

Questão 1 [20%] Considere a função $f(x,y) = \sqrt{y-x^2-1}$.

a) Determine o domínio de f e represente-o no plano xy .

b) Faça um esboço do gráfico de f .

Questão 2 [20%] Determine o valor do limite, caso exista. Se não existir, justifique sua não existência.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2xy^2}{x^2+y^4}$$

Questão 3 [30%] Considere a função $f(x,y) = \begin{cases} \frac{y^3}{x^2+y^2} & , \text{ se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & , \text{ se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

a) Verifique se f é contínua na origem.

b) Verifique se f é diferenciável na origem.

c) Calcule a derivada direcional de f na origem, na direção do vetor unitário $u = (a,b)$.

Questão 4 [30%] Determine todos os planos que passam pelos pontos $A = (7,0,0)$, $B = (-1,0,4)$ e que sejam tangentes à superfície $x^2 + 2y^2 = 7 - z^2$.