UFV - Universidade Federal de Viçosa
DPI - Departamento de Informática
Prof. André Gustavo dos Santos
INF 230 - Matemática Discreta - 2021/1

Lista de Exercícios 4
Para segunda, 1/nov/2021

Métodos de prova

1. Queremos provar uma sentença condicional $p \to q$. Na prova direta, assumimos p verdadeira e concluímos que q é verdadeira. Use uma prova direta para mostrar que a soma de dois inteiros ímpares é par.

2. Queremos provar uma sentença condicional $p \to q$. Na prova por contraposição, assumimos q falsa e concluímos que p é falsa. Use uma prova por contraposição para mostrar que se n é inteiro e $3n+2$ é par, então n é par.

3. Use uma prova por contradição para mostrar que se n é inteiro e $3n+2$ é par, então n é par.

4. Prova que, se a e b são números reais e a é menor que b, então a média de a e b é maior que a. Que tipo de prova você usou?

5. Prove que numa turma com 80 estudantes, pelo menos 3 têm nome iniciado com uma mesma letra.

6. A sequência $a_1, a_1+r, a_1+2r, a_1+3r, \ldots$ é uma PA de razão r, com termo geral $a_n = a_1 + (n-1)r$. Mostre que a soma dos n primeiros termos da sequência vale $n(a_1+a_n)/2$. *[Dica: use indução]*

7. A sequência $a_1, a_1q, a_1q^2, a_1q^3, \ldots$ é uma PG de razão q, com termo geral $a_n = a_1q^{n-1}$. Mostre que a soma dos n primeiros termos da sequência vale $a_1(q^n-1)/(q-1)$. *[Dica: use indução]*

8. Prova que não há cubo perfeito menor que 1000 que seja soma dos cubos de dois inteiros positivos.

9. Em aula vimos uma prova por indução de que a soma dos n primeiros inteiros positivos vale $n(n+1)/2$. Mostre que a soma dos quadrados dos n primeiros inteiros positivos vale $n(n+1)(2n+1)/6$.

10. Encontre uma fórmula para $\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$ experimentando valores pequenos de n. Prova por indução que sua fórmula está correta.

11. Considere a proposição: "todo inteiro positivo pode ser escrito como a soma do quadrado de três inteiros". Prove que é verdadeira (ou que é falsa).

12. Seja n um inteiro positivo. Mostre que em qualquer grupo de $n+1$ inteiros (não necessariamente consecutivos), há pelo menos dois com exatamente o mesmo resto quando dividido por n.