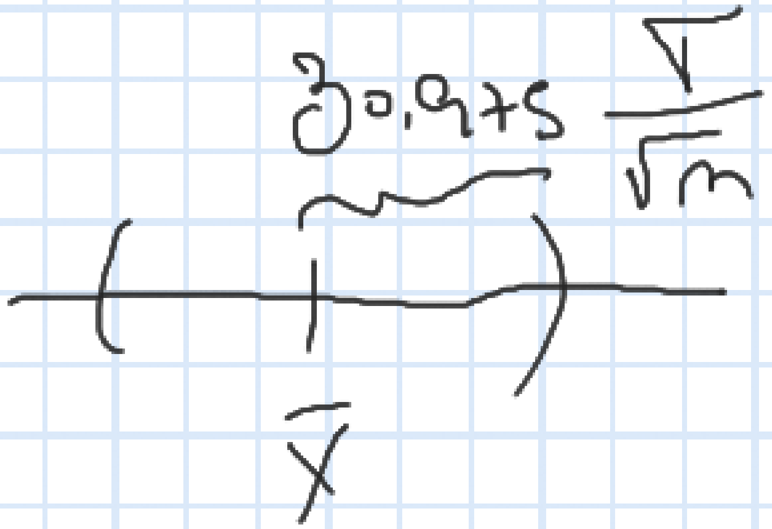
$2,35 \; ; \; 4,61$

$$\frac{4,61}{2} = \underbrace{-z_{0,025}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} + \bar{x}}$$



$$\frac{z_{0,\cancel{975}}\,\cancel{\frac{\sigma}{\sqrt{9}}}}{2} = z_{\cancel{0,975}}\,\cancel{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$2\sqrt{9} = \sqrt{n}$$

$\sum X_i$

$$F_X(x) = \left(1 - e^{-\lambda\left(\frac{x}{\lambda}\right)}\right)\mathbb{1}_{\{x>0\}} \Rightarrow \sum_{i=1}^{n}(\lambda X_i) \sim \Gamma(n,1)$$

$$\mathbb{P}(\lambda X \le x) \rightarrow \lambda X \sim \mathcal{E}(1)$$

Ej 6 Se arroja 50 veces una moneda con probabilidad p de salir cara. Hallar un intervalo de confianza asintótico de nivel 0.95 para p basado en la observación x=50.

$X = \begin{cases} 1 & \text{sale cara} \\ 0 & \text{sale ceca} \end{cases}$

$\underline{X} = (X_1, \ldots, X_{50})$

$X \sim Ber(p)$

$\hat{p} = \bar{X} = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} X_i$, $\sum_{i=1}^{50} X_i \sim Bin(50, p)$

TCL, $X_1 \ldots X_n$ v.a. iid

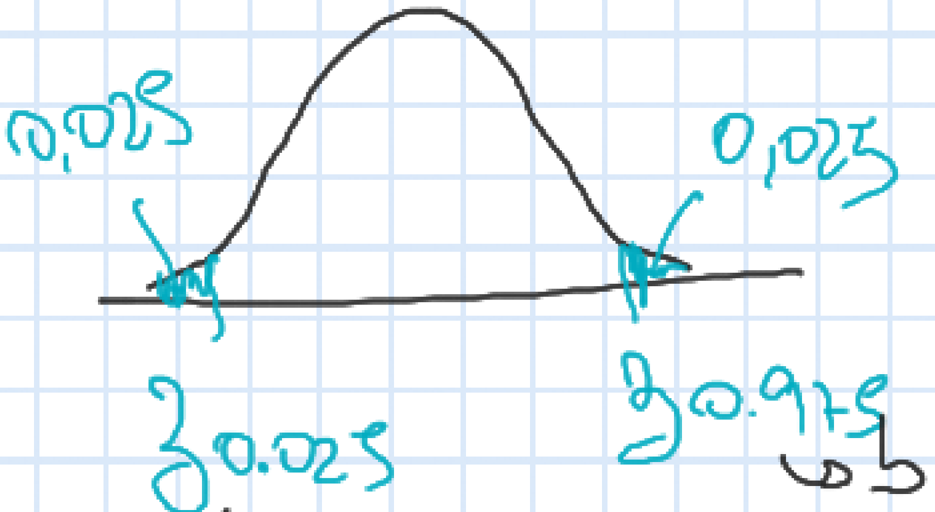
$\Rightarrow \frac{\bar{X} - E[\bar{X}]}{\sqrt{var(\bar{X})}} \overset{(a)}{\sim} N(0,1)$

$\sqrt{n} \frac{\bar{X} - E[X]}{\sqrt{var(X)}} \overset{(a)}{\sim} N(0,1)$

$U = \sqrt{50} \frac{\bar{X} - p}{\sqrt{p(1-p)}} \overset{(a)}{\sim} N(0,1)$

$var(\bar{X}) = \frac{1}{n} var(X)$

a,b/ $P(a < U < b) = 0.95$



a: $z_{0.025} = -z_{0.975}$

$$-z_{0.975} < U < z_{0.975}$$

$$-z_{0.975} < \frac{\bar{X} - p}{\sqrt{p(1-p)}}\sqrt{n} < z_{0.975}$$

$$-z_{0.975} < \frac{\bar{X} - p}{\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}}\sqrt{n} < z_{0.975}$$

$$\frac{\bar{X} - p}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}} \overset{(a)}{\sim} N(0,1)$$

$\hat{p} \to \bar{X}$, $\hat{p} \to \bar{X}$

Teorema de Slutsky

$$-z_{0.975}\frac{\sqrt{\bar{x}(1-\bar{x})}}{\sqrt{n}} < \bar{x}-\mu < z_{0.975}\frac{\sqrt{\bar{x}(1-\bar{x})}}{\sqrt{n}}$$

$$IC(x) = \bar{x} \pm z_{0.975}\frac{\sqrt{\bar{x}(1-\bar{x})}}{\sqrt{50}}$$

De un experimento en los efectos de un medicamento para la ansiedad se midió el puntaje en un test de memoria antes y después de tomar el medicamento. A partir de los datos que se encuentran en el archivo Islander_data.csv hallar un IC para la media del tiempo de respuesta después de consumir el medicamento. y de nivel 0.95

$\underline{X} = (X_1, \dots X_{198})$

X: "tiempo de respuesta luego de tomar el medicamento"

$$U = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \overset{(a)}{\sim} N(0,1)$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$$

no conozco

lo σ ⇒ lo reemplazo por su estimación

$a, b \mid P(a < U < b) = 0.95$.

$-a = b = z_{0.975}$.

$$-z_{0.975} < \frac{\bar{X} - \mu}{S}\sqrt{n} < z_{0.975} \Rightarrow IC(\underline{X}) = \bar{X} \pm z_{0.975}\frac{S}{\sqrt{n}}$$

Ej 1 Teste de hip.

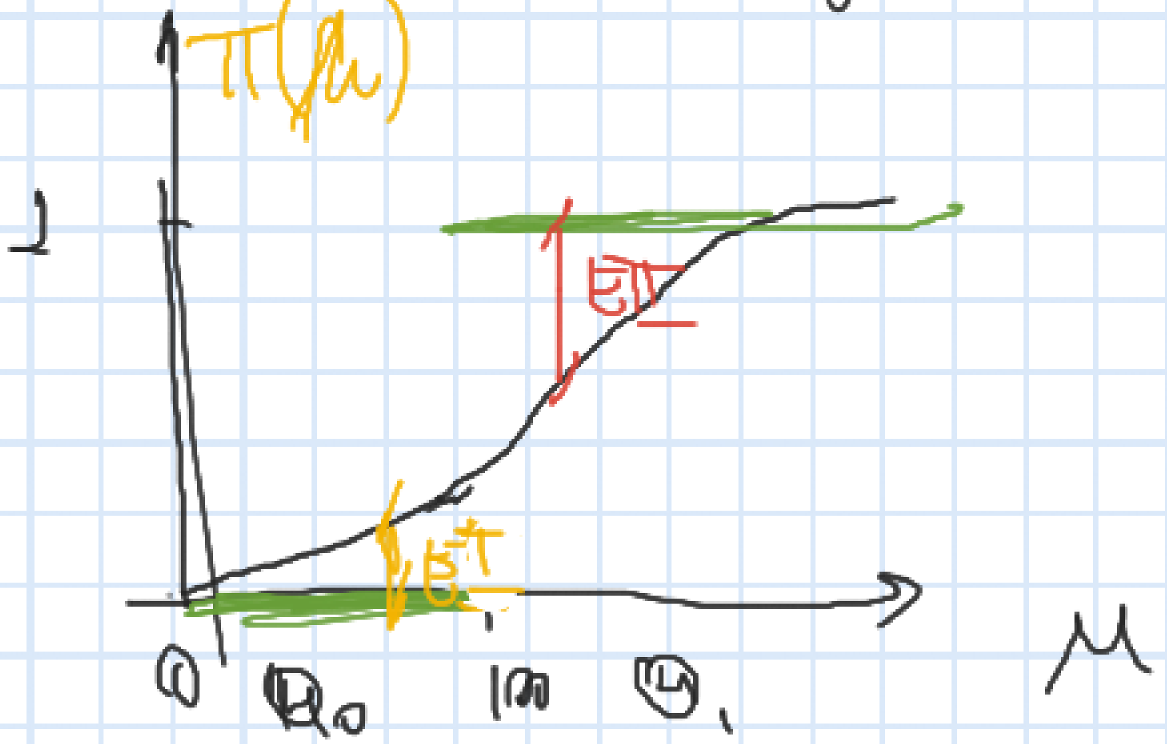
Supongamos que en las especificaciones de procedimientos de una planta de energía nuclear se establece que la resistencia media de soldadura debe superar 100lb/plg. Supongamos que somos el director del equipo de inspección del ente regulador estatal que debe determinar si la planta cumple con las especificaciones. e planea seleccionar una muestra al azar de soldaduras y realizar pruebas en cada una de ellas.

$H_0: \mu \leq 100$ $H_1: \mu > 100$

μ: media de la resistencia de las soldaduras.

EI: Digo que las soldaduras son buenas ($\mu > 100$), cuando no era cierto.

EII: Digo que las soldaduras son defectuosas cuando no era cierto



Se tiene una m.a. de tamaño n de una población uniforme en el intervalo $(0,\theta)$.

1. Diseñar un test de hipótesis para decidir si θ es mayor a 2.5 con un nivel de significación de 0.05.
2. Suponer $\theta=3$, n=20, simular la m.a. y decidir en base a ella.
3. Hallar el p-valor.

$\underline{X} = (X_1, \dots, X_n) \qquad X \sim U(0,\theta)$

$\alpha = 0{,}05$

θ_0

$H_0: \theta \le 2{,}5 \qquad H_1: \theta > 2{,}5$

$\hat{\theta} = \max(\underline{X})$

$$F_{\hat{\theta}}(t) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ (t/\theta)^n & 0 \le t < \theta \\ 1 & t \ge \theta \end{cases}$$

$U = \dfrac{\max(\underline{X})}{\theta}$

$$\delta(\underline{X}) = \left\{ \frac{\max(\underline{X})}{\theta_0} > k_\alpha \right\}$$

$\Theta_0 \qquad \Theta_1 \qquad \theta$

$2{,}5$

región de rechazo

$$\alpha = \max_{\theta \in \Theta_0} P(\delta(\underline{X}) = 1)$$

$$U \sim F_U(u) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ t^n & 0 \le t < 1 \\ 1 & t \ge 1 \end{cases}$$

$$0.05 = P_{\theta=2,5}(\delta(\underline{X}) = 1) = P_{\theta=2,5}\left(\frac{\max(\underline{X})}{2{,}5} > k_\alpha \right)$$

$$= 1 - t^n$$

2,5

esto asoc a un α + chico

asoc. a un α más grande.

$$\alpha = 0{,}05 = P_{\theta=2{,}5}\left(\delta(\underline{X})=1\right) = P_{\theta=2{,}5}\left(\frac{\max(\underline{X})}{2{,}5} > k_\alpha\right)$$

$$= 1 - P_{\theta=2{,}5}\left(\frac{\max(\underline{X})}{2{,}5} \leq k_\alpha\right)$$

$$\begin{cases} 0 & \text{si } t<0 \\ t^n & \text{si } 0\leq t<1 \\ 1 & \text{si } t\geq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P_{\theta=2{,}5}\left(\frac{\max(\underline{X})}{2{,}5} \leq k_\alpha\right) = 0.95$$

$$k_\alpha^n = 0{,}95$$

$$k_\alpha = \sqrt[n]{0{,}95}.$$

$$\delta(\underline{X}) = 1 \left\{ \frac{\max(\underline{X})}{2{,}5} > \sqrt[n]{0{,}95} \right\}$$

Si $U(\underline{x}, \theta)$ es decreciente en tita

creciente

$$H_0: \theta \leq \theta_0 \quad \text{vs} \quad H_1: \theta > \theta_0 .$$

$$\Rightarrow \delta(\underline{x}) = \mathbb{1}\{U(\underline{x}, \theta_0) > \theta_0\}$$

$<$

Volviendo al ej.

$$\delta(\underline{x}) \Rightarrow \left\{ \frac{\max(\underline{x})}{2,5} > \sqrt[n]{0,95} \right\}$$

$$\text{Si } n=0 \rightarrow \delta(\underline{X}) = \left\{ \frac{\max(\underline{X})}{2,5} > 0.997 \right\}$$

Con con muestra $\frac{\max(\underline{x})}{2,5} = 1,19 > 0.997 \Rightarrow$ Rechazo H_0

p_valn $= \mathbb{P}_{\theta=2,5}\left(\frac{\max(X)}{2,5} > (1,19)\right) = 0$

$\theta = \theta_0$ θ_0

$$\frac{\max(x)}{2,5} = 0{,}999$$

$$\mathbb{P}_{\theta=2,5}\left(\frac{\max(X)}{2,5} > 0{,}999\right) = 1 - F_U(0{,}999)$$

$$= 1 - 0{,}999^{20}$$

Se realiza un estudio para estimar la proporción de residentes en una ciudad que están a favor de la construcción de una planta de energía nuclear. En una muestra de 100 personas se observó que la proporción de individuos que se encuentran a favor fue de 0.62

1. ¿Puede decirse con un nivel de significación de 0.01 que la mayor parte de la población está a favor de la construcción de la planta nuclear?
2. Hallar el p-valor.

$H_0: p \leq 1/2 \; p_0 \qquad H_1: p > 1/2$

$X = \begin{cases} 1 & \text{si la persona está a favor} \\ 0 & \text{si está en contra} \end{cases}$

$X \sim Ber(p)$

$$\frac{\sqrt{n}(\overline{X} - p)}{\sqrt{p(1-p)}} = U \overset{(a)}{\sim} N(0,1)$$

$$S\left(\underline{X}\right) = \mathbb{1}\left\{\overline{X} > k_\alpha\right\} = \mathbb{1}\left\{\frac{\overline{X} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}}\sqrt{100} > k'_\alpha\right\}$$

$$\alpha = 0{,}01 = \mathbb{P}_{p=1/2}\left(\underbrace{\frac{\overline{X} - 1/2}{\sqrt{1/2(1-1/2)}}\sqrt{100}}_{\approx N(0,1)} > k'_\alpha\right)$$

$k'_\alpha = 2{,}33$

$k'_\alpha = z_{0.99}$

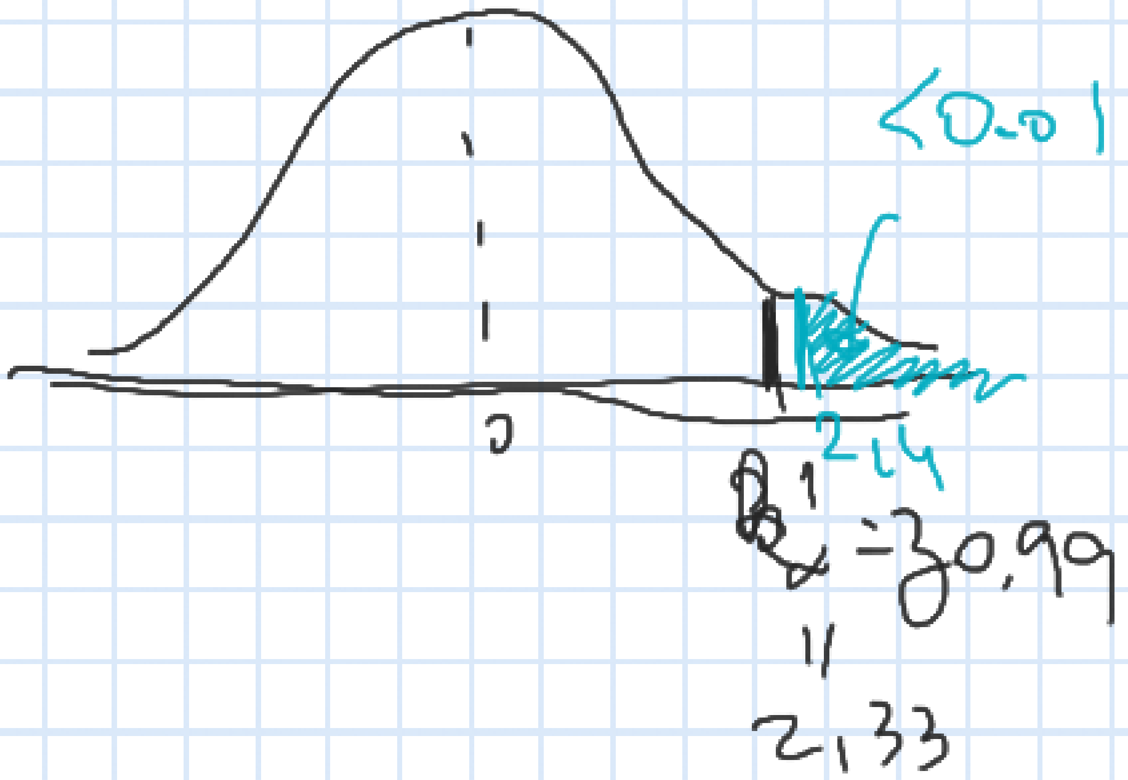
$$\delta(\underline{X}) = 1\left\{ \frac{\bar{X} - 1/2}{\sqrt{1/2\,(1-1/2)}}\sqrt{100} > 2{,}33 \right\}$$

Con la muestra $\bar{x} = 0{,}62 \leadsto w = 2{,}4 > 2{,}33$

$\Rightarrow$ Rechazo H_0

$$\text{p-valor} = \mathbb{P}_{p=1/2}\left(\frac{\bar{X} - 1/2}{\sqrt{1/2\,(1-1/2)}}\sqrt{100} > \overset{w}{2{,}4} \right)$$

$$= 1 - \underbrace{\Phi}_{\hookrightarrow \text{cdf}}(2{,}4) = 0{,}0082$$



¿Cuál es la $\mathbb{P}(\text{EII})$ en $p=0{,}6$?

$$\mathbb{P}_{p=0,6}\left(\frac{\bar{X}-1/2}{\sqrt{1/2(1-1/2)}}\sqrt{100}\leq 2{,}33\right)=\mathbb{P}_{p=0,6}\left(\bar{X}\leq 2{,}33\frac{\sqrt{1/2(1-1/2)}}{\sqrt{100}}+1/2\right)$$

$$\mathbb{P}_{p=0.6}\left(\underbrace{\frac{\bar{X}-0{,}6}{\sqrt{0{,}6\cdot 0{,}4}}\sqrt{100}}_{\sim N(0,1)}\leq 2{,}33\,\frac{\sqrt{1/2\cdot 1/2}}{\cancel{\sqrt{100}}}\,\frac{\cancel{\sqrt{100}}}{\sqrt{0{,}6\times 0{,}4}}+1/2\,\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{0{,}6\times 0{,}4}}-0{,}6\,\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{0{,}6\times 0{,}4}}\right)$$

$0{,}33$

$= 0{,}63$

De un experimento en los efectos de un medicamento para la ansiedad se midió el puntaje de un test de memoria antes y después de tomar el medicamento.

1. A partir de los datos que se encuentran en el archivo Islander_data.csv, diseñar un test de hipótesis de nivel de significación 0.01 para decidir si el tiempo medio de respuesta después de tomar el medicamento es menor que antes de tomarlo.
2. Hallar el p-valor

μ: tiempo medio de rta antes del medicamento

λ: tiempo medio de rta después del medicamento

$H_0: \lambda \geq \mu \qquad H_1: \lambda < \mu$

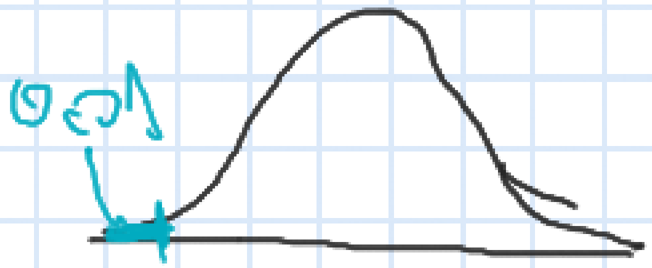
$H_0: (\lambda - \mu) \geq 0 \qquad H_1: \underbrace{(\lambda - \mu)}_{\Delta} < 0$

Dif: $X_{desp} - X_{antes} = D$

$\mathbb{E}[D] = \lambda - \mu$

$$\delta(\underline{X}) = \mathbb{1}\left\{ \frac{\bar{D} - 0}{S}\sqrt{n} < k_\alpha \right\}$$

$$\alpha = 0.01 = \mathbb{P}_{\Delta=0}\left(\underbrace{\frac{\bar{D} - 0}{S}\sqrt{n}}_{\overset{(a)}{\sim} N(0,1)} < k_\alpha \right)$$



$z_{0.01} = k_\alpha = -2{,}33$

$$\delta(\underline{X}) = \mathbb{1}\left\{ \frac{\bar{D}}{s}\sqrt{n} < -2{,}33 \right\}$$

Con los datos $\frac{\bar{x}}{s}\sqrt{n} = 3{,}85$

$\Rightarrow$ No rechazo.

$$p_{valor} = P_{\Delta=0}\left(\frac{\bar{X}}{S}\sqrt{n} < 3.85\right) \simeq 1.$$