

Prova 1

Solução

A solução desta prova deve ser 100% manuscrita

Questão 1 (baseado em Winston, pág. 55)

O fazendeiro Jonas deve determinar quantos hectares de milho e trigo ele deve plantar este ano. Um hectare de milho rende 10 balaio de milho e requer 4 horas de trabalho por semana. Um hectare de trigo rende 25 balaio de trigo e requer 10 horas de trabalho por semana. Todo o milho produzido pode ser vendido a \$3 o balaio, e todo o trigo produzido pode ser vendido a \$4 o balaio. Sete hectares de terra e 40 horas semanais de trabalho estão disponíveis. Os regulamentos governamentais exigem que pelo menos 30 balaio de milho devem ser produzidos durante o ano em curso.

a) Formule um modelo de PL que pode ser usado para maximizar a receita total do Jonas.

$x_1, x_2$  = hectares de milho e trigo a plantar, respectivamente.

Max.  $3 \cdot 10 \cdot x_1 + 4 \cdot 25 \cdot x_2$

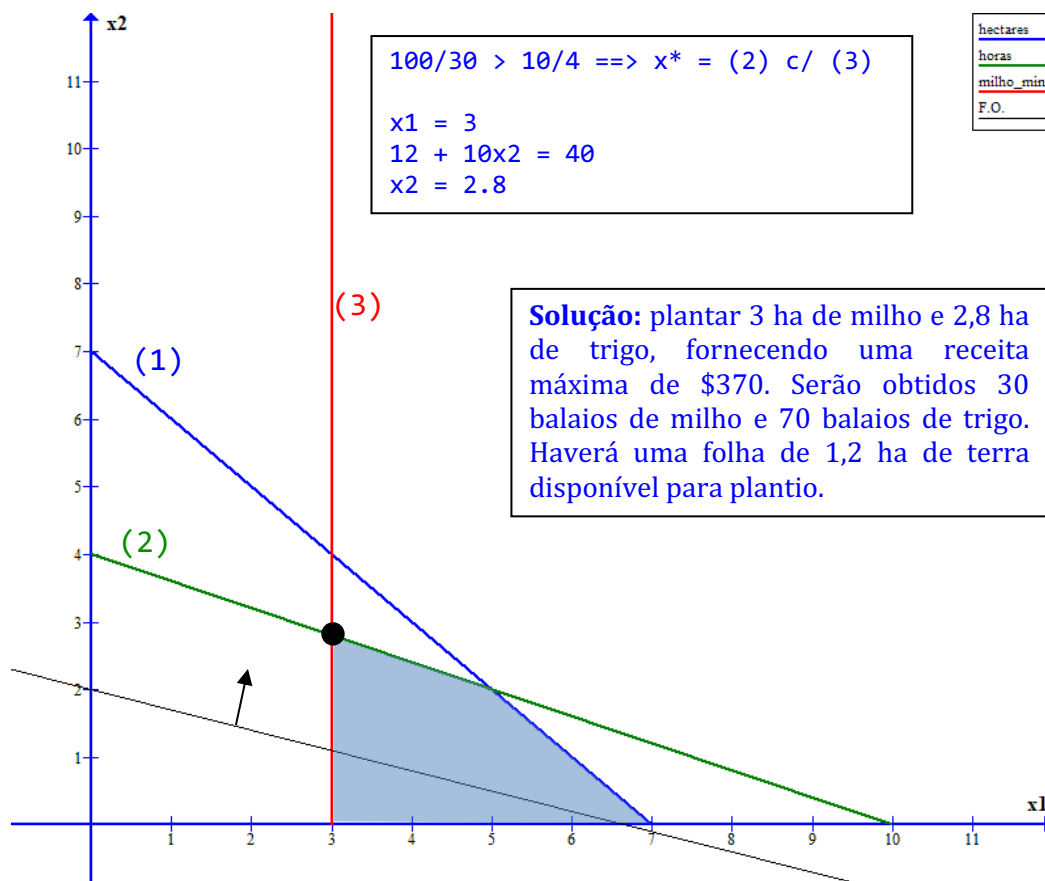
s.a.

hectares)  $x_1 + x_2 \leq 7$  (1)

horas)  $4x_1 + 10x_2 \leq 40$  (2)

milho\_min)  $10x_1 \geq 30$  (3)

b) Resolva graficamente o modelo, descrevendo depois a solução obtida (quantos hectares de cada cultura, quantos balaio obtidos em cada cultura, receita obtida e folgas das restrições).



**Questão 2** (baseado em Winston, pág. 97)

A *Sunco Oil* tem três processos diferentes que podem ser usados para fabricar vários tipos de gás. Cada processo envolve a mistura de óleos no cracker catalítico da empresa. A execução do processo 1 por uma hora custa \$5 e requer 2 barris de óleo bruto 1 e 3 barris de óleo bruto 2. A saída do processo 1 em execução por uma hora é de 2 barris de gás 1, 1 barril de gás 2 e 2 barris de gás 3. Executando o processo 2 por uma hora custa \$4 e requer 1 barril de óleo bruto 1 e 3 barris de óleo bruto 2. O resultado da execução do processo 2 por uma hora é de 1 barril de gás 1, 3 barris de gás 2 e 0,5 barris de gás 3. Executar o processo 3 por uma hora custa \$1 e requer 2 barris de óleo bruto 1 e 3 barris de óleo bruto 2. A saída da execução do processo 3 por uma hora é de 0,5 barril de gás 1, 1 barril de gás 2 e 2 barris de gás 3. Cada semana, podem ser adquiridos no máximo 150 barris de óleo bruto 1 a \$2/barril, e 300 barris de óleo bruto 2 a \$3/barril. Todo o gás produzido pode ser vendido aos seguintes preços por barril: gás 1, \$9; gás 2, \$10; gás 3, \$24. Apenas **100 horas de tempo** no cracker catalítico estão disponíveis cada semana. A tabela a seguir resume os dados do problema (não incluso o limite de tempo):

Processo	Custo / h	Óleo 1 (barris)	Óleo 2 (barris)	Gás 1 (barris)	Gás 2 (barris)	Gás 3 (barris)
1	\$5	2	3	2	1	2
2	\$4	1	3	1	3	0.5
3	\$1	2	3	0.5	1	2
Disponibilidade máxima e preços:		150 barris \$2 / barril	300 barris \$3 / barril	\$9 / barril	\$10 / barril	\$24 / barril

- a) Formule um modelo de PL cuja solução determinará quantas horas a empresa deve operar em cada processo de modo a maximizar a soma das receitas menos a soma dos custos.

$x_1, x_2, x_3$  = número de horas que cada processo deve ser executado.

$$\text{Max. } 9 \cdot (2x_1 + 1x_2 + 0.5x_3) + 10 \cdot (1x_1 + 3x_2 + 1x_3) + 24 \cdot (2x_1 + 0.5x_2 + 2x_3) - 5x_1 - 4x_2 - 1x_3 - 2 \cdot (2x_1 + 1x_2 + 2x_3) - 3 \cdot (3x_1 + 3x_2 + 3x_3)$$

ou...

$$\text{Max. } 58x_1 + 36x_2 + 48.5x_3$$

s.a.

$$\text{oleo1) } 2x_1 + 1x_2 + 2x_3 \leq 150$$

$$\text{oleo2) } 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 \leq 300$$

$$\text{tempo) } 1x_1 + 1x_2 + 1x_3 \leq 100$$

- b) Resolva o modelo usando preferencialmente o LINGO. Se não tiver o LINGO instalado, use outro software apropriado. Copie abaixo a solução obtida. Caso tenha usado um dos sites sugeridos no GC, copie apenas a tabela ótima do Simplex.

Objective value: 4700.000

Variable	Value	Reduced Cost
X1	50.00000	0.000000
X2	50.00000	0.000000
X3	0.000000	9.500000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
OLE01	0.000000	22.000000
OLE02	0.000000	4.666667
TEMPO	0.000000	0.000000

- c) Descreva a solução obtida (número de horas de cada processo, produção de cada tipo de gás, lucro total e folgas das restrições).

Usar 50h do Processo 1 e 50h do Processo 2, resultando em um lucro de \$4.700,00.

Serão produzidos 150 barris de Gás 1, 200 de Gás 2 e 125 de Gás 3.

Não haverá folga de nenhum dos recursos.

- d) A solução ótima obtida é única? Justifique sua resposta com base no resultado obtido na letra (b).

É única sim, porque não existe nenhuma VNB com custo reduzido ou preço dual igual a zero.

- e) Monte a matriz B correspondente à BASE ótima.

Base = (x1, x2, s3), onde s3 = variável de folga do Tempo

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- f) Todos os processos foram usados na produção de gás? Caso algum não tenha sido usado, qual a condição necessária para que seja(m) usado(s)? Como você obteve o(s) valor(es) usado(s) na sua resposta?

Não. O Processo 3 não foi usado. Para que fosse usado, o valor de c3 teria que ser aumentado em 9.5 (custo reduzido do x3). Ou seja:

$$c3 = 4.5 + 10 + 48 - 1 - 4 - 9 = 48.5$$

Para que x3 entre na Base, c3 deve ser de no mínimo  $48.5 + 9.5 = 58$

- g) Se você pudesse alterar o limite de algum dos recursos (limites das restrições), qual deles causaria o maior impacto no resultado, beneficiando a *Sunco Oil*? Justifique numericamente sua resposta.

A melhor medida seria aumentar o limite disponível para o Óleo 1, que é o que tem maior valor de Preço Dual. Cada barril a mais em relação ao limite atual de 150 faria o lucro crescer em \$22. Veja que o custo atual do óleo 1 é de \$2 o barril, o que aponta para uma ótima oportunidade de elevar o lucro da produção.