Exercícios Direcionados MAT 140 – P1

Período Especial de Outono

Frederico Oliveira, Noé Eiterer, Vinicius Begnami

1. Determine, caso existam, os seguintes limites:

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^3}{|x|}$

b) $\lim\limits_{x\to 0^-} x + \dfrac{1}{x}$

c) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

d) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{|x|-4}{\sqrt{x}-2}$

e) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{|x-2|(x+1)}{x-2}$

f) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{5-x^3}{\sqrt{8-x+10x^4}}$

g) $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{sen(x)}{x-\pi}$

h) $\lim\limits_{x\to -\infty} (\sqrt{x^4+x}-x^2)$

2. Em cada item, faça o que se pede abaixo

- Ache os limites laterais quando $x \to a^-$ e quando $x \to a^+$;
- Determine, caso exista, o limite da função quando $x \longrightarrow a$;
- Determine se a função é contínua em $x = a$.

a) $f(x) = \begin{cases} 2x+1 \text{ se } x < 3 \\ 10-x \text{ se } x \geqslant 3 \end{cases}$ quando $a = 3$.

b) $f(x) = \begin{cases} |x-2| \text{ se } x \neq 2 \\ 1 \text{ se } x = 2 \end{cases}$ quando $a = 2$.

c) $f(x) = \begin{cases} 3-x^2 \text{ se } x \leqslant 1 \\ 1+x^2 \text{ se } x > 1 \end{cases}$ quando $a = 1$.

3. Determine $k \in \mathbb{R}$, se possível, para que a função seja contínua em $\mathbb{R}$.

a) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{|x|} \text{ se } |x| \geqslant 1 \\ ax \text{ se } |x| < 1 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} 2x+5 \text{ se } x < -1 \\ a \text{ se } x = -1 \\ x^2-3 \text{ se } x > -1 \end{cases}$

4. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ função dada por $f(x) = \begin{cases} x^2+2x+1\ , & x \geqslant -1 \\ -x^2-2x\ , & x < -1 \end{cases}$. A função f é derivável em $x = -1$? Justifique!

5. Em cada caso, determine a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa $x = x_0$.

a) $f(x) = \dfrac{2x}{x^2-1}$ e $x_0 = -2$.

b) $f(x) = x^3$ e $x_0 = 0$.

6. Determine se é verdadeiro (provando) ou se é falso (dando contraexemplo)

a) Se existe $\lim\limits_{x\to a} f(x)$, então f é contínua em a.

b) Se f é contínua com $f(0) > 0$ e $f(1) > 0$, então $f(x) > 0$, para todo $x \in (0, 1)$.

c) Se $g(1) < 0 < g(2)$, então g possui raiz no intervalo $(1, 2)$.

d) Se h é contínua e $h(2) < k < h(4)$, então existe $c \in (2, 4)$ tal que $f(c) = k$.

e) Se f é contínua e $k < f(1) < f(2)$, então existe $c < 1 < 2$ tal que $f(c) = k$.

7. a) Se g é uma função que satisfaz $\dfrac{\sqrt{x}}{x^3+x} \leqslant g(x) \leqslant \dfrac{x}{x^2+1}$, para todo $x \in \mathbb{R}$, calcule $\lim\limits_{x\to\infty} g(x)$.

b) Se f satisfaz $|f(x)-3| \leqslant 2|x-5|^4$ para todo $x \in \mathbb{R}$. calcule $\lim\limits_{x\to 5} f(x)$.

8. Determine a derivada de cada função utilizando regras de derivação.

a) $f(x) = \sqrt[3]{x} + 5\sqrt[4]{x^2}$

b) $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2+4}$

c) $f(x) = 3sen(x) - xcos(x)$

d) $f(x) = \dfrac{cos(x)}{1+sen(x)}$

VOCÊ NÃO ESTA SOZINHO!!!