

Probabilidad y Estadística para Inteligencia Artificial

Examen

1 de diciembre de 2022

Docentes: Magdalena Bouza, Diego Edwards Molina

Por favor seguir los siguientes pasos para entregar las soluciones de los ejercicios:

- Enviar las soluciones por e-mail a mbouza@fi.uba.ar y a dedwards@fi.uba.ar .
- En el Asunto del e-mail poner “Resolución de examen PEIA 2022 5b - *Nombre Apellido*”.
- Tienen tiempo hasta las 23:59 hs del Jueves 8/12 para entregar el examen
- **Entregar todos los desarrollos en formato pdf. Si hubiera notebooks, exportarlos en formato pdf para la entrega.**
- El examen se aprueba con al menos dos ejercicios bien, al menos uno de ellos de la parte de estadística.

1. Sean X, Y dos variables aleatorias con función de densidad conjunta

$$f_{X,Y} = \frac{1}{2\pi\sqrt{4.56}} e^{-\frac{1}{2} \begin{bmatrix} x-1 & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1.2 \\ -1.2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x-1 \\ y \end{bmatrix}}$$

- a) Qué distribución sigue el vector (X, Y) ?
 - b) Hallar las distribuciones marginales de X y Y .
 - c) Hallar el mejor predictor lineal de Y basado en X (mínimos cuadrados, casi lineal)
2. Considere un problema de detección, donde se quiere detectar la presencia de una señal de amplitud constante desconocida A inmersa en ruido gaussiano aditivo blanco (N) de media 0 y varianza σ^2 , también desconocida. Esto significa que de la señal recibida será de la forma $Y = A + N$. Se tienen 10 mediciones de la señal recibida $\underline{Y} = [Y_1, \dots, Y_{10}]$.
- (a) Diseñar un test de nivel 0.05 para determinar si hay presencia de señal en la señal recibida
 - (b) Si en las 10 mediciones se observó que el promedio $\bar{y} = 1.02962$ y el desvío muestral estándar es de 0.3838 , determinar si existe evidencia suficiente para asegurar que hay presencia de señal con un 5 % de significación.
3. En Bahía Blanca, la velocidad media del viento (en m/s) en intervalos de una hora es una variable aleatoria con distribución Weibull de parámetros $(2, \alpha)$, cuya densidad es

$$f_{\alpha}(x) = \frac{2x}{\alpha^2} e^{-(x/\alpha)^2} \mathbf{1}\{x \geq 0\}.$$

Se obtuvieron los siguientes datos de las velocidades medias del viento de 7 intervalos de una hora: 5.03, 4.61, 4.19, 4.98, 3.22, 4.65, 4.94. Basándose en la información muestral estimar por máxima verosimilitud la probabilidad de que entre las 12:00 y las 13:00 del 8 de diciembre de 2021 la velocidad media del viento sea mayor que 6 m/s.