

1 第十三次作业

问题 1. 求证：曲面的连通分支是曲面。

问题 2. 设 X 为紧致 Hausdorff 空间, $f: X \rightarrow X$ 为连续的单射, 且对任意 $x \in X, f(x) \neq x$. 求证: 对任意 $x \in X$, 存在 x 的开邻域 W 满足 $W \cap f(W) = \emptyset$.

问题 3. 设 X 为紧致曲面, $f: X \rightarrow X$ 为连续的单射, 且对任意 $x \in X, f(x) \neq x$. 再假设 f 满足 $f \circ f = id$. 在 X 上定义等价关系 \sim 为 $x \sim y$ 当且仅当 $y = f(x)$ 或者 $x = y$. 求证: X/\sim 是紧致曲面。

问题 4 (选做). 记 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 < 1\}$, 赋予平面的子拓扑。在 D 内任取 $2n$ 个不同的点 $A_1, \dots, A_n; B_1, B_2, \dots, B_n$, 求证: 存在 D 的自同胚 (即 D 到 D 的同胚) 将 A_i 映成 $B_i (1 \leq i \leq n)$ 。