



Московский Физико-Технический Институт
(национальный исследовательский университет)

Отчет по эксперименту

Измерение удельного сопротивления нихромовой проволоки

Работа №1.1.1; дата: 20.09.21

Семестр: 1

Выполнил:
Кошелев Александр

Группа:
Б05-105

1. Аннотация

В работе измеряется удельное сопротивление тонкой проволоки круглого сечения, изготовленной из нихромового сплава. Используются следующие методы измерения сопротивления:

- 1) Определение углового коэффициента наклона зависимости напряжения на проволоке от тока через неё, измеряемых с помощью аналоговых и цифровых вольтметров и амперметров.
- 2) Измерение с помощью моста постоянного тока.

Геометрические размеры образца измеряются с помощью линейки, штангенциркуля и микрометра. Детально исследуются систематические и случайные погрешности проводимых измерений.

2. Теоретические сведения

Пусть R — сопротивление проволоки, d — диаметр, l — длина, тогда удельное сопротивление ее материала ρ может быть найдено как:

$$\rho = R \frac{\pi d^2}{4l} \quad (1)$$

В соответствии с законом Ома сила тока I и напряжение U в образце связаны через сопротивление R образца как:

$$U = IR \quad (2)$$

Для измерения напряжения и силы тока использовалась схема, представленная на рис. 1.

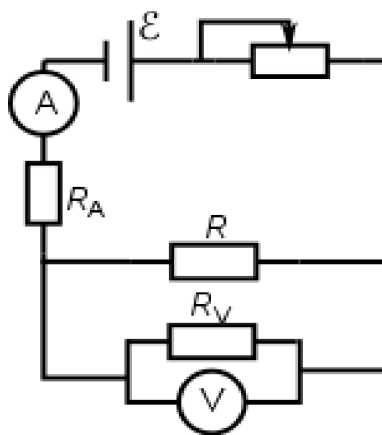


Рис. 1: Схема экспериментальной установки

Поскольку использованный в работе вольтметр неидеальный, необходимо учесть его внутреннее сопротивление. Обозначим его R_V , показания вольтметра U_V , а показания амперметра — I_A . С помощью закона Ома их можно связать соотношением

$$U_V = I_A R' \quad (3)$$

где R' — сопротивление параллельно соединенных вольтметра и образца, которое может быть найдено по формуле

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_V} \quad (4)$$

Принимая во внимание, что $R_V \gg R, R'$, в соответствии с формулой (3) график $U_V(I_A)$ — прямая с коэффициентом наклона R' , откуда можно найти сопротивление как:

$$R = \frac{R_V R'}{R_V - R'} \approx R' \left(1 + \frac{R'}{R_V} \right) \quad (5)$$

3. Оборудование и инструментальные погрешности

Линейка

$\Delta_{\text{лин}} = \pm 0.5 \text{ мм}$ (из цены деления). При определении расстояния между контактами возможна дополнительная случайная погрешность, которую можно оценить как $\Delta_{\text{лин}} = \pm 2 \text{ мм}$.

Штангенциркуль

$\Delta_{\text{шц}} = \pm 0.05 \text{ мм}$ (по маркировке производителя).

Микрометр

$\Delta_{\text{мкм}} = \pm 0.01 \text{ мм}$ (по маркировке производителя).

Вольтметр

Система	Магнито-электрическая	
Класс точности	0.5	
Шкала	Линейная, 150 делений	
Предел измерений	0.75 В	1.5 В
Цена деления	5 мВ	10 мВ
Чувствительность	200 дел./В	150 дел./В
Внутреннее сопротивление	$R_V = 5 \text{ кОм}$	$R_V = 10 \text{ кОм}$
Погрешность при считывании со шкалы (0.5 шкалы деления)	$\pm 2.5 \text{ мВ}$	$\pm 5 \text{ мВ}$
Макс. погрешность согласно классу точности	$\pm 3.75 \text{ мВ (0.5\%)}$	$\pm 7.5 \text{ мВ (0.5\%)}$

Табл. 1: Характеристики вольтметра

Амперметр

Система	Цифровая
Предел измерений	2 А
Разрядность дисплея	5 ед.
Внутреннее сопротивление	$R_A = 1.4 \text{ Ом}$
Погрешность (при комнатной температуре, согласно паспорту)	$\Delta_A = \pm(0.002 \cdot X + 2k)$ где X — измеряемая величина, k — единица младшего разряда (0.01 мА)

Табл. 2: Характеристики амперметра

При измерениях в диапазоне от 20 мА до 300 мА погрешность амперметра составила соответственно от $\Delta_A = \pm 0.06 \text{ мА (0.3\%)}$ до $\Delta_A = \pm 0.6 \text{ мА (0.2\%)}$

В диапазоне измерения R от 1 до 10 Ом относительная поправка $\frac{R'}{R_V}$ к сопротивлению согласно ф-ле (5) составляет от 0.01% (при $R = 1 \text{ Ом}$ и $R_V = 10 \text{ кОм}$) до 0,2% (при $R = 10 \text{ Ом}$ и $R_V = 5 \text{ кОм}$). Следовательно, данная поправка заведомо меньше погрешности измерений (0.5% для вольтметра), поэтому примем далее, что неидеальность амперметра не оказывает влияния на измерение сопротивления:

$$R \approx R_V \quad (6)$$

Мост постоянного тока Р4833

Класс точности	0.1
Разрядность магазина сопротивлений	5 ед
Используемый диапазон измерений	$10^{-4} - 10 \text{ Ом}$
Погрешность в диапазоне	$\pm 0.010 \text{ Ом}$

Табл. 3: Характеристики моста

4. Измерения и обработка данных

4.1 Измерение диаметра проволоки

Измерения диаметра проволоки проводились на разных ее участках при помощи штангенциркуля и микрометра. При измерении диаметра штангенциркулем при $N = 10$ измерениях получены одинаковые значения $d = 0.35$ мм. При измерении микрометром показания не были одинаковыми, занесем их в таблицу:

i , номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d_i , мм	0.37	0.365	0.37	0.36	0.365	0.36	0.36	0.35	0.355	0.355

Табл. 4: Измерение диаметра проволоки микрометром

$$\text{Среднее значение диаметра: } \bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^N d_i}{N} = 0.361 \text{ мм}$$

$$\text{Стандартное отклонение: } \sigma_d = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\bar{d} - d_i)^2} \approx 0.0066 \text{ мм}$$

$$\text{Случайная погрешность среднего: } \sigma_{\bar{d}} = \frac{\sigma_d}{\sqrt{N}} \approx 0.0021 \text{ мм}$$

С учетом инструментальной погрешности $\Delta_{\text{мкм}} = 0.01$ мм погрешность измерения диаметра может быть вычислена как:

$$\sigma_{\bar{d}}^{\text{полн}} = \sqrt{\sigma_d^2 + \Delta_{\text{мкм}}^2} \approx 0.0102 \text{ мм}$$

Окончательные результаты измерения диаметра проволоки:

Штангенциркулем: $d = (0.35 \pm 0.05)$ мм

Микрометром: $d = (0.361 \pm 0.010)$ мм (при $\varepsilon_d = 3.1\%$)

4.2 Измерение сопротивления проволоки

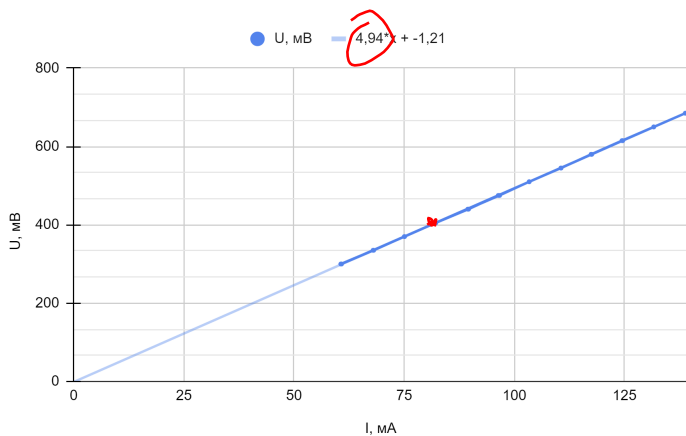
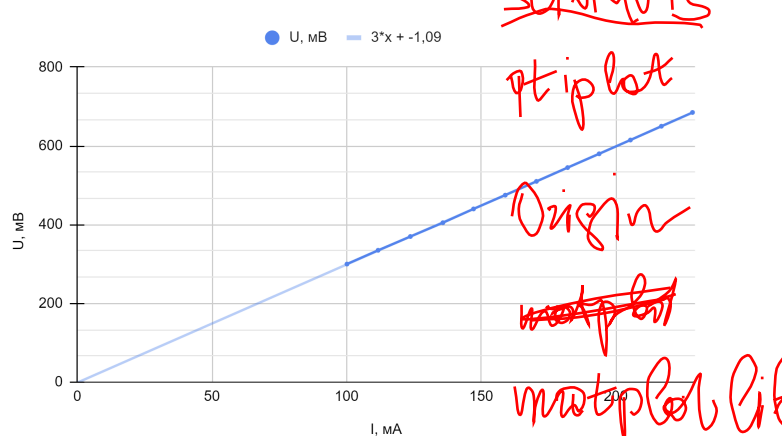
Результаты измерений зависимости показаний вольтметра U_V от показаний амперметра I_A запишем в таблицу 5 и построим по ним графики зависимости $U_V(I_A)$, пользуясь методом наименьших квадратов (Рис. 2, 3). Причем для $l = 50$ см измерения проведем с изменением полярности.

Получившиеся графики представляют из себя в пределах погрешности прямые, проходящие из начала координат, что подтверждает теоретический прогноз формулы (3).

$l = (50.0 \pm 0.2)$ см						
U_V , мВ	300	335	370	405	440	475
I_A , мА	60.61	67.93	75.10	82.16	89.61	96.34
I_A , мА	60.79	68.08	75.02	82.16	89.42	96.65
U_V , мВ	510	545	580	615	650	685
I_A , мА	103.36	110.61	117.40	124.42	131.63	138.80
I_A , мА	103.37	110.55	117.57	124.60	131.63	138.80
$l = (30.0 \pm 0.2)$ см						
U_V , мВ	300	335	370	405	440	475
I_A , мА	100.15	111.71	123.71	135.78	147.16	158.94
U_V , мВ	510	545	580	615	650	685
I_A , мА	170.52	182.10	193.81	205.43	216.93	228.48

Табл. 5: Зависимость U_V от I_A

Заметим, что при изменении полярности получаем зависимость напряжения от силы тока очень близкую к изначальной. Отклонения происходят только в нескольких точках из всего набора измерений.

Рис. 2: График $U_V(I_A)$, $l = (50.0 \pm 0.2)$ смРис. 3: График $U_V(I_A)$, $l = (30.0 \pm 0.2)$ см

Начнем оценивать погрешности. Случайную ошибку определения углового коэффициента рассчитаем по формуле, известной из статистики:

$$\sigma_R^{\text{сл}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left(\frac{U_{Vi}}{I_{Ai}} - \bar{R} \right)^2} \quad (7)$$

Также необходимо оценить и систематическую погрешность эксперимента. Это можно приблизительно оценить погрешностью при максимальных значениях U и I , поскольку погрешность приборов зависит от величины измеряемого значения и близка к постоянной.

$$\Delta_R^{\text{сист}} = R \sqrt{\left(\frac{\Delta_U}{U_{\max}} \right)^2 + \left(\frac{\Delta_I}{I_{\max}} \right)^2} \quad (8)$$

Таким образом, полная погрешность измерения углового коэффициента:

$$\sigma_R = \sqrt{(\sigma_R^{\text{сл}})^2 + (\Delta_R^{\text{сист}})^2} \quad (9)$$

Результат вместе с погрешностями внесем в единую табл. 6, добавив данные, полученные при помощи моста.

l , см	\bar{R} , Ом	$\sigma_R^{\text{сл}}$, Ом	$\Delta_R^{\text{сист}}$, Ом	σ_R , Ом	$R_{\text{мост}}$, Ом
50.0 ± 0.2	4.940	0.012	0.021	0.024	5.123 ± 0.010
30.0 ± 0.2	3.000	0.009	0.013	0.015	3.177 ± 0.010

Табл. 6: Результаты измерения сопротивления

Из данной таблицы видно, что величина случайной ошибки измерения сопротивления меньше систематической погрешности, которая вносит основной вклад в итоговую погрешность. Можно отметить, что результат измерений существенно отличается от контрольного значения, полученного при помощи измерительного моста.

4.3 Вычисление удельного сопротивления

Воспользуемся формулой (1) для вычисления удельного сопротивления материала проволоки. В качестве полного сопротивления используем значения \bar{R} , полученные в пункте 4.2. Также отметим, что в сравнении с погрешностью, вносимой измерением диаметра, остальные малы, поэтому ими можно пренебречь при получении конечного результата. Оформим таблицу.

n , номер опыта	ρ , 10^{-6} Ом \cdot м
1	1.011 ± 0.057
2	1.023 ± 0.058

Наконец, усредним полученные значения и получим результат эксперимента:

$$\bar{\rho} = (1.02 \pm 0.06) \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м} \ (\varepsilon_{\rho} = 6.7\%)$$

5. Итоги эксперимента

Итоговое значение удельного сопротивления определено с относительной погрешностью в 6.7%. Табличное значение удельного сопротивления нихрома лежит в диапазоне $\rho_{\text{табл}} = (0.97 - 1.14) \cdot 10^{-6}$ Ом \cdot м, что соответствует полученному значению $\rho = (1.02 \pm 0.06) \cdot 10^{-6}$ Ом \cdot м в пределах одного стандартного отклонения.

Отдельно обратим внимание на то, что измеренное значение сопротивления R не сошлось с результатом, полученным при помощи измерительного моста, являющегося более точным. Причиной этого считаю нестабильную работу моста и возможные неплотные контакты в измерительных схемах. Однако достигнута довольно высокая точность измерений (0.5%), основная часть погрешности при этом объясняется использованием аналогового вольтметра.

Точность измерения диаметра проволоки также высока за счет использования микрометра. При этом значение случайной ошибки оказалось меньше цены деления микрометра, поэтому уточнение результата с помощью увеличения количества измерений невозможно, как не проверить и однородность диаметра проволоки, что также значительно влияет на ее сопротивление.

Таким образом, для уточнения результата наилучший способ - использование цифрового вольтметра, что позволило бы убрать случайную ошибку при чтении шкалы, и улучшило бы общую точность измерений, так как класс точности цифровых вольтметров выше.