Covarianza y Correlación

Introducción

Una medida del grado de dependencia entre un par de variables aleatorias (Discretas o Continuas), es la *Covarianza*.

Introducción

Una medida del grado de dependencia entre un par de variables aleatorias (Discretas o Continuas), es la *Covarianza*. Esta medida permite determinar, al menos a un nivel lineal, que tanta relación existe entre un par de variables.

Introducción

Una medida del grado de dependencia entre un par de variables aleatorias (Discretas o Continuas), es la *Covarianza*. Esta medida permite determinar, al menos a un nivel lineal, que tanta relación existe entre un par de variables. Muchos de los modelos estadísticos que involucran más de una variable, se basan en el conocimiento de esta medida.

Covarianza y Correlación

Introducción

Una medida del grado de dependencia entre un par de variables aleatorias (Discretas o Continuas), es la *Covarianza*. Esta medida permite determinar, al menos a un nivel lineal, que tanta relación existe entre un par de variables. Muchos de los modelos estadísticos que involucran más de una variable, se basan en el conocimiento de esta medida.

Sean X e Y variables aleatorias (Discretas o Continuas).

Introducción

Una medida del grado de dependencia entre un par de variables aleatorias (Discretas o Continuas), es la *Covarianza*. Esta medida permite determinar, al menos a un nivel lineal, que tanta relación existe entre un par de variables. Muchos de los modelos estadísticos que involucran más de una variable, se basan en el conocimiento de esta medida.

Sean X e Y variables aleatorias (Discretas o Continuas). La *Covarianza* entre X e Y, la cual se denota $Cov[X, Y]$ o σ_{XY} se define como:

Introducción

Una medida del grado de dependencia entre un par de variables aleatorias (Discretas o Continuas), es la *Covarianza*. Esta medida permite determinar, al menos a un nivel lineal, que tanta relación existe entre un par de variables. Muchos de los modelos estadísticos que involucran más de una variable, se basan en el conocimiento de esta medida.

Sean X e Y variables aleatorias (Discretas o Continuas). La *Covarianza* entre X e Y, la cual se denota $Cov[X,Y]$ o σ_{XY} se define como:

$$Cov[X,Y] = E[\,(X-\mu_X)\,(Y-\mu_Y)\,]\,.$$

Introducción

Una medida del grado de dependencia entre un par de variables aleatorias (Discretas o Continuas), es la *Covarianza*. Esta medida permite determinar, al menos a un nivel lineal, que tanta relación existe entre un par de variables. Muchos de los modelos estadísticos que involucran más de una variable, se basan en el conocimiento de esta medida.

Sean X e Y variables aleatorias (Discretas o Continuas). La *Covarianza* entre X e Y, la cual se denota $Cov[X,Y]$ o σ_{XY} se define como:

$$Cov[X,Y] = E[\,(X-\mu_X)\,(Y-\mu_Y)\,]\,.$$

Esta cantidad puede ser negativa o positiva y su rango son los $\mathbb{R}$.

Covarianza y Correlación

Introducción

Una medida del grado de dependencia entre un par de variables aleatorias (Discretas o Continuas), es la *Covarianza*. Esta medida permite determinar, al menos a un nivel lineal, que tanta relación existe entre un par de variables. Muchos de los modelos estadísticos que involucran más de una variable, se basan en el conocimiento de esta medida.

Sean X e Y variables aleatorias (Discretas o Continuas). La *Covarianza* entre X e Y, la cual se denota $Cov[X, Y]$ o σ_{XY} se define como:

$$Cov[X, Y] = E[\,(X - \mu_X)\,(Y - \mu_Y)\,]\ .$$

Esta cantidad puede ser negativa o positiva y su rango son los $\mathbb{R}$. Entre mayor sea el valor de la covarianza, se dice que la dependencia entre X e Y es mayor.

Covarianza y Correlación

Propiedades de la Covarianza

- $Cov[X,Y] = E[X\,Y] - \mu_X\,\mu_Y$.

Covarianza y Correlación

Propiedades de la Covarianza

- $Cov[X, Y] = E[X\,Y] - \mu_X\,\mu_Y$.
- $Cov[X, X] = Var[X]$.

Propiedades de la Covarianza

- $Cov[X,Y] = E[X\,Y] - \mu_X\,\mu_Y$.
- $Cov[X,X] = Var[X]$.
- $Cov[a\,X + b,\, c\,Y + d] = a\,c\,Cov[X,Y]$.

Propiedades de la Covarianza

- $Cov[X,Y] = E[X\,Y] - \mu_X\,\mu_Y$.
- $Cov[X,X] = Var[X]$.
- $Cov[a\,X + b,\, c\,Y + d] = a\,c\,Cov[X,Y]$.

La última propiedad indica que la covarianza es sensible a cambios de escala y por lo tanto es posible que se tengan valores grandes para $\sigma_{X\,Y}$ y sinembargo no existir una gran dependencia entre las variables o tener una covarianza pequeña y que ambas variables sean muy dependientes.

Propiedades de la Covarianza

- $Cov[X, Y] = E[X\,Y] - \mu_X\,\mu_Y$.
- $Cov[X, X] = Var[X]$.
- $Cov[a\,X + b,\, c\,Y + d] = a\,c\,Cov[X, Y]$.

La última propiedad indica que la covarianza es sensible a cambios de escala y por lo tanto es posible que se tengan valores grandes para $\sigma_{X\,Y}$ y sinembargo no existir una gran dependencia entre las variables o tener una covarianza pequeña y que ambas variables sean muy dependientes.

Ejemplo 60

Sean X e Y variables aleatorias discretas con p.m.f. conjunta dada por:

Propiedades de la Covarianza

- $Cov[X,Y] = E[X\,Y] - \mu_X\,\mu_Y$.
- $Cov[X,X] = Var[X]$.
- $Cov[a\,X + b,\, c\,Y + d] = a\,c\,Cov[X,Y]$.

La última propiedad indica que la covarianza es sensible a cambios de escala y por lo tanto es posible que se tengan valores grandes para $\sigma_{X\,Y}$ y sinembargo no existir una gran dependencia entre las variables o tener una covarianza pequeña y que ambas variables sean muy dependientes.

Ejemplo 60

Sean X e Y variables aleatorias discretas con p.m.f. conjunta dada por:

$$p(x,y) = \frac{(x+y)}{36} \quad ; \quad x,y = 1,2,3 \; .$$

Propiedades de la Covarianza

- $Cov[X,Y] = E[X\,Y] - \mu_X\,\mu_Y$.
- $Cov[X,X] = Var[X]$.
- $Cov[a\,X + b,\, c\,Y + d] = a\,c\,Cov[X,Y]$.

La última propiedad indica que la covarianza es sensible a cambios de escala y por lo tanto es posible que se tengan valores grandes para $\sigma_{X\,Y}$ y sinembargo no existir una gran dependencia entre las variables o tener una covarianza pequeña y que ambas variables sean muy dependientes.

Ejemplo 60

Sean X e Y variables aleatorias discretas con p.m.f. conjunta dada por:

$$p(x,y) = \frac{(x+y)}{36} \quad ; \quad x, y = 1, 2, 3 \, .$$

Halle $Cov[X,\, Y]$.

Solución

Del ejemplo 56 ya se hizo este cálculo:

Solución

Del ejemplo 56 ya se hizo este cálculo:

$$Cov[X, Y] = E[(X - \mu_X)\,(Y - \mu_Y)] = -\frac{1}{36}\,.$$

Solución

Del ejemplo 56 ya se hizo este cálculo:

$$Cov[X,Y] = E[(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)] = -\frac{1}{36}\ .$$

Observe que se verifica en efecto que:

Solución

Del ejemplo 56 ya se hizo este cálculo:

$$Cov[X,Y] = E[(X-\mu_X)\,(Y-\mu_Y)] = -\,\frac{1}{36}\;.$$

Observe que se verifica en efecto que:

$$Cov[X,Y] = E[X\,Y] - \mu_X\,\mu_Y = \frac{14}{3} - \frac{13}{6} * \frac{13}{6} = -\,\frac{1}{36}\;.$$

Solución

Del ejemplo 56 ya se hizo este cálculo:

$$Cov[X,Y] = E[(X-\mu_X)\,(Y-\mu_Y)] = -\frac{1}{36}\,.$$

Observe que se verifica en efecto que:

$$Cov[X,Y] = E[X\,Y] - \mu_X\,\mu_Y = \frac{14}{3} - \frac{13}{6} * \frac{13}{6} = -\frac{1}{36}\,.$$

Ejemplo 61

Sean X e Y variables aleatorias continuas con p.d.f. conjunta dada por:

Solución

Del ejemplo 56 ya se hizo este cálculo:

$$Cov[X,Y] = E[(X-\mu_X)\,(Y-\mu_Y)] = -\,\frac{1}{36}\ .$$

Observe que se verifica en efecto que:

$$Cov[X,Y] = E[X\,Y] - \mu_X\,\mu_Y = \frac{14}{3} - \frac{13}{6} * \frac{13}{6} = -\,\frac{1}{36}\ .$$

Ejemplo 61

Sean X e Y variables aleatorias continuas con p.d.f. conjunta dada por:

$$f(x,y) = e^{-x} \quad ; \quad 0 < y \le x\ .$$

Solución

Del ejemplo 56 ya se hizo este cálculo:

$$Cov[X,Y] = E[(X-\mu_X)\,(Y-\mu_Y)] = -\,\frac{1}{36}\ .$$

Observe que se verifica en efecto que:

$$Cov[X,Y] = E[X\,Y] - \mu_X\,\mu_Y = \frac{14}{3} - \frac{13}{6} * \frac{13}{6} = -\,\frac{1}{36}\ .$$

Ejemplo 61

Sean X e Y variables aleatorias continuas con p.d.f. conjunta dada por:

$$f(x,y) = e^{-x} \quad ; \quad 0 < y \leq x\ .$$

Del ejemplo 57 se obtuvo:

Solución

Del ejemplo 56 ya se hizo este cálculo:

$$Cov[X,Y] = E[(X-\mu_X)\,(Y-\mu_Y)] = -\,\frac{1}{36}\ .$$

Observe que se verifica en efecto que:

$$Cov[X,Y] = E[X\,Y] - \mu_X\,\mu_Y = \frac{14}{3} - \frac{13}{6} * \frac{13}{6} = -\,\frac{1}{36}\ .$$

Ejemplo 61

Sean X e Y variables aleatorias continuas con p.d.f. conjunta dada por:

$$f(x,y) = e^{-x} \quad ; \quad 0 < y \leq x\ .$$

Del ejemplo 57 se obtuvo:

$$E[(X-\mu_X)\,(Y-\mu_Y)] = Cov[X,\,Y] = 1\ .$$

Covarianza y Correlación

Definición

Para eliminar el efecto de la escala, se propone calcular la covarianza de las variables estandarizadas.

Covarianza y Correlación

Definición

Para eliminar el efecto de la escala, se propone calcular la covarianza de las variables estandarizadas. Sea Sea $Z_1 = \frac{X-\mu_X}{\sigma_X}$ y $Z_2 = \frac{Y-\mu_Y}{\sigma_Y}$.

Covarianza y Correlación

Definición

Para eliminar el efecto de la escala, se propone calcular la covarianza de las variables estandarizadas. Sea Sea $Z_1 = \frac{X-\mu_X}{\sigma_X}$ y $Z_2 = \frac{Y-\mu_Y}{\sigma_Y}$. Es fácil verificar que:

Definición

Para eliminar el efecto de la escala, se propone calcular la covarianza de las variables estandarizadas. Sea Sea $Z_1 = \frac{X-\mu_X}{\sigma_X}$ y $Z_2 = \frac{Y-\mu_Y}{\sigma_Y}$. Es fácil verificar que:

$$E[Z_1] = E[Z_2] = 0 \quad ; \quad Var[Z_1] = Var[Z_2] = 1 \, .$$

Definición

Para eliminar el efecto de la escala, se propone calcular la covarianza de las variables estandarizadas. Sea Sea $Z_1 = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X}$ y $Z_2 = \frac{Y - \mu_Y}{\sigma_Y}$. Es fácil verificar que:

$$E[Z_1] = E[Z_2] = 0 \quad ; \quad Var[Z_1] = Var[Z_2] = 1 \; .$$

El *Coeficiente de Correlación* entre X e Y se define como la covarianza entre Z_1 y Z_2 y suele denotarse $Corr[X, Y]$ o $\rho_{X\,Y}$.

Definición

Para eliminar el efecto de la escala, se propone calcular la covarianza de las variables estandarizadas. Sea Sea $Z_1 = \frac{X-\mu_X}{\sigma_X}$ y $Z_2 = \frac{Y-\mu_Y}{\sigma_Y}$. Es fácil verificar que:

$$E[Z_1] = E[Z_2] = 0 \quad ; \quad Var[Z_1] = Var[Z_2] = 1 \; .$$

El *Coeficiente de Correlación* entre X e Y se define como la covarianza entre Z_1 y Z_2 y suele denotarse $Corr[X,Y]$ o $\rho_{X\,Y}$. Así:

Covarianza y Correlación

Definición

Para eliminar el efecto de la escala, se propone calcular la covarianza de las variables estandarizadas. Sea Sea $Z_1 = \frac{X-\mu_X}{\sigma_X}$ y $Z_2 = \frac{Y-\mu_Y}{\sigma_Y}$. Es fácil verificar que:

$$E[Z_1] = E[Z_2] = 0 \quad ; \quad Var[Z_1] = Var[Z_2] = 1 \, .$$

El *Coeficiente de Correlación* entre X e Y se define como la covarianza entre Z_1 y Z_2 y suele denotarse $Corr[X,Y]$ o $\rho_{X\,Y}$. Así:

$$\rho_{X\,Y} = Cov[Z_1,\, Z_2] = Cov\left[\frac{X-\mu_X}{\sigma_X}, \frac{Y-\mu_Y}{\sigma_Y}\right] = \frac{Cov[X\,,\,Y]}{\sigma_X\,\sigma_Y} \, .$$

Definición

Para eliminar el efecto de la escala, se propone calcular la covarianza de las variables estandarizadas. Sea Sea $Z_1 = \frac{X-\mu_X}{\sigma_X}$ y $Z_2 = \frac{Y-\mu_Y}{\sigma_Y}$. Es fácil verificar que:

$$E[Z_1] = E[Z_2] = 0 \quad ; \quad Var[Z_1] = Var[Z_2] = 1 \,.$$

El *Coeficiente de Correlación* entre X e Y se define como la covarianza entre Z_1 y Z_2 y suele denotarse $Corr[X, Y]$ o $\rho_{X\,Y}$. Así:

$$\rho_{X\,Y} = Cov[Z_1,\, Z_2] = Cov\left[\frac{X-\mu_X}{\sigma_X}, \frac{Y-\mu_Y}{\sigma_Y}\right] = \frac{Cov[X\,,\,Y]}{\sigma_X\,\sigma_Y}\,.$$

- $-1 \leq \rho_{X\,Y} \leq 1\,.$

Definición

Para eliminar el efecto de la escala, se propone calcular la covarianza de las variables estandarizadas. Sea Sea $Z_1 = \frac{X-\mu_X}{\sigma_X}$ y $Z_2 = \frac{Y-\mu_Y}{\sigma_Y}$. Es fácil verificar que:

$$E[Z_1] = E[Z_2] = 0 \quad ; \quad Var[Z_1] = Var[Z_2] = 1 \,.$$

El *Coeficiente de Correlación* entre X e Y se define como la covarianza entre Z_1 y Z_2 y suele denotarse $Corr[X, Y]$ o $\rho_{X\,Y}$. Así:

$$\rho_{X\,Y} = Cov[Z_1,\, Z_2] = Cov\left[\frac{X-\mu_X}{\sigma_X}, \frac{Y-\mu_Y}{\sigma_Y}\right] = \frac{Cov[X\,,\,Y]}{\sigma_X\,\sigma_Y}\,.$$

- $-1 \leq \rho_{X\,Y} \leq 1\,.$
- $Corr[a\,X + b\,,\, c\,Y + d] = \frac{|a\,c|}{a\,c}\,\rho_{X\,Y}\,.$

Covarianza y Correlación

Definición

Para eliminar el efecto de la escala, se propone calcular la covarianza de las variables estandarizadas. Sea Sea $Z_1 = \frac{X-\mu_X}{\sigma_X}$ y $Z_2 = \frac{Y-\mu_Y}{\sigma_Y}$. Es fácil verificar que:

$$E[Z_1] = E[Z_2] = 0 \quad ; \quad Var[Z_1] = Var[Z_2] = 1 \,.$$

El *Coeficiente de Correlación* entre X e Y se define como la covarianza entre Z_1 y Z_2 y suele denotarse $Corr[X, Y]$ o $\rho_{X\,Y}$. Así:

$$\rho_{X\,Y} = Cov[Z_1,\, Z_2] = Cov\left[\frac{X-\mu_X}{\sigma_X}, \frac{Y-\mu_Y}{\sigma_Y}\right] = \frac{Cov[X\,,\,Y]}{\sigma_X\,\sigma_Y} \,.$$

- $-1 \leq \rho_{X\,Y} \leq 1\,.$
- $Corr[a\,X + b\,,\, c\,Y + d] = \frac{|a\,c|}{a\,c}\,\rho_{X\,Y}\,.$
- $Corr[X\;\;X] = 1\,.$

Coeficiente de Correlación

Dado que la correlación es un valor entre -1 y 1, un valor cercano a los extremos, indica una dependencia lineal muy fuerte.

Coeficiente de Correlación

Dado que la correlación es un valor entre -1 y 1, un valor cercano a los extremos, indica una dependencia lineal muy fuerte. Un valor cercano a 0 indica poca relación lineal entre las variables.

Coeficiente de Correlación

Dado que la correlación es un valor entre -1 y 1, un valor cercano a los extremos, indica una dependencia lineal muy fuerte. Un valor cercano a 0 indica poca relación lineal entre las variables. Si $\rho_{XY} = 0$, se dice que las variables están incorrelacionadas.

Coeficiente de Correlación

Dado que la correlación es un valor entre -1 y 1, un valor cercano a los extremos, indica una dependencia lineal muy fuerte. Un valor cercano a 0 indica poca relación lineal entre las variables. Si $\rho_{XY} = 0$, se dice que las variables están incorrelacionadas. Un valor de $\rho_{XY} > 0$ indica que a medida que se incrementan los valores de X, los valores de Y tienden a incrementarsen.

Coeficiente de Correlación

Dado que la correlación es un valor entre -1 y 1, un valor cercano a los extremos, indica una dependencia lineal muy fuerte. Un valor cercano a 0 indica poca relación lineal entre las variables. Si $\rho_{XY} = 0$, se dice que las variables están incorrelacionadas. Un valor de $\rho_{XY} > 0$ indica que a medida que se incrementan los valores de X, los valores de Y tienden a incrementarsen. Un valor de $\rho_{XY} < 0$ indica que a medida que se incrementan los valores de X, los valores de Y tienden a disminuir.

Coeficiente de Correlación

Dado que la correlación es un valor entre -1 y 1, un valor cercano a los extremos, indica una dependencia lineal muy fuerte. Un valor cercano a 0 indica poca relación lineal entre las variables. Si $\rho_{XY} = 0$, se dice que las variables están incorrelacionadas. Un valor de $\rho_{XY} > 0$ indica que a medida que se incrementan los valores de X, los valores de Y tienden a incrementarsen. Un valor de $\rho_{XY} < 0$ indica que a medida que se incrementan los valores de X, los valores de Y tienden a disminuir.

Es importante recalcar que la Correlación entre variables leatorias, SOLO permite medir la dependencia lineal entre dos variables aleatorias.

Coeficiente de Correlación

Dado que la correlación es un valor entre -1 y 1, un valor cercano a los extremos, indica una dependencia lineal muy fuerte. Un valor cercano a 0 indica poca relación lineal entre las variables. Si $\rho_{XY} = 0$, se dice que las variables están incorrelacionadas. Un valor de $\rho_{XY} > 0$ indica que a medida que se incrementan los valores de X, los valores de Y tienden a incrementarsen. Un valor de $\rho_{XY} < 0$ indica que a medida que se incrementan los valores de X, los valores de Y tienden a disminuir.

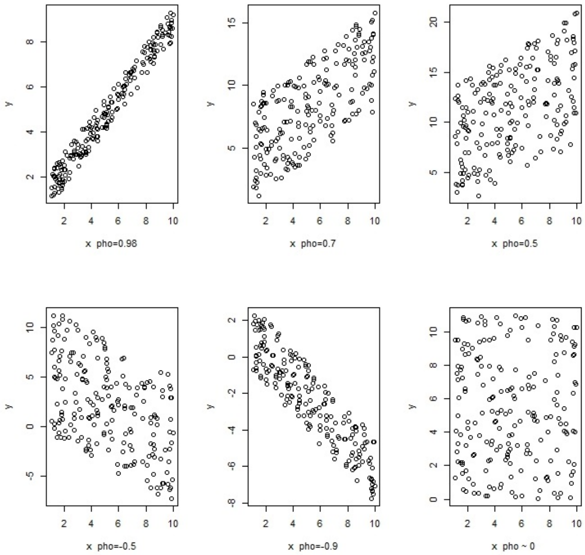
Es importante recalcar que la Correlación entre variables leatorias, SOLO permite medir la dependencia lineal entre dos variables aleatorias. Si las variables están relacionadas de otra manera, es posible que el coeficiente de correlación no pueda detectar esa dependencia y asigne valores cercanos a cero.

Coeficiente de Correlación

Dado que la correlación es un valor entre -1 y 1, un valor cercano a los extremos, indica una dependencia lineal muy fuerte. Un valor cercano a 0 indica poca relación lineal entre las variables. Si $\rho_{XY} = 0$, se dice que las variables están incorrelacionadas. Un valor de $\rho_{XY} > 0$ indica que a medida que se incrementan los valores de X, los valores de Y tienden a incrementarsen. Un valor de $\rho_{XY} < 0$ indica que a medida que se incrementan los valores de X, los valores de Y tienden a disminuir.

Es importante recalcar que la Correlación entre variables leatorias, SOLO permite medir la dependencia lineal entre dos variables aleatorias. Si las variables están relacionadas de otra manera, es posible que el coeficiente de correlación no pueda detectar esa dependencia y asigne valores cercanos a cero. Así las cosas, un coeficiente de correlación igual a cero, no implica independnecia entre las variables, no la correlación al menos a nivel lineal. El siguiente gráfico muestra algunos ejemplos.

Covarianza y Correlación



Ejemplo 62

Considere las variables del ejemplo 56, se calcula la correlación entre X e Y. Para ello, es necesario calcular las desviaciones estándar asociadas a X e Y.

Covarianza y Correlación

Ejemplo 62

Considere las variables del ejemplo 56, se calcula la correlación entre X e Y. Para ello, es necesario calcular las desviaciones estándar asociadas a X e Y. Ahora, las distribuciones marginales de X e Y son respectivamente:

Ejemplo 62

Considere las variables del ejemplo 56, se calcula la correlación entre X e Y. Para ello, es necesario calcular las desviaciones estándar asociadas a X e Y. Ahora, las distribuciones marginales de X e Y son respectivamente:

$$p_X(x) = \frac{x+2}{12}\,,\; x = 1,\,2,\,3 \quad ; \quad p_Y(y) = \frac{y+2}{12}\,,\; y = 1,\,2,\,3$$

Ejemplo 62

Considere las variables del ejemplo 56, se calcula la correlación entre X e Y. Para ello, es necesario calcular las desviaciones estándar asociadas a X e Y. Ahora, las distribuciones marginales de X e Y son respectivamente:

$$p_X(x) = \frac{x+2}{12}\,,\; x = 1,\,2,\,3 \quad ; \quad p_Y(y) = \frac{y+2}{12}\,,\; y = 1,\,2,\,3$$

Ahora,

Ejemplo 62

Considere las variables del ejemplo 56, se calcula la correlación entre X e Y. Para ello, es necesario calcular las desviaciones estándar asociadas a X e Y. Ahora, las distribuciones marginales de X e Y son respectivamente:

$$p_X(x) = \frac{x+2}{12}\ ,\ x = 1,\ 2,\ 3 \quad ; \quad p_Y(y) = \frac{y+2}{12}\ ,\ y = 1,\ 2,\ 3$$

Ahora,

$$Var[X] = \sum_{x=1}^{3} x^2\,\frac{x+2}{12} - \left(\frac{13}{6}\right)^2 = \frac{23}{36}\ .$$

$$Var[Y] = \sum_{y=1}^{3} y^2\,\frac{y+2}{12} - \left(\frac{13}{6}\right)^2 = \frac{23}{36}\ .$$

Ejemplo 62

Considere las variables del ejemplo 56, se calcula la correlación entre X e Y. Para ello, es necesario calcular las desviaciones estándar asociadas a X e Y. Ahora, las distribuciones marginales de X e Y son respectivamente:

$$p_X(x) = \frac{x+2}{12}\ ,\ x = 1,\ 2,\ 3 \quad ; \quad p_Y(y) = \frac{y+2}{12}\ ,\ y = 1,\ 2,\ 3$$

Ahora,

$$Var[X] = \sum_{x=1}^{3} x^2\,\frac{x+2}{12} - \left(\frac{13}{6}\right)^2 = \frac{23}{36}\ .$$

$$Var[Y] = \sum_{y=1}^{3} y^2\,\frac{y+2}{12} - \left(\frac{13}{6}\right)^2 = \frac{23}{36}\ .$$

De esta forma se obtiene el coeficiente de correlación:

Ejemplo 62

Considere las variables del ejemplo 56, se calcula la correlación entre X e Y. Para ello, es necesario calcular las desviaciones estándar asociadas a X e Y. Ahora, las distribuciones marginales de X e Y son respectivamente:

$$p_X(x) = \frac{x+2}{12}\,,\ x = 1,\,2,\,3 \quad ; \quad p_Y(y) = \frac{y+2}{12}\,,\ y = 1,\,2,\,3$$

Ahora,

$$Var[X] = \sum_{x=1}^{3} x^2\,\frac{x+2}{12} - \left(\frac{13}{6}\right)^2 = \frac{23}{36}\,.$$

$$Var[Y] = \sum_{y=1}^{3} y^2\,\frac{y+2}{12} - \left(\frac{13}{6}\right)^2 = \frac{23}{36}\,.$$

De esta forma se obtiene el coeficiente de correlación:

$$\rho_{X\,Y} = \frac{Cov[X,Y]}{\sigma_X\,\sigma_Y} = \frac{-\frac{1}{36}}{\sqrt{\frac{23}{36}}\,\sqrt{\frac{23}{36}}} = -\,\frac{1}{23} = -0.0435\,.$$

Ejemplo 63

Retomando las variables aleatorias del ejemplo 53, las distribuciones marginales son:

Ejemplo 63

Retomando las variables aleatorias del ejemplo 53, las distribuciones marginales son: $f_X(x) = x\,e^{-x}\ ,\ x > 0 \quad ; \quad f_Y(y) = e^{-y}\ ,\ y > 0\ .$

Ejemplo 63

Retomando las variables aleatorias del ejemplo 53, las distribuciones marginales son: $f_X(x) = x\,e^{-x}\ ,\ x > 0 \quad ; \quad f_Y(y) = e^{-y}\ ,\ y > 0\ .$

Ahora:

Ejemplo 63

Retomando las variables aleatorias del ejemplo 53, las distribuciones marginales son: $f_X(x) = x\,e^{-x}\ ,\ x > 0 \quad ; \quad f_Y(y) = e^{-y}\ ,\ y > 0$.

Ahora:

$$Var[X] = E[X^2] - \mu_X^2 = \int_0^\infty x^2\, x\, e^{-x}\, dx - 2^2 = \Gamma(4) - 4 = 2\ .$$

Ejemplo 63

Retomando las variables aleatorias del ejemplo 53, las distribuciones marginales son: $f_X(x) = x\,e^{-x}\ ,\ x > 0 \quad ; \quad f_Y(y) = e^{-y}\ ,\ y > 0\ .$

Ahora:

$$Var[X] = E[X^2] - \mu_X^2 = \int_0^{\infty} x^2\,x\,e^{-x}\,dx - 2^2 = \Gamma(4) - 4 = 2\ .$$

$$Var[Y] = E[Y^2] - \mu_Y^2 = \int_0^{\infty} y^2\,e^{-y}\,dy - 1^2 = \Gamma(3) - 1 = 1\ .$$

Ejemplo 63

Retomando las variables aleatorias del ejemplo 53, las distribuciones marginales son: $f_X(x) = x\,e^{-x}\ ,\ x > 0 \quad ; \quad f_Y(y) = e^{-y}\ ,\ y > 0$.

Ahora:

$$Var[X] = E[X^2] - \mu_X^2 = \int_0^\infty x^2\,x\,e^{-x}\,dx - 2^2 = \Gamma(4) - 4 = 2\ .$$

$$Var[Y] = E[Y^2] - \mu_Y^2 = \int_0^\infty y^2\,e^{-y}\,dy - 1^2 = \Gamma(3) - 1 = 1\ .$$

Asi,

Ejemplo 63

Retomando las variables aleatorias del ejemplo 53, las distribuciones marginales son: $f_X(x) = x\,e^{-x}\ ,\ x > 0 \quad ; \quad f_Y(y) = e^{-y}\ ,\ y > 0$.

Ahora:

$$Var[X] = E[X^2] - \mu_X^2 = \int_0^{\infty} x^2\, x\, e^{-x}\, dx - 2^2 = \Gamma(4) - 4 = 2\ .$$

$$Var[Y] = E[Y^2] - \mu_Y^2 = \int_0^{\infty} y^2\, e^{-y}\, dy - 1^2 = \Gamma(3) - 1 = 1\ .$$

Asi,

$$\rho_{X\,Y} = \frac{Cov[X,Y]}{\sigma_X\,\sigma_Y} = \frac{1}{\sqrt{2}\,\sqrt{1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707\ .$$

Covarianza y Correlación

Proposición

Sean X e Y variables aleatorias (Discretas o Continuas).

Proposición

Sean X e Y variables aleatorias (Discretas o Continuas). Si X e Y son E.I. entonces:

Proposición

Sean X e Y variables aleatorias (Discretas o Continuas). Si X e Y son E.I. entonces:

- $\rho_{X\,Y} = 0$ $\quad\quad$ $E[X\,Y] = E[X]\,E[Y]$.

Proposición

Sean X e Y variables aleatorias (Discretas o Continuas). Si X e Y son E.I. entonces:

- $\rho_{X\,Y} = 0$ $\qquad\qquad E[X\,Y] = E[X]\,E[Y]\,.$
- $E[h(X)\,g(Y)] = E[h(X)]\,E[g(Y)]\,.$

Proposición

Sean X e Y variables aleatorias (Discretas o Continuas). Si X e Y son E.I. entonces:

- $\rho_{X\,Y} = 0 \qquad\qquad E[X\,Y] = E[X]\,E[Y]\,.$
- $E[h(X)\,g(Y)] = E[h(X)]\,E[g(Y)]\,.$

Observe que la primera condición no es cierta en el otro sentido, es decir, una correlación cero NO implica independencia entre las variables aleatorias.

Ejemplo 64

Sean X e Y variables aleatorias discretas con p.m.f. conjunta dada por:

Covarianza y Correlación

Proposición

Sean X e Y variables aleatorias (Discretas o Continuas). Si X e Y son E.I. entonces:

- $\rho_{X\,Y} = 0 \qquad\qquad E[X\,Y] = E[X]\,E[Y]\,.$
- $E[h(X)\,g(Y)] = E[h(X)]\,E[g(Y)]\,.$

Observe que la primera condición no es cierta en el otro sentido, es decir, una correlación cero NO implica independencia entre las variables aleatorias.

Ejemplo 64

Sean X e Y variables aleatorias discretas con p.m.f. conjunta dada por:

		x		
		-1	0	1
	-1	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$
y	0	$\frac{2}{9}$	0	$\frac{1}{9}$
	1	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$

Ejemplo 64

Las distribuciones marginales para X e Y son:

Ejemplo 64

Las distribuciones marginales para X e Y son:

x	-1	0	1
$p_X(x)$	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{9}$

y	-1	0	1
$p_Y(y)$	$\frac{3}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{3}{9}$

Ejemplo 64

Las distribuciones marginales para X e Y son:

x	-1	0	1
$p_X(x)$	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{9}$

y	-1	0	1
$p_Y(y)$	$\frac{3}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{3}{9}$

Observe que $p(0,0) = 0 \neq p_X(0)\, p_Y(0) = \frac{2}{9} * \frac{3}{9}$.

Ejemplo 64

Las distribuciones marginales para X e Y son:

x	-1	0	1
$p_X(x)$	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{9}$

y	-1	0	1
$p_Y(y)$	$\frac{3}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{3}{9}$

Observe que $p(0,0) = 0 \neq p_X(0)\, p_Y(0) = \frac{2}{9} * \frac{3}{9}$. Por lo tanto, X e Y son estadísticamente dependientes. Pero:

Ejemplo 64

Las distribuciones marginales para X e Y son:

x	-1	0	1
$p_X(x)$	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{9}$

y	-1	0	1
$p_Y(y)$	$\frac{3}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{3}{9}$

Observe que $p(0,0) = 0 \neq p_X(0)\, p_Y(0) = \frac{2}{9} * \frac{3}{9}$. Por lo tanto, X e Y son estadísticamente dependientes. Pero:

$$Cov[X\,Y] = E[X\,Y] - \mu_x\,\mu_Y = 0 - \left(-\frac{1}{9}\right)(0) = 0\,.$$

Ejemplo 64

Las distribuciones marginales para X e Y son:

x	-1	0	1
$p_X(x)$	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{9}$

y	-1	0	1
$p_Y(y)$	$\frac{3}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{3}{9}$

Observe que $p(0,0) = 0 \neq p_X(0)\, p_Y(0) = \frac{2}{9} * \frac{3}{9}$. Por lo tanto, X e Y son estadísticamente dependientes. Pero:

$$Cov[X\,Y] = E[X\,Y] - \mu_x\, \mu_Y = 0 - \left(-\frac{1}{9}\right)(0) = 0\,.$$

Como la covarianza es cero, la correlación es 0; sinembargo las variables NO son E:I.