线性代数总复习 II

考试班级________________学号_____________姓名_____________成绩____________

试卷说明：

1. 本次考试为闭卷考试。本试卷共计 4 页，共 八 大部分，请勿漏答；
2. 考试时间为 120 分钟，请掌握好答题时间；
3. 答题之前，请将试卷和答题纸上的考试班级、学号、姓名填写清楚；
4. 本试卷答案全部写在试卷上；
5. 答题完毕，请将试卷正面向外摊开交回，不得带出考场；

考试中心提示：请你遵守考场纪律，诚信考试、公平竞争！

一、填空题（本题共 10 小题，每题 3 分，共 30 分）

1. 设行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = 1$，$\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = 2$，则 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 - c_1 \\ a_2 & b_2 - c_2 \end{vmatrix} =$________________.

2. 设三阶行列式 $|-2A| = 8$，则 $|A| =$__________________________.

3. 设 $D(x) = \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{vmatrix}$，则 $D(x) = 0$ 的全部根为______________.

4. 矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ x & -1 \end{bmatrix}$，$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & y \end{bmatrix}$，$A = B$，则_______________________.

5. 设 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$，则 $A^{-1} =$__________________________.

6. 已知非齐次线性方程组 $AX = b$ 无解，则 $R(A)$____$R(A,b)$（填“>”，“=”或“<”）.

7. 矩阵 $A = (a_{ij})_{n\times n}$ 中每一行诸元素之和为零时，则 $|A| =$_____________________.

8. 设 A 为 n 阶矩阵，E 为 n 阶单位矩阵. 若 A 有一个特征值为 -2，则 $|2E + A| =$___________.

9. 已知 n 阶方阵 A 的特征多项式为 $|\lambda E - A| = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)\cdots(\lambda - \lambda_n)$，则 A 的全部特征值为__________________________________.

10. 设 $A = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & b \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$ 是正交矩阵，则 $b =$___________________.

二、单项选择题(每小题 3 分，共 15 分)

1. 齐次方程组$\begin{cases}(k-1)x_1+2x_2=0\\2x_1+(k-1)x_2=0\end{cases}$只有零解的充要条件是（　　　　）.

(A) $k\neq -1$　　(B) $k\neq 3$　　(C) $k\neq -1$且$k\neq 3$　　(D) $k\neq -1$或$k\neq 3$

2. 设 A,B,X 均为n阶矩阵，且A,B可逆，则下列结论**错误**的是（　　　　）.

(A) 若$AX=B$,则$X=A^{-1}B$　　(B) 若$XA=B$,则$X=BA^{-1}$

(C) 若$AXB=C$,则$X=A^{-1}CB^{-1}$　　(D) 若$ABX=C$,则$X=A^{-1}B^{-1}C$

3. 设$A=\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix}a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{11}+a_{31}&a_{12}+a_{32}&a_{13}+a_{33}\end{pmatrix}$,$P_1=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$,$P_2=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$,

则$B=$（　　　　）成立.

(A) AP_1P_2　　(B) AP_2P_1　　(C) P_1P_2A　　(D) P_2P_1A

4. 设$A_{m\times s}$, $B_{s\times n}$，则以下正确的结论是(　　　　).

(A) $R(AB)\le R(A),\ \ R(AB)\le R(B)$；　　(B) $R(AB)<R(A),\ \ R(AB)<R(B)$

(C) $R(AB)<R(A)+R(B)$；　　(D) $R(AB)\le R(A)+R(B)$

5. n阶矩阵A与B相似的充分条件是（　　　　）.

(A) $|A|=|B|$　　(B) $R(A)=R(B)$　　(C) A与B有相同的特征多项式.

(D) A与B有相同的特征多项式且n个特征值互不相同.

三、（本题10分）设$D=\begin{vmatrix}1&2&-1&6\\2&2&5&4\\0&2&2&-5\\4&2&1&2\end{vmatrix}$，求$A_{13}+A_{23}+A_{33}+A_{43}$

四、（本题10分）已知矩阵$A=\begin{bmatrix}1&1&-1\\0&1&1\\0&0&-1\end{bmatrix}$, B为三阶矩阵，且满足$A^2=E+AB$，求矩阵B.

五、（本题 10 分）已知向量组 $\alpha_1=(1,3,0,5)^T,\alpha_2=(1,2,1,4)^T,\alpha_3=(1,1,2,3)^T$,

$\alpha_4=(1,-3,6,-1)^T$，$\alpha_5=(1,a,3,b)^T$ 的秩为 2.

（1）求 a,b 的值

（2）求此向量组的一个极大线性无关组，并将其余向量用该极大线性无关组线性表示.

六、（本题 12 分） 化二次型 $f\left(x_1,x_2,x_3\right)=x_1^2+2x_2^2+x_3^2+2x_1x_2+2x_2x_3$ 为标准形，并写出所用的正交线性替换.

七、（本题 6 分）设 λ_1,λ_2 是矩阵 A 的两个不同的特征值，对应的特征向量分别为 α_1,α_2 . 试证：$c_1\alpha_1+c_2\alpha_2\ (c_1c_2\neq 0)$ 不是 A 的特征向量.

八、（本题 7 分）向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 线性无关，$\beta_1=\alpha_1+\alpha_2$，$\beta_2=\alpha_2+\alpha_3,\cdots$， $\beta_s=\alpha_s+\alpha_1$ ，试讨论向量组 $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_s$ 的线性相关性.