

Exercícios #08
Valor total: 3 pontos

Solução

Questão 1

A empresa Have Fun S/A produz uma bebida energética. Dois dos componentes utilizados na preparação da bebida são soluções compradas de laboratórios terceirizados solução Red e solução Blue e que proveem os principais ingredientes ativos do energético: extrato de guaraná e cafeína. A companhia quer saber quantas doses de 10 ml de cada solução deve incluir em cada lata da bebida, para satisfazer às exigências mínimas padronizadas de 48 gramas de extrato de guaraná e 12 gramas de cafeína e, ao mesmo tempo, minimizar o custo de produção. Por acelerar o batimento cardíaco, a norma padrão também prescreve que a quantidade de cafeína seja de, no máximo, 20 gramas por lata. Uma dose da solução Red contribui com 8 gramas de extrato de guaraná e 1 grama de cafeína, enquanto uma dose da solução Blue contribui com 6 gramas de extrato de guaraná e 2 gramas de cafeína. Uma dose de solução Red custa R\$ 0,06 e uma dose de solução Blue custa R\$ 0,08.

a) Escreva o modelo de PL para resolver esse problema.

x_1 = qtd. de doses de 10ml de Red; x_2 = qtd. de doses de 10ml de Blue

Minimizar Custo = $0.06x_1 + 0.08x_2$

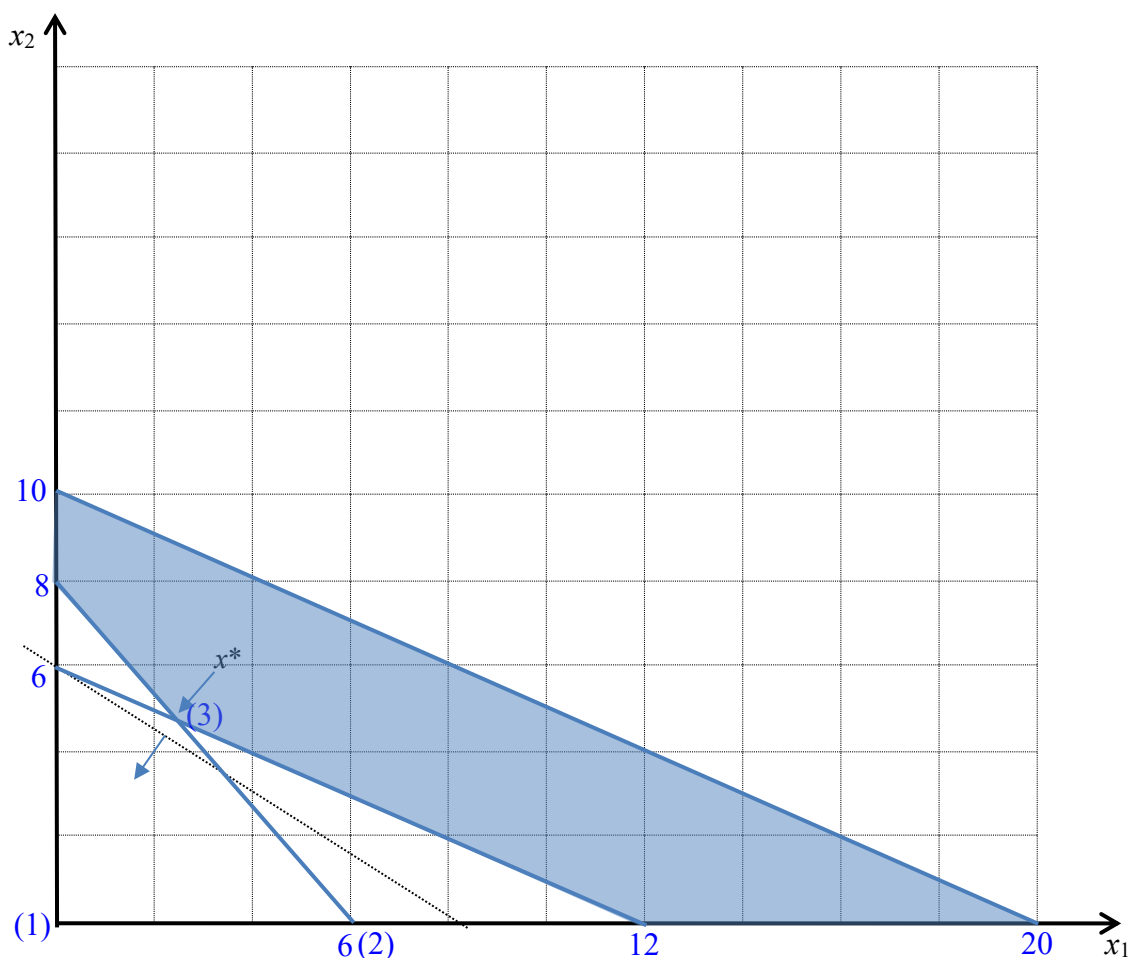
s.a:

Extrato de guaraná mín.) $8x_1 + 6x_2 \geq 48$

Cafeína mín.) $1x_1 + 2x_2 \geq 12$

Cafeína máx.) $1x_1 + 2x_2 \leq 20$

b) Resolva graficamente o problema.



Solução ótima (valores e descrição):

$$x^* = (2, 4; 4, 8); \quad f^* = 0,528$$

Usar 24ml de Red e 48ml de Blue, com custo mínimo de \$0,524 por unidade. Haverá folga em relação ao limite máximo de cafeína.

- c) Resolva o problema no [Simplex Method Tool](#) e mostre a relação entre cada tableau do Simplex e os vértices da solução gráfica. Veja se consegue identificar as variáveis artificiais usadas pelo APP.

Tableau 1:

	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	$s3$	$-f$	
$*s1$	8	6	-1	0	0	0	48
$*s2$	1	2	0	-1	0	0	12
$s3$	1	2	0	0	1	0	20
$-f$	0.06	0.08	0	0	0	1	0

Variáveis artificiais

Tableau 2:

	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	$s3$	$-f$	
$x1$	1	0.75	-0.125	0	0	0	6
$*s2$	0	1.25	0.125	-1	0	0	6
$s3$	0	1.25	0.125	0	1	0	14
$-f$	0	0.035	0.0075	0	0	1	-0.36

Tableau 3:

	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	$s3$	$-f$	
$x1$	1	0	-0.2	0.6	0	0	2.4
$x2$	0	1	0.1	-0.8	0	0	4.8
$s3$	0	0	0	1	1	0	8
$-f$	0	0	0.004	0.028	0	1	-0.528

Tableau 1: vértice (0; 0)

Tableau 2: vértice (6; 0)

Tableau 3: vértice (2.4; 4.8)

Os três vértices estão assinalados no gráfico como (1), (2) e (3).

Questão 2

Considere a Questão 4 dos Exercícios #2, cujo modelo de PL é dado abaixo:

x_1 e x_2 = quantidade de doce de leite e de queijo produzidas por dia.

Maximizar Receita = $4x_1 + 5x_2$

sujeito a:

Max_Leite) $7x_1 + 9x_2 \leq 800$ (1)

max_queijo) $x_2 \leq 50$ (2)

$x_1 \leq x_2$ (3)

Mão_de_Obra) $6x_1 + 30x_2 \leq 2 \cdot 7 \cdot 60$ (4)

a) Obtenha a solução completa e a Análise de Sensibilidade pelo LINGO

Objective value: 457.1429

Variable	Value	Reduced Cost
X1	114.2857	0.000000
X2	0.000000	0.1428571

Row	Slack or Surplus	Dual Price
MAX_LEITE	0.000000	0.5714286
MAX_QUEIJO	50.00000	0.000000
X1_X2	171.4286	0.000000
MAO_DE_OBRA	154.2857	0.000000

Ranges in which the basis is unchanged:

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
X1	4.000000	INFINITY	0.1111111
X2	5.000000	0.1428571	INFINITY

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
MAX_LEITE	800.0000	180.0000	800.0000
MAX_QUEIJO	50.00000	INFINITY	50.00000
X1_X2	0.000000	INFINITY	171.4286
MAO_DE_OBRA	840.0000	INFINITY	154.2857

Para cada afirmação a seguir, marque “FALSO” ou “VERDADEIRO”, e justifique cada uma das respostas usando apenas as informações obtidas no item a).

b) Só será interessante produzir queijo se ele puder ser vendido por no mínimo \$5,15 o kg.

☐ FALSO ☒ VERDADEIRO

Justificativa: Como o custo reduzido de x2 (queijo) é igual a 0.1428571, isso significa que x2 só entrará na Base se o valor de c2 melhorar em pelo menos 0.1428571. Na prática, isso significa que o preço do queijo ser de pelo menos $5 + 0,15$ para ser interessante sua produção.

c) Se o fazendeiro for forçado a produzir 1kg de queijo para satisfazer um determinado cliente, sua receita total será de \$457,00.

☐ FALSO ☒ VERDADEIRO

Justificativa: Cada kg de queijo produzido irá provocar uma queda na receita de 0.1428571. Portanto, $457.1429 - 0.1428571 = \$457,00$.

d) Se o fazendeiro for forçado a produzir 10kg de queijo para satisfazer alguns clientes, ele terá uma queda de cerca de \$1,43 em sua receita total. Obs.: nesta questão você poderá usar o LINGO para lhe ajudar.

☒ FALSO ☐ VERDADEIRO

Justificativa: Aparentemente essa afirmação é verdadeira, mas se resolvermos novamente o problema forçando $x2 = 10$, veremos que toda a mão de obra disponível será esgotada e a Base irá mudar, fornecendo uma redução de receita bem maior, de 47,14.

e) Se o fazendeiro fizer uma promoção com o doce de leite, vendendo toda sua produção por \$3,90, ele terá uma queda de cerca de \$11,43 em sua receita total.

☐ FALSO ☒ VERDADEIRO

Justificativa: De acordo com a análise de sensibilidade, o valor de c1 pode ser reduzido em até 0,11 sem que haja mudança na Base. Portanto, uma redução de 0,10 apenas fará com que a receita total encolha de $0,10 \times 114.2857 = 11,43$.

f) Se o fazendeiro fizer uma promoção mais agressiva com o doce de leite, vendendo toda sua produção por \$3,50, ainda assim não compensará produzir queijo, visto que seu preço continua abaixo de \$5,15.

☒ FALSO ☐ VERDADEIRO

Justificativa: De acordo com a análise de sensibilidade, se reduzirmos o valor de c1 em 0,50, haverá mudança na Base.

g) Se o fazendeiro puder conseguir mais leite para complementar seus 800 litros já disponíveis, ele poderá aumentar sua receita, contanto que pague no máximo \$0,70 por litro.

☒ FALSO ☐ VERDADEIRO

Justificativa: O preço dual dessa restrição é igual a 0.5714286, o que significa que o valor máximo que compensaria pagar por cada litro adicional seria de cerca de \$0,57.

h) Se metade do leite disponível for perdido por algum motivo, ele verá sua receita total cair também pela metade.

☐ FALSO ☒ VERDADEIRO

Justificativa: De acordo com a análise de sensibilidade, a disponibilidade máxima de leite pode cair de até 800 litros que não haverá mudança na Base. Portanto, se esse máximo for reduzido de 400, haverá uma queda na receita de $400 \times 0.5714286 = 228,57$, que é exatamente a metade da receita ótima.

i) Se o fazendeiro puder conseguir uma quantidade adicional de 200 litros de leite, ele terá um aumento na receita de cerca de \$114,28.

☒ FALSO ☐ VERDADEIRO

Justificativa: De acordo com a análise de sensibilidade, se a disponibilidade máxima de leite aumentar de mais de 180 litros, haverá mudança na Base.

j) Se um dos funcionários tiver que se ausentar por duas horas em um determinado dia, de forma não recorrente, a produção total não será prejudicada.

☐ FALSO ☒ VERDADEIRO

Justificativa: Pelo resultado obtido, existe uma sobra de 154 minutos na mão de obra. Portanto, se perdermos 120 minutos pela falta de um funcionário, isso não irá afetar a solução.

Questão 3

A compradora, Mary Posa, da Aerovia Voanoite, deve decidir sobre as quantidades de combustível para jato para comprar de três possíveis vendedores. A companhia reabastece seus aviões regularmente em quatro aeroportos servidos por ela.

As companhias de petróleo disseram que elas podem fornecer até as seguintes quantidades de combustível durante o próximo mês: 275.000 galões para a Companhia 1; 550.000 galões para a Companhia 2; 660.000 para a Companhia 3. A quantidade necessária de combustível para jato é de 110.000 galões para o Aeroporto 1; 220.000 galões para o Aeroporto 2; 330.000 galões para o Aeroporto 3; e 440.000 galões para o Aeroporto 4.

O custo por galão para o transporte de combustível de cada companhia para cada aeroporto específico é mostrado no quadro abaixo.

	Aeroporto 1	Aeroporto 2	Aeroporto 3	Aeroporto 4
Companhia 1	10	10	9	11
Companhia 2	7	11	12	13
Companhia 3	8	14	4	9

a) Formule um modelo de Programação Linear para este problema.

Variáveis de decisão:

x_{ij} = número de galões enviados da companhia i para o aeroporto j.

Minimizar $f = 10x_{11} + 10x_{12} + 9x_{13} + 11x_{14} + 7x_{21} + 11x_{22} + 12x_{23} + 13x_{24} + 8x_{31} + 14x_{32} + 4x_{33} + 9x_{34}$

s.a.

Cia_1) $x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} \leq 275000$

Cia_2) $x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} \leq 550000$

Cia_3) $x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} \leq 660000$

Aer_1) $x_{11} + x_{21} + x_{31} = 110000$

Aer_2) $x_{12} + x_{22} + x_{32} = 220000$

Aer_3) $x_{13} + x_{23} + x_{33} = 330000$

Aer_4) $x_{14} + x_{24} + x_{34} = 440000$

b) Obtenha a solução completa e a Análise de Sensibilidade pelo LINGO

Objective value: 8525000.

Variable	Value	Reduced Cost
X11	0.000000	4.000000
X12	165000.0	0.000000
X13	0.000000	3.000000
X14	110000.0	0.000000
X21	110000.0	0.000000
X22	55000.00	0.000000
X23	0.000000	5.000000
X24	0.000000	1.000000
X31	0.000000	4.000000
X32	0.000000	6.000000
X33	330000.0	0.000000
X34	330000.0	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
CIA_1	0.000000	1.000000
CIA_2	385000.0	0.000000
CIA_3	0.000000	3.000000
AER_1	0.000000	-7.000000
AER_2	0.000000	-11.000000
AER_3	0.000000	-7.000000
AER_4	0.000000	-12.000000

Ranges in which the basis is unchanged:

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
X11	10.00000	INFINITY	4.000000
X12	10.00000	1.000000	1.000000
X13	9.000000	INFINITY	3.000000
X14	11.00000	1.000000	3.000000
X21	7.000000	4.000000	INFINITY
X22	11.00000	1.000000	1.000000
X23	12.00000	INFINITY	5.000000
X24	13.00000	INFINITY	1.000000
X31	8.000000	INFINITY	4.000000
X32	14.00000	INFINITY	6.000000
X33	4.000000	3.000000	INFINITY
X34	9.000000	3.000000	3.000000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
CIA_1	275000.0	55000.00	165000.0
CIA_2	550000.0	INFINITY	385000.0
CIA_3	660000.0	55000.00	165000.0
AER_1	110000.0	385000.0	110000.0
AER_2	220000.0	385000.0	55000.00
AER_3	330000.0	165000.0	55000.00
AER_4	440000.0	165000.0	55000.00

c) Escreva a matriz B referente à Base ótima

Base ótima: (x12, x14, x21, x22, x33, x34, s2)

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Para cada afirmação a seguir, marque “FALSO” ou “VERDADEIRO”, e justifique cada uma das respostas usando apenas as informações obtidas no item b).

d) Só será interessante enviar combustível da companhia 1 para o aeroporto 3 se o custo por galão para esse transporte for de no máximo \$6,00.

☐ FALSO ☒ VERDADEIRO

Justificativa: Como o custo reduzido de x13 é igual a 3, isso significa que x13 só entrará na Base se o valor de c13 melhorar em pelo menos 3. Na prática, isso significa que o custo de transporte da companhia 1 para o aeroporto 3 deve ser de no máximo $9 - 3 = 6$.

e) Se houver um aumento de \$2,00 no custo de transporte por galão da companhia 2 para o aeroporto 1 (por causa de um desvio, por exemplo), o custo total de transporte aumentará em \$220.000,00.

☐ FALSO ☒ VERDADEIRO

Justificativa: De acordo com a análise de sensibilidade, o valor de c21 pode ser reduzido em até 4 sem que haja mudança na Base. Portanto, uma redução de 2 apenas fará com que o custo total aumente de $2 \times 110000 = 220000$.

f) Se houver um aumento de \$2,00 no custo de transporte por galão da companhia 2 para o aeroporto 2 (por causa de um desvio, por exemplo), o custo total de transporte aumentará em \$110.000,00.

☒ FALSO ☐ VERDADEIRO

Justificativa: De acordo com a análise de sensibilidade, se reduzirmos o valor de c22 em 2, haverá mudança na Base.

g) Se a Mary Posa puder construir um tanque com capacidade de 50 mil galões na companhia 1, por um custo de \$20.000,00, ela ainda economizará \$30.000,00 naquele mês.

☐ FALSO ☒ VERDADEIRO

Justificativa: De acordo com a análise de sensibilidade, o valor de b_1 pode ser aumentado em até 55000 sem que haja mudança na Base. Portanto, um aumento de 50000 apenas fará com que o custo total diminua de 50000×1 (preço dual de b_1) = 50000. Se o tanque custar 20 mil, então ela ainda terá uma economia de 30 mil apenas naquele mês.

h) Se houver um aumento de 200 mil galões na demanda do aeroporto 3, o custo total de transporte aumentará em \$1.400.000,00.

☒ FALSO ☐ VERDADEIRO

Justificativa: De acordo com a análise de sensibilidade, se aumentarmos o valor de b_1 em mais do que 165 mil, haverá mudança na Base.