



[数学] [数论] [线性筛] [莫比乌斯函数] [莫比乌斯反演]

【HAOI2011】PROBLEM B

2月 13, 2020

STATISTICS

在线用户: 1

累计访问: 93,050

题意

求 $\sum_{i=a}^b \sum_{j=c}^d [\gcd(i, j) = k]$ 。

分析

因为 $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m f(\gcd(i, j)) = \sum_{T=1}^n g(T) \left\lfloor \frac{n}{T} \right\rfloor \left\lfloor \frac{m}{T} \right\rfloor$ ，
其中 $g(T) = \sum_{d|T} f(d) \mu\left(\frac{T}{d}\right) = f * \mu$ 。

我们令 $f(k) = 1, f(x) = 0 (x \neq k)$ 并且假设 $n \leq m$ 。

$$\begin{aligned} \text{于是就有 } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m [\gcd(i, j) = k] &= \sum_{T=1, k|T}^n \mu\left(\frac{T}{k}\right) \left\lfloor \frac{n}{T} \right\rfloor \left\lfloor \frac{m}{T} \right\rfloor \\ &= \sum_{d=1}^{\left\lfloor \frac{n}{k} \right\rfloor} \mu(d) \left\lfloor \frac{n}{dk} \right\rfloor \left\lfloor \frac{m}{dk} \right\rfloor \end{aligned}$$

因为有多组询问，这样的时间复杂度仍然是不允许的。

我们可以考虑数论分块，所谓数论分块，无非是 $\left\lfloor \frac{n}{dk} \right\rfloor \left\lfloor \frac{m}{dk} \right\rfloor$
这部分的取值是 \sqrt{n} 级别的，所以我们可以考虑把相同的一

TEAMS

NULL (2019)

One,Two,Three,AK
(2018)

TEMPLATE

Template

CATEGORIES

起算。

C++

```
1 #include<bits/stdc++.h>
2 #define LL long long
3 using namespace std;
4
5 const LL p_max = 100010;
6 LL mu[p_max];
7 void get_mu() {
8     mu[1] = 1;
9     static bool vis[p_max];
10    static LL prime[p_max], p_sz, d;
11    for (int i=2;i<p_max;i++)
12    {
13        if (!vis[i]) {
14            prime[p_sz++] = i;
15            mu[i] = -1;
16        }
17        for (LL j = 0; j < p_sz && (d = i *
18            vis[d] = 1;
19            if (i % prime[j] == 0) {
20                mu[d] = 0;
21                break;
22            }
23            else mu[d] = -mu[i];
24        }
25    }
26 }
27
28 LL T,a,b,n,m,k,f[p_max];
29
30 LL calc(LL n,LL m)
31 {
32     if(n>m) swap(n,m);
33     LL ans=0;
34     for (LL i=1;i<=n/k;)
35     {
36         LL p=n/i/k,q=m/i/k;
37         p=min(n/k,n/p/k),q=min(n/k,m/q/k);
38         p=min(p,q);
39         ans+=(f[p]-f[i-1])*(n/i/k)*(m/i/k);
40         //cout<<"p,q="<<p<<" "<<q<<endl;
41         //cout<<i<<" "<<" "<<(f[p]-f[i-1])<<
42         i=p+1;
43     }
44     return ans;
45 }
46
47 void init()
48 {
49     f[0]=0;
50     for (int i=1;i<p_max;i++)
51         f[i]=f[i-1]+mu[i];
52 }
53
54 int main()
55 {
56     get_mu();init();
57     scanf("%lld",&T);
58     while(T--)
59     {
60         scanf("%lld%lld%lld%lld%lld",&a,&n,&
61         printf("%lld\n",calc(n,m)-calc(a-1,m
62     }
63     return 0;
64 }
```

Categories

选择分类目录

▼

ARCHIVE

Archive

选择月份

▼

SEARCH

Search ...

Q

COMMENTS

QAQ发表在《圆方树
学习笔记》

FRIENDS

Claris

frank_c1

Awd

zerol

By Xiejiadong . No Comment

f t g+ vk

XIEJIADONG

Edit your profile or check this video to know more

YOU MAY ALSO LIKE

“数论基础”课程学习
笔记

3月 4, 2020



CODEFORCES
ROUND #619

2月 15, 2020



【湖北省队互测】一
个人的数论

2月 14, 2020

cubercsl

cxhscst2

Manchery

oldjang

lkmcfj

jtxzzzw

godweiyang

zcx06111

billChen

LEAVE A COMMENT

Your Message

发表评论前，请滑动滚动条解锁

b
i
link
b-quote
del
ins
img

ul

ol

li

code

more

关闭标签

crayon

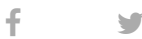
Your name *

Your email *

Your webiste

☐ 在此浏览器中保存我的姓名、电子邮件和站点地址。

发表评论



Copyrights © 2020 all rights reserved by Jiadong Xie

沪ICP备19039963号