Guía 2 - Ecuaciones no lineales

1) Las siguientes ecuaciones tienen todas una solución en el intervalo (0, 1.6).

$$\text{I) } x \cos(x) = \ln(x), \quad \text{II) } 2x - e^{-x} = 0, \quad \text{III) } e^{-2x} = 1 - x.$$

Definir funciones adecuadas y verificar que se cumplen las hipótesis del método de bisección en dicho intervalo, en todos los casos.

Hallar las raíces con un error absoluto menor que 0.01 utilizando el método de bisección. ¿Se puede estimar previamente cuántas iteraciones usará? Expresar las soluciones bien redondeadas.

2) a) Programar el método de bisección suponiendo que la cota para el error absoluto de truncamiento requerida es un dato.

b) Hallar las raíces de las ecuaciones del punto 1) con un error absoluto menor a $0.1 * 10^{-8}$ y expresarlas bien redondeadas (usar el programa que realizó).

3) a) Estimar cuantas iteraciones se necesitan para encontrar la solución por el método del punto fijo para encontrar la raíz de la función

$$f(x) = x^2/4 - \text{sen}(x) \text{ en el intervalo } I = [1.5; 2]$$

con seis cantidad de decimales correctos realizando una sola iteración.

b) Programar el método del punto fijo para resolver el punto anterior y compare con las estimaciones que realizó en el punto anterior.

4) La ecuación exp(x/4)= x tiene dos raíces reales.

Verificar que sólo puede asegurar que una de ellas puede obtenerse, con el método de punto fijo, en la forma:

$$x_{k+1} = \exp(x_k/4).$$

Explicar por qué no puede garantizarse la obtención de la otra raíz de esta manera.

5) Considerar la ecuación $x^3 - x - 0{,}9 = 0$ en el intervalo [1,2]

a) Demostrar que f tiene al menos una raíz en [1,2].

b) La ecuación anterior se puede escribir de las siguientes dos formas:

$$x = x^3 - 0.9 \quad \text{y} \quad x = \sqrt[3]{x + 0.9}$$

Decidir: ¿Cuál de las dos ecuaciones conviene utilizar para aplicar el método de las aproximaciones sucesivas? Explicar por qué.

c) Aplicar aproximaciones sucesivas tomando como punto de partida $x_o = 1{,}4$ usando el algoritmo que eligió en el punto anterior; y calcular la solución con tres dígitos significativos (considere despreciable los errores propagados). [Si programa el método, calcularla con 6 dígitos significativos]

6) Decidir si puede asegurarse la convergencia del método de punto fijo para resolver la ecuación f(x)= x , en los intervalos dados, siendo:

$$f(x) = x^2 - (\text{sen}(x+0.15))/20 \quad \text{en } [-0{,}5; 0] \text{ y en } [1; 3]$$

Guía 2 - Ecuaciones no lineales

7) Programar el método de Newton-Raphson para encontrar la raíz real de la siguiente ecuación:

$$x^3 = x + 4$$

con una 8 decimales significativos, Expresar el resultado bien redondeado.

8) Determinar la raíz no nula de la ecuación:

$$x = 1 - e^{-a x}$$

a) Utilizando el método de Newton-Raphson con una precisión de 6 cifras significativas. Considere a=2.1 (valor exacto)

b) Utilizando el valor obtenido en el punto anterior y considerando que a = 2.10 está bien redondeado, expresar la raíz de la ecuación bien redondeada.

9) Obtener la raíz cúbica de un número ***c*** utilizando el método de Newton-Raphson.

Haciendo todas las consideraciones necesarias determinar el valor de partida para un ***c*** cualquiera.

10) Determinar las raíces de las siguientes ecuaciones con un error absoluto de truncamiento menor o igual que $0.5\ 10^{-5}$ utilizando el método de la secante:

a) $2x = e^{-x}$ b) $\tan(x) + \cos(x) = 0$

11) Indicar en qué casos conviene utilizar el método de la secante en lugar del de Newton-Raphson para evaluar la raíz de una función.

12) Representar gráficamente un caso en el que al buscar la raíz de una función F(x) mediante el método de Newton-Raphson el proceso iterativo oscile entre dos valores sin converger nunca.

13) Representar gráficamente un caso en el que al buscar la raíz de una función F(x) mediante el método de bisección converge más rápidamente que el método de Regula Falsi.

14) Determinar la raíz no nula de la ecuación:

$$x + e^{-a x^2} - 1 = 0 \quad \text{donde } x < 0.5$$

a) Utilizando el método de Newton-Raphson para obtener la raíz con una precisión de 6 cifras significativas; considere a=4 (valor exacto).

b) Utilizando el valor obtenido en el punto anterior y considerando que a = 4.00 esta bien redondeado, exprese la raíz de la ecuación bien redondeada.

Guía 2 - Ecuaciones no lineales

15) Se desea estimar el valor de la resistencia superficial de un semiconductor y se dispone de la siguiente expresión

$$\exp\left(\frac{-\pi R_A}{R_s}\right)+\exp\left(\frac{-\pi R_B}{R_s}\right)=1$$

donde R_A= 101.4 K Ω y R_B=102.3 K Ω y Rs es la resistencia superficial.

a) Estime el valor de la resistencia superficial con un decimal significativo, considerando que R_A y R_B no tienen errores inherentes. Utilice un método de Newton-Raphson.

b) Repite el punto anterior pero considere que R_A y R_B están bien redondeados.