

**Exercícios #6**  
**Valor total: 3 pontos**

**Solução**

**Questão 1** (baseado em Winston, pág. 92)

A jovem MBA Erica Cudahy pode investir até \$1.000. Ela pode investir seu dinheiro em ações e empréstimos. Cada dólar investido em ações rende \$0,10 de lucro, e cada dólar investido em um empréstimo rende \$0,15 de lucro. Pelo menos 30% de todo o dinheiro investido deve estar em ações e pelo menos \$400 em empréstimos.

- a) Formule um modelo de PL que pode ser usado para maximizar o lucro total obtido com o investimento de Erica.

$x_1$  = ações;  $x_2$  = empréstimos.

maximizar  $f = 0,10x_1 + 0,15x_2$

s.a.

$$x_1 + x_2 \leq 1000 \quad (1)$$

$$x_1 \geq 300 \quad (2)$$

$$x_2 \geq 400 \quad (3)$$

ou...

maximizar  $f = 0,10x_1 + 0,15x_2$

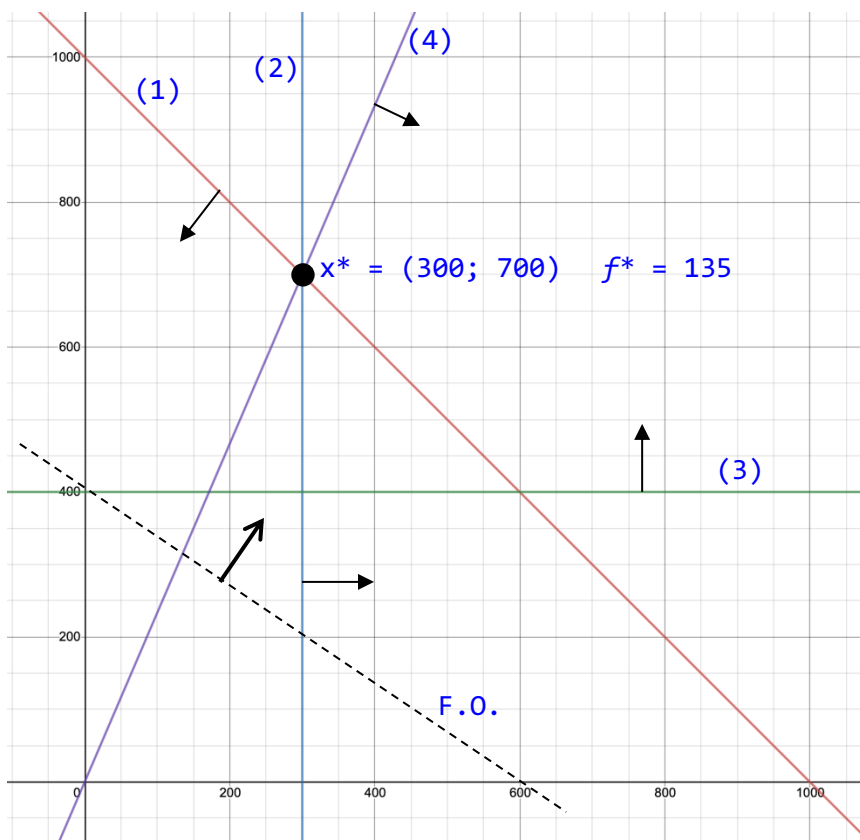
s.a.

$$x_1 + x_2 \leq 1000 \quad (1)$$

$$x_1 \geq 0,3(x_1 + x_2) \rightarrow 0,7x_1 - 0,3x_2 \geq 0 \quad (4)$$

$$x_2 \geq 400 \quad (3)$$

- b) Resolva graficamente o modelo.



Solução ótima: aplicar \$300 em ações e \$700 em empréstimos, obtendo um retorno máximo de \$135.

**Questão 2** (baseado em Winston, pág. 93)

Eli Daisy produz a droga Rozac a partir de quatro produtos químicos. Hoje eles devem produzir exatamente 1000 kg da droga. Os três ingredientes ativos no Rozac são A, B e C. Em peso, pelo menos 8% do Rozac deve consistir em A, pelo menos 4% de B e pelo menos 2% de C. O custo por kg de cada produto químico e a quantidade de cada ingrediente ativo em 1 kg de cada produto químico são dados na tabela abaixo.

Químico	Custo (\$/kg)	A	B	C
1	8	0,033	0,022	0,011
2	10	0,066	0,044	0,011
3	11	0,111	0,033	0,044
4	14	0,133	0,100	0,044

- a) Formule um modelo de PL cuja solução determinaria a forma mais barata de produzir o lote atual de Rozac.

$x_j$  = quantidade do químico  $j$  a ser usado na fabricação da droga,  $j=1..4$ .

minimizar  $8x_1 + 10x_2 + 11x_3 + 14x_4$

s.a.

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1000$

$0.033x_1 + 0.066x_2 + 0.111x_3 + 0.133x_4 \geq 80$

$0.022x_1 + 0.044x_2 + 0.033x_3 + 0.100x_4 \geq 40$

$0.011x_1 + 0.011x_2 + 0.044x_3 + 0.044x_4 \geq 20$

- b) Resolva o modelo usando o LINGO ou outro software apropriado. Copie abaixo a solução obtida. Caso tenha usado um dos sites sugeridos no GC, copie a tabela ótima do Simplex.

Objective value: 10191.01

Variable	Value	Reduced Cost
X1	447.6324	0.000000
X2	0.000000	0.1460674
X3	374.3981	0.000000
X4	177.9695	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
2	0.000000	-6.146067
3	0.000000	-33.70787
4	0.000000	-33.70787
5	9.228130	0.000000

- c) Descreva a solução obtida.

Para obter 1000 kg de Rozac, a empresa deve misturar:

447,63 kg do químico 1;

374,40 kg do químico 3;

177,97 kg do químico 4.

O custo total do lote será de \$ 10.191,01.

Haverá um excesso de 9,23 kg (0,923%) de ingrediente C a mais do que o mínimo requerido.

d) Monte a matriz B correspondente à BASE ótima.

Base ótima:  $(x_1, x_3, x_4, s_3)$

$$\begin{array}{rcll} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & & = & 1000 \\ 0.033x_1 & + & 0.066x_2 & + & 0.111x_3 & + & 0.133x_4 & - & s_1 & = & 80 \\ 0.022x_1 & + & 0.044x_2 & + & 0.033x_3 & + & 0.100x_4 & & - & s_2 & = & 40 \\ 0.011x_1 & + & 0.011x_2 & + & 0.044x_3 & + & 0.044x_4 & & & - & s_3 & = & 20 \end{array}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0.033 & 0.111 & 0.133 & 0 \\ 0.022 & 0.033 & 0.100 & 0 \\ 0.011 & 0.044 & 0.044 & -1 \end{bmatrix}$$

e) Qual o percentual de cada ingrediente ativo que será encontrado no Rozac?

% de A = 8%

% de B = 4%

% de C = 2,923%

f) Todos os 4 químicos foram usados na mistura? Caso algum não tenha sido usado, qual a condição, em termos de seu(s) custo(s) máximo(s), para que seja(m) usado(s)? Como você obteve o(s) valor(es) usado(s) na sua resposta?

O Químico 2 não foi usado. Para que fosse interessante usá-lo, seu custo teria que ser reduzido em \$0,15, ou seja, teria que passar de \$10 para no máximo \$9,85. Esse valor de \$0,15 foi obtido do Custo Reduzido da variável  $x_2$ .

g) Se você pudesse reduzir um pouco o percentual de um dos ingredientes ativos, qual deles você causaria o maior impacto no custo total da produção? Justifique numericamente sua resposta.

De acordo com os valores dos preços duais, os ingredientes 2 e 3 são os que apresentam maior impacto nos custos (\$33,71 por cada kg de ingrediente). Essa é a economia que teremos ao reduzirmos em 0,1% as necessidades mínimas desses dois ingredientes.