

用两种食材 A 和 B 混合制作一款营养品，其中每百元食材 A 含  $w_1$  单位钙和 1 单位蛋白质，每百元食材 B 含  $w_2$  单位钙和 1 单位蛋白质。现要求营养品中至少含 7 单位钙和 4 单位蛋白质。求费用最小的配置方案。

1. 试写出求解该问题的数学规划 (SP)，并对固定的  $w_1$  和  $w_2$  值，求最优解  $x^*$  和最优值  $w^*$ 。

在很多实际问题中，参数并不是确定的数值，而是满足特定分布的随机变量。目标函数或约束条件中带有随机变量的数学规划称为随机规划。

在以下各问题中，设  $w_1 \sim U[1,4], w_2 \sim U\left[\frac{1}{3}, 1\right], w = (w_1, w_2)$ 。

2. 将最优解  $x^*(w) = (x_1^*(w), x_2^*(w))$  和最优值  $v^*(w)$  视作随机变量，求  $x^*(w)$  和  $v^*(w)$  的分布函数，并求  $v^*(w)$  的期望。

3. 对给定的  $\alpha_1, \alpha_2 \in [0,1]$ ，记

$$S = \{(x_1, x_2) | P\{w_1 x_1 + x_2 \geq 7\} \geq \alpha_1, P\{w_2 x_1 + x_2 \geq 4\} \geq \alpha_2\}$$

求  $\min\{x_1 + x_2 | (x_1, x_2) \in S\}$ 。

4. 对给定的  $\alpha \in [0,1]$ ，记

$$S = \{(x_1, x_2) | P\{w_1 x_1 + x_2 \geq 7, w_2 x_1 + x_2 \geq 4\} \geq \alpha\}.$$

求  $\min\{x_1 + x_2 | (x_1, x_2) \in S\}$ 。

5. 设  $q_1, q_2 > 0$ ，求

$$\min_{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2} \{x_1 + x_2 + q_1 E((w_1 x_1 + x_2 - 7)^-) + q_2 E((w_2 x_1 + x_2 - 4)^-)\}.$$

这里  $z^- = \begin{cases} 0, & z \geq 0 \\ -z, & z < 0. \end{cases}$