Universidade Federal de Viçosa
Centro de Ciências Exatas
Departamento de Matemática

MAT 140 - Cálculo I   2016/I

$1^{\underline{a}}$ Lista - Revisão

---

1. Determine o conjunto solução das seguintes equações:

   (a) $|x^2 - 3| = 13$

   (b) $|x + 3| = 2x - 5$

   (c) $|x|^2 - 5|x| + 6 = 0$

   (d) $|x + 3| + |x - 2| = 4$

   (e) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

   (f) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$

2. Determine o conjunto solução das seguintes inequações:

   (a) $\dfrac{x}{3} - \dfrac{x+1}{2} < \dfrac{1-x}{4}$

   (b) $(x - 1)(2x - 3) \geq 0$

   (c) $(x - 2)(-2x - 4)(x - 4) \leq 0$

   (d) $\dfrac{3x}{x+1} + \dfrac{5}{2} \leq \dfrac{7}{2x+2}$

   (e) $\dfrac{5}{2x} - \dfrac{1}{2} \geq \dfrac{7}{x}$

   (f) $-6 < x^2 - 5x < 6$

   (g) $(x^2 + 2x - 3)(3x^2 - 4x + 8) < 0$

   (h) $\dfrac{x-1}{x+2} > \dfrac{2x+1}{x+1}$

   (i) $\dfrac{1}{x-1} - \dfrac{1}{2x+1} > -3$

   (j) $|x^2 - 4| < 5$

   (k) $|x^2 - x| > 2$

   (l) $|x + 2| - |x - 3| > x$

3. Dada a função $f(x) = 2x^2 - 3$, determine:

   (a) $f(-5)$

   (b) $f(0)$

   (c) $f(\sqrt{3})$

   (d) $f(x_0)$

   (e) $x \in \mathbb{R}$ tal que $f(x) = -1$.

   (f) $\dfrac{f(1+h) - f(1)}{h}$

   (g) um esboço do gráfico de $g(x) = |f(x)|$.

4. Simplifique as expressões:

   (a) $\dfrac{x^2 - 2x}{x^2 - x - 2}$

   (b) $\dfrac{(5+x)^2 - 25}{x}$

   (c) $\dfrac{x^3 - 8}{x^4 - 16}$

   (d) $\dfrac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$

   (e) $\dfrac{2x^2 + 11x - 21}{x^3 + 2x^2 + 4x} \cdot \dfrac{x^3 - 8}{x^2 + 5x - 14}$

   (f) $\dfrac{x^3 + 1}{x^2 - x - 2} \div \dfrac{x^2 - x + 1}{x^2 - 4x + 4}$

5. Simplifique a expressão $\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$, $h \neq 0$, quando:

   (a) $f(x) = x^2 + x$
   (b) $f(x) = 3x + 5$
   (c) $f(x) = x^3$
   (d) $f(x) = \sqrt{x+2}$
   (e) $f(x) = \dfrac{1}{x}$

6. Dadas as funções f e g definidas por $f(x) = \sqrt{x^2-9}$ e $g(x) = \sqrt{2x-x^2}$, determine:

   (a) o domínio de f
   (b) o domínio de g
   (c) o domínio de $f+g$ e $f-g$
   (d) o domínio e a expressão que define $f \cdot g$
   (e) o domínio e a expressão que define $\dfrac{f}{g}$

7. Determine, se possível, os valores das constantes A, B e C para que, para todo x real, sejam válidas as seguintes igualdades:

   (a) $\dfrac{5x-2}{x^2-4} = \dfrac{A}{x-2} + \dfrac{B}{x+2}$
   (b) $\dfrac{2x+1}{x^3+x} = \dfrac{A}{x} + \dfrac{Bx+C}{x^2+1}$
   (c) $\dfrac{7x+14}{x^2+x-12} = \dfrac{A}{x-3} + \dfrac{B}{x+4}$
   (d) $\dfrac{x^2+2}{x^3-1} = \dfrac{A}{x-1} + \dfrac{Bx+C}{x^2+x+1}$

8. Dadas as funções reais f e g, determine as compostas $f \circ g$ e $g \circ f$ e seus respectivos domínios:

   (a) $f(x) = 3x$ e $g(x) = 3x + 2$
   (b) $f(x) = x + 2$ e $g(x) = 4x^2 - 1$
   (c) $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = 3x^2 + 2$
   (d) $f(x) = x^2 - 2$ e $g(x) = \sqrt{x}$
   (e) $f(x) = 3x^2 + 2$ e $g(x) = \sqrt{x-4}$

9. Dadas as funções

$$f(x) = \begin{cases} x^2+2 & se \quad x \leq -1 \\ \dfrac{1}{x-2} & se \quad -1 < x < 1 \\ 4-x^2 & se \quad x \geq 1 \end{cases} \qquad \text{e} \quad g(x) = 2-3x$$

   determine as leis que definem $f \circ g$ e $g \circ f$.

10. Considere as funções

$$f(x) = \begin{cases} -2x-1 & se \quad x \leq 0 \\ x^2-3 & se \quad 0 < x \leq 3 \\ x & se \quad x > 3 \end{cases} \qquad \text{e} \quad g(x) = \sqrt{1-x}.$$

(a) Faça um esboço do gráfico de f.

(b) Determine o domínio de $g \circ f$.

(c) Encontre $(g \circ f)(x)$.

11. Obtenha a expressão para a inversa de cada uma das funções abaixo:

(a) $f(x) = 2x + 3$

(b) $f(x) = \dfrac{1}{x}$

(c) $f(x) = \dfrac{1}{1-x}$

(d) $f(x) = \dfrac{x}{x-1}$

(e) $f(x) = x^2 - 3$, $x \geq 0$

(f) $f(x) = \sqrt{x-4}$

12. Determine o domínio das seguintes funções reais:

(a) $f(x) = \sqrt{-bx}$, $b \in \mathbb{R}$

(b) $f(x) = \ln\left(\dfrac{x}{a}\right)$, $a \in \mathbb{R}_+$

(c) $f(x) = \ln(1 + e^x)$

(d) $f(x) = \sqrt{3-x}$

(e) $f(x) = \sqrt{6 + x - x^2}$

(f) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2-1}{x-2}}$

(g) $f(x) = \dfrac{x+1}{x^2-7}$

(h) $f(x) = \dfrac{1}{x^2-6x+5} + \dfrac{1}{x+4}$

(i) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2}}$

(j) $f(x) = \sqrt{|2x-1| - 4}$

13. Estude a variação de sinal ($f(x) > 0, f(x) = 0$ e $f(x) < 0$) das seguintes funções:

(a) $f(x) = -3x + 9$

(b) $f(x) = 5x - 3$

(c) $f(x) = x^2 - 5x + 6$

(d) $f(x) = -x^2 + 4x$

(e) $f(x) = \dfrac{x^2-3x-4}{x-2}$

(f) $f(x) = (x^2 - 2x - 3)(-x^2 - 3x + 4)$

(g) $f(x) = \dfrac{x^2-5x+6}{x^2-16}$

14. Dada a função f definida por $f(x) = \dfrac{x^2+x-12}{x^3+x^2-14x+6}$, determine:

(a) o domínio de f;

(b) $f(0)$;

(c) os valores de x que satisfazem $f(x) = 0$,

(d) a variação de sinal de f.

15. Determine a equação da reta que:

    (a) passa por $(-2, 1)$ e tem coeficiente angular -3;
    (b) passa pelos pontos $(4, -2)$ e $(-1, 3)$;
    (c) passa por $(2, -4)$ e é paralela ao eixo x;
    (d) passa por $(-1, 3)$ e é paralela ao eixo y;
    (e) passa por $(3, -1)$ e é paralela à reta $y - 3 = 2x$;
    (f) passa por $(1, -2)$ e é perpendicular à reta $x + 2y = -5$.

16. Encontre o ponto de interseção de cada um dos pares de retas:

    (a) $x - y = -3$ e $2x + 3y = 4$
    (b) $x + y = 5$ e $x - y = 1$
    (c) $2x + 5y = 0$ e $3x - 2y = 0$
    (d) $3x - 2y = -14$ e $2x + 3y = 8$

17. Simplifique as expressões:

    (a) $(1 + \cos x)(1 - \cos x)$
    (b) $\dfrac{1 + \operatorname{cotg}^2 x}{\sec^2 x}$
    (c) $\dfrac{\cos x - 1}{\sec x - 1}$
    (d) $\dfrac{\operatorname{sen}^2 2x}{(1 + \cos 2x)^2} + 1$
    (e) $\cos^2 2x - \operatorname{sen}^2 x$
    (f) $\operatorname{tg} x - \operatorname{cossec} x(1 - 2\cos^2 x) \sec x$

18. Faça a divisão do polinômio $p(x)$ pelo polinômio $q(x)$, nos seguintes casos:

    (a) $p(x) = x^2 - 4x + 4$ e $q(x) = x - 2$
    (b) $p(x) = 10x^2 - 43x + 40$ e $q(x) = 2x - 5$
    (c) $p(x) = 12x^3 - 19x^2 + 15x - 3$ e $q(x) = 3x^2 - x + 2$
    (d) $p(x) = 6x^4 - 10x^3 + 9x^2 + 9x - 5$ e $q(x) = 2x^2 - 4x + 5$

19. Um retângulo tem perímetro de 20 metros. Expresse a área do retângulo como função do comprimento de um de seus lados.

20. Considere uma caixa retangular aberta de volume 2 m^3 cuja base seja quadrada. Expresse a área superficial desta caixa como uma função do comprimento de um de seus lados.

21. Verifique se as sentenças abaixo são verdadeiras (V) ou falsas (F). Justifique com propriedades ou contraexemplos.

    (a) Se $x < y$, então $-5x < -5y$.

(b) Se $x^2 \leq 16$, então $x \leq 4$.

(c) Se $x^2 \leq 16$, então $x \leq -4$.

(d) Se $x^2 \geq 16$, então $x \leq -4$.

(e) Se $x \neq 0$, $y \neq 0$ e $x < y$, então $\dfrac{1}{x} > \dfrac{1}{y}$.

(f) Se $x < y$, então $x^2 < y^2$.

(g) Se $0 < x < y$, então $x^2 < y^2$.

(h) Se $x < 1$, então $x^3 < x$.