№3.

I. Для $\tau_{зар}$ найти $\tau_{секв}$.

$\tau_{секв} = \{ S \mid X \setminus S \in F_{секв} \}$.

Для $(\mathbb{R}; \tau_{зар})$: $F_{секв} = 2^{\mathbb{R}}$

↳ $\underline{\tau_{секв} = 2^{\mathbb{R}}}$.

II. Выполняется ли: $(\mathbb{R}; \tau_{секв})$ — хаусдорфово?

$\forall x; y$, $x \neq y$ $\exists U(x) = \{x\}$; $U(y) = \{y\}$: $U(x) \cap U(y) = \varnothing$.

↳ $\underline{(\mathbb{R}; \tau_{секв})\text{ хаусдорфово}}$ (по def).

III. Выполняется ли для $(\mathbb{R}; \tau_{секв})$ аксиомы счётности?

Заметим, что $|\tau_{секв}| = |2^{\mathbb{R}}| > \aleph_0$.

$\forall x \in \mathbb{R}$ соберём: $\{ \{x\}; U_2; \ldots \}$, где

$U_2; U_3 \ldots$ — произвольные окр-ти x.

Но тогда по def окр-ти:

$\forall U(x) \supset \{x\} \in \tau_{секв}$. А значит $\{ \{x\}; U_2; \ldots \}$ —

— локальная база (счётная по построению)

↳ Аксиомы счётности выполняется.