

Guía 2

1. Considere el espacio vectorial euclídeo \mathbb{R}^5 con el producto interno clásico ($\langle x, y \rangle = x^T y$), y un subespacio $U \subset \mathbb{R}^5$ dado por el conjunto generador:

$$U = \text{gen} \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 5 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix} \right\}, \quad x = \begin{bmatrix} -1 \\ -9 \\ -1 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Hallar la proyección ortogonal de x sobre U .

2. Sea \mathbb{R}^3 con producto interno dado por $\langle x, y \rangle = x^T A y$, $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$.

- a) Hallar la proyección ortogonal de $e_2 = [0, 1, 0]^T$ sobre el subespacio $S = \text{gen}\{[1, 0, 0]^T, [0, 0, 1]^T\}$.
- b) Hallar la distancia de e_2 a S .

3. Sea $A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$.

- a) Demostrar que A es definida positiva.
- b) Sea $V = \mathbb{R}^{2 \times 1}$, con el producto interno $\langle X, Y \rangle = Y^T A X$. Hallar una base ortonormal de V aplicando el proceso de Gram-Schmidt a la base canónica de \mathbb{R}^2 .

4. Se llama transformación afín a una transformación lineal seguida de un desplazamiento, es decir $y = Ax + b$ para un $x \in \mathbb{R}^n, y \in \mathbb{R}^m$. Demostrar que una composición de dos transformaciones afines (e.g., la aplicación de una después de la otra) puede reducirse a una sola. *Obs.:* Esto explica la necesidad de una función no lineal a la salida de todas las capas (salvo la última) en una red neuronal.

5. Supongamos que el precio de casas en Boston se obtiene a partir del siguiente modelo:

$$p = \alpha x_1 + \beta x_2 + \gamma x_3 + \delta x_4,$$

donde p es el precio de la casa, x_1 es la cantidad de metros cuadrados, x_2 la cantidad de baños completos, x_3 la cantidad de medios baños y x_4 cantidad de habitaciones. Usando las columnas 'LotArea', 'FullBath', 'HalfBath', 'BedroomAbvGr', 'SalePrice' de archivos `houseprices.csv` estimar los coeficientes $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ del modelo.