

Departamento de Matemática - UFV

MAT 131-Introdução a Álgebra

Quarta Avaliação - PER2

20 de maio de 2021

QUESTÕES DISCURSIVAS

- (2 pontos)** Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(x) = x^3 - 1$. Determinar $f^{-1}(B)$, onde $B = \{x \in \mathbb{R} : 0 < x < 7\} = (0, 7)$.
- (2 pontos)** Considerando $X = (-\infty, \frac{-2\sqrt{3}}{3}) \cup (\frac{2\sqrt{3}}{3}, +\infty)$. Mostre que $f : X \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(x) = x^3 - x + 1$ é injetiva.
- (2 pontos)** Sejam $A = \mathbb{R} - \{-1\}$ e $*$ a operação definida sobre A por $a * b = a + ab - 1$.
Pede-se:
 - Determinar, caso exista, um elemento $e_1 \in A$ tal que $e_1 * a = a$, para todo $a \in A$;
 - Resolver em A , a equação $(x + 1) * (2 - x) = 3 * (\frac{1}{3})$.
- Seja $\mathbb{Z}_5 = \{0, 1, 2, 3, 4\}$. Para $a, b \in \mathbb{Z}_5$, defina a operação binária interna $*$ por " $a * b$ é igual ao resto $r \in \mathbb{Z}_5$ da divisão de $a + b$ por 5". Isto significa que $r = a + b - 5q$, para algum $q \in \mathbb{Z}$. Pede-se:
 - (1 ponto)** Complete a tabela da operação $*$

$*$	0	1	2	3	4
0					
1					
2					
3					
4					

- (1 ponto)** Considerando que $a * b = r_1$, $b * c = r_2$. Mostre que $a * (b * c) = (a * b) * c$ se, e somente se $a - c = (r_1 - r_2) + 5t$, para algum $t \in \mathbb{Z}$.
- (2 pontos)** Mostre que $(\mathbb{Z}_5, *)$ é um grupo abeliano.

Atenção: A prova final será aplicada em 25-05-2021, às 10h, para quem obtiver média de avaliações MA no intervalo $40 \leq MA < 60$, .

Boa Prova!