

Matemáticas 5 Preparatoria Abierta

Módulo 1

Glosario

Inclinación de una recta: Ángulo que forma una recta medido desde el eje X en sentido contrario a como giran las manecillas de un reloj.

Pendiente de una recta: Tangente trigonométrica de su inclinación.

Rectas paralelas: Rectas que tienen igual pendiente.

Rectas perpendiculares: Rectas con pendientes recíprocas y de signo contrario.

Ángulo entre dos rectas: El ángulo formado entre dos rectas que se intersectan en un punto.

Punto medio de un segmento: Es el punto que equidista de los dos extremos del segmento.

Lugar geométrico: Conjunto de puntos cuyas coordenadas satisfacen ciertas condiciones.

Ecuación de un lugar geométrico: Cualquier ecuación que es satisfecha por todos los puntos del lugar geométrico y solamente por ellos.

Gráfica de un lugar geométrico: Es la representación geométrica del conjunto de puntos que forman el lugar geométrico.

Línea recta: Es el lugar geométrico de los puntos tales que tomados dos puntos diferentes cualesquiera del lugar, el valor de la pendiente m resulta siempre constante.

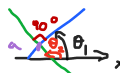
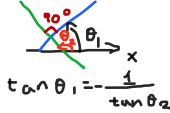
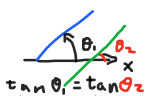
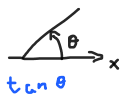
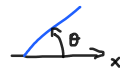
Ecuación punto pendiente: Toda ecuación de la línea recta de la forma

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Ecuación dos puntos: Toda ecuación de la línea recta de la forma

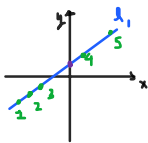
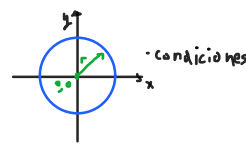
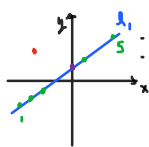
$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

20

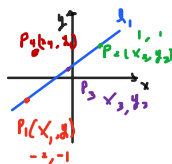


Recta
 $y = mx + b$

Círculo
 $x^2 + y^2 = r^2$



$$m_1 = m_2 = \dots = m_n$$



$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y - (-1)}{x - (-2)} = \frac{1 - (-1)}{1 - (-2)}$$

$$\frac{y + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{y + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{y + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{y + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{y + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{y + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{y + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{y + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{y + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{y + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{y + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{y + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{y + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{y + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{y + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{y + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{y + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{y + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Ecuación simétrica: Toda ecuación de la línea recta de la forma

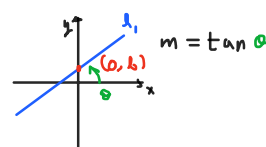
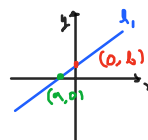
$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

Ecuación pendiente-ordenada al origen: Toda ecuación de la línea recta de la forma

$$y = mx + b$$

Ecuación general de la recta: Toda ecuación de la línea recta de la forma

$$Ax + By + C = 0$$



$$y = mx + b$$

$$mx + b - y = 0$$

$$mx - y + b = 0$$

$$Ax + By + C = 0$$

OBJETIVOS ESPECIFICOS

Al terminar de estudiar este módulo, el alumno:

1. Calculará la pendiente de una recta que pasa por dos puntos dados.
2. Determinará el ángulo de inclinación de una recta que pasa por dos puntos dados.
3. Encontrará las pendientes de los lados de una figura geométrica plana de vértices conocidos.

ESQUEMA-RESUMEN

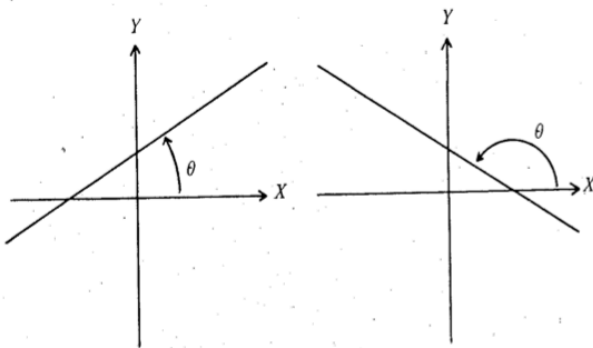
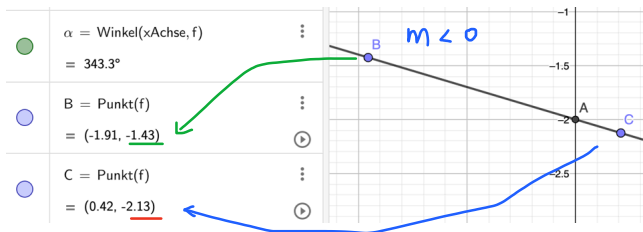
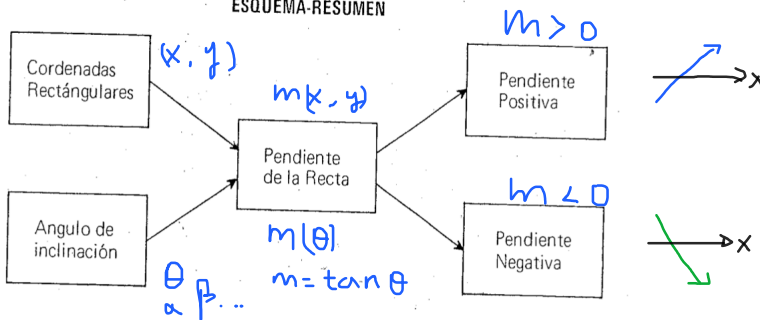


Figura 1

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

Fórmula para la obtención de la pendiente.

$$\tan \theta = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = m$$

REACTIVOS DE AUTOEVALUACION

En los siguientes problemas encuentre el valor de la pendiente (m) y la inclinación (θ) de la recta que pasa por los pares de puntos que se dan. Para

la inclinación θ use la tabla I del libro "Matemática Unidades XIII-XVI"

1. $(3, 2), (5, 8)$
2. $(3, 6), (6, 2)$
3. $(-4, 1), (-1, 5)$
4. $(-6, 9), (0, 7)$
5. $(-7, 0), (0, -5)$

6. $(-5, -4), (4, -3)$
7. $(-6, 0), (0, -6)$
8. $(1, -5), (-1, -5)$
9. $(2, 5), (2, -5)$
10. $(0, 8), (-8, 0)$

6.- Sol :

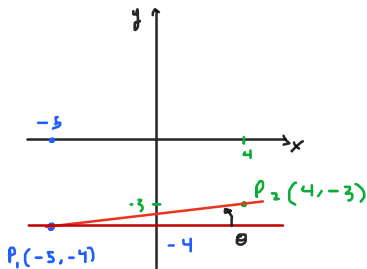
1.- Objetivos y datos

$$m = ?$$

$$\theta = ?$$

$(-5, -4)$ y $(4, -3)$

2.- Esquema



3.- Definiciones

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\tan \theta = m$$

4.- Aplicamos definiciones:

$$P_1 = (-5, -4) = (x_1, y_1)$$

$$P_2 = (4, -3) = (x_2, y_2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - (-4)}{4 - (-5)} = \frac{1}{9}$$

$$\tan \theta = m = \frac{1}{9} = 0.1111$$

Por tablas

$$\theta (\frac{1}{9}) =$$

$$9 \overline{) 1.111}$$

Grados	Radianes	Sen	Tg
6° 00'	.1047	.1045	.1051
10'	.1076	.1074	.1080
6° 20'	.1105	.1103	.1110
30'	.1134	.1132	.1139
40'	.1164	.1161	.1169
50'	.1193	.1190	.1198



$$\begin{aligned} 1^\circ &= 60' \\ 0.340 &= x' \\ x &= 20.4' \\ 1' &= 60'' \end{aligned}$$

$1 \text{ hora} = 60 \text{ min}$
 $1 \text{ min} = 60 \text{ seg}$
 $0.4' = 24''$
 $x_2 = 24''$
 $6^\circ 20' 24''$

$\theta \approx 6^\circ 20'$

1.- Sol:

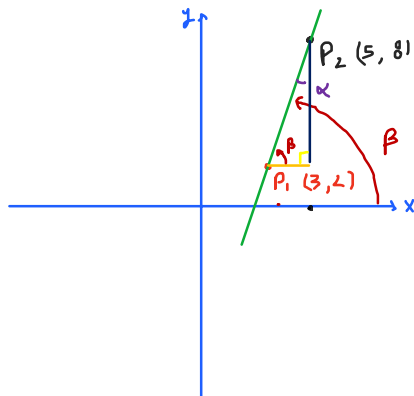
1.- Objetivos y datos

$m = ?$

$\theta = ?$

(3,2) y (5,8)

2.- Gráfica o esquema



$d_1 = 8 - 2 = 6$
 $d_2 = 5 - 3 = 2$

$\tan \beta = 3$

$\beta > 45^\circ$
 $\alpha < 45^\circ$

$\beta + \alpha + 90^\circ = 180^\circ$

$\beta = 90^\circ - \alpha$

$\tan \alpha = \frac{d_2}{d_1} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0.3333$

3.- Definiciones

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$\tan \beta = m$

4.- Aplicación de las definiciones y sustitución:

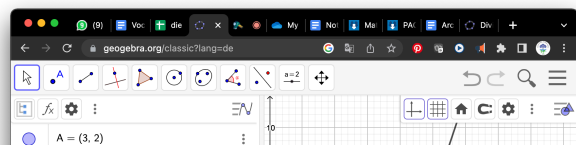
$P_1(3, 2)$
 $P_2(5, 8)$
 $m = \frac{8 - 2}{5 - 3} = \frac{6}{2} = 3$

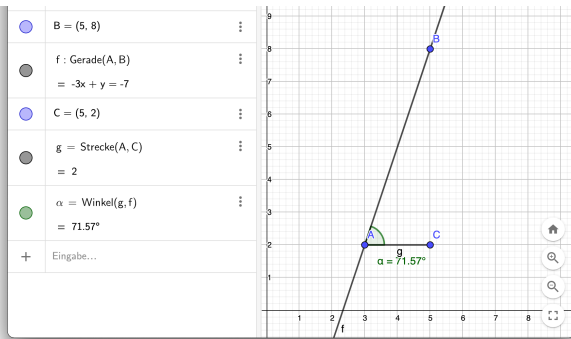
$\tan \beta = 3$

Grados	Radianes	Sen	Tg
18° 00'	.3142	.3090	.3249
10'	.3171	.3118	.3281
18° 20'	.3200	.3145	.3314
30'	.3229	.3173	.3346
40'	.3258	.3201	.3378
50'	.3287	.3228	.3411

$\alpha = 18^\circ 20'$

$\beta = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 18^\circ 20' = 71^\circ 40'$





Puesto que la pendiente es negativa, la inclinación de la recta es mayor de 90°, luego,

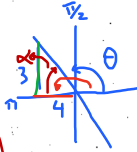
$$\text{si } \tan \theta = -\frac{3}{4} \Rightarrow \theta = \arctan\left(-\frac{3}{4}\right)$$

$$\theta = 180^\circ - \arctan\left(\frac{3}{4}\right)$$

Tablas

$$\theta = 180^\circ - 36^\circ 52'$$

$$\theta = 143^\circ 8'$$



$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{-3}{4} = -\frac{3}{4}$$

$$\sqrt{a^2} = a$$

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

Si Tangente de Theta es igual con menos 3/4

Entonces

Theta es igual con arcotangente de -3/4

Funciones inversas

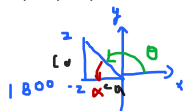
$$\tan \theta = -\frac{3}{4}$$

$$\arctan(\tan \theta) = \arctan\left(-\frac{3}{4}\right)$$

$$\theta = \arctan\left(-\frac{3}{4}\right)$$

El ejercicio anterior requiere de tablas forzosamente.

Solo podemos conocer el valor de una función si sus ángulos son comunes como 30, 60, 45, 90 etc.



$$\alpha = \arctan \frac{1}{2}$$

$$= \arctan 1$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\theta = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

Ángulos Comunes

$$\pm 30$$

$$\pm 45$$

$$\pm 60$$

$$\pm 90$$

