Intervalos de Confianza

Definición

Hasta ahora los estimadores estudiados son puntuales, es decir, exhiben un solo valor como estimación del parámetro de interés.

Definición

Hasta ahora los estimadores estudiados son puntuales, es decir, exhiben un solo valor como estimación del parámetro de interés. Pero en muchos casos esto no es suficiente.

Definición

Hasta ahora los estimadores estudiados son puntuales, es decir, exhiben un solo valor como estimación del parámetro de interés. Pero en muchos casos esto no es suficiente. A veces se requiere de un rango de posibles valores para el parámetro de interés, es decir, un intervalo real donde se cree estará el valor del parámetro con una alta confianza.

Intervalos de Confianza

Definición

Hasta ahora los estimadores estudiados son puntuales, es decir, exhiben un solo valor como estimación del parámetro de interés. Pero en muchos casos esto no es suficiente. A veces se requiere de un rango de posibles valores para el parámetro de interés, es decir, un intervalo real donde se cree estará el valor del parámetro con una alta confianza.

Sea θ un parámetro de interés y $\hat{\theta}$ un estimador puntual de θ.

Intervalos de Confianza

Definición

Hasta ahora los estimadores estudiados son puntuales, es decir, exhiben un solo valor como estimación del parámetro de interés. Pero en muchos casos esto no es suficiente. A veces se requiere de un rango de posibles valores para el parámetro de interés, es decir, un intervalo real donde se cree estará el valor del parámetro con una alta confianza.

Sea θ un parámetro de interés y $\hat{\theta}$ un estimador puntual de θ. Un estimador de θ por intervalo, es un intervalo real de la forma $(l,\, u)$ con $l < \theta < u$, donde l y u dependen de $\hat{\theta}$ y de la distribución muestral de $\hat{\theta}$.

Intervalos de Confianza

Definición

Hasta ahora los estimadores estudiados son puntuales, es decir, exhiben un solo valor como estimación del parámetro de interés. Pero en muchos casos esto no es suficiente. A veces se requiere de un rango de posibles valores para el parámetro de interés, es decir, un intervalo real donde se cree estará el valor del parámetro con una alta confianza.

Sea θ un parámetro de interés y $\hat{\theta}$ un estimador puntual de θ. Un estimador de θ por intervalo, es un intervalo real de la forma $(l,\, u)$ con $l < \theta < u$, donde l y u dependen de $\hat{\theta}$ y de la distribución muestral de $\hat{\theta}$.

Cada muestra aleatoria proporcionará un valor diferente para $\hat{\theta}$ y por lo tanto valores diferentes para l y u.

Intervalos de Confianza

Definición

Hasta ahora los estimadores estudiados son puntuales, es decir, exhiben un solo valor como estimación del parámetro de interés. Pero en muchos casos esto no es suficiente. A veces se requiere de un rango de posibles valores para el parámetro de interés, es decir, un intervalo real donde se cree estará el valor del parámetro con una alta confianza.

Sea θ un parámetro de interés y $\hat{\theta}$ un estimador puntual de θ. Un estimador de θ por intervalo, es un intervalo real de la forma (l, u) con $l < \theta < u$, donde l y u dependen de $\hat{\theta}$ y de la distribución muestral de $\hat{\theta}$.

Cada muestra aleatoria proporcionará un valor diferente para $\hat{\theta}$ y por lo tanto valores diferentes para l y u. Así, los extremos del intervalo en cuestión se convierten en variables aleatorias, las cuales denotaremos L y U.

Intervalos de Confianza

Definición

Hasta ahora los estimadores estudiados son puntuales, es decir, exhiben un solo valor como estimación del parámetro de interés. Pero en muchos casos esto no es suficiente. A veces se requiere de un rango de posibles valores para el parámetro de interés, es decir, un intervalo real donde se cree estará el valor del parámetro con una alta confianza.

Sea θ un parámetro de interés y $\hat{\theta}$ un estimador puntual de θ. Un estimador de θ por intervalo, es un intervalo real de la forma (l, u) con $l < \theta < u$, donde l y u dependen de $\hat{\theta}$ y de la distribución muestral de $\hat{\theta}$.

Cada muestra aleatoria proporcionará un valor diferente para $\hat{\theta}$ y por lo tanto valores diferentes para l y u. Así, los extremos del intervalo en cuestión se convierten en variables aleatorias, las cuales denotaremos L y U. El intervalo (L, U) es llamado *Intervalo Aleatorio*.

Definiciones

Sea α un valor fijo tal que $0 < \alpha < 1$.

Definiciones

Sea α un valor fijo tal que $0 < \alpha < 1$. Usando $\hat{\theta}$ y su distribución es posible determinar L y U tales que

Definiciones

Sea α un valor fijo tal que $0 < \alpha < 1$. Usando $\hat{\theta}$ y su distribución es posible determinar L y U tales que

$$P\left(L < \theta < U\right) = 1 - \alpha \ , \quad \alpha \in \left(0,\, 1\right) \ .$$

Intervalos de Confianza

Definiciones

Sea α un valor fijo tal que $0 < \alpha < 1$. Usando $\hat{\theta}$ y su distribución es posible determinar L y U tales que

$$P\left(L < \theta < U\right) = 1 - \alpha\ , \quad \alpha \in \left(0,\ 1\right)\ .$$

Para una muestra particular se obtiene el intervalo $(l,\ u)$ donde se espera esté el verdadero valor de θ.

Intervalos de Confianza

Definiciones

Sea α un valor fijo tal que $0 < \alpha < 1$. Usando $\hat{\theta}$ y su distribución es posible determinar L y U tales que

$$P\left(L < \theta < U\right) = 1 - \alpha\ , \quad \alpha \in (0,\, 1)\ .$$

Para una muestra particular se obtiene el intervalo $(l,\, u)$ donde se espera esté el verdadero valor de θ. El intervalo $(l,\, u)$ será llamado un *Intervalo de Confianza* al $100\,(1-\alpha)\ \%$ para θ. l y u son llamados *Límites de Confianza*.

Intervalos de Confianza

Definiciones

Sea α un valor fijo tal que $0 < \alpha < 1$. Usando $\hat{\theta}$ y su distribución es posible determinar L y U tales que

$$P\left(L < \theta < U\right) = 1 - \alpha \;, \quad \alpha \in (0,\, 1) \;.$$

Para una muestra particular se obtiene el intervalo $(l,\, u)$ donde se espera esté el verdadero valor de θ. El intervalo $(l,\, u)$ será llamado un *Intervalo de Confianza* al $100\,(1-\alpha)\ \%$ para θ. l y u son llamados *Límites de Confianza*.

Por notación se escribe $(l,\, u)$ es un I.C. al $100\,(1-\alpha)\ \%$ para θ.

Definiciones

Sea α un valor fijo tal que $0 < \alpha < 1$. Usando $\hat{\theta}$ y su distribución es posible determinar L y U tales que

$$P\left(L < \theta < U\right) = 1 - \alpha\ , \quad \alpha \in (0,\, 1)\ .$$

Para una muestra particular se obtiene el intervalo $(l,\, u)$ donde se espera esté el verdadero valor de θ. El intervalo $(l,\, u)$ será llamado un *Intervalo de Confianza* al $100\,(1-\alpha)\ \%$ para θ. l y u son llamados *Límites de Confianza*.

Por notación se escribe $(l,\, u)$ es un I.C. al $100\,(1-\alpha)\ \%$ para θ. El intervalo $(l,\, u)$ se conoce como intervalo de confianza bilateral para θ.

Definiciones

Sea α un valor fijo tal que $0 < \alpha < 1$. Usando $\hat{\theta}$ y su distribución es posible determinar L y U tales que

$$P\left(L < \theta < U\right) = 1 - \alpha \ , \quad \alpha \in (0,\, 1) \ .$$

Para una muestra particular se obtiene el intervalo $(l,\, u)$ donde se espera esté el verdadero valor de θ. El intervalo $(l,\, u)$ será llamado un *Intervalo de Confianza* al $100\,(1-\alpha)\,\%$ para θ. l y u son llamados *Límites de Confianza*.

Por notación se escribe $(l,\, u)$ es un I.C. al $100\,(1-\alpha)\,\%$ para θ. El intervalo $(l,\, u)$ se conoce como intervalo de confianza bilateral para θ.

"De todos los posibles intervalos de confianza al $100(1-\alpha)\,\%$ para θ se espera que el $100\,(1-\alpha)\,\%$ de ellos contenga el verdadero valor de θ".

Intervalos de Confianza

Definiciones

Los intervalos $(l,\ +\infty)$ ó $(-\infty,\ u)$ son llamados intervalos de confianza *Unilaterales* para θ.

Intervalos de Confianza

Definiciones

Los intervalos $(l, +\infty)$ ó $(-\infty, u)$ son llamados intervalos de confianza *Unilaterales* para θ. Para $\alpha \in (0, 1)$ dado, usando $\hat{\theta}$ y su distribución es posible determinar L tal que $P\left(L < \theta\right) = 1 - \alpha$.

Intervalos de Confianza

Definiciones

Los intervalos $(l,\, +\infty)$ ó $(-\infty,\, u)$ son llamados intervalos de confianza *Unilaterales* para θ. Para $\alpha \in (0,\, 1)$ dado, usando $\hat{\theta}$ y su distribución es posible determinar L tal que $P\left(L < \theta\right) = 1 - \alpha$. Similarmente es posible determinar U tal que $P\left(\theta < U\right) = 1 - \alpha$.

Definiciones

Los intervalos $(l,\ +\infty)$ ó $(-\infty,\ u)$ son llamados intervalos de confianza *Unilaterales* para θ. Para $\alpha \in (0,\ 1)$ dado, usando $\hat{\theta}$ y su distribución es posible determinar L tal que $P\left(L < \theta\right) = 1 - \alpha$. Similarmente es posible determinar U tal que $P\left(\theta < U\right) = 1 - \alpha$. Para una muestra particular se obtienen los intervalos $(l,\ +\infty)$ o $(-\infty,\ u)$, los cuales son intervalos de confianza unilaterales al $100\left(1 - \alpha\right)\%$ para θ.

Intervalos de Confianza

Definiciones

Los intervalos $(l,\, +\infty)$ ó $(-\infty,\, u)$ son llamados intervalos de confianza *Unilaterales* para θ. Para $\alpha \in (0,\, 1)$ dado, usando $\hat{\theta}$ y su distribución es posible determinar L tal que $P\,(L < \theta) = 1 - \alpha$. Similarmente es posible determinar U tal que $P\,(\theta < U) = 1 - \alpha$. Para una muestra particular se obtienen los intervalos $(l,\, +\infty)$ o $(-\infty,\, u)$, los cuales son intervalos de confianza unilaterales al $100\,(1 - \alpha)\,\%$ para θ.

En un I. C. bilateral la longitud $u - l$ es una medida de la calidad de la información obtenida.

Definiciones

Los intervalos $(l,\ +\infty)$ ó $(-\infty,\ u)$ son llamados intervalos de confianza *Unilaterales* para θ. Para $\alpha \in (0,\ 1)$ dado, usando $\hat{\theta}$ y su distribución es posible determinar L tal que $P\left(L < \theta\right) = 1 - \alpha$. Similarmente es posible determinar U tal que $P\left(\theta < U\right) = 1 - \alpha$. Para una muestra particular se obtienen los intervalos $(l,\ +\infty)$ o $(-\infty,\ u)$, los cuales son intervalos de confianza unilaterales al $100\left(1-\alpha\right)\%$ para θ.

En un I. C. bilateral la longitud $u - l$ es una medida de la calidad de la información obtenida. El valor $max\{\theta - l,\ u - \theta\}$ se conoce como *Presición* del estimador.

Definiciones

Los intervalos $(l, +\infty)$ ó $(-\infty, u)$ son llamados intervalos de confianza *Unilaterales* para θ. Para $\alpha \in (0, 1)$ dado, usando $\hat{\theta}$ y su distribución es posible determinar L tal que $P(L < \theta) = 1 - \alpha$. Similarmente es posible determinar U tal que $P(\theta < U) = 1 - \alpha$. Para una muestra particular se obtienen los intervalos $(l, +\infty)$ o $(-\infty, u)$, los cuales son intervalos de confianza unilaterales al $100(1-\alpha)\%$ para θ.

En un I. C. bilateral la longitud $u - l$ es una medida de la calidad de la información obtenida. El valor $max\{\theta - l, u - \theta\}$ se conoce como *Presición* del estimador. Aquí es necesario aclarar que entre mayor sea la longitud de un I.C. **menor** será su precisión; y viceversa, entre menor sea la longitud del intervalo, mayor será su precisión.

Definiciones

Los intervalos $(l,\, +\infty)$ ó $(-\infty,\, u)$ son llamados intervalos de confianza *Unilaterales* para θ. Para $\alpha \in (0,\, 1)$ dado, usando $\hat{\theta}$ y su distribución es posible determinar L tal que $P\,(L < \theta) = 1 - \alpha$. Similarmente es posible determinar U tal que $P\,(\theta < U) = 1 - \alpha$. Para una muestra particular se obtienen los intervalos $(l,\, +\infty)$ o $(-\infty,\, u)$, los cuales son intervalos de confianza unilaterales al $100\,(1-\alpha)\,\%$ para θ.

En un I. C. bilateral la longitud $u - l$ es una medida de la calidad de la información obtenida. El valor $max\{\theta - l,\, u - \theta\}$ se conoce como *Presición* del estimador. Aquí es necesario aclarar que entre mayor sea la longitud de un I.C. **menor** será su precisión; y viceversa, entre menor sea la longitud del intervalo, mayor será su precisión. Lo ideal es tener I.C. angostos con una alta confianza.

Definiciones

Los intervalos $(l,\ +\infty)$ ó $(-\infty,\ u)$ son llamados intervalos de confianza *Unilaterales* para θ. Para $\alpha \in (0,\ 1)$ dado, usando $\hat{\theta}$ y su distribución es posible determinar L tal que $P\left(L < \theta\right) = 1 - \alpha$. Similarmente es posible determinar U tal que $P\left(\theta < U\right) = 1 - \alpha$. Para una muestra particular se obtienen los intervalos $(l,\ +\infty)$ o $(-\infty,\ u)$, los cuales son intervalos de confianza unilaterales al $100\left(1-\alpha\right)\%$ para θ.

En un I. C. bilateral la longitud $u - l$ es una medida de la calidad de la información obtenida. El valor $max\{\theta - l,\ u - \theta\}$ se conoce como *Presición* del estimador. Aquí es necesario aclarar que entre mayor sea la longitud de un I.C. **menor** será su precisión; y viceversa, entre menor sea la longitud del intervalo, mayor será su precisión. Lo ideal es tener I.C. angostos con una alta confianza. En los intervalos de confianza unilaterales, no se puede hablar de precisión.

Obtención de un I.C.

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una distribución $f(x|\theta)$ donde θ es desconocido.

Obtención de un I.C.

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una distribución $f(x|\theta)$ donde θ es desconocido. Sea $\hat{\theta}$ un estimador puntual para θ.

Obtención de un I.C.

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una distribución $f(x|\theta)$ donde θ es desconocido. Sea $\hat{\theta}$ un estimador puntual para θ. Como $\hat{\theta}$ es función de la m.a, se suele escribir $\hat{\theta} = h(X_1, \ldots, X_n)$.

Obtención de un I.C.

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una distribución $f(x|\theta)$ donde θ es desconocido. Sea $\hat{\theta}$ un estimador puntual para θ. Como $\hat{\theta}$ es función de la m.a, se suele escribir $\hat{\theta} = h(X_1, \ldots, X_n)$.

Suponga además que la distribución de $\hat{\theta}$ $\underline{NO}$ depende de otros parámetros desconocidos, pero puede depender de θ.

Obtención de un I.C.

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una distribución $f(x|\theta)$ donde θ es desconocido. Sea $\hat{\theta}$ un estimador puntual para θ. Como $\hat{\theta}$ es función de la m.a, se suele escribir $\hat{\theta} = h(X_1, \ldots, X_n)$.

Suponga además que la distribución de $\hat{\theta}$ $\underline{NO}$ depende de otros parámetros desconocidos, pero puede depender de θ. Entonces, para $\alpha \in (0, 1)$ dado, se pueden encontrar constantes a y b tal que:

Obtención de un I.C.

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una distribución $f(x|\theta)$ donde θ es desconocido. Sea $\hat{\theta}$ un estimador puntual para θ. Como $\hat{\theta}$ es función de la m.a, se suele escribir $\hat{\theta} = h(X_1, \ldots, X_n)$.

Suponga además que la distribución de $\hat{\theta}$ $\underline{NO}$ depende de otros parámetros desconocidos, pero puede depender de θ. Entonces, para $\alpha \in (0, 1)$ dado, se pueden encontrar constantes a y b tal que:

$$P\left(a < h\left(X_1, \ldots, X_n\,;\,\theta\right) < b\right) = 1 - \alpha\ .$$

Intervalos de Confianza

Obtención de un I.C.

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una distribución $f(x|\theta)$ donde θ es desconocido. Sea $\hat{\theta}$ un estimador puntual para θ. Como $\hat{\theta}$ es función de la m.a, se suele escribir $\hat{\theta} = h(X_1, \ldots, X_n)$.

Suponga además que la distribución de $\hat{\theta}$ $\underline{NO}$ depende de otros parámetros desconocidos, pero puede depender de θ. Entonces, para $\alpha \in (0, 1)$ dado, se pueden encontrar constantes a y b tal que:

$$P\left(a < h\left(X_1, \ldots, X_n\,;\,\theta\right) < b\right) = 1 - \alpha\ .$$

Esto es posible ya que la distribución de $\hat{\theta}$ es conocida y solo depende posiblemente de θ.

Obtención de un I.C.

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una distribución $f(x|\theta)$ donde θ es desconocido. Sea $\hat{\theta}$ un estimador puntual para θ. Como $\hat{\theta}$ es función de la m.a, se suele escribir $\hat{\theta} = h(X_1, \ldots, X_n)$.

Suponga además que la distribución de $\hat{\theta}$ $\underline{NO}$ depende de otros parámetros desconocidos, pero puede depender de θ. Entonces, para $\alpha \in (0, 1)$ dado, se pueden encontrar constantes a y b tal que:

$$P\left(a < h\left(X_1, \ldots, X_n \,;\, \theta\right) < b\right) = 1 - \alpha \,.$$

Esto es posible ya que la distribución de $\hat{\theta}$ es conocida y solo depende posiblemente de θ. Suponga que de la desigualdad anterior es posible despejar a θ, de esta manera se obtiene:

Intervalos de Confianza

Obtención de un I.C.

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una distribución $f(x|\theta)$ donde θ es desconocido. Sea $\hat{\theta}$ un estimador puntual para θ. Como $\hat{\theta}$ es función de la m.a, se suele escribir $\hat{\theta} = h(X_1, \ldots, X_n)$.

Suponga además que la distribución de $\hat{\theta}$ $\underline{NO}$ depende de otros parámetros desconocidos, pero puede depender de θ. Entonces, para $\alpha \in (0, 1)$ dado, se pueden encontrar constantes a y b tal que:

$$P\left(a < h\left(X_1, \ldots, X_n\, ; \theta\right) < b\right) = 1 - \alpha\ .$$

Esto es posible ya que la distribución de $\hat{\theta}$ es conocida y solo depende posiblemente de θ. Suponga que de la desigualdad anterior es posible despejar a θ, de esta manera se obtiene:

$$P\left(L\left(X_1, \ldots, X_n\right) < \theta < U\left(X_1, \ldots, X_n\right)\right) = 1 - \alpha\ .$$

Intervalos de Confianza

Obtención de un I.C.

Para una m.a. particular calculamos $l\left(X_1, \ldots, X_n\right)$ y $u\left(X_1, \ldots, X_n\right)$.

Obtención de un I.C.

Para una m.a. particular calculamos $l\left(X_1,\,\ldots,\,X_n\right)$ y $u\left(X_1,\,\ldots,\,X_n\right)$.
Sea $l = l\left(X_1,\,\ldots,\,X_n\right)$ y $u = u\left(X_1,\,\ldots,\,X_n\right)$.

Obtención de un I.C.

Para una m.a. particular calculamos $l\,(X_1,\,\ldots,\,X_n)$ y $u\,(X_1,\,\ldots,\,X_n)$. Sea $l = l\,(X_1,\,\ldots,\,X_n)$ y $u = u\,(X_1,\,\ldots,\,X_n)$.

El intervalo $(l,\,u)$ es un intervalo de confianza al $100\,(1-\alpha)\,\%$ para θ.

Obtención de un I.C.

Para una m.a. particular calculamos $l\left(X_1,\,\ldots,\,X_n\right)$ y $u\left(X_1,\,\ldots,\,X_n\right)$. Sea $l = l\left(X_1,\,\ldots,\,X_n\right)$ y $u = u\left(X_1,\,\ldots,\,X_n\right)$.

El intervalo $(l,\,u)$ es un intervalo de confianza al $100\,(1-\alpha)\,\%$ para θ.

Para los intervalos de confianza unilaterales se procede igual, solo que las ecuaciones probabilísticas a resolver son de la forma:

Obtención de un I.C.

Para una m.a. particular calculamos $l\,(X_1,\,\ldots,\,X_n)$ y $u\,(X_1,\,\ldots,\,X_n)$. Sea $l = l\,(X_1,\,\ldots,\,X_n)$ y $u = u\,(X_1,\,\ldots,\,X_n)$.

El intervalo $(l,\,u)$ es un intervalo de confianza al $100\,(1-\alpha)\,\%$ para θ.

Para los intervalos de confianza unilaterales se procede igual, solo que las ecuaciones probabilísticas a resolver son de la forma:

$$P\,(a < h\,(X_1,\,\ldots,\,X_n;\,\theta)) = 1-\alpha\ ;\ P\,(h\,(X_1,\,\ldots,\,X_n;\,\theta) < b) = 1-\alpha\ .$$

Intervalos de Confianza

Obtención de un I.C.

Para una m.a. particular calculamos $l\left(X_1,\,\ldots,\,X_n\right)$ y $u\left(X_1,\,\ldots,\,X_n\right)$. Sea $l = l\left(X_1,\,\ldots,\,X_n\right)$ y $u = u\left(X_1,\,\ldots,\,X_n\right)$.

El intervalo $(l,\,u)$ es un intervalo de confianza al $100\,(1-\alpha)\,\%$ para θ.

Para los intervalos de confianza unilaterales se procede igual, solo que las ecuaciones probabilísticas a resolver son de la forma:

$$P\left(a < h\left(X_1,\,\ldots,\,X_n;\,\theta\right)\right) = 1-\alpha\;;\;P\left(h\left(X_1,\,\ldots,\,X_n;\,\theta\right) < b\right) = 1-\alpha\;.$$

Al despejar θ de las anteriores ecuaciones se obtiene:

Obtención de un I.C.

Para una m.a. particular calculamos $l\left(X_1,\, \ldots,\, X_n\right)$ y $u\left(X_1,\, \ldots,\, X_n\right)$. Sea $l = l\left(X_1,\, \ldots,\, X_n\right)$ y $u = u\left(X_1,\, \ldots,\, X_n\right)$.

El intervalo $(l,\, u)$ es un intervalo de confianza al $100\,(1-\alpha)\,\%$ para θ.

Para los intervalos de confianza unilaterales se procede igual, solo que las ecuaciones probabilísticas a resolver son de la forma:

$$P\left(a < h\left(X_1,\, \ldots,\, X_n;\, \theta\right)\right) = 1-\alpha\ ;\ P\left(h\left(X_1,\, \ldots,\, X_n;\, \theta\right) < b\right) = 1-\alpha\ .$$

Al despejar θ de las anteriores ecuaciones se obtiene:

$$P\left(L\left(X_1, \ldots, X_n\right) < \theta\right) = 1-\alpha \quad P\left(\theta < U\left(X_1, \ldots, X_n\right)\right) = 1-\alpha\ .$$

Obtención de un I.C.

Para una m.a. particular calculamos $l\,(X_1,\,\ldots,\,X_n)$ y $u\,(X_1,\,\ldots,\,X_n)$. Sea $l = l\,(X_1,\,\ldots,\,X_n)$ y $u = u\,(X_1,\,\ldots,\,X_n)$.

El intervalo $(l,\,u)$ es un intervalo de confianza al $100\,(1-\alpha)\,\%$ para θ.

Para los intervalos de confianza unilaterales se procede igual, solo que las ecuaciones probabilísticas a resolver son de la forma:

$$P\,(a < h\,(X_1,\,\ldots,\,X_n;\,\theta)) = 1-\alpha\ ;\ P\,(h\,(X_1,\,\ldots,\,X_n;\,\theta) < b) = 1-\alpha\ .$$

Al despejar θ de las anteriores ecuaciones se obtiene:

$$P\,(L\,(X_1,\ldots,\,X_n) < \theta) = 1-\alpha \quad P\,(\theta < U\,(X_1,\ldots,\,X_n)) = 1-\alpha\ .$$

Con el uso de una muestra aleatoria se obtienen los respectivos I.C unilaterales para θ.

Ejemplo 77

$X_1, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria de una $n(\theta, 1)$, donde θ es desconocido. Se proponen dos intervalos Estimadores para θ :

$$\left(\bar{X} - 1.75\,\frac{1}{\sqrt{n}}\,,\, \bar{X} + 2.33\,\frac{1}{\sqrt{n}}\right) \quad ; \quad \left(\bar{X} - 2.05\,\frac{1}{\sqrt{n}}\,,\, \bar{X} + 1.88\,\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\,.$$

Ejemplo 77

$X_1, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria de una $n(\theta, 1)$, donde θ es desconocido. Se proponen dos intervalos Estimadores para θ :

$$\left(\bar{X} - 1.75\,\frac{1}{\sqrt{n}}\,,\,\bar{X} + 2.33\,\frac{1}{\sqrt{n}}\right) \quad ; \quad \left(\bar{X} - 2.05\,\frac{1}{\sqrt{n}}\,,\,\bar{X} + 1.88\,\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\,.$$

Halle la probabilidad de que cada intervalo contenga el parámetro θ. ¿Cuál de estos dos intervalos es más preciso? Justifique su respuesta.

Solución

Observe que $\bar{X} \sim n\left(\theta,\, \frac{1}{n}\right)$. Ahora:

Ejemplo 77

$X_1, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria de una $n(\theta, 1)$, donde θ es desconocido. Se proponen dos intervalos Estimadores para θ :

$$\left(\bar{X} - 1.75\,\frac{1}{\sqrt{n}}\,,\,\bar{X} + 2.33\,\frac{1}{\sqrt{n}}\right) \quad ; \quad \left(\bar{X} - 2.05\,\frac{1}{\sqrt{n}}\,,\,\bar{X} + 1.88\,\frac{1}{\sqrt{n}}\right).$$

Halle la probabilidad de que cada intervalo contenga el parámetro θ. ¿Cuál de estos dos intervalos es más preciso? Justifique su respuesta.

Solución

Observe que $\bar{X} \sim n\left(\theta,\, \frac{1}{n}\right)$. Ahora:

$$P\left(\theta \in \left(\bar{X} - 1.75\,\frac{1}{\sqrt{n}}\,,\,\bar{X} + 2.33\,\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\right) = P\left(-2.33 < \frac{\bar{X} - \theta}{1/\sqrt{n}} < 1.75\right)$$

Ejemplo 77

$X_1, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria de una $n(\theta, 1)$, donde θ es desconocido. Se proponen dos intervalos Estimadores para θ :

$$\left(\bar{X} - 1.75\,\frac{1}{\sqrt{n}}\,,\,\bar{X} + 2.33\,\frac{1}{\sqrt{n}}\right) \quad ; \quad \left(\bar{X} - 2.05\,\frac{1}{\sqrt{n}}\,,\,\bar{X} + 1.88\,\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\ .$$

Halle la probabilidad de que cada intervalo contenga el parámetro θ. ¿Cuál de estos dos intervalos es más preciso? Justifique su respuesta.

Solución

Observe que $\bar{X} \sim n\left(\theta,\, \frac{1}{n}\right)$. Ahora:

$$P\left(\theta \in \left(\bar{X} - 1.75\,\frac{1}{\sqrt{n}}\,,\,\bar{X} + 2.33\,\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\right) = P\left(-2.33 < \frac{\bar{X} - \theta}{1/\sqrt{n}} < 1.75\right)$$

$$= P(-2.33 < Z < 1.75) = 0.95\ .$$

Intervalos de Confianza

Similarmente:

Similarmente:

$$P\left(\theta \in \left(\bar{X} - 2.05\,\frac{1}{\sqrt{n}}\,,\,\bar{X} + 1.88\,\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\right) = P\left(-1.88 < \frac{\bar{X} - \theta}{1/\sqrt{n}} < 2.05\right)$$

Similarmente:

$$P\left(\theta \in \left(\bar{X} - 2.05\,\frac{1}{\sqrt{n}}\,,\, \bar{X} + 1.88\,\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\right) = P\left(-1.88 < \frac{\bar{X} - \theta}{1/\sqrt{n}} < 2.05\right)$$

$$= P(-1.88 < Z < 2.05) = 0.95\,.$$

Similarmente:

$$P\left(\theta \in \left(\bar{X} - 2.05\,\frac{1}{\sqrt{n}}\,,\, \bar{X} + 1.88\,\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\right) = P\left(-1.88 < \frac{\bar{X} - \theta}{1/\sqrt{n}} < 2.05\right)$$

$$= P(-1.88 < Z < 2.05) = 0.95\,.$$

Adicionalmente las respectivas longitudes de estos intervalos son: $\frac{4.08}{\sqrt{n}}$ y $\frac{3.93}{\sqrt{n}}$. Luego como ambos intervalos tienen la misma probabilidad de contener el parámetro θ, el intervalo más preciso será aquel con menor longitud, es este caso es:

$$\left(\bar{X} - 2.05\,\frac{1}{\sqrt{n}}\,,\, \bar{X} + 1.88\,\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\,.$$

Intervalos de Confianza

Usando Bootstrap

Sea $\hat{\theta}$ un estimador puntual para θ.

Intervalos de Confianza

Usando Bootstrap

Sea $\hat{\theta}$ un estimador puntual para θ. La distribución de $\hat{\theta}$ puede depender de θ.

Usando Bootstrap

Sea $\hat{\theta}$ un estimador puntual para θ. La distribución de $\hat{\theta}$ puede depender de θ. Por el T.L.C. sabemos que:

Intervalos de Confianza

Usando Bootstrap

Sea $\hat{\theta}$ un estimador puntual para θ. La distribución de $\hat{\theta}$ puede depender de θ. Por el T.L.C. sabemos que:

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \overset{aprox}{\sim} n(0,\, 1)\ .$$

Intervalos de Confianza

Usando Bootstrap

Sea $\hat{\theta}$ un estimador puntual para θ. La distribución de $\hat{\theta}$ puede depender de θ. Por el T.L.C. sabemos que:

$$\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \overset{aprox}{\sim} n(0,\, 1)\;.$$

Además, si σ^2 es desconocida, es posible usar una estimación y obtener nuevamente que:

$$\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \overset{aprox}{\sim} n(0,\, 1)\;.$$

Usando Bootstrap

Sea $\hat{\theta}$ un estimador puntual para θ. La distribución de $\hat{\theta}$ puede depender de θ. Por el T.L.C. sabemos que:

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \overset{aprox}{\sim} n(0,\, 1)\ .$$

Además, si σ^2 es desconocida, es posible usar una estimación y obtener nuevamente que:

$$\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \overset{aprox}{\sim} n(0,\, 1)\ .$$

Ahora, usando el TLC se tiene que:

Intervalos de Confianza

Usando Bootstrap

Sea $\hat{\theta}$ un estimador puntual para θ. La distribución de $\hat{\theta}$ puede depender de θ. Por el T.L.C. sabemos que:

$$\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \overset{aprox}{\sim} n(0,\, 1)\ .$$

Además, si σ^2 es desconocida, es posible usar una estimación y obtener nuevamente que:

$$\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \overset{aprox}{\sim} n(0,\, 1)\ .$$

Ahora, usando el TLC se tiene que:

$$P\left(\frac{\bar{X}\ -\ \mu}{s/\sqrt{n}}\ <\ 1.96\right)\ \approx\ 0.975 \quad \text{y} \quad P\left(\frac{\bar{X}\ -\ \mu}{s/\sqrt{n}}\ <\ -1.96\right)\ \approx\ 0.025\ .$$

$-1.96S/\sqrt{n}$ y $1.96S/\sqrt{n}$ son los percentiles $2.5\,\%$ y $97.5\,\%$ aproximados de la distribución de $\bar{X}-\mu$.

I.C. tipo Bootstrap

Así,

$$P\left(-1.96\,\frac{S}{\sqrt{n}} < \bar{X} - \mu < 1.96\,\frac{S}{\sqrt{n}}\right) \approx 0.95\ .$$

I.C. tipo Bootstrap

Así,

$$P\left(-1.96\,\frac{S}{\sqrt{n}} < \bar{X} - \mu < 1.96\,\frac{S}{\sqrt{n}}\right) \approx 0.95\ .$$

Si $\hat{\theta}$ es un estimador insesgado para θ, entonces un I.C. aproximado al $95\,\%$ para θ se obtiene como:

I.C. tipo Bootstrap

Así,

$$P\left(-1.96\,\frac{S}{\sqrt{n}} < \bar{X} - \mu < 1.96\,\frac{S}{\sqrt{n}}\right) \approx 0.95\ .$$

Si $\hat{\theta}$ es un estimador insesgado para θ, entonces un I.C. aproximado al $95\,\%$ para θ se obtiene como:

$$\left(\,\hat{\theta} - P97.5 \text{ de } (\hat{\theta} - \theta)\ ,\ \ \hat{\theta} - P2.5 \text{ de } (\hat{\theta} - \theta)\,\right)\ ,$$

I.C. tipo Bootstrap

Así,

$$P\left(-1.96\,\frac{S}{\sqrt{n}} < \bar{X} - \mu < 1.96\,\frac{S}{\sqrt{n}}\right) \approx 0.95\ .$$

Si $\hat{\theta}$ es un estimador insesgado para θ, entonces un I.C. aproximado al $95\,\%$ para θ se obtiene como:

$$\Big(\,\hat{\theta} - P97.5 \text{ de } (\hat{\theta} - \theta)\ ,\ \ \hat{\theta} - P2.5 \text{ de } (\hat{\theta} - \theta)\,\Big)\ ,$$

ya que

$$P\,\Big(\,P2.5 < \hat{\theta} - \theta < P97.5\,\Big) \approx 0.95\ .$$

I.C. tipo Bootstrap

Así,

$$P\left(-1.96\,\frac{S}{\sqrt{n}} < \bar{X} - \mu < 1.96\,\frac{S}{\sqrt{n}}\right) \approx 0.95\ .$$

Si $\hat{\theta}$ es un estimador insesgado para θ, entonces un I.C. aproximado al $95\,\%$ para θ se obtiene como:

$$\left(\hat{\theta} - P97.5 \text{ de } (\hat{\theta} - \theta)\ ,\ \ \hat{\theta} - P2.5 \text{ de } (\hat{\theta} - \theta)\right)\ ,$$

ya que

$$P\left(P2.5 < \hat{\theta} - \theta < P97.5\right) \approx 0.95\ .$$

¿Cómo obtener dicho I.C usando la información de una muestra aleatoria?

I.C. tipo Bootstrap

Así,

$$P\left(-1.96\,\frac{S}{\sqrt{n}} < \bar{X} - \mu < 1.96\,\frac{S}{\sqrt{n}}\right) \approx 0.95\ .$$

Si $\hat{\theta}$ es un estimador insesgado para θ, entonces un I.C. aproximado al $95\,\%$ para θ se obtiene como:

$$\left(\hat{\theta} - P97.5 \text{ de } (\hat{\theta} - \theta)\ ,\ \ \hat{\theta} - P2.5 \text{ de } (\hat{\theta} - \theta)\right)\ ,$$

ya que

$$P\left(P2.5 < \hat{\theta} - \theta < P97.5\right) \approx 0.95\ .$$

¿Cómo obtener dicho I.C usando la información de una muestra aleatoria?

Suponga que $X_1, \ldots, X_n$ es una m.a de $f(x\,|\,\theta)$, θ desconocido.

I.C. tipo Bootstrap

Así,

$$P\left(-1.96\,\frac{S}{\sqrt{n}} < \bar{X} - \mu < 1.96\,\frac{S}{\sqrt{n}}\right) \approx 0.95\ .$$

Si $\hat{\theta}$ es un estimador insesgado para θ, entonces un I.C. aproximado al $95\,\%$ para θ se obtiene como:

$$\left(\,\hat{\theta} - P97.5 \text{ de } (\hat{\theta} - \theta)\ ,\ \ \hat{\theta} - P2.5 \text{ de } (\hat{\theta} - \theta)\,\right)\ ,$$

ya que

$$P\left(\,P2.5 < \hat{\theta} - \theta < P97.5\,\right) \approx 0.95\ .$$

¿Cómo obtener dicho I.C usando la información de una muestra aleatoria?

Suponga que $X_1, \ldots, X_n$ es una m.a de $f(x\,|\,\theta)$, θ desconocido. De esta muestra obtenemos una estimación para θ: $\hat{\theta}$.

I.C. tipo Bootstrap

Así,

$$P\left(-1.96\,\frac{S}{\sqrt{n}} < \bar{X} - \mu < 1.96\,\frac{S}{\sqrt{n}}\right) \approx 0.95\ .$$

Si $\hat{\theta}$ es un estimador insesgado para θ, entonces un I.C. aproximado al $95\,\%$ para θ se obtiene como:

$$\left(\hat{\theta} - P97.5 \text{ de } (\hat{\theta} - \theta)\ ,\ \ \hat{\theta} - P2.5 \text{ de } (\hat{\theta} - \theta)\right)\ ,$$

ya que

$$P\left(P2.5 < \hat{\theta} - \theta < P97.5\right) \approx 0.95\ .$$

¿Cómo obtener dicho I.C usando la información de una muestra aleatoria?

Suponga que $X_1, \ldots, X_n$ es una m.a de $f(x\,|\,\theta)$, θ desconocido. De esta muestra obtenemos una estimación para θ: $\hat{\theta}$. Sea $\theta_0 = \hat{\theta}$.

I.C. tipo Bootstrap

- Se generan m muestras de tamaño n de $f(x \mid \theta_0)$.

I.C. tipo Bootstrap

- Se generan m muestras de tamaño n de $f(x \,|\, \theta_0)$.
- Con cada muestra se calcula $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ldots, \hat{\theta}_m$ y luego:

$$\bar{\hat{\theta}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \hat{\theta}_i \,.$$

I.C. tipo Bootstrap

- Se generan m muestras de tamaño n de $f(x \mid \theta_0)$.
- Con cada muestra se calcula $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ldots, \hat{\theta}_m$ y luego:

$$\bar{\hat{\theta}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \hat{\theta}_i \,.$$

- Calcule $\hat{\theta}_1 - \bar{\hat{\theta}}, \hat{\theta}_2 - \bar{\hat{\theta}}, \ldots, \hat{\theta}_m - \bar{\hat{\theta}}$.

I.C. tipo Bootstrap

- Se generan m muestras de tamaño n de $f(x \,|\, \theta_0)$.
- Con cada muestra se calcula $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ldots, \hat{\theta}_m$ y luego:

$$\bar{\hat{\theta}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \hat{\theta}_i \,.$$

- Calcule $\hat{\theta}_1 - \bar{\hat{\theta}}, \hat{\theta}_2 - \bar{\hat{\theta}}, \ldots, \hat{\theta}_m - \bar{\hat{\theta}}$.
- Halle el percentil 2.5 y 97.5 de los m valores obtenidos en el paso anterior, los cuales se denotan $P_{97.5}$ y $P_{2.5}$.

I.C. tipo Bootstrap

- Se generan m muestras de tamaño n de $f(x \mid \theta_0)$.
- Con cada muestra se calcula $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ldots, \hat{\theta}_m$ y luego:

$$\bar{\hat{\theta}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \hat{\theta}_i \, .$$

- Calcule $\hat{\theta}_1 - \bar{\hat{\theta}}, \hat{\theta}_2 - \bar{\hat{\theta}}, \ldots, \hat{\theta}_m - \bar{\hat{\theta}}$.
- Halle el percentil 2.5 y 97.5 de los m valores obtenidos en el paso anterior, los cuales se denotan $P_{97.5}$ y $P_{2.5}$.
- El intervalo Bootstrap al $95\,\%$ para θ está dado por:

I.C. tipo Bootstrap

- Se generan m muestras de tamaño n de $f(x \,|\, \theta_0)$.
- Con cada muestra se calcula $\hat{\theta}_1,\, \hat{\theta}_2,\, \ldots,\, \hat{\theta}_m$ y luego:

$$\bar{\hat{\theta}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \hat{\theta}_i \,.$$

- Calcule $\hat{\theta}_1 - \bar{\hat{\theta}},\, \hat{\theta}_2 - \bar{\hat{\theta}},\, \ldots,\, \hat{\theta}_m - \bar{\hat{\theta}}$.
- Halle el percentil 2.5 y 97.5 de los m valores obtenidos en el paso anterior, los cuales se denotan $P_{97.5}$ y $P_{2.5}$.
- El intervalo Bootstrap al $95\,\%$ para θ está dado por:

$$\left(\hat{\theta} - P_{97.5} \,,\, \hat{\theta} - P_{2.5} \right) \,.$$

Ejemplo 78

Suponga que se tiene una muestra aleatoria de 40 registros de una distribución exponencial con parámetro λ, desconocido:

$0.4\ 1.7\ 0.8\ 8.8\ 3.0\ 0.9\ 1.8\ 1.7\ 2.7\ 1.5\ 1.6\ 0.6\ 4.0\ 5.0\ 4.8\ 0.7\ 1.7\ 2.5\ 3.1\ 3.1$
$1.1\ 2.0\ 0.3\ 0.5\ 2.2\ 6.5\ 1.4\ 0.3\ 10.2\ 2.9\ 1.1\ 3.5\ 1.3\ 0.6\ 4.5\ 2.4\ 1.6\ 3.4\ 1.8\ 0.7\,.$

Ejemplo 78

Suponga que se tiene una muestra aleatoria de 40 registros de una distribución exponencial con parámetro λ, desconocido:

$$0.4\ 1.7\ 0.8\ 8.8\ 3.0\ 0.9\ 1.8\ 1.7\ 2.7\ 1.5\ 1.6\ 0.6\ 4.0\ 5.0\ 4.8\ 0.7\ 1.7\ 2.5\ 3.1\ 3.1$$
$$1.1\ 2.0\ 0.3\ 0.5\ 2.2\ 6.5\ 1.4\ 0.3\ 10.2\ 2.9\ 1.1\ 3.5\ 1.3\ 0.6\ 4.5\ 2.4\ 1.6\ 3.4\ 1.8\ 0.7\,.$$

La f.d.p asociada a esta muestra es de la forma:

Ejemplo 78

Suponga que se tiene una muestra aleatoria de 40 registros de una distribución exponencial con parámetro λ, desconocido:

$0.4\ 1.7\ 0.8\ 8.8\ 3.0\ 0.9\ 1.8\ 1.7\ 2.7\ 1.5\ 1.6\ 0.6\ 4.0\ 5.0\ 4.8\ 0.7\ 1.7\ 2.5\ 3.1\ 3.1$
$1.1\ 2.0\ 0.3\ 0.5\ 2.2\ 6.5\ 1.4\ 0.3\ 10.2\ 2.9\ 1.1\ 3.5\ 1.3\ 0.6\ 4.5\ 2.4\ 1.6\ 3.4\ 1.8\ 0.7\,.$

La f.d.p asociada a esta muestra es de la forma:

$$f(x \,|\, \lambda) = \lambda\, e^{-\lambda\, x} \quad ; \quad x > 0$$

Ejemplo 78

Suponga que se tiene una muestra aleatoria de 40 registros de una distribución exponencial con parámetro λ, desconocido:

$0.4 \;\; 1.7 \;\; 0.8 \;\; 8.8 \;\; 3.0 \;\; 0.9 \;\; 1.8 \;\; 1.7 \;\; 2.7 \;\; 1.5 \;\; 1.6 \;\; 0.6 \;\; 4.0 \;\; 5.0 \;\; 4.8 \;\; 0.7 \;\; 1.7 \;\; 2.5 \;\; 3.1 \;\; 3.1$
$1.1 \;\; 2.0 \;\; 0.3 \;\; 0.5 \;\; 2.2 \;\; 6.5 \;\; 1.4 \;\; 0.3 \;\; 10.2 \;\; 2.9 \;\; 1.1 \;\; 3.5 \;\; 1.3 \;\; 0.6 \;\; 4.5 \;\; 2.4 \;\; 1.6 \;\; 3.4 \;\; 1.8 \;\; 0.7\,.$

La f.d.p asociada a esta muestra es de la forma:

$$f(x \,|\, \lambda) = \lambda \, e^{-\lambda\, x} \quad ; \quad x > 0$$

Se sabe que $E[X] = 1/\lambda\,.$

Ejemplo 78

Suponga que se tiene una muestra aleatoria de 40 registros de una distribución exponencial con parámetro λ, desconocido:

$0.4\ \ 1.7\ \ 0.8\ \ 8.8\ \ 3.0\ \ 0.9\ \ 1.8\ \ 1.7\ \ 2.7\ \ 1.5\ \ 1.6\ \ 0.6\ \ 4.0\ \ 5.0\ \ 4.8\ \ 0.7\ \ 1.7\ \ 2.5\ \ 3.1\ \ 3.1$
$1.1\ \ 2.0\ \ 0.3\ \ 0.5\ \ 2.2\ \ 6.5\ \ 1.4\ \ 0.3\ \ 10.2\ \ 2.9\ \ 1.1\ \ 3.5\ \ 1.3\ \ 0.6\ \ 4.5\ \ 2.4\ \ 1.6\ \ 3.4\ \ 1.8\ \ 0.7\,.$

La f.d.p asociada a esta muestra es de la forma:

$$f(x\,|\,\lambda) = \lambda\, e^{-\lambda\, x} \quad ; \quad x > 0$$

Se sabe que $E[X] = 1/\lambda$. Se halla primero un I.C Bootstrap para $E[X]$ y al reemplazar $E[X] = 1/\lambda$ en dicho intervalo se obtiene un I.C Bootstrap para λ.

Ejemplo 78

Suponga que se tiene una muestra aleatoria de 40 registros de una distribución exponencial con parámetro λ, desconocido:

$0.4\ 1.7\ 0.8\ 8.8\ 3.0\ 0.9\ 1.8\ 1.7\ 2.7\ 1.5\ 1.6\ 0.6\ 4.0\ 5.0\ 4.8\ 0.7\ 1.7\ 2.5\ 3.1\ 3.1$
$1.1\ 2.0\ 0.3\ 0.5\ 2.2\ 6.5\ 1.4\ 0.3\ 10.2\ 2.9\ 1.1\ 3.5\ 1.3\ 0.6\ 4.5\ 2.4\ 1.6\ 3.4\ 1.8\ 0.7\,.$

La f.d.p asociada a esta muestra es de la forma:

$$f(x\,|\,\lambda) = \lambda\, e^{-\lambda\, x} \quad ; \quad x > 0$$

Se sabe que $E[X] = 1/\lambda$. Se halla primero un I.C Bootstrap para $E[X]$ y al reemplazar $E[X] = 1/\lambda$ en dicho intervalo se obtiene un I.C Bootstrap para λ.

El siguiente código en R, calcula el MLE para λ, el cual es $1/\bar{X}$.

Ejemplo 78

Suponga que se tiene una muestra aleatoria de 40 registros de una distribución exponencial con parámetro λ, desconocido:

$0.4 \;\; 1.7 \;\; 0.8 \;\; 8.8 \;\; 3.0 \;\; 0.9 \;\; 1.8 \;\; 1.7 \;\; 2.7 \;\; 1.5 \;\; 1.6 \;\; 0.6 \;\; 4.0 \;\; 5.0 \;\; 4.8 \;\; 0.7 \;\; 1.7 \;\; 2.5 \;\; 3.1 \;\; 3.1$
$1.1 \;\; 2.0 \;\; 0.3 \;\; 0.5 \;\; 2.2 \;\; 6.5 \;\; 1.4 \;\; 0.3 \;\; 10.2 \;\; 2.9 \;\; 1.1 \;\; 3.5 \;\; 1.3 \;\; 0.6 \;\; 4.5 \;\; 2.4 \;\; 1.6 \;\; 3.4 \;\; 1.8 \;\; 0.7\,.$

La f.d.p asociada a esta muestra es de la forma:

$$f(x \,|\, \lambda) = \lambda\, e^{-\lambda\, x} \quad ; \quad x > 0$$

Se sabe que $E[X] = 1/\lambda$. Se halla primero un I.C Bootstrap para $E[X]$ y al reemplazar $E[X] = 1/\lambda$ en dicho intervalo se obtiene un I.C Bootstrap para λ.

El siguiente código en R, calcula el MLE para λ, el cual es $1/\bar{X}$. Genera 300 muestras aleatorias de una exponencial con parámetro $\lambda_0 = 1/\bar{X}$.

Ejemplo 78

Suponga que se tiene una muestra aleatoria de 40 registros de una distribución exponencial con parámetro λ, desconocido:

0.4 1.7 0.8 8.8 3.0 0.9 1.8 1.7 2.7 1.5 1.6 0.6 4.0 5.0 4.8 0.7 1.7 2.5 3.1 3.1
1.1 2.0 0.3 0.5 2.2 6.5 1.4 0.3 10.2 2.9 1.1 3.5 1.3 0.6 4.5 2.4 1.6 3.4 1.8 0.7.

La f.d.p asociada a esta muestra es de la forma:

$$f(x \,|\, \lambda) = \lambda \, e^{-\lambda \, x} \quad ; \quad x > 0$$

Se sabe que $E[X] = 1/\lambda$. Se halla primero un I.C Bootstrap para $E[X]$ y al reemplazar $E[X] = 1/\lambda$ en dicho intervalo se obtiene un I.C Bootstrap para λ.

El siguiente código en R, calcula el MLE para λ, el cual es $1/\bar{X}$. Genera 300 muestras aleatorias de una exponencial con parámetro $\lambda_0 = 1/\bar{X}$.

Luego se siguen los pasos descritos anteriormente para obtener un I.C Bootstrap para $E[X]$ y finalmente un I.C Bootstrap para λ.

```
xmue <- c(0.4,1.7,0.8,8.8,3.0,0.9,1.8,1.7,2.7,1.5,1.6,0.6,4.0,5.0,4.8,
0.7,1.7,2.5,3.1,3.1,1.1,2.0,0.3,0.5,2.2,6.5,1.4,0.3,10.2,2.9,1.1,3.5,
1.3,0.6,4.5,2.4,1.6,3.4,1.8,0.7)

ic_boos_exp <- function(x,m){ lam_0 <- 1/mean(x)
n <- length(x)
vecmed <- rep(0,m)
for(j in 1:m){mu <- rexp(n,lam_0)
vecmed[j] <- mean(mu)}
vecmed }

vecmed <- ic_boos_exp(xmue,300)
media <- mean(vecmed)
vec_est <- vecmed-media
p2_5 <- quantile(vec_est,0.025)
p97_5 <- quantile(vec_est,0.975)
mu_0 <- mean(xmue)
aux <- c(mu_0-p97_5,mu_0-p2_5)
inter <- c(1/aux[2],1/aux[1])
inter
```

2.5 %	97.5 %
0.3193667	0.5709589