Universidade Federal de Viçosa

Centro de Ciências Exatas

Departamento de Matemática

Gabarito $8^{\underline{a}}$ Lista - MAT 135 - Geometria Analítica e Álgebra Linear 2015/II

---

1. Os itens (a) e (b) não são transformações lineares e o item (c) é transformação linear.

2. Somente para $k = 0$ temos que T é transformação linear.

3. A imagem é o losango de vértices $(0, 0), (-1, 2), (2, -1)$ e $(1, 1)$.

4. (a) $4u - v$.

   (b) $3u - 3v$.

   (c) $7u + 5v$.

5.

6. (a) $T(x, y, z) = (3x - y - z, 4x - y - z)$.

   (b) v é qualquer vetor pertencente ao conjunto $\{(1, 6 - c, c); c \in I\!R\}$.

   (c) v é qualquer vetor pertencente ao subespaço $[(0, -1, 1)]$.

7. (a) $T(x, y) = (-y, -x)$.

   (b) $T(x, y) = (-x, -y)$.

   (c) $T(x, y) = (x, 0)$.

8. $T(x, y, z) = (x, y, -z)$.

9. (a) $N(T) = \{(0, 0)\}$ e $Im(T) = [(1, 1, 0), (1, 0, 2)]$.

   (b) $N(T) = \{(-y, y, -y); y \in I\!R\}$ e $Im(T) = \{[(1, 0), (0, 1)]\}$. Temos $(0, 0, 0), (1, -1, 1) \in N(T)$.

10. $N(T) = [(0, 0, 1)]$. Geometricamente representa o eixo z.

    $Im(T) = \{(x, y, z) \in I\!R^3; z = 0\}$. Geometricamente é o plano xy.

11.

12. $T(x, y, z) = (z, z)$.

13. $T(x, y) = (x, x + y, x + y)$.

14. (a) $\dim V = 7$.

    (b) $\dim V = 5$.

15.

16. Ambos são isomorfismos. As inversas são $T^{-1}(x, y, z) = (x+3y+14z, y+4z, z)$ e $T^{-1}(x, y, z) = (x, x - y, 3x - y - z)$, respectivamente.

17. (a) $T(x, y) = (10x + 18y, 5x + 11y, -x - 4y)$ e $[T] = \begin{bmatrix} 10 & 18 \\ 5 & 11 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}$.

    (b) $(-34, -23, 10)$.

    (c) $(2, 4, -2) \notin Im(T)$.

18. (a) $T(x, y, z) = (2x + y - z, x, -2x - y + 2z)$.

    (b) $[T] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$.

    (c) Sim. $T^{-1}(x, y, z) = (y, 2x - 2y + z, x + y)$.

19. (a) $S^{-1} = S$.

    (b) $T^{-1} = T$.

    (c) $(S \circ T)(x, y) = (y, -x)$. Rotação de 90^o no sentido horário.

    (d) $(T \circ S)(x, y) = (-y, x)$. Rotação de 90^o no sentido anti-horário.

20. $B = \{(1, 3), (-3, 1)\}$.

21. (a) T é isomorfismo quando $-2ac - ab - b + 2 \neq 0$.

    (b) Quando $-2ac - ab - b + 2 = 0$.

    (c) Não existem $a, b, c \in I\!R$.

    (d) Não.

22. (a) $[T]_C^B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

    (b) $v = \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}\right)$.

23. (a) $[T(v_1)]_B = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$; $[T(v_2)]_B = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$.

    (b) $T(v_1) = (3, -5), T(v_2) = (-2, 29)$.

    (c) $T(x, y) = \left(\dfrac{18x + y}{7}, \dfrac{-107x + 24y}{7} \right)$.

24. $T(x, y) = (x, -10x + 9y, -4x + 3y)$.

25. (a) $T_2 \circ T_1(x, y) = (0, 3x - y, -6x + 2y)$.

26. (a) $T(x, y) = \left(\dfrac{5x + 2y}{3}, \dfrac{-2x + 10y}{3} \right)$.

    (b) $[T]_B^B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$.

27. (a) Sim.

    (b) Sim.

28. (a) $\lambda_1 = 2$, $v_1 = (2, 1)$; $\lambda_2 = 3$, $v_2 = (1, 1)$.

    (b) $\lambda_1 = 4$, $v_1 = (1, 1)$; $\lambda_2 = 1$, $v_2 = (-2, 1)$.

    (c) $\lambda_1 = 1$, $v_1 = (1, 0, 0)$, $v_2 = (0, -1, 1)$; $\lambda_2 = 4$, $v_3 = (1, 1, 2)$.

    (d) $\lambda_1 = -1$, $v_1 = (0, -3, 1)$; $\lambda_2 = 1$, $v_2 = (-1, 1, 1)$; $\lambda_3 = 2$, $v_3 = (0, 0, 1)$.

29. $T(x, y) = \left(\dfrac{-4x + 5y}{2}, 3y \right)$.

30. (a) 10.

    (b) Não, pois 0 é autovalor.

    (c) 4.

    (d) Cada autoespaço associado ao autovalor λ_i tem dimensão no máximo o grau do monômio $(x - \lambda_i)$.

    (e) Cada autoespaço associado ao autovalor λ_i tem dimensão igual ao grau do monômio $(x - \lambda_i)$.

    (f) Esse autovalor tem multiplicidade geométrica maior ou igual a 3.

31. (a) F , (b) V , (c) V.

32.

33. (a) $p_T(x) = -(x-2)(x+3)^2$;
$\lambda_1 = -3, v_1 = (0,1,0)$;
$\lambda_2 = 2, v_3 = (1,0,0)$.

(b) $[T]_B = \begin{pmatrix} -3 & 0 & -\dfrac{5}{2} \\ -1 & -4 & -\dfrac{7}{2} \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

34. T é diagonalizável. Uma base que diagonaliza T é $B = \{(-1,0,1),(3,1,0),(0,0,1)\}$ e $[T]_B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

35.

36. $T(x,y) = (2x, x+3y)$ é diagonalizável e uma base é formada pelos vetores citados no exercício.

37. (a) $T(x,y) = (y,-x)$ (b) $T(x,y,z) = (0,3y,2x+2z)$.

38. (a)F, (b)F, (c)V.