Departamento de Matemática - UFV

MAT 131-Introdução a Álgebra

Terceira Avaliação - PER2020

Pontuação: A prova tem valor de 15 pontos distribuídos da seguinte forma:

1. 7 pontos para as questões objetivas;
2. 8 pontos para as questões discursivas.

QUESTÕES OBJETIVAS - MÚLTIPLA ESCOLHA

1. **(1 pontos)** Sejam A, B, D, F conjuntos não vazios quaisquer e seja $T \subset (A - B) \times (D - F)$. É correto afirmar:

   (a) T é uma relação de B em F
   (b) T é uma relação de A em F
   (c) T é uma relação de A em D
   (d) T é uma relação de B em D

2. **(2 pontos)** Sobre o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, são definidas as relações R e T, dadas por $R = \{(1, 3), (2, 4), (3, 5), (1, 1), (2, 2), (4, 2), (3, 1)\}$ e $T = \{(x, y) \in A^2 : (y, x) \in R\}$. Considerando as afirmações abaixo. Marcar a sequencia correta:

   (I) R não é transitiva e R não é simétrica
   (II) $R \cap T = \{(1, 1), (2, 2), (4, 2)\}$
   (III) $Dom(R) - Dom(T) \neq \emptyset$

   (a) VVF (b) FVV (c) VFF (d) FFV

3. **(2 pontos)** Seja $f : \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}$ dada por $f(x) = 4 - (x - 1)^2$. É incorreto afirmar:

   (a) $f(x - 1) = 4 - (2 - x)^2$
   (b) $f(1 - x) < f(x - 1) \Longleftrightarrow x < 1$
   (c) $\exists x \in \mathbb{Z} / f(x + 1) < 4$
   (d) $f(1 - x) = f(x + 1)$

4. **(2 pontos)** Seja f uma função real dada por $f(x) = \dfrac{3x - 4a}{5}$. É correto afirmar:

   (a) Se $a = 5$, então $f^{-1}(3) = 1$
   (b) Se $a = 3$, então $f^{-1}(5) = -1$
   (c) Se $f^{-1}(3) + f(3) = 1$, então $a = 87$
   (d) $f^{-1}(-2a) = f(-2a) = -2a$

QUESTÕES DISCURSIVAS

1. **(2 pontos)** Sejam A, B, D, F conjuntos não vazios quaisquer e seja $T \subset (A - B) \times (D \cap F)$. Mostre que T é uma relação de A em F.

2. **(2 pontos)** Seja f uma função real dada por $f(x) = \dfrac{3x - 4a}{5}$, tais que $f^{-1}(3) = 2a - 3b$ e $f^{-1}(5) = 3a + 5b$. Determinar $f^{-1}(a - 3b)$.

3. **(2 pontos)** Seja R uma relação definida no conjunto $A \neq \emptyset$. Mostre que se $R \cap R^{-1} \subset D(A)$, então R é antissimétrica.

4. **(2 ponto)** Sejam R_1, R_2, R_3 três relações definidas em $\mathbb{Z}$ satisfazendo a seguinte propriedade: Se $(a, b) \in R_1$ e $(c, d) \in R_2$ então $(a - c, b - d) \in R_3$.

   Mostre que se R_1 e R_2 são relações de equivalência, então R_3 também é uma relação de equivalência.

Boa Prova!