

Probabilidad y Estadística para Inteligencia Artificial

Examen

4 de diciembre de 2021

Docente: Magdalena Bouza

Por favor seguir los siguientes pasos para entregar las soluciones de los ejercicios:

- Enviar las soluciones por e-mail a bouza.magdalena@gmail.com.
- En el Asunto del e-mail poner “Resolución de examen PEIA - *Nombre Apellido*”.
- Entregar todos los desarrollos (teóricos, código fuente, resultados de las simulaciones) en formato pdf.
- Entregar los resultados antes del viernes 10/12 23:59.
- El examen se aprueba con al menos 2 ejercicios bien, al menos uno de ellos de la parte de estadística.

1. Sea X una variable aleatoria con función de densidad de probabilidad (pdf) $f_X(x) = kx\mathbf{I}\{0 \leq x \leq 3\}$.
 - (a) Encontrar el valor de k .
 - (b) Encontrar x_1 tal que $P(X \leq x_1) = 0.1$.
 - (c) Simular la variable aleatoria X usando el método de la transformada inversa.
 - (d) A partir de la variable X generada, estimar – mediante simulaciones – la función de densidad de X usando método de densidad de kernel con función de kernel Gaussiana.
2. El 5 % de los bits transmitidos por un canal de comunicación binario es 0. El programa receptor indica que hay un 0 en el mensaje cuando efectivamente el 0 ha sido emitido, con probabilidad 0.9.
 1. ¿Cuál debe ser la probabilidad de que el receptor indique que hay un 1 cuando efectivamente el 1 ha sido emitido, para que la probabilidad de que haya sido emitido un 0 cuando el receptor indica que hay un 0 sea 0.99?
 2. **[Bonus]** Simular el experimento y obtener la probabilidad de haber enviado un 1 si se recibió un 0. Comparar con el resultado teórico.
3. En un estudio se midió el tiempo de reposo (en días) luego de una fractura de cadera. En una muestra de 36 pacientes se obtuvo un tiempo promedio de 33 días, con una desviación estándar muestral de 8.5 días. Hallar un intervalo de confianza de nivel 0.95 para el tiempo medio de reposo de una persona que sufrió una fractura de cadera. Interpretar el resultado.
4. Un conocido fármaco para dormir asegura que las horas de sueño garantizadas corresponden a una variable con distribución normal de media 8 y varianza 4. Se saca al mercado una nueva versión del fármaco asegurando que aumenta el tiempo medio de sueño. En un hospital se quiere probar dicha afirmación, por lo que se experimenta con 81 pacientes, obteniendo un tiempo promedio de 9 horas de sueño. Con un nivel de significación de 0.05, ¿puede afirmarse a partir de la muestra observada que el nuevo fármaco produce más horas de sueño que la versión anterior? Hallar el p-valor del test.