



Universidade Federal de Viçosa  
Departamento de Informática  
INF330 – Teoria e Modelos de Grafos  
Prova Final- 07/12/2011

Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_

Obs:

-Todas soluções devem ser **JUSTIFICADAS**.

-As justificativas devem ser feitas com base em conceitos de “**Teoria de Grafos**”.

---

1 (15 pontos)\_ Para cada um dos seguintes problemas, determine se ele pode ser resolvido de forma eficiente (considere que qualquer algoritmo que resolva o problema em tempo polinomial seja eficiente) e, caso afirmativo, apresente uma breve descrição (em alto nível) do método que pode ser utilizado para resolvê-lo.

a) Dado um grafo não direcionado conectado que representa o mapa de um país (onde os vértices são cidades e as arestas são estradas - cada estrada conecta duas cidades e só é possível trocar de estrada passando por uma cidade conectada pela estrada), determinar se é possível fazer uma viagem de carro cujo objetivo é a sair de uma determinada cidade  $C$ , visitar todas as cidades do país e, então, retornar a  $C$  (deve-se passar por cada cidade EXATAMENTE uma vez).

b) Dado um grafo não direcionado, encontrar uma árvore geradora com custo máximo nesse grafo.

c) Dado um grafo não direcionado conectado que representa o mapa de um país (onde os vértices são cidades e as arestas são estradas - cada estrada conecta duas cidades e só é possível trocar de estrada passando por uma cidade conectada pela estrada), determinar se é possível fazer uma viagem de carro cujo objetivo é a sair de uma determinada cidade  $C$ , visitar todas as estradas do país e, então, retornar a  $C$  (cada estrada deve ser visitada EXATAMENTE uma vez).

2 (15 pontos)\_ Dados os grafos abaixo, apresente:

a) O conjunto de vértices em um componente conexo de  $G$ .

b) O conjunto de vértices em um componente conexo de  $H$ .

c) Uma articulação de  $H$ .

d) Uma clique de  $G$  com pelo menos 2 vértices.

e) Um componente fortemente conexo de  $U$  contendo pelo menos 2 vértices.

$G$

$H$

$I$

3 (30 pontos)\_ Suponha que o DPI possua 5 alunos de mestrado A1,A2,...A5 e 6 professores P1, P2...P6 que podem orientar tais alunos. Foi solicitado que cada aluno indique a área na qual gostaria de desenvolver a dissertação e, com base nisso, foram levantados os professores que poderiam trabalhar com os alunos (tais informações são apresentadas na tabela abaixo). Cada professor deverá orientar, no máximo, 3 alunos e cada aluno deverá ser orientado por, no máximo, um professor. Deseja-se alocar os professores para orientar os alunos de modo que o número máximo de dissertações sejam orientadas.

Aluno	Trabalharia com
A1	P1,P2
A2	P1
A3	P3,P4
A4	P2,P3
A5	P4,P5,P6

a) Modele o problema descrito acima como um problema de fluxo em redes.

b) Como se poderia determinar a quantidade de dissertações que poderiam ser orientadas utilizando o modelo que você criou em a?

4 (15 pontos)\_ Dado o grafo direcionado I (da questão 2), represente-o utilizando:

a) Matriz de adjacência.

b) Matriz de incidência.

c) Lista de adjacências

5 (10 pontos)\_ Determine se os grafos G e H da questão 2 são planares ou não.

6 (15 pontos)\_ Um grafo G acíclico normalmente é denominado floresta. Mostre:

a) Cada componente conexo de uma floresta é uma árvore.

b) G é uma floresta  $\Leftrightarrow |E| = |V| - w$  (onde w é o número de componentes conexos de G).