

Guía 4

1. Calcular el gradiente $\nabla f = \frac{df}{d\mathbf{x}}$, para $f(\mathbf{x}) = \text{tr}(\mathbf{x}\mathbf{x}^T + \sigma^2 I)$, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$
2. Dada $f = Ax$, $A \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$, $x \in \mathbb{R}^2$. Calcular $\frac{df}{dA}$, ¿qué dimensiones tiene?
3. Dado el campo escalar $f(x, y) = e^{-x^2-y^2}(1 - x^2 - y^2 - 2\alpha xy)$:
 - Mostrar que para el vector nulo: $f(0) = 1$; $\nabla f(0) = 0$;
 $H(0) = \begin{pmatrix} -4 - 2\alpha \\ -2\alpha - 4 \end{pmatrix}$
 - Diagonalice la matriz Hessiana y halle el polinomio de Taylor de f de grado 2 alrededor del vector nulo.
4. Dada $f(x) = (x^2 \cos(x))^2 + x^2 \cos(x)$, armar el grafo de cómputo y calcular la derivada de f respecto de x usando diferenciación automática.
5. Sea una red neuronal de dos capas, una de 3 neuronas y otra de 1 con los parámetros inicializados con los siguientes valores:

$$w^{(1)} = \begin{pmatrix} 0.1 & -0.5 \\ -0.3 & -0.9 \\ 0.8 & 0.02 \end{pmatrix}, b^{(1)} = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.5 \\ 0.8 \end{pmatrix}, w^{(2)} = (-0.4 \quad 0.2 \quad -0.5), b^{(2)} = 0.7$$

y donde cada capa calcula su salida vía

$$y^{(i)} = \sigma(w^{(i)} \cdot x^{(i)} + b^{(i)})$$

donde σ es la función sigmoidea.

Dada la observación $x = \begin{pmatrix} 1.8 \\ -3.4 \end{pmatrix}$, $y = 5$ y la función de costo $J(\theta) = \frac{1}{2}(\hat{y}_\theta - y)^2$, calcular las derivadas de J respecto de cada parámetro.