

1 第五次作业

问题 1. 设 A 是拓扑空间 X 的子集, 记所有包含在 A 中的开集的并为 $\overset{\circ}{A}$, 这是包含在 A 中的最大开集。求证: $\overset{\circ}{A} = X \setminus \overline{X \setminus A}$ 以及 $\bar{A} = X \setminus (X \setminus \overset{\circ}{A})$.

问题 2. 1. 证明 $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cup \bar{B}$, 以及 $\bigcup_{\alpha \in J} \bar{A}_\alpha \subset \overline{\bigcup_{\alpha \in J} A_\alpha}$.

问题 3. 举例说明在 T_1 空间中序列的极限不唯一。

问题 4. 设 X 是 T_1 空间, A 是 X 的子集, 求证: A' 是闭集。

问题 5. 1. 给定实数 $a < b$, 确定 (a, b) 在 \mathbb{R}_l 中的闭包。

2. 证明 $\mathcal{C} = \{[a, b] | a, b \text{ 是有理数}\}$ 是实数集合上的拓扑基, 确定在由 \mathcal{C} 生成的拓扑中 $(0, \sqrt{2})$ 与 $(\sqrt{2}, 3)$ 的闭包。

3. 证明序拓扑中 $\overline{(a, b)} \subset [a, b]$, 等号何时成立?