

1 第十二次作业

问题 1. 考虑平面的子空间 $X = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$ 以及 X 的子集 $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1\}$, 将 A 中的点等同为一点: 即定义等价关系 $\sim: x \sim y$ 若 x, y 都属于 A 或者 $x = y$. 求证: X/\sim 同胚于 S^2 .

问题 2. 在 \mathbb{R}^2 上定义等价关系 $\sim: (x_1, y_1) \sim (x_2, y_2) \iff x_1^2 + y_1^2 = x_2^2 + y_2^2$. 描述拓扑空间 \mathbb{R}^2/\sim .

问题 3. 设 $p: X \rightarrow Y, f: Y \rightarrow X$ 均为连续映射, 且满足 $p \circ f = id_Y$. 求证 p 为商映射。

问题 4. 举例说明存在商映射 $p: X \rightarrow Y$, 以及相对于 p 的饱和子集 $A \subseteq X$ 使得 $p: A \rightarrow p(A)$ 不是商映射。