1. 一种商品在一年中四个季度的单件价格分别为$p_i, i=1,2,3,4$，一家仓库可容纳C件商品。每件商品在仓库中每存放一个季度的存储费用为s。现仓库准备通过低价买进、高价售出的方式获取最大利润。试建立数学规划模型，确定仓库在每年初的存货量和每季度的买卖数量。若建立的数学规划为线性规划，试将其转化为标准型。

2. 设有线性规划

$$\begin{aligned} \min\quad & \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\ s.t.\quad & \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i, \quad i=1,\cdots,m \end{aligned}$$

试将其转化为含$n+1$个非负变量的等价线性规划。

3.（1）设有数学规划

$$\begin{aligned} \min\quad & \sum_{j=1}^{n} c_j \left|x_j\right| \\ s.t.\quad & \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i, \quad i=1,\cdots,m \end{aligned}$$

若存在某个$c_j<0$。构造一实例使得它有有限最优值，但用

$$x_j = x_j^+ - x_j^-,\ \left|x_j\right| = x_j^+ + x_j,\ x_j^+, x_j^- \geq 0$$

转化后的线性规划最优值无下界。

（2）若约束条件形如$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\left|x_j\right| = b_i$，是否可用上面的方法转化为线性规划，为什么？

4. （1）用 Fourier-Motzkin 消去法求解线性规划

$$\begin{aligned} \max\quad & x+y \\ s.t.\quad & 8x+3y \leq 24 \\ & 5x+7y \leq 35 \\ & -x+y \leq 4 \\ & y \geq -2 \end{aligned}$$

（2）将第三个约束的右端常数由4改为-7，说明修改后的线性规划无可行解。

5. （1）用 Fourier-Motzkin 消去法求解不等式组

$$\begin{cases} -x_1+2x_2+x_3 \leq 1 \\ x_1-x_2-x_3 \leq 0 \\ x_1-x_2-x_3 \leq -1 \\ -x_2 \leq 0 \end{cases}$$

并求$\pi_i \geq 0, i=1,\cdots,4$，使得以$\pi_i$为系数的不等式的线性组合为不含变量的平凡不等式。

（2）证明：若由 Fourier-Motzkin 消去法得到的平凡不等式为$0 \leq 0$，则将$\pi_i>0$对应的不等式改为等式，不等式组解集不变。若平凡不等式为$0 \leq d$，其中$d>0$，或将$\pi_i=0$对应的不等式改为等式，不等式组解集是否仍不变。