[数学] [数论] [欧拉函数] [线性筛] [莫比乌斯函数]
[莫比乌斯反演]

【HDU4944】FSF'S GAME

2月 13, 2020

题意

求 $\sum_{i=1}^n\sum_{j=i}^n\sum_{d|i,j}\frac{ij}{gcd(\frac{i}{d},\frac{j}{d})}$ 。

分析

因为 $gcd(\frac{i}{d},\frac{j}{d})=\frac{gcd(i,j)}{d}$ 所以有

$\sum_{i=1}^n\sum_{j=i}^n\sum_{d|i,j}\frac{ij}{gcd(\frac{i}{d},\frac{j}{d})}$

$=\sum_{i=1}^n\sum_{j=i}^n\sum_{d|gcd(i,j)}\frac{ijd}{gcd(i,j)}$

显然 $\frac{ij}{gcd(i,j)}=lcm(i,j)$ ，于是

$\sum_{i=1}^n\sum_{j=i}^n\sum_{d|gcd(i,j)}\frac{ijd}{gcd(i,j)}$ 。

$=\sum_{i=1}^n\sum_{j=i}^n\sum_{d|gcd(i,j)}lcm(i,j)d$

$=\sum_{d=1}^n\sum_{i=1}^{\lfloor\frac{n}{d}\rfloor}\sum_{j=i}^{\lfloor\frac{n}{d}\rfloor}lcm(id,jd)d$

$=\sum_{d=1}^n d^2\sum_{i=1}^{\lfloor\frac{n}{d}\rfloor}\sum_{j=i}^{\lfloor\frac{n}{d}\rfloor}lcm(i,j)$

STATISTICS

在线用户: 1

累计访问: 93,052

TEAMS

NULL (2019)

One,Two,Three,AK (2018)

TEMPLATE

Template

CATEGORIES

Categories

选择分类目录

ARCHIVE

【SPOJ】LCM Sum

题意 求 \(\sum_{i=1}^n lcm(i,n)\) 。 分析 我们并不太会直接求 lcm ， 于是考虑 ... 继续阅读

Xiejiadong's Blog 0

解决了 $\sum_{i=1}^n lcm(i,n)$ 这个问题，我们不妨设式子的后半部分为 $f(\left\lfloor\frac{n}{d}\right\rfloor)=\sum_{i=1}^{\left\lfloor\frac{n}{d}\right\rfloor}\sum_{j=i}^{\left\lfloor\frac{n}{d}\right\rfloor} lcm(i,j)$ 。这部分其实就是在此基础上再前缀和，有了上一题，可以很容易解决。

于是现在就是求 $\sum_{d=1}^n d^2 f(\left\lfloor\frac{n}{d}\right\rfloor)$ ，显然 $\left\lfloor\frac{n}{d}\right\rfloor$ 取值是 $\sqrt{n}$ 级别的，可以数论分块，于是我们可以有 $O(nlogn+T\sqrt{n})$ 的做法。

Tle 了两发。过不去。只能考虑优化。

我们考虑枚举 d ，然后计算 d 的贡献。

假设当前 $\left\lfloor\frac{n}{d}\right\rfloor=i$ ，那么当前的 d 的贡献区间是 $[id,(i+1)d)$ ，且贡献为 $d^2f(i)$ 。

可以考虑在前后打上标记，然后前缀和预处理计算。

此时复杂度变成了 $O(\sum_{d=1}^n\left\lfloor\frac{n}{d}\right\rfloor)$ 大概近似于 $O(nlogn)$ 就可以过了。

```
Click To Expand Code
```

By Xiejiadong . No Comment

Archive

选择月份

SEARCH

Search ...

COMMENTS

QAQ发表在《圆方树学习笔记》

FRIENDS

Claris

frank_c1

Awd

zerol

cubercsl

cxhscst2

Manchery

oldjang

lkmcfj

XIEJIADONG Edit your profile or check this video to know more

jxtxzzw

godweiyang

zkx06111

billChen

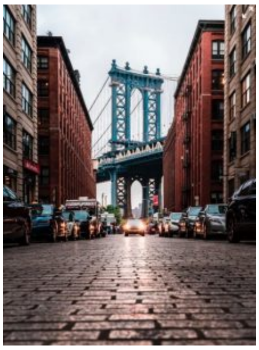
YOU MAY ALSO LIKE

"数论基础"课程学习笔记

3月 4, 2020

CODEFORCES ROUND #619

2月 15, 2020



【湖北省队互测】一个人的数论

2月 14, 2020

LEAVE A COMMENT

Your Message

发表评论前，请滑动滚动条解锁

b

i

link

b-quote

del

ins

img

ul

ol

li

code

more

关闭标签

crayon

Your name *

Your email *

Your webiste

在此浏览器中保存我的姓名、电子邮件和站点地址。

发表评论