Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Bernoulli

Algunas de las distribuciones de probabilidad discretas más usadas, se basan en un tipo especial de experimento aleatorio.

Distribución Bernoulli

Algunas de las distribuciones de probabilidad discretas más usadas, se basan en un tipo especial de experimento aleatorio. Este experimento es conocido como Ensayo *Bernoulli*.

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Bernoulli

Algunas de las distribuciones de probabilidad discretas más usadas, se basan en un tipo especial de experimento aleatorio. Este experimento es conocido como Ensayo *Bernoulli*. Un experimento Bernoulli se caracteriza por tener solo dos posibles resultados (usualmente llamados 'ÉXITO' o 'FRACASO').

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Bernoulli

Algunas de las distribuciones de probabilidad discretas más usadas, se basan en un tipo especial de experimento aleatorio. Este experimento es conocido como Ensayo *Bernoulli*. Un experimento Bernoulli se caracteriza por tener solo dos posibles resultados (usualmente llamados 'ÉXITO' o 'FRACASO').

El éxito representa un evento en el cual estamos interesados.

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Bernoulli

Algunas de las distribuciones de probabilidad discretas más usadas, se basan en un tipo especial de experimento aleatorio. Este experimento es conocido como Ensayo *Bernoulli*. Un experimento Bernoulli se caracteriza por tener solo dos posibles resultados (usualmente llamados 'ÉXITO' o 'FRACASO').

El éxito representa un evento en el cual estamos interesados. Por ejemplo al lanzar una moneda se tienen dos posibles resultados 'Cara' o 'Sello';

Distribución Bernoulli

Algunas de las distribuciones de probabilidad discretas más usadas, se basan en un tipo especial de experimento aleatorio. Este experimento es conocido como Ensayo *Bernoulli*. Un experimento Bernoulli se caracteriza por tener solo dos posibles resultados (usualmente llamados 'ÉXITO' o 'FRACASO').

El éxito representa un evento en el cual estamos interesados. Por ejemplo al lanzar una moneda se tienen dos posibles resultados 'Cara' o 'Sello'; en una encuesta de opinión, el encuestado puede responder 'SI' o 'NO' a la pregunta formulada por el encuestador;

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Bernoulli

Algunas de las distribuciones de probabilidad discretas más usadas, se basan en un tipo especial de experimento aleatorio. Este experimento es conocido como Ensayo *Bernoulli*. Un experimento Bernoulli se caracteriza por tener solo dos posibles resultados (usualmente llamados 'ÉXITO' o 'FRACASO').

El éxito representa un evento en el cual estamos interesados. Por ejemplo al lanzar una moneda se tienen dos posibles resultados 'Cara' o 'Sello'; en una encuesta de opinión, el encuestado puede responder 'SI' o 'NO' a la pregunta formulada por el encuestador; el resultado de un tratamiento aplicado a un paciente puede ser favorable o no, etc.

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Bernoulli

Algunas de las distribuciones de probabilidad discretas más usadas, se basan en un tipo especial de experimento aleatorio. Este experimento es conocido como Ensayo *Bernoulli*. Un experimento Bernoulli se caracteriza por tener solo dos posibles resultados (usualmente llamados 'ÉXITO' o 'FRACASO').

El éxito representa un evento en el cual estamos interesados. Por ejemplo al lanzar una moneda se tienen dos posibles resultados 'Cara' o 'Sello'; en una encuesta de opinión, el encuestado puede responder 'SI' o 'NO' a la pregunta formulada por el encuestador; el resultado de un tratamiento aplicado a un paciente puede ser favorable o no, etc.

La probabilidad de que ocurra el evento de interés es usualmente denotada p y la de fracaso $1 - p$.

Distribución Bernoulli

Algunas de las distribuciones de probabilidad discretas más usadas, se basan en un tipo especial de experimento aleatorio. Este experimento es conocido como Ensayo *Bernoulli*. Un experimento Bernoulli se caracteriza por tener solo dos posibles resultados (usualmente llamados 'ÉXITO' o 'FRACASO').

El éxito representa un evento en el cual estamos interesados. Por ejemplo al lanzar una moneda se tienen dos posibles resultados 'Cara' o 'Sello'; en una encuesta de opinión, el encuestado puede responder 'SI' o 'NO' a la pregunta formulada por el encuestador; el resultado de un tratamiento aplicado a un paciente puede ser favorable o no, etc.

La probabilidad de que ocurra el evento de interés es usualmente denotada p y la de fracaso $1-p$. La variable aleatoria de interés en este caso es X: Número de éxitos obtenidos.

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Bernoulli

Algunas de las distribuciones de probabilidad discretas más usadas, se basan en un tipo especial de experimento aleatorio. Este experimento es conocido como Ensayo *Bernoulli*. Un experimento Bernoulli se caracteriza por tener solo dos posibles resultados (usualmente llamados 'ÉXITO' o 'FRACASO').

El éxito representa un evento en el cual estamos interesados. Por ejemplo al lanzar una moneda se tienen dos posibles resultados 'Cara' o 'Sello'; en una encuesta de opinión, el encuestado puede responder 'SI' o 'NO' a la pregunta formulada por el encuestador; el resultado de un tratamiento aplicado a un paciente puede ser favorable o no, etc.

La probabilidad de que ocurra el evento de interés es usualmente denotada p y la de fracaso $1 - p$. La variable aleatoria de interés en este caso es X: Número de éxitos obtenidos. Claramente el rango de X será $A_X = 0, 1$.

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Bernoulli

Algunas de las distribuciones de probabilidad discretas más usadas, se basan en un tipo especial de experimento aleatorio. Este experimento es conocido como Ensayo *Bernoulli*. Un experimento Bernoulli se caracteriza por tener solo dos posibles resultados (usualmente llamados 'ÉXITO' o 'FRACASO').

El éxito representa un evento en el cual estamos interesados. Por ejemplo al lanzar una moneda se tienen dos posibles resultados 'Cara' o 'Sello'; en una encuesta de opinión, el encuestado puede responder 'SI' o 'NO' a la pregunta formulada por el encuestador; el resultado de un tratamiento aplicado a un paciente puede ser favorable o no, etc.

La probabilidad de que ocurra el evento de interés es usualmente denotada p y la de fracaso $1 - p$. La variable aleatoria de interés en este caso es X: Número de éxitos obtenidos. Claramente el rango de X será $A_X = 0, 1$. La distribución de probabilidad de X se obtiene así:

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Bernoulli

Algunas de las distribuciones de probabilidad discretas más usadas, se basan en un tipo especial de experimento aleatorio. Este experimento es conocido como Ensayo *Bernoulli*. Un experimento Bernoulli se caracteriza por tener solo dos posibles resultados (usualmente llamados 'ÉXITO' o 'FRACASO').

El éxito representa un evento en el cual estamos interesados. Por ejemplo al lanzar una moneda se tienen dos posibles resultados 'Cara' o 'Sello'; en una encuesta de opinión, el encuestado puede responder 'SI' o 'NO' a la pregunta formulada por el encuestador; el resultado de un tratamiento aplicado a un paciente puede ser favorable o no, etc.

La probabilidad de que ocurra el evento de interés es usualmente denotada p y la de fracaso $1 - p$. La variable aleatoria de interés en este caso es X: Número de éxitos obtenidos. Claramente el rango de X será $A_X = 0, 1$. La distribución de probabilidad de X se obtiene así:

$$p(0) = P\left(X = 0\right) = 1 - p \quad \text{y} \quad p(1) = P\left(X = 1\right) = p\ .$$

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Así,

$$p(x) = p^{x}\,(1-p)^{1-x} \quad ; \quad x = 0, 1\ .$$

Así,

$$p(x) = p^x\,(1-p)^{1-x} \quad ; \quad x = 0, 1\ .$$

Esta distribución se conoce como **Bernoulli** y es usualmente denotada $X\ \sim Ber(p)$.

Así,

$$p(x) = p^x \, (1-p)^{1-x} \quad ; \quad x = 0, 1 \; .$$

Esta distribución se conoce como **Bernoulli** y es usualmente denotada $X \; \sim Ber(p)$. es fácil verificar que:

Así,

$$p(x) = p^x\,(1-p)^{1-x} \quad ; \quad x = 0, 1\ .$$

Esta distribución se conoce como **Bernoulli** y es usualmente denotada $X\ \sim Ber(p)$. es fácil verificar que:

$$E[X] = p \quad \text{y} \quad Var[X] = p\,(1-p)\ .$$

Ejemplo 27

En el lanzamiento de una moneda no cargada, sea X: número de caras obtenido.

Así,

$$p(x) = p^x\,(1-p)^{1-x} \quad ; \quad x = 0, 1 \;.$$

Esta distribución se conoce como **Bernoulli** y es usualmente denotada $X \ \sim Ber(p)$. es fácil verificar que:

$$E[X] = p \quad \text{y} \quad Var[X] = p\,(1-p)\;.$$

Ejemplo 27

En el lanzamiento de una moneda no cargada, sea X: número de caras obtenido. Esta variable aleatoria tiene una distribución Bernoulli, con $p = \frac{1}{2}$.

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Así,

$$p(x) = p^x \, (1-p)^{1-x} \quad ; \quad x = 0, 1 \; .$$

Esta distribución se conoce como **Bernoulli** y es usualmente denotada $X \; \sim Ber(p)$. es fácil verificar que:

$$E[X] = p \quad \text{y} \quad Var[X] = p\,(1-p) \; .$$

Ejemplo 27

En el lanzamiento de una moneda no cargada, sea X: número de caras obtenido. Esta variable aleatoria tiene una distribución Bernoulli, con $p = \frac{1}{2}$. Así, $X \sim Ber\left(\frac{1}{2}\right)$.

Así,

$$p(x) = p^x\,(1-p)^{1-x} \quad ; \quad x = 0, 1\ .$$

Esta distribución se conoce como **Bernoulli** y es usualmente denotada $X \ \sim Ber(p)$. es fácil verificar que:

$$E[X] = p \quad \text{y} \quad Var[X] = p\,(1-p)\ .$$

Ejemplo 27

En el lanzamiento de una moneda no cargada, sea X: número de caras obtenido. Esta variable aleatoria tiene una distribución Bernoulli, con $p = \frac{1}{2}$. Así, $X \sim Ber\left(\frac{1}{2}\right)$.

En una contienda política un candidato A tiene una favorabilidad del $60\,\%$.

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Así,

$$p(x) = p^x \, (1-p)^{1-x} \quad ; \quad x = 0, 1 \, .$$

Esta distribución se conoce como **Bernoulli** y es usualmente denotada $X \ \sim Ber(p)$. es fácil verificar que:

$$E[X] = p \quad \text{y} \quad Var[X] = p\,(1-p) \, .$$

Ejemplo 27

En el lanzamiento de una moneda no cargada, sea X: número de caras obtenido. Esta variable aleatoria tiene una distribución Bernoulli, con $p = \frac{1}{2}$. Así, $X \sim Ber\left(\frac{1}{2}\right)$.

En una contienda política un candidato A tiene una favorabilidad del $60\,\%$. Se selecciona aleatoriamente una persona y se le pregunta si votaría por dicho candidato. Se define una variable aleatoria X de la siguiente manera:

$$\begin{cases} 0 & ; \quad \text{La persona no votaría por el candidato } A \\ 1 & ; \quad \text{La persona votaría por el candidato } A \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 & ; \quad \text{La persona no votaría por el candidato } A \\ 1 & ; \quad \text{La persona votaría por el candidato } A \end{cases}$$

Observe que

$$\begin{cases} 0 & ; \quad \text{La persona no votaría por el candidato } A \\ 1 & ; \quad \text{La persona votaría por el candidato } A \end{cases}$$

Observe que

$P(X = 1) = P(\text{La persona votaría por el candidato } A) = 0.6$,

$$\begin{cases} 0 & ; \quad \text{La persona no votaría por el candidato } A \\ 1 & ; \quad \text{La persona votaría por el candidato } A \end{cases}$$

Observe que

$P(X = 1) = P(\text{La persona votaría por el candidato } A) = 0.6$,

$P(X = 0) = P(\text{La persona no votaría por el candidato } A) = 0.4$.

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

$$\begin{cases} 0 & ; \quad \text{La persona no votaría por el candidato } A \\ 1 & ; \quad \text{La persona votaría por el candidato } A \end{cases}$$

Observe que

$P(X=1) = P($La persona votaría por el candidato $A) = 0.6$,

$P(X=0) = P($La persona no votaría por el candidato $A) = 0.4$.

Entonces $X \sim Ber(0.6)$.

Preliminares

Considere ahora un experimento aleatorio que consiste en repetir un ensayo Bernoulli n veces, donde cada repetición es independiente de las demás repeticiones o ensayos.

$$\begin{cases} 0 & ; \quad \text{La persona no votaría por el candidato } A \\ 1 & ; \quad \text{La persona votaría por el candidato } A \end{cases}$$

Observe que

$P(X = 1) = P($La persona votaría por el candidato $A) = 0.6$,

$P(X = 0) = P($La persona no votaría por el candidato $A) = 0.4$.

Entonces $X \sim Ber(0.6)$.

Preliminares

Considere ahora un experimento aleatorio que consiste en repetir un ensayo Bernoulli n veces, donde cada repetición es independiente de las demás repeticiones o ensayos. Defina la variable X: número de éxitos en los n ensayos.

$$\begin{cases} 0 & ; \quad \text{La persona no votaría por el candidato } A \\ 1 & ; \quad \text{La persona votaría por el candidato } A \end{cases}$$

Observe que

$P(X = 1) = P($La persona votaría por el candidato $A) = 0.6$,

$P(X = 0) = P($La persona no votaría por el candidato $A) = 0.4$.

Entonces $X \sim Ber(0.6)$.

Preliminares

Considere ahora un experimento aleatorio que consiste en repetir un ensayo Bernoulli n veces, donde cada repetición es independiente de las demás repeticiones o ensayos. Defina la variable X: número de éxitos en los n ensayos. Dependiendo de las condiciones particulares bajo las cuales el experimento es repetido, la probabilidad de éxito podría cambiar y por lo tanto la distribución de la variable aleatoria X también.

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Binomial

Un experimento aleatorio es llamado **Binomial** si cumple las siguientes características:

Distribución Binomial

Un experimento aleatorio es llamado **Binomial** si cumple las siguientes características:

- Consta de n pruebas idénticas e independientes.

Distribución Binomial

Un experimento aleatorio es llamado **Binomial** si cumple las siguientes características:

- Consta de n pruebas idénticas e independientes.
- Cada prueba tiene dos posibles resultados 'Éxito' o 'Fracaso'.

Distribución Binomial

Un experimento aleatorio es llamado **Binomial** si cumple las siguientes características:

- Consta de n pruebas idénticas e independientes.
- Cada prueba tiene dos posibles resultados 'Éxito' o 'Fracaso'.
- La probabilidad de Éxito es constante en las n pruebas y se denota por p.

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Binomial

Un experimento aleatorio es llamado **Binomial** si cumple las siguientes características:

- Consta de n pruebas idénticas e independientes.
- Cada prueba tiene dos posibles resultados 'Éxito' o 'Fracaso'.
- La probabilidad de Éxito es constante en las n pruebas y se denota por p.
- La v.a de interés es X:número de éxitos en los n ensayos.

Distribución Binomial

Un experimento aleatorio es llamado **Binomial** si cumple las siguientes características:

- Consta de n pruebas idénticas e independientes.
- Cada prueba tiene dos posibles resultados 'Éxito' o 'Fracaso'.
- La probabilidad de Éxito es constante en las n pruebas y se denota por p.
- La v.a de interés es X:número de éxitos en los n ensayos.

En este caso el rango de X está dado por $A_X = \{0, 1, \cdots, n\}$.

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Binomial

Un experimento aleatorio es llamado **Binomial** si cumple las siguientes características:

- Consta de n pruebas idénticas e independientes.
- Cada prueba tiene dos posibles resultados 'Éxito' o 'Fracaso'.
- La probabilidad de Éxito es constante en las n pruebas y se denota por p.
- La v.a de interés es X:número de éxitos en los n ensayos.

En este caso el rango de X está dado por $A_X = \{0, 1, \cdots, n\}$. Se puede mostrar que la p.m.f. de X está dada por:

Distribución Binomial

Un experimento aleatorio es llamado **Binomial** si cumple las siguientes características:

- Consta de n pruebas idénticas e independientes.
- Cada prueba tiene dos posibles resultados 'Éxito' o 'Fracaso'.
- La probabilidad de Éxito es constante en las n pruebas y se denota por p.
- La v.a de interés es X:número de éxitos en los n ensayos.

En este caso el rango de X está dado por $A_X = \{0, 1, \cdots, n\}$. Se puede mostrar que la p.m.f. de X está dada por:

$$p(x) = \binom{n}{x} p^x \ (1-p)^{n-x} \quad ; \quad x = 0\,,\,1\,,\,2\,,\,\cdots\,,\,n\,.$$

Distribución Binomial

Un experimento aleatorio es llamado **Binomial** si cumple las siguientes características:

- Consta de n pruebas idénticas e independientes.
- Cada prueba tiene dos posibles resultados 'Éxito' o 'Fracaso'.
- La probabilidad de Éxito es constante en las n pruebas y se denota por p.
- La v.a de interés es X:número de éxitos en los n ensayos.

En este caso el rango de X está dado por $A_X = \{0, 1, \cdots, n\}$. Se puede mostrar que la p.m.f. de X está dada por:

$$p(x) = \binom{n}{x} p^x \; (1-p)^{n-x} \quad ; \quad x = 0\,,\, 1\,,\, 2\,,\, \cdots\,,\, n\,.$$

Por notación se escribe $X \sim bin(n,\, p)\,$.

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Binomial

Si $X \sim bin(n,\, p)$, se verifica que:

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Binomial

Si $X \sim bin(n, p)$, se verifica que:

$$E[X] = n\,p \ \ , \ \ Var[X] = n\,p\,(1-p) \ \text{ y } \ p(x+1) = \frac{(n-x)\,p}{(x+1)(1-p)}\,p(x) \ .$$

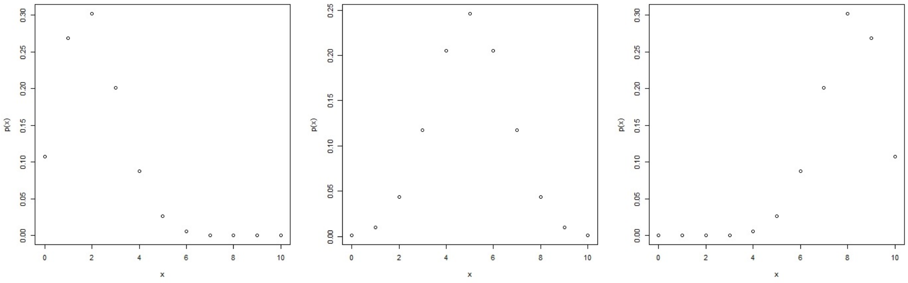
Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Binomial

Si $X \sim bin(n,\, p)$, se verifica que:

$$E[X] = n\,p \;\;,\;\; Var[X] = n\,p\,(1-p) \;\text{ y }\; p(x+1) = \frac{(n-x)\,p}{(x+1)(1-p)}\, p(x)\;.$$

La siguiente gráfica muestra algunos ejemplos de distribuciones Binomiales para $n = 10$, p$=0.2,\; 0.5,\; 0.8\,$.



Ejemplo 28

Suponga que la probabilidad de tener una unidad defectuosa en una línea de ensamble es de 0.05.

Ejemplo 28

Suponga que la probabilidad de tener una unidad defectuosa en una línea de ensamble es de 0.05.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que entre 20 unidades seleccionadas al azar, dos sean defectuosas?

Ejemplo 28

Suponga que la probabilidad de tener una unidad defectuosa en una línea de ensamble es de 0.05.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que entre 20 unidades seleccionadas al azar, dos sean defectuosas?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que a lo más dos de las 20 unidades estén defectuosas?

Ejemplo 28

Suponga que la probabilidad de tener una unidad defectuosa en una línea de ensamble es de 0.05.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que entre 20 unidades seleccionadas al azar, dos sean defectuosas?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que a lo más dos de las 20 unidades estén defectuosas?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos 2 unidades estén defectuosas?

Ejemplo 28

Suponga que la probabilidad de tener una unidad defectuosa en una línea de ensamble es de 0.05.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que entre 20 unidades seleccionadas al azar, dos sean defectuosas?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que a lo más dos de las 20 unidades estén defectuosas?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos 2 unidades estén defectuosas?

Solución

Sea X: el número de unidades defectuosas de las 20 unidades seleccionadas.

Ejemplo 28

Suponga que la probabilidad de tener una unidad defectuosa en una línea de ensamble es de 0.05.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que entre 20 unidades seleccionadas al azar, dos sean defectuosas?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que a lo más dos de las 20 unidades estén defectuosas?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos 2 unidades estén defectuosas?

Solución

Sea X: el número de unidades defectuosas de las 20 unidades seleccionadas. Este experimento cumple con todas las condiciones para ser un ensayo Binomial.

Ejemplo 28

Suponga que la probabilidad de tener una unidad defectuosa en una línea de ensamble es de 0.05.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que entre 20 unidades seleccionadas al azar, dos sean defectuosas?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que a lo más dos de las 20 unidades estén defectuosas?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos 2 unidades estén defectuosas?

Solución

Sea X: el número de unidades defectuosas de las 20 unidades seleccionadas. Este experimento cumple con todas las condiciones para ser un ensayo Binomial. Así, $X \sim bin(20,\, 0.05)$.

Ejemplo 28

Suponga que la probabilidad de tener una unidad defectuosa en una línea de ensamble es de 0.05.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que entre 20 unidades seleccionadas al azar, dos sean defectuosas?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que a lo más dos de las 20 unidades estén defectuosas?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos 2 unidades estén defectuosas?

Solución

Sea X: el número de unidades defectuosas de las 20 unidades seleccionadas. Este experimento cumple con todas las condiciones para ser un ensayo Binomial. Así, $X \sim bin(20,\, 0.05)$. La f.m.p. para X está dada por:

Ejemplo 28

Suponga que la probabilidad de tener una unidad defectuosa en una línea de ensamble es de 0.05.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que entre 20 unidades seleccionadas al azar, dos sean defectuosas?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que a lo más dos de las 20 unidades estén defectuosas?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos 2 unidades estén defectuosas?

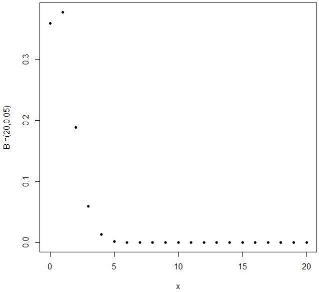
Solución

Sea X: el número de unidades defectuosas de las 20 unidades seleccionadas. Este experimento cumple con todas las condiciones para ser un ensayo Binomial. Así, $X \sim bin(20,\, 0.05)$. La f.m.p. para X está dada por:

$$p(x) = \binom{20}{x}\,(0.05)^{\,x}\,(0.95)^{\,20-x} \quad ; \quad x = 0\,,\ 1\,,\ \cdots\,,\ 20\,.$$

En la siguiente figura se muestra el respectivo gráfico de $p(x)$.

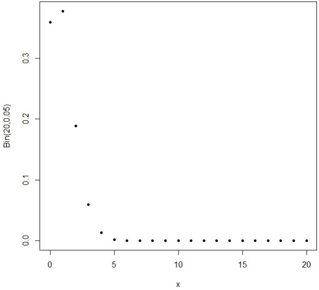
En la siguiente figura se muestra el respectivo gráfico de $p(x)$.



a) $p(2) = \binom{20}{2}\,(0.05)^{2}\,(0.95)^{18} = 0.1887\,.$

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

En la siguiente figura se muestra el respectivo gráfico de $p(x)$.

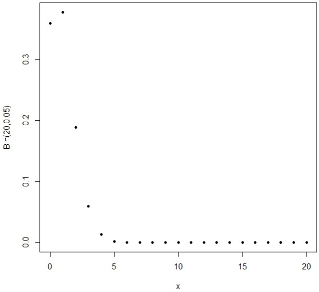


a) $p(2) = \binom{20}{2}\,(0.05)^{\,2}\,(0.95)^{\,18} = 0.1887\,.$

b) $P\,(X \leq 2) = p(0)+p(1)+p(2) = 0.3585+0.3774+0.1887 = 0.9246\,.$

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

En la siguiente figura se muestra el respectivo gráfico de $p(x)$.



a) $p(2) = \binom{20}{2}\,(0.05)^{\,2}\,(0.95)^{\,18} = 0.1887\,.$

b) $P\,(X \leq 2) = p(0)+p(1)+p(2) = 0.3585+0.3774+0.1887 = 0.9246\,.$

c) $P\,(X \geq 2) = 1\,-\,P\,(X < 2) = 1\,-\,P\,(X \leq 1) = 0.2641\,.$

Ejemplo 29

Un examen de opción múltiple contiene 6 preguntas.

Ejemplo 29

Un examen de opción múltiple contiene 6 preguntas. Cada pregunta tiene cuatro opciones de las cuáles sólo una es la correcta.

Ejemplo 29

Un examen de opción múltiple contiene 6 preguntas. Cada pregunta tiene cuatro opciones de las cuáles sólo una es la correcta. El examen se aprueba si se responden correctamente al menos 4 preguntas.

Ejemplo 29

Un examen de opción múltiple contiene 6 preguntas. Cada pregunta tiene cuatro opciones de las cuáles sólo una es la correcta. El examen se aprueba si se responden correctamente al menos 4 preguntas. Si el estudiante adivina las respuestas, conteste las siguientes preguntas:

Ejemplo 29

Un examen de opción múltiple contiene 6 preguntas. Cada pregunta tiene cuatro opciones de las cuáles sólo una es la correcta. El examen se aprueba si se responden correctamente al menos 4 preguntas. Si el estudiante adivina las respuestas, conteste las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es la probabilidad de aprobar el examen?.

Ejemplo 29

Un examen de opción múltiple contiene 6 preguntas. Cada pregunta tiene cuatro opciones de las cuáles sólo una es la correcta. El examen se aprueba si se responden correctamente al menos 4 preguntas. Si el estudiante adivina las respuestas, conteste las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es la probabilidad de aprobar el examen?.

b) Si el estudiante adivina al menos dos de las preguntas, ¿Cuál es la probabilidad de reprobar el examen?.

Ejemplo 29

Un examen de opción múltiple contiene 6 preguntas. Cada pregunta tiene cuatro opciones de las cuáles sólo una es la correcta. El examen se aprueba si se responden correctamente al menos 4 preguntas. Si el estudiante adivina las respuestas, conteste las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es la probabilidad de aprobar el examen?.

b) Si el estudiante adivina al menos dos de las preguntas, ¿Cuál es la probabilidad de reprobar el examen?.

c) Halle $E[X]$ y $Var[X]$.

Solución

Sea X: número de preguntas con respuesta correcta de las 6 contestadas.

Ejemplo 29

Un examen de opción múltiple contiene 6 preguntas. Cada pregunta tiene cuatro opciones de las cuáles sólo una es la correcta. El examen se aprueba si se responden correctamente al menos 4 preguntas. Si el estudiante adivina las respuestas, conteste las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es la probabilidad de aprobar el examen?.

b) Si el estudiante adivina al menos dos de las preguntas, ¿Cuál es la probabilidad de reprobar el examen?.

c) Halle $E[X]$ y $Var[X]$.

Solución

Sea X: número de preguntas con respuesta correcta de las 6 contestadas. Entonces

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Ejemplo 29

Un examen de opción múltiple contiene 6 preguntas. Cada pregunta tiene cuatro opciones de las cuáles sólo una es la correcta. El examen se aprueba si se responden correctamente al menos 4 preguntas. Si el estudiante adivina las respuestas, conteste las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es la probabilidad de aprobar el examen?.

b) Si el estudiante adivina al menos dos de las preguntas, ¿Cuál es la probabilidad de reprobar el examen?.

c) Halle $E[X]$ y $Var[X]$.

Solución

Sea X: número de preguntas con respuesta correcta de las 6 contestadas. Entonces $X \sim bin(6, p)$ con $p = \frac{1}{4}$.

Ejemplo 29

Un examen de opción múltiple contiene 6 preguntas. Cada pregunta tiene cuatro opciones de las cuáles sólo una es la correcta. El examen se aprueba si se responden correctamente al menos 4 preguntas. Si el estudiante adivina las respuestas, conteste las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es la probabilidad de aprobar el examen?.

b) Si el estudiante adivina al menos dos de las preguntas, ¿Cuál es la probabilidad de reprobar el examen?.

c) Halle $E[X]$ y $Var[X]$.

Solución

Sea X: número de preguntas con respuesta correcta de las 6 contestadas. Entonces $X \sim bin(6, p)$ con $p = \frac{1}{4}$. Así,

Ejemplo 29

Un examen de opción múltiple contiene 6 preguntas. Cada pregunta tiene cuatro opciones de las cuáles sólo una es la correcta. El examen se aprueba si se responden correctamente al menos 4 preguntas. Si el estudiante adivina las respuestas, conteste las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es la probabilidad de aprobar el examen?.

b) Si el estudiante adivina al menos dos de las preguntas, ¿Cuál es la probabilidad de reprobar el examen?.

c) Halle $E[X]$ y $Var[X]$.

Solución

Sea X: número de preguntas con respuesta correcta de las 6 contestadas. Entonces $X \sim bin(6, p)$ con $p = \frac{1}{4}$. Así,

$$p(x) = \binom{6}{x} \left(\frac{1}{4}\right)^x \left(\frac{3}{4}\right)^{6-x} \quad ; \quad x = 0\,, 1\,, \cdots\,, 6\,.$$

Solución

a) Se pide

$$P\,(X \geq 4) = 1 \; - \; P\,(X \leq 3) = 1 \; - \sum_{x=0}^{3} \binom{6}{x} \left(\frac{1}{4}\right)^{x} \left(\frac{3}{4}\right)^{6-x} = 0.0376\;.$$

b)

$$P\,(X < 4 \,|\, X \geq 2) = \frac{P\,(2 \leq X < 4)}{1 - P\,(X < 2)} = \frac{P\,(2 \leq X \leq 3)}{1 - P\,(X \leq 1)}$$

$$P\,(X < 4 \,|\, X \geq 2) = \frac{\sum_{x=2}^{3} \binom{6}{x} \left(\frac{1}{4}\right)^{x} \left(\frac{3}{4}\right)^{6-x}}{1 - P\,(X \leq 1)} = \frac{0.4285}{1 - 0.5339} = 0.9193\;.$$

c)

$$E[X] = 6 * \left(\frac{1}{4}\right) = 1.5 \;\; ; \;\; Var[X] = 6 * \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{9}{8}\;.$$

Distribución Hipergeométrica

Suponga que una población finita tiene N elementos, cada uno de los cuales tiene una de dos características diferentes (por ejemplo, K elementos tienen la característica de interés y $N-K$ no la tienen).

Distribución Hipergeométrica

Suponga que una población finita tiene N elementos, cada uno de los cuales tiene una de dos características diferentes (por ejemplo, K elementos tienen la característica de interés y $N-K$ no la tienen). Se toman al azar y sin reemplazo n de estos elementos.

Distribución Hipergeométrica

Suponga que una población finita tiene N elementos, cada uno de los cuales tiene una de dos características diferentes (por ejemplo, K elementos tienen la característica de interés y $N-K$ no la tienen). Se toman al azar y sin reemplazo n de estos elementos. Sea X : la variable aleatoria que representa el número de elementos que tienen la característica de interés en los n seleccionados.

Distribución Hipergeométrica

Suponga que una población finita tiene N elementos, cada uno de los cuales tiene una de dos características diferentes (por ejemplo, K elementos tienen la característica de interés y $N-K$ no la tienen). Se toman al azar y sin reemplazo n de estos elementos. Sea X : la variable aleatoria que representa el número de elementos que tienen la característica de interés en los n seleccionados. Los valores que toma esta variable aleatoria son $x = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots, \min(n, K)$.

Distribución Hipergeométrica

Suponga que una población finita tiene N elementos, cada uno de los cuales tiene una de dos características diferentes (por ejemplo, K elementos tienen la característica de interés y $N-K$ no la tienen). Se toman al azar y sin reemplazo n de estos elementos. Sea X : la variable aleatoria que representa el número de elementos que tienen la característica de interés en los n seleccionados. Los valores que toma esta variable aleatoria son $x=0,\,1,\,2,\,\cdots\,,\min(n,K)$. La p.m.f. de X está dada por:

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Hipergeométrica

Suponga que una población finita tiene N elementos, cada uno de los cuales tiene una de dos características diferentes (por ejemplo, K elementos tienen la característica de interés y $N-K$ no la tienen). Se toman al azar y sin reemplazo n de estos elementos. Sea X : la variable aleatoria que representa el número de elementos que tienen la característica de interés en los n seleccionados. Los valores que toma esta variable aleatoria son $x = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\min(n,K)$. La p.m.f. de X está dada por:

$$p(x) = \frac{\binom{K}{x}\ \binom{N-K}{n-x}}{\binom{N}{n}} \quad ; \quad x = 0, 1, 2, \cdots, \min(n, K)\ .$$

Esta función de probabilidad se conoce como Distribución **Hipergeométrica**.

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Hipergeométrica

Suponga que una población finita tiene N elementos, cada uno de los cuales tiene una de dos características diferentes (por ejemplo, K elementos tienen la característica de interés y $N-K$ no la tienen). Se toman al azar y sin reemplazo n de estos elementos. Sea X : la variable aleatoria que representa el número de elementos que tienen la característica de interés en los n seleccionados. Los valores que toma esta variable aleatoria son $x = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\min(n, K)$. La p.m.f. de X está dada por:

$$p(x) = \frac{\binom{K}{x}\ \binom{N-K}{n-x}}{\binom{N}{n}} \quad ; \quad x = 0, 1, 2, \cdots, \min(n, K)\ .$$

Esta función de probabilidad se conoce como Distribución **Hipergeométrica**. Por notación se escribe : $X \sim Hiper(N, K, n)$.

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Distribución Hipergeométrica

Suponga que una población finita tiene N elementos, cada uno de los cuales tiene una de dos características diferentes (por ejemplo, K elementos tienen la característica de interés y $N-K$ no la tienen). Se toman al azar y sin reemplazo n de estos elementos. Sea X : la variable aleatoria que representa el número de elementos que tienen la característica de interés en los n seleccionados. Los valores que toma esta variable aleatoria son $x = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\min(n,K)$. La p.m.f. de X está dada por:

$$p(x) = \frac{\binom{K}{x}\ \binom{N-K}{n-x}}{\binom{N}{n}} \quad ; \quad x = 0, 1, 2, \cdots, \min(n, K)\ .$$

Esta función de probabilidad se conoce como Distribución **Hipergeométrica**. Por notación se escribe : $X \sim Hiper(N, K, n)$. Se puede mostrar que:

Distribución Hipergeométrica

Suponga que una población finita tiene N elementos, cada uno de los cuales tiene una de dos características diferentes (por ejemplo, K elementos tienen la característica de interés y $N-K$ no la tienen). Se toman al azar y sin reemplazo n de estos elementos. Sea X : la variable aleatoria que representa el número de elementos que tienen la característica de interés en los n seleccionados. Los valores que toma esta variable aleatoria son $x = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots\ , \min(n, K)$. La p.m.f. de X está dada por:

$$p(x) = \frac{\binom{K}{x}\ \binom{N-K}{n-x}}{\binom{N}{n}} \quad ; \quad x = 0, 1, 2, \cdots , \min(n, K)\ .$$

Esta función de probabilidad se conoce como Distribución **Hipergeométrica**. Por notación se escribe : $X \sim Hiper(N, K, n)$. Se puede mostrar que:

$$E[X] = n\,\frac{K}{N} \ \ ; \ \ Var[X] = \frac{(N-n)}{(N-1)}\, n\,\frac{K}{N}\left(1 - \frac{K}{N}\right) .$$

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

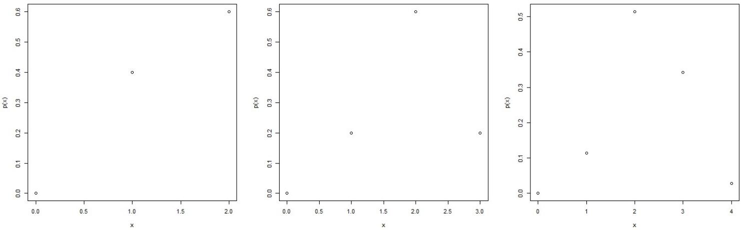
El término $\frac{(N-n)}{(N-1)}$ se conoce con el nombre de *factor de corrección por población finita*.

El término $\frac{(N-n)}{(N-1)}$ se conoce con el nombre de *factor de corrección por población finita*. Observe que si el tamaño de la muestra n es muy pequeño comparado con el tamaño de la población N, entonces el factor de corrección por población finita tiende a uno y por lo tanto la varianza de la hipergeométrica se asemeja a la varianza de la binomial;

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

El término $\frac{(N-n)}{(N-1)}$ se conoce con el nombre de *factor de corrección por población finita*. Observe que si el tamaño de la muestra n es muy pequeño comparado con el tamaño de la población N, entonces el factor de corrección por población finita tiende a uno y por lo tanto la varianza de la hipergeométrica se asemeja a la varianza de la binomial; además garantiza que la condición de independiencia se cumpla aproximadamente.

El término $\frac{(N-n)}{(N-1)}$ se conoce con el nombre de *factor de corrección por población finita*. Observe que si el tamaño de la muestra n es muy pequeño comparado con el tamaño de la población N, entonces el factor de corrección por población finita tiende a uno y por lo tanto la varianza de la hipergeométrica se asemeja a la varianza de la binomial; además garantiza que la condición de independiencia se cumpla aproximadamente.Se muestran algunos gráficos de Distribuciones Hipergeométricas, para $N = 7$, $K = 3$ y $n = 2, 3, 4$.



Ejemplo 30

Un lote con 20 arandelas contiene tres en las que la variabilidad en el espesor alrededor de la circunferencia es inaceptable.

Ejemplo 30

Un lote con 20 arandelas contiene tres en las que la variabilidad en el espesor alrededor de la circunferencia es inaceptable. Se toma una muestra al azar de tres arandelas.

Ejemplo 30

Un lote con 20 arandelas contiene tres en las que la variabilidad en el espesor alrededor de la circunferencia es inaceptable. Se toma una muestra al azar de tres arandelas.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que ninguna de las arandelas inaceptables se encuentren en la muestra?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una de las arandelas inaceptables se encuentren en la muestra?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente una de las arandelas inaceptables se encuentre en la muestra?

Solución

Sea X la variable aleatoria que representa el número de arandelas cuyo espesor es inaceptable.

Ejemplo 30

Un lote con 20 arandelas contiene tres en las que la variabilidad en el espesor alrededor de la circunferencia es inaceptable. Se toma una muestra al azar de tres arandelas.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que ninguna de las arandelas inaceptables se encuentren en la muestra?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una de las arandelas inaceptables se encuentren en la muestra?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente una de las arandelas inaceptables se encuentre en la muestra?

Solución

Sea X la variable aleatoria que representa el número de arandelas cuyo espesor es inaceptable. Por las condiciones del experimento, se tiene que $X \sim Hiper(20, 3, 3)$.

En este caso, la p.m.f. de X está dada por:

En este caso, la p.m.f. de X está dada por:

$$p(x) = \frac{\binom{3}{x}\binom{17}{3-x}}{\binom{20}{3}} \quad ; \quad x = 0,\ 1,\ 2,\ 3\ .$$

En este caso, la p.m.f. de X está dada por:

$$p(x) = \frac{\binom{3}{x}\binom{17}{3-x}}{\binom{20}{3}} \quad ; \quad x = 0,\ 1,\ 2,\ 3\ .$$

a)

$$P(X=0) = p(0) = \frac{\binom{3}{0}\binom{17}{3}}{\binom{20}{3}} = \frac{34}{57} = 0.5965\ .$$

En este caso, la p.m.f. de X está dada por:

$$p(x) = \frac{\binom{3}{x}\binom{17}{3-x}}{\binom{20}{3}} \quad ; \quad x = 0,\ 1,\ 2,\ 3\ .$$

a)

$$P(X = 0) = p(0) = \frac{\binom{3}{0}\binom{17}{3}}{\binom{20}{3}} = \frac{34}{57} = 0.5965\ .$$

b)

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0.5965 = 0.4035\ .$$

En este caso, la p.m.f. de X está dada por:

$$p(x) = \frac{\binom{3}{x}\binom{17}{3-x}}{\binom{20}{3}} \quad ; \quad x = 0,\ 1,\ 2,\ 3\ .$$

a)

$$P(X = 0) = p(0) = \frac{\binom{3}{0}\binom{17}{3}}{\binom{20}{3}} = \frac{34}{57} = 0.5965\ .$$

b)

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0.5965 = 0.4035\ .$$

c)

$$P(X = 1) = p(1) = \frac{\binom{3}{1}\binom{17}{2}}{\binom{20}{3}} = \frac{34}{95} = 0.3579\ .$$

Ejemplo 31

Un geólogo ha recolectado 8 especimenes de roca basáltica y 9 de granito.

Ejemplo 31

Un geólogo ha recolectado 8 especimenes de roca basáltica y 9 de granito. Se instruye a un asistente de laboratorio para que seleccione al azar 5 de los especimenes para analizarlos.

Ejemplo 31

Un geólogo ha recolectado 8 especimenes de roca basáltica y 9 de granito. Se instruye a un asistente de laboratorio para que seleccione al azar 5 de los especimenes para analizarlos.

a) ¿Cuál es la p.m.f. para el número de especimenes de basalto seleccionados para analizarlos?

Ejemplo 31

Un geólogo ha recolectado 8 especimenes de roca basáltica y 9 de granito. Se instruye a un asistente de laboratorio para que seleccione al azar 5 de los especimenes para analizarlos.

a) ¿Cuál es la p.m.f. para el número de especimenes de basalto seleccionados para analizarlos?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que todos los especimenes de la muestra sean del mismo tipo?

Ejemplo 31

Un geólogo ha recolectado 8 especimenes de roca basáltica y 9 de granito. Se instruye a un asistente de laboratorio para que seleccione al azar 5 de los especimenes para analizarlos.

a) ¿Cuál es la p.m.f. para el número de especimenes de basalto seleccionados para analizarlos?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que todos los especimenes de la muestra sean del mismo tipo?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la cantidad de especimenes de granito seleccionados para su análisis esté a menos de una desviación estándar de la media?

Ejemplo 31

Un geólogo ha recolectado 8 especimenes de roca basáltica y 9 de granito. Se instruye a un asistente de laboratorio para que seleccione al azar 5 de los especimenes para analizarlos.

a) ¿Cuál es la p.m.f. para el número de especimenes de basalto seleccionados para analizarlos?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que todos los especimenes de la muestra sean del mismo tipo?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la cantidad de especimenes de granito seleccionados para su análisis esté a menos de una desviación estándar de la media?

Solución

Sea X: número de especímenes de basalto en la muestra de 5.

Ejemplo 31

Un geólogo ha recolectado 8 especimenes de roca basáltica y 9 de granito. Se instruye a un asistente de laboratorio para que seleccione al azar 5 de los especimenes para analizarlos.

a) ¿Cuál es la p.m.f. para el número de especimenes de basalto seleccionados para analizarlos?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que todos los especimenes de la muestra sean del mismo tipo?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la cantidad de especimenes de granito seleccionados para su análisis esté a menos de una desviación estándar de la media?

Solución

Sea X: número de especímenes de basalto en la muestra de 5. Por las condiciones del experimento, el rango de X es $A_X = \{0,\, 1,\, 2,\, 3,\, 4,\, 5\}$.

Ejemplo 31

Un geólogo ha recolectado 8 especimenes de roca basáltica y 9 de granito. Se instruye a un asistente de laboratorio para que seleccione al azar 5 de los especimenes para analizarlos.

a) ¿Cuál es la p.m.f. para el número de especimenes de basalto seleccionados para analizarlos?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que todos los especimenes de la muestra sean del mismo tipo?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la cantidad de especimenes de granito seleccionados para su análisis esté a menos de una desviación estándar de la media?

Solución

Sea X: número de especímenes de basalto en la muestra de 5. Por las condiciones del experimento, el rango de X es $A_X = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$.

a) En este caso, es claro que $X \sim Hiper(17, 8, 5)$.

a) En este caso, es claro que $X \sim Hiper(17, 8, 5)$.

$$p(x) = \frac{\binom{8}{x}\binom{9}{5-x}}{\binom{17}{5}}.$$

a) En este caso, es claro que $X \sim Hiper(17, 8, 5)$.

$$p(x) = \frac{\binom{8}{x}\binom{9}{5-x}}{\binom{17}{5}}.$$

b) Si todos los especímenes son del mismo tipo, eso significa que los 5 son de roca basáltica o los 5 son de granito.

a) En este caso, es claro que $X \sim Hiper(17, 8, 5)$.

$$p(x) = \frac{\binom{8}{x}\binom{9}{5-x}}{\binom{17}{5}}.$$

b) Si todos los especímenes son del mismo tipo, eso significa que los 5 son de roca basáltica o los 5 son de granito. Esto equivale a que $X = 5$ o $X = 0$.

a) En este caso, es claro que $X \sim Hiper(17, 8, 5)$.

$$p(x) = \frac{\binom{8}{x}\binom{9}{5-x}}{\binom{17}{5}}.$$

b) Si todos los especímenes son del mismo tipo, eso significa que los 5 son de roca basáltica o los 5 son de granito. Esto equivale a que $X = 5$ o $X = 0$. Con esto la probabilidad pedida será:

a) En este caso, es claro que $X \sim Hiper(17, 8, 5)$.

$$p(x) = \frac{\binom{8}{x}\binom{9}{5-x}}{\binom{17}{5}}.$$

b) Si todos los especímenes son del mismo tipo, eso significa que los 5 son de roca basáltica o los 5 son de granito. Esto equivale a que $X = 5$ o $X = 0$. Con esto la probabilidad pedida será:

$$P(X = 5) + P(X = 0) = \frac{\binom{8}{5}}{\binom{17}{5}} + \frac{\binom{9}{5}}{\binom{17}{5}} = \frac{2}{221} + \frac{9}{442} = \frac{1}{34}.$$

a) En este caso, es claro que $X \sim Hiper(17, 8, 5)$.

$$p(x) = \frac{\binom{8}{x}\binom{9}{5-x}}{\binom{17}{5}}.$$

b) Si todos los especímenes son del mismo tipo, eso significa que los 5 son de roca basáltica o los 5 son de granito. Esto equivale a que $X = 5$ o $X = 0$. Con esto la probabilidad pedida será:

$$P(X = 5) + P(X = 0) = \frac{\binom{8}{5}}{\binom{17}{5}} + \frac{\binom{9}{5}}{\binom{17}{5}} = \frac{2}{221} + \frac{9}{442} = \frac{1}{34}.$$

c) En este caso se pide $P\left(|X - \mu_x| < \sigma_X\right)$, donde μ_X y σ_X son respectivamente la media y la desviación estándar de X.

a) En este caso, es claro que $X \sim Hiper(17, 8, 5)$.

$$p(x) = \frac{\binom{8}{x}\binom{9}{5-x}}{\binom{17}{5}}.$$

b) Si todos los especímenes son del mismo tipo, eso significa que los 5 son de roca basáltica o los 5 son de granito. Esto equivale a que $X = 5$ o $X = 0$. Con esto la probabilidad pedida será:

$$P(X = 5) + P(X = 0) = \frac{\binom{8}{5}}{\binom{17}{5}} + \frac{\binom{9}{5}}{\binom{17}{5}} = \frac{2}{221} + \frac{9}{442} = \frac{1}{34}.$$

c) En este caso se pide $P\left(|X - \mu_x| < \sigma_X\right)$, donde μ_X y σ_X son respectivamente la media y la desviación estándar de X. Ahora:

a) En este caso, es claro que $X \sim Hiper(17, 8, 5)$.

$$p(x) = \frac{\binom{8}{x}\binom{9}{5-x}}{\binom{17}{5}}.$$

b) Si todos los especímenes son del mismo tipo, eso significa que los 5 son de roca basáltica o los 5 son de granito. Esto equivale a que $X = 5$ o $X = 0$. Con esto la probabilidad pedida será:

$$P(X = 5) + P(X = 0) = \frac{\binom{8}{5}}{\binom{17}{5}} + \frac{\binom{9}{5}}{\binom{17}{5}} = \frac{2}{221} + \frac{9}{442} = \frac{1}{34}.$$

c) En este caso se pide $P\left(|X - \mu_x| < \sigma_X\right)$, donde μ_X y σ_X son respectivamente la media y la desviación estándar de X. Ahora:

$$E[X] = 5 * \frac{8}{17} = \frac{40}{17} \quad ; \quad Var[X] = \left(\frac{17-5}{17-1}\right) * 5 * \frac{8}{17}\left(1 - \frac{8}{17}\right) = \frac{270}{289}.$$

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Así, se tiene que:

Así, se tiene que:

$$\begin{aligned} P\left(|X-\mu_x|<\sigma_X\right) &= P\left(\left|X-\frac{40}{17}\right|<\sqrt{\frac{270}{289}}\right) \\ &= P(-1.3864<X<3.3195)=P(0\leq X\leq 3) \\ &= \sum_{x=0}^{3}\frac{\binom{8}{x}\binom{9}{5-x}}{\binom{17}{5}}=0.8891 \end{aligned}$$

Ejemplo 32

En el ejercicio anterior suponga que las cantidades de especímenes de rocas basáltica y de granito son respectivamente 500 y 600 y que se toma una muestra aleatoria de tamaño 5.

Así, se tiene que:

$$
\begin{aligned}
P\left(|X-\mu_x|<\sigma_X\right) &= P\left(\left|X-\frac{40}{17}\right|<\sqrt{\frac{270}{289}}\right)\\
&= P(-1.3864<X<3.3195)=P(0\leq X\leq 3)\\
&= \sum_{x=0}^{3}\frac{\binom{8}{x}\binom{9}{5-x}}{\binom{17}{5}}=0.8891
\end{aligned}
$$

Ejemplo 32

En el ejercicio anterior suponga que las cantidades de especímenes de rocas basáltica y de granito son respectivamente 500 y 600 y que se toma una muestra aleatoria de tamaño 5. La variable aleatoria de interés es X: número de especimenes de basalto en la muestra para análisis.

Así, se tiene que:

$$\begin{aligned} P\left(|X-\mu_x|<\sigma_X\right) &= P\left(\left|X-\frac{40}{17}\right|<\sqrt{\frac{270}{289}}\right) \\ &= P(-1.3864<X<3.3195)=P(0\le X\le 3) \\ &= \sum_{x=0}^{3}\frac{\binom{8}{x}\binom{9}{5-x}}{\binom{17}{5}}=0.8891 \end{aligned}$$

Ejemplo 32

En el ejercicio anterior suponga que las cantidades de especímenes de rocas basáltica y de granito son respectivamente 500 y 600 y que se toma una muestra aleatoria de tamaño 5. La variable aleatoria de interés es X: número de especimenes de basalto en la muestra para análisis. Defina los siguientes eventos:

Así, se tiene que:

$$
\begin{aligned}
P\left(|X-\mu_x| < \sigma_X \right) &= P\left(\left| X - \frac{40}{17} \right| < \sqrt{\frac{270}{289}} \right) \\
&= P(-1.3864 < X < 3.3195) = P(0 \leq X \leq 3) \\
&= \sum_{x=0}^{3} \frac{\binom{8}{x}\binom{9}{5-x}}{\binom{17}{5}} = 0.8891
\end{aligned}
$$

Ejemplo 32

En el ejercicio anterior suponga que las cantidades de especímenes de rocas basáltica y de granito son respectivamente 500 y 600 y que se toma una muestra aleatoria de tamaño 5. La variable aleatoria de interés es X: número de especimenes de basalto en la muestra para análisis. Defina los siguientes eventos:

A_i : la i-ésima roca extraída es de basalto con $i = 1, 2, 3, 4, 5$.

Observe que:

Observe que:

$$P\left(A_1\right) = \frac{500}{1100} = \frac{5}{11} \approx 0.45454\ .$$

Observe que:

$$P\left(A_1\right) = \frac{500}{1100} = \frac{5}{11} \approx 0.45454\ .$$

Similarmente

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Observe que:

$$P\left(A_1\right) = \frac{500}{1100} = \frac{5}{11} \approx 0.45454\ .$$

Similarmente

$$P\left(A_2 \,|\, A_1\right) = \frac{499}{1099} = 0.45405 \quad , \quad P\left(A_3 \,|\, A_1 \cap A_2\right) = \frac{498}{1098} = 0.45355$$

$$P\left(A_4 \,|\, A_1 \cap A_2 \cap A_3\right) = \frac{497}{1097} = 0.45305$$

$$P\left(A_5 \,|\, A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4\right) = \frac{496}{1096} = 0.45255\ .$$

Observe que si se comparan estás 5 probabilidades, la diferencia absoluta máxima observada es 0.00199, el cual es un error muy pequeño. Es decir, las 5 probabilidades son aproximadamente iguales, o en otras palabras, la probabilidad de éxito es aproximadamente constante.

Observe que:

$$P(A_1) = \frac{500}{1100} = \frac{5}{11} \approx 0.45454\,.$$

Similarmente

$$P(A_2 \mid A_1) = \frac{499}{1099} = 0.45405 \quad , \quad P(A_3 \mid A_1 \cap A_2) = \frac{498}{1098} = 0.45355$$

$$P(A_4 \mid A_1 \cap A_2 \cap A_3) = \frac{497}{1097} = 0.45305$$

$$P(A_5 \mid A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = \frac{496}{1096} = 0.45255\,.$$

Observe que si se comparan estás 5 probabilidades, la diferencia absoluta máxima observada es 0.00199, el cual es un error muy pequeño. Es decir, las 5 probabilidades son aproximadamente iguales, o en otras palabras, la probabilidad de éxito es aproximadamente constante. En este escenario, el cálculo de probabilidades puede ser aproximado usando la distribución Binomial, con $n = 5$ y $p = \frac{5}{11}$.

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Observe que:

$$P(A_1) = \frac{500}{1100} = \frac{5}{11} \approx 0.45454 \,.$$

Similarmente

$$P(A_2 \,|\, A_1) = \frac{499}{1099} = 0.45405 \quad , \quad P(A_3 \,|\, A_1 \cap A_2) = \frac{498}{1098} = 0.45355$$

$$P(A_4 \,|\, A_1 \cap A_2 \cap A_3) = \frac{497}{1097} = 0.45305$$

$$P(A_5 \,|\, A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = \frac{496}{1096} = 0.45255 \,.$$

Observe que si se comparan estás 5 probabilidades, la diferencia absoluta máxima observada es 0.00199, el cual es un error muy pequeño. Es decir, las 5 probabilidades son aproximadamente iguales, o en otras palabras, la probabilidad de éxito es aproximadamente constante. En este escenario, el cálculo de probabilidades puede ser aproximado usando la distribución Binomial, con $n = 5$ y $p = \frac{5}{11}$. Observe que $\frac{N-n}{N-1} = \frac{1100-5}{1100-1} = 0.99636$, un valor muy cercano a 1.

Aproximación Binomial de la Hipergeométrica

Sea X una variable aleatoria tal que $X \sim Hiper(N, K, n)$.

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Aproximación Binomial de la Hipergeométrica

Sea X una variable aleatoria tal que $X \sim Hiper(N, K, n)$. Si $\frac{(N-n)}{(N-1)} \approx 1$, entonces:

Aproximación Binomial de la Hipergeométrica

Sea X una variable aleatoria tal que $X \sim Hiper(N, K, n)$. Si $\frac{(N-n)}{(N-1)} \approx 1$, entonces:

$$\frac{\binom{K}{x} \binom{N-K}{n-x}}{\binom{N}{N}} \approx \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \;\; ; \;\; \text{donde} \quad p = \frac{K}{N} \,.$$

Aproximación Binomial de la Hipergeométrica

Sea X una variable aleatoria tal que $X \sim Hiper(N, K, n)$. Si $\frac{(N-n)}{(N-1)} \approx 1$, entonces:

$$\frac{\binom{K}{x}\ \binom{N-K}{n-x}}{\binom{N}{N}} \approx \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \ ; \ \text{donde} \quad p = \frac{K}{N} \ .$$

Para el ejemplo anterior, si se desea calcular $P\,(X = 5 \vee X = 0)$, se tiene que:

Aproximación Binomial de la Hipergeométrica

Sea X una variable aleatoria tal que $X \sim Hiper(N, K, n)$. Si $\frac{(N-n)}{(N-1)} \approx 1$, entonces:

$$\frac{\binom{K}{x}\ \binom{N-K}{n-x}}{\binom{N}{N}} \approx \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \ \ ; \ \text{donde} \quad p = \frac{K}{N} \ .$$

Para el ejemplo anterior, si se desea calcular $P\left(X = 5 \vee X = 0\right)$, se tiene que:

$$P\left(X = 5 \vee X = 0\right) = \frac{\binom{500}{5}}{\binom{1100}{5}} + \frac{\binom{600}{5}}{\binom{1100}{5}} = 0.06711 \ .$$

Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Aproximación Binomial de la Hipergeométrica

Sea X una variable aleatoria tal que $X \sim Hiper(N, K, n)$. Si $\frac{(N-n)}{(N-1)} \approx 1$, entonces:

$$\frac{\binom{K}{x}\binom{N-K}{n-x}}{\binom{N}{N}} \approx \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \ ; \ \text{donde} \quad p = \frac{K}{N} \, .$$

Para el ejemplo anterior, si se desea calcular $P(X = 5 \vee X = 0)$, se tiene que:

$$P(X = 5 \vee X = 0) = \frac{\binom{500}{5}}{\binom{1100}{5}} + \frac{\binom{600}{5}}{\binom{1100}{5}} = 0.06711 \, .$$

Usando la aproximación Binomial, con $n = 5$ y $p = \frac{5}{11}$:

Aproximación Binomial de la Hipergeométrica

Sea X una variable aleatoria tal que $X \sim Hiper(N, K, n)$. Si $\frac{(N-n)}{(N-1)} \approx 1$, entonces:

$$\frac{\binom{K}{x}\binom{N-K}{n-x}}{\binom{N}{N}} \approx \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \; ; \text{ donde } \quad p = \frac{K}{N} \, .$$

Para el ejemplo anterior, si se desea calcular $P\left(X = 5 \vee X = 0\right)$, se tiene que:

$$P\left(X = 5 \vee X = 0\right) = \frac{\binom{500}{5}}{\binom{1100}{5}} + \frac{\binom{600}{5}}{\binom{1100}{5}} = 0.06711 \, .$$

Usando la aproximación Binomial, con $n = 5$ y $p = \frac{5}{11}$:

$$P(X = 5) + P(X = 0) \approx \binom{5}{5}\left(\frac{5}{11}\right)^5 + \binom{5}{0}\left(\frac{6}{11}\right)^5 = \frac{991}{14641} = 0.06769 \, .$$

El error absoluto es de 0.00058.

Aproximación Binomial de la Hipergeométrica

Sea X una variable aleatoria tal que $X \sim Hiper(N, K, n)$. Si $\frac{(N-n)}{(N-1)} \approx 1$, entonces:

$$\frac{\binom{K}{x}\binom{N-K}{n-x}}{\binom{N}{N}} \approx \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \;\; ; \;\; \text{donde} \quad p = \frac{K}{N} \, .$$

Para el ejemplo anterior, si se desea calcular $P\,(X = 5 \vee X = 0)$, se tiene que:

$$P\,(X = 5 \vee X = 0) = \frac{\binom{500}{5}}{\binom{1100}{5}} + \frac{\binom{600}{5}}{\binom{1100}{5}} = 0.06711 \, .$$

Usando la aproximación Binomial, con $n = 5$ y $p = \frac{5}{11}$:

$$P(X = 5) + P(X = 0) \approx \binom{5}{5}\left(\frac{5}{11}\right)^5 + \binom{5}{0}\left(\frac{6}{11}\right)^5 = \frac{991}{14641} = 0.06769 \, .$$

El error absoluto es de 0.00058. La aproximación es muy buena.