Prova 1 **Turma 4** **Solução**
Valor total: 25 pontos

Um sapateiro pode fabricar cintos e sapatos. Ele gasta 1 unidade de couro para fabricar cada cinto e 2 unidades de couro para fabricar cada par de sapato. Sabendo-se que o total disponível de couro é de 120 unidades por mês, que ele não consegue vender mais do que 40 pares de sapato por mês, e que o lucro unitário por cinto é de $20,00 e o do par de sapato é de $10,00, pede-se:

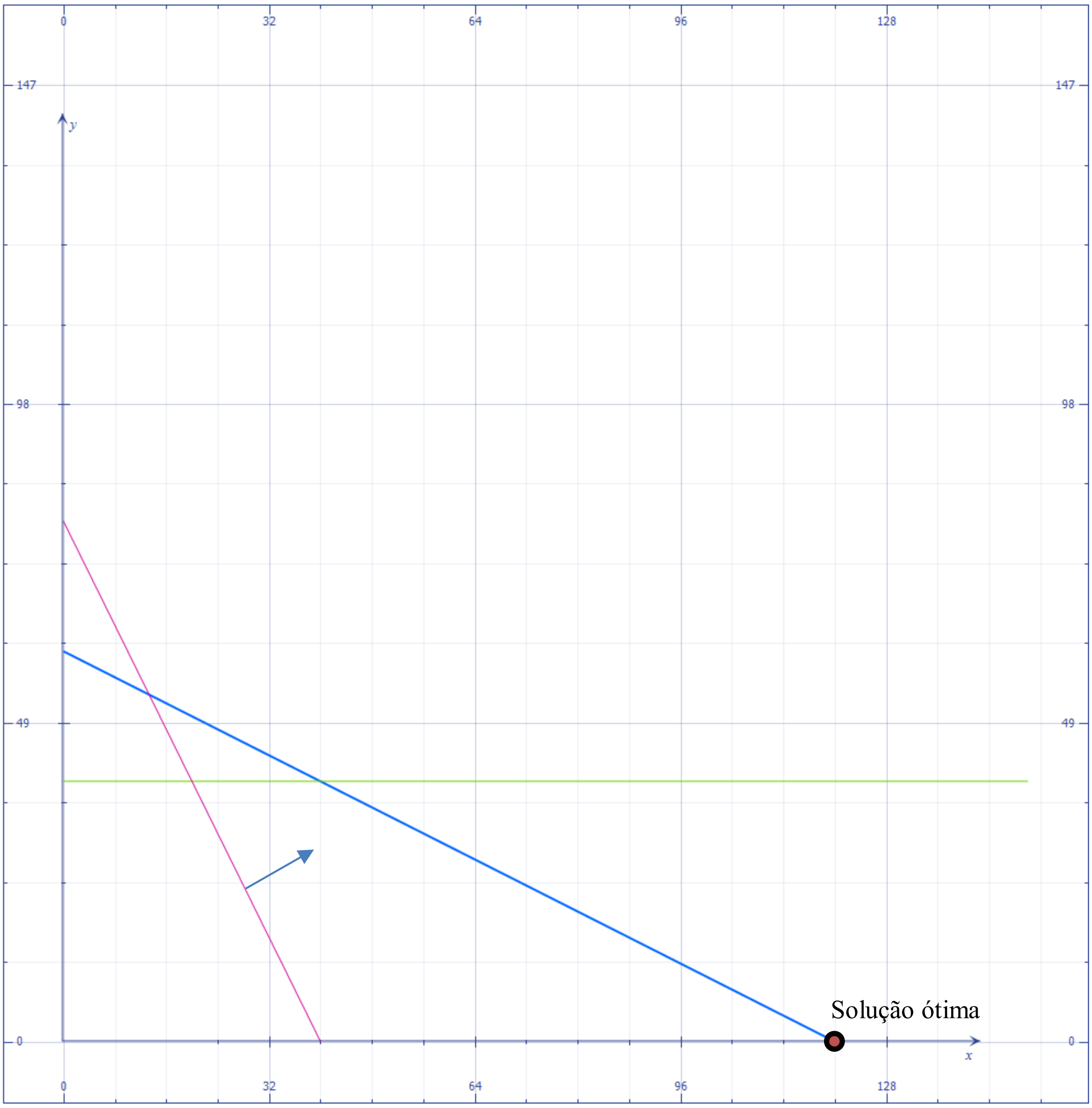
1. Escreva o modelo matemático para o PPL de modo a maximizar o lucro obtido.

x_1 = quantidade de cintos/mês
x_2 = quantidade de pares de sapato/mês

Maximizar $f = 20x_1 + 10x_2$
Sujeito a:

$$x_1 + 2x_2 \leq 120$$
$$x_2 \leq 40$$
$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

2. Resolva o problema graficamente.



Solução ótima:
x1 = 120; x2 = 0
f^* = 2400

3. Resolva o problema usando o algoritmo Simplex.

Base	x1	x2	s1	s2	b
-f	20	10	0	0	0
s1	1	2	1	0	120
s2	0	1	0	1	40
-f	0	-30	-20	0	-2400
x1	1	2	1	0	120
s2	0	1	0	1	40

4. Solução (usando o **<u>significado</u>** das variáveis):

Deve-se fabricar 120 cintos e nenhum par de sapato, obtendo o lucro máximo de $2.400,00. Haverá folga de 100% na limitação de fabricação de sapatos.

5. Dada a BASE ótima obtida na Questão 2, e considerando a equação matricial correspondente do sistema:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & f = c_B x_B \\ \text{s.a.} \quad & B x_B = b \\ & x_B \geq 0 \end{aligned}$$

identifique numericamente as matrizes B e B^{-1} e os vetores x_B, c_B e b.

$$c_B = \begin{bmatrix} 20 & 0 \end{bmatrix} \qquad x_B = \begin{bmatrix} x_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 120 \\ 40 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 120 \\ 40 \end{bmatrix}$$

6. Existem outras soluções ótimas? Justifique.

Não. Todas as VNB estão com coeficiente negativo na linha da F.O. no quadro final. Portanto, a solução ótima obtida é única.

7. Interprete os valores não nulos na linha da F.O. no quadro ótimo do Simples (*i.e.*, os custos reduzidos e os preços duais).

O valor -30 abaixo de x2 indica que, para par de sapato que ele for obrigado a fabricar, o lucro será reduzido em $30,00. Outra interpretação é que, para que esse produto se torne interessante economicamente, seu lucro deverá ser aumentado em $30. Ou seja, o sapato só será interessante economicamente a partir de $40 o par.

O valor -20 abaixo da variável de folga s1 indica que, para cada unidade de couro que faltar, a empresa perderá $20. Outra interpretação é que, para cada unidade de couro adicional, podemos aumentar o lucro em $20. Portanto, esse valor indica um limite que estaríamos dispostos a pagar para termos mais desse recurso Por exemplo, se pudermos conseguir mais unidades de couro a R$ 18,00, teremos um lucro adicional de R$ 2,00 por mês. Esses valores são válidos dentro de limites dados pela *Análise de Sensibilidade* que veremos depois da prova.

8. A VAB – Viação Aérea Brasileira está estudando a compra de três tipos de aviões: Boeing 717 para as pontes aéreas de curta distância, Boeing 737-500 para voos domésticos e internacionais de média distância, e MD-11 para voos internacionais de longa distância. Alguns dados operacionais estão dispostos na tabela abaixo.

Tipo	*Custo (milhões de U$)*	*Receita Teórica (milhões de U$)*	*Pilotos aptos*
Boeing 717	5,1	330	30
Boeing 737-500	3,6	300	20
MD-11	6,8	420	10

A verba disponível para a compra é de no máximo 220 milhões de dólares. Cada aeronave necessita de dois pilotos para operar. Os pilotos do MD-11 podem pilotar todos os aviões da empresa, mas os demais pilotos somente as aeronaves a que foram aptos. As oficinas de manutenção podem suportar até 40 Boeings 717. Um Boeing 737-500 equivale, em esforço de manutenção, a 3/4, e um MD-11, a 5/3, quando referidos ao Boeing 717. Formule um modelo de PL para otimizar a aquisição de aviões de tal forma a maximizar a receita teórica.

x_1 = quantidade de aviões Boeing 717 a comprar;
x_2 = quantidade de aviões Boeing 737-500 a comprar;
x_3 = quantidade de aviões MD-11 a comprar.

Maximizar receita $f = 330x1 + 300x2 + 420x3$
s.a.
Custo total) $5.1x1 + 3.6x2 + 6.8x3 \leq 220$
Pilotos total) $2x1 + 2x2 + 2x3 \leq 60$
Pilotos 717) $2x1 + 2x3 \leq 40$
Pilotos 737) $2x2 + 2x3 \leq 30$
Pilotos MD11) $2x3 \leq 10$
Mão de obra) $x1 + 0.75x2 + 1.666x3 \leq 40$