## Distribución Poisson

Considere los siguientes eventos o experimentos: Establecer el número de accidentes en un cruce por hora, número de errores ortográficos por página, número de llamadas telefónicas a una central por minuto, número de imperfecciones en un material por $cm^2$, número de huecos en una carretera por kilómetro, etc.

## Distribución Poisson

Considere los siguientes eventos o experimentos: Establecer el número de accidentes en un cruce por hora, número de errores ortográficos por página, número de llamadas telefónicas a una central por minuto, número de imperfecciones en un material por $cm^2$, número de huecos en una carretera por kilómetro, etc.

Algunos de estos experimentos tienen características similares:

## Distribución Poisson

Considere los siguientes eventos o experimentos: Establecer el número de accidentes en un cruce por hora, número de errores ortográficos por página, número de llamadas telefónicas a una central por minuto, número de imperfecciones en un material por $cm^2$, número de huecos en una carretera por kilómetro, etc.

Algunos de estos experimentos tienen características similares:

- El experimento consiste en contar el número de veces que ocurre un cierto evento de interés por unidad de tiempo o espacio.

## Distribución Poisson

Considere los siguientes eventos o experimentos: Establecer el número de accidentes en un cruce por hora, número de errores ortográficos por página, número de llamadas telefónicas a una central por minuto, número de imperfecciones en un material por $cm^2$, número de huecos en una carretera por kilómetro, etc.

Algunos de estos experimentos tienen características similares:

- El experimento consiste en contar el número de veces que ocurre un cierto evento de interés por unidad de tiempo o espacio.
- En cada unidad establecida, el número de eventos que ocurren es independiente de los que ocurren en otras unidades.

# Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

## Distribución Poisson

Considere los siguientes eventos o experimentos: Establecer el número de accidentes en un cruce por hora, número de errores ortográficos por página, número de llamadas telefónicas a una central por minuto, número de imperfecciones en un material por $cm^2$, número de huecos en una carretera por kilómetro, etc.

Algunos de estos experimentos tienen características similares:

- El experimento consiste en contar el número de veces que ocurre un cierto evento de interés por unidad de tiempo o espacio.
- En cada unidad establecida, el número de eventos que ocurren es independiente de los que ocurren en otras unidades.
- Es posible asumir que la probabilidad de que un evento ocurra en una cierta unidad es la misma para todas las unidades de su tipo.

## Distribución Poisson

Considere los siguientes eventos o experimentos: Establecer el número de accidentes en un cruce por hora, número de errores ortográficos por página, número de llamadas telefónicas a una central por minuto, número de imperfecciones en un material por $cm^2$, número de huecos en una carretera por kilómetro, etc.

Algunos de estos experimentos tienen características similares:

- El experimento consiste en contar el número de veces que ocurre un cierto evento de interés por unidad de tiempo o espacio.
- En cada unidad establecida, el número de eventos que ocurren es independiente de los que ocurren en otras unidades.
- Es posible asumir que la probabilidad de que un evento ocurra en una cierta unidad es la misma para todas las unidades de su tipo.

## Experimento Poisson

Dado un intervalo real, suponga que el conteo de ocurrencias es aleatorio en dicho intervalo.

## Experimento Poisson

Dado un intervalo real, suponga que el conteo de ocurrencias es aleatorio en dicho intervalo. Si este intervalo puede sub-dividirse en sub-intervalos suficientemente pequeños tales que:

# Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

## Experimento Poisson

Dado un intervalo real, suponga que el conteo de ocurrencias es aleatorio en dicho intervalo. Si este intervalo puede sub-dividirse en sub-intervalos suficientemente pequeños tales que:

- La probabilidad de más de una ocurrencia en cada subintervalo es despreciable.

# Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

## Experimento Poisson

Dado un intervalo real, suponga que el conteo de ocurrencias es aleatorio en dicho intervalo. Si este intervalo puede sub-dividirse en sub-intervalos suficientemente pequeños tales que:

- La probabilidad de más de una ocurrencia en cada subintervalo es despreciable.
- La probabilidad de ocurrencia en un subintervalo es la misma para todos los subintevalos de la misma longitud y es proporcional a la longitud de dicho subintervalo.

## Experimento Poisson

Dado un intervalo real, suponga que el conteo de ocurrencias es aleatorio en dicho intervalo. Si este intervalo puede sub-dividirse en sub-intervalos suficientemente pequeños tales que:

- La probabilidad de más de una ocurrencia en cada subintervalo es despreciable.
- La probabilidad de ocurrencia en un subintervalo es la misma para todos los subintevalos de la misma longitud y es proporcional a la longitud de dicho subintervalo.
- El conteo de ocurrencias en cada subintervalo es independiente del conteo de ocurrencias en los demás subintervalos.

## Experimento Poisson

Dado un intervalo real, suponga que el conteo de ocurrencias es aleatorio en dicho intervalo. Si este intervalo puede sub-dividirse en sub-intervalos suficientemente pequeños tales que:

- La probabilidad de más de una ocurrencia en cada subintervalo es despreciable.
- La probabilidad de ocurrencia en un subintervalo es la misma para todos los subintevalos de la misma longitud y es proporcional a la longitud de dicho subintervalo.
- El conteo de ocurrencias en cada subintervalo es independiente del conteo de ocurrencias en los demás subintervalos.

Si un experimento cumple estas condiciones, es llamado *Experimento Poisson*.

# Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

## Experimento Poisson

Dado un intervalo real, suponga que el conteo de ocurrencias es aleatorio en dicho intervalo. Si este intervalo puede sub-dividirse en sub-intervalos suficientemente pequeños tales que:

- La probabilidad de más de una ocurrencia en cada subintervalo es despreciable.
- La probabilidad de ocurrencia en un subintervalo es la misma para todos los subintevalos de la misma longitud y es proporcional a la longitud de dicho subintervalo.
- El conteo de ocurrencias en cada subintervalo es independiente del conteo de ocurrencias en los demás subintervalos.

Si un experimento cumple estas condiciones, es llamado *Experimento Poisson*. La v.a. de interés será $X$: número de ocurrencias en el intervalo real.

## Experimento Poisson

Dado un intervalo real, suponga que el conteo de ocurrencias es aleatorio en dicho intervalo. Si este intervalo puede sub-dividirse en sub-intervalos suficientemente pequeños tales que:

- La probabilidad de más de una ocurrencia en cada subintervalo es despreciable.
- La probabilidad de ocurrencia en un subintervalo es la misma para todos los subintevalos de la misma longitud y es proporcional a la longitud de dicho subintervalo.
- El conteo de ocurrencias en cada subintervalo es independiente del conteo de ocurrencias en los demás subintervalos.

Si un experimento cumple estas condiciones, es llamado *Experimento Poisson*. La v.a. de interés será $X$: número de ocurrencias en el intervalo real. Se dice que $X$ tiene una distribución *Poisson* con parámetro $\lambda$, donde $\lambda$ representa el número promedio de ocurrencias por unidad de tiempo o espacio.

**Teorema 4: Aproximación Poisson de la Binomial**

Sea $X \sim bin(n,\, p)$ , entonces:

# Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

## Teorema $4$: Aproximación Poisson de la Binomial

Sea $X \sim bin(n,\, p)$ , entonces:

$$\lim_{\substack{n \to \infty \\ n\,p \approx cte}} \binom{n}{x} p^x \, (1-p)^{n-x} = \frac{e^{-\lambda}\,\lambda^x}{x!} \quad ; \quad \lambda = n\,p\,.$$

## Demostración

Asumiendo que $n\,p \approx$ cte , se tiene que $p = \frac{\lambda}{n}$ .

## Teorema 4: Aproximación Poisson de la Binomial

Sea $X \sim bin(n, p)$ , entonces:

$$\lim_{\substack{n \to \infty \\ n\,p \approx cte}} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \frac{e^{-\lambda}\,\lambda^x}{x!} \quad ; \quad \lambda = n\,p\,.$$

## Demostración

Asumiendo que $n\,p \approx$ cte , se tiene que $p = \frac{\lambda}{n}$ . Ahora:

$$\binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \binom{n}{x} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^x \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-x}$$

$$= \frac{n\,(n-1)\,(n-2)\,\cdots\,(n-x+1)\,(n-x)!}{x!\,(n-x)!} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^x \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-x}$$

$$= \frac{n\,(n-1)\,(n-2)\,\cdots\,(n-x+1)}{x!} \frac{\lambda^x}{n^x} \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-x}$$

# Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Organizando términos se tiene:

Organizando términos se tiene:

$$= \frac{\lambda^x}{x!}\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{-x}\ \frac{n}{n}\,\frac{(n-1)}{n}\,\frac{(n-2)}{n}\cdots\frac{(n-x+1)}{n}\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{n}$$

Organizando términos se tiene:

$$= \frac{\lambda^x}{x!}\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{-x} \frac{n}{n}\frac{(n-1)}{n}\frac{(n-2)}{n}\cdots\frac{(n-x+1)}{n}\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{n}$$

$$\lim_{n\to\infty}\binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x} =$$

Organizando términos se tiene:

$$= \frac{\lambda^x}{x!} \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{-x} \frac{n}{n} \frac{(n-1)}{n} \frac{(n-2)}{n} \cdots \frac{(n-x+1)}{n} \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n}$$

$$\lim_{n \to \infty} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} =$$

$$\frac{\lambda^x}{x!} \lim_{n \to \infty} \left[ \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{-x} \frac{n}{n} \frac{(n-1)}{n} \frac{(n-2)}{n} \cdots \frac{(n-x+1)}{n} \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n} \right]$$

Organizando términos se tiene:

$$= \frac{\lambda^x}{x!} \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{-x} \frac{n}{n} \frac{(n-1)}{n} \frac{(n-2)}{n} \cdots \frac{(n-x+1)}{n} \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n}$$

$$\lim_{n\to\infty} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} =$$

$$\frac{\lambda^x}{x!} \lim_{n\to\infty} \left[ \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{-x} \frac{n}{n} \frac{(n-1)}{n} \frac{(n-2)}{n} \cdots \frac{(n-x+1)}{n} \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n} \right]$$

Como

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(n-1)}{n} = \cdots = \lim_{n\to\infty} \frac{(n-x+1)}{n} = 1 \, ;$$

$$\lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{-x} = 1 \quad ; \quad \lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n} = e^{-\lambda} \, .$$

# Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Con esto queda demostrado que:

Con esto queda demostrado que:

$$\lim_{n\to\infty} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \frac{e^{-\lambda}\,\lambda^x}{x!}\ ;\ x = 0, 1, 2, 3, \cdots\ .$$

Con esto queda demostrado que:

$$\lim_{n\to\infty} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \frac{e^{-\lambda}\,\lambda^x}{x!}\ ;\ x = 0, 1, 2, 3, \cdots\ .$$

Dado que este se refiere a un resultado en el límite, se espera una buena aproximación a partir de $n \geq 100$ y $p < 0.1$.

Con esto queda demostrado que:

$$\lim_{n\to\infty} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \frac{e^{-\lambda}\,\lambda^x}{x!}\ ;\ x = 0, 1, 2, 3, \cdots\ .$$

Dado que este se refiere a un resultado en el límite, se espera una buena aproximación a partir de $n \geq 100$ y $p < 0.1$.

**Nota:** Si $X \sim Poisson(\lambda)$ entonces:

# Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Con esto queda demostrado que:

$$\lim_{n\to\infty} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \frac{e^{-\lambda}\,\lambda^x}{x!} \;;\; x = 0, 1, 2, 3, \cdots \;.$$

Dado que este se refiere a un resultado en el límite, se espera una buena aproximación a partir de $n \geq 100$ y $p < 0.1$.

**Nota:** Si $X \sim Poisson(\lambda)$ entonces:

$$E\,[X] = \lambda \quad \text{y} \quad Var[X] = \lambda\,.$$

Para probar esto observe que:

# Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Con esto queda demostrado que:

$$\lim_{n\to\infty} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \frac{e^{-\lambda}\,\lambda^x}{x!} \;;\; x = 0, 1, 2, 3, \cdots \;.$$

Dado que este se refiere a un resultado en el límite, se espera una buena aproximación a partir de $n \geq 100$ y $p < 0.1$.

**Nota:** Si $X \sim Poisson(\lambda)$ entonces:

$$E\,[X] = \lambda \quad \text{y} \quad Var[X] = \lambda\;.$$

Para probar esto observe que:

$$E[X] = \sum_{x=0}^{\infty} x\,\frac{\lambda^x}{x!}\,e^{-\lambda} = \sum_{x=1}^{\infty} \cancel{x}\,\frac{\lambda^x}{(x-1)!\;\cancel{x}}\,e^{-\lambda} = \sum_{x=1}^{\infty} \frac{\lambda^x\lambda^{-1}\lambda}{(x-1)!}\,e^{-\lambda}$$

$$= \lambda\sum_{x=1}^{\infty} \frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)!}\,e^{-\lambda} = \lambda \times \underbrace{\sum_{y=0}^{\infty} \frac{\lambda^y}{(y)!}e^{-\lambda}}_{\text{es igual a } 1} = \lambda \quad ; \quad \text{con } y = x-1\;.$$

Para el cálculo de la varianza se procede de forma similar (se deja como ejercicio).

# Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

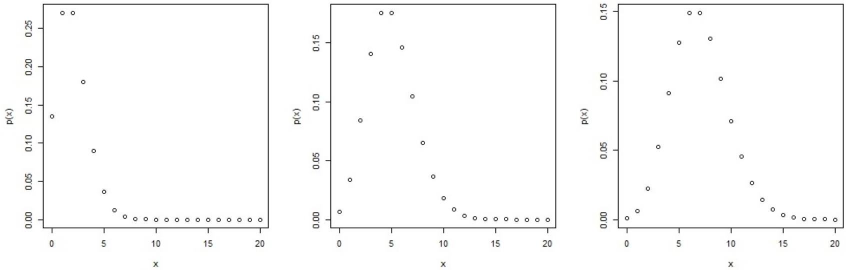
Para el cálculo de la varianza se procede de forma similar (se deja como ejercicio). Como ayuda muestre primero que

# Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

Para el cálculo de la varianza se procede de forma similar (se deja como ejercicio). Como ayuda muestre primero que

$$E\left[X(X-1)\right] = \sum_{x=2}^{\infty} \frac{\lambda^2 \lambda^{x-2}}{(x-2)!}\, e^{-\lambda} = \lambda^2 \; .$$

Algunos gráficos de distribuciones Poisson, para $\lambda = 2,\, 5,\, 7$ se muestran a continuación.



**Ejemplo 33**

Suponga que a una central telefónica llegan en promedio $10$ llamadas por minuto.

### Ejemplo $33$

Suponga que a una central telefónica llegan en promedio $10$ llamadas por minuto.

a) ¿Qué tan probable en que en el siguiente minuto lleguen al menos $2$ llamadas?

## Ejemplo $33$

Suponga que a una central telefónica llegan en promedio $10$ llamadas por minuto.

a) ¿Qué tan probable en que en el siguiente minuto lleguen al menos $2$ llamadas?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que en el siguiente minuto lleguen exactamente $15$ llamadas?

## Ejemplo $33$

Suponga que a una central telefónica llegan en promedio $10$ llamadas por minuto.

a) ¿Qué tan probable en que en el siguiente minuto lleguen al menos $2$ llamadas?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que en el siguiente minuto lleguen exactamente $15$ llamadas?

c) ¿Cuál es la probabilidad de tener que esperar más de un minuto para la siguiente llamada?

## Ejemplo $33$

Suponga que a una central telefónica llegan en promedio $10$ llamadas por minuto.

a) ¿Qué tan probable en que en el siguiente minuto lleguen al menos $2$ llamadas?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que en el siguiente minuto lleguen exactamente $15$ llamadas?

c) ¿Cuál es la probabilidad de tener que esperar más de un minuto para la siguiente llamada?

## Solución

Sea $X$: número de llamadas que llegan a la central por minuto.

# Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

## Ejemplo $33$

Suponga que a una central telefónica llegan en promedio $10$ llamadas por minuto.

a) ¿Qué tan probable en que en el siguiente minuto lleguen al menos $2$ llamadas?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que en el siguiente minuto lleguen exactamente $15$ llamadas?

c) ¿Cuál es la probabilidad de tener que esperar más de un minuto para la siguiente llamada?

## Solución

Sea $X$: número de llamadas que llegan a la central por minuto. Asumiendo que el promedio de llamadas que llegan por minuto, no cambia de minuto a minuto, este experimento cumple con todas las condiciones para ser un experimento Poisson.

## Ejemplo $33$

Suponga que a una central telefónica llegan en promedio $10$ llamadas por minuto.

a) ¿Qué tan probable en que en el siguiente minuto lleguen al menos $2$ llamadas?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que en el siguiente minuto lleguen exactamente $15$ llamadas?

c) ¿Cuál es la probabilidad de tener que esperar más de un minuto para la siguiente llamada?

## Solución

Sea $X$: número de llamadas que llegan a la central por minuto. Asumiendo que el promedio de llamadas que llegan por minuto, no cambia de minuto a minuto, este experimento cumple con todas las condiciones para ser un experimento Poisson. Así, se tiene que $X \sim p(10)$.

# Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

La p.m.f de $X$ es de la forma:

# Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

La p.m.f de $X$ es de la forma:

$$p(x) = \frac{e^{-10}\,10^x}{x!}\ ;\ x = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\ .$$

# Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

La p.m.f de $X$ es de la forma:

$$p(x) = \frac{e^{-10}\,10^x}{x!}\ ;\ x = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\ .$$

a) Se pide:

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - p(0) - p(1)$$

$$P(X \geq 2) = 1 - e^{-10}\left[1 + \frac{10}{1!}\right] = 1 - 11\,e^{-10} = 0.9995\ .$$

La p.m.f de $X$ es de la forma:

$$p(x) = \frac{e^{-10}\,10^{x}}{x!}\ ;\ x = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\ .$$

a) Se pide:

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - p(0) - p(1)$$

$$P(X \geq 2) = 1 - e^{-10}\left[1 + \frac{10}{1!}\right] = 1 - 11\,e^{-10} = 0.9995\ .$$

b)

$$P(X = 15) = p(15) = \frac{e^{-10}\,10^{15}}{15!} = 0.03471807\ .$$

La p.m.f de $X$ es de la forma:

$$p(x) = \frac{e^{-10}\,10^x}{x!}\ ;\ x = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\ .$$

a) Se pide:

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - p(0) - p(1)$$

$$P(X \geq 2) = 1 - e^{-10}\left[1 + \frac{10}{1!}\right] = 1 - 11\,e^{-10} = 0.9995\ .$$

b)

$$P(X = 15) = p(15) = \frac{e^{-10}\,10^{15}}{15!} = 0.03471807\ .$$

c) Si se debe esperar más de un minuto, significa que no llegan llamadas en un minuto, así, esto equivale a calcular:

La p.m.f de $X$ es de la forma:

$$p(x) = \frac{e^{-10}\, 10^x}{x!}\ ;\ x = 0,\, 1,\, 2,\, 3,\, \cdots\ .$$

a) Se pide:

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - p(0) - p(1)$$

$$P(X \geq 2) = 1 - e^{-10}\left[1 + \frac{10}{1!}\right] = 1 - 11\, e^{-10} = 0.9995\ .$$

b)

$$P(X = 15) = p(15) = \frac{e^{-10}\, 10^{15}}{15!} = 0.03471807\ .$$

c) Si se debe esperar más de un minuto, significa que no llegan llamadas en un minuto, así, esto equivale a calcular:

$$P(X = 0) = p(0) = e^{-10} = 0.0000454\ .$$

## Ejemplo $34$

Estudios recientes han mostrado que la probabilidad de morir a causa de cierto medicamento contra la gripe es $0.00002$.

# Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

## Ejemplo $34$

Estudios recientes han mostrado que la probabilidad de morir a causa de cierto medicamento contra la gripe es $0.00002$. Si se administra dicho medicamento a $100000$ personas, ¿Cuál es la probabilidad de que no más de dos personas mueran?

## Solución

Sea $X$ la variable aleatoria que representa el número de personas que mueren a causa del medicamento de los $100000$ a los cuales se les administra el medicamento.

# Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

## Ejemplo $34$

Estudios recientes han mostrado que la probabilidad de morir a causa de cierto medicamento contra la gripe es $0.00002$. Si se administra dicho medicamento a $100000$ personas, ¿Cuál es la probabilidad de que no más de dos personas mueran?

## Solución

Sea $X$ la variable aleatoria que representa el número de personas que mueren a causa del medicamento de los $100000$ a los cuales se les administra el medicamento. Claramente $X \sim bin(100000,\, 0.00002)$ .

## Ejemplo $34$

Estudios recientes han mostrado que la probabilidad de morir a causa de cierto medicamento contra la gripe es $0.00002$. Si se administra dicho medicamento a $100000$ personas, ¿Cuál es la probabilidad de que no más de dos personas mueran?

## Solución

Sea $X$ la variable aleatoria que representa el número de personas que mueren a causa del medicamento de los $100000$ a los cuales se les administra el medicamento. Claramente $X \sim bin(100000,\, 0.00002)$ . se pide calcular:

# Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

## Ejemplo 34

Estudios recientes han mostrado que la probabilidad de morir a causa de cierto medicamento contra la gripe es $0.00002$. Si se administra dicho medicamento a $100000$ personas, ¿Cuál es la probabilidad de que no más de dos personas mueran?

## Solución

Sea $X$ la variable aleatoria que representa el número de personas que mueren a causa del medicamento de los $100000$ a los cuales se les administra el medicamento. Claramente $X \sim bin(100000, 0.00002)$ . se pide calcular:

$$P(X \leq 2) = \sum_{x=0}^{2} \binom{100000}{x} 0.00002^{x}\, 0.99998^{100000-x} = 0.67667641619\ .$$

Ahora, si se considera que $n = 100000$ es grande y $p = 0.00002$ es pequeño, se puede aproximar esta probabilidad usando una distribución Poisson con $\lambda = 100000 * 0.00002 = 2$ .

# Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

## Ejemplo $34$

Estudios recientes han mostrado que la probabilidad de morir a causa de cierto medicamento contra la gripe es $0.00002$. Si se administra dicho medicamento a $100000$ personas, ¿Cuál es la probabilidad de que no más de dos personas mueran?

## Solución

Sea $X$ la variable aleatoria que representa el número de personas que mueren a causa del medicamento de los $100000$ a los cuales se les administra el medicamento. Claramente $X \sim bin(100000, \, 0.00002)$ . se pide calcular:

$$P(X \leq 2) = \sum_{x=0}^{2} \binom{100000}{x} 0.00002^{x} \, 0.99998^{100000-x} = 0.67667641619 \, .$$

Ahora, si se considera que $n = 100000$ es grande y $p = 0.00002$ es pequeño, se puede aproximar esta probabilidad usando una distribución Poisson con $\lambda = 100000 * 0.00002 = 2$ . Así:

# Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

## Ejemplo 34

Estudios recientes han mostrado que la probabilidad de morir a causa de cierto medicamento contra la gripe es $0.00002$. Si se administra dicho medicamento a $100000$ personas, ¿Cuál es la probabilidad de que no más de dos personas mueran?

## Solución

Sea $X$ la variable aleatoria que representa el número de personas que mueren a causa del medicamento de los $100000$ a los cuales se les administra el medicamento. Claramente $X \sim bin(100000,\, 0.00002)$ . se pide calcular:

$$P(X \leq 2) = \sum_{x=0}^{2} \binom{100000}{x} 0.00002^x \, 0.99998^{100000-x} = 0.67667641619\ .$$

Ahora, si se considera que $n = 100000$ es grande y $p = 0.00002$ es pequeño, se puede aproximar esta probabilidad usando una distribución Poisson con $\lambda = 100000 * 0.00002 = 2$ . Así:

$$P(X \leq 2) \approx \sum_{x=0}^{2} \frac{e^{-2}\, 2^x}{x!} = 5\, e^{-2} = 0.67667641618\ .$$

# Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

## Ejemplo $35$

El número de llamadas que llegan a una oficina es una variable aleatoria Poisson con parámetro $\lambda = 4$ (en promedio $4$ llamadas por hora).

## Ejemplo $35$

El número de llamadas que llegan a una oficina es una variable aleatoria Poisson con parámetro $\lambda = 4$ (en promedio $4$ llamadas por hora).

a) ¿Cuál es la probabilidad de que durante tres horas se reciban al menos $10$ llamadas?

## Ejemplo 35

El número de llamadas que llegan a una oficina es una variable aleatoria Poisson con parámetro $\lambda = 4$ (en promedio $4$ llamadas por hora).

a) ¿Cuál es la probabilidad de que durante tres horas se reciban al menos $10$ llamadas?

b) Encuentre el intervalo de tiempo dado por L (en horas) para que la probabilidad de que se reciba al menos una llamada en dicho intervalo de tiempo sea de $0.85$ .

## Ejemplo $35$

El número de llamadas que llegan a una oficina es una variable aleatoria Poisson con parámetro $\lambda = 4$ (en promedio $4$ llamadas por hora).

a) ¿Cuál es la probabilidad de que durante tres horas se reciban al menos $10$ llamadas?
b) Encuentre el intervalo de tiempo dado por L (en horas) para que la probabilidad de que se reciba al menos una llamada en dicho intervalo de tiempo sea de $0.85$ .

## Solución

Sea $X$ la variable aleatoria que representa el número de llamadas por hora en la oficina.

# Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

## Ejemplo $35$

El número de llamadas que llegan a una oficina es una variable aleatoria Poisson con parámetro $\lambda = 4$ (en promedio $4$ llamadas por hora).

a) ¿Cuál es la probabilidad de que durante tres horas se reciban al menos $10$ llamadas?

b) Encuentre el intervalo de tiempo dado por L (en horas) para que la probabilidad de que se reciba al menos una llamada en dicho intervalo de tiempo sea de $0.85$.

## Solución

Sea $X$ la variable aleatoria que representa el número de llamadas por hora en la oficina. Entonces $X \sim p(\lambda)$, con $\lambda = 4$.

## Ejemplo $35$

El número de llamadas que llegan a una oficina es una variable aleatoria Poisson con parámetro $\lambda = 4$ (en promedio $4$ llamadas por hora).

a) ¿Cuál es la probabilidad de que durante tres horas se reciban al menos $10$ llamadas?

b) Encuentre el intervalo de tiempo dado por L (en horas) para que la probabilidad de que se reciba al menos una llamada en dicho intervalo de tiempo sea de $0.85$.

## Solución

Sea $X$ la variable aleatoria que representa el número de llamadas por hora en la oficina. Entonces $X \sim p(\lambda)$, con $\lambda = 4$.

a) Para este caso, se define $Y$ como el número de llamadas que llegan a la oficina en un período de $3$ horas.

## Ejemplo $35$

El número de llamadas que llegan a una oficina es una variable aleatoria Poisson con parámetro $\lambda = 4$ (en promedio $4$ llamadas por hora).

a) ¿Cuál es la probabilidad de que durante tres horas se reciban al menos $10$ llamadas?

b) Encuentre el intervalo de tiempo dado por L (en horas) para que la probabilidad de que se reciba al menos una llamada en dicho intervalo de tiempo sea de $0.85$.

## Solución

Sea $X$ la variable aleatoria que representa el número de llamadas por hora en la oficina. Entonces $X \sim p(\lambda)$, con $\lambda = 4$.

a) Para este caso, se define $Y$ como el número de llamadas que llegan a la oficina en un período de $3$ horas. Por las propiedades del proceso Poisson, se tiene que $Y \sim p(\beta)$.

# Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

## Ejemplo $35$

El número de llamadas que llegan a una oficina es una variable aleatoria Poisson con parámetro $\lambda = 4$ (en promedio $4$ llamadas por hora).

a) ¿Cuál es la probabilidad de que durante tres horas se reciban al menos $10$ llamadas?

b) Encuentre el intervalo de tiempo dado por L (en horas) para que la probabilidad de que se reciba al menos una llamada en dicho intervalo de tiempo sea de $0.85$ .

## Solución

Sea $X$ la variable aleatoria que representa el número de llamadas por hora en la oficina. Entonces $X \sim p(\lambda)$ , con $\lambda = 4$ .

a) Para este caso, se define $Y$ como el número de llamadas que llegan a la oficina en un período de $3$ horas. Por las propiedades del proceso Poisson, se tiene que $Y \sim p(\beta)$ .Además, si en una hora llegan en promedio $4$ llamadas, en $3$ horas llegarán en promedio $12$ llamadas. Así, $Y \sim p(12)$ .

a) De esta manera se pide calcular $P(Y \geq 10)$ :

# Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

a) De esta manera se pide calcular $P(Y \geq 10)$ :

$$P(Y \geq 10) = \sum_{y=10}^{\infty} \frac{e^{-12}\, 12^y}{y!} \;=\; 1 - \sum_{y=0}^{9} \frac{e^{-12}\, 12^y}{y!} \;\approx\; 0.75761\ .$$

b) Sea $W$ el número de llamadas que llegan en $L$ horas.

a) De esta manera se pide calcular $P(Y \geq 10)$:

$$P(Y \geq 10) = \sum_{y=10}^{\infty} \frac{e^{-12}\, 12^y}{y!} = 1 - \sum_{y=0}^{9} \frac{e^{-12}\, 12^y}{y!} \approx 0.75761 \,.$$

b) Sea $W$ el número de llamadas que llegan en $L$ horas. Entonces $W \sim p(\gamma)$.

# Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

a) De esta manera se pide calcular $P(Y \geq 10)$ :

$$P(Y \geq 10) = \sum_{y=10}^{\infty} \frac{e^{-12}\,12^y}{y!} \;=\; 1 - \sum_{y=0}^{9} \frac{e^{-12}\,12^y}{y!} \;\approx\; 0.75761\ .$$

b) Sea $W$ el número de llamadas que llegan en $L$ horas. Entonces $W \sim p(\gamma)$ . De manera similar se tiene que si en una hora llegan en promedio $4$ llamadas en $L$ horas llegarán en promedio $4\,L$ lamadas. Luego, $W \sim p(4\,L)$ .

a) De esta manera se pide calcular $P(Y \geq 10)$ :

$$P(Y \geq 10) = \sum_{y=10}^{\infty} \frac{e^{-12}\, 12^{y}}{y!} \; = \; 1 - \sum_{y=0}^{9} \frac{e^{-12}\, 12^{y}}{y!} \; \approx \; 0.75761 \; .$$

b) Sea $W$ el número de llamadas que llegan en $L$ horas. Entonces

$W \sim p(\gamma)$ . De manera similar se tiene que si en una hora llegan en promedio $4$ llamadas en $L$ horas llegarán en promedio $4\,L$ lamadas. Luego, $W \sim p(4\,L)$ . Se debe hallar $L$ tal que:

a) De esta manera se pide calcular $P(Y \geq 10)$ :

$$P(Y \geq 10) = \sum_{y=10}^{\infty} \frac{e^{-12}\, 12^y}{y!} \; = \; 1 - \sum_{y=0}^{9} \frac{e^{-12}\, 12^y}{y!} \; \approx \; 0.75761 \, .$$

b) Sea $W$ el número de llamadas que llegan en $L$ horas. Entonces

$W \sim p(\gamma)$ . De manera similar se tiene que si en una hora llegan en promedio $4$ llamadas en $L$ horas llegarán en promedio $4\,L$ lamadas. Luego, $W \sim p(4\,L)$ . Se debe hallar $L$ tal que:

$$P(W \geq 1) = 0.85 \quad \Leftrightarrow \quad P(W = 0) = 0.15 \quad \Leftrightarrow \quad e^{-4\,L} = 0.15$$

$$\Leftrightarrow -4\,L = ln(0.15) \quad \Leftrightarrow \quad L = 0.4743 \quad \text{horas}$$

En un intervalo de tiempo de $0.4743$ horas, (es decir de $28.5$ min), se recibe al menos una llamada.

## Ejemplo $36$

Una secretaria comete en promedio $2$ errores por página en la transcripción de un manuscrito.

## Ejemplo 36

Una secretaria comete en promedio $2$ errores por página en la transcripción de un manuscrito.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que en una página determinada cometa menos de tres errores?

## Ejemplo $36$

Una secretaria comete en promedio $2$ errores por página en la transcripción de un manuscrito.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que en una página determinada cometa menos de tres errores?

b) Si se examinan $15$ páginas del manuscrito ¿Cuál es la probabilidad de que se encuentren al menos cinco páginas con menos de tres errores?.

## Ejemplo 36

Una secretaria comete en promedio $2$ errores por página en la transcripción de un manuscrito.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que en una página determinada cometa menos de tres errores?

b) Si se examinan $15$ páginas del manuscrito ¿Cuál es la probabilidad de que se encuentren al menos cinco páginas con menos de tres errores?.

c) ¿Cuál es la probabilidad de que se tengan que examinar exactamente $10$ páginas hasta encontrar la primera con menos de tres errores?

## Ejemplo 36

Una secretaria comete en promedio $2$ errores por página en la transcripción de un manuscrito.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que en una página determinada cometa menos de tres errores?

b) Si se examinan $15$ páginas del manuscrito ¿Cuál es la probabilidad de que se encuentren al menos cinco páginas con menos de tres errores?.

c) ¿Cuál es la probabilidad de que se tengan que examinar exactamente $10$ páginas hasta encontrar la primera con menos de tres errores?

## Solución

a) Sea $X$ : número de errores por página.

## Ejemplo $36$

Una secretaria comete en promedio $2$ errores por página en la transcripción de un manuscrito.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que en una página determinada cometa menos de tres errores?

b) Si se examinan $15$ páginas del manuscrito ¿Cuál es la probabilidad de que se encuentren al menos cinco páginas con menos de tres errores?.

c) ¿Cuál es la probabilidad de que se tengan que examinar exactamente $10$ páginas hasta encontrar la primera con menos de tres errores?

## Solución

a) Sea $X$ : número de errores por página. Entonces $X \sim p(2)$ , con $x = 0, 1, 2, \cdots$ La probabilidad pedida es:

# Algunas Distribuciones de Probabilidad Discretas

## Ejemplo 36

Una secretaria comete en promedio $2$ errores por página en la transcripción de un manuscrito.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que en una página determinada cometa menos de tres errores?

b) Si se examinan $15$ páginas del manuscrito ¿Cuál es la probabilidad de que se encuentren al menos cinco páginas con menos de tres errores?.

c) ¿Cuál es la probabilidad de que se tengan que examinar exactamente $10$ páginas hasta encontrar la primera con menos de tres errores?

## Solución

a) Sea $X$ : número de errores por página. Entonces $X \sim p(2)$ , con $x = 0, 1, 2, \cdots$ La probabilidad pedida es:

$$P\,(X < 3) = P\,(X \leq 2) = \sum_{x=0}^{2} \frac{e^{-\,2}\,2^{\,x}}{x\,!} = 5\,e^{-2} \approx 0.6767\ .$$

b) Sea $Y$ : número de páginas con menos de tres errores entre las $15$ examinadas.

b) Sea $Y$ : número de páginas con menos de tres errores entre las $15$ examinadas. Claramente $Y \sim b\,(15,\ p)$ , con $y = 0, 1, 2, \cdots, 15$ . $p$ representa la probabilidad de *éxito*.

b) Sea $Y$ : número de páginas con menos de tres errores entre las $15$ examinadas. Claramente $Y \sim b\,(15,\ p)$ , con $y = 0, 1, 2, \cdots, 15$ . $p$ representa la probabilidad de *éxito*. El éxito es cuando se encuentre una página con menos de tres errores.

b) Sea $Y$ : número de páginas con menos de tres errores entre las $15$ examinadas. Claramente $Y \sim b(15,\ p)$ , con $y = 0, 1, 2, \cdots , 15$ . $p$ representa la probabilidad de *éxito*. El éxito es cuando se encuentre una página con menos de tres errores. Del ítem anterior se tiene que $p = P(X < 3) = 0.6767$ .

b) Sea $Y$ : número de páginas con menos de tres errores entre las $15$ examinadas. Claramente $Y \sim b(15,\ p)$ , con $y = 0, 1, 2, \cdots, 15$. $p$ representa la probabilidad de *éxito*. El éxito es cuando se encuentre una página con menos de tres errores. Del ítem anterior se tiene que $p = P(X < 3) = 0.6767$ . Luego, $Y \sim b(15,\ 0.6767)$ .

b) Sea $Y$ : número de páginas con menos de tres errores entre las $15$ examinadas. Claramente $Y \sim b(15,\ p)$ , con $y = 0, 1, 2, \cdots, 15$ . $p$ representa la probabilidad de *éxito*. El éxito es cuando se encuentre una página con menos de tres errores. Del ítem anterior se tiene que $p = P(X < 3) = 0.6767$ . Luego, $Y \sim b(15,\ 0.6767)$ . Así, la probabilidad pedida es:

b) Sea $Y$ : número de páginas con menos de tres errores entre las $15$ examinadas. Claramente $Y \sim b(15,\ p)$ , con $y = 0, 1, 2, \cdots, 15$ . $p$ representa la probabilidad de *éxito*. El éxito es cuando se encuentre una página con menos de tres errores. Del ítem anterior se tiene que $p = P(X < 3) = 0.6767$ . Luego, $Y \sim b(15,\ 0.6767)$ . Así, la probabilidad pedida es:

$$P(Y \geq 5) = 1 - P(Y \leq 4) = 1 - \sum_{y=0}^{4} \binom{15}{y} (0.6767)^{y} (0.3233)^{15-y} \approx 0.9986 .$$

c) Sea $Z$ : número de páginas a revisar hasta encontrar la primera con menos de tres errores.

b) Sea $Y$ : número de páginas con menos de tres errores entre las $15$ examinadas. Claramente $Y \sim b(15,\ p)$ , con $y = 0, 1, 2, \cdots, 15$ . $p$ representa la probabilidad de *éxito*. El éxito es cuando se encuentre una página con menos de tres errores. Del ítem anterior se tiene que $p = P(X < 3) = 0.6767$ . Luego, $Y \sim b(15,\ 0.6767)$ . Así, la probabilidad pedida es:

$$P(Y \geq 5) = 1 - P(Y \leq 4) = 1 - \sum_{y=0}^{4} \binom{15}{y} (0.6767)^{y} (0.3233)^{15-y} \approx 0.9986 .$$

c) Sea $Z$ : número de páginas a revisar hasta encontrar la primera con menos de tres errores. $z = 1, 2, \cdots$ .

b) Sea $Y$ : número de páginas con menos de tres errores entre las $15$ examinadas. Claramente $Y \sim b\,(15,\ p)$ , con $y = 0, 1, 2, \cdots, 15$ . $p$ representa la probabilidad de *éxito*. El éxito es cuando se encuentre una página con menos de tres errores. Del ítem anterior se tiene que $p = P\,(X < 3) = 0.6767$ . Luego, $Y \sim b\,(15,\ 0.6767)$ . Así, la probabilidad pedida es:

$$P(Y \geq 5) = 1 - P(Y \leq 4) = 1 - \sum_{y=0}^{4} \binom{15}{y} (0.6767)^{y} (0.3233)^{15-y} \approx 0.9986\,.$$

c) Sea $Z$ : número de páginas a revisar hasta encontrar la primera con menos de tres errores. $z = 1, 2, \cdots$ . Observe que se tiene la repetición de eventos Bernoulli independientes con probabilidad de éxito $p = 0.676$ .

b) Sea $Y$ : número de páginas con menos de tres errores entre las 15 examinadas. Claramente $Y \sim b(15,\ p)$ , con $y = 0, 1, 2, \cdots, 15$ . $p$ representa la probabilidad de *éxito*. El éxito es cuando se encuentre una página con menos de tres errores. Del ítem anterior se tiene que $p = P(X < 3) = 0.6767$ . Luego, $Y \sim b(15,\ 0.6767)$ . Así, la probabilidad pedida es:

$$P(Y \geq 5) = 1 - P(Y \leq 4) = 1 - \sum_{y=0}^{4} \binom{15}{y} (0.6767)^{y} (0.3233)^{15-y} \approx 0.9986 .$$

c) Sea $Z$ : número de páginas a revisar hasta encontrar la primera con menos de tres errores. $z = 1, 2, \cdots$. Observe que se tiene la repetición de eventos Bernoulli independientes con probabilidad de éxito $p = 0.676$ . La probabilidad pedida es:

b) Sea $Y$ : número de páginas con menos de tres errores entre las $15$ examinadas. Claramente $Y \sim b\,(15,\ p)$ , con $y = 0, 1, 2, \cdots, 15$ . $p$ representa la probabilidad de *éxito*. El éxito es cuando se encuentre una página con menos de tres errores. Del ítem anterior se tiene que $p = P\,(X < 3) = 0.6767$ . Luego, $Y \sim b\,(15,\ 0.6767)$ . Así, la probabilidad pedida es:

$$P(Y \geq 5) = 1 - P(Y \leq 4) = 1 - \sum_{y=0}^{4} \binom{15}{y} (0.6767)^{\,y} (0.3233)^{15-y} \approx 0.9986 \,.$$

c) Sea $Z$ : número de páginas a revisar hasta encontrar la primera con menos de tres errores. $z = 1, 2, \cdots$. Observe que se tiene la repetición de eventos Bernoulli independientes con probabilidad de éxito $p = 0.676$ . La probabilidad pedida es:

$$P(Z = 10) = (1 - 0.676)^{9}\,(0.676) = 0.00000266 \,.$$

## Distribución Uniforme

Sea $X$ una v.a continua definida en el intervalo $(a,\, b)$ tal que $\forall I \subset (a, b)$ $P\left(X \in I\right)$ es proporcional a la longitud de $I$.

## Distribución Uniforme

Sea $X$ una v.a continua definida en el intervalo $(a,\ b)$ tal que $\forall I \subset (a, b)$ $P\left(X \in I\right)$ es proporcional a la longitud de $I$. Entonces se dice que $X$ tiene una distribución uniforme en el intervalo $(a, b)$.

# Distribuciones de Probabilidad Continuas

## Distribución Uniforme

Sea $X$ una v.a continua definida en el intervalo $(a,\ b)$ tal que $\forall I \subset (a,b)$ $P\,(X \in I)$ es proporcional a la longitud de $I$. Entonces se dice que $X$ tiene una distribución uniforme en el intervalo $(a,b)$. Para hallar la p.d.f. de $X$, como la probabilidad de que $X$ pertenezca a cualquier subintervalo de $(a,b)$ es proporcional a su longitud, necesariamente la f.d.p. de $X$ es una función constante; es decir:

# Distribuciones de Probabilidad Continuas

## Distribución Uniforme

Sea $X$ una v.a continua definida en el intervalo $(a,\, b)$ tal que $\forall I \subset (a,b)$ $P\,(X \in I)$ es proporcional a la longitud de $I$. Entonces se dice que $X$ tiene una distribución uniforme en el intervalo $(a,b)$. Para hallar la p.d.f. de $X$, como la probabilidad de que $X$ pertenezca a cualquier subintervalo de $(a,b)$ es proporcional a su longitud, necesariamente la f.d.p. de $X$ es una función constante; es decir:

$$f(x) = \begin{cases} k & ; \quad a < x < b \\ 0 & ; \quad \text{en otro caso} \end{cases} \quad .$$

## Distribución Uniforme

Sea $X$ una v.a continua definida en el intervalo $(a,\, b)$ tal que $\forall I \subset (a, b)$ $P\,(X \in I)$ es proporcional a la longitud de $I$. Entonces se dice que $X$ tiene una distribución uniforme en el intervalo $(a, b)$. Para hallar la p.d.f. de $X$, como la probabilidad de que $X$ pertenezca a cualquier subintervalo de $(a, b)$ es proporcional a su longitud, necesariamente la f.d.p. de $X$ es una función constante; es decir:

$$f(x) = \begin{cases} k & ; \quad a < x < b \\ 0 & ; \quad \text{en otro caso} \end{cases} \quad .$$

Para que $f(x)$ sea una f.d.p. se debe cumplir:

## Distribución Uniforme

Sea $X$ una v.a continua definida en el intervalo $(a,\, b)$ tal que $\forall I \subset (a, b)$ $P\,(X \in I)$ es proporcional a la longitud de $I$. Entonces se dice que $X$ tiene una distribución uniforme en el intervalo $(a, b)$. Para hallar la p.d.f. de $X$, como la probabilidad de que $X$ pertenezca a cualquier subintervalo de $(a, b)$ es proporcional a su longitud, necesariamente la f.d.p. de $X$ es una función constante; es decir:

$$f(x) = \begin{cases} k & ; \quad a < x < b \\ 0 & ; \quad \text{en otro caso} \end{cases} \quad .$$

Para que $f(x)$ sea una f.d.p. se debe cumplir:

$$P\,(X \in (a,\, b)) = k(b - a) = 1 \quad \Rightarrow \quad k = \frac{1}{b - a}\,.$$

De esta manera, la f.d.p. de la variable aleatoria $X$ es de la forma:

## Distribución Uniforme

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & ; \quad a < x < b \\ 0 & ; \quad \text{en otro caso} \end{cases} .$$

Por notación se escribe $X \sim U(a\,,\,b)$.

## Distribución Uniforme

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & ; \quad a < x < b \\ 0 & ; \quad \text{en otro caso} \end{cases} .$$

Por notación se escribe $X \sim U(a\,,\,b)$.
Si $X \sim U(a,\,b)$, entonces:

## Distribución Uniforme

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & ; \quad a < x < b \\ 0 & ; \quad \text{en otro caso} \end{cases} .$$

Por notación se escribe $X \sim U(a\,,\,b)$.
Si $X \sim U(a,\,b)$, entonces:

$$E[X] = \frac{a\;+\;b}{2} \quad \text{y} \quad Var[X] = \frac{(b\;-\;a)^2}{12}\;.$$

# Distribuciones de Probabilidad Continuas

## Distribución Uniforme

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & ; \quad a < x < b \\ 0 & ; \quad \text{en otro caso} \end{cases} .$$

Por notación se escribe $X \sim U(a\,,\,b)$.
Si $X \sim U(a,\,b)$, entonces:

$$E[X] = \frac{a\ +\ b}{2} \quad \text{y} \quad Var[X] = \frac{(b\ -\ a)^2}{12} .$$

La f.d.a. para $X$ está dada por:

## Distribución Uniforme

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & ; \quad a < x < b \\ 0 & ; \quad \text{en otro caso} \end{cases} .$$

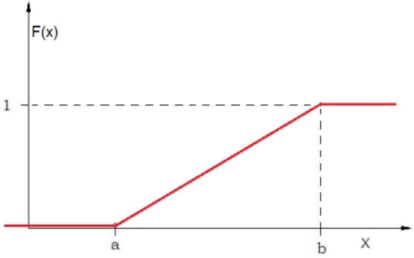
Por notación se escribe $X \sim U(a\,,\,b)$.
Si $X \sim U(a,\,b)$, entonces:

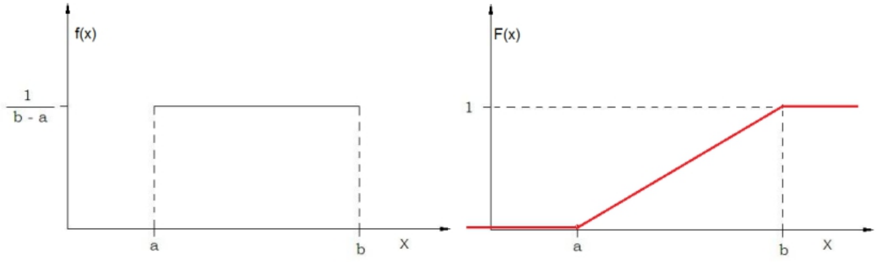
$$E\left[X\right] = \frac{a\ +\ b}{2} \quad \text{y} \quad Var\left[X\right] = \frac{(b\ -\ a)^2}{12} .$$

La f.d.a. para $X$ está dada por:

$$F\left(x\right) = \begin{cases} 0 & ; \quad x < a \\ \dfrac{x-a}{b-a} & ; \quad a \leq x \leq b \\ 1 & ; \quad x > b \end{cases} .$$

# Distribuciones de Probabilidad Continuas




**Ejemplo 37**

La longitud de una bisagra para puertas es un v.a $X$, distribuida uniformemente en el intervalo $(74.6\,,\,75.4)$.

a) Calcule $P\,(X < 74.8)$

b) ¿Qué proporción de bisagras miden menos de $75.0\;mm$?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la bisagra mida menos de $74.9\;mm$?

# Distribuciones de Probabilidad Continuas

## Solución

La f.d.p para la variable aleatoria $X$ está dada por:

## Solución

La f.d.p para la variable aleatoria $X$ está dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 1.25 & ; \quad 74.6 < x < 75.4 \\ 0 & ; \quad \text{en otro caso} \end{cases} .$$

# Distribuciones de Probabilidad Continuas

## Solución

La f.d.p para la variable aleatoria $X$ está dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 1.25 & ; \quad 74.6 < x < 75.4 \\ 0 & ; \quad \text{en otro caso} \end{cases} \quad .$$

De esta manera se tiene que:

# Distribuciones de Probabilidad Continuas

## Solución

La f.d.p para la variable aleatoria $X$ está dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 1.25 & ; \quad 74.6 < x < 75.4 \\ 0 & ; \quad \text{en otro caso} \end{cases} \quad .$$

De esta manera se tiene que:

a)

$$P\,(X < 74.8) = 1.25\,(74.8 - 74.6) = 0.25\ .$$

# Distribuciones de Probabilidad Continuas

## Solución

La f.d.p para la variable aleatoria $X$ está dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 1.25 & ; \quad 74.6 < x < 75.4 \\ 0 & ; \quad \text{en otro caso} \end{cases} .$$

De esta manera se tiene que:

a)

$$P\left(X < 74.8\right) = 1.25\left(74.8 - 74.6\right) = 0.25 \ .$$

b)

$$P\left(X < 75\right) = 1.25\left(75 - 74.6\right) = 0.5 \ .$$

# Distribuciones de Probabilidad Continuas

## Solución

La f.d.p para la variable aleatoria $X$ está dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 1.25 & ; \quad 74.6 < x < 75.4 \\ 0 & ; \quad \text{en otro caso} \end{cases} .$$

De esta manera se tiene que:

a)
$$P\left(X < 74.8\right) = 1.25\left(74.8 - 74.6\right) = 0.25 \ .$$

b)
$$P\left(X < 75\right) = 1.25\left(75 - 74.6\right) = 0.5 \ .$$

c)
$$P\left(X < 74.9\right) = 1.25\left(74.9 - 74.6\right) = 0.375 \ .$$

## Ejemplo $38$

El tiempo de ida de vuelta de unos camiones que transportan concreto hacia una construcción en una carretera es una v.a distribuida uniformemente en el intervalo de $50$ a $70$ minutos? ¿Cuál es la probabilidad de que la duración del viaje sea mayor a $65$ minutos si cada camión tarda más de $55$ minutos en el recorrido?

## Ejemplo 38

El tiempo de ida de vuelta de unos camiones que transportan concreto hacia una construcción en una carretera es una v.a distribuida uniformemente en el intervalo de $50$ a $70$ minutos? ¿Cuál es la probabilidad de que la duración del viaje sea mayor a $65$ minutos si cada camión tarda más de $55$ minutos en el recorrido?

## Solución

Sea $X$: Duración del viaje (en minutos).

## Ejemplo 38

El tiempo de ida de vuelta de unos camiones que transportan concreto hacia una construcción en una carretera es una v.a distribuida uniformemente en el intervalo de $50$ a $70$ minutos? ¿Cuál es la probabilidad de que la duración del viaje sea mayor a $65$ minutos si cada camión tarda más de $55$ minutos en el recorrido?

## Solución

Sea $X$: Duración del viaje (en minutos). Se sabe que $X \sim U\,(50, 70)$.

## Ejemplo 38

El tiempo de ida de vuelta de unos camiones que transportan concreto hacia una construcción en una carretera es una v.a distribuida uniformemente en el intervalo de $50$ a $70$ minutos? ¿Cuál es la probabilidad de que la duración del viaje sea mayor a $65$ minutos si cada camión tarda más de $55$ minutos en el recorrido?

## Solución

Sea $X$: Duración del viaje (en minutos). Se sabe que $X \sim U\left(50, 70\right)$. Se pide hallar:

### Ejemplo 38

El tiempo de ida de vuelta de unos camiones que transportan concreto hacia una construcción en una carretera es una v.a distribuida uniformemente en el intervalo de $50$ a $70$ minutos? ¿Cuál es la probabilidad de que la duración del viaje sea mayor a $65$ minutos si cada camión tarda más de $55$ minutos en el recorrido?

### Solución

Sea $X$: Duración del viaje (en minutos). Se sabe que $X \sim U(50, 70)$. Se pide hallar:

$$\begin{aligned} P(X > 65 \,|\, X > 55) &= \frac{P(X > 65 \wedge X > 55)}{P(X > 55)} = \frac{P(X > 65)}{P(X > 55)} \\ &= \frac{(70-65)/(70-50)}{(70-55)/(70-50)} = \frac{1}{3}\,. \end{aligned}$$

De todos los camiones que se demoran más de $55$ min en el recorrido, la tercera parte se demora más de $65$ min.