

## Guía 3

1. Calcular los autovalores y autovectores de las matrices

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -4 \\ 4 & 1 & -4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

¿Cuáles de ellas son diagonalizables?

2. Leonardo Fibonacci fue el primer matemático en estudiar la serie de números 1,1,2,3,5,8,... La secuencia de Fibonacci se puede expresar de forma recursiva como  $f_{k+1} = f_k + f_{k-1}$ ,  $f_0 = 1, f_1 = 1$ .

- (a) Sea  $x^{(k)} = [f_{k+1}, f_k]^T$ . Escribir la relación de las variables de forma matricial, es decir

$$x^{(k)} = Ax^{(k-1)}, \quad k = 1, 2, \dots, \quad x^{(0)} = [1, 1]^T$$

- (b) Calcular los autovalores y autovectores de  $A$ . ¿Es  $A$  diagonalizable?
- (c) Hallar una fórmula explícita para el  $k$ -ésimo elemento de la serie. Sugerencia: usar los resultados del ítem anterior.

3. Calcular la SVD de las siguientes matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$