Probabilidad y Distribuciones de Probabilidad

Variables Aleatorias

En la mayoría de problemas a los que comúnmente nos enfrentamos, es clave poder contar con datos que permitan aportar al entendimiento y solución del mismo.

Variables Aleatorias

En la mayoría de problemas a los que comúnmente nos enfrentamos, es clave poder contar con datos que permitan aportar al entendimiento y solución del mismo. Para hacerlo se hace necesario la realización de un experimento aleatorio.

Variables Aleatorias

En la mayoría de problemas a los que comúnmente nos enfrentamos, es clave poder contar con datos que permitan aportar al entendimiento y solución del mismo. Para hacerlo se hace necesario la realización de un experimento aleatorio. Pero en la mayoría de casos, la descripción del conjunto de posibles resultados derivados de este puede ser complicada y al mismo tiempo hacer complicado el cálculo de probabilidades.

Variables Aleatorias

En la mayoría de problemas a los que comúnmente nos enfrentamos, es clave poder contar con datos que permitan aportar al entendimiento y solución del mismo. Para hacerlo se hace necesario la realización de un experimento aleatorio. Pero en la mayoría de casos, la descripción del conjunto de posibles resultados derivados de este puede ser complicada y al mismo tiempo hacer complicado el cálculo de probabilidades.

Por ejemplo, si una persona es seleccionada de una población diversas características pueden ser de interés y cada una aporta al entendímiento de un fenómeno en especial; con cuantas personas vive, cuantos hijos tiene, cuantas personas conforman su grupo familiar, cuanto gana, cuanto gasta, cuanto paga por servicios, etc.

Variables Aleatorias

En la mayoría de problemas a los que comúnmente nos enfrentamos, es clave poder contar con datos que permitan aportar al entendimiento y solución del mismo. Para hacerlo se hace necesario la realización de un experimento aleatorio. Pero en la mayoría de casos, la descripción del conjunto de posibles resultados derivados de este puede ser complicada y al mismo tiempo hacer complicado el cálculo de probabilidades.

Por ejemplo, si una persona es seleccionada de una población diversas características pueden ser de interés y cada una aporta al entendímiento de un fenómeno en especial; con cuantas personas vive, cuantos hijos tiene, cuantas personas conforman su grupo familiar, cuanto gana, cuanto gasta, cuanto paga por servicios, etc.

Las características antes mencionadas varían de sujeto a sujeto.

Probabilidad y Distribuciones de Probabilidad

Variables Aleatorias

En la mayoría de problemas a los que comúnmente nos enfrentamos, es clave poder contar con datos que permitan aportar al entendimiento y solución del mismo. Para hacerlo se hace necesario la realización de un experimento aleatorio. Pero en la mayoría de casos, la descripción del conjunto de posibles resultados derivados de este puede ser complicada y al mismo tiempo hacer complicado el cálculo de probabilidades.

Por ejemplo, si una persona es seleccionada de una población diversas características pueden ser de interés y cada una aporta al entendímiento de un fenómeno en especial; con cuantas personas vive, cuantos hijos tiene, cuantas personas conforman su grupo familiar, cuanto gana, cuanto gasta, cuanto paga por servicios, etc.

Las características antes mencionadas varían de sujeto a sujeto. Asociadas a estas características podemos establecer reglas que asignen a cada sujeto u objeto un valor real que está asociado a lo que se desea conocer.

Variables Aleatorias

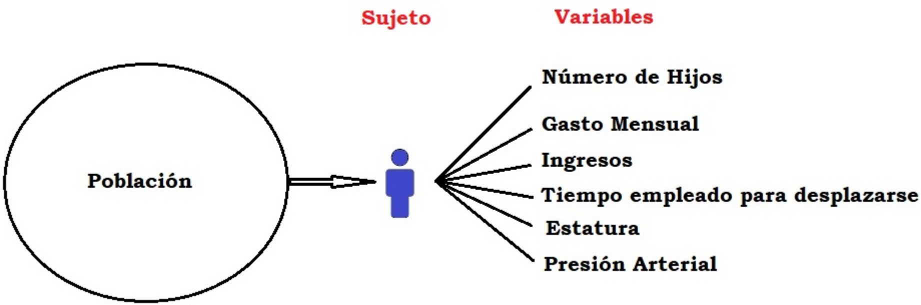
En la mayoría de problemas a los que comúnmente nos enfrentamos, es clave poder contar con datos que permitan aportar al entendimiento y solución del mismo. Para hacerlo se hace necesario la realización de un experimento aleatorio. Pero en la mayoría de casos, la descripción del conjunto de posibles resultados derivados de este puede ser complicada y al mismo tiempo hacer complicado el cálculo de probabilidades.

Por ejemplo, si una persona es seleccionada de una población diversas características pueden ser de interés y cada una aporta al entendímiento de un fenómeno en especial; con cuantas personas vive, cuantos hijos tiene, cuantas personas conforman su grupo familiar, cuanto gana, cuanto gasta, cuanto paga por servicios, etc.

Las características antes mencionadas varían de sujeto a sujeto. Asociadas a estas características podemos establecer reglas que asignen a cada sujeto u objeto un valor real que está asociado a lo que se desea conocer. Esta asociación o regla se conoce como *Variable Aleatoria*.

Probabilidad y Distribuciones de Probabilidad

Es importante aclarar que dependiendo del tipo de problema a abordar, las características a tener en cuenta pueden cambiar, así se consideren los mismos sujetos. Por ejemplo si se desea estudiar problemas relacionados con Rendimiento académico en niños de un colegio, las variables a tener en cuenta pueden ser muy diferentes, si se desea estudiar el efecto de una vacuna para los mismos niños.



Variable Aleatoria

Una **Variable Aleatoria** es una función definida en un espacio Muestral S que asigna a cada resultado de un experimento aleatorio un valor real.

Variable Aleatoria

Una **Variable Aleatoria** es una función definida en un espacio Muestral S que asigna a cada resultado de un experimento aleatorio un valor real. Usualmente son denotadas con letras mayúsculas como (X , Y , Z , T, etc).

Variable Aleatoria

Una **Variable Aleatoria** es una función definida en un espacio Muestral S que asigna a cada resultado de un experimento aleatorio un valor real. Usualmente son denotadas con letras mayúsculas como $(X$, Y , Z , T, etc$)$. Sea X una variable aleatoria definida sobre un espacio muestral S, gráficamente se tiene que:

Variable Aleatoria

Una **Variable Aleatoria** es una función definida en un espacio Muestral S que asigna a cada resultado de un experimento aleatorio un valor real. Usualmente son denotadas con letras mayúsculas como (X , Y , Z , T, etc). Sea X una variable aleatoria definida sobre un espacio muestral S, gráficamente se tiene que:

$$\begin{aligned} X: \quad S \quad &\rightarrow \quad \mathbb{R} \\ s \quad &\rightarrow \quad X(s) = x\ , \quad x \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

Al conjunto de todos los posibles resultados de una variable aleatoria se le llamará *Rango* de la variable y es usualmente denotado A_X.

Ejemplo 13

Tres monedas no cargadas son lanzadas al tiempo.

Probabilidad y Distribuciones de Probabilidad

Variable Aleatoria

Una **Variable Aleatoria** es una función definida en un espacio Muestral S que asigna a cada resultado de un experimento aleatorio un valor real. Usualmente son denotadas con letras mayúsculas como $(X\ ,\ Y\ ,\ Z\ ,\ T$, etc). Sea X una variable aleatoria definida sobre un espacio muestral S, gráficamente se tiene que:

$$\begin{array}{rccl} X: & S & \to & \mathbb{R} \\ & s & \to & X(s) = x\ , \quad x \in \mathbb{R} \end{array}$$

Al conjunto de todos los posibles resultados de una variable aleatoria se le llamará *Rango* de la variable y es usualmente denotado A_X.

Ejemplo 13

Tres monedas no cargadas son lanzadas al tiempo. Hallar el espacio muestral S y analice la variable aleatoria X: el número de caras observadas.

Solución

El espacio muestral está dado por:

Solución

El espacio muestral está dado por:

$$S = \{CCC\,, CCS\,, CSC\,, SCC\,, CSS\,, SCS\,, SSC\,, SSS\} \ .$$

Solución

El espacio muestral está dado por:

$$S = \{CCC\,,\, CCS\,,\, CSC\,,\, SCC\,,\, CSS\,,\, SCS\,,\, SSC\,,\, SSS\}\ .$$

La variable aleatoria de interés es X: $\#$ caras en cada lanzamiento.

Solución

El espacio muestral está dado por:

$$S = \{CCC\,, CCS\,, CSC\,, SCC\,, CSS\,, SCS\,, SSC\,, SSS\}\ .$$

La variable aleatoria de interés es X: # caras en cada lanzamiento. En este caso los valores que se pueden observar en cuanto al número de caras son $\{0, 1, 2, 3\}$.

Solución

El espacio muestral está dado por:

$$S = \{CCC\,, CCS\,, CSC\,, SCC\,, CSS\,, SCS\,, SSC\,, SSS\}\ .$$

La variable aleatoria de interés es X: # caras en cada lanzamiento. En este caso los valores que se pueden observar en cuanto al número de caras son $\{0, 1, 2, 3\}$. Si se denota por A_X el conjunto de todos los posibles valores que toma la v.a X, se tiene que $A_X = \{0, 1, 2, 3\}$.

Solución

El espacio muestral está dado por:

$$S = \{CCC\,, CCS\,, CSC\,, SCC\,, CSS\,, SCS\,, SSC\,, SSS\}\ .$$

La variable aleatoria de interés es X: # caras en cada lanzamiento. En este caso los valores que se pueden observar en cuanto al número de caras son $\{0,1,2,3\}$. Si se denota por A_X el conjunto de todos los posibles valores que toma la v.a X, se tiene que $A_X = \{0,1,2,3\}$. La función X asigna a cada resultado del espacio muestral un valor real que pertenece a A_X, tal como se muestra a continuación:

Solución

El espacio muestral está dado por:

$$S = \{CCC\,, CCS\,, CSC\,, SCC\,, CSS\,, SCS\,, SSC\,, SSS\}\ .$$

La variable aleatoria de interés es X: # caras en cada lanzamiento. En este caso los valores que se pueden observar en cuanto al número de caras son $\{0, 1, 2, 3\}$. Si se denota por A_X el conjunto de todos los posibles valores que toma la v.a X, se tiene que $A_X = \{0, 1, 2, 3\}$. La función X asigna a cada resultado del espacio muestral un valor real que pertenece a A_X, tal como se muestra a continuación:

$$X : \begin{array}{cccccccc} CCC & CCS & CSC & SCC & CSS & SCS & SSC & SSS \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 3 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\ .$$

Solución

El espacio muestral está dado por:

$$S = \{CCC\,, CCS\,, CSC\,, SCC\,, CSS\,, SCS\,, SSC\,, SSS\}\ .$$

La variable aleatoria de interés es X: $\#$ caras en cada lanzamiento. En este caso los valores que se pueden observar en cuanto al número de caras son $\{0, 1, 2, 3\}$. Si se denota por A_X el conjunto de todos los posibles valores que toma la v.a X, se tiene que $A_X = \{0, 1, 2, 3\}$. La función X asigna a cada resultado del espacio muestral un valor real que pertenece a A_X, tal como se muestra a continuación:

$$X : \begin{array}{cccccccc} CCC & CCS & CSC & SCC & CSS & SCS & SSC & SSS \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 3 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\ .$$

Por ejemplo,

Solución

El espacio muestral está dado por:

$$S = \{CCC\,, CCS\,, CSC\,, SCC\,, CSS\,, SCS\,, SSC\,, SSS\}\ .$$

La variable aleatoria de interés es X: $\#$ caras en cada lanzamiento. En este caso los valores que se pueden observar en cuanto al número de caras son $\{0, 1, 2, 3\}$. Si se denota por A_X el conjunto de todos los posibles valores que toma la v.a X, se tiene que $A_X = \{0, 1, 2, 3\}$. La función X asigna a cada resultado del espacio muestral un valor real que pertenece a A_X, tal como se muestra a continuación:

$$X : \begin{array}{cccccccc} CCC & CCS & CSC & SCC & CSS & SCS & SSC & SSS \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 3 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\ .$$

Por ejemplo,

$$X\,(CCC) = 3\,,\ \ X\,(SCC) = 2\,,\ \ X\,(SSS) = 0\,,\ \ X\,(SSC) = 1\ .$$

Ejemplo 14

Se lanzan un par de dados cúbicos no cargados.

Ejemplo 14

Se lanzan un par de dados cúbicos no cargados. Halle el espacio muestral y analize las variables aleatorias X: suma de los 2 resultados y Y: diferencia entre los dos resultados.

Solución

El espacio muestral para este experimento es:

Ejemplo 14

Se lanzan un par de dados cúbicos no cargados. Halle el espacio muestral y analize las variables aleatorias X: suma de los 2 resultados y Y: diferencia entre los dos resultados.

Solución

El espacio muestral para este experimento es:

$$S = \{(1\ ,\ 1)\ ,\ (1\ ,\ 2)\ ,\ \ldots\ ,\ (5\ ,\ 6)\ ,\ (6\ ,\ 6)\}\ .$$

Para la variable aleatoria X, que corresponde a la suma de los dos resultados, la asignación para los diferentes pares de resultados se muestra así:

Ejemplo 14

Se lanzan un par de dados cúbicos no cargados. Halle el espacio muestral y analize las variables aleatorias X: suma de los 2 resultados y Y: diferencia entre los dos resultados.

Solución

El espacio muestral para este experimento es:

$$S = \{(1\ ,\ 1)\ ,\ (1\ ,\ 2)\ ,\ \ldots\ ,\ (5\ ,\ 6)\ ,\ (6\ ,\ 6)\}\ .$$

Para la variable aleatoria X, que corresponde a la suma de los dos resultados, la asignación para los diferentes pares de resultados se muestra así:

$$\begin{array}{lllllllllllll} (1,1) & \to & 2 & , & (3,2) & \to & 5 & , & (4,3) & \to & 7 & & \\ (1,2) & \to & 3 & , & (3,5) & \to & 8 & , & (6,2) & \to & 8 & & \text{etc.} \\ (5,6) & \to & 11 & , & (6,6) & \to & 12 & , & (2,5) & \to & 7 & & \end{array}$$

En este caso el rango de la variable aleatoria X, está dado por:

Ejemplo 14

Se lanzan un par de dados cúbicos no cargados. Halle el espacio muestral y analize las variables aleatorias X: suma de los 2 resultados y Y: diferencia entre los dos resultados.

Solución

El espacio muestral para este experimento es:

$$S = \{(1\ ,\ 1)\ ,\ (1\ ,\ 2)\ ,\ \ldots\ ,\ (5\ ,\ 6)\ ,\ (6\ ,\ 6)\}\ .$$

Para la variable aleatoria X, que corresponde a la suma de los dos resultados, la asignación para los diferentes pares de resultados se muestra así:

$$\begin{array}{llllllllllll} (1,1) & \rightarrow & 2 & , & (3,2) & \rightarrow & 5 & , & (4,3) & \rightarrow & 7 & \\ (1,2) & \rightarrow & 3 & , & (3,5) & \rightarrow & 8 & , & (6,2) & \rightarrow & 8 & \text{etc.} \\ (5,6) & \rightarrow & 11 & , & (6,6) & \rightarrow & 12 & , & (2,5) & \rightarrow & 7 & \end{array}$$

En este caso el rango de la variable aleatoria X, está dado por:

$$A_X = \{2\ ,\ 3\ ,\ 4\ ,\ 5\ ,\ 6\ ,7\ ,\ 8\ ,\ 9\ ,\ 10\ ,\ 11\ ,\ 12\}\ .$$

Para la variable aleatoria Y: Diferencia entre los dos resultados, se tiene que:

Para la variable aleatoria Y: Diferencia entre los dos resultados, se tiene que:

$$\begin{array}{cclccclccccl} (1,1) & \to & 0 & , & (3,2) & \to & 1 & , & (4,3) & \to & 1 \\ (1,2) & \to & -1 & , & (3,5) & \to & -2 & , & (6,2) & \to & 4 \\ (5,6) & \to & -1 & , & (6,6) & \to & 0 & , & (2,5) & \to & -3 \end{array}$$

Así,

$$A_Y = \{-5\,,\ -4\,,\ -3\,,\ -2\,,\ -1\,,\ 0\,,\ 1\,,\ 2\,,\ 3\,,\ 4\,,\ 5\}\ .$$

Para la variable aleatoria Y: Diferencia entre los dos resultados, se tiene que:

$$\begin{array}{ccccccccccc} (1,1) & \to & 0 & , & (3,2) & \to & 1 & , & (4,3) & \to & 1 \\ (1,2) & \to & -1 & , & (3,5) & \to & -2 & , & (6,2) & \to & 4 \\ (5,6) & \to & -1 & , & (6,6) & \to & 0 & , & (2,5) & \to & -3 \end{array}$$

Así,

$$A_Y = \{-5\,,\ -4\,,\ -3\,,\ -2\,,\ -1\,,\ 0\,,\ 1\,,\ 2\,,\ 3\,,\ 4\,,\ 5\}\ .$$

Por ejemplo, considere el experimento de lanzar una moneda.

Para la variable aleatoria Y: Diferencia entre los dos resultados, se tiene que:

$$\begin{array}{ccccccccccc} (1,1) & \rightarrow & 0 & , & (3,2) & \rightarrow & 1 & , & (4,3) & \rightarrow & 1 \\ (1,2) & \rightarrow & -1 & , & (3,5) & \rightarrow & -2 & , & (6,2) & \rightarrow & 4 \\ (5,6) & \rightarrow & -1 & , & (6,6) & \rightarrow & 0 & , & (2,5) & \rightarrow & -3 \end{array}$$

Así,

$$A_Y = \{-5\,,\ -4\,,\ -3\,,\ -2\,,\ -1\,,\ 0\,,\ 1\,,\ 2\,,\ 3\,,\ 4\,,\ 5\}\ .$$

Por ejemplo, considere el experimento de lanzar una moneda. En todos los casos la variable aleatoria es X: Número de caras obtenidas, el espacio muestral es S y el rango de la variable X es A_X.

Para la variable aleatoria Y: Diferencia entre los dos resultados, se tiene que:

$$\begin{array}{ccccccccccc} (1,1) & \rightarrow & 0 & , & (3,2) & \rightarrow & 1 & , & (4,3) & \rightarrow & 1 \\ (1,2) & \rightarrow & -1 & , & (3,5) & \rightarrow & -2 & , & (6,2) & \rightarrow & 4 \\ (5,6) & \rightarrow & -1 & , & (6,6) & \rightarrow & 0 & , & (2,5) & \rightarrow & -3 \end{array}$$

Así,

$$A_Y = \{-5\,,\ -4\,,\ -3\,,\ -2\,,\ -1\,,\ 0\,,\ 1\,,\ 2\,,\ 3\,,\ 4\,,\ 5\}\ .$$

Por ejemplo, considere el experimento de lanzar una moneda. En todos los casos la variable aleatoria es X: Número de caras obtenidas, el espacio muestral es S y el rango de la variable X es A_X. Cuando se lanza una vez la moneda, el espacio muestral será $\{C,\ S\}$.

Para la variable aleatoria Y: Diferencia entre los dos resultados, se tiene que:

$$\begin{array}{ccccccccccc} (1,1) & \to & 0 & , & (3,2) & \to & 1 & , & (4,3) & \to & 1 \\ (1,2) & \to & -1 & , & (3,5) & \to & -2 & , & (6,2) & \to & 4 \\ (5,6) & \to & -1 & , & (6,6) & \to & 0 & , & (2,5) & \to & -3 \end{array}$$

Así,

$$A_Y = \{-5\,,\ -4\,,\ -3\,,\ -2\,,\ -1\,,\ 0\,,\ 1\,,\ 2\,,\ 3\,,\ 4\,,\ 5\}\ .$$

Por ejemplo, considere el experimento de lanzar una moneda. En todos los casos la variable aleatoria es X: Número de caras obtenidas, el espacio muestral es S y el rango de la variable X es A_X. Cuando se lanza una vez la moneda, el espacio muestral será $\{C,\ S\}$. Cuando se lanza dos veces, el espacio muestral será $\{CC,\ CS,\ SC,\ SS\}$, y así sucesivamente.

Para la variable aleatoria Y: Diferencia entre los dos resultados, se tiene que:

$$\begin{array}{ccccccccccc} (1,1) & \to & 0 & , & (3,2) & \to & 1 & , & (4,3) & \to & 1 \\ (1,2) & \to & -1 & , & (3,5) & \to & -2 & , & (6,2) & \to & 4 \\ (5,6) & \to & -1 & , & (6,6) & \to & 0 & , & (2,5) & \to & -3 \end{array}$$

Así,

$$A_Y = \{-5\,,\ -4\,,\ -3\,,\ -2\,,\ -1\,,\ 0\,,\ 1\,,\ 2\,,\ 3\,,\ 4\,,\ 5\}\ .$$

Por ejemplo, considere el experimento de lanzar una moneda. En todos los casos la variable aleatoria es X: Número de caras obtenidas, el espacio muestral es S y el rango de la variable X es A_X. Cuando se lanza una vez la moneda, el espacio muestral será $\{C,\ S\}$. Cuando se lanza dos veces, el espacio muestral será $\{CC,\ CS,\ SC,\ SS\}$, y así sucesivamente.

Para evidenciar el efecto reductor de una variable aleatoria se prepara la siguiente tabla:

# lanzamientos	$\#(S)$	A_X
1	2	$\{0, 1\}$
2	4	$\{0, 1, 2\}$
3	8	$\{0, 1, 2, 3\}$
4	16	$\{0, 1, 2, 3, 4\}$
5	32	$\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	2^n	$n+1$

Algunos ejemplos de variables aleatorias:

# lanzamientos	$\#(S)$	A_X
1	2	$\{0, 1\}$
2	4	$\{0, 1, 2\}$
3	8	$\{0, 1, 2, 3\}$
4	16	$\{0, 1, 2, 3, 4\}$
5	32	$\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	2^n	$n+1$

Algunos ejemplos de variables aleatorias:

- Un grupo de n sujetos es sometido a cierto tratamiento y después de un tiempo se registra cuantos logran mejorar con dicho tratamiento.

# lanzamientos	$\#(S)$	A_X
1	2	$\{0, 1\}$
2	4	$\{0, 1, 2\}$
3	8	$\{0, 1, 2, 3\}$
4	16	$\{0, 1, 2, 3, 4\}$
5	32	$\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	2^n	$n+1$

Algunos ejemplos de variables aleatorias:

- Un grupo de n sujetos es sometido a cierto tratamiento y después de un tiempo se registra cuantos logran mejorar con dicho tratamiento. Sea X la variable aleatoria que cuenta cuántos sujetos mejoran con el tratamiento.

# lanzamientos	$\#(S)$	A_X
1	2	$\{0,\ 1\}$
2	4	$\{0,\ 1,\ 2\}$
3	8	$\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$
4	16	$\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$
5	32	$\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	2^n	$n+1$

Algunos ejemplos de variables aleatorias:

- Un grupo de n sujetos es sometido a cierto tratamiento y después de un tiempo se registra cuantos logran mejorar con dicho tratamiento. Sea X la variable aleatoria que cuenta cuántos sujetos mejoran con el tratamiento. Así, $A_X = \{0, 1, 2, \cdots, n\}$.

# lanzamientos	$\#(S)$	A_X
1	2	$\{0,\ 1\}$
2	4	$\{0,\ 1,\ 2\}$
3	8	$\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$
4	16	$\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$
5	32	$\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	2^n	$n+1$

Algunos ejemplos de variables aleatorias:

- Un grupo de n sujetos es sometido a cierto tratamiento y después de un tiempo se registra cuantos logran mejorar con dicho tratamiento. Sea X la variable aleatoria que cuenta cuántos sujetos mejoran con el tratamiento. Así, $A_X = \{0, 1, 2, \cdots, n\}$.

- En una gran población se encuestan de manera aleatoria sujetos hasta encontrar el primero que responde afirmativamente a una pregunta de interés.

- En una gran población se encuestan de manera aleatoria sujetos hasta encontrar el primero que responde afirmativamente a una pregunta de interés. Si X es la variable aleatoria que cuenta el número de sujetos encuestados hasta encontrar el primero que responde afirmativamente, entonces $A_X = \{1, 2, 3, \cdots\}$.

- En una gran población se encuestan de manera aleatoria sujetos hasta encontrar el primero que responde afirmativamente a una pregunta de interés. Si X es la variable aleatoria que cuenta el número de sujetos encuestados hasta encontrar el primero que responde afirmativamente, entonces $A_X = \{1, 2, 3, \cdots\}$.
- De la producción diaria de jabones se escoge uno al azar y se mide su PH. Sea X: el Ph del jabón.

- En una gran población se encuestan de manera aleatoria sujetos hasta encontrar el primero que responde afirmativamente a una pregunta de interés. Si X es la variable aleatoria que cuenta el número de sujetos encuestados hasta encontrar el primero que responde afirmativamente, entonces $A_X = \{1, 2, 3, \cdots\}$.
- De la producción diaria de jabones se escoge uno al azar y se mide su PH. Sea X: el Ph del jabón. El rango de la variable aleatoria X es $A_X = [0\ ,\ 14]$.

- En una gran población se encuestan de manera aleatoria sujetos hasta encontrar el primero que responde afirmativamente a una pregunta de interés. Si X es la variable aleatoria que cuenta el número de sujetos encuestados hasta encontrar el primero que responde afirmativamente, entonces $A_X = \{1, 2, 3, \cdots\}$.
- De la producción diaria de jabones se escoge uno al azar y se mide su PH. Sea X: el Ph del jabón. El rango de la variable aleatoria X es $A_X = [0\ ,\ 14]$.
- El desgaste de una llanta en un período de un año es una variable aleatoria.

- En una gran población se encuestan de manera aleatoria sujetos hasta encontrar el primero que responde afirmativamente a una pregunta de interés. Si X es la variable aleatoria que cuenta el número de sujetos encuestados hasta encontrar el primero que responde afirmativamente, entonces $A_X = \{1, 2, 3, \cdots\}$.
- De la producción diaria de jabones se escoge uno al azar y se mide su PH. Sea X: el Ph del jabón. El rango de la variable aleatoria X es $A_X = [0\ ,\ 14]$.
- El desgaste de una llanta en un período de un año es una variable aleatoria. Si X es la variable aleatoria que representa el desgaste en décimas de milímetros, $A_X = (0\ ,\ a)$, donde a representa la profundidad mínima de la llanta estando nueva.

Estos ejemplos representan variables las cuales son observadas en dos tipos de escalas las cuales implican Conteos o Mediciones.

- En una gran población se encuestan de manera aleatoria sujetos hasta encontrar el primero que responde afirmativamente a una pregunta de interés. Si X es la variable aleatoria que cuenta el número de sujetos encuestados hasta encontrar el primero que responde afirmativamente, entonces $A_X = \{1, 2, 3, \cdots\}$.
- De la producción diaria de jabones se escoge uno al azar y se mide su PH. Sea X: el Ph del jabón. El rango de la variable aleatoria X es $A_X = [0\ ,\ 14]$.
- El desgaste de una llanta en un período de un año es una variable aleatoria. Si X es la variable aleatoria que representa el desgaste en décimas de milímetros, $A_X = (0\ ,\ a)$, donde a representa la profundidad mínima de la llanta estando nueva.

Estos ejemplos representan variables las cuales son observadas en dos tipos de escalas las cuales implican Conteos o Mediciones. A las primeras se les conoce como Variables Aleatorias *Discretas*, a las segundas como Variables Aleatorias *Continuas*.

La diferencia principal entre ellas, es que para las primeras, el rango es un conjunto contable (finito o numerable); en las segundas, el rango es un intervalo o la unión de intervalos reales disjuntos.

Variables Aleatorias Discretas

Considere de nuevo el ejemplo del lanzamiento de tres monedas no cargadas y sea X la variable aleatoria que representa el número de caras obtenidas.

La diferencia principal entre ellas, es que para las primeras, el rango es un conjunto contable (finito o numerable); en las segundas, el rango es un intervalo o la unión de intervalos reales disjuntos.

Variables Aleatorias Discretas

Considere de nuevo el ejemplo del lanzamiento de tres monedas no cargadas y sea X la variable aleatoria que representa el número de caras obtenidas. El espacio muestral para este experimento es:

$$S = \{CCC\,,\ CCS\,,\ CSC\,,\ SCC\,,\ CSS\,,\ SCS\,,\ SSC\,,\ SSS\}$$

La diferencia principal entre ellas, es que para las primeras, el rango es un conjunto contable (finito o numerable); en las segundas, el rango es un intervalo o la unión de intervalos reales disjuntos.

Variables Aleatorias Discretas

Considere de nuevo el ejemplo del lanzamiento de tres monedas no cargadas y sea X la variable aleatoria que representa el número de caras obtenidas. El espacio muestral para este experimento es:

$$S = \{CCC\,,\ CCS\,,\ CSC\,,\ SCC\,,\ CSS\,,\ SCS\,,\ SSC\,,\ SSS\}$$

El rango de X es $A_X = \{0, 1, 2, 3\}$.

La diferencia principal entre ellas, es que para las primeras, el rango es un conjunto contable (finito o numerable); en las segundas, el rango es un intervalo o la unión de intervalos reales disjuntos.

Variables Aleatorias Discretas

Considere de nuevo el ejemplo del lanzamiento de tres monedas no cargadas y sea X la variable aleatoria que representa el número de caras obtenidas. El espacio muestral para este experimento es:

$$S = \{CCC\,,\ CCS\,,\ CSC\,,\ SCC\,,\ CSS\,,\ SCS\,,\ SSC\,,\ SSS\}$$

El rango de X es $A_X = \{0, 1, 2, 3\}$. Suponga que se quiere calcular la probabilidad de obtener dos caras.

La diferencia principal entre ellas, es que para las primeras, el rango es un conjunto contable (finito o numerable); en las segundas, el rango es un intervalo o la unión de intervalos reales disjuntos.

Variables Aleatorias Discretas

Considere de nuevo el ejemplo del lanzamiento de tres monedas no cargadas y sea X la variable aleatoria que representa el número de caras obtenidas. El espacio muestral para este experimento es:

$$S = \{CCC\,,\ CCS\,,\ CSC\,,\ SCC\,,\ CSS\,,\ SCS\,,\ SSC\,,\ SSS\}$$

El rango de X es $A_X = \{0, 1, 2, 3\}$. Suponga que se quiere calcular la probabilidad de obtener dos caras. Para esto defina el evento A: Se obtienen dos caras al lanzar las tres monedas.

La diferencia principal entre ellas, es que para las primeras, el rango es un conjunto contable (finito o numerable); en las segundas, el rango es un intervalo o la unión de intervalos reales disjuntos.

Variables Aleatorias Discretas

Considere de nuevo el ejemplo del lanzamiento de tres monedas no cargadas y sea X la variable aleatoria que representa el número de caras obtenidas. El espacio muestral para este experimento es:

$$S = \{CCC\,,\ CCS\,,\ CSC\,,\ SCC\,,\ CSS\,,\ SCS\,,\ SSC\,,\ SSS\}$$

El rango de X es $A_X = \{0, 1, 2, 3\}$. Suponga que se quiere calcular la probabilidad de obtener dos caras. Para esto defina el evento A: Se obtienen dos caras al lanzar las tres monedas. Es claro que $A = \{CCS\,,\ CSC\,,\ SCC\}$

La diferencia principal entre ellas, es que para las primeras, el rango es un conjunto contable (finito o numerable); en las segundas, el rango es un intervalo o la unión de intervalos reales disjuntos.

Variables Aleatorias Discretas

Considere de nuevo el ejemplo del lanzamiento de tres monedas no cargadas y sea X la variable aleatoria que representa el número de caras obtenidas. El espacio muestral para este experimento es:

$$S = \{CCC\,,\ CCS\,,\ CSC\,,\ SCC\,,\ CSS\,,\ SCS\,,\ SSC\,,\ SSS\}$$

El rango de X es $A_X = \{0, 1, 2, 3\}$. Suponga que se quiere calcular la probabilidad de obtener dos caras. Para esto defina el evento A: Se obtienen dos caras al lanzar las tres monedas. Es claro que $A = \{CCS\,, CSC\,, SCC\}$ y así: $P\left(A\right) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$.

Probabilidad y Distribuciones de Probabilidad

La diferencia principal entre ellas, es que para las primeras, el rango es un conjunto contable (finito o numerable); en las segundas, el rango es un intervalo o la unión de intervalos reales disjuntos.

Variables Aleatorias Discretas

Considere de nuevo el ejemplo del lanzamiento de tres monedas no cargadas y sea X la variable aleatoria que representa el número de caras obtenidas. El espacio muestral para este experimento es:

$$S = \{CCC\,,\ CCS\,,\ CSC\,,\ SCC\,,\ CSS\,,\ SCS\,,\ SSC\,,\ SSS\}$$

El rango de X es $A_X = \{0, 1, 2, 3\}$. Suponga que se quiere calcular la probabilidad de obtener dos caras. Para esto defina el evento A: Se obtienen dos caras al lanzar las tres monedas. Es claro que $A = \{CCS\,,\ CSC\,,\ SCC\}$ y así: $P\,(A) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$. El evento A es equivalente a que la v.a X tome el valor 2, es decir, el evento $'X = 2'$ estará conformado por todos los resultados del espacio muestral $s \in S$, tales que $X(s) = 2$.

Así $P\,(A) = P(X = 2)$.

Así $P\,(A) = P(X = 2)$. En general, el evento $'X = x'$ estará conformado por todos los resultados de S a los cuales X asigna el valor x.

Así $P\,(A) = P(X = 2)$. En general, el evento $'X = x'$ estará conformado por todos los resultados de S a los cuales X asigna el valor x. Haciendo $B = \{s \in S \,|\, X(s) = x\}$, entonces los eventos B y $X = x$ son equivalentes y por lo tanto:

Así $P\left(A\right) = P(X = 2)$. En general, el evento $'X = x'$ estará conformado por todos los resultados de S a los cuales X asigna el valor x. Haciendo $B = \{s \in S \,|\, X(s) = x\}$, entonces los eventos B y $X = x$ son equivalentes y por lo tanto:

$$P\left(X = x\right) = P\left(B\right) \ .$$

Así $P(A) = P(X = 2)$. En general, el evento $'X = x'$ estará conformado por todos los resultados de S a los cuales X asigna el valor x. Haciendo $B = \{s \in S \,|\, X(s) = x\}$, entonces los eventos B y $X = x$ son equivalentes y por lo tanto:

$$P(X = x) = P(B) \ .$$

Con esto, $P(X = 2) = P(A)$, donde $A = \{CCS, CSC, SCC\}$.

Así $P(A) = P(X = 2)$. En general, el evento $'X = x'$ estará conformado por todos los resultados de S a los cuales X asigna el valor x. Haciendo $B = \{s \in S \mid X(s) = x\}$, entonces los eventos B y $X = x$ son equivalentes y por lo tanto:

$$P(X = x) = P(B) \ .$$

Con esto, $\quad P(X = 2) = P(A)$, donde $A = \{CCS, CSC, SCC\}$.
Similarmente,

Así $P(A) = P(X = 2)$. En general, el evento $'X = x'$ estará conformado por todos los resultados de S a los cuales X asigna el valor x. Haciendo $B = \{s \in S \mid X(s) = x\}$, entonces los eventos B y $X = x$ son equivalentes y por lo tanto:

$$P(X = x) = P(B) \ .$$

Con esto, $P(X = 2) = P(A)$, donde $A = \{CCS,\ CSC,\ SCC\}$.
Similarmente,

$$P(X = 0) = P(\{SSS\}) = \frac{1}{8} \quad , \quad P(X = 3) = P(\{CCC\}) = \frac{1}{8} \ ,$$

$$P(X = 1) = P(\{CSS, SCS, SSC\}) = \frac{3}{8} \ ,$$

$$P(X = 2) = P(\{CCS, CSC, SCC\}) = \frac{3}{8} \ .$$

Así $P(A) = P(X = 2)$. En general, el evento $'X = x'$ estará conformado por todos los resultados de S a los cuales X asigna el valor x. Haciendo $B = \{s \in S \mid X(s) = x\}$, entonces los eventos B y $X = x$ son equivalentes y por lo tanto:

$$P(X = x) = P(B) \ .$$

Con esto, $P(X = 2) = P(A)$, donde $A = \{CCS, CSC, SCC\}$.
Similarmente,

$$P(X = 0) = P(\{SSS\}) = \frac{1}{8} \quad , \quad P(X = 3) = P(\{CCC\}) = \frac{1}{8} \ ,$$

$$P(X = 1) = P(\{CSS, SCS, SSC\}) = \frac{3}{8} \ ,$$

$$P(X = 2) = P(\{CCS, CSC, SCC\}) = \frac{3}{8} \ .$$

Observe que: $P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = 1$.

¿Cómo calcular la probabilidad de obtener a lo más dos caras?.

¿Cómo calcular la probabilidad de obtener a lo más dos caras?. Esto es equivalente a calcular la probabilidad de que X sea inferior o igual a 2, es decir, de que X tome los valores $\{0, 1, 2\}$, o equivalentemente que $X \leq 2$.

¿Cómo calcular la probabilidad de obtener a lo más dos caras?. Esto es equivalente a calcular la probabilidad de que X sea inferior o igual a 2, es decir, de que X tome los valores $\{0, 1, 2\}$, o equivalentemente que $X \leq 2$. Haciendo $C = \{0, 1, 2\}$ se tiene que:

¿Cómo calcular la probabilidad de obtener a lo más dos caras?. Esto es equivalente a calcular la probabilidad de que X sea inferior o igual a 2, es decir, de que X tome los valores $\{0, 1, 2\}$, o equivalentemente que $X \leq 2$. Haciendo $C = \{0, 1, 2\}$ se tiene que:

$$P\left(X \leq 2\right) = P\left(X \in \mathrm{C}\right) = \frac{7}{8}\,.$$

¿Cómo calcular la probabilidad de obtener a lo más dos caras?. Esto es equivalente a calcular la probabilidad de que X sea inferior o igual a 2, es decir, de que X tome los valores $\{0, 1, 2\}$, o equivalentemente que $X \leq 2$. Haciendo $C = \{0, 1, 2\}$ se tiene que:

$$P\left(X \leq 2\right) = P\left(X \in \mathrm{C}\right) = \frac{7}{8}\,.$$

Donde

¿Cómo calcular la probabilidad de obtener a lo más dos caras?. Esto es equivalente a calcular la probabilidad de que X sea inferior o igual a 2, es decir, de que X tome los valores $\{0, 1, 2\}$, o equivalentemente que $X \leq 2$. Haciendo $C = \{0, 1, 2\}$ se tiene que:

$$P\left(X \leq 2\right) = P\left(X \in \mathrm{C}\right) = \frac{7}{8}\,.$$

Donde

$$\mathrm{C} = \left\{\quad \underbrace{SSS}_{0},\ \underbrace{SSC\,,\, SCS\,,\, CSS}_{1},\ \underbrace{SCC\,,\, CSC\,,\, CCS}_{2} \quad\right\}.$$

¿Cómo calcular la probabilidad de obtener a lo más dos caras?. Esto es equivalente a calcular la probabilidad de que X sea inferior o igual a 2, es decir, de que X tome los valores $\{0, 1, 2\}$, o equivalentemente que $X \leq 2$. Haciendo $C = \{0, 1, 2\}$ se tiene que:

$$P\left(X \leq 2\right) = P\left(X \in \mathrm{C}\right) = \frac{7}{8}\,.$$

Donde

$$\mathrm{C} = \left\{ \quad \underbrace{SSS}_{0}, \ \underbrace{SSC\,, SCS\,, CSS}_{1}, \ \underbrace{SCC\,, CSC\,, CCS}_{2} \quad \right\}.$$

Con esto se tiene:

¿Cómo calcular la probabilidad de obtener a lo más dos caras?. Esto es equivalente a calcular la probabilidad de que X sea inferior o igual a 2, es decir, de que X tome los valores $\{0, 1, 2\}$, o equivalentemente que $X \leq 2$. Haciendo $C = \{0, 1, 2\}$ se tiene que:

$$P(X \leq 2) = P(X \in \mathrm{C}) = \frac{7}{8}\,.$$

Donde

$$\mathrm{C} = \left\{ \quad \underbrace{SSS}_{0},\ \underbrace{SSC\,, SCS\,, CSS}_{1},\ \underbrace{SCC\,, CSC\,, CCS}_{2} \quad \right\}.$$

Con esto se tiene:

$$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = \frac{7}{8}\,.$$

¿Cómo calcular la probabilidad de obtener a lo más dos caras?. Esto es equivalente a calcular la probabilidad de que X sea inferior o igual a 2, es decir, de que X tome los valores $\{0,1,2\}$, o equivalentemente que $X \leq 2$. Haciendo $C = \{0,1,2\}$ se tiene que:

$$P\left(X \leq 2\right) = P\left(X \in \mathrm{C}\right) = \frac{7}{8}\,.$$

Donde

$$\mathrm{C} = \left\{ \quad \underbrace{SSS}_{0},\ \underbrace{SSC\,,\,SCS\,,\,CSS}_{1},\ \underbrace{SCC\,,\,CSC\,,\,CCS}_{2} \quad \right\}.$$

Con esto se tiene:

$$P\left(X \leq 2\right) = P\left(X = 0\right) + P\left(X = 1\right) + P\left(X = 2\right) = \frac{7}{8}\,.$$

De manera similar es posible calcular probabilidades de eventos más complejos, usando una variable aleatoria y las probabilidades asociadas a los posibles valores de dicha variable (subconjuntos del rango de la variable aleatoria).

Definición

La **Distribución de Probabilidad** ó **p.m.f.** de una v.a discreta X definida en un espacio muestral S, se denotará $p(x)$ y se define como:

Definición

La **Distribución de Probabilidad** ó **p.m.f.** de una v.a discreta X definida en un espacio muestral S, se denotará $p(x)$ y se define como:

$$p(x) = P\left(X = x\right) \quad ; \quad \forall x \in A_X \; .$$

Definición

La **Distribución de Probabilidad** ó **p.m.f.** de una v.a discreta X definida en un espacio muestral S, se denotará $p(x)$ y se define como:

$$p(x) = P\left(X = x\right) \quad ; \quad \forall x \in A_X \ .$$

Esta función debe satisfacer las siguientes condiciones:

Definición

La **Distribución de Probabilidad** ó **p.m.f.** de una v.a discreta X definida en un espacio muestral S, se denotará $p(x)$ y se define como:

$$p(x) = P\left(X = x\right) \quad ; \quad \forall x \in A_X \ .$$

Esta función debe satisfacer las siguientes condiciones:

1. $p(x) \geq 0 \quad , \quad \forall x \in A_X$
2. $\sum\limits_{x} p(x) = 1$
3. Si $A \subseteq A_X$, entonces $P\left(X \in A\right) = \sum\limits_{x \in A} p(x)$.

Definición

La **Distribución de Probabilidad** ó **p.m.f.** de una v.a discreta X definida en un espacio muestral S, se denotará $p(x)$ y se define como:

$$p(x) = P\left(X = x\right) \quad ; \quad \forall x \in A_X \ .$$

Esta función debe satisfacer las siguientes condiciones:

1. $p(x) \geq 0 \ , \quad \forall x \in A_X$
2. $\sum\limits_{x} p(x) = 1$
3. Si $A \subseteq A_X$, entonces $P\left(X \in A\right) = \sum\limits_{x \in A} p(x)$.

Ejemplo 15

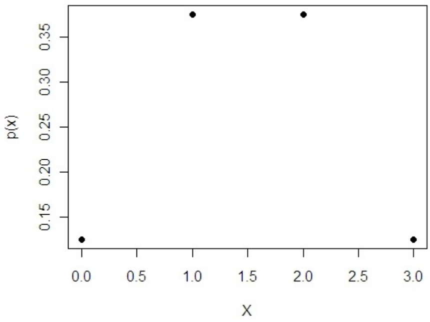
Para el ejemplo de las monedas, si X representa el número de caras, la p.m.f. de X se obtiene como:

x	0	1	2	3	Suma
$p(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

En la siguiente figura se muestra el respectivo gráfico de esta distribución de probabilidad.

x	0	1	2	3	Suma
$p(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

En la siguiente figura se muestra el respectivo gráfico de esta distribución de probabilidad.



Ejemplo 16

Una urna contiene 4 bolas blancas y 3 bolas negras.

Ejemplo 16

Una urna contiene 4 bolas blancas y 3 bolas negras. Se extraen al azar y sin reemplazo dos bolas de dicha urna.

Ejemplo 16

Una urna contiene 4 bolas blancas y 3 bolas negras. Se extraen al azar y sin reemplazo dos bolas de dicha urna. Sea X: número de bolas blancas en las dos extraídas.

Ejemplo 16

Una urna contiene 4 bolas blancas y 3 bolas negras. Se extraen al azar y sin reemplazo dos bolas de dicha urna. Sea X: número de bolas blancas en las dos extraídas. Para hallar la p.m.f. de X, se definen los siguientes eventos:

Ejemplo 16

Una urna contiene 4 bolas blancas y 3 bolas negras. Se extraen al azar y sin reemplazo dos bolas de dicha urna. Sea X: número de bolas blancas en las dos extraídas. Para hallar la p.m.f. de X, se definen los siguientes eventos: N_i : la i-ésima bola extraída es negra, $i = 1,\, 2$.

Ejemplo 16

Una urna contiene 4 bolas blancas y 3 bolas negras. Se extraen al azar y sin reemplazo dos bolas de dicha urna. Sea X: número de bolas blancas en las dos extraídas. Para hallar la p.m.f. de X, se definen los siguientes eventos:
N_i : la i-ésima bola extraída es negra, $i = 1,\, 2$.
B_i : la i-ésima bola estraída es blanca, $i = 1,\, 2$.

Ejemplo 16

Una urna contiene 4 bolas blancas y 3 bolas negras. Se extraen al azar y sin reemplazo dos bolas de dicha urna. Sea X: número de bolas blancas en las dos extraídas. Para hallar la p.m.f. de X, se definen los siguientes eventos:
N_i : la i-ésima bola extraída es negra, $i = 1,\, 2$.
B_i : la i-ésima bola estraída es blanca, $i = 1,\, 2$.
El rango de la variable X será $A_X = \{0, 1, 2\}$.

Ejemplo 16

Una urna contiene 4 bolas blancas y 3 bolas negras. Se extraen al azar y sin reemplazo dos bolas de dicha urna. Sea X: número de bolas blancas en las dos extraídas. Para hallar la p.m.f. de X, se definen los siguientes eventos:
N_i : la i-ésima bola extraída es negra, $i = 1,\, 2$.
B_i : la i-ésima bola estraída es blanca, $i = 1,\, 2$.
El rango de la variable X será $A_X = \{0, 1, 2\}$. Observe que:

Ejemplo 16

Una urna contiene 4 bolas blancas y 3 bolas negras. Se extraen al azar y sin reemplazo dos bolas de dicha urna. Sea X: número de bolas blancas en las dos extraídas. Para hallar la p.m.f. de X, se definen los siguientes eventos:
N_i : la i-ésima bola extraída es negra, $i = 1,\, 2.$
B_i : la i-ésima bola estraída es blanca, $i = 1,\, 2.$
El rango de la variable X será $A_X = \{0, 1, 2\}$. Observe que:

$$p(0) = P(X = 0) = P\left(N_1 N_2\right) = P\left(N_1\right)\, P\left(N_2 \,|\, N_1\right) = \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{7}\,.$$

$$p(1) = P(X = 1) = P\left(B_1 N_2 \,\vee\, N_1 B_2\right) = P\left(B_1\right) P\left(N_2 | B_1\right) + P\left(N_1\right) P\left(B_2 | N_1\right)$$

$$p(1) = \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} + \frac{3}{7} \times \frac{4}{6} = \frac{4}{7}\,.$$

$$p(2) = P(B_1\, B_2) = P(B_1) P\left(B_2 \,|\, B_1\right) = \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{2}{7}\,.$$

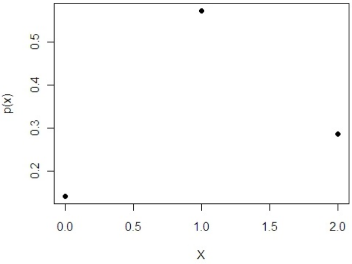
La siguiente tabla muestra el resumen de estos cálculos.

x	0	1	2	suma
$p(x)$	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$	1

La siguiente figura muestra el respectivo gráfico de la p.m.f. de la variable aleatoria X.

x	0	1	2	suma
$p(x)$	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$	1

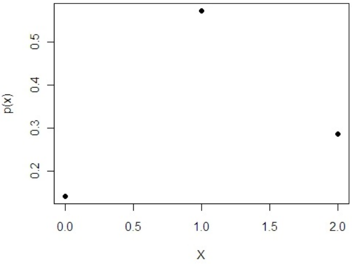
La siguiente figura muestra el respectivo gráfico de la p.m.f. de la variable aleatoria X.



Es fácil verificar que:

x	0	1	2	suma
$p\left(x\right)$	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$	1

La siguiente figura muestra el respectivo gráfico de la p.m.f. de la variable aleatoria X.



Es fácil verificar que:

$$p(x) = \frac{\binom{4}{x}\ \binom{3}{2-x}}{\binom{7}{2}} \quad ; \quad x = 0,\ 1,\ 2\ .$$

Ejemplo 17

De la producción diaria de una empresa se seleccionan artículos uno a uno hasta encontrar el primero defectuoso.

Ejemplo 17

De la producción diaria de una empresa se seleccionan artículos uno a uno hasta encontrar el primero defectuoso. Por experiencia se sabe que la proporción de defectuosos diaria es del $5\,\%$.

Ejemplo 17

De la producción diaria de una empresa se seleccionan artículos uno a uno hasta encontrar el primero defectuoso. Por experiencia se sabe que la proporción de defectuosos diaria es del $5\,\%$. Sea X la variable aleatoria que representa el número de artículos revisados hasta encontrar el primero defectuoso.

Ejemplo 17

De la producción diaria de una empresa se seleccionan artículos uno a uno hasta encontrar el primero defectuoso. Por experiencia se sabe que la proporción de defectuosos diaria es del $5\,\%$. Sea X la variable aleatoria que representa el número de artículos revisados hasta encontrar el primero defectuoso. El rango de X está dado por $A_X = \{1, 2, 3, \cdots\}$.

Ejemplo 17

De la producción diaria de una empresa se seleccionan artículos uno a uno hasta encontrar el primero defectuoso. Por experiencia se sabe que la proporción de defectuosos diaria es del $5\,\%$. Sea X la variable aleatoria que representa el número de artículos revisados hasta encontrar el primero defectuoso. El rango de X está dado por $A_X = \{1, 2, 3, \cdots\}$. Para hallar la p.m.f. de X, defina los siguientes eventos:

Ejemplo 17

De la producción diaria de una empresa se seleccionan artículos uno a uno hasta encontrar el primero defectuoso. Por experiencia se sabe que la proporción de defectuosos diaria es del $5\,\%$. Sea X la variable aleatoria que representa el número de artículos revisados hasta encontrar el primero defectuoso. El rango de X está dado por $A_X = \{1, 2, 3, \cdots\}$. Para hallar la p.m.f. de X, defina los siguientes eventos:

D_i : el i-ésimo artículo revisado es defectuoso; $i = 1, 2, 3, \cdots$

Ejemplo 17

De la producción diaria de una empresa se seleccionan artículos uno a uno hasta encontrar el primero defectuoso. Por experiencia se sabe que la proporción de defectuosos diaria es del $5\,\%$. Sea X la variable aleatoria que representa el número de artículos revisados hasta encontrar el primero defectuoso. El rango de X está dado por $A_X = \{1, 2, 3, \cdots\}$. Para hallar la p.m.f. de X, defina los siguientes eventos:

D_i : el i-ésimo artículo revisado es defectuoso; $i = 1, 2, 3, \cdots$
N_i : el i-ésimo artículo revisado no es defectuoso; $i = 1, 2, 3, \cdots$

Ejemplo 17

De la producción diaria de una empresa se seleccionan artículos uno a uno hasta encontrar el primero defectuoso. Por experiencia se sabe que la proporción de defectuosos diaria es del $5\,\%$. Sea X la variable aleatoria que representa el número de artículos revisados hasta encontrar el primero defectuoso. El rango de X está dado por $A_X = \{1, 2, 3, \cdots\}$. Para hallar la p.m.f. de X, defina los siguientes eventos:

D_i : el i-ésimo artículo revisado es defectuoso; $i = 1, 2, 3, \cdots$

N_i : el i-ésimo artículo revisado no es defectuoso; $i = 1, 2, 3, \cdots$

Así:

$$p(1) = P(D_1) = 0.05 \quad ; \quad p(2) = P(N_1\, D_2) = (0.95)\,(0.05)\;;$$

Ejemplo 17

De la producción diaria de una empresa se seleccionan artículos uno a uno hasta encontrar el primero defectuoso. Por experiencia se sabe que la proporción de defectuosos diaria es del $5\,\%$. Sea X la variable aleatoria que representa el número de artículos revisados hasta encontrar el primero defectuoso. El rango de X está dado por $A_X = \{1, 2, 3, \cdots\}$. Para hallar la p.m.f. de X, defina los siguientes eventos:

D_i : el i-ésimo artículo revisado es defectuoso; $i = 1, 2, 3, \cdots$

N_i : el i-ésimo artículo revisado no es defectuoso; $i = 1, 2, 3, \cdots$

Así:

$$p(1) = P(D_1) = 0.05 \quad ; \quad p(2) = P(N_1\, D_2) = (0.95)\,(0.05)\;;$$

$$p(3) = P(N_1\, N_2\, D_3) = (0.95)\,(0.95)\,(0.05) = (0.05)\,(0.95)^2\;;$$

Ejemplo 17

De la producción diaria de una empresa se seleccionan artículos uno a uno hasta encontrar el primero defectuoso. Por experiencia se sabe que la proporción de defectuosos diaria es del $5\,\%$. Sea X la variable aleatoria que representa el número de artículos revisados hasta encontrar el primero defectuoso. El rango de X está dado por $A_X = \{1, 2, 3, \cdots\}$. Para hallar la p.m.f. de X, defina los siguientes eventos:

D_i : el i-ésimo artículo revisado es defectuoso; $i = 1, 2, 3, \cdots$

N_i : el i-ésimo artículo revisado no es defectuoso; $i = 1, 2, 3, \cdots$

Así:

$$p(1) = P(D_1) = 0.05 \quad ; \quad p(2) = P(N_1\, D_2) = (0.95)\,(0.05)\;;$$

$$p(3) = P(N_1\, N_2\, D_3) = (0.95)\,(0.95)\,(0.05) = (0.05)\,(0.95)^2\;;$$

y así sucesivamente.

Ejemplo 17

De la producción diaria de una empresa se seleccionan artículos uno a uno hasta encontrar el primero defectuoso. Por experiencia se sabe que la proporción de defectuosos diaria es del $5\,\%$. Sea X la variable aleatoria que representa el número de artículos revisados hasta encontrar el primero defectuoso. El rango de X está dado por $A_X = \{1, 2, 3, \cdots\}$. Para hallar la p.m.f. de X, defina los siguientes eventos:

D_i : el i-ésimo artículo revisado es defectuoso; $i = 1, 2, 3, \cdots$
N_i : el i-ésimo artículo revisado no es defectuoso; $i = 1, 2, 3, \cdots$

Así:

$$p(1) = P(D_1) = 0.05 \quad ; \quad p(2) = P(N_1\, D_2) = (0.95)\,(0.05)\ ;$$

$$p(3) = P(N_1\, N_2\, D_3) = (0.95)\,(0.95)\,(0.05) = (0.05)\,(0.95)^2\ ;$$

y así sucesivamente. La p.m.f. para X está dada por:

Ejemplo 17

De la producción diaria de una empresa se seleccionan artículos uno a uno hasta encontrar el primero defectuoso. Por experiencia se sabe que la proporción de defectuosos diaria es del $5\,\%$. Sea X la variable aleatoria que representa el número de artículos revisados hasta encontrar el primero defectuoso. El rango de X está dado por $A_X = \{1, 2, 3, \cdots\}$. Para hallar la p.m.f. de X, defina los siguientes eventos:

D_i : el i-ésimo artículo revisado es defectuoso; $i = 1, 2, 3, \cdots$
N_i : el i-ésimo artículo revisado no es defectuoso; $i = 1, 2, 3, \cdots$

Así:

$$p(1) = P(D_1) = 0.05 \quad ; \quad p(2) = P(N_1\, D_2) = (0.95)\,(0.05)\ ;$$

$$p(3) = P(N_1\, N_2\, D_3) = (0.95)\,(0.95)\,(0.05) = (0.05)\,(0.95)^2\ ;$$

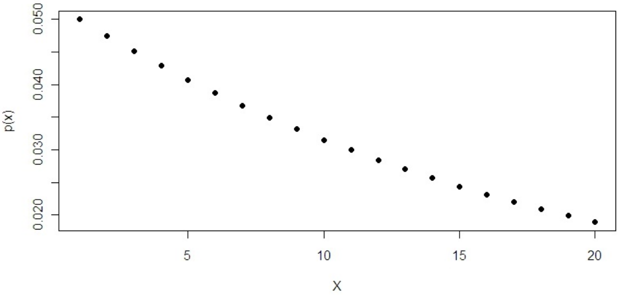
y así sucesivamente. La p.m.f. para X está dada por:

$$p(x) = (0.05)\ (0.95)^{x-1} \quad , \quad x = 1, 2, 3, \cdots\ .$$

Probabilidad y Distribuciones de Probabilidad

El gráfico de la respectiva p.m.f se muestra a continuación:

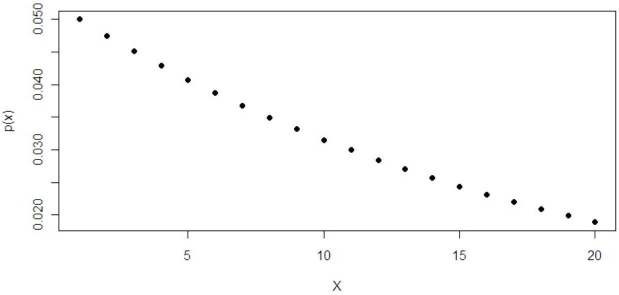
El gráfico de la respectiva p.m.f se muestra a continuación:



Distribución Acumulada

Sea X una v.a discreta con p.m.f $p(x)$.

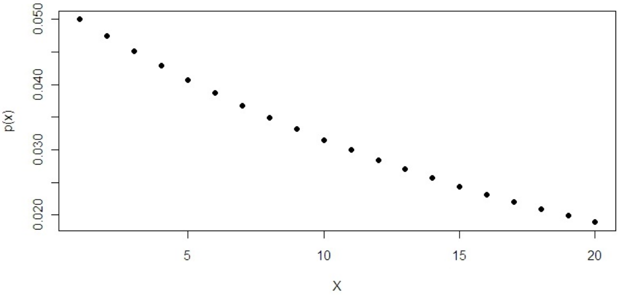
El gráfico de la respectiva p.m.f se muestra a continuación:



Distribución Acumulada

Sea X una v.a discreta con p.m.f $p(x)$. La *Distribución Acumulada* (c.d.f.) de X, denotada $F(x)$ se define como:

El gráfico de la respectiva p.m.f se muestra a continuación:



Distribución Acumulada

Sea X una v.a discreta con p.m.f $p(x)$. La *Distribución Acumulada* (c.d.f.) de X, denotada $F(x)$ se define como:

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{x' \leq x} p(x') , \qquad \forall x \in \mathbb{R} .$$

Propiedades

1. $0 \leq F(x) \leq 1.$

Probabilidad y Distribuciones de Probabilidad

Propiedades

1. $0 \leq F(x) \leq 1$.
2. $P(X > x) = 1 - F(x)$.

Propiedades

1. $0 \leq F(x) \leq 1$.
2. $P(X > x) = 1 - F(x)$.
3. Si $x < y \quad \Rightarrow \quad F(x) \leq F(y)$.

Propiedades

1. $0 \leq F(x) \leq 1$.
2. $P(X > x) = 1 - F(x)$.
3. Si $x < y \quad \Rightarrow \quad F(x) \leq F(y)$.
4. Si $A \subseteq \mathrm{Z}$ para
   $n, m \in A \quad \Rightarrow \quad P(n \leq X \leq m) = F(m) - F(n-1)$.

Propiedades

1. $0 \leq F(x) \leq 1$.
2. $P(X > x) = 1 - F(x)$.
3. Si $x < y \quad \Rightarrow \quad F(x) \leq F(y)$.
4. Si $A \subseteq \mathrm{Z}$ para $n, m \in A \quad \Rightarrow \quad P(n \leq X \leq m) = F(m) - F(n-1)$.
5. $p(x)$ representa el salto en el gráfico de $F(x)$ el punto x.

Propiedades

1. $0 \leq F(x) \leq 1$.
2. $P(X > x) = 1 - F(x)$.
3. Si $x < y \quad \Rightarrow \quad F(x) \leq F(y)$.
4. Si $A \subseteq \mathrm{Z}$ para
   $n, m \in A \quad \Rightarrow \quad P(n \leq X \leq m) = F(m) - F(n-1)$.
5. $p(x)$ representa el salto en el gráfico de $F(x)$ el punto x.

Ejemplo 18

Se lanza un dado cúbico no cargado.

Propiedades

1. $0 \leq F(x) \leq 1$.
2. $P(X > x) = 1 - F(x)$.
3. Si $x < y \quad \Rightarrow \quad F(x) \leq F(y)$.
4. Si $A \subseteq \mathrm{Z}$ para
   $n, m \in A \quad \Rightarrow \quad P(n \leq X \leq m) = F(m) - F(n-1)$.
5. $p(x)$ representa el salto en el gráfico de $F(x)$ el punto x.

Ejemplo 18

Se lanza un dado cúbico no cargado. Sea X: resultado del lanzamiento del dado.

Propiedades

1. $0 \leq F(x) \leq 1$.
2. $P(X > x) = 1 - F(x)$.
3. Si $x < y \quad \Rightarrow \quad F(x) \leq F(y)$.
4. Si $A \subseteq \mathbb{Z}$ para
   $n, m \in A \quad \Rightarrow \quad P(n \leq X \leq m) = F(m) - F(n-1)$.
5. $p(x)$ representa el salto en el gráfico de $F(x)$ el punto x.

Ejemplo 18

Se lanza un dado cúbico no cargado. Sea X: resultado del lanzamiento del dado. Se desea hallar la c.d.f de X.

Propiedades

1. $0 \leq F\left(x\right) \leq 1$.
2. $P\left(X > x\right) = 1 \; - \; F\left(x\right)$.
3. Si $x < y \quad \Rightarrow \quad F\left(x\right) \leq F\left(y\right)$.
4. Si $A \subseteq \mathrm{Z}$ para
   $n,\, m \in A \quad \Rightarrow \quad P\left(n \;\leq X \leq m\right) = F(m) - F(n-1)$.
5. $p(x)$ representa el salto en el gráfico de $F(x)$ el punto x.

Ejemplo 18

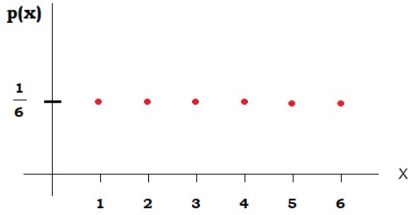
Se lanza un dado cúbico no cargado. Sea X: resultado del lanzamiento del dado. Se desea hallar la c.d.f de X. Se sabe que
$p(x) = \frac{1}{6} \;\;,\;\; x = 1,\, 2,\, 3,\, 4,\, 5,\, 6$.

Propiedades

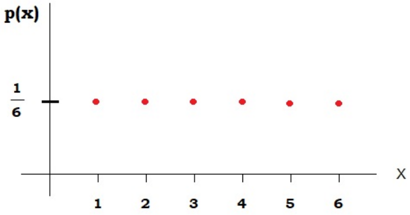
1. $0 \leq F(x) \leq 1$.
2. $P(X > x) = 1 - F(x)$.
3. Si $x < y \quad \Rightarrow \quad F(x) \leq F(y)$.
4. Si $A \subseteq \mathrm{Z}$ para
   $n, m \in A \quad \Rightarrow \quad P(n \leq X \leq m) = F(m) - F(n-1)$.
5. $p(x)$ representa el salto en el gráfico de $F(x)$ el punto x.

Ejemplo 18

Se lanza un dado cúbico no cargado. Sea X: resultado del lanzamiento del dado. Se desea hallar la c.d.f de X. Se sabe que
$p(x) = \frac{1}{6} \;\;, \;\; x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.
El gráfico de la p.m.f de X se muestra en la siguiente figura.



De esta manera se obtiene:



De esta manera se obtiene:

$$Si \;\; x < 1 \quad \Rightarrow \quad F(x) = 0 \quad ; \quad Si \;\; 1 \leq x < 2 \quad \Rightarrow \quad F(x) = \frac{1}{6} \; ;$$

$$Si \;\; 2 \leq x < 3 \quad \Rightarrow \quad F(x) = \frac{2}{6} \quad ; \quad Si \;\; 3 \leq \; x < 4 \quad \Rightarrow \quad F(x) = \frac{3}{6} \; ;$$

$$Si \;\; 4 \leq \; x < 5 \quad \Rightarrow \quad F(x) = \frac{4}{6} \quad ; \quad Si \;\; 5 \leq \; x < 6 \quad \Rightarrow \quad F(x) = \frac{5}{6}$$

$$Si \;\; x \geq 6 \quad \Rightarrow \quad F(x) = 1 \; .$$

La distribución acumulada para X, puede escribirse como:

La distribución acumulada para X, puede escribirse como:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x < 1 \\ \dfrac{[\![x]\!]}{6} & ; \quad x \in [1,\, 6) \\ 1 & ; \quad x \geq 6 \end{cases} .$$

La distribución acumulada para X, puede escribirse como:

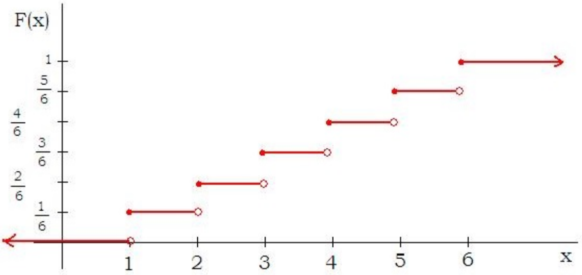
$$F\left(x\right)=\begin{cases} 0 & ; \qquad x<1 \\ \dfrac{[\![x]\!]}{6} & ; \qquad x\in[1,\,6) \\ 1 & ; \qquad x\geq 6 \end{cases}.$$

El gráfico para la c.d.f de X se muestra en la siguiente figura:

La distribución acumulada para X, puede escribirse como:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x < 1 \\ \dfrac{[\![x]\!]}{6} & ; \quad x \in [1,\, 6) \\ 1 & ; \quad x \geq 6 \end{cases} .$$

El gráfico para la c.d.f de X se muestra en la siguiente figura:



Ejemplo 19

Suponga que una v.a X tiene p.m.f dada por,

Ejemplo 19

Suponga que una v.a X tiene p.m.f dada por,

X	0	1	2	3
$p(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

Halle la función de distribución acumulada de la variable aleatoria X y grafíquela.

Solución

$$\text{Si} \quad x < 0 \quad \text{entonces} \quad F(x) = 0$$

$$\text{Si} \quad 0 \leq x < 1 \quad \text{entonces} \quad F(x) = \frac{1}{8}$$

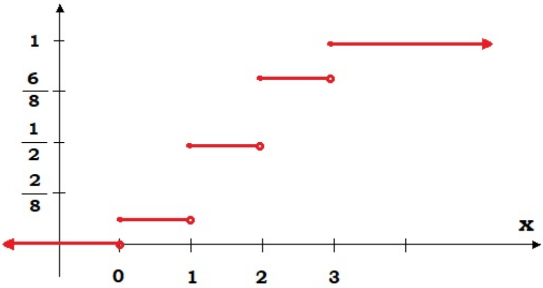
$$\text{Si} \quad 1 \leq x < 2 \quad \text{entonces} \quad F(x) = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Si} \quad 2 \leq x < 3 \quad \text{entonces} \quad F(x) = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\text{Si} \quad x \geq 3 \quad \text{entonces} \quad F(x) = 1\ .$$

El gráfico de la c.d.f. para X se muestra en la sigueinte figura.

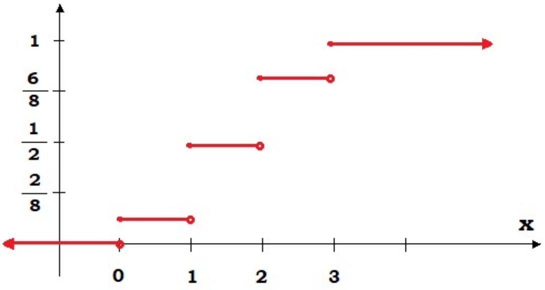
El gráfico de la c.d.f. para X se muestra en la sigueinte figura.



Observe que en el gráfico se verifica que en cada valor de la variable, el salto de la función corresponde al valor de la p.m.f en dicho valor.

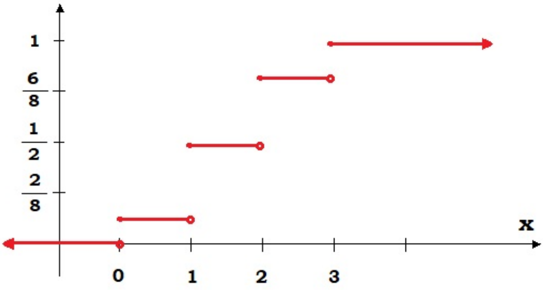
Probabilidad y Distribuciones de Probabilidad

El gráfico de la c.d.f. para X se muestra en la sigueinte figura.



Observe que en el gráfico se verifica que en cada valor de la variable, el salto de la función corresponde al valor de la p.m.f en dicho valor. Por ejemplo en $x = 2$ se tiene que:

El gráfico de la c.d.f. para X se muestra en la sigueinte figura.



Observe que en el gráfico se verifica que en cada valor de la variable, el salto de la función corresponde al valor de la p.m.f en dicho valor. Por ejemplo en $x = 2$ se tiene que:

$$F(2) = \frac{7}{8}\,,\ F(1) = \frac{1}{2} \quad y \quad p(2) = F(2) - F(1) = \frac{7}{8} - \frac{1}{2} = \frac{3}{8}\,.$$