

# ESTADISTICA I

Semestre 01 - 2022

## Taller Clase 12

1. La lectura de un voltímetro conectado a un circuito de prueba tiene una distribución uniforme en el intervalo  $(\theta, \theta + 1)$ , donde  $\theta$  es desconocido. Para estimar a  $\theta$  se toma una muestra aleatoria  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  de lecturas de dicho voltímetro.

- Se propone el siguiente estimador para  $\theta$ :  $\hat{\theta} = \bar{Y}$ . ¿Es  $\bar{Y}$  insesgado para  $\theta$ ? Si no lo es, halle el sesgo de este estimador.
- Usando a  $\hat{\theta}$ , proponga un estimador insesgado para  $\theta$ .
- Calcule el ECM para  $\hat{\theta} = \bar{Y}$ .

2. Sea  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , con  $n > 5$ , una muestra aleatoria de una cierta población. La f.d.p. asociada a esta muestra está dada por:

$$f(x|\theta) = \frac{2x}{\theta^2} ; 0 < x < \theta, \theta > 0.$$

Considere los siguientes 4 estimadores para  $\theta$ :

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_1 &= \frac{X_1 + X_2 + X_n}{2} ; \quad \hat{\theta}_2 = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} ; \\ \hat{\theta}_3 &= \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3} ; \quad \hat{\theta}_4 = \frac{X_1 + 2X_2 + 3X_5}{6} . \end{aligned}$$

- Determine el sesgo de cada uno de estos 4 estimadores para  $\theta$ .
  - Calcule los respectivos ECM para cada estimador. Comente
3. Sea  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , con  $n \geq 5$ , una muestra aleatoria de una cierta población. La f.d.p. asociada a esta muestra está dada por:

$$f(x|\theta) = \theta x^{\theta-1} ; 0 < x < 1, \theta > 1.$$

Se proponen los siguientes estimadores para  $\theta$ :

$$\hat{\theta}_1 = \frac{X_1 + 5X_n - AX_3}{3} ; \quad \hat{\theta}_2 = \frac{X_2 + BX_n - X_4}{8}.$$

- Determine los valores de  $A$  y  $B$  para que  $\hat{\theta}_1$  y  $\hat{\theta}_2$  sean estimadores insesgados para  $\theta$ .
- Una muestra aleatoria particular permite obtener los siguientes valores:

$$0.963, 0.948, 0.356, 0.931, 0.403.$$

Haciendo  $A = -3$  y  $B = 24$ , calcule una estimación para  $\theta$ , basada en estos datos, usando el mejor estimador de la parte a).