Guía 2

1. Considere el espacio vectorial euclídeo $\mathbb{R}^5$ con el producto interno clásico ($\langle x, y\rangle = x^T y$), y un subespacio $U \subset \mathbb{R}^5$ dado por el conjunto generador:

$$U = gen\left\{\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 5 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix}\right\}, \quad x = \begin{bmatrix} -1 \\ -9 \\ -1 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

   Hallar la proyección ortogonal de x sobre U.

2. Sea $\mathbb{R}^3$ con producto interno dado por $\langle x, y\rangle = x^T A y$, $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$.

   a) Hallar la proyección ortogonal de $e_2 = [0, 1, 0]^T$ sobre el subespacio $S = gen\{[1, 0, 0]^T, [0, 0, 1]^T\}$.

   b) Hallar la distancia de e_2 a S.

3. Sea $A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$.

   a) Demostrar que A es definida positiva.

   b) Sea $V = \mathbb{R}^{2\times 1}$, con el producto interno $\langle X, Y\rangle = Y^T A X$. Hallar una base ortonormal de V aplicando el proceso de Gram-Schmidt a la base canónica de $\mathbb{R}^2$.

4. Supongamos que el precio de casas en Boston se obtiene a partir del siguiente modelo:

$$p = \alpha x_1 + \beta x_2 + \gamma x_3 + \delta x_4,$$

   donde p es el precio de la casa, x_1 es la cantidad de metros cuadrados, x_2 la cantidad de baños completos, x_3 la cantidad de medios baños y x_4 cantidad de habitaciones. Usando las columnas `'LotArea'`, `'FullBath'`, `'HalfBath'`, `'BedroomAbvGr'`, `'SalePrice'` de archivos `houseprices.csv` estimar los coeficientes $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ del modelo.