

7/9(月)

大滝恒輝

解の手順

1. スター領域の圧力 p^* を数値的に求める
2. 圧力 p^* から、衝撃波か膨張波か判定する
3. スター領域の速度 u^* , 密度 ρ^* を求める
4. スター領域の左側、右側の物理量を計算する

p^* の求め方

発生する波が衝撃波であると仮定した値 p_0 を考える

$$p_0 = \max(TOL, p_{TS}),$$

$$p_{TS} = \frac{g_L p_L + g_R p_R - \Delta u}{g_L + g_R}, \quad g_K = \sqrt{\frac{A_K}{\hat{p} + B_K}}$$

$$\hat{p} = \max(TOL, p_{PV}),$$

$$p_{PV} = \frac{1}{2}(p_L + p_R) - \frac{1}{8}(u_R - u_L)(\rho_L + \rho_R)(a_L + a_R)$$

$$A_K = \frac{2}{(\gamma + 1)\rho_K}, \quad B_K = \frac{(\gamma - 1)}{(\gamma + 1)}p_K, \quad K = R, L$$

p^* の求め方

p_0 を初期条件と比較し、関数 $f(x)$ より、数値的に求める

$$p_{(k)} = p_{(k-1)} - \frac{f(p_{(k-1)})}{f'(p_{(k-1)})},$$

$$f_K(p) = \begin{cases} (p - p_K) \left[\frac{A_K}{p + B_K} \right]^{\frac{1}{2}} & \text{if } p > p_K (\text{shock}) \\ \frac{2a_K}{(\gamma - 1)} \left[\left(\frac{p}{p_K} \right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} - 1 \right] & \text{if } p \leq p_K \text{ (rarefaction)} \end{cases}$$

p^*, u^*, ρ^* の求め方

収束の目安として、 $TOL = 10^{-6}$ を設定

$$CHA \equiv \frac{|p_{(k)} - p_{(k-1)}|}{(1/2)[p_{(k)} + p_{(k-1)}]}$$

$CHA < TOL$ ならば、 $p_{(k)} = p^*$

また、 u^*, ρ^* は

$$u^* = \frac{1}{2}(u_L + u_R) + \frac{1}{2}[f_R(p^*) - f_L(p^*)],$$
$$\rho_K^* = \rho_K \left(\frac{p_*}{p_K} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

膨張波(左)における物理量

左側に膨張波が発生した場合を考える

膨張波のheadとtailの特性線

$$\varphi_H = u_L - a_L, \quad \varphi_T = u^* - a^*$$

膨張波内の任意の特性線($u - a \equiv \varphi$)を挟んで保存されるRiemann不変量

$$S_L = S$$
$$u_L + \frac{2a_L}{\gamma - 1} = u + \frac{2a}{\gamma - 1}$$

膨張波(左)における物理量

以上の式から、任意の特性線($u - a \equiv \varphi$)上における物理量は

$$u = \frac{2}{(\gamma + 1)} \left[a_L + \frac{(\gamma - 1)}{2} u_L + \varphi \right],$$

$$\rho = \rho_L \left[\frac{2}{(\gamma + 1)} + \frac{(\gamma - 1)}{(\gamma + 1)a_L} (u_L - \varphi) \right]^{\frac{2}{(\gamma - 1)}},$$

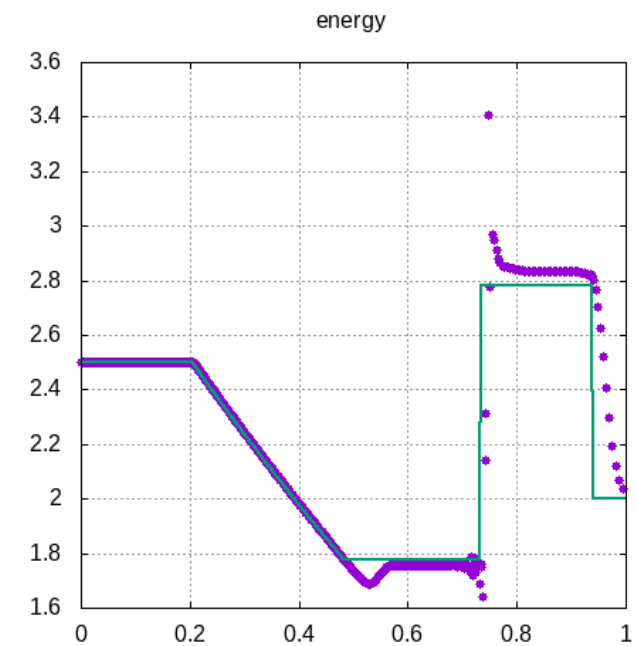
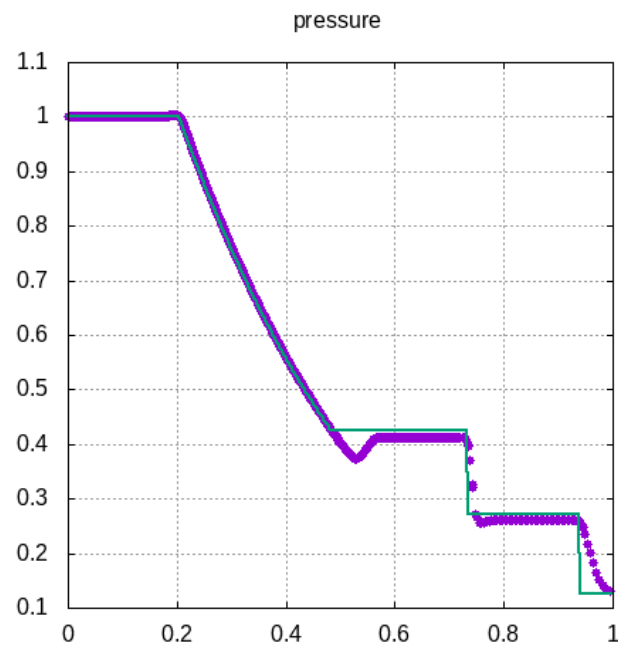
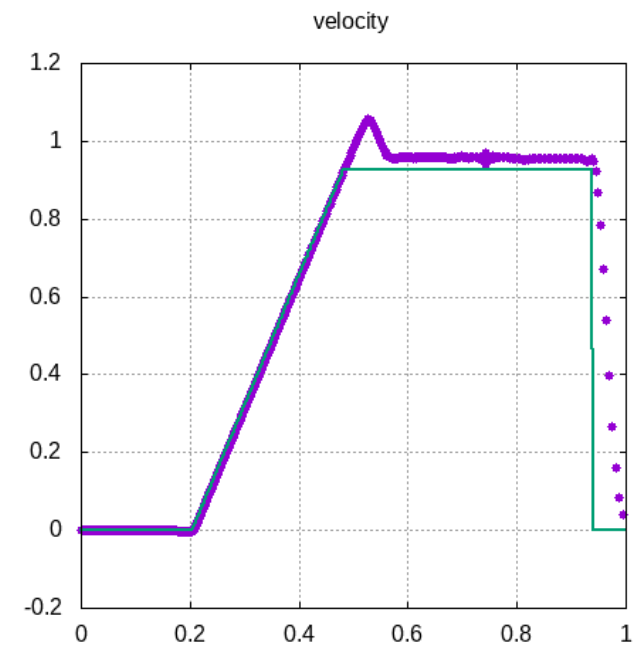
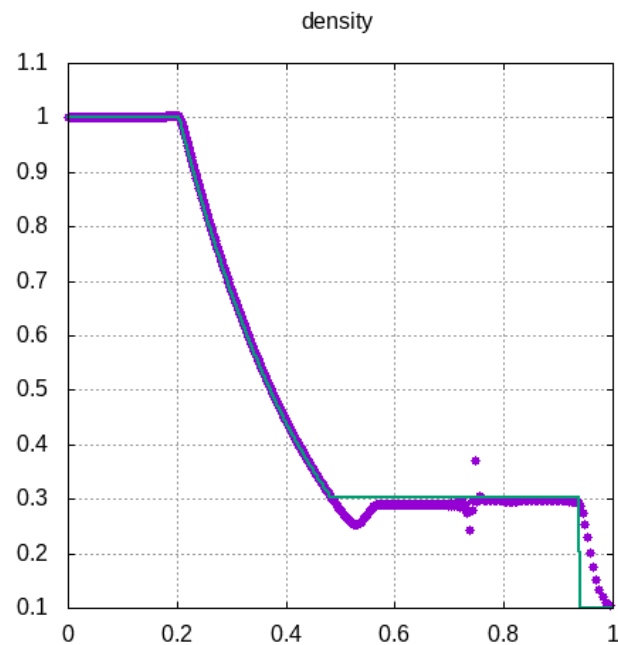
$$p = p_L \left[\frac{2}{(\gamma + 1)} + \frac{(\gamma - 1)}{(\gamma + 1)a_L} (u_L - \varphi) \right]^{\frac{2\gamma}{(\gamma - 1)}}$$

特性線の傾きが $\frac{dx}{dt} = \frac{x}{t} = u - a = \varphi$ と表せ、任意の場所 x における各物理量がわかる

Test 1

粒子数 : 800
 $\alpha : 1.0$

青 : SPH粒子
緑 : 解析解



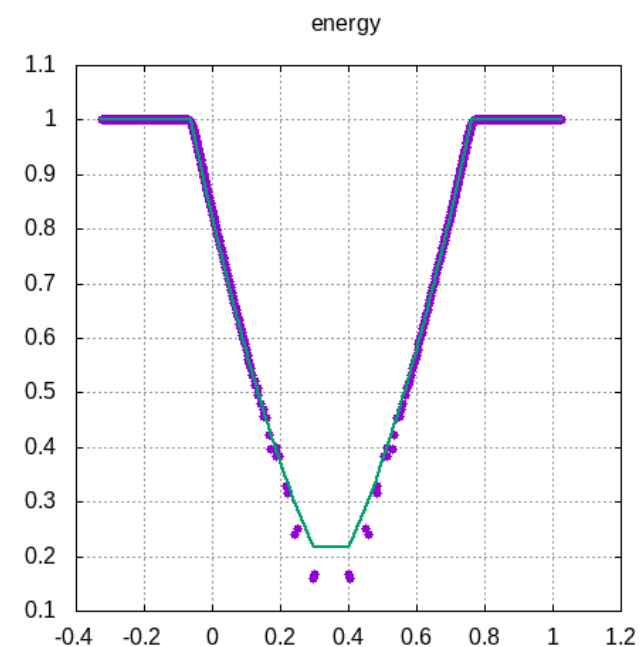
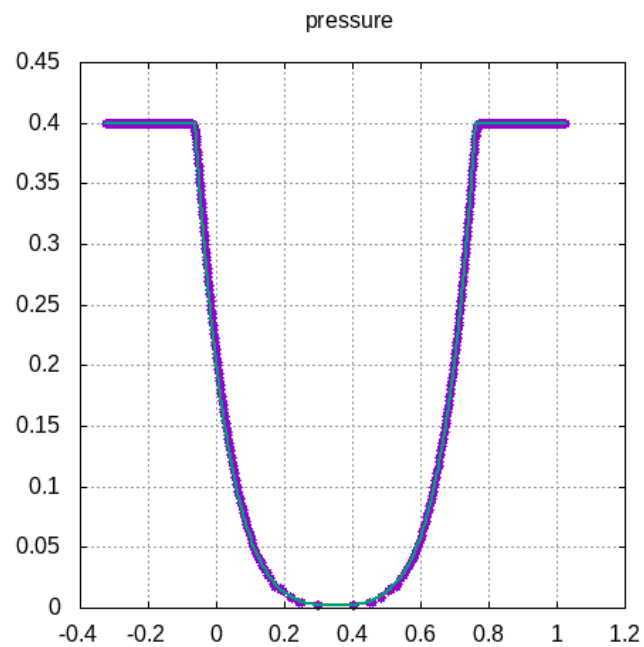
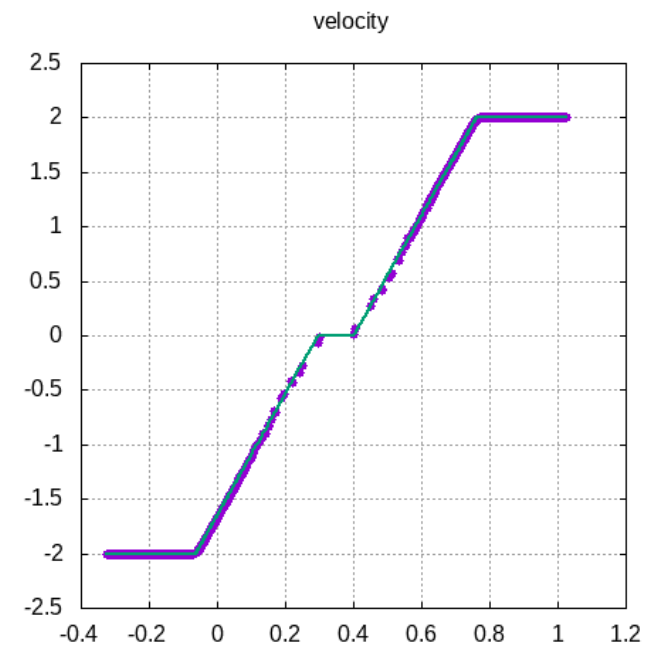
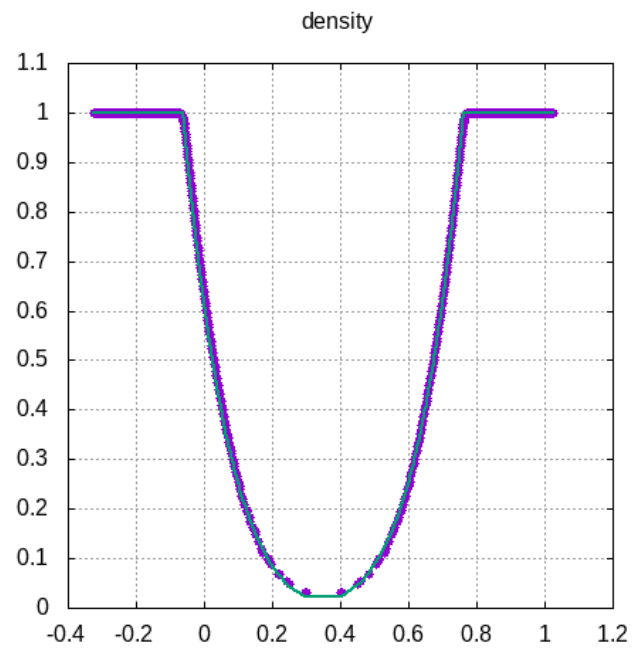
Test 2

粒子数 : 800

$\alpha : 1.5$

青 : SPH粒子

緑 : 解析解



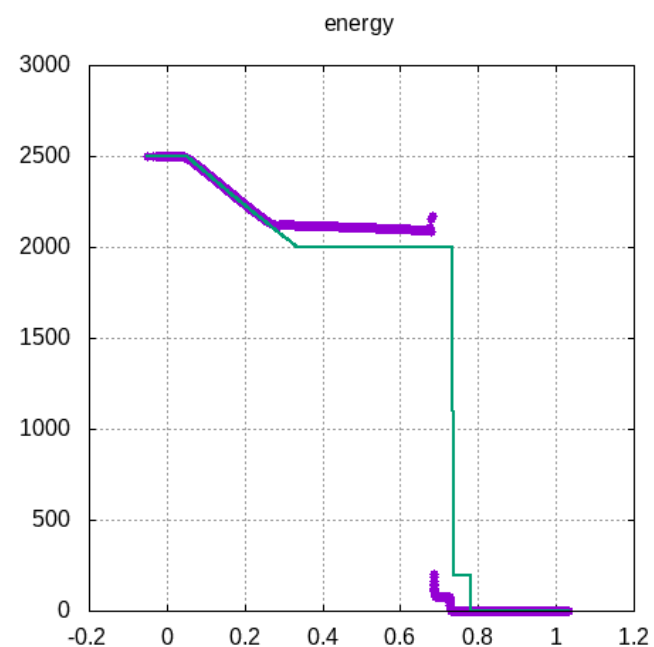
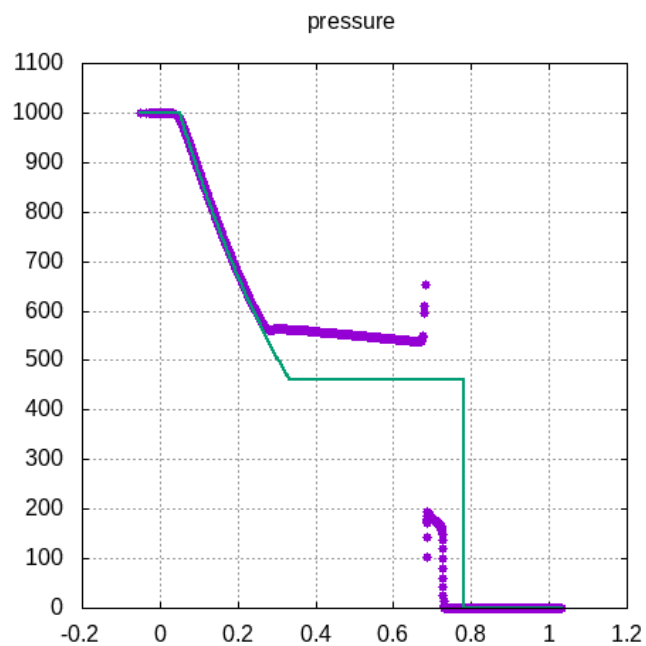
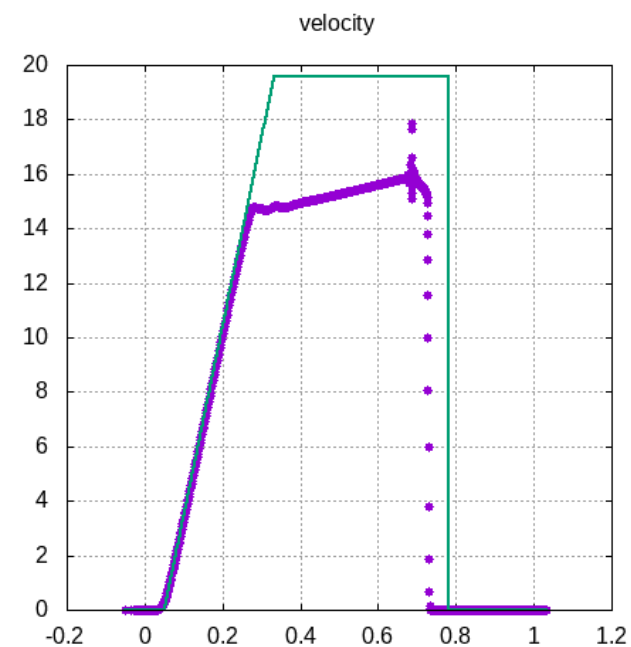
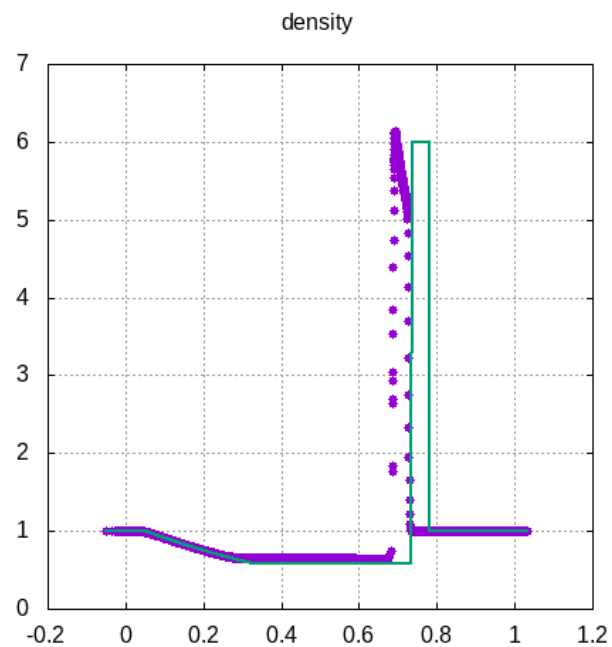
Test 3

粒子数：800

α ：1.7

青：SPH粒子

緑：解析解



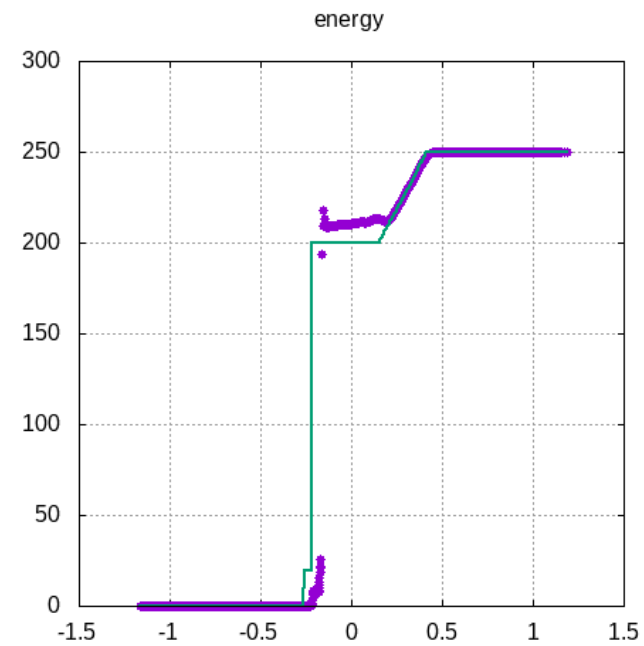
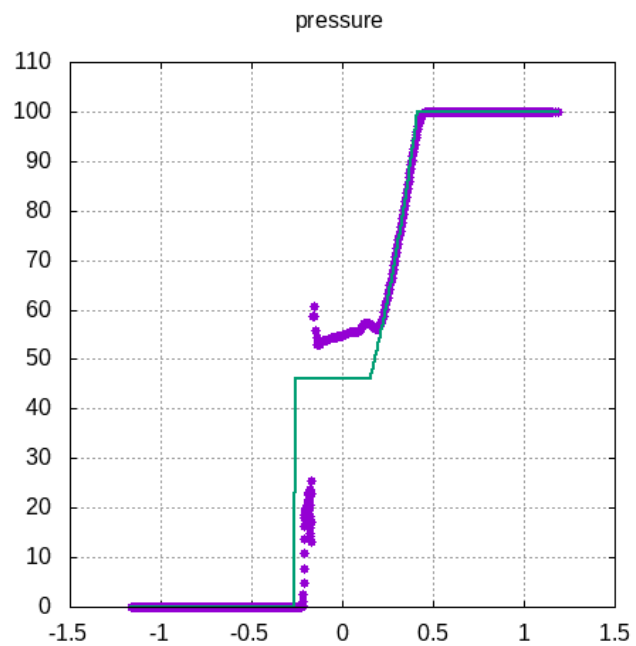
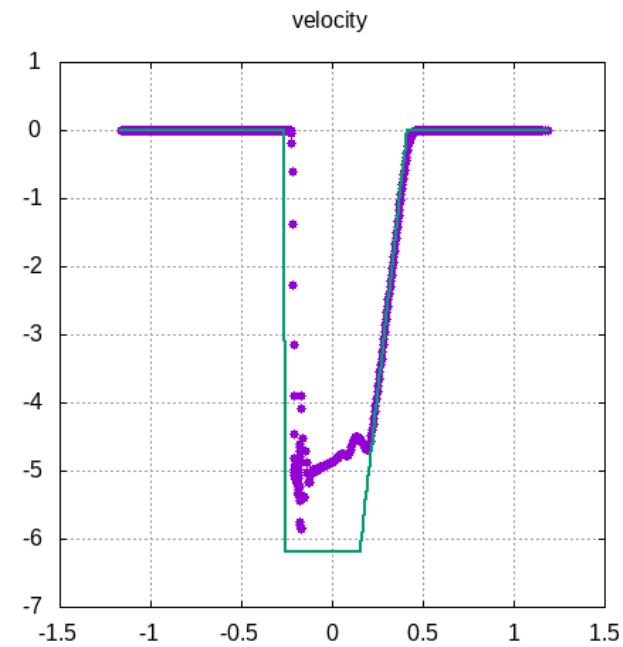
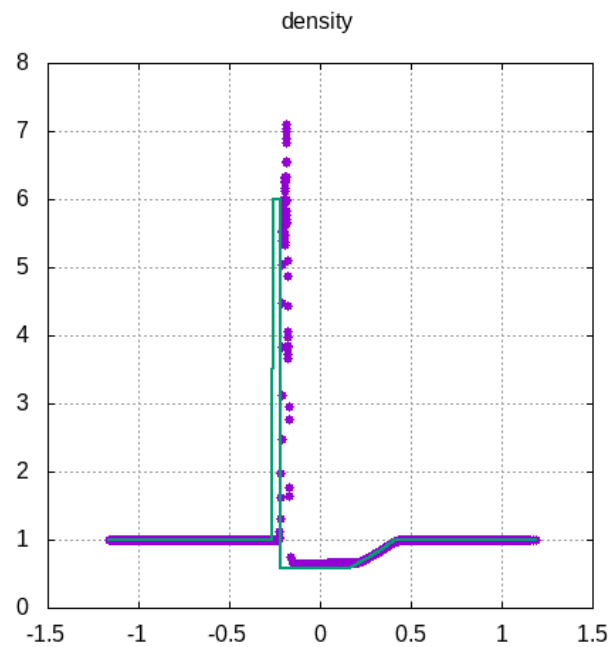
Test 4

粒子数：800

α ：1.0

青：SPH粒子

緑：解析解



Test 5

粒子数 : 800
 $\alpha : 1.0$

青 : SPH粒子
緑 : 解析解

