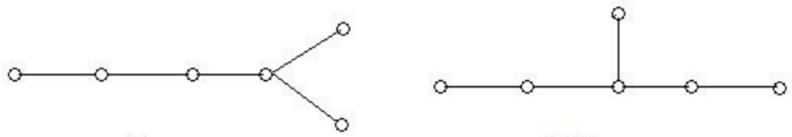
1．符号化下列各题，并说明结论是否有效（用推理规则）。

如果我学习，那么我数学不会不及格。如果我不迷恋网络游戏，那么我将学习。我数学不及格。因此我迷恋于网络游戏。

2．证明：$(A - B)\times C = (A\times C) - (B\times C)$。

3．如果 R、S 都是集合 X 上的等价关系，证明 $R\cap S$ 也是等价关系。

4．证明下面两个图不同构。



a 图　　　　　　b 图

5．实数集 R 上定义二元运算：$a * b = a + b + ab$。证明：
（1）0 是<R，∗>中的幺元，且<R，∗>是独异点。
（2）<R-{-1}，∗>是群。