PROVA 1 - MAT 241

Hugo Marinho

2021

- TRANSCREVA AS EQUAÇÕES DA QUESTÃO PARA A FOLHA DE RESOLUÇÃO
- IDENTIFIQUE COM CLAREZA QUAL QUESTÃO VOCÊ ESTÁ RESOLVENDO
- ENVIE A PROVA EM UM ÚNICO ARQUIVO E EM PDF
- JUSTIFIQUE BEM SUAS RESPOSTAS
- AO TRANSFORMAR SUA PROVA EM PDF CERTIFIQUE-SE DE QUE ESTÁ LEGÍVEL

1. 40 pontos - Em cada item faça o que se pede:

   a) 10 pontos - Determine a área do triângulo formado por estes pontos $A = (2, 3, 1), B = (4, 3, 2)$ e $C = (1, 1, 1)$

   b) 10 pontos - Seja $\vec{u}$ um vetor ortogonal a $\vec{v}$ e $\vec{w}$. Sabendo-se que $\vec{v}$ e $\vec{w}$ formam um ângulo de 60^{o} e que $\|\vec{u}\| = 2, \|\vec{v}\| = 4$ e $\|\vec{w}\| = 3$. Calcule $\langle \vec{u}, \vec{v} \times \vec{w} \rangle$

   c) 10 pontos - Sejam $\vec{u} = (k, 2, 1)$ e $\vec{v} = (1, 1, -2)$. Sabendo-se que o ângulo entre $\vec{u}$ e $\vec{i}$ é agudo, determine o valor de k de modo que a área do triângulo formado por $\vec{u}$ e $\vec{v}$ seja $\sqrt{57}$.

   d) 10 pontos - Determine a posição relativa entre as retas:

$$r : \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = z - 2 \qquad\qquad s : \begin{cases} x = -2 + t \\ y = -1 - 2t \quad , t \in R \\ z = 2 + 3t \end{cases}$$

2. 20 pontos - Determine um plano α, de tal forma que, α forma um ângulo de 30^{o} com o plano $x = 4$, forma 60^{o} com o plano xy e contenha o ponto $A = (2, 3, 2)$. Considere também que a norma do vetor normal de α seja igual a 8.

3. 20 pontos - Considere a seguinte esfera:

$$S : x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z = -2$$

Determine um plano tangente a essa esfera e que seja perpendicular à reta $r : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{2} = z - 4$

4. 20 pontos - Considere os planos $\alpha : x + y + z = 4$ e $\beta : 2x + y - 2z = 0$.

a) Determine a reta r dada pela interseção dos planos.

b) Escreva a equação da esfera que tem centro no ponto da reta r quando $t = 1$ e é tangente à reta $s : x - 2 = y = z - 2$

DICA SHOW: Se queremos calcular a distância de um ponto P_0 do espaço até uma reta r, utilizamos a seguinte fórmula

$$d(P, r) = \frac{\|\vec{P_0 P_r} \times \vec{v_r}\|}{\|\vec{v_r}\|}$$

Aonde P_r é um ponto qualquer da reta r e $\vec{v_r}$ é o vetor diretor da reta r.

Para encontrar o plano da sua vida você precisa de um vetor normal e um ponto