

Probabilidad y Estadística para Inteligencia Artificial

Examen

21 de agosto de 2021

Docentes: Magdalena Bouza, Pablo Briff

Por favor seguir los siguientes pasos para entregar las soluciones de los ejercicios:

- Enviar las soluciones por e-mail a bouza.magdalena@gmail.com y a pbriff@fi.uba.ar.
- En el Asunto del e-mail poner “Resolución de examen PEIA 2021b - *Nombre Apellido*”.
- Entregar todos los desarrollos (teóricos, código fuente, resultados de las simulaciones) en formato pdf.
- Entregar los resultados antes de las 14 hs del jueves 19/08.
- El examen se aprueba con al menos 2 ejercicios bien, al menos uno de ellos de la parte de estadística.

1. En una caja hay 20 pelotas de tenis, de las cuales 15 son nuevas y 5 usadas. Para un partido se extraen al azar dos pelotas y al finalizar se vuelven a colocar en la caja. Si para el siguiente partido se extraen al azar dos pelotas.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el segundo partido se lleve a cabo con ambas pelotas nuevas?
- b) Simular el experimento y validar el resultado obtenido.

2. Sean X e Y variables aleatorias con densidad conjunta dada por

$$f_{X,Y}(x,y) = \frac{e^{-x/2y}}{4y} \mathbf{1}\{0 < x, 1 \leq y \leq 3\}.$$

- a) Hallar $\mathbb{E}[X|Y]$.
 - b) Simular el ejercicio y verificar el resultado. (Tip: guiarse con el ejercicio 1 de Esperanza condicional (Guía3))
 - c) Calcular $\mathbb{P}(\mathbb{E}[X|Y] > 1)$.
3. En un juego de ruleta que cuenta con los números del 0 al 36, un jugador siempre apuesta a tercera docena, es decir que sólo lo benefician los números del 25 al 36 inclusive. El casino sospecha que un crupier intenta favorecer al jugador, y está dispuesto a despedirlo si encuentra evidencia suficiente de que lo favorece. Luego de 100 bolas tiradas por el crupier, salió la tercer docena 40 veces.
- a) Hallar un test de hipótesis de nivel asintótico 0.05 adecuado a este problema y basándose en él decidir si el casino debe despedir al crupier.
 - b) Calcular el p-valor aproximado.
4. *A priori*, la proporción p de rollos de tela defectuosos en un lote tiene la distribución $\beta(3, 4)$. Se examina una muestra de 10 rollos y se encuentran exactamente 4 defectuosos. En base a la información muestral calcular la media a posteriori de p