Exercícios #07
Valor total: 3 pontos

Solução

	$\mathbf{x_B}$	$\mathbf{x_N}$	
f	**0**	$-c_j + \mathbf{c_B B^{-1} a_j}$	$\mathbf{c_B B^{-1} b}$
$\mathbf{x_B}$	**I**	$\mathbf{B^{-1} N}$	$\mathbf{B^{-1} b}$

Forma Canônica da Tabela Simplex

Questão 1

Considere a **Questão 1** dos **Exercícios #04**. Tomando como Base ótima a interseção entre as retas (1) e (2) mostrada no gabarito, responda:

a) Usando a equação matricial mostrada na Aula 08, faça a análise de sensibilidade para o recurso b_2 (reta da proteína, valor original = 0).

b) Usando as equações matriciais mostradas na Aula 08, faça a análise de sensibilidade para o valor de c_1 (custo relativo à variável x_1).

Obs.: você pode usar a solução dada pelo LINGO para conferir seus resultados.

```
x1 e x2 = qtd (kg) de cada ingrediente (Milho e Soja) usado na ração.

Modelo na Forma Padrão:

Maximizar -(0.3x1 + 0.9x2)
s.a:
      x1     + x2 - x3           = 800
 -0.21x1  + 0.3x2      - x4      = 0
 -0.03x1 + 0.01x2           + x5 = 0
```

Base Ótima = (x1, x2, x5)

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -0.21 & 0.3 & 0 \\ -0.03 & 0.01 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} \frac{10}{17} & \frac{-100}{51} & 0 \\ \frac{7}{17} & \frac{100}{51} & 0 \\ \frac{23}{1700} & \frac{-4}{51} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 470.59 \\ 329.41 \\ 10.824 \end{bmatrix}$$

a)

$$B^{-1}b \geq 0$$

$$\begin{bmatrix} \frac{10}{17} & \frac{-100}{51} & 0 \\ \frac{7}{17} & \frac{100}{51} & 0 \\ \frac{23}{1700} & \frac{-4}{51} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 800 \\ u_2 \\ 0 \end{bmatrix} \geq 0$$

$$\begin{cases} 470.588 - \frac{100u_2}{51} \geq 0 \\ 329.412 + \frac{100u_2}{51} \geq 0 \\ 10.8235 - \frac{4u_2}{51} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_2 \leq 240 \\ u_2 \geq -168 \\ u_2 \leq 138 \end{cases} \Rightarrow \quad -168 \leq b_2 \leq 138$$

b)

Como c_1 pertence a uma VB, precisamos usar a equação de otimalidade para todas as duas VNB:

$$-c_j + c_B B^{-1} a_j \geq 0$$

Pré-calculando o termo $c_B B^{-1}$ e aplicando a equação acima para todas as VNB (x3, x4), temos:

$$c_B B^{-1} = [-(0.3 + d_1) \quad -0.9 \quad 0] \begin{bmatrix} \frac{10}{17} & \frac{-100}{51} & 0 \\ \frac{7}{17} & \frac{100}{51} & 0 \\ \frac{23}{1700} & \frac{-4}{51} & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \left[-0.17647 - \frac{10d_1}{17} - 0{,}37059 \quad 0.58823 + \frac{100d_1}{51} - 1.7647 \quad 0\right]$$

$$= \left[-0.54706 - \frac{10d_1}{17} \quad -1.1765 + \frac{100d_1}{51} \quad 0\right]$$

$$-c_3 + c_B B^{-1} a_3 \geq 0$$

$$0 + \left[-0.54706 - \frac{10d_1}{17} \quad -1.1765 + \frac{100d_1}{51} \quad 0\right] \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \geq 0$$

$$0.54706 + \frac{10d_1}{17} \geq 0 \therefore d_1 \geq -0.93$$

$$-c_4 + c_B B^{-1} a_4 \geq 0$$

$$0 + \left[-0.54706 - \frac{10d_1}{17} \quad -1.1765 + \frac{100d_1}{51} \quad 0\right] \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \geq 0$$

$$1.1765 - \frac{100d_1}{51} \geq 0 \therefore d_1 \leq 0.6$$

Juntando tudo, temos:

$$-0.93 \leq d_1 \leq 0.6 \Longrightarrow -0.63 \leq c_1 \leq 0.9$$

Questão 2

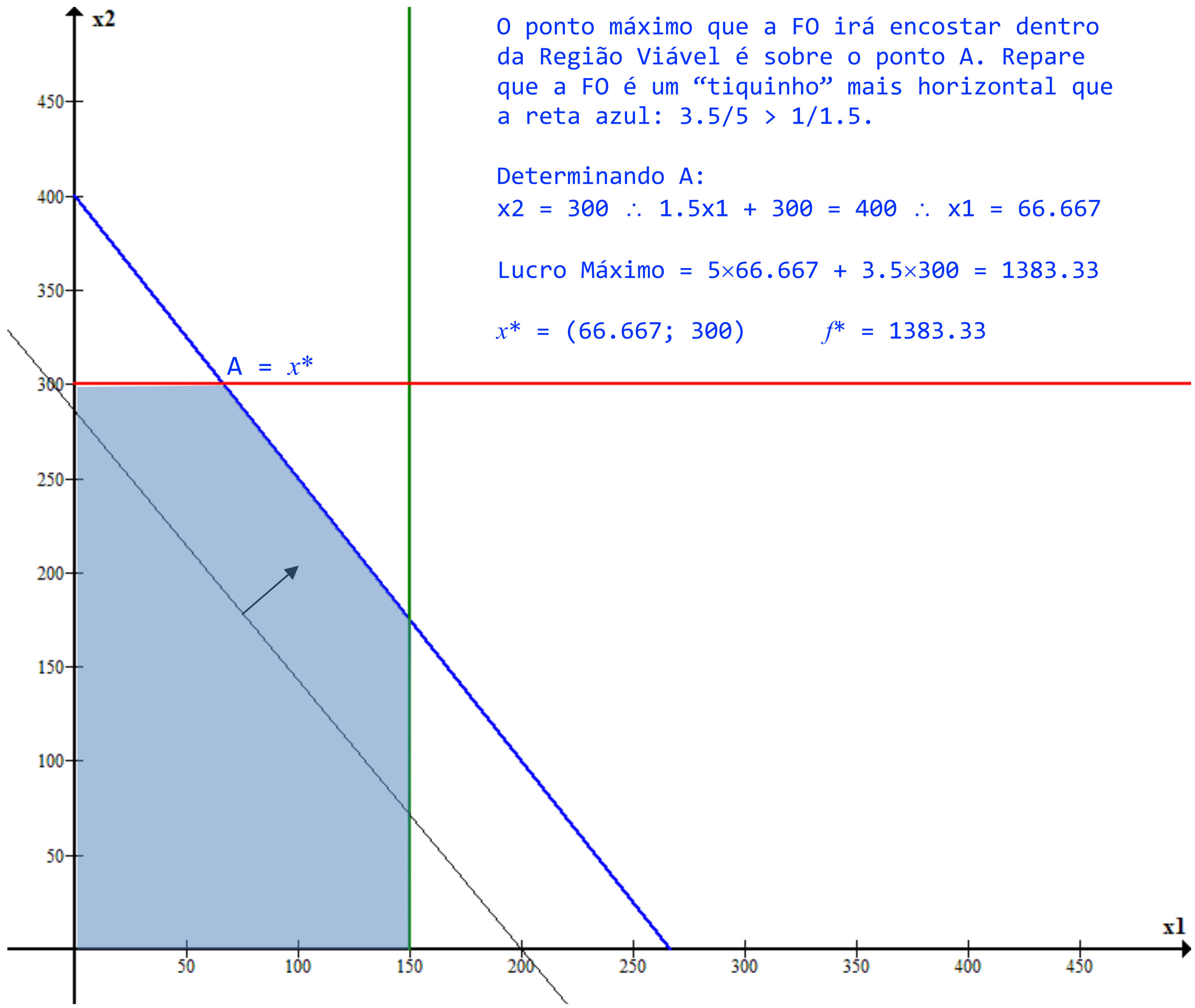
Usando a solução gráfica já pronta na solução da **Questão 2** em **Exercícios #3**, faça a análise de sensibilidade gráfica para o recurso **mão de obra** (b_1) e para o lucro das **camisas de manga longa** (c_1).

Modelo de PL:

```
x1 e x2 = quantidade de camisas de manga longa e curta produzidas por dia.

Maximizar Lucro = 5x1 + 3.5x2
sujeito a:
Mão_de_Obra) 1.5x1 + x2 ≤ 400
Limite_x1)   x1 ≤ 150
Limite_x2)   x2 ≤ 300
```

Solução Gráfica:



O ponto máximo que a FO irá encostar dentro da Região Viável é sobre o ponto A. Repare que a FO é um "tiquinho" mais horizontal que a reta azul: 3.5/5 > 1/1.5.

Determinando A:

x2 = 300 ∴ 1.5x1 + 300 = 400 ∴ x1 = 66.667

Lucro Máximo = 5×66.667 + 3.5×300 = 1383.33

x^* = (66.667; 300) f^* = 1383.33

Obs.: você pode usar a solução dada pelo LINGO para conferir seus resultados.

Mão de Obra: b_1 = 400

<u>Limite inferior</u>: quando a reta da mão de obra (azul) passa pelo ponto (0; 300). Isso acontece quando:

Mão de Obra) 1.5x1 + x2 = 300

Limite superior: quando a reta azul pela interseção das retas verde e vermelha (150; 300):

Mão de Obra) 1.5x1 + x2 = 525

Resposta: $300 \leq b_1 \leq 525$

Camisas de manga longa: $c_1 = 5$

Limite inferior: quando a reta da F.O. assume a mesma inclinação da reta vermelha:

$$\frac{c_1}{3.5} = \frac{0}{1} \therefore c_1 = 0$$

Limite superior: quando a reta da F.O. assume a mesma inclinação da reta azul:

$$\frac{c_1}{3.5} = \frac{1.5}{1} \therefore c_1 = 5.25$$

Resposta: $0 \leq c_1 \leq 5.25$