Pruebas de Hipótesis

Preliminares

Una hipótesis Estadística es una afirmación que se hace con respecto a una o algunas características desconocidas de una población de interés o acerca de la misma población.

Pruebas de Hipótesis

Preliminares

Una hipótesis Estadística es una afirmación que se hace con respecto a una o algunas características desconocidas de una población de interés o acerca de la misma población.

Una afirmación hecha acerca de una población o de una de sus características de interés, tiene sentido solo si es evaluada con base en la información obtenida a partir de una muestra aleatoria de dicha población.

Preliminares

Una hipótesis Estadística es una afirmación que se hace con respecto a una o algunas características desconocidas de una población de interés o acerca de la misma población.

Una afirmación hecha acerca de una población o de una de sus características de interés, tiene sentido solo si es evaluada con base en la información obtenida a partir de una muestra aleatoria de dicha población.

Como dicha afirmación puede ser o no cierta, dos hipótesis (antagónicas) pueden ser planteadas:

Pruebas de Hipótesis

Preliminares

Una hipótesis Estadística es una afirmación que se hace con respecto a una o algunas características desconocidas de una población de interés o acerca de la misma población.

Una afirmación hecha acerca de una población o de una de sus características de interés, tiene sentido solo si es evaluada con base en la información obtenida a partir de una muestra aleatoria de dicha población.

Como dicha afirmación puede ser o no cierta, dos hipótesis (antagónicas) pueden ser planteadas:

$$H_0 : \text{La hipótesis es cierta} \qquad H_a : \text{La hipótesis es falsa} .$$

Pruebas de Hipótesis

Preliminares

Una hipótesis Estadística es una afirmación que se hace con respecto a una o algunas características desconocidas de una población de interés o acerca de la misma población.

Una afirmación hecha acerca de una población o de una de sus características de interés, tiene sentido solo si es evaluada con base en la información obtenida a partir de una muestra aleatoria de dicha población.

Como dicha afirmación puede ser o no cierta, dos hipótesis (antagónicas) pueden ser planteadas:

$$H_0 : \text{La hipótesis es cierta} \qquad H_a : \text{La hipótesis es falsa} .$$

H_0 se rechaza, solo si la evidencia muestral apoya fuertemente esa decisión.

Pruebas de Hipótesis

Preliminares

Una hipótesis Estadística es una afirmación que se hace con respecto a una o algunas características desconocidas de una población de interés o acerca de la misma población.

Una afirmación hecha acerca de una población o de una de sus características de interés, tiene sentido solo si es evaluada con base en la información obtenida a partir de una muestra aleatoria de dicha población.

Como dicha afirmación puede ser o no cierta, dos hipótesis (antagónicas) pueden ser planteadas:

$$H_0 : \text{La hipótesis es cierta} \qquad H_a : \text{La hipótesis es falsa} .$$

H_0 se rechaza, solo si la evidencia muestral apoya fuertemente esa decisión. En otro caso diremos que la evidencia muestral no es suficiente para rechazar H_0 y se asume como cierta.

Pruebas de Hipótesis

Preliminares

Una hipótesis Estadística es una afirmación que se hace con respecto a una o algunas características desconocidas de una población de interés o acerca de la misma población.

Una afirmación hecha acerca de una población o de una de sus características de interés, tiene sentido solo si es evaluada con base en la información obtenida a partir de una muestra aleatoria de dicha población.

Como dicha afirmación puede ser o no cierta, dos hipótesis (antagónicas) pueden ser planteadas:

$$H_0 : \text{La hipótesis es cierta} \qquad H_a : \text{La hipótesis es falsa} .$$

H_0 se rechaza, solo si la evidencia muestral apoya fuertemente esa decisión. En otro caso diremos que la evidencia muestral no es suficiente para rechazar H_0 y se asume como cierta.

El proceso por medio del cual escogemos una de las dos hipótesis es llamado *Prueba de Hipótesis*.

Ejemplo 90

Un tratamiento para dejar de fumar a mostrado ser efectivo en el $60\,\%$ de los casos.

Ejemplo 90

Un tratamiento para dejar de fumar a mostrado ser efectivo en el $60\,\%$ de los casos. Un investigador propone un nuevo método que se supone mejorará dicho porcentaje.

Pruebas de Hipótesis

Ejemplo 90

Un tratamiento para dejar de fumar a mostrado ser efectivo en el $60\,\%$ de los casos. Un investigador propone un nuevo método que se supone mejorará dicho porcentaje. Para verificar esta afirmación se aplicó dicho tratamiento a 100 voluntarios con hábito de fumar.

Pruebas de Hipótesis

Ejemplo 90

Un tratamiento para dejar de fumar a mostrado ser efectivo en el $60\,\%$ de los casos. Un investigador propone un nuevo método que se supone mejorará dicho porcentaje. Para verificar esta afirmación se aplicó dicho tratamiento a 100 voluntarios con hábito de fumar. ¿Como usar la información recolectada para decidir si el nuevo tratamiento es mejor?

Ejemplo 90

Un tratamiento para dejar de fumar a mostrado ser efectivo en el $60\,\%$ de los casos. Un investigador propone un nuevo método que se supone mejorará dicho porcentaje. Para verificar esta afirmación se aplicó dicho tratamiento a 100 voluntarios con hábito de fumar. ¿Como usar la información recolectada para decidir si el nuevo tratamiento es mejor?

Solución

Queremos determinar si la proporción de personas que deja de fumar a causa del nuevo tratamiento es más del $60\,\%$. Como debemos basar la desición en la información que se recolecte de esta muestra de 100 voluntarios, una manera sería estableciendo cuál sería el mínimo número de personas que dejan de fumar con el nuevo tratamiento, que nos permita concluri que este es mejor.

Ejemplo 90

Un tratamiento para dejar de fumar a mostrado ser efectivo en el $60\,\%$ de los casos. Un investigador propone un nuevo método que se supone mejorará dicho porcentaje. Para verificar esta afirmación se aplicó dicho tratamiento a 100 voluntarios con hábito de fumar. ¿Como usar la información recolectada para decidir si el nuevo tratamiento es mejor?

Solución

Queremos determinar si la proporción de personas que deja de fumar a causa del nuevo tratamiento es más del $60\,\%$. Como debemos basar la desición en la información que se recolecte de esta muestra de 100 voluntarios, una manera sería estableciendo cuál sería el mínimo número de personas que dejan de fumar con el nuevo tratamiento, que nos permita concluri que este es mejor.

Sea X: Número de personas que dejan de fumar a causa del nuevo tratamiento.

Ejemplo 90

Un tratamiento para dejar de fumar a mostrado ser efectivo en el $60\,\%$ de los casos. Un investigador propone un nuevo método que se supone mejorará dicho porcentaje. Para verificar esta afirmación se aplicó dicho tratamiento a 100 voluntarios con hábito de fumar. ¿Como usar la información recolectada para decidir si el nuevo tratamiento es mejor?

Solución

Queremos determinar si la proporción de personas que deja de fumar a causa del nuevo tratamiento es más del $60\,\%$. Como debemos basar la desición en la información que se recolecte de esta muestra de 100 voluntarios, una manera sería estableciendo cuál sería el mínimo número de personas que dejan de fumar con el nuevo tratamiento, que nos permita concluri que este es mejor.

Sea X: Número de personas que dejan de fumar a causa del nuevo tratamiento. Es claro que $X \sim bin(100, p)$.

Ejemplo 90

Un tratamiento para dejar de fumar a mostrado ser efectivo en el $60\,\%$ de los casos. Un investigador propone un nuevo método que se supone mejorará dicho porcentaje. Para verificar esta afirmación se aplicó dicho tratamiento a 100 voluntarios con hábito de fumar. ¿Como usar la información recolectada para decidir si el nuevo tratamiento es mejor?

Solución

Queremos determinar si la proporción de personas que deja de fumar a causa del nuevo tratamiento es más del $60\,\%$. Como debemos basar la desición en la información que se recolecte de esta muestra de 100 voluntarios, una manera sería estableciendo cuál sería el mínimo número de personas que dejan de fumar con el nuevo tratamiento, que nos permita concluri que este es mejor.

Sea X: Número de personas que dejan de fumar a causa del nuevo tratamiento. Es claro que $X \sim bin(100, p)$. En este caso p representa la probabilidad de que una persona fumadora, que se somete al nuevo tratamiento, deje de fumar.

Ejemplo 90

Un tratamiento para dejar de fumar a mostrado ser efectivo en el $60\,\%$ de los casos. Un investigador propone un nuevo método que se supone mejorará dicho porcentaje. Para verificar esta afirmación se aplicó dicho tratamiento a 100 voluntarios con hábito de fumar. ¿Como usar la información recolectada para decidir si el nuevo tratamiento es mejor?

Solución

Queremos determinar si la proporción de personas que deja de fumar a causa del nuevo tratamiento es más del $60\,\%$. Como debemos basar la desición en la información que se recolecte de esta muestra de 100 voluntarios, una manera sería estableciendo cuál sería el mínimo número de personas que dejan de fumar con el nuevo tratamiento, que nos permita concluri que este es mejor.

Sea X: Número de personas que dejan de fumar a causa del nuevo tratamiento. Es claro que $X \sim bin(100, p)$. En este caso p representa la probabilidad de que una persona fumadora, que se somete al nuevo tratamiento, deje de fumar. La pregunta de interés aquí se relaciona con p: ¿es $p > 0.6$?

Pruebas de Hipótesis

La posición escéptica sería afirmar que en nuevo tratamiento no es más eficaz que el ya conocido, es decir, que $p \leq 0.6$.

Pruebas de Hipótesis

La posición escéptica sería afirmar que en nuevo tratamiento no es más eficaz que el ya conocido, es decir, que $p \leq 0.6$. A esta Hipótesis la llamaramos 'Nula'.

Pruebas de Hipótesis

La posición escéptica sería afirmar que en nuevo tratamiento no es más eficaz que el ya conocido, es decir, que $p \leq 0.6$. A esta Hipótesis la llamaramos 'Nula'. La hipótesis que queremos probar, $p > 0.6$ la llamaremos 'Alterna'.

La posición escéptica sería afirmar que en nuevo tratamiento no es más eficaz que el ya conocido, es decir, que $p \leq 0.6$. A esta Hipótesis la llamaramos 'Nula'. La hipótesis que queremos probar, $p > 0.6$ la llamaremos 'Alterna'. De esta manera, si se denota H_0 a la hipótesis nula y H_a, la alterna se tiene el siguiente juego de hipótesis:

Pruebas de Hipótesis

La posición escéptica sería afirmar que en nuevo tratamiento no es más eficaz que el ya conocido, es decir, que $p \leq 0.6$. A esta Hipótesis la llamaramos 'Nula'. La hipótesis que queremos probar, $p > 0.6$ la llamaremos 'Alterna'. De esta manera, si se denota H_0 a la hipótesis nula y H_a, la alterna se tiene el siguiente juego de hipótesis:

$$H_0 : p \leq 0.6 \quad vs \quad H_a : p > 0.6 \,.$$

Pruebas de Hipótesis

La posición escéptica sería afirmar que en nuevo tratamiento no es más eficaz que el ya conocido, es decir, que $p \leq 0.6$. A esta Hipótesis la llamaramos 'Nula'. La hipótesis que queremos probar, $p > 0.6$ la llamaremos 'Alterna'. De esta manera, si se denota H_0 a la hipótesis nula y H_a, la alterna se tiene el siguiente juego de hipótesis:

$$H_0 : p \leq 0.6 \quad vs \quad H_a : p > 0.6 \, .$$

Suponga que un valor k, es tal que si $X > k$, se tiene suficiente evidencia para rechazar H_0. (es decir, para concluir que $p > 0.6$).

El conjunto $\{x \,|\, x > k\}$ es tal que siempre que el valor de la v.a. X esté en éste conjunto, se debe rechazar H_0. ¿Cómo hallar un valor adecuado para k?

La posición escéptica sería afirmar que en nuevo tratamiento no es más eficaz que el ya conocido, es decir, que $p \leq 0.6$. A esta Hipótesis la llamaramos 'Nula'. La hipótesis que queremos probar, $p > 0.6$ la llamaremos 'Alterna'. De esta manera, si se denota H_0 a la hipótesis nula y H_a, la alterna se tiene el siguiente juego de hipótesis:

$$H_0 : p \leq 0.6 \quad vs \quad H_a : p > 0.6 \; .$$

Suponga que un valor k, es tal que si $X > k$, se tiene suficiente evidencia para rechazar H_0. (es decir, para concluir que $p > 0.6$).

El conjunto $\{x \,|\, x > k\}$ es tal que siempre que el valor de la v.a. X esté en éste conjunto, se debe rechazar H_0. ¿Cómo hallar un valor adecuado para k?

Observe que

$$X > k \quad \Leftrightarrow \quad \frac{X}{n} > \frac{k}{n} \quad \Leftrightarrow \quad \hat{p} > \frac{k}{20} = p_0 \; .$$

Pruebas de Hipótesis

La posición escéptica sería afirmar que en nuevo tratamiento no es más eficaz que el ya conocido, es decir, que $p \leq 0.6$. A esta Hipótesis la llamaramos 'Nula'. La hipótesis que queremos probar, $p > 0.6$ la llamaremos 'Alterna'. De esta manera, si se denota H_0 a la hipótesis nula y H_a, la alterna se tiene el siguiente juego de hipótesis:

$$H_0 : p \leq 0.6 \quad vs \quad H_a : p > 0.6 \; .$$

Suponga que un valor k, es tal que si $X > k$, se tiene suficiente evidencia para rechazar H_0. (es decir, para concluir que $p > 0.6$).

El conjunto $\{x \,|\, x > k\}$ es tal que siempre que el valor de la v.a. X esté en éste conjunto, se debe rechazar H_0. ¿Cómo hallar un valor adecuado para k?

Observe que

$$X > k \quad \Leftrightarrow \quad \frac{X}{n} > \frac{k}{n} \quad \Leftrightarrow \quad \hat{p} > \frac{k}{20} = p_0 \; .$$

Así $X > k \;\; \Leftrightarrow \;\; \hat{p} > p_0$.

Pruebas de Hipótesis

La posición escéptica sería afirmar que en nuevo tratamiento no es más eficaz que el ya conocido, es decir, que $p \leq 0.6$. A esta Hipótesis la llamaramos 'Nula'. La hipótesis que queremos probar, $p > 0.6$ la llamaremos 'Alterna'. De esta manera, si se denota H_0 a la hipótesis nula y H_a, la alterna se tiene el siguiente juego de hipótesis:

$$H_0 : p \leq 0.6 \quad vs \quad H_a : p > 0.6 \,.$$

Suponga que un valor k, es tal que si $X > k$, se tiene suficiente evidencia para rechazar H_0. (es decir, para concluir que $p > 0.6$).

El conjunto $\{x \,|\, x > k\}$ es tal que siempre que el valor de la v.a. X esté en éste conjunto, se debe rechazar H_0. ¿Cómo hallar un valor adecuado para k?

Observe que

$$X > k \quad \Leftrightarrow \quad \frac{X}{n} > \frac{k}{n} \quad \Leftrightarrow \quad \hat{p} > \frac{k}{20} = p_0 \,.$$

Así $X > k \;\; \Leftrightarrow \;\; \hat{p} > p_0$. La desición recae sobre $\hat{p}$.

La posición escéptica sería afirmar que en nuevo tratamiento no es más eficaz que el ya conocido, es decir, que $p \leq 0.6$. A esta Hipótesis la llamaramos 'Nula'. La hipótesis que queremos probar, $p > 0.6$ la llamaremos 'Alterna'. De esta manera, si se denota H_0 a la hipótesis nula y H_a, la alterna se tiene el siguiente juego de hipótesis:

$$H_0 : p \leq 0.6 \quad vs \quad H_a : p > 0.6 \, .$$

Suponga que un valor k, es tal que si $X > k$, se tiene suficiente evidencia para rechazar H_0. (es decir, para concluir que $p > 0.6$).

El conjunto $\{x \,|\, x > k\}$ es tal que siempre que el valor de la v.a. X esté en éste conjunto, se debe rechazar H_0. ¿Cómo hallar un valor adecuado para k?

Observe que

$$X > k \quad \Leftrightarrow \quad \frac{X}{n} > \frac{k}{n} \quad \Leftrightarrow \quad \hat{p} > \frac{k}{20} = p_0 \, .$$

Así $X > k \ \Leftrightarrow \ \hat{p} > p_0$. La desición recae sobre $\hat{p}$.

Las v.a. X o $\hat{p}$ son llamadas *Estadísticos de Prueba* y al conjunto $\{x \,|\, x > k\}$ ó $\{\hat{p} \,|\, \hat{p} > p_0\}$ se le llama *Región Crítica o Región de Rechazo*.

La posición escéptica sería afirmar que en nuevo tratamiento no es más eficaz que el ya conocido, es decir, que $p \leq 0.6$. A esta Hipótesis la llamaramos 'Nula'. La hipótesis que queremos probar, $p > 0.6$ la llamaremos 'Alterna'. De esta manera, si se denota H_0 a la hipótesis nula y H_a, la alterna se tiene el siguiente juego de hipótesis:

$$H_0 : p \leq 0.6 \quad vs \quad H_a : p > 0.6 \, .$$

Suponga que un valor k, es tal que si $X > k$, se tiene suficiente evidencia para rechazar H_0. (es decir, para concluir que $p > 0.6$).

El conjunto $\{x \,|\, x > k\}$ es tal que siempre que el valor de la v.a. X esté en éste conjunto, se debe rechazar H_0. ¿Cómo hallar un valor adecuado para k?

Observe que

$$X > k \quad \Leftrightarrow \quad \frac{X}{n} > \frac{k}{n} \quad \Leftrightarrow \quad \hat{p} > \frac{k}{20} = p_0 \, .$$

Así $X > k \;\; \Leftrightarrow \;\; \hat{p} > p_0$. La desición recae sobre $\hat{p}$.

Las v.a. X o $\hat{p}$ son llamadas *Estadísticos de Prueba* y al conjunto $\{x \,|\, x > k\}$ ó $\{\hat{p} \,|\, \hat{p} > p_0\}$ se le llama *Región Crítica o Región de Rechazo*. El proceso aquí mencionado constituye una 'Prueba de Hipótesis', (por notación P.H).

Pruebas de Hipótesis

Componentes de una Prueba de Hipótesis

toda prueba de hipótesis consta de:

1. Hipótesis Nula: H_0.
2. Hipótesis alterna: H_a.
3. Estadístico de Prueba.
4. Región de Rechazo.

Componentes de una Prueba de Hipótesis

toda prueba de hipótesis consta de:

1. Hipótesis Nula: H_0.
2. Hipótesis alterna: H_a.
3. Estadístico de Prueba.
4. Región de Rechazo.

En general, sea θ un parámetro de interés desconocido y sea θ_0 un valor particular de θ. Tres hipótesis alternas pueden ser planteadas:

Componentes de una Prueba de Hipótesis

toda prueba de hipótesis consta de:

1. Hipótesis Nula: H_0.
2. Hipótesis alterna: H_a.
3. Estadístico de Prueba.
4. Región de Rechazo.

En general, sea θ un parámetro de interés desconocido y sea θ_0 un valor particular de θ. Tres hipótesis alternas pueden ser planteadas:

$$H_0 : \theta \;=\; \theta_0 \quad \text{vs} \quad H_a : \begin{cases} \theta < \theta_0 \\ \theta > \theta_0 \\ \theta \neq \theta_0 \end{cases}$$

Componentes de una Prueba de Hipótesis

toda prueba de hipótesis consta de:

1. Hipótesis Nula: H_0.
2. Hipótesis alterna: H_a.
3. Estadístico de Prueba.
4. Región de Rechazo.

En general, sea θ un parámetro de interés desconocido y sea θ_0 un valor particular de θ. Tres hipótesis alternas pueden ser planteadas:

$$H_0 : \theta \; = \; \theta_0 \quad \text{vs} \quad H_a : \begin{cases} \theta < \theta_0 \\ \theta > \theta_0 \\ \theta \neq \theta_0 \end{cases}$$

Si $\hat{\theta}$ es un estimador puntual para θ, los valores de $\hat{\theta}$ pueden ser usados para tomar una desición sobre H_0.

Pruebas de Hipótesis

Componentes de una Prueba de Hipótesis

toda prueba de hipótesis consta de:

1. Hipótesis Nula: H_0.
2. Hipótesis alterna: H_a.
3. Estadístico de Prueba.
4. Región de Rechazo.

En general, sea θ un parámetro de interés desconocido y sea θ_0 un valor particular de θ. Tres hipótesis alternas pueden ser planteadas:

$$H_0 : \theta = \theta_0 \quad \text{vs} \quad H_a : \begin{cases} \theta < \theta_0 \\ \theta > \theta_0 \\ \theta \neq \theta_0 \end{cases}$$

Si $\hat{\theta}$ es un estimador puntual para θ, los valores de $\hat{\theta}$ pueden ser usados para tomar una desición sobre H_0. Las respectivas regiones críticas asociadas a H_a son de la forma:

Componentes de una Prueba de Hipótesis

Componentes de una Prueba de Hipótesis

$$\left\{ \hat{\theta} \;\middle|\; \hat{\theta} < k \right\} \qquad \left\{ \hat{\theta} \;\middle|\; \hat{\theta} > k \right\} \qquad \left\{ \hat{\theta} \;\middle|\; \hat{\theta} < k_1 \quad \vee \quad \hat{\theta} > k_2 \right\} .$$

Componentes de una Prueba de Hipótesis

$$\left\{\hat{\theta}\;\middle|\;\hat{\theta} < k\right\} \qquad \left\{\hat{\theta}\;\middle|\;\hat{\theta} > k\right\} \qquad \left\{\hat{\theta}\;\middle|\;\hat{\theta} < k_1 \quad \vee \quad \hat{\theta} > k_2\right\}.$$

Problema: Hallar valores adecuados para $k,\ k_1,\ k_2$.

Componentes de una Prueba de Hipótesis

$$\left\{\hat{\theta}\;\middle|\;\hat{\theta} < k\right\} \qquad \left\{\hat{\theta}\;\middle|\;\hat{\theta} > k\right\} \qquad \left\{\hat{\theta}\;\middle|\;\hat{\theta} < k_1 \quad \vee \quad \hat{\theta} > k_2\right\}.$$

Problema: Hallar valores adecuados para $k,\ k_1,\ k_2$.

En este proceso se pueden cometer dos tipos de errores:

Componentes de una Prueba de Hipótesis

$$\left\{\hat{\theta}\;\middle|\;\hat{\theta} < k\right\} \qquad \left\{\hat{\theta}\;\middle|\;\hat{\theta} > k\right\} \qquad \left\{\hat{\theta}\;\middle|\;\hat{\theta} < k_1 \quad \vee \quad \hat{\theta} > k_2\right\}.$$

Problema: Hallar valores adecuados para $k,\ k_1,\ k_2$.

En este proceso se pueden cometer dos tipos de errores:

$$\begin{aligned} \text{Error Tipo } I &: \text{Rechazar } H_0, \text{ dado que es cierta.} \\ \text{Error Tipo } II &: \text{Aceptar } H_0, \text{ dado que es falsa.} \end{aligned}$$

Componentes de una Prueba de Hipótesis

$$\left\{\hat{\theta}\;\middle|\;\hat{\theta} < k\right\} \qquad \left\{\hat{\theta}\;\middle|\;\hat{\theta} > k\right\} \qquad \left\{\hat{\theta}\;\middle|\;\hat{\theta} < k_1 \quad \vee \quad \hat{\theta} > k_2\right\}.$$

Problema: Hallar valores adecuados para $k,\ k_1,\ k_2$.

En este proceso se pueden cometer dos tipos de errores:

$$\begin{aligned} \text{Error Tipo } I &: \text{Rechazar } H_0, \text{ dado que es cierta.} \\ \text{Error Tipo } II &: \text{Aceptar } H_0, \text{ dado que es falsa.} \end{aligned}$$

Sea $\alpha = P(\text{Cometer Error Tipo } I)$ y $\beta = P(\text{Cometer Error Tipo } II)$.

Componentes de una Prueba de Hipótesis

$$\left\{\hat{\theta}\ \middle|\ \hat{\theta} < k\right\} \qquad \left\{\hat{\theta}\ \middle|\ \hat{\theta} > k\right\} \qquad \left\{\hat{\theta}\ \middle|\ \hat{\theta} < k_1 \quad \vee \quad \hat{\theta} > k_2\right\}.$$

Problema: Hallar valores adecuados para $k,\ k_1,\ k_2$.

En este proceso se pueden cometer dos tipos de errores:

$$\begin{aligned} \text{Error Tipo } I &: \text{Rechazar } H_0, \text{ dado que es cierta.} \\ \text{Error Tipo } II &: \text{Aceptar } H_0, \text{ dado que es falsa.} \end{aligned}$$

Sea $\alpha = P(\text{Cometer Error Tipo } I)$ y $\beta = P(\text{Cometer Error Tipo } II)$.

α es llamado *Nivel de Significancia de la Prueba* ó *Tamaño de la Región Crítica*.

Componentes de una Prueba de Hipótesis

$$\left\{\hat{\theta}\ \middle|\ \hat{\theta} < k\right\} \qquad \left\{\hat{\theta}\ \middle|\ \hat{\theta} > k\right\} \qquad \left\{\hat{\theta}\ \middle|\ \hat{\theta} < k_1 \quad \vee \quad \hat{\theta} > k_2\right\}.$$

Problema: Hallar valores adecuados para $k,\ k_1,\ k_2$.

En este proceso se pueden cometer dos tipos de errores:

$$\begin{aligned} \text{Error Tipo } I &: \text{Rechazar } H_0, \text{ dado que es cierta.} \\ \text{Error Tipo } II &: \text{Aceptar } H_0, \text{ dado que es falsa.} \end{aligned}$$

Sea $\alpha = P(\text{Cometer Error Tipo } I)$ y $\beta = P(\text{Cometer Error Tipo } II)$.

α es llamado *Nivel de Significancia de la Prueba* ó *Tamaño de la Región Crítica*. $1-\beta$ es conocido como *Potencia* de la prueba.

Componentes de una Prueba de Hipótesis

$$\left\{\hat{\theta}\;\middle|\;\hat{\theta} < k\right\} \qquad \left\{\hat{\theta}\;\middle|\;\hat{\theta} > k\right\} \qquad \left\{\hat{\theta}\;\middle|\;\hat{\theta} < k_1 \quad \vee \quad \hat{\theta} > k_2\right\}.$$

Problema: Hallar valores adecuados para $k,\ k_1,\ k_2$.

En este proceso se pueden cometer dos tipos de errores:

$$\begin{aligned} \text{Error Tipo } I &: \text{Rechazar } H_0, \text{ dado que es cierta.} \\ \text{Error Tipo } II &: \text{Aceptar } H_0, \text{ dado que es falsa.} \end{aligned}$$

Sea $\alpha = P(\text{Cometer Error Tipo } I)$ y $\beta = P(\text{Cometer Error Tipo } II)$.

α es llamado *Nivel de Significancia de la Prueba* ó *Tamaño de la Región Crítica*. $1-\beta$ es conocido como *Potencia* de la prueba.

Si se fija α, es posible hallar valores adecuados para $k,\ k_1$ y k_2.

Pruebas de Hipótesis para Medias: Muestras aleatorias no normales

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una población con media μ y varianza σ^2.

Pruebas de Hipótesis para Medias: Muestras aleatorias no normales

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una población con media μ y varianza σ^2. Sea μ_0 un valor de interés para μ. Tres hipótesis sobre μ pueden ser establecidas:

Pruebas de Hipótesis para Medias: Muestras aleatorias no normales

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una población con media μ y varianza σ^2. Sea μ_0 un valor de interés para μ. Tres hipótesis sobre μ pueden ser establecidas:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{vs} \qquad H_a : \begin{cases} \mu < \mu_0 \\ \mu > \mu_0 \\ \mu \neq \mu_0 \end{cases} .$$

Pruebas de Hipótesis para Medias: Muestras aleatorias no normales

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una población con media μ y varianza σ^2. Sea μ_0 un valor de interés para μ. Tres hipótesis sobre μ pueden ser establecidas:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{vs} \qquad H_a : \begin{cases} \mu < \mu_0 \\ \mu > \mu_0 \\ \mu \neq \mu_0 \end{cases} .$$

Estadístico de Prueba: $\bar{X}$.

Pruebas de Hipótesis para Medias: Muestras aleatorias no normales

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una población con media μ y varianza σ^2. Sea μ_0 un valor de interés para μ. Tres hipótesis sobre μ pueden ser establecidas:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{vs} \qquad H_a : \begin{cases} \mu < \mu_0 \\ \mu > \mu_0 \\ \mu \neq \mu_0 \end{cases} .$$

Estadístico de Prueba: $\bar{X}$.

R. Crítica. Para α dado, tenemos $\alpha = P(\text{Error Tipo } I)$.

Pruebas de Hipótesis para Medias: Muestras aleatorias no normales

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una población con media μ y varianza σ^2. Sea μ_0 un valor de interés para μ. Tres hipótesis sobre μ pueden ser establecidas:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{vs} \qquad H_a : \begin{cases} \mu < \mu_0 \\ \mu > \mu_0 \\ \mu \neq \mu_0 \end{cases} .$$

Estadístico de Prueba: $\bar{X}$.

R. Crítica. Para α dado, tenemos $\alpha = P(\text{Error Tipo } I)$. Ahora

$$\alpha = P(\text{Rechazar } H_0 \,|\, H_0 \text{ es cierta}) = P(\text{Rechazar } H_0 \,|\, \mu = \mu_0) .$$

Pruebas de Hipótesis para Medias: Muestras aleatorias no normales

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una población con media μ y varianza σ^2. Sea μ_0 un valor de interés para μ. Tres hipótesis sobre μ pueden ser establecidas:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{vs} \qquad H_a : \begin{cases} \mu < \mu_0 \\ \mu > \mu_0 \\ \mu \neq \mu_0 \end{cases} .$$

Estadístico de Prueba: $\bar{X}$.

R. Crítica. Para α dado, tenemos $\alpha = P(\text{Error Tipo } I)$. Ahora

$$\alpha = P(\text{Rechazar } H_0 \,|\, H_0 \text{ es cierta}) = P(\text{Rechazar } H_0 \,|\, \mu = \mu_0) .$$

Suponga que deseamos probar:

Pruebas de Hipótesis para Medias: Muestras aleatorias no normales

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una población con media μ y varianza σ^2. Sea μ_0 un valor de interés para μ. Tres hipótesis sobre μ pueden ser establecidas:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{vs} \qquad H_a : \begin{cases} \mu < \mu_0 \\ \mu > \mu_0 \\ \mu \neq \mu_0 \end{cases} .$$

Estadístico de Prueba: $\bar{X}$.

R. Crítica. Para α dado, tenemos $\alpha = P(\text{Error Tipo } I)$. Ahora

$$\alpha = P(\text{Rechazar } H_0 \,|\, H_0 \text{ es cierta}) = P(\text{Rechazar } H_0 \,|\, \mu = \mu_0) .$$

Suponga que deseamos probar:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{vs} \quad H_a : \mu > \mu_0 .$$

Pruebas de Hipótesis para Medias: Muestras aleatorias no normales

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una población con media μ y varianza σ^2. Sea μ_0 un valor de interés para μ. Tres hipótesis sobre μ pueden ser establecidas:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{vs} \qquad H_a : \begin{cases} \mu < \mu_0 \\ \mu > \mu_0 \\ \mu \neq \mu_0 \end{cases} .$$

Estadístico de Prueba: $\bar{X}$.

R. Crítica. Para α dado, tenemos $\alpha = P(\text{Error Tipo } I)$. Ahora

$$\alpha = P(\text{Rechazar } H_0 \,|\, H_0 \text{ es cierta}) = P(\text{Rechazar } H_0 \,|\, \mu = \mu_0) .$$

Suponga que deseamos probar:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{vs} \quad H_a : \mu > \mu_0 .$$

Entonces:

Pruebas de Hipótesis para Medias: Muestras aleatorias no normales

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una población con media μ y varianza σ^2. Sea μ_0 un valor de interés para μ. Tres hipótesis sobre μ pueden ser establecidas:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{vs} \qquad H_a : \begin{cases} \mu < \mu_0 \\ \mu > \mu_0 \\ \mu \neq \mu_0 \end{cases} .$$

Estadístico de Prueba: $\bar{X}$.

R. Crítica. Para α dado, tenemos $\alpha = P(\text{Error Tipo } I)$. Ahora

$$\alpha = P(\text{Rechazar } H_0 \,|\, H_0 \text{ es cierta}) = P(\text{Rechazar } H_0 \,|\, \mu = \mu_0) .$$

Suponga que deseamos probar:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{vs} \quad H_a : \mu > \mu_0 .$$

Entonces:

$$\alpha = P\left(\bar{X} > k \mid \mu = \mu_0\right) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} > \frac{k - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right) .$$

Si n es grande y σ^2 es conocida, el TLC garantiza que, si H_0 es cierta:

Si n es grande y σ^2 es conocida, el TLC garantiza que, si H_0 es cierta:

$$\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim n(0, 1)\ .$$

Pruebas de Hipótesis

Si n es grande y σ^2 es conocida, el TLC garantiza que, si H_0 es cierta:

$$\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim n(0, 1) \; .$$

Luego para α dado

Pruebas de Hipótesis

Si n es grande y σ^2 es conocida, el TLC garantiza que, si H_0 es cierta:

$$\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim n(0,1) \,.$$

Luego para α dado

$$\alpha \approx P\left(Z > \frac{k - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \right) \,.$$

Pruebas de Hipótesis

Si n es grande y σ^2 es conocida, el TLC garantiza que, si H_0 es cierta:

$$\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim n(0,1)\,.$$

Luego para α dado

$$\alpha \approx P\left(Z > \frac{k-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \right)\,.$$

De esta última ecuación, se obtiene que $z_\alpha = \frac{k-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$.

Si n es grande y σ^2 es conocida, el TLC garantiza que, si H_0 es cierta:

$$\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim n(0,1) .$$

Luego para α dado

$$\alpha \approx P\left(Z > \frac{k - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \right) .$$

De esta última ecuación, se obtiene que $z_\alpha = \frac{k-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$. Al despejar k se obtiene $k = \mu_0 + z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Si n es grande y σ^2 es conocida, el TLC garantiza que, si H_0 es cierta:

$$\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim n(0,1) .$$

Luego para α dado

$$\alpha \approx P\left(Z > \frac{k - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \right) .$$

De esta última ecuación, se obtiene que $z_\alpha = \frac{k-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$. Al despejar k se obtiene $k = \mu_0 + z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Finalmente, la región crítica estará dada por:

Si n es grande y σ^2 es conocida, el TLC garantiza que, si H_0 es cierta:

$$\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim n(0,1) \, .$$

Luego para α dado

$$\alpha \approx P\left(Z > \frac{k - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \right) \, .$$

De esta última ecuación, se obtiene que $z_\alpha = \frac{k-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$. Al despejar k se obtiene $k = \mu_0 + z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Finalmente, la región crítica estará dada por:

$$\text{R.C} = \left\{ \bar{X} \mid \bar{X} > \mu_0 + z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right\} \Leftrightarrow \text{R.C} = \{ Z_C \mid Z_C > z_\alpha \} \, ,$$

donde, $Z_C = \frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$.

Si n es grande y σ^2 es conocida, el TLC garantiza que, si H_0 es cierta:

$$\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim n(0,1) \, .$$

Luego para α dado

$$\alpha \approx P\left(Z > \frac{k-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \right) \, .$$

De esta última ecuación, se obtiene que $z_\alpha = \frac{k-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$. Al despejar k se obtiene $k = \mu_0 + z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Finalmente, la región crítica estará dada por:

$$\text{R.C} = \left\{ \bar{X} \mid \bar{X} > \mu_0 + z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right\} \Leftrightarrow \text{R.C} = \{ Z_C \mid Z_C > z_\alpha \} \, ,$$

donde, $Z_C = \frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$. Realizando un procedimiento similar, se obtienen las regiones de rechazo para las todas las posibles hipótesis alternativas:

Si n es grande y σ^2 es conocida, el TLC garantiza que, si H_0 es cierta:

$$\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim n(0,1) .$$

Luego para α dado

$$\alpha \approx P\left(Z > \frac{k - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \right) .$$

De esta última ecuación, se obtiene que $z_\alpha = \frac{k-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$. Al despejar k se obtiene $k = \mu_0 + z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Finalmente, la región crítica estará dada por:

$$\text{R.C} = \left\{ \bar{X} \mid \bar{X} > \mu_0 + z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right\} \Leftrightarrow \text{R.C} = \{ Z_C \mid Z_C > z_\alpha \} ,$$

donde, $Z_C = \frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$. Realizando un procedimiento similar, se obtienen las regiones de rechazo para las todas las posibles hipótesis alternativas:

$$\text{R.C} = \begin{cases} Z_C \mid Z_C < -z_\alpha \\ Z_C \mid Z_C > z_\alpha \\ Z_C \mid |Z_C| > z_{\alpha/2} \end{cases} .$$

Pruebas de Hipótesis

Resumén Procedimiento de Prueba de Hipótesis para μ

El procedimiento de Prueba de Hipótesis puede ser reescrito, usando como estadístico de prueba a Z_C en vez de $\bar{X}$.

Resumén Procedimiento de Prueba de Hipótesis para μ

El procedimiento de Prueba de Hipótesis puede ser reescrito, usando como estadístico de prueba a Z_C en vez de $\bar{X}$. En resumen obtenemos:

Resumén Procedimiento de Prueba de Hipótesis para μ

El procedimiento de Prueba de Hipótesis puede ser reescrito, usando como estadístico de prueba a Z_C en vez de $\bar{X}$. En resumen obtenemos:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{vs} \qquad H_a : \begin{cases} \mu < \mu_0 \\ \mu > \mu_0 \\ \mu \neq \mu_0 \end{cases} .$$

Resumén Procedimiento de Prueba de Hipótesis para μ

El procedimiento de Prueba de Hipótesis puede ser reescrito, usando como estadístico de prueba a Z_C en vez de $\bar{X}$. En resumen obtenemos:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{vs} \qquad H_a : \begin{cases} \mu < \mu_0 \\ \mu > \mu_0 \\ \mu \neq \mu_0 \end{cases} .$$

Estadístico de Prueba:

Resumén Procedimiento de Prueba de Hipótesis para μ

El procedimiento de Prueba de Hipótesis puede ser reescrito, usando como estadístico de prueba a Z_C en vez de $\bar{X}$. En resumen obtenemos:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{vs} \qquad H_a : \begin{cases} \mu < \mu_0 \\ \mu > \mu_0 \\ \mu \neq \mu_0 \end{cases} .$$

Estadístico de Prueba:

$$Z_C = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} .$$

Resumén Procedimiento de Prueba de Hipótesis para μ

El procedimiento de Prueba de Hipótesis puede ser reescrito, usando como estadístico de prueba a Z_C en vez de $\bar{X}$. En resumen obtenemos:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{vs} \qquad H_a : \begin{cases} \mu < \mu_0 \\ \mu > \mu_0 \\ \mu \neq \mu_0 \end{cases} .$$

Estadístico de Prueba:

$$Z_C = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} .$$

Región Crítica:

$$\begin{cases} Z_C \mid Z_C < -Z_\alpha \\ Z_C \mid Z_C > Z_\alpha \\ Z_C \mid |Z_C| > Z_{\alpha/2} \end{cases} .$$

Resumén Procedimiento de Prueba de Hipótesis para μ

El procedimiento de Prueba de Hipótesis puede ser reescrito, usando como estadístico de prueba a Z_C en vez de $\bar{X}$. En resumen obtenemos:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{vs} \qquad H_a : \begin{cases} \mu < \mu_0 \\ \mu > \mu_0 \\ \mu \neq \mu_0 \end{cases} .$$

Estadístico de Prueba:

$$Z_C = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} .$$

Región Crítica:

$$\begin{cases} Z_C \mid Z_C < -Z_\alpha \\ Z_C \mid Z_C > Z_\alpha \\ Z_C \mid |Z_C| > Z_{\alpha/2} \end{cases} .$$

Si σ^2 es desconocida, se usa S^2 y el respectivo estadístico de prueba sería $Z_C = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$.

Ejemplo 91

Se estudia el rendimiento de un proceso químico.

Ejemplo 91

Se estudia el rendimiento de un proceso químico. Con base en la observación de 50 dias se obtuvo un rendimiento promedio del $90.33\,\%$ con una desviación estándar de $1.1611\,\%$.

Ejemplo 91

Se estudia el rendimiento de un proceso químico. Con base en la observación de 50 dias se obtuvo un rendimiento promedio del $90.33\,\%$ con una desviación estándar de $1.1611\,\%$. ¿Se puede afirmar que el rendimiento real del proceso es superior al $90\,\%$? Use un $\alpha = 0.05$.

Ejemplo 91

Se estudia el rendimiento de un proceso químico. Con base en la observación de 50 dias se obtuvo un rendimiento promedio del $90.33\,\%$ con una desviación estándar de $1.1611\,\%$. ¿Se puede afirmar que el rendimiento real del proceso es superior al $90\,\%$? Use un $\alpha = 0.05$.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{50}$ una m.a. que representa los rendimientos de 50 dias.

Ejemplo 91

Se estudia el rendimiento de un proceso químico. Con base en la observación de 50 dias se obtuvo un rendimiento promedio del $90.33\,\%$ con una desviación estándar de $1.1611\,\%$. ¿Se puede afirmar que el rendimiento real del proceso es superior al $90\,\%$? Use un $\alpha = 0.05$.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{50}$ una m.a. que representa los rendimientos de 50 dias. Suponga que $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$ ambas desconocidas.

Ejemplo 91

Se estudia el rendimiento de un proceso químico. Con base en la observación de 50 dias se obtuvo un rendimiento promedio del $90.33\,\%$ con una desviación estándar de $1.1611\,\%$. ¿Se puede afirmar que el rendimiento real del proceso es superior al $90\,\%$? Use un $\alpha = 0.05$.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{50}$ una m.a. que representa los rendimientos de 50 dias. Suponga que $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$ ambas desconocidas. De la información se tiene que $\bar{X} = 90.33$ y $s = 1.1611$.

Ejemplo 91

Se estudia el rendimiento de un proceso químico. Con base en la observación de 50 dias se obtuvo un rendimiento promedio del $90.33\,\%$ con una desviación estándar de $1.1611\,\%$. ¿Se puede afirmar que el rendimiento real del proceso es superior al $90\,\%$? Use un $\alpha = 0.05$.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{50}$ una m.a. que representa los rendimientos de 50 dias. Suponga que $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$ ambas desconocidas. De la información se tiene que $\bar{X} = 90.33$ y $s = 1.1611$. Las hipótesis a probar son:

Ejemplo 91

Se estudia el rendimiento de un proceso químico. Con base en la observación de 50 dias se obtuvo un rendimiento promedio del $90.33\,\%$ con una desviación estándar de $1.1611\,\%$. ¿Se puede afirmar que el rendimiento real del proceso es superior al $90\,\%$? Use un $\alpha = 0.05$.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{50}$ una m.a. que representa los rendimientos de 50 dias. Suponga que $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$ ambas desconocidas. De la información se tiene que $\bar{X} = 90.33$ y $s = 1.1611$. Las hipótesis a probar son:

$$H_0 \,:\, \mu = 90 \quad \text{vs} \quad H_a \,:\, \mu > 90\,.$$

Pruebas de Hipótesis

Ejemplo 91

Se estudia el rendimiento de un proceso químico. Con base en la observación de 50 dias se obtuvo un rendimiento promedio del $90.33\,\%$ con una desviación estándar de $1.1611\,\%$. ¿Se puede afirmar que el rendimiento real del proceso es superior al $90\,\%$? Use un $\alpha = 0.05$.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{50}$ una m.a. que representa los rendimientos de 50 dias. Suponga que $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$ ambas desconocidas. De la información se tiene que $\bar{X} = 90.33$ y $s = 1.1611$. Las hipótesis a probar son:

$$H_0 \;:\; \mu = 90 \quad \text{vs} \quad H_a \;:\; \mu > 90 \,.$$

El estadístico de prueba bajo H_0 es de la forma:

Ejemplo 91

Se estudia el rendimiento de un proceso químico. Con base en la observación de 50 dias se obtuvo un rendimiento promedio del $90.33\,\%$ con una desviación estándar de $1.1611\,\%$. ¿Se puede afirmar que el rendimiento real del proceso es superior al $90\,\%$? Use un $\alpha = 0.05$.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{50}$ una m.a. que representa los rendimientos de 50 dias. Suponga que $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$ ambas desconocidas. De la información se tiene que $\bar{X} = 90.33$ y $s = 1.1611$. Las hipótesis a probar son:

$$H_0 \,:\, \mu = 90 \quad \text{vs} \quad H_a \,:\, \mu > 90 \,.$$

El estadístico de prueba bajo H_0 es de la forma:

$$Z_C = \frac{\bar{X} - 90}{\frac{s}{\sqrt{50}}} \sim n(0,\, 1) \quad ; \quad \alpha = 0.05 \,.$$

La región Crítica está dada por:

La región Crítica está dada por: $\{\, Z_C \mid Z_C > z_{0.05} \,\}$.

La región Crítica está dada por: $\{ Z_C \mid Z_C > z_{0.05} \}$.

Usando R se tiene que $z_{0.05} = 1.64$. Así, la Región Critica será: $\{Z_C \mid Z_C > 1.64\}$.

Pruebas de Hipótesis

La región Crítica está dada por: $\{\, Z_C \mid Z_C > z_{0.05} \,\}$.

Usando R se tiene que $z_{0.05} = 1.64$. Así, la Región Critica será: $\{Z_C \mid Z_C > 1.64\,\}$.

Ahora $Z_C = \frac{90.33-90}{1.1611/\sqrt{50}} = 2.01$. Como $Z_C > 1.64$, se rechaza H_0 (es decir $\mu > 90$) y se concluye que, según la información registrada, el rendimiento medio del proceso es superior al $90\,\%$.

La región Crítica está dada por: $\{ Z_C \mid Z_C > z_{0.05} \}$.

Usando R se tiene que $z_{0.05} = 1.64$. Así, la Región Critica será: $\{Z_C \mid Z_C > 1.64\}$.

Ahora $Z_C = \frac{90.33-90}{1.1611/\sqrt{50}} = 2.01$. Como $Z_C > 1.64$, se rechaza H_0 (es decir $\mu > 90$) y se concluye que, según la información registrada, el rendimiento medio del proceso es superior al $90\,\%$.

Selección del nivel de significancia α

Observe que la decisión de rechazar, está ligada al nivel de significancia asumido previamente por el investigador.

La región Crítica está dada por: $\{ Z_C \mid Z_C > z_{0.05} \}$.

Usando R se tiene que $z_{0.05} = 1.64$. Así, la Región Critica será: $\{Z_C \mid Z_C > 1.64 \}$.

Ahora $Z_C = \frac{90.33-90}{1.1611/\sqrt{50}} = 2.01$. Como $Z_C > 1.64$, se rechaza H_0 (es decir $\mu > 90$) y se concluye que, según la información registrada, el rendimiento medio del proceso es superior al $90\,\%$.

Selección del nivel de significancia α

Observe que la decisión de rechazar, está ligada al nivel de significancia asumido previamente por el investigador. Esto puede ser un problema, debido a que si el α es muy pequeño, es posible que no se pueda rechazar H_0; igualmente si α es grande, la hipótesis H_0 siempre se rechazaría.

La región Crítica está dada por: $\{\, Z_C \mid Z_C > z_{0.05} \,\}$.

Usando R se tiene que $z_{0.05} = 1.64$. Así, la Región Critica será: $\{Z_C \mid Z_C > 1.64\,\}$.

Ahora $Z_C = \frac{90.33-90}{1.1611/\sqrt{50}} = 2.01$. Como $Z_C > 1.64$, se rechaza H_0 (es decir $\mu > 90$) y se concluye que, según la información registrada, el rendimiento medio del proceso es superior al $90\,\%$.

Selección del nivel de significancia α

Observe que la decisión de rechazar, está ligada al nivel de significancia asumido previamente por el investigador. Esto puede ser un problema, debido a que si el α es muy pequeño, es posible que no se pueda rechazar H_0; igualmente si α es grande, la hipótesis H_0 siempre se rechazaría. Veamos el efecto que tienen modificar el valor de α para este ejemplo.

La región Crítica está dada por: $\{ Z_C \mid Z_C > z_{0.05} \}$.

Usando R se tiene que $z_{0.05} = 1.64$. Así, la Región Critica será: $\{Z_C \mid Z_C > 1.64\}$.

Ahora $Z_C = \frac{90.33-90}{1.1611/\sqrt{50}} = 2.01$. Como $Z_C > 1.64$, se rechaza H_0 (es decir $\mu > 90$) y se concluye que, según la información registrada, el rendimiento medio del proceso es superior al $90\,\%$.

Selección del nivel de significancia α

Observe que la decisión de rechazar, está ligada al nivel de significancia asumido previamente por el investigador. Esto puede ser un problema, debido a que si el α es muy pequeño, es posible que no se pueda rechazar H_0; igualmente si α es grande, la hipótesis H_0 siempre se rechazaría. Veamos el efecto que tienen modificar el valor de α para este ejemplo.

Pruebas de Hipótesis

Si $\alpha = 0.03$ entonces $z_{0.03} = 1.88$ y así $R.C = \{Z_C \,|\, Z_C > 1.88\}$

Pruebas de Hipótesis

Si $\alpha = 0.03$ entonces $z_{0.03} = 1.88$ y así $R.C = \{Z_C \mid Z_C > 1.88\}$
Si $\alpha = 0.025$ entonces $z_{0.025} = 1.96$ y así $R.C = \{Z_C \mid Z_C > 1.96\}$

Si $\alpha = 0.03$ entonces $z_{0.03} = 1.88$ y así $R.C = \{Z_C \mid Z_C > 1.88\}$
Si $\alpha = 0.025$ entonces $z_{0.025} = 1.96$ y así $R.C = \{Z_C \mid Z_C > 1.96\}$
Si $\alpha = 0.02$ entonces $z_{0.02} = 2.05$ y así $R.C = \{Z_C \mid Z_C > 2.05\}$

Si $\alpha = 0.03$ entonces $z_{0.03} = 1.88$ y así $R.C = \{Z_C \,|\, Z_C > 1.88\}$
Si $\alpha = 0.025$ entonces $z_{0.025} = 1.96$ y así $R.C = \{Z_C \,|\, Z_C > 1.96\}$
Si $\alpha = 0.02$ entonces $z_{0.02} = 2.05$ y así $R.C = \{Z_C \,|\, Z_C > 2.05\}$
Si $\alpha = 0.01$ entonces $z_{0.01} = 2.33$ y así $R.C = \{Z_C \,|\, Z_C > 2.33\}$.

Si $\alpha = 0.03$ entonces $z_{0.03} = 1.88$ y así $R.C = \{Z_C \mid Z_C > 1.88\}$
Si $\alpha = 0.025$ entonces $z_{0.025} = 1.96$ y así $R.C = \{Z_C \mid Z_C > 1.96\}$
Si $\alpha = 0.02$ entonces $z_{0.02} = 2.05$ y así $R.C = \{Z_C \mid Z_C > 2.05\}$
Si $\alpha = 0.01$ entonces $z_{0.01} = 2.33$ y así $R.C = \{Z_C \mid Z_C > 2.33\}$.

Observe que si $\alpha \leq 0.02$ ya no es posible rechazar H_0.

Si $\alpha = 0.03$ entonces $z_{0.03} = 1.88$ y así $R.C = \{Z_C \,|\, Z_C > 1.88\}$
Si $\alpha = 0.025$ entonces $z_{0.025} = 1.96$ y así $R.C = \{Z_C \,|\, Z_C > 1.96\}$
Si $\alpha = 0.02$ entonces $z_{0.02} = 2.05$ y así $R.C = \{Z_C \,|\, Z_C > 2.05\}$
Si $\alpha = 0.01$ entonces $z_{0.01} = 2.33$ y así $R.C = \{Z_C \,|\, Z_C > 2.33\}$.

Observe que si $\alpha \leq 0.02$ ya no es posible rechazar H_0. En la siguiente gráfica se observa esa situación.

Si $\alpha = 0.03$ entonces $z_{0.03} = 1.88$ y así $R.C = \{Z_C \mid Z_C > 1.88\}$
Si $\alpha = 0.025$ entonces $z_{0.025} = 1.96$ y así $R.C = \{Z_C \mid Z_C > 1.96\}$
Si $\alpha = 0.02$ entonces $z_{0.02} = 2.05$ y así $R.C = \{Z_C \mid Z_C > 2.05\}$
Si $\alpha = 0.01$ entonces $z_{0.01} = 2.33$ y así $R.C = \{Z_C \mid Z_C > 2.33\}$.

Observe que si $\alpha \leq 0.02$ ya no es posible rechazar H_0. En la siguiente gráfica se observa esa situación.

Valor P

Observe que $P(Z > Z_C) = P(Z > 2.01) = 0.022$.

Valor P

Observe que $P(Z > Z_C) = P(Z > 2.01) = 0.022$. En este caso si $\alpha <= 0.022$ el valor de z_α estará más a la derecha de $Z_C = 2.01$ y por lo tanto no será posible rechazar H_0.

Valor P

Observe que $P(Z > Z_C) = P(Z > 2.01) = 0.022$. En este caso si $\alpha <= 0.022$ el valor de z_α estará más a la derecha de $Z_C = 2.01$ y por lo tanto no será posible rechazar H_0. Mientras que si $\alpha > 0.022$, se puede rechazar H_0.

Valor P

Observe que $P(Z > Z_C) = P(Z > 2.01) = 0.022$. En este caso si $\alpha <= 0.022$ el valor de z_α estará más a la derecha de $Z_C = 2.01$ y por lo tanto no será posible rechazar H_0. Mientras que si $\alpha > 0.022$, se puede rechazar H_0. Por lo tanto, en este juego de hipótesis, la clave está en calcular el área a la derecha de Z_C.

Valor P

Observe que $P(Z > Z_C) = P(Z > 2.01) = 0.022$. En este caso si $\alpha <= 0.022$ el valor de z_α estará más a la derecha de $Z_C = 2.01$ y por lo tanto no será posible rechazar H_0. Mientras que si $\alpha > 0.022$, se puede rechazar H_0. Por lo tanto, en este juego de hipótesis, la clave está en calcular el área a la derecha de Z_C. Esta área puede verse como un nivel de referencia para α.

Pruebas de Hipótesis

Valor P

Observe que $P(Z > Z_C) = P(Z > 2.01) = 0.022$. En este caso si $\alpha <= 0.022$ el valor de z_α estará más a la derecha de $Z_C = 2.01$ y por lo tanto no será posible rechazar H_0. Mientras que si $\alpha > 0.022$, se puede rechazar H_0. Por lo tanto, en este juego de hipótesis, la clave está en calcular el área a la derecha de Z_C. Esta área puede verse como un nivel de referencia para α.

Por lo tanto, si el nivel de referencia es pequeño, significaría que la probabilidad de error Tipo I, también lo sería y podemos decir que la información muestral es suficiente para rechazar H_0.

Valor P

Observe que $P(Z > Z_C) = P(Z > 2.01) = 0.022$. En este caso si $\alpha <= 0.022$ el valor de z_α estará más a la derecha de $Z_C = 2.01$ y por lo tanto no será posible rechazar H_0. Mientras que si $\alpha > 0.022$, se puede rechazar H_0. Por lo tanto, en este juego de hipótesis, la clave está en calcular el área a la derecha de Z_C. Esta área puede verse como un nivel de referencia para α.

Por lo tanto, si el nivel de referencia es pequeño, significaría que la probabilidad de error Tipo I, también lo sería y podemos decir que la información muestral es suficiente para rechazar H_0. Por el contrario si el nivel de referencia es grande, significaría que la información no es suficiente para rechazar H_0 y se debería asumir como cierta, a la luz de los datos recolectados.

Valor P

Observe que $P(Z > Z_C) = P(Z > 2.01) = 0.022$. En este caso si $\alpha <= 0.022$ el valor de z_α estará más a la derecha de $Z_C = 2.01$ y por lo tanto no será posible rechazar H_0. Mientras que si $\alpha > 0.022$, se puede rechazar H_0. Por lo tanto, en este juego de hipótesis, la clave está en calcular el área a la derecha de Z_C. Esta área puede verse como un nivel de referencia para α.

Por lo tanto, si el nivel de referencia es pequeño, significaría que la probabilidad de error Tipo I, también lo sería y podemos decir que la información muestral es suficiente para rechazar H_0. Por el contrario si el nivel de referencia es grande, significaría que la información no es suficiente para rechazar H_0 y se debería asumir como cierta, a la luz de los datos recolectados.

Así las cosas, el cálculo de este nivel de referencia (que depende exclusivamente de los datos y del Estadístico de prueba), es una herramienta útil para tomar una decisión, sin depender del nivel α seleccionado.

Valor P

Observe que $P(Z > Z_C) = P(Z > 2.01) = 0.022$. En este caso si $\alpha <= 0.022$ el valor de z_α estará más a la derecha de $Z_C = 2.01$ y por lo tanto no será posible rechazar H_0. Mientras que si $\alpha > 0.022$, se puede rechazar H_0. Por lo tanto, en este juego de hipótesis, la clave está en calcular el área a la derecha de Z_C. Esta área puede verse como un nivel de referencia para α.

Por lo tanto, si el nivel de referencia es pequeño, significaría que la probabilidad de error Tipo I, también lo sería y podemos decir que la información muestral es suficiente para rechazar H_0. Por el contrario si el nivel de referencia es grande, significaría que la información no es suficiente para rechazar H_0 y se debería asumir como cierta, a la luz de los datos recolectados.

Así las cosas, el cálculo de este nivel de referencia (que depende exclusivamente de los datos y del Estadístico de prueba), es una herramienta útil para tomar una decisión, sin depender del nivel α seleccionado. Este nivel de referencia se conoce como **Valor P** de la prueba.

Valor P

Este valor es usualmente denotado Vp.

Valor P

Este valor es usualmente denotado Vp. En este caso particular, el Valor P se obtiene como:

Valor P

Este valor es usualmente denotado Vp. En este caso particular, el Valor P se obtiene como:

$$Vp = P(Z > 2.01) = 0.022\ .$$

Esta probabilidad puede interpretarse como "La probabilidad de equivocarnos al rechazar la hipótesis nula, usando la información muestral".

Valor P

Este valor es usualmente denotado Vp. En este caso particular, el Valor P se obtiene como:

$$Vp = P(Z > 2.01) = 0.022 \, .$$

Esta probabilidad puede interpretarse como "La probabilidad de equivocarnos al rechazar la hipótesis nula, usando la información muestral". Si este valor es pequeño, rechazamos H_0 con seguridad; si es grande, no se debe rechazar H_0.

Valor P

Este valor es usualmente denotado Vp. En este caso particular, el Valor P se obtiene como:

$$Vp = P(Z > 2.01) = 0.022\ .$$

Esta probabilidad puede interpretarse como "La probabilidad de equivocarnos al rechazar la hipótesis nula, usando la información muestral". Si este valor es pequeño, rechazamos H_0 con seguridad; si es grande, no se debe rechazar H_0.

Para el ejemplo, el Valor P es 0.022 y si se considera que este error es pequeño (representaría un error porcentual del $2.2\,\%$), entonces se rechaza H_0 y se concluye que con base en la información recolectada, se puede afirmar que el rendimiento medio del proceso es superior al $90\,\%$.

Valor P

Este valor es usualmente denotado Vp. En este caso particular, el Valor P se obtiene como:

$$Vp = P(Z > 2.01) = 0.022 \, .$$

Esta probabilidad puede interpretarse como "La probabilidad de equivocarnos al rechazar la hipótesis nula, usando la información muestral". Si este valor es pequeño, rechazamos H_0 con seguridad; si es grande, no se debe rechazar H_0.

Para el ejemplo, el Valor P es 0.022 y si se considera que este error es pequeño (representaría un error porcentual del $2.2\,\%$), entonces se rechaza H_0 y se concluye que con base en la información recolectada, se puede afirmar que el rendimiento medio del proceso es superior al $90\,\%$.

El Valor P dependerá exclusivamente del juego de Hipótesis que se plantean.

Pruebas de Hipótesis

Valor P

Este valor es usualmente denotado Vp. En este caso particular, el Valor P se obtiene como:

$$Vp = P(Z > 2.01) = 0.022\ .$$

Esta probabilidad puede interpretarse como "La probabilidad de equivocarnos al rechazar la hipótesis nula, usando la información muestral". Si este valor es pequeño, rechazamos H_0 con seguridad; si es grande, no se debe rechazar H_0.

Para el ejemplo, el Valor P es 0.022 y si se considera que este error es pequeño (representaría un error porcentual del $2.2\,\%$), entonces se rechaza H_0 y se concluye que con base en la información recolectada, se puede afirmar que el rendimiento medio del proceso es superior al $90\,\%$.

El Valor P dependerá exclusivamente del juego de Hipótesis que se plantean. Como este valor se usa para definir si se reachaza o no la hipótesis Nula, entonces su cálculo estará asociado a la hipótesis alterna.

Valor P

Valor P

Para el caso de Pruebas de hipótesis para la media de muestras que no provienen de una distribución Normal, se tiene:

Valor P

Para el caso de Pruebas de hipótesis para la media de muestras que no provienen de una distribución Normal, se tiene:

$$H_0 : \mu \geq \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu < \mu_0 \quad : \quad Vp = P(Z < Z_C) \ .$$

Valor P

Para el caso de Pruebas de hipótesis para la media de muestras que no provienen de una distribución Normal, se tiene:

$$H_0 : \mu \geq \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu < \mu_0 \quad : \quad Vp = P(Z < Z_C) \, .$$

$$H_0 : \mu \leq \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu > \mu_0 \quad : \quad Vp = P(Z > Z_C) \, .$$

Pruebas de Hipótesis

Valor P

Para el caso de Pruebas de hipótesis para la media de muestras que no provienen de una distribución Normal, se tiene:

$$H_0 : \mu \geq \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu < \mu_0 \quad : \quad Vp = P(Z < Z_C)\,.$$

$$H_0 : \mu \leq \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu > \mu_0 \quad : \quad Vp = P(Z > Z_C)\,.$$

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu \neq \mu_0 \quad : \quad Vp = P(|Z| > |Z_C|)\,.$$

Ejemplo 92

En cierta comunidad historicamente se sabe que la estatura media de los hombres entre los 18 y 25 años está alrededor de los 172cm.

Valor P

Para el caso de Pruebas de hipótesis para la media de muestras que no provienen de una distribución Normal, se tiene:

$$H_0 : \mu \geq \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu < \mu_0 \quad : \quad Vp = P(Z < Z_C) \, .$$

$$H_0 : \mu \leq \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu > \mu_0 \quad : \quad Vp = P(Z > Z_C) \, .$$

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu \neq \mu_0 \quad : \quad Vp = P(|Z| > |Z_C|) \, .$$

Ejemplo 92

En cierta comunidad historicamente se sabe que la estatura media de los hombres entre los 18 y 25 años está alrededor de los 172cm. Un antropólogo afirma que dicho valor se ha incrementado.

Valor P

Para el caso de Pruebas de hipótesis para la media de muestras que no provienen de una distribución Normal, se tiene:

$$H_0 : \mu \geq \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu < \mu_0 \quad : \quad Vp = P(Z < Z_C)\,.$$

$$H_0 : \mu \leq \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu > \mu_0 \quad : \quad Vp = P(Z > Z_C)\,.$$

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu \neq \mu_0 \quad : \quad Vp = P(|Z| > |Z_C|)\,.$$

Ejemplo 92

En cierta comunidad historicamente se sabe que la estatura media de los hombres entre los 18 y 25 años está alrededor de los 172cm. Un antropólogo afirma que dicho valor se ha incrementado. Para verificarlo se toma una muestra aleatoria de 100 hombres con las mismas condiciones de edad y se miden sus respectivas estaturas.

Pruebas de Hipótesis

Valor P

Para el caso de Pruebas de hipótesis para la media de muestras que no provienen de una distribución Normal, se tiene:

$$H_0 : \mu \geq \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu < \mu_0 \quad : \quad Vp = P(Z < Z_C) \, .$$

$$H_0 : \mu \leq \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu > \mu_0 \quad : \quad Vp = P(Z > Z_C) \, .$$

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu \neq \mu_0 \quad : \quad Vp = P(|Z| > |Z_C|) \, .$$

Ejemplo 92

En cierta comunidad historicamente se sabe que la estatura media de los hombres entre los 18 y 25 años está alrededor de los 172cm. Un antropólogo afirma que dicho valor se ha incrementado. Para verificarlo se toma una muestra aleatoria de 100 hombres con las mismas condiciones de edad y se miden sus respectivas estaturas. De estas mediciones se obtiene que la estatura promedio es de 172.6cm con una deviación estándar de 2.32cm.

Pruebas de Hipótesis

Valor P

Para el caso de Pruebas de hipótesis para la media de muestras que no provienen de una distribución Normal, se tiene:

$$H_0 : \mu \geq \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu < \mu_0 \quad : \quad Vp = P(Z < Z_C)\,.$$

$$H_0 : \mu \leq \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu > \mu_0 \quad : \quad Vp = P(Z > Z_C)\,.$$

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu \neq \mu_0 \quad : \quad Vp = P(|Z| > |Z_C|)\,.$$

Ejemplo 92

En cierta comunidad historicamente se sabe que la estatura media de los hombres entre los 18 y 25 años está alrededor de los 172cm. Un antropólogo afirma que dicho valor se ha incrementado. Para verificarlo se toma una muestra aleatoria de 100 hombres con las mismas condiciones de edad y se miden sus respectivas estaturas. De estas mediciones se obtiene que la estatura promedio es de 172.6cm con una deviación estándar de 2.32cm. ¿Es cierta la afirmación del Antropólogo? Use el Valor P para concluir.

Solución

Sea $X_1, X_2, \ldots, X_{100}$ una muestra aleatoria que representa las estaturas de los 100 hombres escogidos aleatoriamente de dicha comunidad.

Solución

Sea $X_1, X_2, \ldots, X_{100}$ una muestra aleatoria que representa las estaturas de los 100 hombres escogidos aleatoriamente de dicha comunidad. Suponga que $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$, para $i = 1, 2, \ldots, 100$, donde μ y σ^2 son desconocidas.

Pruebas de Hipótesis

Solución

Sea $X_1, X_2, \ldots, X_{100}$ una muestra aleatoria que representa las estaturas de los 100 hombres escogidos aleatoriamente de dicha comunidad. Suponga que $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$, para $i = 1, 2, \ldots, 100$, donde μ y σ^2 son desconocidas. Las hipótesis a probar son:

Pruebas de Hipótesis

Solución

Sea $X_1, X_2, \ldots, X_{100}$ una muestra aleatoria que representa las estaturas de los 100 hombres escogidos aleatoriamente de dicha comunidad. Suponga que $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$, para $i = 1, 2, \ldots, 100$, donde μ y σ^2 son desconocidas. Las hipótesis a probar son:

$$H_0 : \mu \leq 172 \quad vs \quad H_1 : \mu > 172 \, .$$

Solución

Sea $X_1, X_2, \ldots, X_{100}$ una muestra aleatoria que representa las estaturas de los 100 hombres escogidos aleatoriamente de dicha comunidad. Suponga que $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$, para $i = 1, 2, \ldots, 100$, donde μ y σ^2 son desconocidas. Las hipótesis a probar son:

$$H_0 : \mu \leq 172 \quad vs \quad H_1 : \mu > 172 \,.$$

Como la distribución e esta muestra es desconocida, pero $n = 100$ puede considerarse un tamaño 'grande', entonces Usando el T.L.C, el estadístico de prueba, bajo H_0 cierta, será:

Solución

Sea $X_1,\, X_2,\, \ldots,\, X_{100}$ una muestra aleatoria que representa las estaturas de los 100 hombres escogidos aleatoriamente de dicha comunidad. Suponga que $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$, para $i = 1,\, 2,\, \ldots,\, 100$, donde μ y σ^2 son desconocidas. Las hipótesis a probar son:

$$H_0 : \mu \leq 172 \quad vs \quad H_1 : \mu > 172\ .$$

Como la distribución e esta muestra es desconocida, pero $n = 100$ puede considerarse un tamaño 'grande', entonces Usando el T.L.C, el estadístico de prueba, bajo H_0 cierta, será:

$$Z_C = \frac{\bar{X} - 172}{s/\sqrt{100}} \ \underset{TLC}{\sim}\ n(0,1)\ .$$

Solución

Sea $X_1, X_2, \ldots, X_{100}$ una muestra aleatoria que representa las estaturas de los 100 hombres escogidos aleatoriamente de dicha comunidad. Suponga que $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$, para $i = 1, 2, \ldots, 100$, donde μ y σ^2 son desconocidas. Las hipótesis a probar son:

$$H_0 : \mu \leq 172 \quad vs \quad H_1 : \mu > 172 \; .$$

Como la distribución e esta muestra es desconocida, pero $n = 100$ puede considerarse un tamaño 'grande', entonces Usando el T.L.C, el estadístico de prueba, bajo H_0 cierta, será:

$$Z_C = \frac{\bar{X} - 172}{s/\sqrt{100}} \underset{TLC}{\sim} n(0,1) \; .$$

Usando la información muestral se tiene que: $Z_C = \frac{172.6-172}{2.32/\sqrt{100}} = 2.59$.

Solución

Sea $X_1, X_2, \ldots, X_{100}$ una muestra aleatoria que representa las estaturas de los 100 hombres escogidos aleatoriamente de dicha comunidad. Suponga que $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$, para $i = 1, 2, \ldots, 100$, donde μ y σ^2 son desconocidas. Las hipótesis a probar son:

$$H_0 : \mu \leq 172 \quad vs \quad H_1 : \mu > 172 \ .$$

Como la distribución e esta muestra es desconocida, pero $n = 100$ puede considerarse un tamaño 'grande', entonces Usando el T.L.C, el estadístico de prueba, bajo H_0 cierta, será:

$$Z_C = \frac{\bar{X} - 172}{s/\sqrt{100}} \ \underset{TLC}{\sim} \ n(0,1) \ .$$

Usando la información muestral se tiene que: $Z_C = \frac{172.6-172}{2.32/\sqrt{100}} = 2.59$. El valor P de esta prueba se obtiene como:

Solución

Sea $X_1, X_2, \ldots, X_{100}$ una muestra aleatoria que representa las estaturas de los 100 hombres escogidos aleatoriamente de dicha comunidad. Suponga que $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$, para $i = 1, 2, \ldots, 100$, donde μ y σ^2 son desconocidas. Las hipótesis a probar son:

$$H_0 : \mu \leq 172 \quad vs \quad H_1 : \mu > 172 \ .$$

Como la distribución e esta muestra es desconocida, pero $n = 100$ puede considerarse un tamaño 'grande', entonces Usando el T.L.C, el estadístico de prueba, bajo H_0 cierta, será:

$$Z_C = \frac{\bar{X} - 172}{s/\sqrt{100}} \ \underset{TLC}{\sim} \ n(0,1) \ .$$

Usando la información muestral se tiene que: $Z_C = \frac{172.6-172}{2.32/\sqrt{100}} = 2.59$. El valor P de esta prueba se obtiene como:

$$Vp \approx P(Z > Z_C) = P(Z > 2.59) = 0.0048 \ .$$

Solución

Sea $X_1, X_2, \ldots, X_{100}$ una muestra aleatoria que representa las estaturas de los 100 hombres escogidos aleatoriamente de dicha comunidad. Suponga que $E[X_i] = \mu$ y $Var[X_i] = \sigma^2$, para $i = 1, 2, \ldots, 100$, donde μ y σ^2 son desconocidas. Las hipótesis a probar son:

$$H_0 : \mu \leq 172 \quad vs \quad H_1 : \mu > 172 \, .$$

Como la distribución e esta muestra es desconocida, pero $n = 100$ puede considerarse un tamaño 'grande', entonces Usando el T.L.C, el estadístico de prueba, bajo H_0 cierta, será:

$$Z_C = \frac{\bar{X} - 172}{s/\sqrt{100}} \underset{TLC}{\sim} n(0,1) \, .$$

Usando la información muestral se tiene que: $Z_C = \frac{172.6-172}{2.32/\sqrt{100}} = 2.59$. El valor P de esta prueba se obtiene como:

$$Vp \approx P(Z > Z_C) = P(Z > 2.59) = 0.0048 \, .$$

Dado que esta probabilidad es muy pequeña, se puede rechazar H_0 con seguridad y concluir, que segun la información suministrada por la muestra, la estatura media de los hombres en dicha comunidad, entre los 18 y 25 años, es superior a los 172cm.

Pruebas de Hipótesis para Medias: Muestras aleatorias normales

Si $X_1, \ldots, X_n$ es una m.a. de una $n(\mu, \sigma^2)$, con μ y σ^2 desconocidas, sabemos que $\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$.

Pruebas de Hipótesis para Medias: Muestras aleatorias normales

Si $X_1, \ldots, X_n$ es una m.a. de una $n(\mu, \sigma^2)$, con μ y σ^2 desconocidas, sabemos que $\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$.

Así, si μ_0 es un valor particular de μ, la posibles hipótesis a probra respecto a μ son:

Pruebas de Hipótesis para Medias: Muestras aleatorias normales

Si $X_1, \ldots, X_n$ es una m.a. de una $n(\mu, \sigma^2)$, con μ y σ^2 desconocidas, sabemos que $\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$.

Así, si μ_0 es un valor particular de μ, la posibles hipótesis a probra respecto a μ son:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{vs} \qquad H_1 : \begin{cases} \mu < \mu_0 \\ \mu > \mu_0 \\ \mu \neq \mu_0 \end{cases}$$

Pruebas de Hipótesis para Medias: Muestras aleatorias normales

Si $X_1, \ldots, X_n$ es una m.a. de una $n(\mu, \sigma^2)$, con μ y σ^2 desconocidas, sabemos que $\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$.

Así, si μ_0 es un valor particular de μ, la posibles hipótesis a probra respecto a μ son:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{vs} \qquad H_1 : \begin{cases} \mu < \mu_0 \\ \mu > \mu_0 \\ \mu \neq \mu_0 \end{cases}$$

E.P. Bajo H_0 cierta:

Pruebas de Hipótesis para Medias: Muestras aleatorias normales

Si $X_1, \ldots, X_n$ es una m.a. de una $n(\mu, \sigma^2)$, con μ y σ^2 desconocidas, sabemos que $\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$.

Así, si μ_0 es un valor particular de μ, la posibles hipótesis a probra respecto a μ son:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{vs} \qquad H_1 : \begin{cases} \mu < \mu_0 \\ \mu > \mu_0 \\ \mu \neq \mu_0 \end{cases}$$

E.P. Bajo H_0 cierta:

$$T_C = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1) \, .$$

Pruebas de Hipótesis para Medias: Muestras aleatorias normales

Si $X_1, \ldots, X_n$ es una m.a. de una $n(\mu, \sigma^2)$, con μ y σ^2 desconocidas, sabemos que $\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$.

Así, si μ_0 es un valor particular de μ, la posibles hipótesis a probra respecto a μ son:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{vs} \qquad H_1 : \begin{cases} \mu < \mu_0 \\ \mu > \mu_0 \\ \mu \neq \mu_0 \end{cases}$$

E.P. Bajo H_0 cierta:

$$T_C = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1) \; .$$

Para α dado la respectiva región Crítica y los cálculos de valores P son:

Pruebas de Hipótesis para Medias: Muestras aleatorias normales

Si $X_1, \ldots, X_n$ es una m.a. de una $n(\mu, \sigma^2)$, con μ y σ^2 desconocidas, sabemos que $\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$.

Así, si μ_0 es un valor particular de μ, la posibles hipótesis a probra respecto a μ son:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{vs} \qquad H_1 : \begin{cases} \mu < \mu_0 \\ \mu > \mu_0 \\ \mu \neq \mu_0 \end{cases}$$

E.P. Bajo H_0 cierta:

$$T_C = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1) \,.$$

Para α dado la respectiva región Crítica y los cálculos de valores P son:

$$RC = \begin{cases} T_C \mid T_C < -t_\alpha(n-1) \\ T_C \mid T_C > \ \ t_\alpha(n-1) \\ T_C \mid |T_C| > t_{\alpha/2}(n-1) \end{cases} \quad ; \quad Vp = \begin{cases} P(\, t(n-1) < T_C \,) \\ P(\, t(n-1) > T_C \,) \\ P\,(\, |t(n-1)| > |T_C| \,) \end{cases} \,.$$

Ejemplo 93

Se estudia el rendimiento de un proceso químico. Suponga que el rendimiento del proceso es una v.a. normal $n(\mu, \sigma^2)$ con μ y σ^2 desconocidas.

Ejemplo 93

Se estudia el rendimiento de un proceso químico. Suponga que el rendimiento del proceso es una v.a. normal $n(\mu, \sigma^2)$ con μ y σ^2 desconocidas. Al observar el rendimiento diario en los siguientes 20 dias, se obtuvo un rendimiento promedio de $90.52\,\%$ y una desviación estándar de $1.23\,\%$.

Ejemplo 93

Se estudia el rendimiento de un proceso químico. Suponga que el rendimiento del proceso es una v.a. normal $n(\mu, \sigma^2)$ con μ y σ^2 desconocidas. Al observar el rendimiento diario en los siguientes 20 dias, se obtuvo un rendimiento promedio de $90.52\,\%$ y una desviación estándar de $1.23\,\%$. ¿Se puede afirmar que el rendimiento medio real del proceso es superior al $90\,\%$?

Ejemplo 93

Se estudia el rendimiento de un proceso químico. Suponga que el rendimiento del proceso es una v.a. normal $n(\mu, \sigma^2)$ con μ y σ^2 desconocidas. Al observar el rendimiento diario en los siguientes 20 dias, se obtuvo un rendimiento promedio de $90.52\,\%$ y una desviación estándar de $1.23\,\%$. ¿Se puede afirmar que el rendimiento medio real del proceso es superior al $90\,\%$?

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{20}$ una m.a. que representa los rendimientos del proceso en los 20 dias registrados.

Ejemplo 93

Se estudia el rendimiento de un proceso químico. Suponga que el rendimiento del proceso es una v.a. normal $n(\mu, \sigma^2)$ con μ y σ^2 desconocidas. Al observar el rendimiento diario en los siguientes 20 dias, se obtuvo un rendimiento promedio de $90.52\,\%$ y una desviación estándar de $1.23\,\%$. ¿Se puede afirmar que el rendimiento medio real del proceso es superior al $90\,\%$?

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{20}$ una m.a. que representa los rendimientos del proceso en los 20 dias registrados. Del enunciado se tiene que $X_i \sim n(\mu, \sigma^2)$.

Ejemplo 93

Se estudia el rendimiento de un proceso químico. Suponga que el rendimiento del proceso es una v.a. normal $n(\mu, \sigma^2)$ con μ y σ^2 desconocidas. Al observar el rendimiento diario en los siguientes 20 dias, se obtuvo un rendimiento promedio de $90.52\,\%$ y una desviación estándar de $1.23\,\%$. ¿Se puede afirmar que el rendimiento medio real del proceso es superior al $90\,\%$?

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{20}$ una m.a. que representa los rendimientos del proceso en los 20 dias registrados. Del enunciado se tiene que $X_i \sim n(\mu, \sigma^2)$. Para verificar la afirmación propuesta, las hipótesis a contrastar son:

Ejemplo 93

Se estudia el rendimiento de un proceso químico. Suponga que el rendimiento del proceso es una v.a. normal $n(\mu,\, \sigma^2)$ con μ y σ^2 desconocidas. Al observar el rendimiento diario en los siguientes 20 dias, se obtuvo un rendimiento promedio de $90.52\,\%$ y una desviación estándar de $1.23\,\%$. ¿Se puede afirmar que el rendimiento medio real del proceso es superior al $90\,\%$?

Solución

Sea $X_1,\, \ldots,\, X_{20}$ una m.a. que representa los rendimientos del proceso en los 20 dias registrados. Del enunciado se tiene que $X_i \sim n(\mu,\, \sigma^2)$. Para verificar la afirmación propuesta, las hipótesis a contrastar son:

$$H_0 : \mu = 90 \quad \text{vs} \quad H_1 : \mu > 90\ .$$

Ejemplo 93

Se estudia el rendimiento de un proceso químico. Suponga que el rendimiento del proceso es una v.a. normal $n(\mu, \sigma^2)$ con μ y σ^2 desconocidas. Al observar el rendimiento diario en los siguientes 20 dias, se obtuvo un rendimiento promedio de $90.52\,\%$ y una desviación estándar de $1.23\,\%$. ¿Se puede afirmar que el rendimiento medio real del proceso es superior al $90\,\%$?

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{20}$ una m.a. que representa los rendimientos del proceso en los 20 dias registrados. Del enunciado se tiene que $X_i \sim n(\mu, \sigma^2)$. Para verificar la afirmación propuesta, las hipótesis a contrastar son:

$$H_0 : \mu = 90 \quad \text{vs} \quad H_1 : \mu > 90 \ .$$

Como La muestra proviene de una distribución normal con varianza desconocida,, bajo H_0 cierta, el estadístico de prueba es de la forma:

Ejemplo 93

Se estudia el rendimiento de un proceso químico. Suponga que el rendimiento del proceso es una v.a. normal $n(\mu, \sigma^2)$ con μ y σ^2 desconocidas. Al observar el rendimiento diario en los siguientes 20 dias, se obtuvo un rendimiento promedio de $90.52\,\%$ y una desviación estándar de $1.23\,\%$. ¿Se puede afirmar que el rendimiento medio real del proceso es superior al $90\,\%$?

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{20}$ una m.a. que representa los rendimientos del proceso en los 20 dias registrados. Del enunciado se tiene que $X_i \sim n(\mu, \sigma^2)$. Para verificar la afirmación propuesta, las hipótesis a contrastar son:

$$H_0 : \mu = 90 \quad \text{vs} \quad H_1 : \mu > 90 \,.$$

Como La muestra proviene de una distribución normal con varianza desconocida,, bajo H_0 cierta, el estadístico de prueba es de la forma:

$$T_C = \frac{\bar{X} - 90}{s/\sqrt{20}} \sim t(19) \,.$$

Del enunciado se tiene que $\bar{x} = 90.52$ y $s = 1.23$. Con esto se obtiene que $T_C = 1.89$.

Del enunciado se tiene que $\bar{x} = 90.52$ y $s = 1.23$. Con esto se obtiene que $T_C = 1.89$. Por el tipo de hipótesis alterna se tiene que $Vp = P\left(t(19) > 1.89\right) = 0.0371\,.$

Del enunciado se tiene que $\bar{x} = 90.52$ y $s = 1.23$. Con esto se obtiene que $T_C = 1.89$. Por el tipo de hipótesis alterna se tiene que $Vp = P\left(t(19) > 1.89\right) = 0.0371$. Como este valor P es pequeño, se puede rechazar H_0 y se concluye que, según los datos suministrados, el rendimiento medio del proceso es superior al $90\,\%$.

Del enunciado se tiene que $\bar{x} = 90.52$ y $s = 1.23$. Con esto se obtiene que $T_C = 1.89$. Por el tipo de hipótesis alterna se tiene que $Vp = P\left(t(19) > 1.89\right) = 0.0371$. Como este valor P es pequeño, se puede rechazar H_0 y se concluye que, según los datos suministrados, el rendimiento medio del proceso es superior al $90\,\%$.

Ejemplo 94

El tiempo de secado de un cierto tipo de pintura es una variable aleatoria Normal con media $\mu = 75$ y desviación estándar $\sigma = 9$ (en minutos).

Del enunciado se tiene que $\bar{x} = 90.52$ y $s = 1.23$. Con esto se obtiene que $T_C = 1.89$. Por el tipo de hipótesis alterna se tiene que $Vp = P\,(t(19) > 1.89) = 0.0371$. Como este valor P es pequeño, se puede rechazar H_0 y se concluye que, según los datos suministrados, el rendimiento medio del proceso es superior al $90\,\%$.

Ejemplo 94

El tiempo de secado de un cierto tipo de pintura es una variable aleatoria Normal con media $\mu = 75$ y desviación estándar $\sigma = 9$ (en minutos). Un grupo de investigadores proponen incorporar un aditivo a la pintura que permitirá reducir el tiempo de secado al que actualmente se tiene.

Del enunciado se tiene que $\bar{x} = 90.52$ y $s = 1.23$. Con esto se obtiene que $T_C = 1.89$. Por el tipo de hipótesis alterna se tiene que $Vp = P\left(t(19) > 1.89\right) = 0.0371$. Como este valor P es pequeño, se puede rechazar H_0 y se concluye que, según los datos suministrados, el rendimiento medio del proceso es superior al $90\,\%$.

Ejemplo 94

El tiempo de secado de un cierto tipo de pintura es una variable aleatoria Normal con media $\mu = 75$ y desviación estándar $\sigma = 9$ (en minutos). Un grupo de investigadores proponen incorporar un aditivo a la pintura que permitirá reducir el tiempo de secado al que actualmente se tiene. Se cree que los tiempos de secado para esta pintura con el aditivo se seguirán comportando de manera normal con una desviación estándar $\sigma = 9$.

Del enunciado se tiene que $\bar{x} = 90.52$ y $s = 1.23$. Con esto se obtiene que $T_C = 1.89$. Por el tipo de hipótesis alterna se tiene que $Vp = P\,(t(19) > 1.89) = 0.0371$. Como este valor P es pequeño, se puede rechazar H_0 y se concluye que, según los datos suministrados, el rendimiento medio del proceso es superior al $90\,\%$.

Ejemplo 94

El tiempo de secado de un cierto tipo de pintura es una variable aleatoria Normal con media $\mu = 75$ y desviación estándar $\sigma = 9$ (en minutos). Un grupo de investigadores proponen incorporar un aditivo a la pintura que permitirá reducir el tiempo de secado al que actualmente se tiene. Se cree que los tiempos de secado para esta pintura con el aditivo se seguirán comportando de manera normal con una desviación estándar $\sigma = 9$. Para verificar la afirmación de los investigadores, se consideran 25 pruebas donde se aplica la pintura con el aditivo y se registran los tiempos de secado.

Del enunciado se tiene que $\bar{x} = 90.52$ y $s = 1.23$. Con esto se obtiene que $T_C = 1.89$. Por el tipo de hipótesis alterna se tiene que $Vp = P\left(t(19) > 1.89\right) = 0.0371$. Como este valor P es pequeño, se puede rechazar H_0 y se concluye que, según los datos suministrados, el rendimiento medio del proceso es superior al $90\,\%$.

Ejemplo 94

El tiempo de secado de un cierto tipo de pintura es una variable aleatoria Normal con media $\mu = 75$ y desviación estándar $\sigma = 9$ (en minutos). Un grupo de investigadores proponen incorporar un aditivo a la pintura que permitirá reducir el tiempo de secado al que actualmente se tiene. Se cree que los tiempos de secado para esta pintura con el aditivo se seguirán comportando de manera normal con una desviación estándar $\sigma = 9$. Para verificar la afirmación de los investigadores, se consideran 25 pruebas donde se aplica la pintura con el aditivo y se registran los tiempos de secado. Se decide que si el tiempo promedio obtenido en la muestra es inferior a 71.8 min, se concluye que el tiempo medio de secado con el aditivo es inferior al estándar (75 min).

Pruebas de Hipótesis

a) Bajo estas condiciones ¿Cuál es la probabilidad de error Tipo I?

a) Bajo estas condiciones ¿Cuál es la probabilidad de error Tipo I?

b) Calcule la probabilidad de que se concluya que el aditivo no reduce el tiempo medio de secado, cuando el tiempo medio de secado es realmente de 72 min.

a) Bajo estas condiciones ¿Cuál es la probabilidad de error Tipo I?

b) Calcule la probabilidad de que se concluya que el aditivo no reduce el tiempo medio de secado, cuando el tiempo medio de secado es realmente de 72 min.

Solución

Sea $X_1, X_2, \ldots, X_{25}$ una muestra aleatoria que representa los tiempos de secado de la pintura usando el aditivo.

a) Bajo estas condiciones ¿Cuál es la probabilidad de error Tipo I?

b) Calcule la probabilidad de que se concluya que el aditivo no reduce el tiempo medio de secado, cuando el tiempo medio de secado es realmente de 72 min.

Solución

Sea X_1, X_2, $\ldots$, X_{25} una muestra aleatoria que representa los tiempos de secado de la pintura usando el aditivo. Se asume que $X_i \sim N(\mu,\, 9^2)$, $i = 1, 2, \ldots, n$.

a) Bajo estas condiciones ¿Cuál es la probabilidad de error Tipo I?

b) Calcule la probabilidad de que se concluya que el aditivo no reduce el tiempo medio de secado, cuando el tiempo medio de secado es realmente de 72 min.

Solución

Sea $X_1, X_2, \ldots, X_{25}$ una muestra aleatoria que representa los tiempos de secado de la pintura usando el aditivo. Se asume que $X_i \sim N(\mu, 9^2)$, $i = 1, 2, \ldots, n$. Las hipótesis a contrastar son:

a) Bajo estas condiciones ¿Cuál es la probabilidad de error Tipo I?

b) Calcule la probabilidad de que se concluya que el aditivo no reduce el tiempo medio de secado, cuando el tiempo medio de secado es realmente de 72 min.

Solución

Sea $X_1, X_2, \ldots, X_{25}$ una muestra aleatoria que representa los tiempos de secado de la pintura usando el aditivo. Se asume que $X_i \sim N(\mu, 9^2)$, $i = 1, 2, \ldots, n$. Las hipótesis a contrastar son:

$$H_0 : \mu = 75 \quad vs \quad H_1 : \mu < 75 \, .$$

a) Bajo estas condiciones ¿Cuál es la probabilidad de error Tipo I?

b) Calcule la probabilidad de que se concluya que el aditivo no reduce el tiempo medio de secado, cuando el tiempo medio de secado es realmente de 72 min.

Solución

Sea $X_1, X_2, \ldots, X_{25}$ una muestra aleatoria que representa los tiempos de secado de la pintura usando el aditivo. Se asume que $X_i \sim N(\mu, 9^2)$, $i = 1, 2, \ldots, n$. Las hipótesis a contrastar son:

$$H_0 : \mu = 75 \quad vs \quad H_1 : \mu < 75 \,.$$

Se decide que el tiempo medio de secado (μ) será inferior al actual (75min) si : $\bar{X} < 71.8\,.$

a) Bajo estas condiciones ¿Cuál es la probabilidad de error Tipo I?

b) Calcule la probabilidad de que se concluya que el aditivo no reduce el tiempo medio de secado, cuando el tiempo medio de secado es realmente de 72 min.

Solución

Sea $X_1, X_2, \ldots, X_{25}$ una muestra aleatoria que representa los tiempos de secado de la pintura usando el aditivo. Se asume que $X_i \sim N(\mu, 9^2)$, $i = 1, 2, \ldots, n$. Las hipótesis a contrastar son:

$$H_0 : \mu = 75 \quad vs \quad H_1 : \mu < 75 \, .$$

Se decide que el tiempo medio de secado (μ) será inferior al actual (75min) si : $\bar{X} < 71.8$. Luego la región crítica o de rechazo es de la forma:

a) Bajo estas condiciones ¿Cuál es la probabilidad de error Tipo I?

b) Calcule la probabilidad de que se concluya que el aditivo no reduce el tiempo medio de secado, cuando el tiempo medio de secado es realmente de 72 min.

Solución

Sea $X_1, X_2, \ldots, X_{25}$ una muestra aleatoria que representa los tiempos de secado de la pintura usando el aditivo. Se asume que $X_i \sim N(\mu, 9^2)$, $i = 1, 2, \ldots, n$. Las hipótesis a contrastar son:

$$H_0 : \mu = 75 \quad vs \quad H_1 : \mu < 75 \,.$$

Se decide que el tiempo medio de secado (μ) será inferior al actual (75min) si : $\bar{X} < 71.8$. Luego la región crítica o de rechazo es de la forma:

$$R.C = \{ \bar{X} \mid \bar{X} < 71.8 \} \,.$$

a) Se pide calcular la probabilidad del error Tipo I, es decir, α:

a) Se pide calcular la probabilidad del error Tipo I, es decir, α:

$$\alpha = P(\text{Rechazar}\, H_0 \,|\, H_0\, \text{cierta}) = P(\bar{X} < 71.8 \,|\, \mu = 75)$$
$$= P\left(\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{71.8 - 75}{9/\sqrt{25}}\right) = P(Z < -1.78)$$
$$= 1 - P(Z < 1.78) = 0.0375\ .$$

a) Se pide calcular la probabilidad del error Tipo I, es decir, α:

$$\begin{aligned}\alpha &= P(\text{Rechazar}\, H_0 \,|\, H_0\, \text{cierta}) = P(\bar{X} < 71.8 \,|\, \mu = 75) \\ &= P\left(\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{71.8-75}{9/\sqrt{25}}\right) = P(Z < -1.78) \\ &= 1 - P(Z < 1.78) = 0.0375\ .\end{aligned}$$

b) Concluir que no se reduce el tiempo medio de secado, es aceptar la hipótesis nula sabiendo que en realiadad el tiempo medio de secado con el aditivo es de 72 min.

a) Se pide calcular la probabilidad del error Tipo I, es decir, α:

$$\begin{aligned}\alpha &= P(\text{Rechazar}\, H_0 \,|\, H_0\, \text{cierta}) = P(\bar{X} < 71.8 \,|\, \mu = 75)\\ &= P\left(\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{71.8-75}{9/\sqrt{25}}\right) = P(Z < -1.78)\\ &= 1 - P(Z < 1.78) = 0.0375\ .\end{aligned}$$

b) Concluir que no se reduce el tiempo medio de secado, es aceptar la hipótesis nula sabiendo que en realiadad el tiempo medio de secado con el aditivo es de 72 min. Se pide entonces calcular una probabilidad de Error Tipo II:

a) Se pide calcular la probabilidad del error Tipo I, es decir, α:

$$\begin{aligned}\alpha &= P(\text{Rechazar } H_0 \,|\, H_0 \text{ cierta}) = P(\bar{X} < 71.8 \,|\, \mu = 75)\\ &= P\left(\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{71.8-75}{9/\sqrt{25}}\right) = P(Z < -1.78)\\ &= 1 - P(Z < 1.78) = 0.0375\ .\end{aligned}$$

b) Concluir que no se reduce el tiempo medio de secado, es aceptar la hipótesis nula sabiendo que en realiadad el tiempo medio de secado con el aditivo es de 72 min. Se pide entonces calcular una probabilidad de Error Tipo II:

$$\begin{aligned}\beta &= P(\text{Aceptar } H_0 \,|\, H_0 \text{ Falsa}) = P(\bar{X} \geq 71.8 \,|\, \mu = 72)\\ &= P\left(\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \geq \frac{71.8-72}{9/\sqrt{25}}\right) = P(Z \geq -0.11)\\ &= P(Z < 0.11) = 0.5458\ .\end{aligned}$$