

# 北京林业大学《高等数学》2022-2023 第一学期期末试卷

考生姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 专业：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_

题序	一	二	三	四	五	六	总分
得分							
评卷人							

得分	
评卷人	

## 一、单项选择题（在每个小题四个备选答案中选出一个正确答案，填在题末的括号中，本大题有 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

- 函数  $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$  的可去间断点是\_\_\_\_\_▲\_\_\_\_\_。 ( )  
 (A)  $x = 1$  (B)  $x = 2$  (C)  $x = 1$  或  $x = 2$  (D)  $x = 1$  和  $x = 2$
- 当  $x \rightarrow 0$  时， $1 - \cos x$  是  $x^2$  的\_\_\_\_\_▲\_\_\_\_\_无穷小。 ( )  
 (A) 高阶 (B) 低阶 (C) 同阶 (D) 等价
- 设  $f(x)$  是闭区间  $[a, b]$  上的单调递增连续的正值函数，且曲线  $y = f(x)$  在闭区间  $[a, b]$  上是上凸的。记  

$$S_1 = \int_a^b f(x) dx, \quad S_2 = f(b)(b-a), \quad S_3 = \frac{1}{2}[f(a) + f(b)](b-a),$$
 则根据图形判断可得\_\_\_\_\_▲\_\_\_\_\_。 ( )  
 (A)  $S_1 < S_2 < S_3$  (B)  $S_1 < S_3 < S_2$  (C)  $S_2 < S_1 < S_3$  (D)  $S_3 < S_1 < S_2$
- 函数  $f(x)$  在点  $x_0$  处可导是函数  $f(x)$  在点  $x_0$  处连续的\_\_\_\_\_▲\_\_\_\_\_。 ( )  
 (A) 充分但非必要条件 (B) 必要但非充分条件  
 (C) 充分必要条件 (D) 既非充分又非必要条件
- 已知  $xe^x$  为  $f(x)$  的一个原函数，求  $\int_0^1 xf'(x)dx =$ \_\_\_\_\_▲\_\_\_\_\_。 ( )  
 (A)  $1 - e$  (B)  $e$  (C)  $e - 1$  (D)  $-e$

得分	
评卷人	

## 二、填空题（将正确答案填在横线上，本大题有 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{x} =$ \_\_\_\_\_。

2. 设函数  $y = xe^{-x}$ , 则  $dy =$  \_\_\_\_\_.

3. 由参数方程  $\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = \sin t \end{cases}$  所确定的函数的导数  $\frac{dy}{dx} =$  \_\_\_\_\_.

4. 设  $y = x \ln x$ , 则  $y'' =$  \_\_\_\_\_.

5. 反常积分  $\int_0^{+\infty} xe^{-x} dx =$  \_\_\_\_\_.

### 三、计算题(本大题有 10 小题, 每小题 5 分, 共 50 分)

1. 求极限:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ .

得分	
评卷人	

2. 求极限:  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\ln(1+x)} \right)$ .

得分	
评卷人	

3. 设  $y = \frac{1}{2} \arctan \frac{2x}{1-x^2}$ , 求  $\frac{dy}{dx}$ .

得分	
评卷人	

4. 求由方程  $x - y^2 + x \ln y + 1 = 0$  所确定的隐函数  $y = y(x)$  的导数  $\frac{dy}{dx}$ .

得分	
评卷人	

装

5. 求不定积分:  $\int \frac{1}{x \ln(ex)} dx$ .

得分	
评卷人	

6. 求不定积分:  $\int \left( \frac{x}{1-x} \right)^2 dx$ .

得分	
评卷人	

订

7. 计算定积分:  $\int_1^2 \frac{\sqrt{x-1}}{x} dx$ .

得分	
评卷人	

线

8. 计算定积分:  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x + \cos x}{1 + \sin^2 x} dx$

得分	
评卷人	

9. 设  $\vec{a} = (2, 3, -1)$ ,  $\vec{b} = (1, -2, 3)$ ,  $\vec{c} = (2, -1, 1)$ , 求  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ .

得分	
评卷人	

10. 求极限:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x t(e^t - 1)dt}{x^3}.$

得分	
评卷人	

得分	
评卷人	

#### 四、解答题（本题 8 分）

求函数  $f(x) = x^3 - 3x$  的单调区间、极值及其图形的凹凸区间和拐点.

得分	
评卷人	

#### 五、应用题（本大题有 2 小题，每小题 4 分，共 8 分）

设抛物线  $y^2 = x - 1$ ，直线  $y = 2$  与  $x$  轴和  $y$  轴所围成图形为 D.

- (1) 求 D 的面积;
- (2) 求 D 绕  $x$  轴旋转所成的旋转体的体积.

得分	
评卷人	

### 六、证明题（本题 4 分）

设  $f(x)$  有一阶连续的导数，正常数  $a$  为函数  $F(x) = \int_0^x (x^2 - t^2) f'(t) dt$

的极值点，试证：在  $(0, a)$  内至少存在一点  $c$ ，使得  $f'(c) = 0$ 。