Pruebas de Hipótesis para Diferencia de medias en muestras no normales

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una distribución con media μ_1 y varianza σ_1^2; sea $Y_1, \ldots, Y_m$ otra m.a. de otra distribución con media μ_2 y varianza σ_2^2 ambas muestras independientes entre si.

Pruebas de Hipótesis para Diferencia de medias en muestras no normales

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una distribución con media μ_1 y varianza σ_1^2; sea $Y_1, \ldots, Y_m$ otra m.a. de otra distribución con media μ_2 y varianza σ_2^2 ambas muestras independientes entre si. Se desea probar una hipótesis acerca de la diferencia $\mu_1 - \mu_2$.

Pruebas de Hipótesis para Diferencia de medias en muestras no normales

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una distribución con media μ_1 y varianza σ_1^2; sea $Y_1, \ldots, Y_m$ otra m.a. de otra distribución con media μ_2 y varianza σ_2^2 ambas muestras independientes entre si. Se desea probar una hipótesis acerca de la diferencia $\mu_1 - \mu_2$.Las hipótesis a probar son de la forma:

Pruebas de Hipótesis para Diferencia de medias en muestras no normales

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una distribución con media μ_1 y varianza σ_1^2; sea $Y_1, \ldots, Y_m$ otra m.a. de otra distribución con media μ_2 y varianza σ_2^2 ambas muestras independientes entre si. Se desea probar una hipótesis acerca de la diferencia $\mu_1 - \mu_2$.Las hipótesis a probar son de la forma:

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \delta_0 \quad vs \quad H_1 : \begin{cases} \mu_1 - \mu_2 < \delta_0 \\ \mu_1 - \mu_2 > \delta_0 \\ \mu_1 - \mu_2 \neq \delta_0 \end{cases} \quad ; \quad \delta_0 \text{ dado .}$$

Pruebas de Hipótesis para Diferencia de medias en muestras no normales

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una distribución con media μ_1 y varianza σ_1^2; sea $Y_1, \ldots, Y_m$ otra m.a. de otra distribución con media μ_2 y varianza σ_2^2 ambas muestras independientes entre si. Se desea probar una hipótesis acerca de la diferencia $\mu_1 - \mu_2$.Las hipótesis a probar son de la forma:

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \delta_0 \quad vs \quad H_1 : \begin{cases} \mu_1 - \mu_2 < \delta_0 \\ \mu_1 - \mu_2 > \delta_0 \\ \mu_1 - \mu_2 \neq \delta_0 \end{cases} \quad ; \quad \delta_0 \text{ dado} .$$

δ_0 es un valor conocido, establecido en la hipótesis nula.

Pruebas de Hipótesis para Diferencia de medias en muestras no normales

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una distribución con media μ_1 y varianza σ_1^2; sea $Y_1, \ldots, Y_m$ otra m.a. de otra distribución con media μ_2 y varianza σ_2^2 ambas muestras independientes entre si. Se desea probar una hipótesis acerca de la diferencia $\mu_1 - \mu_2$.Las hipótesis a probar son de la forma:

$$H_0 : \ \mu_1 - \mu_2 = \delta_0 \quad vs \quad H_1 : \begin{cases} \mu_1 - \mu_2 < \delta_0 \\ \mu_1 - \mu_2 > \delta_0 \\ \mu_1 - \mu_2 \neq \delta_0 \end{cases} \quad ; \quad \delta_0 \text{ dado } .$$

δ_0 es un valor conocido, establecido en la hipótesis nula. El estadístico de prueba para estas hipótesis, basados en el TLC, es de la forma:

Pruebas de Hipótesis para Diferencia de medias en muestras no normales

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una distribución con media μ_1 y varianza σ_1^2; sea $Y_1, \ldots, Y_m$ otra m.a. de otra distribución con media μ_2 y varianza σ_2^2 ambas muestras independientes entre si. Se desea probar una hipótesis acerca de la diferencia $\mu_1 - \mu_2$.Las hipótesis a probar son de la forma:

$$H_0 : \ \mu_1 - \mu_2 = \delta_0 \quad vs \quad H_1 : \begin{cases} \mu_1 - \mu_2 < \delta_0 \\ \mu_1 - \mu_2 > \delta_0 \\ \mu_1 - \mu_2 \neq \delta_0 \end{cases} \quad ; \quad \delta_0 \text{ dado .}$$

δ_0 es un valor conocido, establecido en la hipótesis nula. El estadístico de prueba para estas hipótesis, basados en el TLC, es de la forma:

$$Z_C = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - \delta_0}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n} + \frac{S_2^2}{m}}} \quad \overset{aprox}{\sim}_{n,m\to\infty} \quad n(0,1) \ .$$

Pruebas de Hipótesis para Diferencia de medias en muestras no normales

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una m.a. de una distribución con media μ_1 y varianza σ_1^2; sea $Y_1, \ldots, Y_m$ otra m.a. de otra distribución con media μ_2 y varianza σ_2^2 ambas muestras independientes entre si. Se desea probar una hipótesis acerca de la diferencia $\mu_1 - \mu_2$.Las hipótesis a probar son de la forma:

$$H_0 : \; \mu_1 - \mu_2 = \delta_0 \quad vs \quad H_1 : \begin{cases} \mu_1 - \mu_2 < \delta_0 \\ \mu_1 - \mu_2 > \delta_0 \\ \mu_1 - \mu_2 \neq \delta_0 \end{cases} \quad ; \quad \delta_0 \text{ dado} \, .$$

δ_0 es un valor conocido, establecido en la hipótesis nula. El estadístico de prueba para estas hipótesis, basados en el TLC, es de la forma:

$$Z_C = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - \delta_0}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n} + \frac{S_2^2}{m}}} \quad \overset{aprox}{\sim}_{n,\, m \to \infty} \quad n(0,1) \, .$$

Si se conocen las varianzas poblacionales, estas son usadas en la anterior expresión.

La región de rechazo para α dado y los respectivos Valores P son de la forma:

La región de rechazo para α dado y los respectivos Valores P son de la forma:

$$\text{R.C} = \begin{cases} Z_C \mid Z_C < -Z_\alpha \\ Z_C \mid Z_C > Z_\alpha \\ Z_C \mid |Z_C| > Z_{\alpha/2} \end{cases} \quad ; \quad Vp = \begin{cases} P(Z < Z_C) \\ P(Z > Z_C) \\ P(|Z| > |Z_C|) \end{cases} .$$

Ejemplo 95

Dos proveedores fabrican un engrane plástico utilizado en una impresora láser.

La región de rechazo para α dado y los respectivos Valores P son de la forma:

$$\text{R.C} = \begin{cases} Z_C \mid Z_C < -Z_\alpha \\ Z_C \mid Z_C > Z_\alpha \\ Z_C \mid |Z_C| > Z_{\alpha/2} \end{cases} \quad ; \quad Vp = \begin{cases} P(Z < Z_C) \\ P(Z > Z_C) \\ P(|Z| > |Z_C|) \end{cases} .$$

Ejemplo 95

Dos proveedores fabrican un engrane plástico utilizado en una impresora láser. El interés está en la resistencia al impacto del engrane, el cuál se mide en $pie - lb$.

La región de rechazo para α dado y los respectivos Valores P son de la forma:

$$\text{R.C} = \begin{cases} Z_C \mid Z_C < -Z_\alpha \\ Z_C \mid Z_C > Z_\alpha \\ Z_C \mid |Z_C| > Z_{\alpha/2} \end{cases} \quad ; \quad Vp = \begin{cases} P(Z < Z_C) \\ P(Z > Z_C) \\ P(|Z| > |Z_C|) \end{cases} .$$

Ejemplo 95

Dos proveedores fabrican un engrane plástico utilizado en una impresora láser. El interés está en la resistencia al impacto del engrane, el cuál se mide en $pie - lb$. Una muestra aleatoria de 50 engranes suministrados por el proveedor A, arrojan una resistencia promedio de 295 $pie - lb$ con una desviación de 15 $pie - lb$.

La región de rechazo para α dado y los respectivos Valores P son de la forma:

$$\text{R.C} = \begin{cases} Z_C \mid Z_C < -Z_\alpha \\ Z_C \mid Z_C > Z_\alpha \\ Z_C \mid |Z_C| > Z_{\alpha/2} \end{cases} \quad ; \quad Vp = \begin{cases} P(Z < Z_C) \\ P(Z > Z_C) \\ P(|Z| > |Z_C|) \end{cases} .$$

Ejemplo 95

Dos proveedores fabrican un engrane plástico utilizado en una impresora láser. El interés está en la resistencia al impacto del engrane, el cuál se mide en $pie - lb$. Una muestra aleatoria de 50 engranes suministrados por el proveedor A, arrojan una resistencia promedio de 295 $pie - lb$ con una desviación de 15 $pie - lb$. Del proveedor B se toma una m.a. de 45 engranes.

La región de rechazo para α dado y los respectivos Valores P son de la forma:

$$\text{R.C} = \begin{cases} Z_C \mid Z_C < -Z_\alpha \\ Z_C \mid Z_C > Z_\alpha \\ Z_C \mid |Z_C| > Z_{\alpha/2} \end{cases} \quad ; \quad Vp = \begin{cases} P(Z < Z_C) \\ P(Z > Z_C) \\ P(|Z| > |Z_C|) \end{cases} .$$

Ejemplo 95

Dos proveedores fabrican un engrane plástico utilizado en una impresora láser. El interés está en la resistencia al impacto del engrane, el cuál se mide en $pie - lb$. Una muestra aleatoria de 50 engranes suministrados por el proveedor A, arrojan una resistencia promedio de 295 $pie - lb$ con una desviación de 15 $pie - lb$. Del proveedor B se toma una m.a. de 45 engranes. Esta muestra arroja una resistencia promedio de 306 $pie - lb$ y una desviación estándar de 16 $pie - lb$.

La región de rechazo para α dado y los respectivos Valores P son de la forma:

$$\text{R.C} = \begin{cases} Z_C \mid Z_C < -Z_\alpha \\ Z_C \mid Z_C > Z_\alpha \\ Z_C \mid |Z_C| > Z_{\alpha/2} \end{cases} \quad ; \quad Vp = \begin{cases} P(Z < Z_C) \\ P(Z > Z_C) \\ P(|Z| > |Z_C|) \end{cases} .$$

Ejemplo 95

Dos proveedores fabrican un engrane plástico utilizado en una impresora láser. El interés está en la resistencia al impacto del engrane, el cuál se mide en $pie - lb$. Una muestra aleatoria de 50 engranes suministrados por el proveedor A, arrojan una resistencia promedio de 295 $pie - lb$ con una desviación de 15 $pie - lb$. Del proveedor B se toma una m.a. de 45 engranes. Esta muestra arroja una resistencia promedio de 306 $pie - lb$ y una desviación estándar de 16 $pie - lb$. ¿Puede afirmarse que los engranes del proveedor A tienen una resistencia media inferior a los engranes del proveedor B?.

La región de rechazo para α dado y los respectivos Valores P son de la forma:

$$\text{R.C} = \begin{cases} Z_C \mid Z_C < -Z_\alpha \\ Z_C \mid Z_C > Z_\alpha \\ Z_C \mid |Z_C| > Z_{\alpha/2} \end{cases} \quad ; \quad Vp = \begin{cases} P(Z < Z_C) \\ P(Z > Z_C) \\ P(|Z| > |Z_C|) \end{cases} .$$

Ejemplo 95

Dos proveedores fabrican un engrane plástico utilizado en una impresora láser. El interés está en la resistencia al impacto del engrane, el cuál se mide en $pie - lb$. Una muestra aleatoria de 50 engranes suministrados por el proveedor A, arrojan una resistencia promedio de 295 $pie - lb$ con una desviación de 15 $pie - lb$. Del proveedor B se toma una m.a. de 45 engranes. Esta muestra arroja una resistencia promedio de 306 $pie - lb$ y una desviación estándar de 16 $pie - lb$. ¿Puede afirmarse que los engranes del proveedor A tienen una resistencia media inferior a los engranes del proveedor B?.Use el Valor P para concluir.

Pruebas de Hipótesis

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{50}$ una m.a que representa las resistencias de los engranes del proveedor A.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{50}$ una m.a que representa las resistencias de los engranes del proveedor A. Asuma que $E[X_i] = \mu_X$ y $Var[X_i] = \sigma_X^2\,;\, i = 1,\, 2,\, \ldots,\, 50\,.$

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{50}$ una m.a que representa las resistencias de los engranes del proveedor A. Asuma que $E[X_i] = \mu_X$ y $Var[X_i] = \sigma_X^2$; $i = 1, 2, \ldots, 50$. Sea $Y_1, \ \ldots \ , Y_{45}$ otra m.a. que representa las resistencias de los engranes del proveedor B.

Pruebas de Hipótesis

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{50}$ una m.a que representa las resistencias de los engranes del proveedor A. Asuma que $E[X_i] = \mu_X$ y $Var[X_i] = \sigma_X^2$; $i = 1, 2, \ldots, 50$. Sea $Y_1, \ldots, Y_{45}$ otra m.a. que representa las resistencias de los engranes del proveedor B. Asuma que $E[Y_j] = \mu_Y$ y $Var[Y_j] = \sigma_Y^2$; $j = 1, 2, \ldots, 45$, ambas muestras independientes entre si.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{50}$ una m.a que representa las resistencias de los engranes del proveedor A. Asuma que $E[X_i] = \mu_X$ y $Var[X_i] = \sigma_X^2$; $i = 1, 2, \ldots, 50$. Sea $Y_1, \ldots, Y_{45}$ otra m.a. que representa las resistencias de los engranes del proveedor B. Asuma que $E[Y_j] = \mu_Y$ y $Var[Y_j] = \sigma_Y^2$; $j = 1, 2, \ldots, 45$, ambas muestras independientes entre si. De la información muestral se tiene que:

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{50}$ una m.a que representa las resistencias de los engranes del proveedor A. Asuma que $E[X_i] = \mu_X$ y $Var[X_i] = \sigma_X^2$; $i = 1, 2, \ldots, 50$. Sea $Y_1, \ldots, Y_{45}$ otra m.a. que representa las resistencias de los engranes del proveedor B. Asuma que $E[Y_j] = \mu_Y$ y $Var[Y_j] = \sigma_Y^2$; $j = 1, 2, \ldots, 45$, ambas muestras independientes entre si. De la información muestral se tiene que:

Proveedor	Tamaño de muestra	Promedio Muestral	Des-Estándar Muestral
A	$n = 50$	$\bar{X} = 295$	$s_X = 15$
B	$m = 45$	$\bar{Y} = 306$	$s_Y = 16$

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{50}$ una m.a que representa las resistencias de los engranes del proveedor A. Asuma que $E[X_i] = \mu_X$ y $Var[X_i] = \sigma_X^2$; $i = 1, 2, \ldots, 50$. Sea $Y_1, \ldots, Y_{45}$ otra m.a. que representa las resistencias de los engranes del proveedor B. Asuma que $E[Y_j] = \mu_Y$ y $Var[Y_j] = \sigma_Y^2$; $j = 1, 2, \ldots, 45$, ambas muestras independientes entre si. De la información muestral se tiene que:

Proveedor	Tamaño de muestra	Promedio Muestral	Des-Estándar Muestral
A	$n = 50$	$\bar{X} = 295$	$s_X = 15$
B	$m = 45$	$\bar{Y} = 306$	$s_Y = 16$

Las hipótesis a probar son: $H_0 : \mu_X - \mu_Y = 0$ vs $H_1 : \mu_X - \mu_Y < 0$.

Pruebas de Hipótesis

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{50}$ una m.a que representa las resistencias de los engranes del proveedor A. Asuma que $E[X_i] = \mu_X$ y $Var[X_i] = \sigma_X^2$; $i = 1, 2, \ldots, 50$. Sea $Y_1, \ldots, Y_{45}$ otra m.a. que representa las resistencias de los engranes del proveedor B. Asuma que $E[Y_j] = \mu_Y$ y $Var[Y_j] = \sigma_Y^2$; $j = 1, 2, \ldots, 45$, ambas muestras independientes entre si. De la información muestral se tiene que:

Proveedor	Tamaño de muestra	Promedio Muestral	Des-Estándar Muestral
A	$n = 50$	$\bar{X} = 295$	$s_X = 15$
B	$m = 45$	$\bar{Y} = 306$	$s_Y = 16$

Las hipótesis a probar son: $H_0 : \mu_X - \mu_Y = 0$ vs $H_1 : \mu_X - \mu_Y < 0$. El estadístico de prueba es de la forma:

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{50}$ una m.a que representa las resistencias de los engranes del proveedor A. Asuma que $E[X_i] = \mu_X$ y $Var[X_i] = \sigma_X^2$; $i = 1, 2, \ldots, 50$. Sea $Y_1, \ldots, Y_{45}$ otra m.a. que representa las resistencias de los engranes del proveedor B. Asuma que $E[Y_j] = \mu_Y$ y $Var[Y_j] = \sigma_Y^2$; $j = 1, 2, \ldots, 45$, ambas muestras independientes entre si. De la información muestral se tiene que:

Proveedor	Tamaño de muestra	Promedio Muestral	Des-Estándar Muestral
A	$n = 50$	$\bar{X} = 295$	$s_X = 15$
B	$m = 45$	$\bar{Y} = 306$	$s_Y = 16$

Las hipótesis a probar son: $H_0 : \mu_X - \mu_Y = 0$ vs $H_1 : \mu_X - \mu_Y < 0$. El estadístico de prueba es de la forma:

$$Z_C = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - \delta_0}{\sqrt{\frac{s_X^2}{50} + \frac{s_2^Y}{45}}} \quad \overset{aprox}{\sim}_{TLC} \quad n(0, 1) .$$

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{50}$ una m.a que representa las resistencias de los engranes del proveedor A. Asuma que $E[X_i] = \mu_X$ y $Var[X_i] = \sigma_X^2$; $i = 1, 2, \ldots, 50$. Sea $Y_1, \ldots, Y_{45}$ otra m.a. que representa las resistencias de los engranes del proveedor B. Asuma que $E[Y_j] = \mu_Y$ y $Var[Y_j] = \sigma_Y^2$; $j = 1, 2, \ldots, 45$, ambas muestras independientes entre si. De la información muestral se tiene que:

Proveedor	Tamaño de muestra	Promedio Muestral	Des-Estándar Muestral
A	$n = 50$	$\bar{X} = 295$	$s_X = 15$
B	$m = 45$	$\bar{Y} = 306$	$s_Y = 16$

Las hipótesis a probar son: $H_0 : \mu_X - \mu_Y = 0$ vs $H_1 : \mu_X - \mu_Y < 0$. El estadístico de prueba es de la forma:

$$Z_C = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - \delta_0}{\sqrt{\frac{s_X^2}{50} + \frac{s_2^Y}{45}}} \quad \overset{aprox}{\sim}_{TLC} \quad n(0, 1) \, .$$

De la información muestral disponible se obtiene que $Z_C = -3.45$.

Pruebas de Hipótesis

De la información muestral disponible se obtiene que $Z_C = -3.45$. El Valor P de esta prueba se obtiene como: $P(Z < -3.45) = 0.00028$.

Pruebas de Hipótesis

De la información muestral disponible se obtiene que $Z_C = -3.45$. El Valor P de esta prueba se obtiene como: $P(Z < -3.45) = 0.00028$. Como este valor es tan pequeño, se rechaza H_0 con seguridad y se puede concluir, con base en la información muestral, que la resistencia media al impacto de los engranes del Proveedor B es mayor a la resistencia media de los engranes del Proveedor A.

Pruebas de Hipótesis

De la información muestral disponible se obtiene que $Z_C = -3.45$. El Valor P de esta prueba se obtiene como: $P(Z < -3.45) = 0.00028$. Como este valor es tan pequeño, se rechaza H_0 con seguridad y se puede concluir, con base en la información muestral, que la resistencia media al impacto de los engranes del Proveedor B es mayor a la resistencia media de los engranes del Proveedor A.

Pruebas de Hipótesis para el cociente de Varianzas en muestras de distribuciones normales

Para determinar cuando las varianzas de dos poblaciones normales pueden asumirse iguales o diferentes (aunque sean desconocidas), se requiere el uso de otra distribución de probabilidad especial.

Pruebas de Hipótesis

De la información muestral disponible se obtiene que $Z_C = -3.45$. El Valor P de esta prueba se obtiene como: $P(Z < -3.45) = 0.00028$. Como este valor es tan pequeño, se rechaza H_0 con seguridad y se puede concluir, con base en la información muestral, que la resistencia media al impacto de los engranes del Proveedor B es mayor a la resistencia media de los engranes del Proveedor A.

Pruebas de Hipótesis para el cociente de Varianzas en muestras de distribuciones normales

Para determinar cuando las varianzas de dos poblaciones normales pueden asumirse iguales o diferentes (aunque sean desconocidas), se requiere el uso de otra distribución de probabilidad especial. Esta se conoce como *Distribución F*.

De la información muestral disponible se obtiene que $Z_C = -3.45$. El Valor P de esta prueba se obtiene como: $P(Z < -3.45) = 0.00028$. Como este valor es tan pequeño, se rechaza H_0 con seguridad y se puede concluir, con base en la información muestral, que la resistencia media al impacto de los engranes del Proveedor B es mayor a la resistencia media de los engranes del Proveedor A.

Pruebas de Hipótesis para el cociente de Varianzas en muestras de distribuciones normales

Para determinar cuando las varianzas de dos poblaciones normales pueden asumirse iguales o diferentes (aunque sean desconocidas), se requiere el uso de otra distribución de probabilidad especial. Esta se conoce como *Distribución F*.

Una variable aleatoria X, definida en $\mathbb{R}^+$, se dice que tiene una distribución f con parámetros ν_1 y ν_2, si su f.d.p es de la forma:

Distribución f

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu_1+\nu_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right)\,\Gamma\left(\frac{\nu_2}{2}\right)} \left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{\frac{\nu_1}{2}} x^{\frac{\nu_1}{2}-1} \left(1+\frac{\nu_1}{\nu_2}\,x\right)^{-\frac{\nu_1+\nu_2}{2}} \quad ; \quad x,\, \nu_1,\, \nu_2 > 0\,.$$

Distribución f

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu_1+\nu_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right)\,\Gamma\left(\frac{\nu_2}{2}\right)} \left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{\frac{\nu_1}{2}} x^{\frac{\nu_1}{2}-1} \left(1+\frac{\nu_1}{\nu_2}\,x\right)^{-\frac{\nu_1+\nu_2}{2}} \quad ; \quad x,\, \nu_1,\, \nu_2 > 0\,.$$

Los parámetros ν_1 y ν_2 son comúnmente llamados grados de libertad.

Distribución f

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu_1+\nu_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right)\,\Gamma\left(\frac{\nu_2}{2}\right)} \left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{\frac{\nu_1}{2}} x^{\frac{\nu_1}{2}-1} \left(1+\frac{\nu_1}{\nu_2}\,x\right)^{-\frac{\nu_1+\nu_2}{2}} \quad ; \quad x,\, \nu_1,\, \nu_2 > 0\,.$$

Los parámetros ν_1 y ν_2 son comúnmente llamados grados de libertad. Por notación se escribe: $X \sim f\,(\nu_1,\, \nu_2)$.

Distribución f

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu_1+\nu_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right)\,\Gamma\left(\frac{\nu_2}{2}\right)} \left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{\frac{\nu_1}{2}} x^{\frac{\nu_1}{2}-1} \left(1+\frac{\nu_1}{\nu_2}\,x\right)^{-\frac{\nu_1+\nu_2}{2}} \quad ; \quad x,\, \nu_1,\, \nu_2 > 0\,.$$

Los parámetros ν_1 y ν_2 son comúnmente llamados grados de libertad. Por notación se escribe: $X \sim f\,(\nu_1,\,\nu_2)$. El parámetro ν_1 se identifica con los grados de libertad del numerador y ν_2 con los del denominador.

Distribución f

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu_1+\nu_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right)\,\Gamma\left(\frac{\nu_2}{2}\right)} \left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{\frac{\nu_1}{2}} x^{\frac{\nu_1}{2}-1} \left(1+\frac{\nu_1}{\nu_2}x\right)^{-\frac{\nu_1+\nu_2}{2}} \quad ; \quad x,\, \nu_1,\, \nu_2 > 0\,.$$

Los parámetros ν_1 y ν_2 son comúnmente llamados grados de libertad. Por notación se escribe: $X \sim f\left(\nu_1,\, \nu_2\right)$. El parámetro ν_1 se identifica con los grados de libertad del numerador y ν_2 con los del denominador.

Esta distribución concentra las probabilidades en valores pequeños y es sesgada a la derecha, es decir, tiene una cola a la derecha. Dependiendo de los valores para ν_1 y ν_2 esta cola puede ser muy alargada o no.

Distribución f

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu_1+\nu_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right)\,\Gamma\left(\frac{\nu_2}{2}\right)}\left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{\frac{\nu_1}{2}} x^{\frac{\nu_1}{2}-1}\left(1+\frac{\nu_1}{\nu_2}\,x\right)^{-\frac{\nu_1+\nu_2}{2}} \quad ; \quad x,\,\nu_1,\,\nu_2 > 0\,.$$

Los parámetros ν_1 y ν_2 son comúnmente llamados grados de libertad. Por notación se escribe: $X \sim f\,(\nu_1,\,\nu_2)$. El parámetro ν_1 se identifica con los grados de libertad del numerador y ν_2 con los del denominador.

Esta distribución concentra las probabilidades en valores pequeños y es sesgada a la derecha, es decir, tiene una cola a la derecha. Dependiendo de los valores para ν_1 y ν_2 esta cola puede ser muy alargada o no. Si X es una variable aleatoria tal que $X \sim f(\nu_1,\,\nu_2)$, se verifica que $\frac{1}{X} \sim f(\nu_2,\,\nu_1)$.

Distribución f

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu_1+\nu_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right)\,\Gamma\left(\frac{\nu_2}{2}\right)} \left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{\frac{\nu_1}{2}} x^{\frac{\nu_1}{2}-1}\left(1+\frac{\nu_1}{\nu_2}x\right)^{-\frac{\nu_1+\nu_2}{2}} \quad ; \quad x,\,\nu_1,\,\nu_2>0\,.$$

Los parámetros ν_1 y ν_2 son comúnmente llamados grados de libertad. Por notación se escribe: $X \sim f\,(\nu_1,\,\nu_2)$. El parámetro ν_1 se identifica con los grados de libertad del numerador y ν_2 con los del denominador.

Esta distribución concentra las probabilidades en valores pequeños y es sesgada a la derecha, es decir, tiene una cola a la derecha. Dependiendo de los valores para ν_1 y ν_2 esta cola puede ser muy alargada o no. Si X es una variable aleatoria tal que $X \sim f(\nu_1,\,\nu_2)$, se verifica que $\frac{1}{X} \sim f(\nu_2,\,\nu_1)$. Al igual que con las demás distribuciones de probabilidad vistas, se define el cuantil α para X, el cual se denotará como $f_\alpha(\nu_1,\,\nu_2)$, como el valor de la variable X tal que: $P\,(\,X > f_\alpha(\nu_1,\nu_2)\,) = \alpha\,.$

Pruebas de Hipótesis

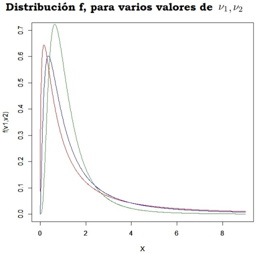
Distribución f

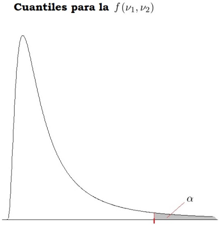
$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu_1+\nu_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right)\,\Gamma\left(\frac{\nu_2}{2}\right)} \left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{\frac{\nu_1}{2}} x^{\frac{\nu_1}{2}-1} \left(1 + \frac{\nu_1}{\nu_2}\,x\right)^{-\frac{\nu_1+\nu_2}{2}} \qquad ; \quad x,\, \nu_1,\, \nu_2 > 0\,.$$

Los parámetros ν_1 y ν_2 son comúnmente llamados grados de libertad. Por notación se escribe: $X \sim f\,(\nu_1,\, \nu_2)$. El parámetro ν_1 se identifica con los grados de libertad del numerador y ν_2 con los del denominador.

Esta distribución concentra las probabilidades en valores pequeños y es sesgada a la derecha, es decir, tiene una cola a la derecha. Dependiendo de los valores para ν_1 y ν_2 esta cola puede ser muy alargada o no. Si X es una variable aleatoria tal que $X \sim f(\nu_1,\, \nu_2)$, se verifica que $\frac{1}{X} \sim f(\nu_2,\, \nu_1)$. Al igual que con las demás distribuciones de probabilidad vistas, se define el cuantil α para X, el cual se denotará como $f_\alpha(\nu_1,\, \nu_2)$, como el valor de la variable X tal que: $P\,(\,X > f_\alpha(\nu_1, \nu_2)\,) = \alpha\,.$

En el siguiente gráfico se muestran algunos ejemplos de distribuciones f para varias combinaciones de los parámetros ν_1 y ν_2 y un cuantil superior para la f.

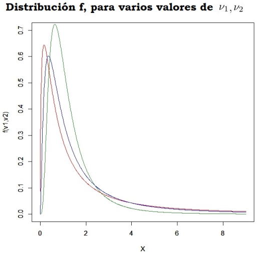


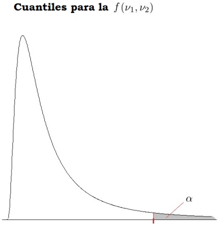


Inferencia para el Cociente de Varianzas

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria de una distribución $n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$; sea $Y_1, \ldots, Y_m$ otra muestra aleatoria de una distribución $n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)$, ambas muestras aleatorias independientes entre si. Sean S_X^2 y S_Y^2 las respectivas varianzas muestrales que se obtienen a partir las muestras anteriores, respectivamente. Se puede mostrar que:

Pruebas de Hipótesis





Inferencia para el Cociente de Varianzas

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria de una distribución $n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$; sea $Y_1, \ldots, Y_m$ otra muestra aleatoria de una distribución $n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)$, ambas muestras aleatorias independientes entre si. Sean S_X^2 y S_Y^2 las respectivas varianzas muestrales que se obtienen a partir las muestras anteriores, respectivamente. Se puede mostrar que:

$$F = \frac{S_X^2/\sigma_X^2}{S_Y^2/\sigma_Y^2} = \frac{\sigma_Y^2}{\sigma_X^2}\,\frac{S_X^2}{S_Y^2} \sim f(n-1, m-1)\,.$$

Inferencia para el Cociente de Varianzas

Como se observó para el cálculo de I.C para la diferencia entre las medias de dos distribuciones normales independientes, es la relación entre sus varianzas poblacionales.

Inferencia para el Cociente de Varianzas

Como se observó para el cálculo de I.C para la diferencia entre las medias de dos distribuciones normales independientes, es la relación entre sus varianzas poblacionales. En el caso de pruebas de hipótesis, dependiendo de si las varianzas son iguales o no, el Estadístico de prueba a ser utilizado tiene una forma diferente al igual que su distribución de probabilidad.

Pruebas de Hipótesis

Inferencia para el Cociente de Varianzas

Como se observó para el cálculo de I.C para la diferencia entre las medias de dos distribuciones normales independientes, es la relación entre sus varianzas poblacionales. En el caso de pruebas de hipótesis, dependiendo de si las varianzas son iguales o no, el Estadístico de prueba a ser utilizado tiene una forma diferente al igual que su distribución de probabilidad.

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria de una distribución $n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$. Sea $Y_1, \ldots, Y_m$ otra muestra aleatoria de una distribución $n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)$, ambas muestras aleatorias independientes entre si.

Inferencia para el Cociente de Varianzas

Como se observó para el cálculo de I.C para la diferencia entre las medias de dos distribuciones normales independientes, es la relación entre sus varianzas poblacionales. En el caso de pruebas de hipótesis, dependiendo de si las varianzas son iguales o no, el Estadístico de prueba a ser utilizado tiene una forma diferente al igual que su distribución de probabilidad.

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria de una distribución $n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$. Sea $Y_1, \ldots, Y_m$ otra muestra aleatoria de una distribución $n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)$, ambas muestras aleatorias independientes entre si. Estamos interesados en establecer como es el cociente σ_X^2/σ_Y^2.

Inferencia para el Cociente de Varianzas

Como se observó para el cálculo de I.C para la diferencia entre las medias de dos distribuciones normales independientes, es la relación entre sus varianzas poblacionales. En el caso de pruebas de hipótesis, dependiendo de si las varianzas son iguales o no, el Estadístico de prueba a ser utilizado tiene una forma diferente al igual que su distribución de probabilidad.

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria de una distribución $n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$. Sea $Y_1, \ldots, Y_m$ otra muestra aleatoria de una distribución $n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)$, ambas muestras aleatorias independientes entre si. Estamos interesados en establecer como es el cociente σ_X^2/σ_Y^2. Si este cociente es 1 se asume que las varianzas son iguales.

Inferencia para el Cociente de Varianzas

Como se observó para el cálculo de I.C para la diferencia entre las medias de dos distribuciones normales independientes, es la relación entre sus varianzas poblacionales. En el caso de pruebas de hipótesis, dependiendo de si las varianzas son iguales o no, el Estadístico de prueba a ser utilizado tiene una forma diferente al igual que su distribución de probabilidad.

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria de una distribución $n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$. Sea $Y_1, \ldots, Y_m$ otra muestra aleatoria de una distribución $n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)$, ambas muestras aleatorias independientes entre si. Estamos interesados en establecer como es el cociente σ_X^2/σ_Y^2. Si este cociente es 1 se asume que las varianzas son iguales. En caso contrario que son diferentes.

Inferencia para el Cociente de Varianzas

Como se observó para el cálculo de I.C para la diferencia entre las medias de dos distribuciones normales independientes, es la relación entre sus varianzas poblacionales. En el caso de pruebas de hipótesis, dependiendo de si las varianzas son iguales o no, el Estadístico de prueba a ser utilizado tiene una forma diferente al igual que su distribución de probabilidad.

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria de una distribución $n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$. Sea $Y_1, \ldots, Y_m$ otra muestra aleatoria de una distribución $n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)$, ambas muestras aleatorias independientes entre si. Estamos interesados en establecer como es el cociente σ_X^2/σ_Y^2. Si este cociente es 1 se asume que las varianzas son iguales. En caso contrario que son diferentes.

Hay dos maneras de determinar esta hipótesis.

Pruebas de Hipótesis

Inferencia para el Cociente de Varianzas

Como se observó para el cálculo de I.C para la diferencia entre las medias de dos distribuciones normales independientes, es la relación entre sus varianzas poblacionales. En el caso de pruebas de hipótesis, dependiendo de si las varianzas son iguales o no, el Estadístico de prueba a ser utilizado tiene una forma diferente al igual que su distribución de probabilidad.

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria de una distribución $n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$. Sea $Y_1, \ldots, Y_m$ otra muestra aleatoria de una distribución $n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)$, ambas muestras aleatorias independientes entre si. Estamos interesados en establecer como es el cociente σ_X^2/σ_Y^2. Si este cociente es 1 se asume que las varianzas son iguales. En caso contrario que son diferentes.

Hay dos maneras de determinar esta hipótesis. Una a través del cálculo de un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para σ_X^2/σ_Y^2;

Inferencia para el Cociente de Varianzas

Como se observó para el cálculo de I.C para la diferencia entre las medias de dos distribuciones normales independientes, es la relación entre sus varianzas poblacionales. En el caso de pruebas de hipótesis, dependiendo de si las varianzas son iguales o no, el Estadístico de prueba a ser utilizado tiene una forma diferente al igual que su distribución de probabilidad.

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria de una distribución $n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$. Sea $Y_1, \ldots, Y_m$ otra muestra aleatoria de una distribución $n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)$, ambas muestras aleatorias independientes entre si. Estamos interesados en establecer como es el cociente σ_X^2/σ_Y^2. Si este cociente es 1 se asume que las varianzas son iguales. En caso contrario que son diferentes.

Hay dos maneras de determinar esta hipótesis. Una a través del cálculo de un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para σ_X^2/σ_Y^2; la otra es a través del planteamiento de una Prueba de Hipótesis, de la forma:

Inferencia para el Cociente de Varianzas

Como se observó para el cálculo de I.C para la diferencia entre las medias de dos distribuciones normales independientes, es la relación entre sus varianzas poblacionales. En el caso de pruebas de hipótesis, dependiendo de si las varianzas son iguales o no, el Estadístico de prueba a ser utilizado tiene una forma diferente al igual que su distribución de probabilidad.

Sea $X_1, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria de una distribución $n\left(\mu_X, \sigma_X^2\right)$. Sea $Y_1, \ldots, Y_m$ otra muestra aleatoria de una distribución $n\left(\mu_Y, \sigma_Y^2\right)$, ambas muestras aleatorias independientes entre si. Estamos interesados en establecer como es el cociente σ_X^2/σ_Y^2. Si este cociente es 1 se asume que las varianzas son iguales. En caso contrario que son diferentes.

Hay dos maneras de determinar esta hipótesis. Una a través del cálculo de un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para σ_X^2/σ_Y^2; la otra es a través del planteamiento de una Prueba de Hipótesis, de la forma:

$$H_0 : \frac{\sigma_X^2}{\sigma_Y^2} = 1 \quad vs \quad H_1 : \frac{\sigma_X^2}{\sigma_Y^2} \neq 1 .$$

Inferencia para el Cociente de Varianzas

Se puede mostrar que un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para σ_X^2/σ_Y^2 está dado por:

Inferencia para el Cociente de Varianzas

Se puede mostrar que un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para σ_X^2/σ_Y^2 está dado por:

$$\left(\frac{S_X^2}{S_Y^2}\,\frac{1}{f_{\alpha/2}(n-1,\,m-1)}\,,\;\frac{S_X^2}{S_Y^2}\,f_{\alpha/2}(m-1,\,n-1)\right)\;,$$

Inferencia para el Cociente de Varianzas

Se puede mostrar que un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para σ_X^2/σ_Y^2 está dado por:

$$\left(\frac{S_X^2}{S_Y^2}\,\frac{1}{f_{\alpha/2}(n-1,\,m-1)}\,,\ \frac{S_X^2}{S_Y^2}\,f_{\alpha/2}(m-1,\,n-1)\right)\,,$$

donde $f_{\alpha/2}$ representa el cuantil superior de la distribución f.

Inferencia para el Cociente de Varianzas

Se puede mostrar que un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para σ_X^2/σ_Y^2 está dado por:

$$\left(\frac{S_X^2}{S_Y^2}\,\frac{1}{f_{\alpha/2}(n-1,\,m-1)}\,,\;\frac{S_X^2}{S_Y^2}\,f_{\alpha/2}(m-1,\,n-1)\right)\,,$$

donde $f_{\alpha/2}$ representa el cuantil superior de la distribución f. Si este intervalo contiene el 1, se asume que las varianzas poblacionales son iguales.

Inferencia para el Cociente de Varianzas

Se puede mostrar que un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para σ_X^2/σ_Y^2 está dado por:

$$\left(\frac{S_X^2}{S_Y^2}\,\frac{1}{f_{\alpha/2}(n-1,\,m-1)}\,,\;\frac{S_X^2}{S_Y^2}\,f_{\alpha/2}(m-1,\,n-1)\right)\;,$$

donde $f_{\alpha/2}$ representa el cuantil superior de la distribución f. Si este intervalo contiene el 1, se asume que las varianzas poblacionales son iguales. En caso contrario se asumen diferentes.

Inferencia para el Cociente de Varianzas

Se puede mostrar que un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para σ_X^2/σ_Y^2 está dado por:

$$\left(\frac{S_X^2}{S_Y^2}\,\frac{1}{f_{\alpha/2}(n-1,\, m-1)}\,,\ \frac{S_X^2}{S_Y^2}\,f_{\alpha/2}(m-1,\, n-1)\right)\,,$$

donde $f_{\alpha/2}$ representa el cuantil superior de la distribución f. Si este intervalo contiene el 1, se asume que las varianzas poblacionales son iguales. En caso contrario se asumen diferentes.

Cuando se usa un I.C para el cociente de las varianzas poblacionales, esto limitará posteriormente, las inferencias que se hagan de la diferencia de medias, es decir, se deberá usar el mismo nivel α, para la Prueba de Hipótesis.

Inferencia para el Cociente de Varianzas

Se puede mostrar que un I.C al $100(1-\alpha)\,\%$ para σ_X^2/σ_Y^2 está dado por:

$$\left(\frac{S_X^2}{S_Y^2}\,\frac{1}{f_{\alpha/2}(n-1,\,m-1)}\,,\;\frac{S_X^2}{S_Y^2}\,f_{\alpha/2}(m-1,\,n-1)\right)\,,$$

donde $f_{\alpha/2}$ representa el cuantil superior de la distribución f. Si este intervalo contiene el 1, se asume que las varianzas poblacionales son iguales. En caso contrario se asumen diferentes.

Cuando se usa un I.C para el cociente de las varianzas poblacionales, esto limitará posteriormente, las inferencias que se hagan de la diferencia de medias, es decir, se deberá usar el mismo nivel α, para la Prueba de Hipótesis. Cuando realizamos el procedimiento de Prueba de Hipótesis para el cociente, podemos usar el valor P, tanto para la hipótesis sobre cociente de varianzas, como para la posterior de diferencia de Medias.

Pruebas de Hipótesis

En el segundo caso, las hipótesis a probar son:

Pruebas de Hipótesis

En el segundo caso, las hipótesis a probar son:

$$H_0 : \frac{\sigma_X^2}{\sigma_Y^2} = 1 \quad vs \quad H_1 : \frac{\sigma_X^2}{\sigma_Y^2} \neq 1 \, .$$

En el segundo caso, las hipótesis a probar son:

$$H_0 : \frac{\sigma_X^2}{\sigma_Y^2} = 1 \quad vs \quad H_1 : \frac{\sigma_X^2}{\sigma_Y^2} \neq 1 \; .$$

El estadístico de Prueba es:

Pruebas de Hipótesis

En el segundo caso, las hipótesis a probar son:

$$H_0 : \frac{\sigma_X^2}{\sigma_Y^2} = 1 \quad vs \quad H_1 : \frac{\sigma_X^2}{\sigma_Y^2} \neq 1 \; .$$

El estadístico de Prueba es:

$$F_C = \frac{S_X^2}{S_Y^2} \sim f(n-1,\, m-1) \; .$$

En el segundo caso, las hipótesis a probar son:

$$H_0 : \frac{\sigma_X^2}{\sigma_Y^2} = 1 \quad vs \quad H_1 : \frac{\sigma_X^2}{\sigma_Y^2} \neq 1 \, .$$

El estadístico de Prueba es:

$$F_C = \frac{S_X^2}{S_Y^2} \sim f(n-1, \, m-1) \, .$$

Para α dado, la región de rechazo es de la forma:

En el segundo caso, las hipótesis a probar son:

$$H_0 : \frac{\sigma_X^2}{\sigma_Y^2} = 1 \quad vs \quad H_1 : \frac{\sigma_X^2}{\sigma_Y^2} \neq 1 \, .$$

El estadístico de Prueba es:

$$F_C = \frac{S_X^2}{S_Y^2} \sim f(n-1, \, m-1) \, .$$

Para α dado, la región de rechazo es de la forma:

$$R.C = \left\{ F_C \, \middle| \, F_C < \frac{1}{f_{\alpha/2}(m-1, \, n-1)} \quad \vee \quad F_C > f_{\alpha/2}(n-1, \, m-1) \right\} \, .$$

En el segundo caso, las hipótesis a probar son:

$$H_0 : \frac{\sigma_X^2}{\sigma_Y^2} = 1 \quad vs \quad H_1 : \frac{\sigma_X^2}{\sigma_Y^2} \neq 1 \, .$$

El estadístico de Prueba es:

$$F_C = \frac{S_X^2}{S_Y^2} \sim f(n-1, \, m-1) \, .$$

Para α dado, la región de rechazo es de la forma:

$$R.C = \left\{ F_C \;\middle|\; F_C < \frac{1}{f_{\alpha/2}(m-1, \, n-1)} \quad \vee \quad F_C > f_{\alpha/2}(n-1, \, m-1) \right\} \, .$$

Para el cálculo del Valor P, se procede según el valor obtenido en el Estadístico de Prueba.

Pruebas de Hipótesis

En el segundo caso, las hipótesis a probar son:

$$H_0: \frac{\sigma_X^2}{\sigma_Y^2} = 1 \quad vs \quad H_1: \frac{\sigma_X^2}{\sigma_Y^2} \neq 1\ .$$

El estadístico de Prueba es:

$$F_C = \frac{S_X^2}{S_Y^2} \sim f(n-1,\, m-1)\ .$$

Para α dado, la región de rechazo es de la forma:

$$R.C = \left\{ F_C \;\middle|\; F_C < \frac{1}{f_{\alpha/2}(m-1,\, n-1)} \quad \vee \quad F_C > f_{\alpha/2}(n-1,\, m-1) \right\}\ .$$

Para el cálculo del Valor P, se procede según el valor obtenido en el Estadístico de Prueba.

Si $F_C < 1 \;\Rightarrow\; Vp = P(f(n-1,\, m-1) < F_C) + P\left(f(m-1,\, n-1) > \frac{1}{F_C}\right)$;

En el segundo caso, las hipótesis a probar son:

$$H_0 : \frac{\sigma_X^2}{\sigma_Y^2} = 1 \quad vs \quad H_1 : \frac{\sigma_X^2}{\sigma_Y^2} \neq 1 \, .$$

El estadístico de Prueba es:

$$F_C = \frac{S_X^2}{S_Y^2} \sim f(n-1,\, m-1) \, .$$

Para α dado, la región de rechazo es de la forma:

$$R.C = \left\{ F_C \;\middle|\; F_C < \frac{1}{f_{\alpha/2}(m-1,\, n-1)} \quad \vee \quad F_C > f_{\alpha/2}(n-1,\, m-1) \right\} .$$

Para el cálculo del Valor P, se procede según el valor obtenido en el Estadístico de Prueba.

Si $F_C < 1 \;\Rightarrow\; Vp = P(f(n-1,\, m-1) < F_C) + P\left(f(m-1,\, n-1) > \frac{1}{F_C} \right)$;

Si $F_C > 1 \;\Rightarrow\; Vp = P(f(n-1,\, m-1) > F_C) + P\left(f(m-1,\, n-1) < \frac{1}{F_C} \right)$.

Tabla de cuantiles para la distribución f

El cálculo de probabilidades o de cuantiles para una f es a través de tablas que se calculan de manera numérica.

Tabla de cuantiles para la distribución f

El cálculo de probabilidades o de cuantiles para una f es a través de tablas que se calculan de manera numérica. En la siguiente imagen se muestra una parte de una tabla para la f.

Tabla de cuantiles para la distribución f

El cálculo de probabilidades o de cuantiles para una f es a través de tablas que se calculan de manera numérica. En la siguiente imagen se muestra una parte de una tabla para la f.

TABLA Distribución f   Áreas a derecha

G1 Nume	α/ G1 Deno	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0,25	5,83	2,57	2,02	1,81	1,69	1,62	1,57	1,54	1,51	1,49	1,47	1,46	1,45	1,44	1,43	1,42	1,42	1,41	1,41	1,40
	0,1	39,86	8,53	5,54	4,54	4,06	3,78	3,59	3,46	3,36	3,29	3,23	3,18	3,14	3,10	3,07	3,05	3,03	3,01	2,99	2,97
	0,05	161,45	18,51	10,13	7,71	6,61	5,99	5,59	5,32	5,12	4,96	4,84	4,75	4,67	4,60	4,54	4,49	4,45	4,41	4,38	4,35
	0,03	449,65	31,84	15,18	10,87	9,02	8,00	7,37	6,94	6,62	6,39	6,20	6,06	5,93	5,83	5,75	5,67	5,61	5,55	5,50	5,46
	0,025	647,79	38,51	17,44	12,22	10,01	8,81	8,07	7,57	7,21	6,94	6,72	6,55	6,41	6,30	6,20	6,12	6,04	5,98	5,92	5,87
	0,01	4052,18	98,50	34,12	21,20	16,26	13,75	12,25	11,26	10,56	10,04	9,65	9,33	9,07	8,86	8,68	8,53	8,40	8,29	8,18	8,10
2	0,25	7,50	3,00	2,28	2,00	1,85	1,76	1,70	1,66	1,62	1,60	1,58	1,56	1,55	1,53	1,52	1,51	1,51	1,50	1,49	1,49
	0,1	49,50	9,00	5,46	4,32	3,78	3,46	3,26	3,11	3,01	2,92	2,86	2,81	2,76	2,73	2,70	2,67	2,64	2,62	2,61	2,59
	0,05	199,50	19,00	9,55	6,94	5,79	5,14	4,74	4,46	4,26	4,10	3,98	3,89	3,81	3,74	3,68	3,63	3,59	3,55	3,52	3,49
	0,03	555,06	32,33	14,04	9,55	7,66	6,65	6,03	5,61	5,31	5,08	4,91	4,76	4,65	4,55	4,47	4,40	4,34	4,29	4,24	4,20
	0,025	799,50	39,00	16,04	10,65	8,43	7,26	6,54	6,06	5,71	5,46	5,26	5,10	4,97	4,86	4,77	4,69	4,62	4,56	4,51	4,46
	0,01	4999,50	99,00	30,82	18,00	13,27	10,92	9,55	8,65	8,02	7,56	7,21	6,93	6,70	6,51	6,36	6,23	6,11	6,01	5,93	5,85
3	0,25	8,20	3,15	2,36	2,05	1,88	1,78	1,72	1,67	1,63	1,60	1,58	1,56	1,55	1,53	1,52	1,51	1,50	1,49	1,49	1,48
	0,1	53,59	9,16	5,39	4,19	3,62	3,29	3,07	2,92	2,81	2,73	2,66	2,61	2,56	2,52	2,49	2,46	2,44	2,42	2,40	2,38
	0,05	215,71	19,16	9,28	6,59	5,41	4,76	4,35	4,07	3,86	3,71	3,59	3,49	3,41	3,34	3,29	3,24	3,20	3,16	3,13	3,10
	0,03	599,98	32,50	13,53	8,97	7,08	6,07	5,45	5,04	4,74	4,52	4,34	4,20	4,09	4,00	3,92	3,85	3,79	3,74	3,69	3,65
	0,025	864,16	39,17	15,44	9,98	7,76	6,60	5,89	5,42	5,08	4,83	4,63	4,47	4,35	4,24	4,15	4,08	4,01	3,95	3,90	3,86
	0,01	5403,35	99,17	29,46	16,69	12,06	9,78	8,45	7,59	6,99	6,55	6,22	5,95	5,74	5,56	5,42	5,29	5,18	5,09	5,01	4,94
4	0,25	8,58	3,23	2,39	2,06	1,89	1,79	1,72	1,66	1,63	1,59	1,57	1,55	1,53	1,52	1,51	1,50	1,49	1,48	1,47	1,47
	0,1	55,83	9,24	5,34	4,11	3,52	3,18	2,96	2,81	2,69	2,61	2,54	2,48	2,43	2,39	2,36	2,33	2,31	2,29	2,27	2,25
	0,05	224,58	19,25	9,12	6,39	5,19	4,53	4,12	3,84	3,63	3,48	3,36	3,26	3,18	3,11	3,06	3,01	2,96	2,93	2,90	2,87
	0,03	624,58	32,58	13,25	8,65	6,75	5,74	5,13	4,71	4,42	4,20	4,02	3,89	3,77	3,68	3,60	3,53	3,48	3,43	3,38	3,34
	0,025	899,58	39,25	15,10	9,60	7,39	6,23	5,52	5,05	4,72	4,47	4,28	4,12	4,00	3,89	3,80	3,73	3,66	3,61	3,56	3,51
	0,01	5624,58	99,25	28,71	15,98	11,39	9,15	7,85	7,01	6,42	5,99	5,67	5,41	5,21	5,04	4,89	4,77	4,67	4,58	4,50	4,43

Ejemplo 96

El artículo *Effects of fast-food consumption on energy intake and diet quality among children in a National household study* (*Pediatrics*, 2004), reporta el resumen de datos relacionados con la ingesta de calorías tanto para una muestra de adolescentes que dijeron no suelen consumir comida rápida y otra muestra de adolescentes que digeron consumirla.

Ejemplo 96

El artículo *Effects of fast-food consumption on energy intake and diet quality among children in a National household study* (*Pediatrics*, 2004), reporta el resumen de datos relacionados con la ingesta de calorías tanto para una muestra de adolescentes que dijeron no suelen consumir comida rápida y otra muestra de adolescentes que digeron consumirla. Se cree que esta costumbre incrementa el consumo medio de calorías en el segundo grupo en comparación con el primero.

Ejemplo 96

El artículo *Effects of fast-food consumption on energy intake and diet quality among children in a National household study* (*Pediatrics*, 2004), reporta el resumen de datos relacionados con la ingesta de calorías tanto para una muestra de adolescentes que dijeron no suelen consumir comida rápida y otra muestra de adolescentes que digeron consumirla. Se cree que esta costumbre incrementa el consumo medio de calorías en el segundo grupo en comparación con el primero. Se desea establecer si la variabilidad en las mediciones de calorías en ambos grupos es diferente.

Ejemplo 96

El artículo *Effects of fast-food consumption on energy intake and diet quality among children in a National household study* (*Pediatrics*, 2004), reporta el resumen de datos relacionados con la ingesta de calorías tanto para una muestra de adolescentes que dijeron no suelen consumir comida rápida y otra muestra de adolescentes que digeron consumirla. Se cree que esta costumbre incrementa el consumo medio de calorías en el segundo grupo en comparación con el primero. Se desea establecer si la variabilidad en las mediciones de calorías en ambos grupos es diferente. De la experiencia se sabe que el contenido de calorías en ambas poblaciones es una variable aleatoria Normal.

Ejemplo 96

El artículo *Effects of fast-food consumption on energy intake and diet quality among children in a National household study* (*Pediatrics*, 2004), reporta el resumen de datos relacionados con la ingesta de calorías tanto para una muestra de adolescentes que dijeron no suelen consumir comida rápida y otra muestra de adolescentes que digeron consumirla. Se cree que esta costumbre incrementa el consumo medio de calorías en el segundo grupo en comparación con el primero. Se desea establecer si la variabilidad en las mediciones de calorías en ambos grupos es diferente. De la experiencia se sabe que el contenido de calorías en ambas poblaciones es una variable aleatoria Normal. La infomación obtenida en el estudio se muestra a continuación.

Ejemplo 96

El artículo *Effects of fast-food consumption on energy intake and diet quality among children in a National household study* (*Pediatrics*, 2004), reporta el resumen de datos relacionados con la ingesta de calorías tanto para una muestra de adolescentes que dijeron no suelen consumir comida rápida y otra muestra de adolescentes que digeron consumirla. Se cree que esta costumbre incrementa el consumo medio de calorías en el segundo grupo en comparación con el primero. Se desea establecer si la variabilidad en las mediciones de calorías en ambos grupos es diferente. De la experiencia se sabe que el contenido de calorías en ambas poblaciones es una variable aleatoria Normal. La infomación obtenida en el estudio se muestra a continuación.

Comen comida rápida	Tamaño	Promedio	Desv.Esta (S)
NO	13	2258	1519
SI	12	2637	1138

Ejemplo 96

El artículo *Effects of fast-food consumption on energy intake and diet quality among children in a National household study* (*Pediatrics*, 2004), reporta el resumen de datos relacionados con la ingesta de calorías tanto para una muestra de adolescentes que dijeron no suelen consumir comida rápida y otra muestra de adolescentes que digeron consumirla. Se cree que esta costumbre incrementa el consumo medio de calorías en el segundo grupo en comparación con el primero. Se desea establecer si la variabilidad en las mediciones de calorías en ambos grupos es diferente. De la experiencia se sabe que el contenido de calorías en ambas poblaciones es una variable aleatoria Normal. La infomación obtenida en el estudio se muestra a continuación.

Comen comida rápida	Tamaño	Promedio	Desv.Esta (S)
NO	13	2258	1519
SI	12	2637	1138

Usando un $\alpha = 0.05$ ¿Cuál es la conclusión con relación a la variabilidad en las mediciones de calorías para ambos grupos?

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{13}$ una m.a. que representa las mediciones de calorías en el grupo de adolescentes que no consumen comidas rápidas; se asume que $X_i \sim n(\mu_1, \sigma_1^2)$.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{13}$ una m.a. que representa las mediciones de calorías en el grupo de adolescentes que no consumen comidas rápidas; se asume que $X_i \sim n(\mu_1, \sigma_1^2)$. Sea $Y_1, \ldots, Y_{12}$ otra m.a. que representa las mediciones de calorías en el grupo de adolescentes que consumen comidas rápidas; se asume que $Y_j \sim n(\mu_2, \sigma_2^2)$ ambas muestras independientes entre si.

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{13}$ una m.a. que representa las mediciones de calorías en el grupo de adolescentes que no consumen comidas rápidas; se asume que $X_i \sim n(\mu_1, \sigma_1^2)$. Sea $Y_1, \ldots, Y_{12}$ otra m.a. que representa las mediciones de calorías en el grupo de adolescentes que consumen comidas rápidas; se asume que $Y_j \sim n(\mu_2, \sigma_2^2)$ ambas muestras independientes entre si. Se desea probar las hipótesis:

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{13}$ una m.a. que representa las mediciones de calorías en el grupo de adolescentes que no consumen comidas rápidas; se asume que $X_i \sim n(\mu_1, \sigma_1^2)$. Sea $Y_1, \ldots, Y_{12}$ otra m.a. que representa las mediciones de calorías en el grupo de adolescentes que consumen comidas rápidas; se asume que $Y_j \sim n(\mu_2, \sigma_2^2)$ ambas muestras independientes entre si. Se desea probar las hipótesis:

$$H_0 \, : \, \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad vs \quad H_a : \, \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \, .$$

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{13}$ una m.a. que representa las mediciones de calorías en el grupo de adolescentes que no consumen comidas rápidas; se asume que $X_i \sim n(\mu_1, \sigma_1^2)$. Sea $Y_1, \ldots, Y_{12}$ otra m.a. que representa las mediciones de calorías en el grupo de adolescentes que consumen comidas rápidas; se asume que $Y_j \sim n(\mu_2, \sigma_2^2)$ ambas muestras independientes entre si. Se desea probar las hipótesis:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad vs \quad H_a : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \ .$$

Estadístico de prueba:

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{13}$ una m.a. que representa las mediciones de calorías en el grupo de adolescentes que no consumen comidas rápidas; se asume que $X_i \sim n(\mu_1, \sigma_1^2)$. Sea $Y_1, \ldots, Y_{12}$ otra m.a. que representa las mediciones de calorías en el grupo de adolescentes que consumen comidas rápidas; se asume que $Y_j \sim n(\mu_2, \sigma_2^2)$ ambas muestras independientes entre si. Se desea probar las hipótesis:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad vs \quad H_a : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \ .$$

Estadístico de prueba:

$$F_C = \frac{S_1^2}{S_2^2} \sim f(12, 11) \ .$$

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{13}$ una m.a. que representa las mediciones de calorías en el grupo de adolescentes que no consumen comidas rápidas; se asume que $X_i \sim n(\mu_1, \sigma_1^2)$. Sea $Y_1, \ldots, Y_{12}$ otra m.a. que representa las mediciones de calorías en el grupo de adolescentes que consumen comidas rápidas; se asume que $Y_j \sim n(\mu_2, \sigma_2^2)$ ambas muestras independientes entre si. Se desea probar las hipótesis:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad vs \quad H_a : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \; .$$

Estadístico de prueba:

$$F_C = \frac{S_1^2}{S_2^2} \sim f(12, 11) \; .$$

La región de rechazo, para un $\alpha = 0.05$ es de la forma:

Solución

Sea $X_1, \ldots, X_{13}$ una m.a. que representa las mediciones de calorías en el grupo de adolescentes que no consumen comidas rápidas; se asume que $X_i \sim n(\mu_1, \sigma_1^2)$. Sea $Y_1, \ldots, Y_{12}$ otra m.a. que representa las mediciones de calorías en el grupo de adolescentes que consumen comidas rápidas; se asume que $Y_j \sim n(\mu_2, \sigma_2^2)$ ambas muestras independientes entre si. Se desea probar las hipótesis:

$$H_0 \, : \, \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad vs \quad H_a : \, \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \, .$$

Estadístico de prueba:

$$F_C = \frac{S_1^2}{S_2^2} \sim f(12, 11) \, .$$

La región de rechazo, para un $\alpha = 0.05$ es de la forma:

$$\left\{ F_C \;\middle|\; F_C < \frac{1}{f_{0.025}(11,\, 12)} \,\vee\, F_C > f_{0.025}(12,\, 11) \right\} \, .$$

En este caso $f_{0.025}(11,\,12) = 3.321$ y $f_{0.025}(12,\,11) = 3.430$.

En este caso $f_{0.025}(11,\, 12) = 3.321$ y $f_{0.025}(12,\, 11) = 3.430$. Con esto, la región de rechazo será:

Pruebas de Hipótesis

En este caso $f_{0.025}(11,\, 12) = 3.321$ y $f_{0.025}(12,\, 11) = 3.430$. Con esto, la región de rechazo será:

$$\{\, F_C \mid F_C < 0.3011 \;\vee\; F_C > 3.43 \,\}\,.$$

En este caso $f_{0.025}(11,\, 12) = 3.321$ y $f_{0.025}(12,\, 11) = 3.430$. Con esto, la región de rechazo será:

$$\{\, F_C \mid F_C < 0.3011 \;\vee\; F_C > 3.43 \,\} \,.$$

Ahora, $F_C = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{1519^2}{1138^2} = 1.782\,.$

En este caso $f_{0.025}(11,\, 12) = 3.321$ y $f_{0.025}(12,\, 11) = 3.430$. Con esto, la región de rechazo será:

$$\{\, F_C \mid F_C < 0.3011 \ \vee \ F_C > 3.43 \,\}\,.$$

Ahora, $F_C = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{1519^2}{1138^2} = 1.782$. Como $0.3011 < F_C < 3.43$, no se puede rechazar H_0 y se concluye que la evidencia muestral no es suficiente para observar una diferencia en las varianzas de los consumos de calorias para ambos grupos de adolescentes, se asume entonces que ambas varianzas son similares.

En este caso $f_{0.025}(11, 12) = 3.321$ y $f_{0.025}(12, 11) = 3.430$. Con esto, la región de rechazo será:

$$\{\, F_C \mid F_C < 0.3011 \;\vee\; F_C > 3.43 \,\}\,.$$

Ahora, $F_C = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{1519^2}{1138^2} = 1.782\,$. Como $0.3011 < F_C < 3.43$, no se puede rechazar H_0 y se concluye que la evidencia muestral no es suficiente para observar una diferencia en las varianzas de los consumos de calorias para ambos grupos de adolescentes, se asume entonces que ambas varianzas son similares.para calcular el Valor P observe que $F_C = 1.782\,$.

En este caso $f_{0.025}(11,\, 12) = 3.321$ y $f_{0.025}(12,\, 11) = 3.430$. Con esto, la región de rechazo será:

$$\{\, F_C \mid F_C < 0.3011 \;\vee\; F_C > 3.43 \,\}\,.$$

Ahora, $F_C = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{1519^2}{1138^2} = 1.782$. Como $0.3011 < F_C < 3.43$, no se puede rechazar H_0 y se concluye que la evidencia muestral no es suficiente para observar una diferencia en las varianzas de los consumos de calorias para ambos grupos de adolescentes, se asume entonces que ambas varianzas son similares.para calcular el Valor P observe que $F_C = 1.782$. Así:

En este caso $f_{0.025}(11,\, 12) = 3.321$ y $f_{0.025}(12,\, 11) = 3.430$. Con esto, la región de rechazo será:

$$\{\, F_C \mid F_C < 0.3011 \;\vee\; F_C > 3.43 \,\}\,.$$

Ahora, $F_C = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{1519^2}{1138^2} = 1.782$. Como $0.3011 < F_C < 3.43$, no se puede rechazar H_0 y se concluye que la evidencia muestral no es suficiente para observar una diferencia en las varianzas de los consumos de calorias para ambos grupos de adolescentes, se asume entonces que ambas varianzas son similares.para calcular el Valor P observe que $F_C = 1.782$. Así:

$$\begin{aligned} Vp &= P(f(12,\, 11) > 1.782) + P\left(f(11,\, 12) < \frac{1}{1.782}\right) \\ &= P(f(12,\, 11) > 1.782) + P(f(11,\, 12) < 0.561) \\ &= 0.1739 + 0.1738 = 0.3477 \end{aligned}$$

En este caso $f_{0.025}(11,\, 12) = 3.321$ y $f_{0.025}(12,\, 11) = 3.430$. Con esto, la región de rechazo será:

$$\{\, F_C \mid F_C < 0.3011 \;\vee\; F_C > 3.43 \,\}\,.$$

Ahora, $F_C = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{1519^2}{1138^2} = 1.782$. Como $0.3011 < F_C < 3.43$, no se puede rechazar H_0 y se concluye que la evidencia muestral no es suficiente para observar una diferencia en las varianzas de los consumos de calorias para ambos grupos de adolescentes, se asume entonces que ambas varianzas son similares.para calcular el Valor P observe que $F_C = 1.782$. Así:

$$\begin{aligned} Vp &= P(f(12,\, 11) > 1.782) + P\left(f(11,\, 12) < \frac{1}{1.782}\right) \\ &= P(f(12,\, 11) > 1.782) + P(f(11,\, 12) < 0.561) \\ &= 0.1739 + 0.1738 = 0.3477 \end{aligned}$$

De igual manera se valida que, como Vp es grande, no se debe rechazar H_0, es decir, se asume que $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$.