

## Per 2 - Prova 2 - Turma: 1

Questão 1 [20%] Considere a função  $f(x,y) = \ln(x^2 + y^2 - 1)$ .

a) Determine o domínio de  $f$  e represente-o no plano  $xy$ .

b) Faça um esboço do gráfico de  $f$ .

Questão 2 [20%] Determine o valor do limite, caso exista. Se não existir, justifique a sua não existência.

Questão 3 [30%] Considere a função

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2 + y^2}, & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

a) Verifique se  $f$  é contínua na origem.

b) Verifique se  $f$  é diferenciável na origem.

c) Calcule a derivada direcional de  $f$  na origem, na direção do vetor unitário  $u = (a,b)$ .

Questão 4 [30%] Determine todos os planos que passam pelos pontos  $A(-3, 0, 5)$ ,  $B(3, 0, 2)$  e que sejam tangentes à superfície  $x^2 + 2y^2 = 7 - z^2$ .