

1 第三次作业

问题 1. 如果复数 α 满足 $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0, a_i \in \mathbb{Q} (1 \leq i \leq n)$, 则称 α 是代数数。求证: 代数数的全体是可数集。

问题 2. X 是非空集合, 定义子集族

$$\mathcal{T} = \{U | X \setminus U \text{ 或者是无限集, 或者为空集, 或者为 } X\},$$

试问 \mathcal{T} 是 X 上的拓扑吗?

问题 3. 列举出两元集合上的全部拓扑。

问题 4. 证明 \mathbb{R} 的子集族 $\mathcal{T} = \{(a, b) | a, b \text{ 是有理数}\}$ 是标准拓扑的基。

问题 5. 求证: 实数上的下限拓扑比标准拓扑严格细 (即作为子集族真包含)。