# 图论

## dijkstra堆优化

```
1
    #include<iostream>
 2
    #include<cstdio>
    #include<queue>
   #include<cstring>
 5
    #include<algorithm>
    using namespace std;
 6
 7
    int n,m,s,g[10020],d[10020],vis[10020];
 8
    struct Edge{
 9
             int u,v,w,next;
10
    }e[500020];
11
    struct ds{
12
             int d,u;
13
            bool operator<(const ds &x)const{return d>x.d;}
14
    };
15
    void dij(int s){
16
            memset(vis,0,sizeof(vis));
17
             priority_queue<ds>q;
18
             for(int i=1;i<=n;i++) d[i]=500000000;
19
            d[s]=0;
20
            q.push((ds){0,s});
21
            while(!q.empty()){
22
                     ds x=q.top();q.pop();
23
                     int u=x.u;
24
                     if(vis[u]) continue;
25
                     vis[u]=1;
                     for(int i=g[u];i>0;i=e[i].next){
26
27
                              int v=e[i].v,w=e[i].w;
28
                              if(d[u]+w<d[v]){
29
                                      d[v]=d[u]+w;
30
                                      q.push((ds){d[v],v});
31
                              }
32
                     }
33
             }
34
35
36
37
    int main(){
38
             scanf("%d%d%d",&n,&m,&s);
39
             int x,y,z;
             for(int i=1;i<=m;i++){</pre>
40
                     scanf("%d%d%d",&x,&y,&z);
41
42
                     e[i]=(Edge)\{x,y,z,g[x]\};g[x]=i;
43
             }
44
             dij(s);
45
             for(int i=1;i<=n;i++){
46
                     if(d[i]!=500000000) printf("%d ",d[i]);
47
                     else{
```

# 最小生成树

```
1
    #include<iostream>
 2
    #include<cstdio>
 3
    #include<algorithm>
    using namespace std;
 4
 5
    int n,m;
 6
    int f[5020];
 7
    struct Edge{
 8
             int u,v,w;
 9
    }e[200020];
10
    int cmp(Edge a, Edge b){
11
             return a.w<b.w;
12
13
    int find(int x){
14
             return f[x]==0?x:f[x]=find(f[x]);
15
16
    int main(){
17
             scanf("%d%d",&n,&m);
18
             int x,y,z;
19
             for(int i=1;i<=m;i++){</pre>
                     scanf("%d%d%d",&x,&y,&z);
20
21
                     e[i]=(Edge)\{x,y,z\};
22
             }
23
             sort(e+1,e+1+m,cmp);
24
             int cnt=0,sum=0;
25
             for(int i=1;i<=m;i++){</pre>
26
                      int x=find(e[i].u),y=find(e[i].v);
27
                      if(x!=y){
28
                              f[x]=y;
29
                              cnt++;
30
                              sum+=e[i].w;
31
                      }
                      if(cnt==n-1){
32
                              printf("%d\n",sum);
33
34
                              return 0;
35
                      }
36
37
             printf("orz\n");
38
             return 0;
39
```

#### **SPFA**

```
1
    #include<iostream>
 2
    #include<cstdio>
 3
    using namespace std;
 4
    #include<cstring>
 5
    #include<algorithm>
 6
    #include<cmath>
 7
    #include<queue>
 8
    int n,m,s,t;
 9
    const int MAXN=10020;
10
    const int MAXM=500020;
11
    struct Edge{
12
        int u,v,w,next;
13
    }e[MAXM];
14
    int g[MAXN];
15
    int inq[MAXN],d[MAXN];
16
    void spfa(int s){
17
        queue<int>q;
18
        q.push(s);
19
        inq[s]=1;
20
        memset(d,0x3f,sizeof(d));
21
        d[s]=0;
22
        while(!q.empty()){
             int uu=q.front();inq[uu]=0;
23
24
            q.pop();
25
            for(int i=g[uu];i>0;i=e[i].next){
                 int vv=e[i].v,ww=e[i].w;
26
27
                 if(d[uu]+ww<d[vv]){
28
                     d[vv]=d[uu]+ww;
29
                     if(!inq[vv]){
30
                         q.push(vv);
31
                         inq[vv]=1;
32
                     }
33
                 }
34
            }
35
36
        return;
37
38
    int main(){
39
        scanf("%d%d%d",&n,&m,&s);
40
        for(int i=1;i<=m;i++){
41
             int xx,yy,ww;
42
             scanf("%d%d%d",&xx,&yy,&ww);
43
            e[i]=(Edge)\{xx,yy,ww,g[xx]\};g[xx]=i;
44
        }
45
        spfa(s);
        for(int i=1;i<=n;i++){
46
47
             if(d[i]>100000000) printf("2147483647 ");
48
             else{
                 printf("%d ",d[i]);
49
50
             }
51
        }
52
        return 0;
53
    }
```

## LCA最近公共祖先(倍增)

```
1
   //C++代码实现:
 2
   /*输入
 3
  12 5
 4
   1
 5 1
 6
  1
 7
   2
 8
    2
 9
   5
   5
10
11
   6
12
13
   10
14
  10
15 | 3 11
16 7 12
17
   4 8
   9 12
18
19 8 10
20 输出
21 1
22 2
23 1
24
  6
25
   */
26
27 | #include<iostream>
28
   #include<stdio.h>
29 | #include<memory.h>
30 using namespace std;
31 #define max_size 1010
  int d[max_size],p[max_size][10];
32
33 int head[max_size];
34 int cnt;
35
   struct Edge{
36
       int v;
37
       int pre;
38 | }eg[max_size];
39
   //建树的函数
40
   void add(int x,int y){
41
       eg[cnt].v=y;//儿子
       eg[cnt].pre=head[x];//head记录x连接的边在临界表中的编号.....
42
43
       head[x]=cnt++;
44
   //dfs()初始整颗树,算出d[1-n],p[1-n][j];
45
   void dfs(int k){
46
47
       if (head[k]==0) return;
48
       int m,x,i,j;
49
       for(i=head[k];i!=0;i=eg[i].pre){
50
           x=eg[i].v;//找儿砸
           p[x][0]=k;//记录x的爸爸(祖先)
51
52
           m=k;
```

```
d[x]=d[k]+1;//记录深度
53
            for(j=0;p[m][j]!=0;j++){
54
                p[x][j+1]=p[m][j];//利用公式p[x][j]=p[p[x][j-1]][j-1],这里的m就是p[x][j-
55
                m=p[m][j];//理解 2^3=2^2*2;
56
            }
57
        dfs(x);
58
        }
59
60
    int find_lca(int x,int y){
61
        int m,k;
62
        if(x==y) return x;
63
        if(d[x]<d[y]){m=x;x=y;y=m;}//使x的深度>y
64
        m=d[x]-d[y];
65
        k=0;
66
        while(m){/*将x的深度调到和y的深度一样*///倍增法 k记录2^k次方
67
            if(m&1) x=p[x][k];
68
            m>>=1;//m=m>>1;
69
            k++;
70
        }
71
        if(x==y)return x;
72
        k=0;/*向上调节,找最近公共祖先,算法的核心,相当于一个二分查找。*/
73
        while(x!=y){
74
            if (p[x][k]!=p[y][k]||p[x][k]==p[y][k]&&k==0){
75
                    /*如果p[x][k]还不相等,说明节点p[x][k]还在所求点的下面,
76
                    所以继续向上调节;如果相等了,并且就是他们父节点,则那个节点一定就是所求点
77
                    */
78
                x=p[x][k];
79
                y=p[y][k];
80
                k++;
81
            }
82
            else k--;
83
                    /*如果p[x][k]=p[y][k],可以说明p[x][k]一定是x和y的共祖先,但不一定是最认
84
                    所以向下找看还有没有更近的公共祖先.*/
85
        }
86
        return x;
87
88
    int main(){
89
        int i,n,m,x,y;
90
        while(cin>>n>>m){
91
            memset(head,0,sizeof(head));
92
            memset(p,0,sizeof(p));
93
            memset(d,0,sizeof(d));
94
            cnt=1;
95
96
            for(i=2;i<=n;i++){
                scanf("%d",&x);
97
                add(x,i);
98
            }
99
            dfs(1);
100
            for(i=0;i<m;i++){
101
                scanf("%d%d",&x,&y);
102
                printf("%d\n",find_lca(x,y));
103
            }
104
        }
105
        return 0;
106
107
    }
```

#### 最大流

```
1
    #include<iostream>
 2
    #include<cstring>
 3
    #include<cstdio>
 4
    using namespace std;
 5
    const int N=20,M=1010,inf=2147483647;
 6
    struct edge
 7
 8
            int v,w,next;
 9
    };
10
    edge e[M*2];
11
    int h[N],n,m,x,y,z,top,T;
12
    bool vis[N];
13
    void add_edge(int xx,int yy,int zz)
14
15
            top++;
             e[top]=(edge){yy,zz,h[xx]};
16
17
            h[xx]=top;
18
            top++;
19
            e[top]=(edge){xx,0,h[yy]};
20
            h[yy]=top;
21
            return ;
22
23
    int dfs(int now,int f)
24
25
             if(now==n) return f;
26
             vis[now]=true;
             for(int i=h[now];i>0;i=e[i].next)
27
28
                     if(!vis[e[i].v] && e[i].w>0)
29
                     {
                              int d=dfs(e[i].v,min(f,e[i].w));
30
                              if(d>0)
31
32
                              {
33
                                      e[i].w-=d;
34
                                      e[((i-1)^1)+1].w+=d;
35
                                      return d;
36
                              }
37
                     }
38
            return 0;
39
40
    int max_flow()
41
             int flow,f;
42
43
             flow=0;
44
             for(;;)
45
             {
                     memset(vis,false,sizeof(vis));
46
47
                     f=dfs(1,inf);
48
                     if(f==0) return flow;
49
                     flow+=f;
```

```
50
             }
51
             return 0;
52
53
    int main()
54
             scanf("%d",&T);
55
56
             for(int k=1;k<=T;k++)
57
             {
58
                      memset(h,0,sizeof(h));
59
                      top=0;
                      scanf("%d%d",&n,&m);
60
                      for(int i=1;i<=m;i++)</pre>
61
62
                      {
63
                               scanf("%d%d%d",&x,&y,&z);
64
                               add_edge(x,y,z);
65
                      }
                      printf("Case %d: %d\n",k,max_flow());
66
67
             }
68
             return 0;
69
```

## dinic当前弧优化

```
1
     #include<iostream>
 2
    #include<algorithm>
   #include<cstring>
 3
 4
   #include<cstdio>
 5
   #include<cstdlib>
 6
   #include<cmath>
 7
    #include<map>
   #include<vector>
 9
    #include<queue>
10
   #include<set>
11
    #define inf 2147483647
12
    using namespace std;
13
   typedef pair<int,int> pii;
14
    const int N=210, M=210;
15
    struct edge
16
17
            int v,w,next;
18
    };
19
    edge e[M*2];
    int n,m,x,y,z,h[N],cur[N],dep[N],top,st,ed,num;//num为节点数
20
21
    void add_edge(int xx,int yy,int zz)
22
23
            top++;
24
            e[top]=(edge){yy,zz,h[xx]};
25
            h[xx]=top;
26
            top++;
27
            e[top]=(edge){xx,0,h[yy]};
28
            h[yy]=top;
29
            return ;
30
    }
```

```
bool bfs()
31
32
33
             int head;
34
             queue<int> q;
35
             memset(dep,0,sizeof(dep));
36
             q.push(st);
37
             dep[st]=1;
             while(!q.empty())
38
39
40
                     head=q.front();
41
                     q.pop();
42
                     if(head==ed)
43
                              return true;
44
                     for(int i=h[head];i>0;i=e[i].next)
45
                              if(dep[e[i].v]==0 \&\& e[i].w>0)
46
                              {
47
                                       q.push(e[i].v);
48
                                       dep[e[i].v]=dep[head]+1;
49
                              }
50
51
             return false;
52
53
    int dfs(int now,int f)
54
55
             if(now==ed)
56
                     return f;
             int ff=0,temp;
57
58
             for(int &i=cur[now];i>0;i=e[i].next)//?
59
             {
60
                     if(e[i].w>0 \&\& dep[e[i].v]==dep[now]+1)
61
62
                              temp=dfs(e[i].v,min(e[i].w,f-ff));
63
                              e[i].w-=temp;
64
                              e[((i-1)^1)+1].w+=temp;
65
                              ff+=temp;
                              if(f==ff) return f;
66
                     }
67
68
             }
69
             return ff;
70
71
    int max_flow()
72
73
             int flow=0,ff;
74
             while(bfs()){
75
                     for(int i=1;i<=num;i++)</pre>
76
                              cur[i]=h[i];
77
                     ff=dfs(st,inf);
78
                     if(ff==0)
79
                              break;
                     flow+=ff;
80
81
             }
82
             return flow;
83
84
    int main()
85
    {
```

```
86
             memset(h,0,sizeof(h));
87
             top=0;
88
             scanf("%d%d",&m,&n);
89
             num=n;
90
             for(int i=1;i<=m;i++)</pre>
91
             {
92
                      scanf("%d%d%d",&x,&y,&z);
93
                      add_edge(x,y,z);
94
95
             printf("%d\n",max_flow());
96
             return 0;
97
    }
```

#### 匈牙利算法

```
1
    #include<iostream>
 2
    #include<cstring>
 3
    #include<cstdio>
 4
    using namespace std;
 5
    int edge[1010*2][1010*2],pei[1010*2];
 6
    bool vis[1010*2];
 7
    int n,m,ans,x,y,z;
 8
    bool findz(int x)
 9
10
            int i;
             for (i=n+1;i<=m+n;i++)
11
                     if(edge[x][i] && !vis[i])
12
13
14
                              vis[i]=true;
                              if(!pei[i] || findz(pei[i]))
15
16
                              {
17
                                      pei[i]=x;
18
                                      return true;
19
                              }
20
                     }
21
            return false;
22
23
    void Hungary()
24
25
             ans=0;
             memset(pei,0,sizeof(pei));
26
27
             for (int i=1;i<=n;i++)
28
             {
29
                     memset(vis,0,sizeof(vis));
30
                     if (findz(i))
31
                              ans++;
32
33
             return;
34
    int main()
35
36
37
             freopen("testdata.in","r",stdin);
    //
38
             cin>>n>>m>>z;
```

```
memset(edge,0,sizeof(edge));
39
40
             for (int i=1;i<=z;i++)</pre>
41
             {
42
                      cin>>x>>y;
43
                      if(x>n||y>m)
44
                              continue;
                     edge[x][y+n]=1;
45
46
                     edge[y+n][x]=1;
47
48
             }
             Hungary();
49
50
             cout<<ans<<endl;</pre>
51
             return 0;
52
    }
```