



Universidade Federal de Viçosa
Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas
Departamento de Matemática

Segunda Prova de MAT 241 – Cálculo III Turma 1 27/09/2021

Duração da Prova:

- 8:00 a 11:00.
- 8:00 a 12:30 (UPI)

Aluno: _____ Matrícula: _____

Questão 1 [20%] Considere a função $f(x, y) = 2 - \sqrt{2y - x^2 - y^2}$.

- Determine o domínio de f e represente-o no plano xy .
- Faça um esboço do gráfico de f .

Questão 2 [40%] Considere a função $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + 2y^3}{x^2 + y^2} & , \text{ se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , \text{ se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

- Verifique se f é contínua na origem.
- Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$.
- Verifique se f é diferenciável na origem.
- Calcule a derivada direcional de f na origem, na direção do vetor unitário $u = (a, b)$.

Questão 3 [20%] Suponha que a temperatura no ponto (x, y, z) do espaço seja dada por

$$T(x, y, z) = \frac{80}{1 + x^2 + 2y^2 + 3z^2},$$

em que T é medida em graus Celsius e x, y e z em metros.

- Em que direção no ponto $P_0(1, 1, -2)$ a temperatura aumenta mais rapidamente?
(Exiba um vetor unitário nessa direção e nesse sentido)

- Qual é a taxa máxima de aumento?

Questão 4 [20%] Determine a equação dos planos que são tangentes a superfície $4x^2 + y^2 + z^2 = 12$ e paralelo ao plano $2x + y + z = 10$.

Boa Prova!!!