1. 用单纯形法求解以下线性规划

（1）
$$\begin{aligned} \max\ & 3x_1 + x_2 + 5x_3 + 4x_4 \\ s.t.\ & 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 8x_4 \le 50 \\ & 4x_1 + 6x_2 - 4x_3 - 4x_4 \le 40 \\ & 4x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 \le 20 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \ge 0 \end{aligned}$$
。

（2）
$$\begin{aligned} \min\ & 2x_1 - x_2 + x_3 + 5x_4 \\ s.t.\ & x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ & 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 2x_4 \le 5 \\ & x_1 + 2x_2 - 5x_3 + x_4 \ge 2 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \ge 0 \end{aligned}$$
。

（3）
$$\begin{aligned} \min\ & x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 \\ s.t.\ & 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 \le 10 \\ & -5x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 \le 20 \\ & 3x_1 - 4x_2 + 4x_3 - 2x_4 \le 30 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \ge 0 \end{aligned}$$
。

2. （1）用单纯形法求解线性规划
$$\begin{aligned} \max\ & 10x_1 + 10x_2 + 20x_3 + 30x_4 \\ s.t.\ & x_1 \qquad\quad + x_3 + x_4 = 1 \\ & \qquad\quad x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ & 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 7 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \ge 0 \end{aligned}$$

（2）将（1）中线性规划最后一个约束替换为$3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 7$，重新求解上述线性规划。

3. 已知用单纯形法求解一线性规划后所得单纯形表为
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & a_1 & b_1 \\ 0 & -2 & 1 & a_2 & b_2 \\ 0 & 1 & 0 & c_1 & 14 \end{pmatrix}$$
试给出出现下列情况时，参数应满足的条件。

（1）当前基本解为基本可行解；

（2）当前基本解为最优解；

（3）当前基本解为唯一最优解；

（4）线性规划目标值无界；

（5）在当前基本解为基本可行解时，为求得下一个基本可行解，选择的转轴元为a_1。

4. 用单纯形法求解目标函数为$\min \quad -2x_1-5x_2-8x_3$的线性规划过程中，出现以下单纯形表（变量$x_1,x_2,x_3$依次位于前三列）

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 1 & 20 \\ \lambda & 1 & a & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 6 \\ -2 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 8 \\ b & c & 2 & d & e & f & g \end{pmatrix}$$

其中λ为参数，a,b,c,d,e,f,g为缺失数字。

（1）写出当前基变量、非基变量及相应的基本可行解；

（2）试给出缺失数字值（必要时可用λ表示）；

（3）该线性规划是否可能最优解无界，是否可能有无穷多最优解？若可能分别说明λ需满足的条件。若不可能，试说明理由。当该线性规划有最优解时，λ满足何条件，当前单纯形表为最优解。

5. 设为求解某个线性规划所用单纯形表为

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 2 & 3 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 5 & -4 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 4 & 3 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & -2 & 2 & -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

（1）试求出该线性规划的最优解。

（2）若上述单纯形表实为漏抄了一列且表内部分数字抄错后所得，正确的单纯形表如下所示，漏抄或抄错的数字旁标*。试用较简便方法求出正确的最优解。

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 3 & 3* & 90* \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 2 & 3 & 4 & 2* & 155* \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 5 & -4 & 0 & 2 & 4* & 62* \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3 & 1 & 1 & 7* & 1* & 70* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 5 & 4 & 3 & -2 & 7* & 3* & 70* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & -2 & 2 & -1 & -2 & -2* & 0* \end{pmatrix}$$