Notas Estadística I

René Iral Palomino

Contenido

- Probabilidad y Axiomas de Probabilidad

Contenido

- Probabilidad y Axiomas de Probabilidad
- Variables Aleatorias y Distribuciones de Probabilidad

Contenido

- Probabilidad y Axiomas de Probabilidad
- Variables Aleatorias y Distribuciones de Probabilidad
- Distribuciones Conjuntas. Covarianza y Correlación

Contenido

- Probabilidad y Axiomas de Probabilidad
- Variables Aleatorias y Distribuciones de Probabilidad
- Distribuciones Conjuntas. Covarianza y Correlación
- Distribuciones Muestrales y Estimación Puntual

Contenido

- Probabilidad y Axiomas de Probabilidad
- Variables Aleatorias y Distribuciones de Probabilidad
- Distribuciones Conjuntas. Covarianza y Correlación
- Distribuciones Muestrales y Estimación Puntual
- Intervalos de Confianza

Contenido

Introducción

En muchas áreas del quehacer científico es común la realización de experimentos con la finalidad de verificar afirmaciones acerca de comportamientos de ciertos procesos de la naturaleza, la realización de encuestas para determinar la aceptación hacia un nuevo producto o persona en particular, la realización de estudios de seguimiento a través del tiempo o la recolección de datos de diversas fuentes.

Introducción

En muchas áreas del quehacer científico es común la realización de experimentos con la finalidad de verificar afirmaciones acerca de comportamientos de ciertos procesos de la naturaleza, la realización de encuestas para determinar la aceptación hacia un nuevo producto o persona en particular, la realización de estudios de seguimiento a través del tiempo o la recolección de datos de diversas fuentes.

- Un ingeniero Agrónomo puede estar interesado en demostrar que un cierto tipo nuevo de plaguicida es más efectivo que un plaguicida convencional; para esto compara la efectividad de ambos por medio de la realización de un experimento controlado de laboratorio.

Introducción

En muchas áreas del quehacer científico es común la realización de experimentos con la finalidad de verificar afirmaciones acerca de comportamientos de ciertos procesos de la naturaleza, la realización de encuestas para determinar la aceptación hacia un nuevo producto o persona en particular, la realización de estudios de seguimiento a través del tiempo o la recolección de datos de diversas fuentes.

- Un ingeniero Agrónomo puede estar interesado en demostrar que un cierto tipo nuevo de plaguicida es más efectivo que un plaguicida convencional; para esto compara la efectividad de ambos por medio de la realización de un experimento controlado de laboratorio.
- Un investigador está interesado en determinar el porcentaje de personas que se benefician con un nuevo sistema de seguridad social. Para ello toma una muestra aleatoria de potenciales beneficiarios en la población y determina cuantos de la muestra se benefician de dicho programa.

Introducción

- Un ingeniero Geológico puede recolectar datos cuando estudia las características de un cierto tipo de roca.

Introducción

- Un ingeniero Geológico puede recolectar datos cuando estudia las características de un cierto tipo de roca.
- Un ingeniero industrial está interesado en mejorar un proceso productivo.

Introducción

- Un ingeniero Geológico puede recolectar datos cuando estudia las características de un cierto tipo de roca.
- Un ingeniero industrial está interesado en mejorar un proceso productivo. Para ello observa el proceso en el tiempo y registra medidas de interés.

Introducción

- Un ingeniero Geológico puede recolectar datos cuando estudia las características de un cierto tipo de roca.
- Un ingeniero industrial está interesado en mejorar un proceso productivo. Para ello observa el proceso en el tiempo y registra medidas de interés.
- Un médico puede registrar los tiempos de supervivencia de algunos pacientes que padecen cáncer.

Introducción

- Un ingeniero Geológico puede recolectar datos cuando estudia las características de un cierto tipo de roca.
- Un ingeniero industrial está interesado en mejorar un proceso productivo. Para ello observa el proceso en el tiempo y registra medidas de interés.
- Un médico puede registrar los tiempos de supervivencia de algunos pacientes que padecen cáncer.
- Un especialista en vías puede estar interesado en el número de vehículos que llegan a un carril de giro en una hora pico.

Introducción

- Un ingeniero Geológico puede recolectar datos cuando estudia las características de un cierto tipo de roca.
- Un ingeniero industrial está interesado en mejorar un proceso productivo. Para ello observa el proceso en el tiempo y registra medidas de interés.
- Un médico puede registrar los tiempos de supervivencia de algunos pacientes que padecen cáncer.
- Un especialista en vías puede estar interesado en el número de vehículos que llegan a un carril de giro en una hora pico.
- Un investigador está interesado en mostar que un nuevo medicamento es más eficaz para combatir cierta enfermedad.

Introducción

- Un ingeniero Geológico puede recolectar datos cuando estudia las características de un cierto tipo de roca.
- Un ingeniero industrial está interesado en mejorar un proceso productivo. Para ello observa el proceso en el tiempo y registra medidas de interés.
- Un médico puede registrar los tiempos de supervivencia de algunos pacientes que padecen cáncer.
- Un especialista en vías puede estar interesado en el número de vehículos que llegan a un carril de giro en una hora pico.
- Un investigador está interesado en mostar que un nuevo medicamento es más eficaz para combatir cierta enfermedad. Para ello aplica el medicamento a dos muestras de voluntarios.

Introducción

- Un ingeniero Geológico puede recolectar datos cuando estudia las características de un cierto tipo de roca.
- Un ingeniero industrial está interesado en mejorar un proceso productivo. Para ello observa el proceso en el tiempo y registra medidas de interés.
- Un médico puede registrar los tiempos de supervivencia de algunos pacientes que padecen cáncer.
- Un especialista en vías puede estar interesado en el número de vehículos que llegan a un carril de giro en una hora pico.
- Un investigador está interesado en mostar que un nuevo medicamento es más eficaz para combatir cierta enfermedad. Para ello aplica el medicamento a dos muestras de voluntarios. A un grupo le aplica un placebo y al otro grupo la droga experimental.

Introducción

- Un ingeniero Geológico puede recolectar datos cuando estudia las características de un cierto tipo de roca.
- Un ingeniero industrial está interesado en mejorar un proceso productivo. Para ello observa el proceso en el tiempo y registra medidas de interés.
- Un médico puede registrar los tiempos de supervivencia de algunos pacientes que padecen cáncer.
- Un especialista en vías puede estar interesado en el número de vehículos que llegan a un carril de giro en una hora pico.
- Un investigador está interesado en mostar que un nuevo medicamento es más eficaz para combatir cierta enfermedad. Para ello aplica el medicamento a dos muestras de voluntarios. A un grupo le aplica un placebo y al otro grupo la droga experimental. Despúes de un tiempo se registran los casos exitosos en ambos grupos.

Introducción

Un conjunto de datos puede estar compuesto de solamente algunas pocas observaciones o de cientos y tal vez miles de observaciones, pero este por si solo no proporciona información alguna.

Introducción

Un conjunto de datos puede estar compuesto de solamente algunas pocas observaciones o de cientos y tal vez miles de observaciones, pero este por si solo no proporciona información alguna. Las preguntas más frecuentes que surgen son:

Introducción

Un conjunto de datos puede estar compuesto de solamente algunas pocas observaciones o de cientos y tal vez miles de observaciones, pero este por si solo no proporciona información alguna. Las preguntas más frecuentes que surgen son:

- ¿Qué hacer con los datos producto de una investigación?

Introducción

Un conjunto de datos puede estar compuesto de solamente algunas pocas observaciones o de cientos y tal vez miles de observaciones, pero este por si solo no proporciona información alguna. Las preguntas más frecuentes que surgen son:

- ¿Qué hacer con los datos producto de una investigación?
- ¿Cómo obtener información de ellos?

Introducción

Un conjunto de datos puede estar compuesto de solamente algunas pocas observaciones o de cientos y tal vez miles de observaciones, pero este por si solo no proporciona información alguna. Las preguntas más frecuentes que surgen son:

- ¿Qué hacer con los datos producto de una investigación?
- ¿Cómo obtener información de ellos?
- ¿Cual es la distribución de las observaciones registradas?

Introducción

Un conjunto de datos puede estar compuesto de solamente algunas pocas observaciones o de cientos y tal vez miles de observaciones, pero este por si solo no proporciona información alguna. Las preguntas más frecuentes que surgen son:

- ¿Qué hacer con los datos producto de una investigación?
- ¿Cómo obtener información de ellos?
- ¿Cual es la distribución de las observaciones registradas?
- ¿Qué tipo de herramientas metodológicas son aplicables a los datos, de manera que permitan responder a las inquietudes iniciales del investigador?

Introducción

Un conjunto de datos puede estar compuesto de solamente algunas pocas observaciones o de cientos y tal vez miles de observaciones, pero este por si solo no proporciona información alguna. Las preguntas más frecuentes que surgen son:

- ¿Qué hacer con los datos producto de una investigación?
- ¿Cómo obtener información de ellos?
- ¿Cual es la distribución de las observaciones registradas?
- ¿Qué tipo de herramientas metodológicas son aplicables a los datos, de manera que permitan responder a las inquietudes iniciales del investigador?

La Estadística se relaciona estrechamente con experimentos, encuestas y estudios de seguimiento, ya que estos generan datos.

Introducción

Uno de los principales objetivos de la estadística es obtener información confiable de un conjunto de datos producto de un proceso de experimentación o de recolección.

Introducción

Uno de los principales objetivos de la estadística es obtener información confiable de un conjunto de datos producto de un proceso de experimentación o de recolección. Por esta razón la Estadística se considera una disciplina que se relaciona con diversas áreas, tales como economía, sociología, ingeniería, demografía, salud pública, mercadeo, política, deportes, entre otras.

Introducción

Uno de los principales objetivos de la estadística es obtener información confiable de un conjunto de datos producto de un proceso de experimentación o de recolección. Por esta razón la Estadística se considera una disciplina que se relaciona con diversas áreas, tales como economía, sociología, ingeniería, demografía, salud pública, mercadeo, política, deportes, entre otras.

La Estadística se ocupa, entre otras cosas, del manejo de información que pueda ser cuantificada.

Introducción

Uno de los principales objetivos de la estadística es obtener información confiable de un conjunto de datos producto de un proceso de experimentación o de recolección. Por esta razón la Estadística se considera una disciplina que se relaciona con diversas áreas, tales como economía, sociología, ingeniería, demografía, salud pública, mercadeo, política, deportes, entre otras.

La Estadística se ocupa, entre otras cosas, del manejo de información que pueda ser cuantificada. Implica entonces la descripción de conjuntos de datos y la inferencia a partir de la información recolectada de un fenómeno de interés.

Introducción

Uno de los principales objetivos de la estadística es obtener información confiable de un conjunto de datos producto de un proceso de experimentación o de recolección. Por esta razón la Estadística se considera una disciplina que se relaciona con diversas áreas, tales como economía, sociología, ingeniería, demografía, salud pública, mercadeo, política, deportes, entre otras.

La Estadística se ocupa, entre otras cosas, del manejo de información que pueda ser cuantificada. Implica entonces la descripción de conjuntos de datos y la inferencia a partir de la información recolectada de un fenómeno de interés.

La mejor manera de recopilar la información es a través de la realización de un **Experimento**.

Introducción

Uno de los principales objetivos de la estadística es obtener información confiable de un conjunto de datos producto de un proceso de experimentación o de recolección. Por esta razón la Estadística se considera una disciplina que se relaciona con diversas áreas, tales como economía, sociología, ingeniería, demografía, salud pública, mercadeo, política, deportes, entre otras.

La Estadística se ocupa, entre otras cosas, del manejo de información que pueda ser cuantificada. Implica entonces la descripción de conjuntos de datos y la inferencia a partir de la información recolectada de un fenómeno de interés.

La mejor manera de recopilar la información es a través de la realización de un **Experimento**. Un experimento se entiende como cualquier procedimiento que genera datos.

Introducción

Un experimento, así se realice bajo condiciones similares, difícilmente generará resultados iguales.

Introducción

Un experimento, así se realice bajo condiciones similares, difícilmente generará resultados iguales.

Por ejemplo, suponga que se someten a prueba dos componentes electrónicos para determinar su duración en un equipo. Aunque ambos componentes se prueban en equipos con características similares, sería muy casual que duraran exactamente el mismo tiempo.

Introducción

Un experimento, así se realice bajo condiciones similares, difícilmente generará resultados iguales.

Por ejemplo, suponga que se someten a prueba dos componentes electrónicos para determinar su duración en un equipo. Aunque ambos componentes se prueban en equipos con características similares, sería muy casual que duraran exactamente el mismo tiempo.

Esto quiere decir que el resultado de cualquier experimento se ve afectado por un factor de **incertidumbre**, es decir, al momento de realizar la prueba no es posible saber con exactitud cual será el resultado a obtener, y el hecho de que den resultados diferentes quiere decir que hay presente un factor de **variabilidad**.

Introducción

Un experimento, así se realice bajo condiciones similares, difícilmente generará resultados iguales.

Por ejemplo, suponga que se someten a prueba dos componentes electrónicos para determinar su duración en un equipo. Aunque ambos componentes se prueban en equipos con características similares, sería muy casual que duraran exactamente el mismo tiempo.

Esto quiere decir que el resultado de cualquier experimento se ve afectado por un factor de **incertidumbre**, es decir, al momento de realizar la prueba no es posible saber con exactitud cual será el resultado a obtener, y el hecho de que den resultados diferentes quiere decir que hay presente un factor de **variabilidad**.

El tipo de experimento en el cual no se sabe de antemano su resultado pero si se conocen los posibles resultados se denomina **Experimento Aleatorio**.

Probabilidad y Distribuciones de Probabilidad

Uno de los objetivos de la Estadística es el estudio de la variabilidad.

Probabilidad y Distribuciones de Probabilidad

Uno de los objetivos de la Estadística es el estudio de la variabilidad. Debido a éste aspecto, se necesita de una medida ó escala que nos permita cuantificar el grado de seguridad ó de incertidumbre respecto a un resultado ó conjunto de resultados, en la realización de un experimento aleatorio.

Probabilidad y Distribuciones de Probabilidad

Uno de los objetivos de la Estadística es el estudio de la variabilidad. Debido a éste aspecto, se necesita de una medida ó escala que nos permita cuantificar el grado de seguridad ó de incertidumbre respecto a un resultado ó conjunto de resultados, en la realización de un experimento aleatorio. Dicho de otra forma, una medida de la posibilidad de ocurrencia de un resultado.

Probabilidad y Distribuciones de Probabilidad

Uno de los objetivos de la Estadística es el estudio de la variabilidad. Debido a éste aspecto, se necesita de una medida ó escala que nos permita cuantificar el grado de seguridad ó de incertidumbre respecto a un resultado ó conjunto de resultados, en la realización de un experimento aleatorio. Dicho de otra forma, una medida de la posibilidad de ocurrencia de un resultado.

El término **Probabilidad** está asociado con el estudio de la aleatoriedad y la incertidumbre.

Definiciones Básicas

- **Experimento Aleatorio**: Es aquel que proporciona diferentes resultados, aún cuando este es repetido bajo las mismas condiciones experimentales.

Probabilidad y Distribuciones de Probabilidad

Uno de los objetivos de la Estadística es el estudio de la variabilidad. Debido a éste aspecto, se necesita de una medida ó escala que nos permita cuantificar el grado de seguridad ó de incertidumbre respecto a un resultado ó conjunto de resultados, en la realización de un experimento aleatorio. Dicho de otra forma, una medida de la posibilidad de ocurrencia de un resultado.

El término **Probabilidad** está asociado con el estudio de la aleatoriedad y la incertidumbre.

Definiciones Básicas

- **Experimento Aleatorio**: Es aquel que proporciona diferentes resultados, aún cuando este es repetido bajo las mismas condiciones experimentales.
- **Espacio Muestral**: Es el conjunto de todos los posibles resultados (datos) que se obtienen en la realización de un experimento aleatorio.

Probabilidad y Distribuciones de Probabilidad

Uno de los objetivos de la Estadística es el estudio de la variabilidad. Debido a éste aspecto, se necesita de una medida ó escala que nos permita cuantificar el grado de seguridad ó de incertidumbre respecto a un resultado ó conjunto de resultados, en la realización de un experimento aleatorio. Dicho de otra forma, una medida de la posibilidad de ocurrencia de un resultado.

El término **Probabilidad** está asociado con el estudio de la aleatoriedad y la incertidumbre.

Definiciones Básicas

- **Experimento Aleatorio**: Es aquel que proporciona diferentes resultados, aún cuando este es repetido bajo las mismas condiciones experimentales.

- **Espacio Muestral**: Es el conjunto de todos los posibles resultados (datos) que se obtienen en la realización de un experimento aleatorio. Usualmente denotado con la letra S.

Definiciones Básicas

- **Evento**. Debido a que un espacio muestral es un conjunto de resultados, un Evento puede ser considerado con un subconjunto de resultados del espacio muestral (esto puede ser visto también, como la información asociada a una pregunta de investigación o una condición particular en el experimento de interés).

Definiciones Básicas

- **Evento**. Debido a que un espacio muestral es un conjunto de resultados, un Evento puede ser considerado con un subconjunto de resultados del espacio muestral (esto puede ser visto también, como la información asociada a una pregunta de investigación o una condición particular en el experimento de interés). Estos pueden ser catalogados como *Simples* o *Compuestos*.

Definiciones Básicas

- **Evento**. Debido a que un espacio muestral es un conjunto de resultados, un Evento puede ser considerado con un subconjunto de resultados del espacio muestral (esto puede ser visto también, como la información asociada a una pregunta de investigación o una condición particular en el experimento de interés). Estos pueden ser catalogados como *Simples* o *Compuestos*. Son usualmente denotados con letras mayúsculas: A, B, C, D, A_i, etc.

Definiciones Básicas

- **Evento**. Debido a que un espacio muestral es un conjunto de resultados, un Evento puede ser considerado con un subconjunto de resultados del espacio muestral (esto puede ser visto también, como la información asociada a una pregunta de investigación o una condición particular en el experimento de interés). Estos pueden ser catalogados como *Simples* o *Compuestos*. Son usualmente denotados con letras mayúsculas: A, B, C, D, A_i, etc.
- **Operaciones entre eventos**. Sean E_1, E_2 eventos de un espacio muestral S.

Definiciones Básicas

- **Evento**. Debido a que un espacio muestral es un conjunto de resultados, un Evento puede ser considerado con un subconjunto de resultados del espacio muestral (esto puede ser visto también, como la información asociada a una pregunta de investigación o una condición particular en el experimento de interés). Estos pueden ser catalogados como *Simples* o *Compuestos*. Son usualmente denotados con letras mayúsculas: A, B, C, D, A_i, etc.
- **Operaciones entre eventos**. Sean E_1, E_2 eventos de un espacio muestral S. Los subconjuntos: $E_1 \cup E_2$, $E_1 \cap E_2$, $E_1 - E_2 = E_1 \cap E_2'$ y E_1', son también eventos de S, donde E_1' representa el complemento del evento E_1.

Nota: El conjunto vacio, denotado ϕ, es un evento de S, llamado el evento *Imposible* y S será tambien un evento de S, llamado el evento *Seguro*.

Ejemplos

- Se lanza una moneda no cargada, $S = \{H, T\}$ donde 'H' representa 'Cara' y 'T' 'Sello'.

Ejemplos

- Se lanza una moneda no cargada, $S = \{H, T\}$ donde 'H' representa 'Cara' y 'T' 'Sello'.
- De la producción diaria de una empresa se seleccionan aleatoriamente tres artículos, los cuales se clasifican como defectuoso (**D**), o no defectuoso (**N**).

Ejemplos

- Se lanza una moneda no cargada, $S = \{H, T\}$ donde 'H' representa 'Cara' y 'T' 'Sello'.
- De la producción diaria de una empresa se seleccionan aleatoriamente tres artículos, los cuales se clasifican como defectuoso (**D**), o no defectuoso (**N**). Por notación el resultado NNN se asocia a que los tres artículos resultaron no defectuosos, mientras que el resultado NDN representa que el primer y tercer artículo evaluados son no defectuosos y el segundo no lo es.

Ejemplos

- Se lanza una moneda no cargada, $S = \{H, T\}$ donde 'H' representa 'Cara' y 'T' 'Sello'.
- De la producción diaria de una empresa se seleccionan aleatoriamente tres artículos, los cuales se clasifican como defectuoso (**D**), o no defectuoso (**N**). Por notación el resultado NNN se asocia a que los tres artículos resultaron no defectuosos, mientras que el resultado NDN representa que el primer y tercer artículo evaluados son no defectuosos y el segundo no lo es. Así, el espacio muestra será: $S = \{NNN, NND, NDN, DNN, NDD, DND, DDN, DDD\}$.

Ejemplos

- Se lanza una moneda no cargada, $S = \{H, T\}$ donde 'H' representa 'Cara' y 'T' 'Sello'.
- De la producción diaria de una empresa se seleccionan aleatoriamente tres artículos, los cuales se clasifican como defectuoso (**D**), o no defectuoso (**N**). Por notación el resultado NNN se asocia a que los tres artículos resultaron no defectuosos, mientras que el resultado NDN representa que el primer y tercer artículo evaluados son no defectuosos y el segundo no lo es. Así, el espacio muestra será: $S = \{NNN, NND, NDN, DNN, NDD, DND, DDN, DDD\}$.
- De una población muy grande se encuestan aleatoriamente personas hasta encontrar la primera con cierta característica de interés.

Ejemplos

- Se lanza una moneda no cargada, $S = \{H, T\}$ donde 'H' representa 'Cara' y 'T' 'Sello'.
- De la producción diaria de una empresa se seleccionan aleatoriamente tres artículos, los cuales se clasifican como defectuoso (**D**), o no defectuoso (**N**). Por notación el resultado NNN se asocia a que los tres artículos resultaron no defectuosos, mientras que el resultado NDN representa que el primer y tercer artículo evaluados son no defectuosos y el segundo no lo es. Así, el espacio muestra será: $S = \{NNN, NND, NDN, DNN, NDD, DND, DDN, DDD\}$.
- De una población muy grande se encuestan aleatoriamente personas hasta encontrar la primera con cierta característica de interés. Así: $S = \{T, NT, NNT, NNNT, NNNNT, \cdots\}$, donde 'T' se asocia a que la persona tiene la característica de interés y 'N' cuando no la tiene.

Ejemplos

- Se lanza un dado cúbico, $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Ejemplos

- Se lanza un dado cúbico, $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- Se elige aleatoriamente una bombilla de la producción diaria y se establece su duración en horas. $S = [0, +\infty)$.

Ejemplos

- Se lanza un dado cúbico, $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- Se elige aleatoriamente una bombilla de la producción diaria y se establece su duración en horas. $S = [0, +\infty)$.
- De la producción diaria de una empresa, se revisan uno a uno cada artículo hasta encontrar en primero defectuoso.

Ejemplos

- Se lanza un dado cúbico, $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- Se elige aleatoriamente una bombilla de la producción diaria y se establece su duración en horas. $S = [0, +\infty\,)$.
- De la producción diaria de una empresa, se revisan uno a uno cada artículo hasta encontrar en primero defectuoso. si (**D**) representa el evento el artículo seleccionado es defectuoso y (**N**) cuando no lo es, el espacio muestral es de la forma:
  $S = \{D, ND, NND, NNND, NNNND, \cdots\}$.

Ejemplos

- Se lanza un dado cúbico, $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- Se elige aleatoriamente una bombilla de la producción diaria y se establece su duración en horas. $S = [0, +\infty\,)$.
- De la producción diaria de una empresa, se revisan uno a uno cada artículo hasta encontrar en primero defectuoso. si (**D**) representa el evento el artículo seleccionado es defectuoso y (**N**) cuando no lo es, el espacio muestral es de la forma:
  $S = \{D, ND, NND, NNND, NNNND, \cdots\}$.
- Se lanzan dos dados cúbicos.

Ejemplos

- Se lanza un dado cúbico, $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- Se elige aleatoriamente una bombilla de la producción diaria y se establece su duración en horas. $S = [0, +\infty\,)$.
- De la producción diaria de una empresa, se revisan uno a uno cada artículo hasta encontrar en primero defectuoso. si (**D**) representa el evento el artículo seleccionado es defectuoso y (**N**) cuando no lo es, el espacio muestral es de la forma:
  $S = \{D, ND, NND, NNND, NNNND, \cdots\}$.
- Se lanzan dos dados cúbicos. El espacio muestral en este caso está constituído por todas las posibles parejas de resultados.

Ejemplos

- Se lanza un dado cúbico, $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- Se elige aleatoriamente una bombilla de la producción diaria y se establece su duración en horas. $S = [0, +\infty\,)$.
- De la producción diaria de una empresa, se revisan uno a uno cada artículo hasta encontrar en primero defectuoso. si (**D**) representa el evento el artículo seleccionado es defectuoso y (**N**) cuando no lo es, el espacio muestral es de la forma:
  $S = \{D, ND, NND, NNND, NNNND, \cdots\}$.
- Se lanzan dos dados cúbicos. El espacio muestral en este caso está constituído por todas las posibles parejas de resultados. Por simplicidad, el espacio muestra se puede escribir como:

Ejemplos

- Se lanza un dado cúbico, $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- Se elige aleatoriamente una bombilla de la producción diaria y se establece su duración en horas. $S = [0, +\infty\,)$.
- De la producción diaria de una empresa, se revisan uno a uno cada artículo hasta encontrar en primero defectuoso. si (**D**) representa el evento el artículo seleccionado es defectuoso y (**N**) cuando no lo es, el espacio muestral es de la forma: $S = \{D, ND, NND, NNND, NNNND, \cdots\}$.
- Se lanzan dos dados cúbicos. El espacio muestral en este caso está constituído por todas las posibles parejas de resultados. Por simplicidad, el espacio muestra se puede escribir como: $S = \{(1,1), (1,2), \cdots, (6,5), (6,6)\}$, donde $(1,3)$ indica que el primer dado resultó en un 1 y el segundo en un 3.

Definición

Sean A, B eventos de un espacio muestral S.

Definición

Sean A, B eventos de un espacio muestral S. Se dice que A y B son *Excluyentes o Disjuntos* si $A \cap B = \phi$.

Definición

Sean A, B eventos de un espacio muestral S. Se dice que A y B son *Excluyentes o Disjuntos* si $A \cap B = \phi$.

En general, si $E_1, \cdots, E_n$ son eventos de S, se dice que son *Mutuamente excluyentes* si $E_i \cap E_j = \phi$, para $i \neq j\,;\, i, j = 1, \cdots, n$.

Definición

Sean A, B eventos de un espacio muestral S. Se dice que A y B son *Excluyentes o Disjuntos* si $A \cap B = \phi$.

En general, si $E_1, \cdots, E_n$ son eventos de S, se dice que son *Mutuamente excluyentes* si $E_i \cap E_j = \phi$, para $i \neq j\,;\, i,\, j = 1, \cdots, n$.

Ejemplo 1

Se lanzan dos dados cúbicos.

Definición

Sean A, B eventos de un espacio muestral S. Se dice que A y B son *Excluyentes o Disjuntos* si $A \cap B = \phi$.

En general, si $E_1, \cdots, E_n$ son eventos de S, se dice que son *Mutuamente excluyentes* si $E_i \cap E_j = \phi$, para $i \neq j$; $i, j = 1, \cdots, n$.

Ejemplo 1

Se lanzan dos dados cúbicos. Considere los eventos:

A: La suma de los resultados es inferior o igual a 3.

Definición

Sean A, B eventos de un espacio muestral S. Se dice que A y B son *Excluyentes o Disjuntos* si $A \cap B = \phi$.

En general, si $E_1, \cdots, E_n$ son eventos de S, se dice que son *Mutuamente excluyentes* si $E_i \cap E_j = \phi$, para $i \neq j\,;\, i,\, j = 1, \cdots, n$.

Ejemplo 1

Se lanzan dos dados cúbicos. Considere los eventos:

A: La suma de los resultados es inferior o igual a 3.

B: La suma de los resultados es par.

Definición

Sean A, B eventos de un espacio muestral S. Se dice que A y B son *Excluyentes o Disjuntos* si $A \cap B = \phi$.

En general, si $E_1, \cdots, E_n$ son eventos de S, se dice que son *Mutuamente excluyentes* si $E_i \cap E_j = \phi$, para $i \neq j$; $i, j = 1, \cdots, n$.

Ejemplo 1

Se lanzan dos dados cúbicos. Considere los eventos:

A: La suma de los resultados es inferior o igual a 3.

B: La suma de los resultados es par.

C: La suma de los resultados es múltiplo de 5.

Definición

Sean A, B eventos de un espacio muestral S. Se dice que A y B son *Excluyentes o Disjuntos* si $A \cap B = \phi$.

En general, si $E_1, \cdots, E_n$ son eventos de S, se dice que son *Mutuamente excluyentes* si $E_i \cap E_j = \phi$, para $i \neq j\,;\, i, j = 1, \cdots, n$.

Ejemplo 1

Se lanzan dos dados cúbicos. Considere los eventos:

A: La suma de los resultados es inferior o igual a 3.

B: La suma de los resultados es par.

C: La suma de los resultados es múltiplo de 5.

Escriba por extensión los eventos A, B y C e indentifique si son Mutuamente excluyentes.

Definición

Sean A, B eventos de un espacio muestral S. Se dice que A y B son *Excluyentes o Disjuntos* si $A \cap B = \phi$.

En general, si $E_1, \cdots, E_n$ son eventos de S, se dice que son *Mutuamente excluyentes* si $E_i \cap E_j = \phi$, para $i \neq j\,;\, i, j = 1, \cdots, n$.

Ejemplo 1

Se lanzan dos dados cúbicos. Considere los eventos:

A: La suma de los resultados es inferior o igual a 3.

B: La suma de los resultados es par.

C: La suma de los resultados es múltiplo de 5.

Escriba por extensión los eventos A, B y C e indentifique si son Mutuamente excluyentes.

Solución

$A = \{(1,1),\ (1,2),\ (2,1)\}.$

Solución

$A = \{(1,1),\ (1,2),\ (2,1)\}.$

$B = \{(1,1),\ (1,3),\ (1,5),\ (2,2),\ (2,4),\ (2,6),\ (3,1),\ (3,3),\ (3,5),$
$\quad (4,2),\ (4,4),\ (4,6),\ (5,1),\ (5,3),\ (5,5),\ (6,2),\ (6,4),\ (6,6)\}.$

Solución

$A = \{(1,1),\ (1,2),\ (2,1)\}.$

$$B = \{(1,1),\ (1,3),\ (1,5),\ (2,2),\ (2,4),\ (2,6),\ (3,1),\ (3,3),\ (3,5),\\ (4,2),\ (4,4),\ (4,6),\ (5,1),\ (5,3),\ (5,5),\ (6,2),\ (6,4),\ (6,6)\}.$$

$C = \{(1,4),\ (2,3),\ (3,2),\ (4,1),\ (4,6),\ (5,5),\ (6,4)\}.$

Solución

$A = \{(1,1),\ (1,2),\ (2,1)\}$.

$B = \{(1,1),\ (1,3),\ (1,5),\ (2,2),\ (2,4),\ (2,6),\ (3,1),\ (3,3),\ (3,5),\ (4,2),\ (4,4),\ (4,6),\ (5,1),\ (5,3),\ (5,5),\ (6,2),\ (6,4),\ (6,6)\}$.

$C = \{(1,4),\ (2,3),\ (3,2),\ (4,1),\ (4,6),\ (5,5),\ (6,4)\}$.

Observe que $A \cap B = \{(1,1)\}$, $A \cap C = \phi$,

$B \cap C = \{(4,6),\ (5,5),\ (6,4)\}$ y $A \cap B \cap C = \phi$.

Solución

$A = \{(1,1),\ (1,2),\ (2,1)\}$.

$B = \{(1,1),\ (1,3),\ (1,5),\ (2,2),\ (2,4),\ (2,6),\ (3,1),\ (3,3),\ (3,5),\ (4,2),\ (4,4),\ (4,6),\ (5,1),\ (5,3),\ (5,5),\ (6,2),\ (6,4),\ (6,6)\}$.

$C = \{(1,4),\ (2,3),\ (3,2),\ (4,1),\ (4,6),\ (5,5),\ (6,4)\}$.

Observe que $A \cap B = \{(1,1)\}$, $A \cap C = \phi$,

$B \cap C = \{(4,6),\ (5,5),\ (6,4)\}$ y $A \cap B \cap C = \phi$.

Esto indica que A y C son exluyentes, pero A, B y C No son mutuamente excluyentes, a pesar de que $A \cap B \cap C = \phi$. ¿Porqué?

Solución

$A = \{(1,1),\ (1,2),\ (2,1)\}$.

$B = \{(1,1),\ (1,3),\ (1,5),\ (2,2),\ (2,4),\ (2,6),\ (3,1),\ (3,3),\ (3,5),$
$(4,2),\ (4,4),\ (4,6),\ (5,1),\ (5,3),\ (5,5),\ (6,2),\ (6,4),\ (6,6)\}$.

$C = \{(1,4),\ (2,3),\ (3,2),\ (4,1),\ (4,6),\ (5,5),\ (6,4)\}$.

Observe que $A \cap B = \{(1,1)\}$, $A \cap C = \phi$,

$B \cap C = \{(4,6),\ (5,5),\ (6,4)\}$ y $A \cap B \cap C = \phi$.

Esto indica que A y C son exluyentes, pero A, B y C No son mutuamente excluyentes, a pesar de que $A \cap B \cap C = \phi$. ¿Porqué?

Axiomas de Probabilidad

El enfóque básico sobre el cuál podemos iniciar el cálculo de probabilidades está vinculado a la frecuencia relativa.

Solución

$A = \{(1,1),\ (1,2),\ (2,1)\}$.

$B = \{(1,1),\ (1,3),\ (1,5),\ (2,2),\ (2,4),\ (2,6),\ (3,1),\ (3,3),\ (3,5),$
$(4,2),\ (4,4),\ (4,6),\ (5,1),\ (5,3),\ (5,5),\ (6,2),\ (6,4),\ (6,6)\}$.

$C = \{(1,4),\ (2,3),\ (3,2),\ (4,1),\ (4,6),\ (5,5),\ (6,4)\}$.

Observe que $A \cap B = \{(1,1)\}$, $A \cap C = \phi$,

$B \cap C = \{(4,6),\ (5,5),\ (6,4)\}$ y $A \cap B \cap C = \phi$.

Esto indica que A y C son exluyentes, pero A, B y C No son mutuamente excluyentes, a pesar de que $A \cap B \cap C = \phi$. ¿Porqué?

Axiomas de Probabilidad

El enfóque básico sobre el cuál podemos iniciar el cálculo de probabilidades está vinculado a la frecuencia relativa. Así, la probabilidad de obtener un resultado de un experimento aleatorio, puede asociarse a la frecuencia de ocurrencia de dicho resultado en repeticiones sucesivas del experimento.

Probabilidad y Distribuciones de Probabilidad

Axiomas de Probabilidad

Si un experimento tiene N posibles resultados, todos con la misma probabilidad de ocurrencia, la probabilidad asociada a cada resultado es $\frac{1}{N}$.

Axiomas de Probabilidad

Si un experimento tiene N posibles resultados, todos con la misma probabilidad de ocurrencia, la probabilidad asociada a cada resultado es $\frac{1}{N}$. El término 'misma probabilidad de ocurrencia', generalmente se asocia a que en la realización del experimento, se pueda garantizar que no hay preferencia por ninguno de los resultados.

Axiomas de Probabilidad

Si un experimento tiene N posibles resultados, todos con la misma probabilidad de ocurrencia, la probabilidad asociada a cada resultado es $\frac{1}{N}$. El término 'misma probabilidad de ocurrencia', generalmente se asocia a que en la realización del experimento, se pueda garantizar que no hay preferencia por ninguno de los resultados.

Si en vez de un resultado, se tiene un conjunto de resultados, digamos un evento E, la probabilidad asociada al evento E, después de n repeticiones del experimento aleatorio, es aproximadamente $\frac{n_E}{n}$, donde n_E es el número de resultados contenidos en E de las n repeticiones.

Axiomas de Probabilidad

Si un experimento tiene N posibles resultados, todos con la misma probabilidad de ocurrencia, la probabilidad asociada a cada resultado es $\frac{1}{N}$. El término 'misma probabilidad de ocurrencia', generalmente se asocia a que en la realización del experimento, se pueda garantizar que no hay preferencia por ninguno de los resultados.

Si en vez de un resultado, se tiene un conjunto de resultados, digamos un evento E, la probabilidad asociada al evento E, después de n repeticiones del experimento aleatorio, es aproximadamente $\frac{n_E}{n}$, donde n_E es el número de resultados contenidos en E de las n repeticiones.

Ejemplo 2

- Se lanza un dado cúbico no cargado.

Probabilidad y Distribuciones de Probabilidad

Axiomas de Probabilidad

Si un experimento tiene N posibles resultados, todos con la misma probabilidad de ocurrencia, la probabilidad asociada a cada resultado es $\frac{1}{N}$. El término 'misma probabilidad de ocurrencia', generalmente se asocia a que en la realización del experimento, se pueda garantizar que no hay preferencia por ninguno de los resultados.

Si en vez de un resultado, se tiene un conjunto de resultados, digamos un evento E, la probabilidad asociada al evento E, después de n repeticiones del experimento aleatorio, es aproximadamente $\frac{n_E}{n}$, donde n_E es el número de resultados contenidos en E de las n repeticiones.

Ejemplo 2

- Se lanza un dado cúbico no cargado. En este caso cargado se asocia a que no hay preferencia por alguna de las caras del dado. El espacio muestral seráe $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Axiomas de Probabilidad

Si un experimento tiene N posibles resultados, todos con la misma probabilidad de ocurrencia, la probabilidad asociada a cada resultado es $\frac{1}{N}$. El término 'misma probabilidad de ocurrencia', generalmente se asocia a que en la realización del experimento, se pueda garantizar que no hay preferencia por ninguno de los resultados.

Si en vez de un resultado, se tiene un conjunto de resultados, digamos un evento E, la probabilidad asociada al evento E, después de n repeticiones del experimento aleatorio, es aproximadamente $\frac{n_E}{n}$, donde n_E es el número de resultados contenidos en E de las n repeticiones.

Ejemplo 2

- Se lanza un dado cúbico no cargado. En este caso cargado se asocia a que no hay preferencia por alguna de las caras del dado. El espacio muestral seráe $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. La Probabilidad asociada a cada resultado será $\frac{1}{6}$.

- Se lanzan dos dados cúbicos no cargados. El espacio muestra puede escribirse como: $S = \{(1,1),\,(1,2),\,\cdots,\,(6,5),\,(6,6)\}$.

- Se lanzan dos dados cúbicos no cargados. El espacio muestra puede escribirse como: $S = \{(1,1), (1,2), \cdots, (6,5), (6,6)\}$. La probabilidad asociada a cada resultado (par) será $\frac{1}{36}$.

Probabilidad y Distribuciones de Probabilidad

- Se lanzan dos dados cúbicos no cargados. El espacio muestra puede escribirse como: $S = \{(1,1),\, (1,2),\, \cdots,\, (6,5),\, (6,6)\}$. La probabilidad asociada a cada resultado (par) será $\frac{1}{36}$. Considere el evento A : $\{$La suma de los resultados es 5$\}$.

- Se lanzan dos dados cúbicos no cargados. El espacio muestra puede escribirse como: $S = \{(1,1), (1,2), \cdots, (6,5), (6,6)\}$. La probabilidad asociada a cada resultado (par) será $\frac{1}{36}$. Considere el evento A : {La suma de los resultados es 5}. El evento A por extensión está dado por: $A = \{(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)\}$.

- Se lanzan dos dados cúbicos no cargados. El espacio muestra puede escribirse como: $S = \{(1,1), (1,2), \cdots, (6,5), (6,6)\}$. La probabilidad asociada a cada resultado (par) será $\frac{1}{36}$. Considere el evento A : {La suma de los resultados es 5}. El evento A por extensión está dado por: $A = \{(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)\}$. ¿Cómo calcular la probabilidad del evento A?.

- Se lanzan dos dados cúbicos no cargados. El espacio muestra puede escribirse como: $S = \{(1,1), (1,2), \cdots, (6,5), (6,6)\}$. La probabilidad asociada a cada resultado (par) será $\frac{1}{36}$. Considere el evento A : {La suma de los resultados es 5}. El evento A por extensión está dado por: $A = \{(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)\}$. ¿Cómo calcular la probabilidad del evento A?. En este caso el experimento no se ha repetido n veces, solo se tiene disponible el conjunto de posibles resultados asociados a S y al evento A.

- Se lanzan dos dados cúbicos no cargados. El espacio muestra puede escribirse como: $S = \{(1,1), (1,2), \cdots, (6,5), (6,6)\}$. La probabilidad asociada a cada resultado (par) será $\frac{1}{36}$. Considere el evento $A : \{$La suma de los resultados es 5$\}$. El evento A por extensión está dado por: $A = \{(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)\}$. ¿Cómo calcular la probabilidad del evento A?. En este caso el experimento no se ha repetido n veces, solo se tiene disponible el conjunto de posibles resultados asociados a S y al evento A. La probabilidad asociada a A se puede obtener como la suma de las probabilidades de cada uno de los resultados en A.

- Se lanzan dos dados cúbicos no cargados. El espacio muestra puede escribirse como: $S = \{(1,1), (1,2), \cdots, (6,5), (6,6)\}$. La probabilidad asociada a cada resultado (par) será $\frac{1}{36}$. Considere el evento A : $\{$La suma de los resultados es 5$\}$. El evento A por extensión está dado por: $A = \{(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)\}$. ¿Cómo calcular la probabilidad del evento A?. En este caso el experimento no se ha repetido n veces, solo se tiene disponible el conjunto de posibles resultados asociados a S y al evento A. La probabilidad asociada a A se puede obtener como la suma de las probabilidades de cada uno de los resultados en A. Así $P(A) = \frac{4}{36}$.

- Se lanzan dos dados cúbicos no cargados. El espacio muestra puede escribirse como: $S = \{(1,1), (1,2), \cdots, (6,5), (6,6)\}$. La probabilidad asociada a cada resultado (par) será $\frac{1}{36}$. Considere el evento A : {La suma de los resultados es 5}. El evento A por extensión está dado por: $A = \{(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)\}$. ¿Cómo calcular la probabilidad del evento A?. En este caso el experimento no se ha repetido n veces, solo se tiene disponible el conjunto de posibles resultados asociados a S y al evento A. La probabilidad asociada a A se puede obtener como la suma de las probabilidades de cada uno de los resultados en A. Así $P(A) = \frac{4}{36}$.
- Se escoge una bombilla aleatoriamente y se registra su duración.

- Se lanzan dos dados cúbicos no cargados. El espacio muestra puede escribirse como: $S = \{(1,1),\,(1,2),\,\cdots,\,(6,5),\,(6,6)\}$. La probabilidad asociada a cada resultado (par) será $\frac{1}{36}$. Considere el evento A : $\{$La suma de los resultados es 5$\}$. El evento A por extensión está dado por: $A = \{(1,4)\,,\,(2,3)\,,\,(3,2)\,,\,(4,1)\}$. ¿Cómo calcular la probabilidad del evento A?. En este caso el experimento no se ha repetido n veces, solo se tiene disponible el conjunto de posibles resultados asociados a S y al evento A. La probabilidad asociada a A se puede obtener como la suma de las probabilidades de cada uno de los resultados en A. Así $P(A) = \frac{4}{36}$.
- Se escoge una bombilla aleatoriamente y se registra su duración. La probabilidad de que el tiempo de duración esté entre a y b está dada por:
$$\int_a^b f_X(t)\,dt\ .$$

- Se lanza una moneda no cargada tres veces.

- Se lanza una moneda no cargada tres veces. Por simplicidad el espacio muestral se escribe como:
  $S = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$.

- Se lanza una moneda no cargada tres veces. Por simplicidad el espacio muestral se escribe como:
  $S = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$.
  La Probabilidad asociada a cada resultado será $\frac{1}{8}$.

- Se lanza una moneda no cargada tres veces. Por simplicidad el espacio muestral se escribe como:
  $S = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$.
  La Probabilidad asociada a cada resultado será $\frac{1}{8}$.

Axiomas de Probabilidad

En espacios muestrales donde el conjunto de resultados es Contable (finito o numerable), dado un evento E de dicho espacio, la probabilidad asociada al evento E, se calcula como la suma de las probabilidades de los resultados contenidos en el evento E.

- Se lanza una moneda no cargada tres veces. Por simplicidad el espacio muestral se escribe como:
  $S = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$.
  La Probabilidad asociada a cada resultado será $\frac{1}{8}$.

Axiomas de Probabilidad

En espacios muestrales donde el conjunto de resultados es Contable (finito o numerable), dado un evento E de dicho espacio, la probabilidad asociada al evento E, se calcula como la suma de las probabilidades de los resultados contenidos en el evento E.

Ejemplo 3

Se lanzan tres monedas no cargadas.

- Se lanza una moneda no cargada tres veces. Por simplicidad el espacio muestral se escribe como:
  $S = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$.
  La Probabilidad asociada a cada resultado será $\frac{1}{8}$.

Axiomas de Probabilidad

En espacios muestrales donde el conjunto de resultados es Contable (finito o numerable), dado un evento E de dicho espacio, la probabilidad asociada al evento E, se calcula como la suma de las probabilidades de los resultados contenidos en el evento E.

Ejemplo 3

Se lanzan tres monedas no cargadas. Defina los eventos:

A: Al menos una cara es obtenida,

B: Se obtiene el doble de sellos que de caras.

- Se lanza una moneda no cargada tres veces. Por simplicidad el espacio muestral se escribe como:
  $S = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$.
  La Probabilidad asociada a cada resultado será $\frac{1}{8}$.

Axiomas de Probabilidad

En espacios muestrales donde el conjunto de resultados es Contable (finito o numerable), dado un evento E de dicho espacio, la probabilidad asociada al evento E, se calcula como la suma de las probabilidades de los resultados contenidos en el evento E.

Ejemplo 3

Se lanzan tres monedas no cargadas. Defina los eventos:

A: Al menos una cara es obtenida,

B: Se obtiene el doble de sellos que de caras.

Calcule $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$ y $P(A \cap B')$.

El espacio muestral para este experimento es

$S = \{CCC, CCS, CSC, SCC, CSS, SCS, SSC, SSS\}$.

Probabilidad y Distribuciones de Probabilidad

El espacio muestral para este experimento es

$S = \{CCC, CCS, CSC, SCC, CSS, SCS, SSC, SSS\}$. Así,

$P(A) = 7/8, \quad P(B) = 3/8, \quad P(A \cap B) = 3/8, \quad P(A \cap B') = 4/8 .$

Medida de Probabilidad

Una función $P : \wp(S) \rightarrow \Re$, será llamada una *Medida de Probabilidad*, si satisface las siguientes propiedades:

El espacio muestral para este experimento es

$S = \{CCC, CCS, CSC, SCC, CSS, SCS, SSC, SSS\}$. Así,

$P(A) = 7/8\,, \quad P(B) = 3/8\,, \quad P(A \cap B) = 3/8\,, \quad P(A \cap B') = 4/8\,.$

Medida de Probabilidad

Una función $P : \wp(S) \rightarrow \Re$, será llamada una *Medida de Probabilidad*, si satisface las siguientes propiedades:

I) Si A es cualquier evento de S, entonces $P(A) \geq 0$.

El espacio muestral para este experimento es

$S = \{CCC, CCS, CSC, SCC, CSS, SCS, SSC, SSS\}$. Así,

$P(A) = 7/8, \quad P(B) = 3/8, \quad P(A \cap B) = 3/8, \quad P(A \cap B') = 4/8$.

Medida de Probabilidad

Una función $P : \wp(S) \rightarrow \Re$, será llamada una *Medida de Probabilidad*, si satisface las siguientes propiedades:

I) Si A es cualquier evento de S, entonces $P(A) \geq 0$.

II) $P(S) = 1$.

El espacio muestral para este experimento es
$S = \{CCC, CCS, CSC, SCC, CSS, SCS, SSC, SSS\}$. Así,
$P(A) = 7/8, \quad P(B) = 3/8, \quad P(A \cap B) = 3/8, \quad P(A \cap B') = 4/8$.

Medida de Probabilidad

Una función $P : \wp(S) \rightarrow \Re$, será llamada una *Medida de Probabilidad*, si satisface las siguientes propiedades:

I) Si A es cualquier evento de S, entonces $P(A) \geq 0$.

II) $P(S) = 1$.

III) Si $E_1, E_2, \ldots, E_n, \ldots$es una colección (finita o infinita) de eventos de S, mutuamente excluyentes entonces:

El espacio muestral para este experimento es

$S = \{CCC, CCS, CSC, SCC, CSS, SCS, SSC, SSS\}$. Así,

$P(A) = 7/8, \quad P(B) = 3/8, \quad P(A \cap B) = 3/8, \quad P(A \cap B') = 4/8$.

Medida de Probabilidad

Una función $P : \wp(S) \rightarrow \Re$, será llamada una *Medida de Probabilidad*, si satisface las siguientes propiedades:

I) Si A es cualquier evento de S, entonces $P(A) \geq 0$.

II) $P(S) = 1$.

III) Si $E_1, E_2, \ldots, E_n, \ldots$es una colección (finita o infinita) de eventos de S, mutuamente excluyentes entonces:

$$P(E_1 \cup E_2 \cup \ldots \cup E_n \cup \ldots) = P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} E_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(E_i) < 1 .$$

Si $\quad n = 2 \; \Rightarrow \; P\left(E_1 \, \cup \, E_2\right) = P\left(E_1\right) + P\left(E_2\right)$

Teorema 1

Sean A y B eventos de un espacio muestral S; entonces:

$$\text{Si} \quad n = 2 \;\Rightarrow\; P\left(E_1 \;\cup\; E_2\right) = P\left(E_1\right) + P\left(E_2\right)$$

Teorema 1

Sean A y B eventos de un espacio muestral S; entonces:

- $0 \leq P\left(A\right) \leq 1$.

$$\text{Si} \quad n = 2 \;\Rightarrow\; P\left(E_1 \,\cup\, E_2\right) = P\left(E_1\right) + P\left(E_2\right)$$

Teorema 1

Sean A y B eventos de un espacio muestral S; entonces:

- $0 \leq P\left(A\right) \leq 1$.
- $P\left(\phi\right) = 0$.

$$\text{Si} \quad n = 2 \Rightarrow P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$$

Teorema 1

Sean A y B eventos de un espacio muestral S; entonces:

- $0 \leq P(A) \leq 1$.
- $P(\phi) = 0$.
- $P(A') = 1 - P(A)$, donde A' es el complemento de A.

$$\text{Si} \quad n = 2 \Rightarrow P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$$

Teorema 1

Sean A y B eventos de un espacio muestral S; entonces:

- $0 \leq P(A) \leq 1$.
- $P(\phi) = 0$.
- $P(A') = 1 - P(A)$, donde A' es el complemento de A.
- Si $A \subseteq B$, entonces $P(A) \leq P(B)$.

$$\text{Si} \quad n = 2 \Rightarrow P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$$

Teorema 1

Sean A y B eventos de un espacio muestral S; entonces:

- $0 \leq P(A) \leq 1$.
- $P(\phi) = 0$.
- $P(A') = 1 - P(A)$, donde A' es el complemento de A.
- Si $A \subseteq B$, entonces $P(A) \leq P(B)$.
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Nota: Es importante aclarar que el conjunto vacío no es el único conjunto con probabilidad cero.

$$\text{Si} \quad n = 2 \Rightarrow P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$$

Teorema 1

Sean A y B eventos de un espacio muestral S; entonces:

- $0 \leq P(A) \leq 1$.
- $P(\phi) = 0$.
- $P(A') = 1 - P(A)$, donde A' es el complemento de A.
- Si $A \subseteq B$, entonces $P(A) \leq P(B)$.
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Nota: Es importante aclarar que el conjunto vacío no es el único conjunto con probabilidad cero. Considere el lanzamiento de un dado cúbico no cargado.

$$\text{Si} \quad n = 2 \Rightarrow P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$$

Teorema 1

Sean A y B eventos de un espacio muestral S; entonces:

- $0 \leq P(A) \leq 1$.
- $P(\phi) = 0$.
- $P(A') = 1 - P(A)$, donde A' es el complemento de A.
- Si $A \subseteq B$, entonces $P(A) \leq P(B)$.
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Nota: Es importante aclarar que el conjunto vacío no es el único conjunto con probabilidad cero. Considere el lanzamiento de un dado cúbico no cargado. El espacio muestral de este experimento es $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

$$\text{Si} \quad n = 2 \Rightarrow P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$$

Teorema 1

Sean A y B eventos de un espacio muestral S; entonces:

- $0 \leq P(A) \leq 1$.
- $P(\phi) = 0$.
- $P(A') = 1 - P(A)$, donde A' es el complemento de A.
- Si $A \subseteq B$, entonces $P(A) \leq P(B)$.
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Nota: Es importante aclarar que el conjunto vacío no es el único conjunto con probabilidad cero. Considere el lanzamiento de un dado cúbico no cargado. El espacio muestral de este experimento es $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Sea $A = [1.1, 1.9]$. Claramente $A \neq \phi$, pero $P(A) = 0$.

Ejemplo 4

La siguiente tabla presenta la historia de 940 productos de un proceso de fabricación de semi-conductores.

Ejemplo 4

La siguiente tabla presenta la historia de 940 productos de un proceso de fabricación de semi-conductores. Se elige al azar un producto.

Ejemplo 4

La siguiente tabla presenta la historia de 940 productos de un proceso de fabricación de semi-conductores. Se elige al azar un producto.

		Revisión Electrónica		
		SI	NO	Total
Contaminación Alta	SI	246	112	358
	NO	68	514	582
	Total	314	626	940

Sea A: el evento en que el producto tenga altos niveles de contaminación y B: el evento en que el producto pasó por un proceso de revisión electrónica.

Ejemplo 4

La siguiente tabla presenta la historia de 940 productos de un proceso de fabricación de semi-conductores. Se elige al azar un producto.

		Revisión Electrónica		
		SI	NO	Total
Contaminación Alta	SI	246	112	358
	NO	68	514	582
	Total	314	626	940

Sea A: el evento en que el producto tenga altos niveles de contaminación y B: el evento en que el producto pasó por un proceso de revisión electrónica. Calcule: $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$, $P(A \cap B')$.

Solución

$$P(A) = \frac{358}{940} = 0.38085\,, \quad P(B) = \frac{314}{940} = 0.33404\,.$$

$$P(A \cap B) = \frac{246}{940} = 0.26170\,.$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{358 + 314 - 246}{940} = \frac{426}{940} = 0.4319 \,.$$

$$P\left(A \cap B^{'}\right) = \frac{112}{940} \; = \; 0.11915 \,.$$

Ejemplo 5

Un dado cúbico particular está cargado de tal manera que un número par tiene el doble de probabilidad de presentarse que un impar.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{358 + 314 - 246}{940} = \frac{426}{940} = 0.4319 \ .$$

$$P\left(A \cap B'\right) = \frac{112}{940} = 0.11915 \ .$$

Ejemplo 5

Un dado cúbico particular está cargado de tal manera que un número par tiene el doble de probabilidad de presentarse que un impar. Si E es el evento en el que se da un número menor que cuatro en un solo lanzamiento, encuentre $P(E)$.

Probabilidad y Distribuciones de Probabilidad

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{358 + 314 - 246}{940} = \frac{426}{940} = 0.4319\,.$$

$$P\left(A \cap B^{'}\right) = \frac{112}{940} = 0.11915\,.$$

Ejemplo 5

Un dado cúbico particular está cargado de tal manera que un número par tiene el doble de probabilidad de presentarse que un impar. Si E es el evento en el que se da un número menor que cuatro en un solo lanzamiento, encuentre $P(E)$.

Solución

El espacio muestral para este experimento está dado por:
$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{358 + 314 - 246}{940} = \frac{426}{940} = 0.4319 \ .$$

$$P\left(A \cap B^{'}\right) = \frac{112}{940} \ = \ 0.11915 \ .$$

Ejemplo 5

Un dado cúbico particular está cargado de tal manera que un número par tiene el doble de probabilidad de presentarse que un impar. Si E es el evento en el que se da un número menor que cuatro en un solo lanzamiento, encuentre $P(E)$.

Solución

El espacio muestral para este experimento está dado por:
$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Ahora bien, haciendo $P(1) = P(3) = P(5) = w$, se tiene que $P(2) = P(4) = P(6) = 2\,w$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{358 + 314 - 246}{940} = \frac{426}{940} = 0.4319\ .$$

$$P\left(A \cap B^{'}\right) = \frac{112}{940} = 0.11915\ .$$

Ejemplo 5

Un dado cúbico particular está cargado de tal manera que un número par tiene el doble de probabilidad de presentarse que un impar. Si E es el evento en el que se da un número menor que cuatro en un solo lanzamiento, encuentre $P(E)$.

Solución

El espacio muestral para este experimento está dado por:
$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Ahora bien, haciendo $P(1) = P(3) = P(5) = w$, se tiene que $P(2) = P(4) = P(6) = 2\,w$. Por el axioma 2 de probabilidad, la suma de las probabilidades debe ser igual a uno.

Entonces:

$$w + 2\,w + w + 2\,w + w + 2\,w = 1 \;\Rightarrow\; w = \frac{1}{9}\,.$$

Por lo anterior

Entonces:

$$w + 2\,w + w + 2\,w + w + 2\,w = 1 \;\Rightarrow\; w = \frac{1}{9}\,.$$

Por lo anterior

$$P(1) = P(3) = P(5) = \frac{1}{9} \quad ; \quad P(2) = P(4) = P(6) = \frac{2}{9}\,.$$

Como $E = \{1,\, 2,\, 3\}$, entonces:

Entonces:

$$w + 2\,w + w + 2\,w + w + 2\,w = 1 \;\Rightarrow\; w = \frac{1}{9}\,.$$

Por lo anterior

$$P(1) = P(3) = P(5) = \frac{1}{9} \quad ; \quad P(2) = P(4) = P(6) = \frac{2}{9}\,.$$

Como $E = \{1,\, 2,\, 3\}$, entonces:

$$P\,(E) = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}\,.$$

Ejemplo 6

Cuando A y B juegan tenis, A siempre gana en proporción de 3 a 5.

Entonces:

$$w + 2\,w + w + 2\,w + w + 2\,w = 1 \;\Rightarrow\; w = \frac{1}{9}\,.$$

Por lo anterior

$$P(1) = P(3) = P(5) = \frac{1}{9} \quad ; \quad P(2) = P(4) = P(6) = \frac{2}{9}\,.$$

Como $E = \{1,\, 2,\, 3\}$, entonces:

$$P\,(E) = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}\,.$$

Ejemplo 6

Cuando A y B juegan tenis, A siempre gana en proporción de 3 a 5. Si ambos juegan solo tres partidos, ¿Cuál es la probabilidad de que B gane al menos dos partidos?

Probabilidad y Distribuciones de Probabilidad

Solución

Denotemos por ABA, un resultado típico, el cuál representa el orden y el sujeto que ganó el partido.

Solución

Denotemos por ABA, un resultado típico, el cuál representa el orden y el sujeto que ganó el partido. Por ejemplo ABA indica que A ganó el primer y tercer partido y B ganó el segundo.

Solución

Denotemos por ABA, un resultado típico, el cuál representa el orden y el sujeto que ganó el partido. Por ejemplo ABA indica que A ganó el primer y tercer partido y B ganó el segundo. De ésta manera, el espacio muestral está dado por:

$$S = \{AAA, AAB, ABA, BAA, ABB, BAB, BBA, BBB\} \ .$$

Este es un espacio muestral donde los resultados no son equiprobables (es decir, no podemos asignar la misma probabilidad a cada resultado).

Solución

Denotemos por ABA, un resultado típico, el cuál representa el orden y el sujeto que ganó el partido. Por ejemplo ABA indica que A ganó el primer y tercer partido y B ganó el segundo. De ésta manera, el espacio muestral está dado por:

$$S = \{AAA, AAB, ABA, BAA, ABB, BAB, BBA, BBB\} \ .$$

Este es un espacio muestral donde los resultados no son equiprobables (es decir, no podemos asignar la misma probabilidad a cada resultado). Por ejemplo es más probable que ocurra AAA que BBB, ¿Porqué?.

Del enunciado se tiene que $P(A) = \frac{3}{5}$ y $P(B) = \frac{2}{5}$.

Solución

Denotemos por ABA, un resultado típico, el cuál representa el orden y el sujeto que ganó el partido. Por ejemplo ABA indica que A ganó el primer y tercer partido y B ganó el segundo. De ésta manera, el espacio muestral está dado por:

$$S = \{AAA, AAB, ABA, BAA, ABB, BAB, BBA, BBB\} \ .$$

Este es un espacio muestral donde los resultados no son equiprobables (es decir, no podemos asignar la misma probabilidad a cada resultado). Por ejemplo es más probable que ocurra AAA que BBB, ¿Porqué?.

Del enunciado se tiene que $P(A) = \frac{3}{5}$ y $P(B) = \frac{2}{5}$. Para calcular las probabilidades asociadas a cada resultado, asumiremos que ABA, por ejemplo, representa la intersección de tres eventos y que la probabilidad se calcula como el producto de las probailidades de los tres eventos involucrados (este supuesto será justificado más adelante).

Solución

Denotemos por ABA, un resultado típico, el cuál representa el orden y el sujeto que ganó el partido. Por ejemplo ABA indica que A ganó el primer y tercer partido y B ganó el segundo. De ésta manera, el espacio muestral está dado por:

$$S = \{AAA, AAB, ABA, BAA, ABB, BAB, BBA, BBB\} \ .$$

Este es un espacio muestral donde los resultados no son equiprobables (es decir, no podemos asignar la misma probabilidad a cada resultado). Por ejemplo es más probable que ocurra AAA que BBB, ¿Porqué?.

Del enunciado se tiene que $P(A) = \frac{3}{5}$ y $P(B) = \frac{2}{5}$. Para calcular las probabilidades asociadas a cada resultado, asumiremos que ABA, por ejemplo, representa la intersección de tres eventos y que la probabilidad se calcula como el producto de las probailidades de los tres eventos involucrados (este supuesto será justificado más adelante). Por ejemplo:

$$P(ABA) \ = \ P(A)\,P(B)\,P(A) \ = \ \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{18}{125} \ .$$

De esta forma tenemos:

$$\underbrace{AAA}_{\frac{27}{125}} \quad \underbrace{AAB}_{\frac{18}{125}} \quad \underbrace{ABA}_{\frac{18}{125}} \quad \underbrace{BAA}_{\frac{18}{125}} \quad \underbrace{ABB}_{\frac{12}{125}} \quad \underbrace{BAB}_{\frac{12}{125}} \quad \underbrace{BBA}_{\frac{12}{125}} \quad \underbrace{BBB}_{\frac{8}{125}}$$

Sea C el evento donde B gana al menos dos partidos, entonces:
$C = \{ABB, BAB, BBA, BBB\}$.

De esta forma tenemos:

$$\underbrace{AAA}_{\frac{27}{125}} \quad \underbrace{AAB}_{\frac{18}{125}} \quad \underbrace{ABA}_{\frac{18}{125}} \quad \underbrace{BAA}_{\frac{18}{125}} \quad \underbrace{ABB}_{\frac{12}{125}} \quad \underbrace{BAB}_{\frac{12}{125}} \quad \underbrace{BBA}_{\frac{12}{125}} \quad \underbrace{BBB}_{\frac{8}{125}}$$

Sea C el evento donde B gana al menos dos partidos, entonces: $C = \{ABB, BAB, BBA, BBB\}$. Así:

$$P(C) = P(ABB) + P(BAB) + P(BBA) + P(BBB) = \frac{44}{125}.$$