## Probabilidad Condicional

Algunas veces la ocurrencia de un evento $A$ puede afectar la ocurrencia posterior de otro evento $B$; por lo tanto, la probabilidad del evento $B$ dependerá posiblemente de la ocurrencia del evento $A$.

## Probabilidad Condicional

Algunas veces la ocurrencia de un evento $A$ puede afectar la ocurrencia posterior de otro evento $B$; por lo tanto, la probabilidad del evento $B$ dependerá posiblemente de la ocurrencia del evento $A$. Suponga que un grupo de $20$ artículos contiene $10$ que son defectuosos y $10$ que no lo son; una persona selecciona uno de estos artículos al azar, sin saber que hay defectuosos, y lo instala en un equipo.

Sea $A$ el evento de que la selección del artículo resulte en uno defectuoso.

Sea $A$ el evento de que la selección del artículo resulte en uno defectuoso. De esta manera se tiene que $P(A) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$.

Sea $A$ el evento de que la selección del artículo resulte en uno defectuoso. De esta manera se tiene que $P\left(A\right)=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$.

Suponga que se selecciona otro artículo de los $19$ restantes.

Sea $A$ el evento de que la selección del artículo resulte en uno defectuoso. De esta manera se tiene que $P\left(A\right) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$.

Suponga que se selecciona otro artículo de los $19$ restantes. Sea $B$ el evento el segundo artículo seleccionado es defectuoso.

Sea $A$ el evento de que la selección del artículo resulte en uno defectuoso. De esta manera se tiene que $P(A) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$.

Suponga que se selecciona otro artículo de los $19$ restantes. Sea $B$ el evento el segundo artículo seleccionado es defectuoso. Si el primer artículo fué defectuoso, entonces $P(B) = \frac{9}{19}$.

Sea $A$ el evento de que la selección del artículo resulte en uno defectuoso. De esta manera se tiene que $P(A) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$.

Suponga que se selecciona otro artículo de los $19$ restantes. Sea $B$ el evento el segundo artículo seleccionado es defectuoso. Si el primer artículo fué defectuoso, entonces $P(B) = \frac{9}{19}$. Si el primer artículo no era defectuoso, entonces $P(B) = \frac{10}{19}$.

Sea $A$ el evento de que la selección del artículo resulte en uno defectuoso. De esta manera se tiene que $P\left(A\right)=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$.

Suponga que se selecciona otro artículo de los $19$ restantes. Sea $B$ el evento el segundo artículo seleccionado es defectuoso. Si el primer artículo fué defectuoso, entonces $P\left(B\right)=\frac{9}{19}$. Si el primer artículo no era defectuoso, entonces $P\left(B\right)=\frac{10}{19}$. Esto indica que la probabilidad del evento $B$, se modifica de acuerdo con la ocurrencia o no del evento $A$.

Sea $A$ el evento de que la selección del artículo resulte en uno defectuoso. De esta manera se tiene que $P(A) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$.

Suponga que se selecciona otro artículo de los $19$ restantes. Sea $B$ el evento el segundo artículo seleccionado es defectuoso. Si el primer artículo fué defectuoso, entonces $P(B) = \frac{9}{19}$. Si el primer artículo no era defectuoso, entonces $P(B) = \frac{10}{19}$. Esto indica que la probabilidad del evento $B$, se modifica de acuerdo con la ocurrencia o no del evento $A$.

En muchos experimentos la ocurrencia de un evento particular está usualmente asociada a la ocurrencia de otros eventos, modificando la probabilidad de ocurrencia de dicho evento.

## Ejemplo 7

De una urna que contiene $4$ bolas rojas y $5$ bolas negras se extraen al azar y sin reemplazo dos bolas, una a una y sin reemplazo.

Sea $A$ el evento de que la selección del artículo resulte en uno defectuoso. De esta manera se tiene que $P(A) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$.

Suponga que se selecciona otro artículo de los $19$ restantes. Sea $B$ el evento el segundo artículo seleccionado es defectuoso. Si el primer artículo fué defectuoso, entonces $P(B) = \frac{9}{19}$. Si el primer artículo no era defectuoso, entonces $P(B) = \frac{10}{19}$. Esto indica que la probabilidad del evento $B$, se modifica de acuerdo con la ocurrencia o no del evento $A$.

En muchos experimentos la ocurrencia de un evento particular está usualmente asociada a la ocurrencia de otros eventos, modificando la probabilidad de ocurrencia de dicho evento.

## Ejemplo 7

De una urna que contiene $4$ bolas rojas y $5$ bolas negras se extraen al azar y sin reemplazo dos bolas, una a una y sin reemplazo. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera sea roja?, ¿Sea negra?, ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda sea roja?.

## Solución

Defina los siguientes eventos:

$R_i$: La i-ésima bola extraída es Roja; $i = 1, 2$

## Solución

Defina los siguientes eventos:

$R_i$: La i-ésima bola extraída es Roja; $i = 1, 2$

$N_i$: La i-ésima bola extraida es Negra; $i = 1, 2$.

## Solución

Defina los siguientes eventos:

$R_i$: La i-ésima bola extraída es Roja; $i = 1, 2$

$N_i$: La i-ésima bola extraida es Negra; $i = 1, 2$.

La probabilidad de que la primera bola extraída sea roja es: $P(R_1) = \frac{4}{9}$ .

La probabilidad de que la primera bola extraída sea negra es: $P(N_1) = \frac{5}{9}$ .

## Solución

Defina los siguientes eventos:

$R_i$: La i-ésima bola extraída es Roja; $i = 1, 2$

$N_i$: La i-ésima bola extraida es Negra; $i = 1, 2$.

La probabilidad de que la primera bola extraída sea roja es: $P(R_1) = \frac{4}{9}$ .

La probabilidad de que la primera bola extraída sea negra es: $P(N_1) = \frac{5}{9}$ .

Para calcular la probabilidad de que la segunda bola extraída sea roja, es necesario saber cuál fué el color de la primera bola extraída.

## Solución

Defina los siguientes eventos:

$R_i$: La i-ésima bola extraída es Roja; $i = 1, 2$

$N_i$: La i-ésima bola extraida es Negra; $i = 1, 2$.

La probabilidad de que la primera bola extraída sea roja es: $P(R_1) = \frac{4}{9}$ .
La probabilidad de que la primera bola extraída sea negra es: $P(N_1) = \frac{5}{9}$ .

Para calcular la probabilidad de que la segunda bola extraída sea roja, es necesario saber cuál fué el color de la primera bola extraída.

Si la primera bola es roja, entonces $P\left(R_2\right) = \frac{3}{8}$;

## Solución

Defina los siguientes eventos:

$R_i$: La i-ésima bola extraída es Roja; $i = 1, 2$

$N_i$: La i-ésima bola extraida es Negra; $i = 1, 2$.

La probabilidad de que la primera bola extraída sea roja es: $P(R_1) = \frac{4}{9}$ .

La probabilidad de que la primera bola extraída sea negra es: $P(N_1) = \frac{5}{9}$ .

Para calcular la probabilidad de que la segunda bola extraída sea roja, es necesario saber cuál fué el color de la primera bola extraída.

Si la primera bola es roja, entonces $P(R_2) = \frac{3}{8}$;
Si la primera bola es negra, entonces $P(R_2) = \frac{4}{8}$.

## Solución

Defina los siguientes eventos:

$R_i$: La i-ésima bola extraída es Roja; $i = 1, 2$

$N_i$: La i-ésima bola extraida es Negra; $i = 1, 2$.

La probabilidad de que la primera bola extraída sea roja es: $P(R_1) = \frac{4}{9}$ .
La probabilidad de que la primera bola extraída sea negra es: $P(N_1) = \frac{5}{9}$ .

Para calcular la probabilidad de que la segunda bola extraída sea roja, es necesario saber cuál fué el color de la primera bola extraída.

Si la primera bola es roja, entonces $P(R_2) = \frac{3}{8}$;
Si la primera bola es negra, entonces $P(R_2) = \frac{4}{8}$.

La probabilidad de $R_2$ depende de la bola extraída en la primera selección.

## Solución

Defina los siguientes eventos:

$R_i$: La i-ésima bola extraída es Roja; $i = 1, 2$

$N_i$: La i-ésima bola extraida es Negra; $i = 1, 2$.

La probabilidad de que la primera bola extraída sea roja es: $P(R_1) = \frac{4}{9}$ .

La probabilidad de que la primera bola extraída sea negra es: $P(N_1) = \frac{5}{9}$ .

Para calcular la probabilidad de que la segunda bola extraída sea roja, es necesario saber cuál fué el color de la primera bola extraída.

Si la primera bola es roja, entonces $P(R_2) = \frac{3}{8}$;
Si la primera bola es negra, entonces $P(R_2) = \frac{4}{8}$.

La probabilidad de $R_2$ depende de la bola extraída en la primera selección.

Si este problema lo vemos como la realización de dos experimentos, en este caso consecutivos, se puede afirmar que la ocurrencia del evento $R_2$ está condicionada por el resultado del primer experimento.

## Probabilidad Condicional

Sean $A$ y $B$ eventos de un espacio muestral $S$.

## Probabilidad Condicional

Sean $A$ y $B$ eventos de un espacio muestral $S$. La **Probabilidad Condicional** de '$A$ dado $B$', la cuál se denota $P(A \mid B)$, está dada por:

## Probabilidad Condicional

Sean $A$ y $B$ eventos de un espacio muestral $S$. La **Probabilidad Condicional** de '$A$ dado $B$', la cuál se denota $P(A \mid B)$, está dada por:

$$P(A \mid B) := \frac{P(A \cap B)}{P(B)}\,; \quad P(B) > 0. \quad \text{Similarmente}$$

$$P(B \mid A) := \frac{P(A \cap B)}{P(A)}\,; \quad P(A) > 0.$$

## Probabilidad Condicional

Sean $A$ y $B$ eventos de un espacio muestral $S$. La **Probabilidad Condicional** de '$A$ dado $B$', la cuál se denota $P(A \mid B)$, está dada por:

$$P(A \mid B) := \frac{P(A \cap B)}{P(B)}\,; \quad P(B) > 0. \quad \text{Similarmente}$$

$$P(B \mid A) := \frac{P(A \cap B)}{P(A)}\,; \quad P(A) > 0.$$

De las anteriores definiciones se deduce que:

## Probabilidad Condicional

Sean $A$ y $B$ eventos de un espacio muestral $S$. La **Probabilidad Condicional** de '$A$ dado $B$', la cuál se denota $P(A \mid B)$, está dada por:

$$P(A \mid B) := \frac{P(A \cap B)}{P(B)}; \quad P(B) > 0. \quad \text{Similarmente}$$

$$P(B \mid A) := \frac{P(A \cap B)}{P(A)}; \quad P(A) > 0.$$

De las anteriores definiciones se deduce que:

$$P(A \cap B) = P(A)\,P(B \mid A) = P(B)\,P(A \mid B) .$$

Esta última expresión matemática se conoce como *Regla multiplicativa*.

## Probabilidad Condicional

Sean $A$ y $B$ eventos de un espacio muestral $S$. La **Probabilidad Condicional** de '$A$ dado $B$', la cuál se denota $P(A \mid B)$, está dada por:

$$P(A \mid B) := \frac{P(A \cap B)}{P(B)}; \quad P(B) > 0. \quad \text{Similarmente}$$

$$P(B \mid A) := \frac{P(A \cap B)}{P(A)}; \quad P(A) > 0.$$

De las anteriores definiciones se deduce que:

$$P(A \cap B) = P(A)\, P(B \mid A) = P(B)\, P(A \mid B)\ .$$

Esta última expresión matemática se conoce como *Regla multiplicativa*.

**Nota**: Sean $A$ y $B$ dos eventos no vacíos de un espacio muestral $S$.

## Probabilidad Condicional

Sean $A$ y $B$ eventos de un espacio muestral $S$. La **Probabilidad Condicional** de '$A$ dado $B$', la cuál se denota $P(A \mid B)$, está dada por:

$$P(A \mid B) := \frac{P(A \cap B)}{P(B)}; \quad P(B) > 0. \quad \text{Similarmente}$$

$$P(B \mid A) := \frac{P(A \cap B)}{P(A)}; \quad P(A) > 0.$$

De las anteriores definiciones se deduce que:

$$P(A \cap B) = P(A)\, P(B \mid A) = P(B)\, P(A \mid B) .$$

Esta última expresión matemática se conoce como *Regla multiplicativa*.

**Nota**: Sean $A$ y $B$ dos eventos no vacíos de un espacio muestral $S$. Se puede mostrar que:

## Probabilidad Condicional

Sean $A$ y $B$ eventos de un espacio muestral $S$. La **Probabilidad Condicional** de '$A$ dado $B$', la cuál se denota $P\,(A\,|\,B)$, está dada por:

$$P\,(A\,|\,B)\;:=\;\frac{P\,(A\,\cap\,B)}{P\,(B)}\;;\quad P\,(B)\;>\;0.\quad \text{Similarmente}$$

$$P\,(B\,|\,A)\;:=\;\frac{P\,(A\,\cap\,B)}{P\,(A)}\;;\quad P\,(A)\;>\;0.$$

De las anteriores definiciones se deduce que:

$$P\,(A\cap\,B)\;=\;P\,(A)\,P\,(B\,|\,A)\;=\;P\,(B)\,P\,(A\,|\,B)\;.$$

Esta última expresión matemática se conoce como *Regla multiplicativa*.

**Nota**: Sean $A$ y $B$ dos eventos no vacíos de un espacio muestral $S$. Se puede mostrar que:

$$P\left(A'\,|\,B\right)=1\,-\,P\,(\,A\,|\,B)\;.$$

## Ejemplo $8$

Se seleccionan al azar $100$ personas de una gran comunidad y se someten a un estudio para evaluar la incidencia del fumar en el desarrollo de algún tipo de enfermedad pulmonar.

## Ejemplo $8$

Se seleccionan al azar $100$ personas de una gran comunidad y se someten a un estudio para evaluar la incidencia del fumar en el desarrollo de algún tipo de enfermedad pulmonar. Los resultados obtenidos después de un período se muestran a continuación.

## Ejemplo $8$

Se seleccionan al azar $100$ personas de una gran comunidad y se someten a un estudio para evaluar la incidencia del fumar en el desarrollo de algún tipo de enfermedad pulmonar. Los resultados obtenidos después de un período se muestran a continuación.

| | | H Fuma | | | M Fuma | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | SI | NO | Total | SI | NO | Total |
| Enf | SI | 40 | 3 | 43 | 20 | 2 | 22 |
| Pulm | NO | 5 | 12 | 17 | 10 | 8 | 18 |
| | Total | 45 | 15 | 60 | 30 | 10 | 40 |

Defina los eventos:

$H$: La persona seleccionada es un hombre.

## Ejemplo 8

Se seleccionan al azar $100$ personas de una gran comunidad y se someten a un estudio para evaluar la incidencia del fumar en el desarrollo de algún tipo de enfermedad pulmonar. Los resultados obtenidos después de un período se muestran a continuación.

| | | H Fuma | | | M Fuma | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | SI | NO | Total | SI | NO | Total |
| Enf | SI | 40 | 3 | 43 | 20 | 2 | 22 |
| Pulm | NO | 5 | 12 | 17 | 10 | 8 | 18 |
| | Total | 45 | 15 | 60 | 30 | 10 | 40 |

Defina los eventos:

$H$: La persona seleccionada es un hombre.

$M$: La persona seleccionada es una mujer.

## Ejemplo $8$

Se seleccionan al azar $100$ personas de una gran comunidad y se someten a un estudio para evaluar la incidencia del fumar en el desarrollo de algún tipo de enfermedad pulmonar. Los resultados obtenidos después de un período se muestran a continuación.

| | | H Fuma | | | M Fuma | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | SI | NO | Total | SI | NO | Total |
| Enf | SI | 40 | 3 | 43 | 20 | 2 | 22 |
| Pulm | NO | 5 | 12 | 17 | 10 | 8 | 18 |
| | Total | 45 | 15 | 60 | 30 | 10 | 40 |

Defina los eventos:

$H$: La persona seleccionada es un hombre.

$M$: La persona seleccionada es una mujer.

$F$: La persona seleccionada fuma.

## Ejemplo 8

Se seleccionan al azar $100$ personas de una gran comunidad y se someten a un estudio para evaluar la incidencia del fumar en el desarrollo de algún tipo de enfermedad pulmonar. Los resultados obtenidos después de un período se muestran a continuación.

| | | H Fuma | | | M Fuma | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | SI | NO | Total | SI | NO | Total |
| Enf | SI | 40 | 3 | 43 | 20 | 2 | 22 |
| Pulm | NO | 5 | 12 | 17 | 10 | 8 | 18 |
| | Total | 45 | 15 | 60 | 30 | 10 | 40 |

Defina los eventos:

$H$: La persona seleccionada es un hombre.

$M$: La persona seleccionada es una mujer.

$F$: La persona seleccionada fuma.

$N$: La persona seleccionada no fuma.

## Ejemplo $8$

Se seleccionan al azar $100$ personas de una gran comunidad y se someten a un estudio para evaluar la incidencia del fumar en el desarrollo de algún tipo de enfermedad pulmonar. Los resultados obtenidos después de un período se muestran a continuación.

| | | H Fuma | | | M Fuma | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | SI | NO | Total | SI | NO | Total |
| Enf | SI | 40 | 3 | 43 | 20 | 2 | 22 |
| Pulm | NO | 5 | 12 | 17 | 10 | 8 | 18 |
| | Total | 45 | 15 | 60 | 30 | 10 | 40 |

Defina los eventos:

$H$: La persona seleccionada es un hombre.

$M$: La persona seleccionada es una mujer.

$F$: La persona seleccionada fuma.

$N$: La persona seleccionada no fuma.

$E$: La persona seleccionada desarrolla enfermedad pulmonar.

## Ejemplo $8$

Se seleccionan al azar $100$ personas de una gran comunidad y se someten a un estudio para evaluar la incidencia del fumar en el desarrollo de algún tipo de enfermedad pulmonar. Los resultados obtenidos después de un período se muestran a continuación.

| | | H Fuma | | | M Fuma | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | SI | NO | Total | SI | NO | Total |
| Enf | SI | 40 | 3 | 43 | 20 | 2 | 22 |
| Pulm | NO | 5 | 12 | 17 | 10 | 8 | 18 |
| | Total | 45 | 15 | 60 | 30 | 10 | 40 |

Defina los eventos:

$H$: La persona seleccionada es un hombre.

$M$: La persona seleccionada es una mujer.

$F$: La persona seleccionada fuma.

$N$: La persona seleccionada no fuma.

$E$: La persona seleccionada desarrolla enfermedad pulmonar.

$NE$: La persona seleccionada no desarrolla la enfermedad pulmonar.

## Ejemplo 8

Se seleccionan al azar $100$ personas de una gran comunidad y se someten a un estudio para evaluar la incidencia del fumar en el desarrollo de algún tipo de enfermedad pulmonar. Los resultados obtenidos después de un período se muestran a continuación.

| | | H Fuma | | | M Fuma | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | SI | NO | Total | SI | NO | Total |
| Enf | SI | 40 | 3 | 43 | 20 | 2 | 22 |
| Pulm | NO | 5 | 12 | 17 | 10 | 8 | 18 |
| | Total | 45 | 15 | 60 | 30 | 10 | 40 |

Defina los eventos:

$H$: La persona seleccionada es un hombre.

$M$: La persona seleccionada es una mujer.

$F$: La persona seleccionada fuma.

$N$: La persona seleccionada no fuma.

$E$: La persona seleccionada desarrolla enfermedad pulmonar.

$NE$: La persona seleccionada no desarrolla la enfermedad pulmonar.

Se selecciona aleatoriamente una persona de este grupo.

Se selecciona aleatoriamente una persona de este grupo. Calcule las siguientes probabilidades:

Se selecciona aleatoriamente una persona de este grupo. Calcule las siguientes probabilidades:

*a)* ¿Cuál es la probabilidad de que sea Fumador? ¿Cuál es la probabilidad de que desarrolle Enfermedad Pulmonar?

Se selecciona aleatoriamente una persona de este grupo. Calcule las siguientes probabilidades:

*a*) ¿Cuál es la probabilidad de que sea Fumador? ¿Cuál es la probabilidad de que desarrolle Enfermedad Pulmonar?

*b*) ¿Cuál es la probabilidad de que sea Fumador y Hombre? ¿Fumador y Mujer?

Se selecciona aleatoriamente una persona de este grupo. Calcule las siguientes probabilidades:

*a)* ¿Cuál es la probabilidad de que sea Fumador? ¿Cuál es la probabilidad de que desarrolle Enfermedad Pulmonar?

*b)* ¿Cuál es la probabilidad de que sea Fumador y Hombre? ¿Fumador y Mujer?

*c)* Si es mujer, ¿Cuál es la probabilidad de que desarrolle Enfermedad Pulmonar? Si es Hombre, ¿Cuál es la probabilidad de que desarrolle Enfermedad Pulmonar?

Se selecciona aleatoriamente una persona de este grupo. Calcule las siguientes probabilidades:

*a*) ¿Cuál es la probabilidad de que sea Fumador? ¿Cuál es la probabilidad de que desarrolle Enfermedad Pulmonar?

*b*) ¿Cuál es la probabilidad de que sea Fumador y Hombre? ¿Fumador y Mujer?

*c*) Si es mujer, ¿Cuál es la probabilidad de que desarrolle Enfermedad Pulmonar? Si es Hombre, ¿Cuál es la probabilidad de que desarrolle Enfermedad Pulmonar?

*d*) Si es Mujer y no Fuma, ¿Cuál es la probabilidad de que desarrolle Enfermedad Pulmonar?

Se selecciona aleatoriamente una persona de este grupo. Calcule las siguientes probabilidades:

*a*) ¿Cuál es la probabilidad de que sea Fumador? ¿Cuál es la probabilidad de que desarrolle Enfermedad Pulmonar?

*b*) ¿Cuál es la probabilidad de que sea Fumador y Hombre? ¿Fumador y Mujer?

*c*) Si es mujer, ¿Cuál es la probabilidad de que desarrolle Enfermedad Pulmonar? Si es Hombre, ¿Cuál es la probabilidad de que desarrolle Enfermedad Pulmonar?

*d*) Si es Mujer y no Fuma, ¿Cuál es la probabilidad de que desarrolle Enfermedad Pulmonar?

*e*) ¿Cuál es la probabilidad de que desarrolle Enfermedad Pulmonar, dado que no Fuma ó es Mujer?

## Solución

a)

$$P(F) = \frac{45 + 30}{100} = \frac{75}{100} \quad ; \quad P(E) = \frac{43 + 22}{100} = \frac{65}{100}\,.$$

## Solución

a)

$$P\left(F\right)=\frac{45\ +\ 30}{100}=\frac{75}{100}\quad;\quad P\left(E\right)=\frac{43\ +\ 22}{100}=\frac{65}{100}\,.$$

b)

$$P\left(F\cap H\right)=\frac{45}{100}\quad;\quad P\left(F\ \cap\ M\right)=\frac{30}{100}\,.$$

## Solución

a)

$$P\,(F) = \frac{45\ +\ 30}{100} = \frac{75}{100} \quad ; \quad P\,(E) = \frac{43\ +\ 22}{100} = \frac{65}{100}\ .$$

b)

$$P\,(F \cap H) = \frac{45}{100} \quad ; \quad P\,(F\ \cap\ M) = \frac{30}{100}\ .$$

c)

$$P\,(E \mid M) = \frac{22}{40} \quad ; \quad P\,(E \mid H) = \frac{43}{60}\ .$$

## Solución

a)

$$P\,(F) = \frac{45\ +\ 30}{100} = \frac{75}{100} \quad ; \quad P\,(E) = \frac{43\ +\ 22}{100} = \frac{65}{100}\,.$$

b)

$$P\,(F \cap H) = \frac{45}{100} \quad ; \quad P\,(F\ \cap\ M) = \frac{30}{100}\,.$$

c)

$$P\,(E \,|\, M) = \frac{22}{40} \quad ; \quad P\,(E \,|\, H) = \frac{43}{60}\,.$$

d)

$$P\,(E \,|\, M\ \cap\ N)\ =\ \frac{2}{10} = \frac{1}{5}\,.$$

e)

$$
\begin{aligned}
P\,(E\,|\,N\cup M) &= \frac{P\,(\,E\cap(N\cup M)\,)}{P\,(N\cup M)} \\
&= \frac{P\,((E\cap N)\cup(E\cap M))}{P\,(N\cup M)} \\
&= \frac{P\,(E\cap N)+P\,(E\cap M)-P\,(E\cap N\cap M)}{P\,(N\cup M)} \\
&= \frac{\frac{5}{100}+\frac{22}{100}-\frac{2}{100}}{\frac{55}{100}} = \frac{\frac{25}{100}}{\frac{55}{100}} = \frac{25}{55}\,.
\end{aligned}
$$

*e)*

$$
\begin{aligned}
P\,(E\,|\,N\cup M) &= \frac{P\,(\,E\cap(N\cup M)\,)}{P\,(N\cup M)} \\
&= \frac{P\,((E\cap N)\cup(E\cap M))}{P\,(N\cup M)} \\
&= \frac{P\,(E\cap N)+P\,(E\cap M)-P\,(E\cap N\cap M)}{P\,(N\cup M)} \\
&= \frac{\frac{5}{100}+\frac{22}{100}-\frac{2}{100}}{\frac{55}{100}} = \frac{\frac{25}{100}}{\frac{55}{100}} = \frac{25}{55}\,.
\end{aligned}
$$

De forma directa:

e)

$$
\begin{aligned}
P\left(E \mid N \cup M\right) &= \frac{P\left(\,E \cap (N \cup M)\,\right)}{P\left(N \cup M\right)} \\
&= \frac{P\left((E \cap N) \cup (E \cap M)\right)}{P\left(N \cup M\right)} \\
&= \frac{P\left(E \cap N\right) + P\left(E \cap M\right) - P\left(E \cap N \cap M\right)}{P\left(N \cup M\right)} \\
&= \frac{\frac{5}{100} + \frac{22}{100} - \frac{2}{100}}{\frac{55}{100}} = \frac{\frac{25}{100}}{\frac{55}{100}} = \frac{25}{55}\,.
\end{aligned}
$$

De forma directa:

$$
P\left(E \mid N \cup M\right) = \frac{3 + 20 + 2}{55} = \frac{25}{55}\,.
$$

## Probabilidad Total

Sean $A$ y $B$ eventos no vacios de un espacio Muestral $S$.

## Probabilidad Total

Sean $A$ y $B$ eventos no vacios de un espacio Muestral $S$. Observe que:

## Probabilidad Total

Sean $A$ y $B$ eventos no vacios de un espacio Muestral $S$. Observe que:

$$A = A \cap S = A \cap \left(B \cup B'\right) = (A \cap B) \cup \left(A \cap B'\right) .$$

## Probabilidad Total

Sean $A$ y $B$ eventos no vacios de un espacio Muestral $S$. Observe que:

$$A = A \cap S = A \cap \left(B \cup B'\right) = (A \cap B) \cup \left(A \cap B'\right) \ .$$

Como $A \cap B$ y $A \cap B'$ son excluyentes, entonces:

## Probabilidad Total

Sean $A$ y $B$ eventos no vacios de un espacio Muestral $S$. Observe que:

$$A = A \cap S = A \cap \left(B \cup B'\right) = (A \cap B) \cup \left(A \cap B'\right) .$$

Como $A \cap B$ y $A \cap B'$ son excluyentes, entonces:

$$P(A) = P(A \cap B) + P\left(A \cap B'\right) = P(A|B)\, P(B) + P\left(A|B'\right) P\left(B'\right) .$$

## Probabilidad Total

Sean $A$ y $B$ eventos no vacios de un espacio Muestral $S$. Observe que:

$$A = A \cap S = A \cap \left(B \cup B'\right) = (A \cap B) \cup \left(A \cap B'\right) .$$

Como $A \cap B$ y $A \cap B'$ son excluyentes, entonces:

$$P(A) = P(A \cap B) + P\left(A \cap B'\right) = P(A|B)\, P(B) + P\left(A|B'\right) P\left(B'\right) .$$

Esta regla se conoce como *Teorema de Probabilidad Total*

## Teorema 2: Probabilidad Total

Sean $A_1$, $A_2$, $\ldots$, $A_n$, eventos no vacíos de un espacio muestral $S$, mutuamente excluyentes que constituyen una partición de $S$, es decir, $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = S$.

## Probabilidad Total

Sean $A$ y $B$ eventos no vacios de un espacio Muestral $S$. Observe que:

$$A = A \cap S = A \cap \left(B \cup B'\right) = (A \cap B) \cup \left(A \cap B'\right) .$$

Como $A \cap B$ y $A \cap B'$ son excluyentes, entonces:

$$P(A) = P(A \cap B) + P\left(A \cap B'\right) = P(A|B)\,P(B) + P\left(A|B'\right)P\left(B'\right) .$$

Esta regla se conoce como *Teorema de Probabilidad Total*

## Teorema 2: Probabilidad Total

Sean $A_1, A_2, \ldots, A_n$, eventos no vacíos de un espacio muestral $S$, mutuamente excluyentes que constituyen una partición de $S$, es decir, $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = S$.

Si $B$ es un evento cualquiera de $S$, entonces:

## Probabilidad Total

Sean $A$ y $B$ eventos no vacios de un espacio Muestral $S$. Observe que:

$$A = A \cap S = A \cap \left(B \cup B'\right) = (A \cap B) \cup \left(A \cap B'\right) .$$

Como $A \cap B$ y $A \cap B'$ son excluyentes, entonces:

$$P(A) = P(A \cap B) + P\left(A \cap B'\right) = P(A|B)\,P(B) + P\left(A|B'\right)P\left(B'\right) .$$

Esta regla se conoce como *Teorema de Probabilidad Total*

## Teorema 2: Probabilidad Total

Sean $A_1$, $A_2$, $\ldots$, $A_n$, eventos no vacíos de un espacio muestral $S$, mutuamente excluyentes que constituyen una partición de $S$, es decir, $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = S$.

Si $B$ es un evento cualquiera de $S$, entonces:

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i \cap B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)\,P(B|A_i) .$$

## Ejemplo $9$

Una urna contiene $4$ bolas rojas y $5$ bolas negras; se extraen al azar y sin reemplazo dos bolas, una a una.

## Ejemplo 9

Una urna contiene $4$ bolas rojas y $5$ bolas negras; se extraen al azar y sin reemplazo dos bolas, una a una. ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda bola extraída sea Negra?

## Solución

Como antes se definen los eventos:
$R_i$: La i-ésima bola extraída es Roja; $i = 1,\, 2$
$N_i$: La i-ésima bola extraida es Negra; $i = 1,\, 2$

$$\begin{aligned} P(N_2) &= P(N_1 \cap N_2) + P(R_1 \cap N_2) \\ &= P(N_1)\, P(N_2\,|N_1) + P(R_1)\, P(N_2\,|R_1) \\ &= \left(\frac{5}{9}\right)\left(\frac{4}{8}\right) + \left(\frac{4}{9}\right)\left(\frac{5}{8}\right) = \frac{40}{72} = \frac{5}{9}\,. \end{aligned}$$

## Ejemplo 10

De los estudiantes que ingresan a la carrera de Estadística, el $55\,\%$ lo hace por primera opción, el $38\,\%$ por segunda opción y el resto por tercera opción.

## Ejemplo 10

De los estudiantes que ingresan a la carrera de Estadística, el $55\,\%$ lo hace por primera opción, el $38\,\%$ por segunda opción y el resto por tercera opción. De los que pasan por primera opción, el $90\,\%$ se gradua, de los de segunda opción el $35\,\%$ se gradua y de los de tercera opción el $5\,\%$ se gradua.

## Ejemplo 10

De los estudiantes que ingresan a la carrera de Estadística, el $55\,\%$ lo hace por primera opción, el $38\,\%$ por segunda opción y el resto por tercera opción. De los que pasan por primera opción, el $90\,\%$ se gradua, de los de segunda opción el $35\,\%$ se gradua y de los de tercera opción el $5\,\%$ se gradua. Se selecciona de manera aleatoria un estudiante del programa Estadística.

## Ejemplo 10

De los estudiantes que ingresan a la carrera de Estadística, el $55\,\%$ lo hace por primera opción, el $38\,\%$ por segunda opción y el resto por tercera opción. De los que pasan por primera opción, el $90\,\%$ se gradua, de los de segunda opción el $35\,\%$ se gradua y de los de tercera opción el $5\,\%$ se gradua. Se selecciona de manera aleatoria un estudiante del programa Estadística.

a) Si el estudiante ingresa por segunda opción, ¿Cuál es la probabilidad de que no se gradúe?

## Ejemplo 10

De los estudiantes que ingresan a la carrera de Estadística, el $55\,\%$ lo hace por primera opción, el $38\,\%$ por segunda opción y el resto por tercera opción. De los que pasan por primera opción, el $90\,\%$ se gradua, de los de segunda opción el $35\,\%$ se gradua y de los de tercera opción el $5\,\%$ se gradua. Se selecciona de manera aleatoria un estudiante del programa Estadística.

a) Si el estudiante ingresa por segunda opción, ¿Cuál es la probabilidad de que no se gradúe?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que se gradúe?

## Ejemplo 10

De los estudiantes que ingresan a la carrera de Estadística, el $55\,\%$ lo hace por primera opción, el $38\,\%$ por segunda opción y el resto por tercera opción. De los que pasan por primera opción, el $90\,\%$ se gradua, de los de segunda opción el $35\,\%$ se gradua y de los de tercera opción el $5\,\%$ se gradua. Se selecciona de manera aleatoria un estudiante del programa Estadística.

a) Si el estudiante ingresa por segunda opción, ¿Cuál es la probabilidad de que no se gradúe?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que se gradúe?

c) Si una persona se gradúa, ¿Cuál es la probabilidad de que su ingreso haya sido por primera opción?

## Ejemplo 10

De los estudiantes que ingresan a la carrera de Estadística, el $55\,\%$ lo hace por primera opción, el $38\,\%$ por segunda opción y el resto por tercera opción. De los que pasan por primera opción, el $90\,\%$ se gradua, de los de segunda opción el $35\,\%$ se gradua y de los de tercera opción el $5\,\%$ se gradua. Se selecciona de manera aleatoria un estudiante del programa Estadística.

a) Si el estudiante ingresa por segunda opción, ¿Cuál es la probabilidad de que no se gradúe?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que se gradúe?

c) Si una persona se gradúa, ¿Cuál es la probabilidad de que su ingreso haya sido por primera opción?

## Solución

Defina los siguientes eventos:

## Ejemplo 10

De los estudiantes que ingresan a la carrera de Estadística, el $55\,\%$ lo hace por primera opción, el $38\,\%$ por segunda opción y el resto por tercera opción. De los que pasan por primera opción, el $90\,\%$ se gradua, de los de segunda opción el $35\,\%$ se gradua y de los de tercera opción el $5\,\%$ se gradua. Se selecciona de manera aleatoria un estudiante del programa Estadística.

a) Si el estudiante ingresa por segunda opción, ¿Cuál es la probabilidad de que no se gradúe?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que se gradúe?

c) Si una persona se gradúa, ¿Cuál es la probabilidad de que su ingreso haya sido por primera opción?

## Solución

Defina los siguientes eventos:

$A_i$: El estudiante ingresa por la opción $i$, $i = 1, , 2, 3$.

$G$: El estudiante se gradúa.

## Ejemplo 10

De los estudiantes que ingresan a la carrera de Estadística, el $55\,\%$ lo hace por primera opción, el $38\,\%$ por segunda opción y el resto por tercera opción. De los que pasan por primera opción, el $90\,\%$ se gradua, de los de segunda opción el $35\,\%$ se gradua y de los de tercera opción el $5\,\%$ se gradua. Se selecciona de manera aleatoria un estudiante del programa Estadística.

a) Si el estudiante ingresa por segunda opción, ¿Cuál es la probabilidad de que no se gradúe?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que se gradúe?

c) Si una persona se gradúa, ¿Cuál es la probabilidad de que su ingreso haya sido por primera opción?

## Solución

Defina los siguientes eventos:
$A_i$: El estudiante ingresa por la opción $i$, $i = 1, \, , 2, \, 3$.
$G$: El estudiante se gradúa.

Del enunciado se tiene que:

Del enunciado se tiene que:

$$P(A_1) = 0.55\ ,\ P(A_2) = 0.38\ ,\ P(A_3) = 0.07\ .$$

Del enunciado se tiene que:

$$P(A_1) = 0.55\ ,\ P(A_2) = 0.38\ ,\ P(A_3) = 0.07\ .$$

Además

$$P(\,G\,|\,A_1) = 0.90\ ,\ P(\,G\,|\,A_2) = 0.35\ ,\ P(\,G\,|\,A_3) = 0.05\ .$$

a) Se pide calcular $P(\,G'\,|\,A_2) = 1 - P(\,G\,|\,A_2) = 1 - 0.35 = 0.65$ .

Del enunciado se tiene que:

$$P(A_1) = 0.55\ ,\ P(A_2) = 0.38\ ,\ P(A_3) = 0.07\ .$$

Además

$$P(\,G\,|\,A_1) = 0.90\ ,\ P(\,G\,|\,A_2) = 0.35\ ,\ P(\,G\,|\,A_3) = 0.05\ .$$

a) Se pide calcular $P(\,G'\,|\,A_2) = 1 - P(\,G\,|\,A_2) = 1 - 0.35 = 0.65$ .
El $65\,\%$ de los que ingresan por segunda opción, no se gradúan.

Del enunciado se tiene que:

$$P(A_1) = 0.55\ ,\ P(A_2) = 0.38\ ,\ P(A_3) = 0.07\ .$$

Además

$$P(\,G\,|\,A_1) = 0.90\ ,\ P(\,G\,|\,A_2) = 0.35\ ,\ P(\,G\,|\,A_3) = 0.05\ .$$

a) Se pide calcular $P(\,G'\,|\,A_2) = 1 - P(\,G\,|\,A_2) = 1 - 0.35 = 0.65$ .
El $65\,\%$ de los que ingresan por segunda opción, no se gradúan.

b) Por el teorema de probabilidad total se tiene que:

Del enunciado se tiene que:

$$P(A_1) = 0.55\ ,\ P(A_2) = 0.38\ ,\ P(A_3) = 0.07\ .$$

Además

$$P(\,G \,|\, A_1) = 0.90\ ,\ P(\,G \,|\, A_2) = 0.35\ ,\ P(\,G \,|\, A_3) = 0.05\ .$$

a) Se pide calcular $P(\,G' \,|\, A_2) = 1 - P(\,G \,|\, A_2) = 1 - 0.35 = 0.65$ .
El $65\,\%$ de los que ingresan por segunda opción, no se gradúan.

b) Por el teorema de probabilidad total se tiene que:

$$P(G) = P(A_1)\,P(\,G \,|\, A_1) + P(A_2)\,P(\,G \,|\, A_2) + P(A_3)\,P(\,G \,|\, A_3)$$

Del enunciado se tiene que:

$$P(A_1) = 0.55\ ,\ P(A_2) = 0.38\ ,\ P(A_3) = 0.07\ .$$

Además

$$P(\,G\,|\,A_1) = 0.90\ ,\ P(\,G\,|\,A_2) = 0.35\ ,\ P(\,G\,|\,A_3) = 0.05\ .$$

a) Se pide calcular $P(\,G'\,|\,A_2) = 1 - P(\,G\,|\,A_2) = 1 - 0.35 = 0.65$ .
El $65\,\%$ de los que ingresan por segunda opción, no se gradúan.

b) Por el teorema de probabilidad total se tiene que:

$$P(G) = P(A_1)\,P(\,G\,|\,A_1) + P(A_2)\,P(\,G\,|\,A_2) + P(A_3)\,P(\,G\,|\,A_3)$$

$$P(G) = 0.55 * 0.90 + 0.38 * 0.35 + 0.07 * 0.05 = 0.6315\ .$$

Del enunciado se tiene que:

$$P(A_1) = 0.55\ ,\ P(A_2) = 0.38\ ,\ P(A_3) = 0.07\ .$$

Además

$$P(\,G\,|\,A_1) = 0.90\ ,\ P(\,G\,|\,A_2) = 0.35\ ,\ P(\,G\,|\,A_3) = 0.05\ .$$

a) Se pide calcular $P(\,G'\,|\,A_2) = 1 - P(\,G\,|\,A_2) = 1 - 0.35 = 0.65$ .
El $65\,\%$ de los que ingresan por segunda opción, no se gradúan.

b) Por el teorema de probabilidad total se tiene que:

$$P(G) = P(A_1)\,P(\,G\,|\,A_1) + P(A_2)\,P(\,G\,|\,A_2) + P(A_3)\,P(\,G\,|\,A_3)$$

$$P(G) = 0.55 * 0.90 + 0.38 * 0.35 + 0.07 * 0.05 = 0.6315\ .$$

El $63.15\,\%$ de los estudiantes que ingresan se gradúan.

Del enunciado se tiene que:

$$P(A_1) = 0.55\ ,\ P(A_2) = 0.38\ ,\ P(A_3) = 0.07\ .$$

Además

$$P(\,G\,|\,A_1) = 0.90\ ,\ P(\,G\,|\,A_2) = 0.35\ ,\ P(\,G\,|\,A_3) = 0.05\ .$$

a) Se pide calcular $P(\,G'\,|\,A_2) = 1 - P(\,G\,|\,A_2) = 1 - 0.35 = 0.65$ .
El $65\,\%$ de los que ingresan por segunda opción, no se gradúan.

b) Por el teorema de probabilidad total se tiene que:

$$P(G) = P(A_1)\,P(\,G\,|\,A_1) + P(A_2)\,P(\,G\,|\,A_2) + P(A_3)\,P(\,G\,|\,A_3)$$

$$P(G) = 0.55 * 0.90 + 0.38 * 0.35 + 0.07 * 0.05 = 0.6315\ .$$

El $63.15\,\%$ de los estudiantes que ingresan se gradúan.

c) Se pide calcular:

Del enunciado se tiene que:

$$P(A_1) = 0.55 \ , \ P(A_2) = 0.38 \ , \ P(A_3) = 0.07 \ .$$

Además

$$P(\,G \,|\, A_1) = 0.90 \ , \ P(\,G \,|\, A_2) = 0.35 \ , \ P(\,G \,|\, A_3) = 0.05 \ .$$

a) Se pide calcular $P(\,G' \,|\, A_2) = 1 - P(\,G \,|\, A_2) = 1 - 0.35 = 0.65$ .
El $65\,\%$ de los que ingresan por segunda opción, no se gradúan.

b) Por el teorema de probabilidad total se tiene que:

$$P(G) = P(A_1)\,P(\,G \,|\, A_1) + P(A_2)\,P(\,G \,|\, A_2) + P(A_3)\,P(\,G \,|\, A_3)$$

$$P(G) = 0.55 * 0.90 + 0.38 * 0.35 + 0.07 * 0.05 = 0.6315 \ .$$

El $63.15\,\%$ de los estudiantes que ingresan se gradúan.

c) Se pide calcular:

$$P(A_1 \,|\, G) = \frac{P\,(A_1 \cap G)}{P(G)} = \frac{P\,(A_1)\ \ P\,(G \,|\, A_1)}{P(G)} = \frac{0.55\ \times\ 0.90}{0.6315} = 0.7838 \ .$$

De todos los que se gradúan, el $78.38\,\%$ ingresaron por primera opción.

## Teorema 3: Bayes

Sean $A_1$ , $A_2$ , ... $A_k$ eventos no vacíos de un espacio Muestral $S$, mutuamente excluyentes y tales que $\bigcup A_i = S$.

## Teorema 3: Bayes

Sean $A_1$ , $A_2$ , ... $A_k$ eventos no vacíos de un espacio Muestral $S$, mutuamente excluyentes y tales que $\bigcup A_i = S$. Si $B$ es un evento no vacío de $S$; entonces:

## Teorema 3: Bayes

Sean $A_1$ , $A_2$ , ... $A_k$ eventos no vacíos de un espacio Muestral $S$, mutuamente excluyentes y tales que $\bigcup A_i = S$. Si $B$ es un evento no vacío de $S$; entonces:

$$P(A_j \mid B) = \frac{P(B \cap A_j)}{P(B)} = \frac{P(A_j)\ P(B \mid A_j)}{\sum_{i=1}^{k} P(A_i)\ (B \mid A_i)} .$$

## Teorema 3: Bayes

Sean $A_1$, $A_2$, ... $A_k$ eventos no vacíos de un espacio Muestral $S$, mutuamente excluyentes y tales que $\bigcup A_i = S$. Si $B$ es un evento no vacío de $S$; entonces:

$$P(A_j \mid B) = \frac{P(B \cap A_j)}{P(B)} = \frac{P(A_j)\; P(B \mid A_j)}{\sum_{i=1}^{k} P(A_i)\; (B \mid A_i)} .$$

## Ejemplo 11

La irregularidad del corte de productos de papel aumenta a medida que las hojas de las cuchillas se desgastan.

## Teorema 3: Bayes

Sean $A_1$ , $A_2$ , ... $A_k$ eventos no vacíos de un espacio Muestral $S$, mutuamente excluyentes y tales que $\bigcup A_i = S$. Si $B$ es un evento no vacío de $S$; entonces:

$$P(A_j \mid B) = \frac{P(B \cap A_j)}{P(B)} = \frac{P(A_j)\ P(B \mid A_j)}{\sum_{i=1}^{k} P(A_i)\ (B \mid A_i)} .$$

## Ejemplo 11

La irregularidad del corte de productos de papel aumenta a medida que las hojas de las cuchillas se desgastan. Se sabe que el $1\,\%$ de los productos cortados con cuchillas nuevas tienen cortes irregulares, el $3\,\%$ de los que se cortan con cuchillas de filo promedio tienen cortes irregulares y el $5\,\%$ de los cortados con cuchillas desgatadas tienen cortes irregulares.

## Teorema 3: Bayes

Sean $A_1$, $A_2$, ... $A_k$ eventos no vacíos de un espacio Muestral $S$, mutuamente excluyentes y tales que $\bigcup A_i = S$. Si $B$ es un evento no vacío de $S$; entonces:

$$P(A_j \mid B) = \frac{P(B \cap A_j)}{P(B)} = \frac{P(A_j)\; P(B \mid A_j)}{\sum_{i=1}^{k} P(A_i)\; (B \mid A_i)}\ .$$

## Ejemplo 11

La irregularidad del corte de productos de papel aumenta a medida que las hojas de las cuchillas se desgastan. Se sabe que el $1\,\%$ de los productos cortados con cuchillas nuevas tienen cortes irregulares, el $3\,\%$ de los que se cortan con cuchillas de filo promedio tienen cortes irregulares y el $5\,\%$ de los cortados con cuchillas desgatadas tienen cortes irregulares. Además, el $26\,\%$ de las cuchillas son nuevas, el $62\,\%$ tienen filo promedio y el $12\,\%$ están desgastadas.

## Teorema 3: Bayes

Sean $A_1$ , $A_2$ , ... $A_k$ eventos no vacíos de un espacio Muestral $S$, mutuamente excluyentes y tales que $\bigcup A_i = S$. Si $B$ es un evento no vacío de $S$; entonces:

$$P(A_j \mid B) = \frac{P(B \cap A_j)}{P(B)} = \frac{P(A_j)\ P(B \mid A_j)}{\sum_{i=1}^{k} P(A_i)\ (B \mid A_i)}\ .$$

## Ejemplo 11

La irregularidad del corte de productos de papel aumenta a medida que las hojas de las cuchillas se desgastan. Se sabe que el $1\,\%$ de los productos cortados con cuchillas nuevas tienen cortes irregulares, el $3\,\%$ de los que se cortan con cuchillas de filo promedio tienen cortes irregulares y el $5\,\%$ de los cortados con cuchillas desgatadas tienen cortes irregulares. Además, el $26\,\%$ de las cuchillas son nuevas, el $62\,\%$ tienen filo promedio y el $12\,\%$ están desgastadas. Si un producto presenta un corte irregular, ¿Cuál es la probabilidad que se haya producido por usar una cuchilla nueva?

## Solución

Defina los eventos:

$I$ : El Producto presenta cortes irregulares.

## Solución

Defina los eventos:

$I$ : El Producto presenta cortes irregulares.

$N$ : La cuchilla seleccionada es nueva.

## Solución

Defina los eventos:

$I$ : El Producto presenta cortes irregulares.

$N$ : La cuchilla seleccionada es nueva.

$M$ : La cuchilla seleccionada tienen filo medio.

## Solución

Defina los eventos:

$I$ : El Producto presenta cortes irregulares.

$N$ : La cuchilla seleccionada es nueva.

$M$ : La cuchilla seleccionada tienen filo medio.

$D$ : La cuchilla seleccionada está desgastada.

## Solución

Defina los eventos:

$I$ : El Producto presenta cortes irregulares.

$N$ : La cuchilla seleccionada es nueva.

$M$ : La cuchilla seleccionada tienen filo medio.

$D$ : La cuchilla seleccionada está desgastada.

Según el enunciado se tiene que:

## Solución

Defina los eventos:

$I$ : El Producto presenta cortes irregulares.

$N$ : La cuchilla seleccionada es nueva.

$M$ : La cuchilla seleccionada tienen filo medio.

$D$ : La cuchilla seleccionada está desgastada.

Según el enunciado se tiene que:

$$P(N) = 0.26\ ,\ P(M) = 0.62\ ,\ P(D) = 0.12 \quad ; \quad N \cup M \cup D = S\ .$$

Los eventos $N$, $M$ y $D$ son mutuamente disjuntos. Además,

## Solución

Defina los eventos:

$I$ : El Producto presenta cortes irregulares.

$N$ : La cuchilla seleccionada es nueva.

$M$ : La cuchilla seleccionada tienen filo medio.

$D$ : La cuchilla seleccionada está desgastada.

Según el enunciado se tiene que:

$$P(N) = 0.26\ ,\ P(M) = 0.62\ ,\ P(D) = 0.12 \quad ; \quad N \cup M \cup D = S\ .$$

Los eventos $N$, $M$ y $D$ son mutuamente disjuntos. Además,

$$P(I|N) = 0.01\ ;\ P(I|M) = 0.03\ ;\ P(I|D) = 0.05\ .$$

## Solución

Defina los eventos:

$I$ : El Producto presenta cortes irregulares.

$N$ : La cuchilla seleccionada es nueva.

$M$ : La cuchilla seleccionada tienen filo medio.

$D$ : La cuchilla seleccionada está desgastada.

Según el enunciado se tiene que:

$$P\left(N\right)=0.26\;,\;P\left(M\right)=0.62\;,\;P\left(D\right)=0.12\quad;\quad N\cup M\cup D=S\;.$$

Los eventos $N$, $M$ y $D$ son mutuamente disjuntos. Además,

$$P\left(I|N\right)=0.01\;;\;P\left(I|M\right)=0.03\;;\;P\left(I|D\right)=0.05\;.$$

Se debe calcular $P(N\,|\,I)$.

## Solución

Defina los eventos:

$I$ : El Producto presenta cortes irregulares.

$N$ : La cuchilla seleccionada es nueva.

$M$ : La cuchilla seleccionada tienen filo medio.

$D$ : La cuchilla seleccionada está desgastada.

Según el enunciado se tiene que:

$$P\,(N) = 0.26\;,\; P\,(M) = 0.62\;,\; P\,(D) = 0.12 \quad ; \quad N \cup M \cup D = S\;.$$

Los eventos $N$, $M$ y $D$ son mutuamente disjuntos. Además,

$$P\,(I|N) = 0.01\;;\; P\,(I|M) = 0.03\;;\; P\,(I|D) = 0.05\;.$$

Se debe calcular $P(N\,|\,I)$. Para usar el Teorema anterior observe que:

## Solución

Defina los eventos:

$I$ : El Producto presenta cortes irregulares.

$N$ : La cuchilla seleccionada es nueva.

$M$ : La cuchilla seleccionada tienen filo medio.

$D$ : La cuchilla seleccionada está desgastada.

Según el enunciado se tiene que:

$$P(N) = 0.26\ ,\ P(M) = 0.62\ ,\ P(D) = 0.12 \quad ; \quad N \cup M \cup D = S\ .$$

Los eventos $N$, $M$ y $D$ son mutuamente disjuntos. Además,

$$P(I|N) = 0.01\ ;\ P(I|M) = 0.03\ ;\ P(I|D) = 0.05\ .$$

Se debe calcular $P(N \mid I)$. Para usar el Teorema anterior observe que:

$$P(I) = P(N)\ P(I|N) + P(M)\ P(I|M) + P(D)\ P(I|D)$$

$$P(I) = (0.26)(0.01) + (0.62)(0.03) + (0.12)(0.05) = 0.0272\ .$$

El $2.72\,\%$ de los cortes son irregulares.

Finalmente,

Finalmente,

$$\begin{aligned} P\,(N|I) &= \frac{P(N\cap I)}{P(I)} \\ &= \frac{P(N)\,P\,(I|N)}{P(N)\,P\,(I|N) + P(M)\,P\,(I|M) + P(D)\,P\,(I|D)} \\ &= \frac{(0.26)(0.01)}{0.0272} = \frac{13}{136} = 0.0956\;. \end{aligned}$$

Finalmente,

$$
\begin{aligned}
P\left(N|I\right) &= \frac{P(N\cap I)}{P(I)} \\
&= \frac{P(N)\,P\left(I|N\right)}{P(N)\,P\left(I|N\right)+P(M)\,P\left(I|M\right)+P(D)\,P\left(I|D\right)} \\
&= \frac{(0.26)(0.01)}{0.0272} = \frac{13}{136} = 0.0956\,.
\end{aligned}
$$

De todos los productos que presentan cortes irregulares, el $9.56\,\%$ es debido a cuchillas nuevas.

Finalmente,

$$\begin{aligned} P\left(N|I\right) &= \frac{P(N\cap I)}{P(I)} \\ &= \frac{P(N)\,P\left(I|N\right)}{P(N)\,P\left(I|N\right)+P(M)\,P\left(I|M\right)+P(D)\,P\left(I|D\right)} \\ &= \frac{(0.26)(0.01)}{0.0272} = \frac{13}{136} = 0.0956\,. \end{aligned}$$

De todos los productos que presentan cortes irregulares, el $9.56\,\%$ es debido a cuchillas nuevas.

## Independencia entre Eventos

Intuitivamente la idea de independencia entre dos eventos se refiere a que la ocurrencia de un evento $A$ no modifica la probabilidad de ocurrencia de otro evento $B$; por ejemplo, se les pregunta a unas personas si van a votar o no en las próximas elecciones; la respuesta que de el $i-$ésimo de los encuestados no influye sobre la respuesta que de el $j-$ésimo encuestado; es decir, si el $i-$ésimo dijo 'SI', no hay razón para pensar que el $j-$ésimo deba responder condicionado a esa respuesta.

## Independencia de Eventos

Sean $A$ y $B$ eventos de un espacio Muestral.

## Independencia de Eventos

Sean $A$ y $B$ eventos de un espacio Muestral. Se dice que $A$ y $B$ son *Estadísticamente Independientes* si y sólo si, cualquiera de las siguientes proposiciones se cumple:

## Independencia de Eventos

Sean $A$ y $B$ eventos de un espacio Muestral. Se dice que $A$ y $B$ son *Estadísticamente Independientes* si y sólo si, cualquiera de las siguientes proposiciones se cumple:

a) $P(A|B) = P(A)$.

## Independencia de Eventos

Sean $A$ y $B$ eventos de un espacio Muestral. Se dice que $A$ y $B$ son *Estadísticamente Independientes* si y sólo si, cualquiera de las siguientes proposiciones se cumple:

a) $P(A|B) = P(A)$.

b) $P(B|A) = P(B)$.

## Independencia de Eventos

Sean $A$ y $B$ eventos de un espacio Muestral. Se dice que $A$ y $B$ son *Estadísticamente Independientes* si y sólo si, cualquiera de las siguientes proposiciones se cumple:

a) $P(A|B) = P(A)$.

b) $P(B|A) = P(B)$.

c) $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.

## Independencia de Eventos

Sean $A$ y $B$ eventos de un espacio Muestral. Se dice que $A$ y $B$ son *Estadísticamente Independientes* si y sólo si, cualquiera de las siguientes proposiciones se cumple:

a) $P(A|B) = P(A)$.

b) $P(B|A) = P(B)$.

c) $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.

En general, una colección de eventos $E_1, E_2, \cdots, E_n$ de un espacio Muestral $S$, se dicen **Mutuamente Independientes**, si y solo si, la intersección de cualquier subconjunto de eventos de esta colección cumple que la probabilidad de dicha intersección es el producto de las probabilidades de los eventos involucrados.

## Independencia de Eventos

Sean $A$ y $B$ eventos de un espacio Muestral. Se dice que $A$ y $B$ son *Estadísticamente Independientes* si y sólo si, cualquiera de las siguientes proposiciones se cumple:

a) $P(A|B) = P(A)$.

b) $P(B|A) = P(B)$.

c) $P(A \cap B) = P(A)\,P(B)$.

En general, una colección de eventos $E_1, E_2, \cdots, E_n$ de un espacio Muestral $S$, se dicen **Mutuamente Independientes**, si y solo si, la intersección de cualquier subconjunto de eventos de esta colección cumple que la probabilidad de dicha intersección es el producto de las probabilidades de los eventos involucrados. Más formalmente, se dice que $E_1, E_2, \cdots, E_n$ son Mutuamente Independientes si para cualquier colección de índices $\{i_1, i_2, \cdots, i_k\} \subseteq \{1, 2, \cdots, n\}$, con $2 \leq k \leq n$ se verifica que:

## Independencia de Eventos

Sean $A$ y $B$ eventos de un espacio Muestral. Se dice que $A$ y $B$ son *Estadísticamente Independientes* si y sólo si, cualquiera de las siguientes proposiciones se cumple:

a) $P(A|B) = P(A)$.

b) $P(B|A) = P(B)$.

c) $P(A \cap B) = P(A)\,P(B)$.

En general, una colección de eventos $E_1, E_2, \cdots, E_n$ de un espacio Muestral $S$, se dicen **Mutuamente Independientes**, si y solo si, la intersección de cualquier subconjunto de eventos de esta colección cumple que la probabilidad de dicha intersección es el producto de las probabilidades de los eventos involucrados. Más formalmente, se dice que $E_1, E_2, \cdots, E_n$ son Mutuamente Independientes si para cualquier colección de índices $\{i_1, i_2, \cdots, i_k\} \subseteq \{1, 2, \cdots, n\}$, con $2 \leq k \leq n$ se verifica que:

$$P\left(\bigcap_{l=1}^{k} E_{i_l}\right) = \prod_{l=1}^{k} P\left(E_{i_l}\right).$$

## Ejemplo 12

Dos jugadores $A$ y $B$ juegan lanzando alternativamente un par de dados cúbicos no cargados.

## Ejemplo 12

Dos jugadores $A$ y $B$ juegan lanzando alternativamente un par de dados cúbicos no cargados. Quien obtenga primero un total de $7$ gana el juego.

## Ejemplo 12

Dos jugadores $A$ y $B$ juegan lanzando alternativamente un par de dados cúbicos no cargados. Quien obtenga primero un total de $7$ gana el juego. Si $A$ comienza lanzando, calcule la probabilidad de que $A$ gane el juego.

## Ejemplo 12

Dos jugadores $A$ y $B$ juegan lanzando alternativamente un par de dados cúbicos no cargados. Quien obtenga primero un total de $7$ gana el juego. Si $A$ comienza lanzando, calcule la probabilidad de que $A$ gane el juego.

## Solución

Defina los siguientes eventos:

## Ejemplo 12

Dos jugadores $A$ y $B$ juegan lanzando alternativamente un par de dados cúbicos no cargados. Quien obtenga primero un total de $7$ gana el juego. Si $A$ comienza lanzando, calcule la probabilidad de que $A$ gane el juego.

## Solución

Defina los siguientes eventos:

$A_i$: El jugador A obtiene un $7$ en el lanzamiento $i$, $i = 1, 2, 3, \ldots$

## Ejemplo $12$

Dos jugadores $A$ y $B$ juegan lanzando alternativamente un par de dados cúbicos no cargados. Quien obtenga primero un total de $7$ gana el juego. Si $A$ comienza lanzando, calcule la probabilidad de que $A$ gane el juego.

## Solución

Defina los siguientes eventos:

$A_i$: El jugador A obtiene un $7$ en el lanzamiento $i$, $i = 1,\, 2,\, 3, \ldots$

$B_i$: El jugador B obtiene un $7$ en el lanzamiento $i$, $i = 1,\, 2,\, 3, \ldots$

## Ejemplo 12

Dos jugadores $A$ y $B$ juegan lanzando alternativamente un par de dados cúbicos no cargados. Quien obtenga primero un total de $7$ gana el juego. Si $A$ comienza lanzando, calcule la probabilidad de que $A$ gane el juego.

## Solución

Defina los siguientes eventos:

$A_i$: El jugador A obtiene un $7$ en el lanzamiento $i$, $i = 1,\, 2,\, 3, \ldots$

$B_i$: El jugador B obtiene un $7$ en el lanzamiento $i$, $i = 1,\, 2,\, 3, \ldots$

Cada que ambos jugadores tiren los dados se considera una ronda; un jugador puede ganar en cualquier ronda.

## Ejemplo 12

Dos jugadores $A$ y $B$ juegan lanzando alternativamente un par de dados cúbicos no cargados. Quien obtenga primero un total de $7$ gana el juego. Si $A$ comienza lanzando, calcule la probabilidad de que $A$ gane el juego.

## Solución

Defina los siguientes eventos:

$A_i$: El jugador A obtiene un $7$ en el lanzamiento $i$, $i = 1, 2, 3, \ldots$

$B_i$: El jugador B obtiene un $7$ en el lanzamiento $i$, $i = 1, 2, 3, \ldots$

Cada que ambos jugadores tiren los dados se considera una ronda; un jugador puede ganar en cualquier ronda. El espacio muestral del experimento que consiste en lanzar los dos dados, está formado por todas aquellas posibles parejas de resultados. En total son $36$, todas con la misma probabilidad de ocurrencia, osea, $\frac{1}{36}$.

## Ejemplo 12

Dos jugadores $A$ y $B$ juegan lanzando alternativamente un par de dados cúbicos no cargados. Quien obtenga primero un total de $7$ gana el juego. Si $A$ comienza lanzando, calcule la probabilidad de que $A$ gane el juego.

## Solución

Defina los siguientes eventos:

$A_i$: El jugador A obtiene un $7$ en el lanzamiento $i$, $i = 1, 2, 3, \ldots$

$B_i$: El jugador B obtiene un $7$ en el lanzamiento $i$, $i = 1, 2, 3, \ldots$

Cada que ambos jugadores tiren los dados se considera una ronda; un jugador puede ganar en cualquier ronda. El espacio muestral del experimento que consiste en lanzar los dos dados, está formado por todas aquellas posibles parejas de resultados. En total son $36$, todas con la misma probabilidad de ocurrencia, osea, $\frac{1}{36}$. Debido a eso la probabilidad de obtener un $7$ en cada lanzamiento de los dados es la misma y es igual a $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

## Ejemplo 12

Dos jugadores $A$ y $B$ juegan lanzando alternativamente un par de dados cúbicos no cargados. Quien obtenga primero un total de $7$ gana el juego. Si $A$ comienza lanzando, calcule la probabilidad de que $A$ gane el juego.

## Solución

Defina los siguientes eventos:
$A_i$: El jugador A obtiene un $7$ en el lanzamiento $i$, $i = 1, 2, 3, \ldots$
$B_i$: El jugador B obtiene un $7$ en el lanzamiento $i$, $i = 1, 2, 3, \ldots$
Cada que ambos jugadores tiren los dados se considera una ronda; un jugador puede ganar en cualquier ronda. El espacio muestral del experimento que consiste en lanzar los dos dados, está formado por todas aquellas posibles parejas de resultados. En total son $36$, todas con la misma probabilidad de ocurrencia, osea, $\frac{1}{36}$. Debido a eso la probabilidad de obtener un $7$ en cada lanzamiento de los dados es la misma y es igual a $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.
Para determinar la probabilidad pedida, se debe examinar que pasa en cada ronda.

Es claro que los jugadores pasan a la siguiente ronda, solo si en la anterior ninguno de los dos obtiene una suma igual a $7$.

Es claro que los jugadores pasan a la siguiente ronda, solo si en la anterior ninguno de los dos obtiene una suma igual a $7$. Así las cosas, como $A$ empieza lanzando, $A$ puede ganar en su primer lanzamiento o en el segundo, o tercero, etc.

Es claro que los jugadores pasan a la siguiente ronda, solo si en la anterior ninguno de los dos obtiene una suma igual a $7$. Así las cosas, como $A$ empieza lanzando, $A$ puede ganar en su primer lanzamiento o en el segundo, o tercero, etc. Esto implica que:

Es claro que los jugadores pasan a la siguiente ronda, solo si en la anterior ninguno de los dos obtiene una suma igual a 7. Así las cosas, como $A$ empieza lanzando, $A$ puede ganar en su primer lanzamiento o en el segundo, o tercero, etc. Esto implica que:

$$P\left(\text{A gane en la primera ronda}\right) = P(A_1) = \frac{1}{6}\ .$$

Si $A$ no gana en la primera ronda, para que pueda ganar en la segunda, se requiere que $B$ no obtenga una suma igual a 7.

Es claro que los jugadores pasan a la siguiente ronda, solo si en la anterior ninguno de los dos obtiene una suma igual a 7. Así las cosas, como $A$ empieza lanzando, $A$ puede ganar en su primer lanzamiento o en el segundo, o tercero, etc. Esto implica que:

$$P\left(\text{A gane en la primera ronda}\right) = P(A_1) = \frac{1}{6}\,.$$

Si $A$ no gana en la primera ronda, para que pueda ganar en la segunda, se requiere que $B$ no obtenga una suma igual a 7. En este caso se tiene que:

Es claro que los jugadores pasan a la siguiente ronda, solo si en la anterior ninguno de los dos obtiene una suma igual a 7. Así las cosas, como $A$ empieza lanzando, $A$ puede ganar en su primer lanzamiento o en el segundo, o tercero, etc. Esto implica que:

$$P\,(\text{A gane en la primera ronda}) = P(A_1) = \frac{1}{6}\,.$$

Si $A$ no gana en la primera ronda, para que pueda ganar en la segunda, se requiere que $B$ no obtenga una suma igual a 7. En este caso se tiene que:

$$P\,(\text{A gane en la segunda ronda}) = P\left(A_1' B_1' A_2\right) = \underbrace{\frac{5}{6} \times \frac{5}{6}}_{\text{no sacan 7}} \times \frac{1}{6}\,.$$

La notación $A_1' B_1' A_2$ equivale a la intersección de los respectivos eventos: $A_1' \cap B_1' \cap A_2$.

Es claro que los jugadores pasan a la siguiente ronda, solo si en la anterior ninguno de los dos obtiene una suma igual a 7. Así las cosas, como $A$ empieza lanzando, $A$ puede ganar en su primer lanzamiento o en el segundo, o tercero, etc. Esto implica que:

$$P\,(\text{A gane en la primera ronda}) = P(A_1) = \frac{1}{6}\,.$$

Si $A$ no gana en la primera ronda, para que pueda ganar en la segunda, se requiere que $B$ no obtenga una suma igual a 7. En este caso se tiene que:

$$P\,(\text{A gane en la segunda ronda}) = P\left(A_1^{'}B_1^{'}A_2\right) = \underbrace{\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}}_{\text{no sacan 7}} \times\frac{1}{6}\,.$$

La notación $A_1^{'}B_1^{'}A_2$ equivale a la intersección de los respectivos eventos: $A_1^{'}\cap B_1^{'}\cap A_2$.

Para que $A$ gane el la tercera ronda se debe cumplir: $A_1^{'}B_1^{'}A_2^{'}B_2^{'}A_3$

Asi:

Asi:

$$
\begin{aligned}
P\,(\text{A gane en la tercera ronda}) &= P\left(A_1'B_1'A_2'B_2'A_3\right) \\
&= \underbrace{\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}}_{\text{1ra ronda}} \times \underbrace{\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}}_{\text{2da ronda}} \times\frac{1}{6}
\end{aligned}
$$

Finalmente, para que $A$ gane el juego se deben considerar todas las posibilidades,

Asi:

$$
\begin{aligned}
P\,(\text{A gane en la tercera ronda}) &= P\left(A_1'B_1'A_2'B_2'A_3\right) \\
&= \underbrace{\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}}_{\text{1ra ronda}} \times \underbrace{\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}}_{\text{2da ronda}} \times\frac{1}{6}
\end{aligned}
$$

Finalmente, para que $A$ gane el juego se deben considerar todas las posibilidades, es decir, si $GA$ representa el evento donde $A$ gana el juego, entonces:

Asi:

$$P\,(\text{A gane en la tercera ronda}) = P\left(A_1'B_1'A_2'B_2'A_3\right) = \underbrace{\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}}_{\text{1ra ronda}} \times \underbrace{\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}}_{\text{2da ronda}} \times\frac{1}{6}$$

Finalmente, para que $A$ gane el juego se deben considerar todas las posibilidades, es decir, si $GA$ representa el evento donde $A$ gana el juego, entonces:

$$GA = A_1 \cup A_1'B_1'A_2 \cup A_1'B_1'A_2'B_2'A_3 \cup \cdots \ .$$

Como los eventos implicado en estas uniones son mutuamente excluyentes (¿porqué?), entonces se tiene que:

Asi:

$$\begin{aligned} P\left(\text{A gane en la tercera ronda}\right) &= P\left(A_1'B_1'A_2'B_2'A_3\right) \\ &= \underbrace{\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}}_{\text{1ra ronda}} \times \underbrace{\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}}_{\text{2da ronda}} \times\frac{1}{6} \end{aligned}$$

Finalmente, para que $A$ gane el juego se deben considerar todas las posibilidades, es decir, si $GA$ representa el evento donde $A$ gana el juego, entonces:

$$GA = A_1 \cup A_1'B_1'A_2 \cup A_1'B_1'A_2'B_2'A_3 \cup \cdots \ .$$

Como los eventos implicado en estas uniones son mutuamente excluyentes (¿porqué?), entonces se tiene que:

$$P\left(GA\right) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6}\left(\frac{5}{6}\right)^2 + \frac{1}{6}\left(\frac{5}{6}\right)^4 + \frac{1}{6}\left(\frac{5}{6}\right)^6 + \ldots$$

$$P\,(GA) = \frac{1}{6}\left\{1 + \left(\frac{5}{6}\right)^2 + \left(\frac{5}{6}\right)^4 + \left(\frac{5}{6}\right)^6 + \cdots\right\}$$

$$P\,(GA) = \frac{1}{6}\,\left(1 + y + y^2 + y^3 + \cdots\right) \quad ; \quad \text{con} \quad y = \frac{25}{36}\,.$$

Finalmente, como esta es una serie Geométrica, con razón menor que $1$, entonces:

$$P\left(GA\right) = \frac{1}{6}\left\{1 + \left(\frac{5}{6}\right)^2 + \left(\frac{5}{6}\right)^4 + \left(\frac{5}{6}\right)^6 + \cdots\right\}$$

$$P\left(GA\right) = \frac{1}{6}\,\left(1 + y + y^2 + y^3 + \cdots\right) \quad ; \quad \text{con} \quad y = \frac{25}{36}\,.$$

Finalmente, como esta es una serie Geométrica, con razón menor que $1$, entonces:

$$P\left(GA\right) = \frac{1}{6}\,\left(\frac{1}{1-y}\right) = \frac{1}{6}\,\left(\frac{1}{1-\frac{25}{36}}\right) = \frac{6}{11}\,.$$

$$P\,(GA) = \frac{1}{6}\left\{1 + \left(\frac{5}{6}\right)^2 + \left(\frac{5}{6}\right)^4 + \left(\frac{5}{6}\right)^6 + \cdots\right\}$$

$$P\,(GA) = \frac{1}{6}\,\left(1 + y + y^2 + y^3 + \cdots\right) \quad ; \quad \text{con} \quad y = \frac{25}{36}\,.$$

Finalmente, como esta es una serie Geométrica, con razón menor que $1$, entonces:

$$P\,(GA) = \frac{1}{6}\,\left(\frac{1}{1-y}\right) = \,\frac{1}{6}\,\left(\frac{1}{1-\frac{25}{36}}\right) = \frac{6}{11}\,.$$

De esto se deriva que la probabilidad de que $B$ gane el juego (llamando $GB$ dicho evento), será:

$$P\left(GA\right)=\frac{1}{6}\left\{1+\left(\frac{5}{6}\right)^{2}+\left(\frac{5}{6}\right)^{4}+\left(\frac{5}{6}\right)^{6}+\cdots\right\}$$

$$P\left(GA\right)=\frac{1}{6}\,\left(1+y+y^{2}+y^{3}+\cdots\right)\quad;\quad\text{con}\quad y=\frac{25}{36}\,.$$

Finalmente, como esta es una serie Geométrica, con razón menor que $1$, entonces:

$$P\left(GA\right)=\frac{1}{6}\left(\frac{1}{1-y}\right)=\frac{1}{6}\left(\frac{1}{1-\frac{25}{36}}\right)=\frac{6}{11}\,.$$

De esto se deriva que la probabilidad de que $B$ gane el juego (llamando $GB$ dicho evento), será:

$$P(GB)=1-\frac{6}{11}=\frac{5}{11}\,.$$

$$P\,(GA) = \frac{1}{6}\left\{1 + \left(\frac{5}{6}\right)^2 + \left(\frac{5}{6}\right)^4 + \left(\frac{5}{6}\right)^6 + \cdots\right\}$$

$$P\,(GA) = \frac{1}{6}\,\left(1 + y + y^2 + y^3 + \cdots\right) \quad ; \quad \text{con} \quad y = \frac{25}{36}\,.$$

Finalmente, como esta es una serie Geométrica, con razón menor que $1$, entonces:

$$P\,(GA) = \frac{1}{6}\,\left(\frac{1}{1-y}\right) = \frac{1}{6}\,\left(\frac{1}{1-\frac{25}{36}}\right) = \frac{6}{11}\,.$$

De esto se deriva que la probabilidad de que $B$ gane el juego (llamando $GB$ dicho evento), será:

$$P(GB) = 1 - \frac{6}{11} = \frac{5}{11}\,.$$

Quien empieza lanzando tiene ventaja.