UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA
INF 280 – PESQUISA OPERACIONAL I

DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA
PER-2 / 2021

Exercícios #4
Valor total: 3 pontos

Solução

Questão 1

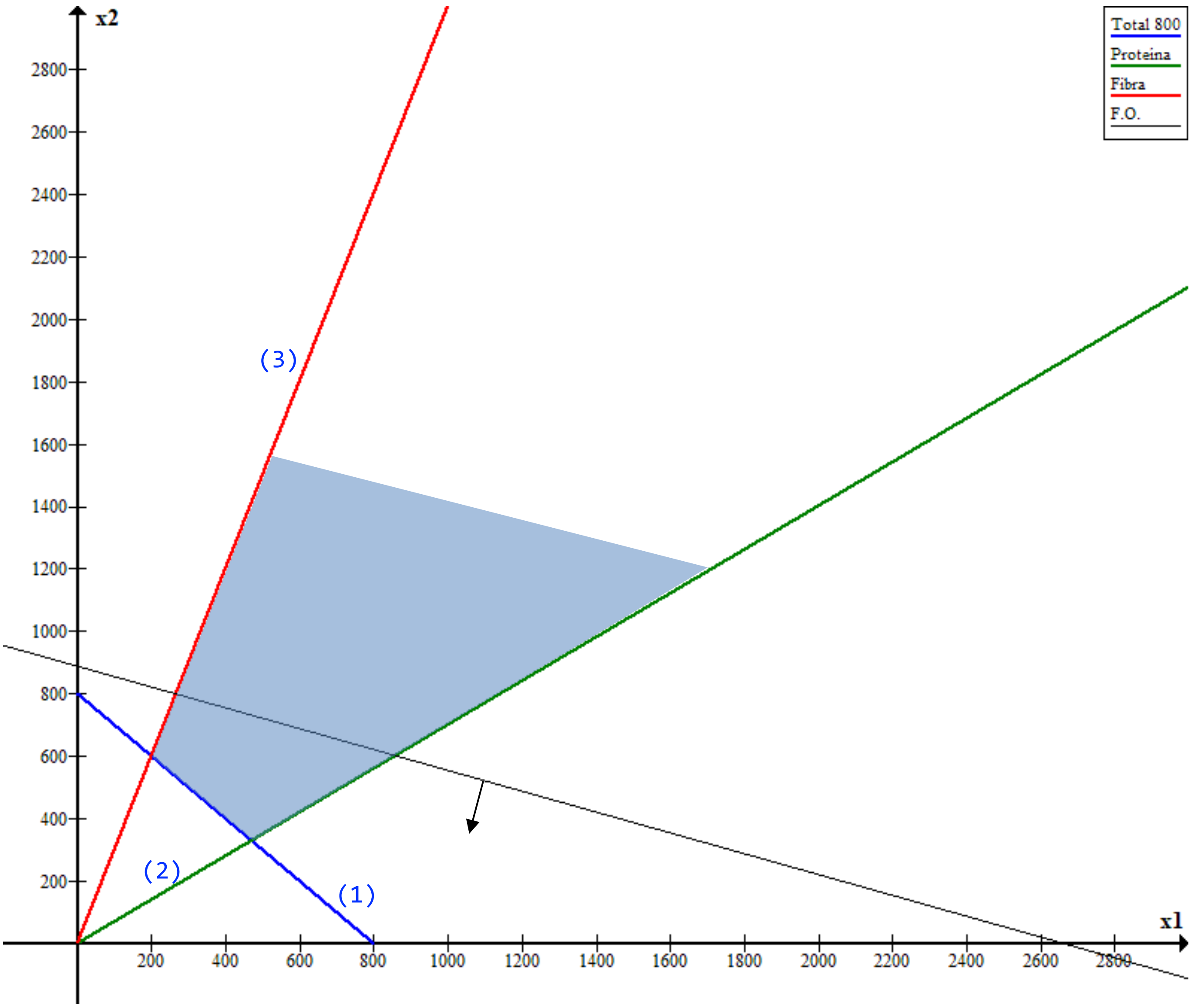
Determine TODAS as 10 Soluções Básicas da **Questão 4** dos **Exercícios #3**. Associe cada uma delas aos pontos (coordenadas) da solução gráfica do problema, e identifique quais delas são Viáveis (SBVs).

```
x1 e x2 = qtd (kg) de cada ingrediente (Milho e Soja) usado na ração.

Minimizar Custo = 0.3x1 + 0.9x2
s.a:
Total Ração) x1 + x2 ≥ 800             (1)
Proteína)    -0.21x1 + 0.3x2 ≥ 0       (2)
Fibra)       -0.03x1 + 0.01x2 ≤ 0      (3)

Inserindo as variáveis de folga, temos:

Minimizar 0.3x1 + 0.9x2
s.a:
      x1     + x2 - x3           = 800
 -0.21x1  + 0.3x2      - x4      = 0
 -0.03x1 + 0.01x2           + x5 = 0
```



1) Base = (x1, x2, x3)

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -0.21 & 0.3 & 0 \\ -0.03 & 0.01 & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 0 & \frac{100}{69} & \frac{-1000}{23} \\ 0 & \frac{100}{23} & \frac{-700}{23} \\ -1 & \frac{400}{69} & \frac{-1700}{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -800 \end{bmatrix}$$

Inviável

Ponto: Origem (0;0)

2) Base = (x1, x2, x4)

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -0.21 & 0.3 & -1 \\ -0.03 & 0.01 & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_4 \end{bmatrix} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 & -25 \\ \frac{3}{4} & 0 & 25 \\ \frac{69}{400} & -1 & \frac{51}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 200 \\ 600 \\ 138 \end{bmatrix}$$

Viável

Ponto: interseção das retas (1) e (3)

3) Base = (x1, x2, x5)

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -0.21 & 0.3 & 0 \\ -0.03 & 0.01 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} \frac{10}{17} & \frac{-100}{51} & 0 \\ \frac{7}{17} & \frac{100}{51} & 0 \\ \frac{23}{1700} & \frac{-4}{51} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 470.59 \\ 329.41 \\ 10.824 \end{bmatrix}$$

Viável

Ponto: interseção das retas (1) e (2)

4) Base = (x1, x3, x4)

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -0.21 & 0 & -1 \\ -0.03 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-100}{3} \\ -1 & 0 & \frac{-100}{3} \\ 0 & -1 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -800 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Inviável

Ponto: Origem (0;0)

5) Base = (x1, x3, x5)

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -0.21 & 0 & 0 \\ -0.03 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_5 \end{bmatrix} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-100}{21} & 0 \\ -1 & \frac{-100}{21} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{7} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -800 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Inviável

Ponto: Origem (0;0)

6) Base = (x1, x4, x5)

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -0.21 & -1 & 0 \\ -0.03 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{-21}{100} & -1 & 0 \\ \frac{3}{100} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 800 \\ -168 \\ 24 \end{bmatrix}$$

Inviável

Ponto: interseção da reta (1) com o eixo de x1

7) Base = (x2, x3, x4)

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0.3 & 0 & -1 \\ 0.01 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 100 \\ -1 & 0 & 100 \\ 0 & -1 & 30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -800 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Inviável

Ponto: Origem (0;0)

8) Base = (x2, x3, x5)

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0.3 & 0 & 0 \\ 0.01 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \\ x_5 \end{bmatrix} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 0 & \frac{10}{3} & 0 \\ -1 & \frac{10}{3} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{30} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -800 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Inviável

Ponto: Origem (0;0)

9) Base = (x2, x4, x5)

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.3 & -1 & 0 \\ 0.01 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{10} & -1 & 0 \\ \frac{-1}{10} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 800 \\ 240 \\ -8 \end{bmatrix}$$

Inviável

Ponto: Origem interseção da reta (1) com o eixo de x2

10)Base = (x3, x4, x5)

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Inviável

Ponto: Origem (0;0)

Questão 2

Resolva a **Questão 2** dos **Exercícios #2** pelo método Simplex.

Modelo de PL do problema:

```
x1 e x2 = quantidade de P1 e P2 fabricado por mês, respectivamente.

Maximizar Lucro = 100x1 + 150x2
sujeito a:
Montagem)  2x1 + 3x2 ≤ 120
Limite_P1) x1 ≤ 40
Limite_P2) x2 ≤ 30
```

Forma Padrão:

```
Max. f = 100x1 + 150x2
s.a.
       2x1 + 3x2 + x3            = 120
        x1             + x4      = 40
              x2            + x5 = 30
```

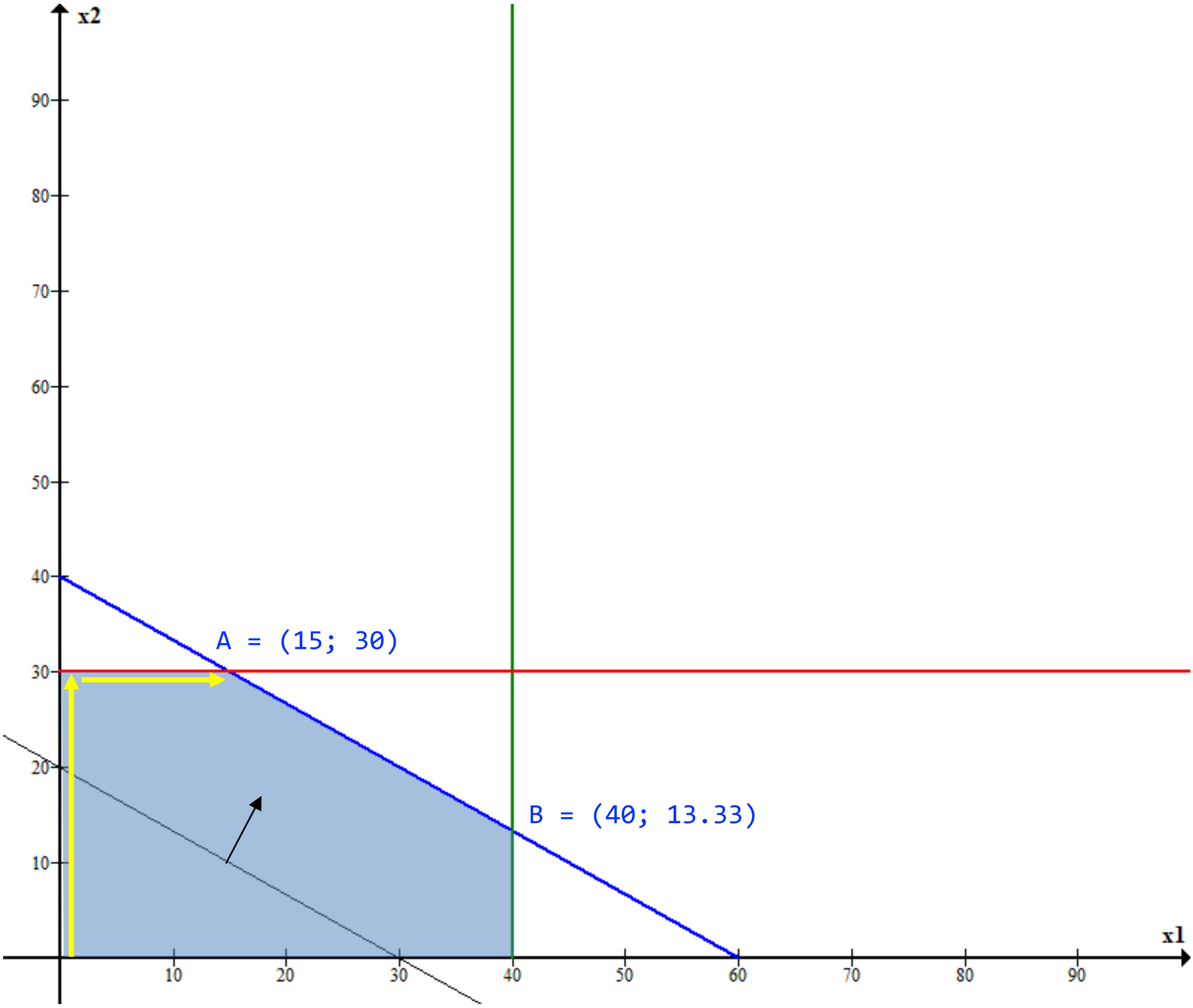
Resolva o problema usando o algoritmo Simplex:

Base	x1	x2	x3	x4	x5	RHS	
f	-100	-150	0	0	0	0	
x3	2	3	1	0	0	120	
x4	1	0	0	1	0	40	
x5	0	1	0	0	1	30	
f	-100	0	0	0	150	4500	
x3	2	0	1	0	-3	30	
x4	1	0	0	1	0	40	
x2	0	1	0	0	1	30	
f	0	0	50	0	0	6000	
x1	1	0	0.5	0	-1.5	15	
x4	0	0	-0.5	1	1.5	25	
x2	0	1	0	0	1	30	

Solução:

Fabricar 15 unidades de P1 e 30 unidades de P2 por mês, fornecendo um lucro mensal máximo de $6.000,00.

Observando a solução gráfica, é possível ver como o Simplex chega no resultado ótimo (setas amarelas):



x2
90
80
70
60
50
40
30
20
10
A = (15; 30)
B = (40; 13.33)
x1
10
20
30
40
50
60
70
80
90