[多项式][拉格朗日插值法][数学][数论] [莫比乌斯函数] [莫比乌斯反演]

STATISTICS

在线用户:1

累计访问: 93,054

【湖北省队互测】一个人的数

论

2月 14, 2020

TEAMS

题意

求所有 $\leq n$ 且与 n 互质的数的 m 次幂的和。

NULL (2019)

One,Two,Three,AK

(2018)

分析

题目要求的就是 $\sum_{i=1}^{n} i^{m}[gcd(i,n)=1]$ 。

用莫比乌斯反演 $\sum_{i=1}^n i^m \sum_{d|i,n} \mu(d)$ 。

变换求和的顺序 $\sum_{d|n} \mu(d) d^m \sum_{i=1}^n i^m$ 。

显然 $\sum_{d|n}\mu(d)d^m$ 这部分是积性函数。于是考虑变换后一部 分。

我们令 $f(n) = \sum_{i=1}^{n} i^{m}$, 显然这是一个关于 n 的 m+1 次 多项式,于是可以用拉格朗日插值把系数都求出来,变成 $f(n) = \sum_{i=0}^{m+1} x_i n^i$.

于是原式就变成了 $\sum_{d|n} \mu(d) d^m \sum_{i=0}^{m+1} x_i(\frac{n}{d})^i$ 。

变换求和顺序变成 $\sum_{i=0}^{m+1} x_i \sum_{d|n} \mu(d) d^m(\frac{n}{d})^i$ 。

显然 $\sum_{d|n} \mu(d) d^m(\frac{n}{d})^i$ 是一个卷积的形式。

因为 $\mu(d)d^m$ 和 $(\frac{n}{d})^i$ 都是积性函数,那么 $\sum_{d|n} \mu(d) d^m(\frac{n}{d})^i$ 也是一个积性函数。

我们令 $g(n) = \sum_{d|n} \mu(d) d^m(\frac{n}{d})^i$, 且有 $n = p_1^{a_1} \times p_2^{a_2} \times \cdots \times p_w^{a_w}$ 。那么有 $g(n) = g(p_1^{a_1}) \times g(p_2^{a_2}) \times \cdots \times g(p_w^{a_w})$

TEMPLATE

Template

CATEGORIES

Categories

选择分类目录 ~

ARCHIVE

考虑对于任意的 $g(p_i^{ai})=\sum_{d|p_i^{ai}}\mu(d)d^m(\frac{p_i^{ai}}{d})^i$,只有当 d=1 或者 $d=p_i$ 的时候 $\mu(d)\neq 0$ 于是只需要求这两项,即 $g(p_i^{ai})=(p_i^{ai})^i-p_i^m(p_i^{ai-1})^i$ 。

Archive

选择月份

月份

Click To Expand Code

SEARCH

By Xiejiadong . No Comment

f y 8+ w

Search ... Q

XIEJIADONG

Edit your profile or check this video to know

more

COMMENTS

QAQ发表在《圆方树 学习笔记》

YOU MAY ALSO LIKE

"数论基础"课程学习 笔记 3月4,2020



CODEFORCES ROUND #619 2月 15, 2020



【HDU4944】 FSF'S GAME 2月 13, 2020

FRIENDS

Claris

frank_c1

Awd

zerol

cubercsl

cxhscst2

Manchery

oldjang

lkmcfj

LEAVE A COMMENT

Your Message

发表评论前,请滑动滚动条解锁

b	
i	jxtxzzw
link	godweiyang
b-quote	godweiyang
del	zkx06111
ins	ZRAOOIII
img	billChen
ul	
ol	
li	
code	
more	
关闭标签	
crayon	
Your name *	
Your email *	
Total Cittuti	
Your webiste	
□在此浏览器中保存我的姓名、电子邮件和站点地址。	

发表评论

xiejiadong.com/?p=1183 3/4



Copyrights © 2020 all rights reserved by Jiadong Xie

沪ICP备19039963号

xiejiadong.com/?p=1183 4/4