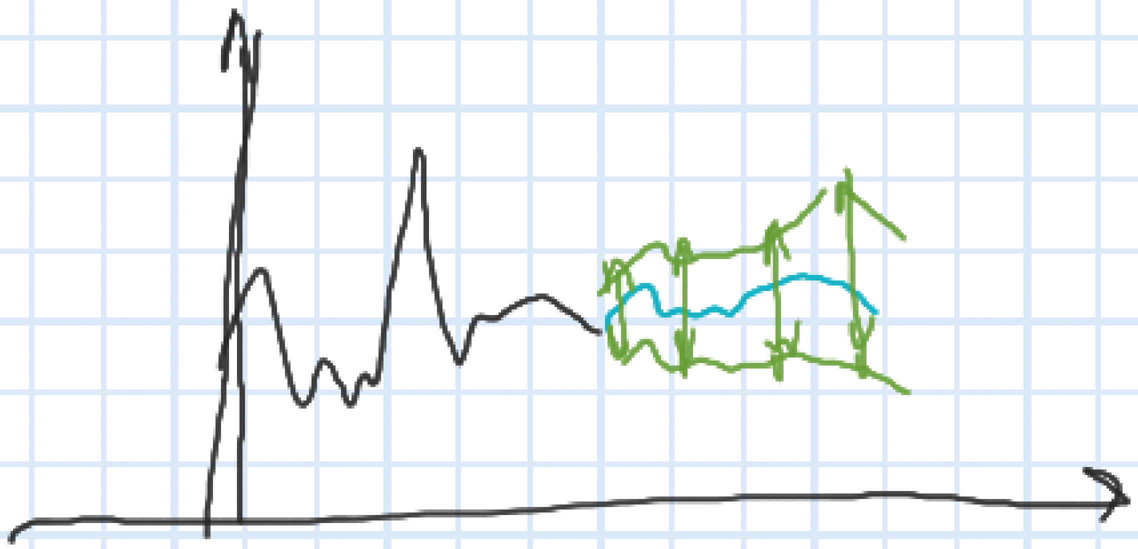


$\beta_1 = 0,1 \rightsquigarrow [0,085, 0,11].$

$\beta_2 = -1,3 \rightsquigarrow [-1,1, 1,5].$

IC $A(\underline{X}), B(\underline{X})$

$$\mathbb{P}\left(A(\underline{X}) < \theta < B(\underline{X})\right) = \overbrace{1-\alpha}^{\text{nivel de confianza.}}$$

aleatorio

cte (un nº)

pivote: $U(\underline{X}, \theta)$ tiene dist. independiente de θ

$$\mathbb{P}(a < \underbrace{U(\underline{X}, \theta)}_{\text{conozco la dist}} < b) = 1-\alpha.$$

hallo a y b.

$$IC(\underline{X}) : \{\theta : a < U(\underline{X}, \theta) < b\}$$

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ μ, σ desconocidos

$\underline{X} = (X_1, \dots, X_n)$

$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ $\qquad \bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$

$U = (\underline{X}, \mu) = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{S^2/n}} \sim t_{n-1}$

$a = t_{0,025}$ $\qquad t_{0.975} = b$

estimador de σ: $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2$

$P\left(a < \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{S^2/n}} < b\right) = 0.95$

$$\left(\frac{X_i - \bar{X}}{\sigma}\right)^2 = \frac{(X_i - \bar{X})^3}{\sigma^2}$$

$$Z \sim N(0,1) \rightarrow Z^2 \sim \chi^2$$

$$Z_1, Z_2 \ldots Z_n \overset{iid}{\sim} N(0,1) \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} Z_i^2 \sim \chi^2_n$$

$$\left(\underbrace{\frac{X_i - \mu}{\sigma}}_{N(0,1)}\right)^2$$

Se arroja 50 veces una moneda con probabilidad p de salir cara. Hallar un intervalo de confianza asintótico de nivel 0.95 para p basado en la observación [redacted] de 30 caras

$$X = \begin{cases} 1 & \text{sale cara} \\ 0 & \text{sale ceca} \end{cases}$$

$$p = \mathbb{P}(\text{"cara"})$$

$$X \sim Ber(p)$$

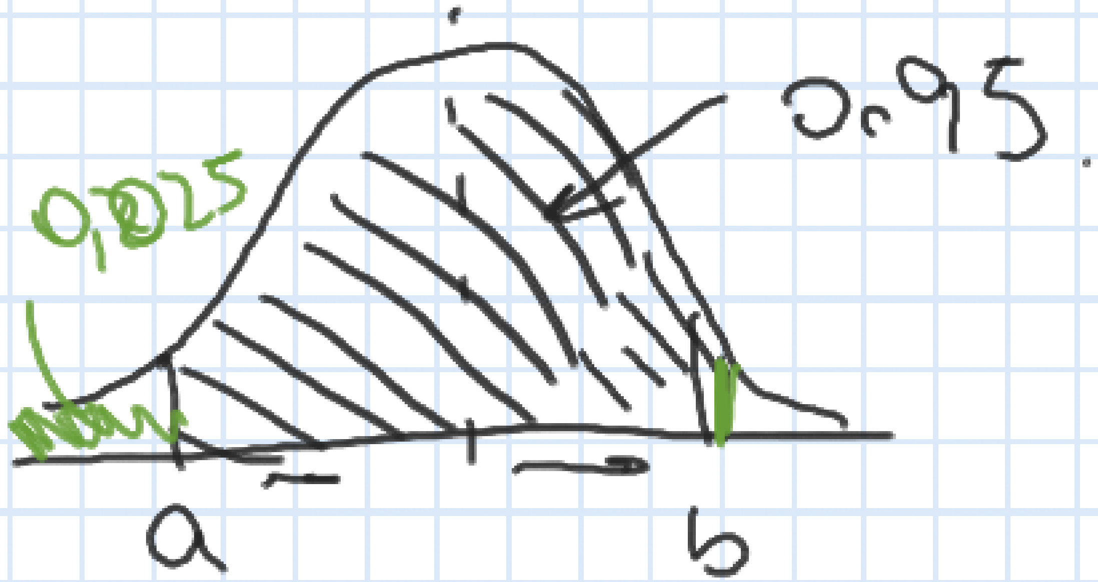
$$Y = \sum_{i=1}^{50} X_i \sim Bin(50, p)$$

$$p_Y(y) = \binom{50}{y} p^y (1-p)^{50-y}$$

$$\hat{p} = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} X_i$$

$$\frac{\hat{p} - p}{\sqrt{p(1-p)}} \sqrt{n} \underset{\text{TCL}}{\approx} N(0,1)$$

$$\mathbb{P}\left(a < \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}}\sqrt{n} < b\right) = 0.95$$



$a = -b$ $\;\hookrightarrow b = z_{0.975} = 1.96$

$$IC(\hat{p}) = \left\{ p : -1{,}96 < \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}}\sqrt{50} < 1{,}96 \right\}.$$

$$-1{,}96 < \frac{\hat{p} - \boxed{p}}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}}\sqrt{50} < 1{,}96$$

$$\hat{p} = \frac{1}{n}\sum X_i$$

teo. de Slutsky.

$$\frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}}\sqrt{n} \approx N(0,1)$$

$$-1{,}96 < \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}}\sqrt{50} < 1{,}96$$

$$-1{,}96\frac{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}}{\sqrt{50}} - \hat{p} < -p < 1{,}96\frac{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}}{\sqrt{50}} - \hat{p}$$

$$\boxed{+1{,}96\frac{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}}{\sqrt{50}}} + \hat{p} > p > \boxed{-1{,}96\frac{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}}{\sqrt{50}}} + \hat{p}$$

$$IC = \hat{p} \pm 1{,}96\frac{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}}{\sqrt{50}}$$

con los dos opciones : $\hat{p} = \frac{30}{50} = 3/5$

$$IC = \frac{3}{5} \pm 1{,}96 \cdot 0{,}069 = \frac{3}{5} \pm 0{,}1357$$

$$IC = (0{,}4642 \, , \, 0{,}7358)$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 \qquad s = \sqrt{s^2}$$

De un experimento en los efectos de un medicamento para la ansiedad se midió el puntaje en un test de memoria antes y después de tomar el medicamento. A partir de los datos que se encuentran en el archivo Islander_data.csv hallar un IC para la media del tiempo de respuesta después de consumir el medicamento. conf = 0.95

X = "Dif. de tiempos antes y desp del medic"

$\mu = \mathbb{E}[X] = ?$

$$U(\underline{X}, \mu) = \frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \approx N(0,1)$$

$n = 198.$

$a = -b$

$b = z_{0.975} = 1,96.$

$$\mathbb{P}\left(a < \frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} < b\right) = 0,95$$

$$-1,96 < \frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} < 1,96$$

$$\mu \in \left(-1,96\frac{S}{\sqrt{n}} + \bar{X} \,,\ 1,96\frac{S}{\sqrt{n}} + \bar{X}\right)$$

Con los dos envíaciones

$IC = (1,45 ; 4,45)$ → En promedio afecta negativamente.

Supongamos que en las especificaciones de procedimientos de una planta de energía nuclear se establece que la resistencia media de soldadura debe superar 100lb/plg. Supongamos que somos el director del equipo de inspección del ente regulador estatal que debe determinar si la planta cumple con las especificaciones. Se planea seleccionar una muestra al azar de soldaduras y realizar pruebas en cada una de ellas.

1. ¿Cuáles son las hipótesis a testear?
2. Explicar que significa en este contexto el error de tipo I y el de tipo II, y discutir cuáles son las consecuencias de cometer cada tipo de error

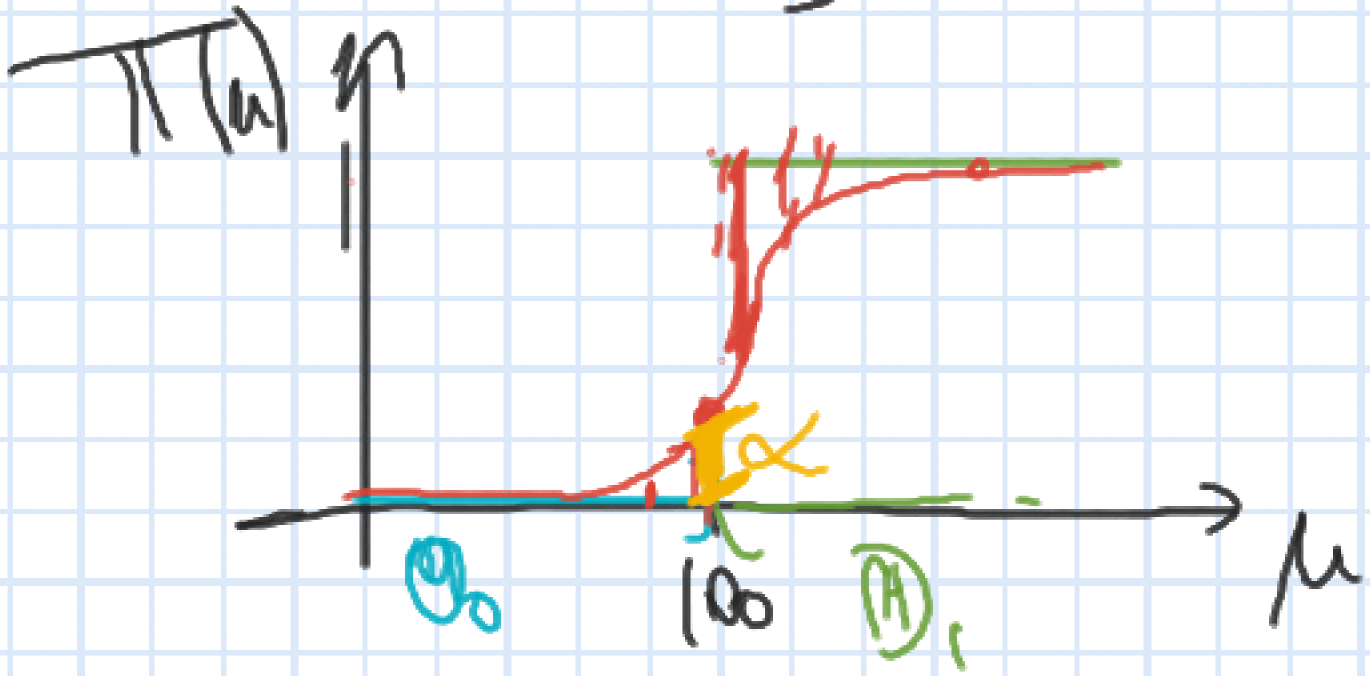
$\mu =$ "Valor medio de soldadura"

$H_0: \mu \leq 100$

$H_1: \mu > 100$

$\Theta_0 : (0, 100]$

$\Theta_1 = (100, \infty)$



Sea X una v.a. proveniente de una distribución normal de media y varianza desconocidas. Diseñar un test de hipótesis de significación 0.05 para decidir si la media es mayor a 2 isando una muestra de tamaño 20. Hallar el p-valor basado en que el promedio valio 2.35

$X_i \overset{iid}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$ $\quad n = 20$

$H_0: \mu \leq 2$ (μ_0) $\quad \Theta_0: (-\infty, 2]$ $\qquad H_1: \mu > 2 \quad \Theta_1: (2, +\infty)$

R

2 $\quad \bar{x}$

$U = \dfrac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$ $\qquad \delta(\underline{X}) = 1\left\{ \dfrac{\bar{X} - 2}{S/\sqrt{n}} > k_\alpha \right\}$

$\alpha = 0{,}05 = \max_{\mu \in \Theta_0} P(\delta(\underline{X}) = 1) = P_{\mu=2}\left(\delta(\underline{X}) = 1 \right)$

$= P_{\mu=2}\left(\underbrace{\dfrac{\bar{X} - 2}{S/\sqrt{n}}}_{\text{si } \mu=2 \Rightarrow t_{n-1}} > k_\alpha \right) \Rightarrow k_\alpha = t_{n-1,\, 0{,}95} = 1.729$

$$\delta(\underline{X}) = \mathbb{1}\left\{ \frac{\overline{X}-2}{S/\sqrt{20}} > 1{,}729 \right\}$$

$\overline{x} = 1{,}74$ $\quad s = 0{,}78$?

$$-1{,}44 = \frac{1{,}74 - 2}{0{,}78/\sqrt{20}} \overset{?}{\cancel{>}} 1{,}729 \rightarrow \text{No rechazo } H_0$$

$$p\text{-Valor} = \mathbb{P}_{\mu=2}\left(\underbrace{\frac{\overline{X}-2}{S/\sqrt{20}}}_{t_{n-1}} > \overset{\text{observado}}{-1{,}44}\right) = 0{,}91$$

De un experimento en los efectos de un medicamento para la ansiedad se midió el puntaje de un test de memoria antes y después de tomar el medicamento.

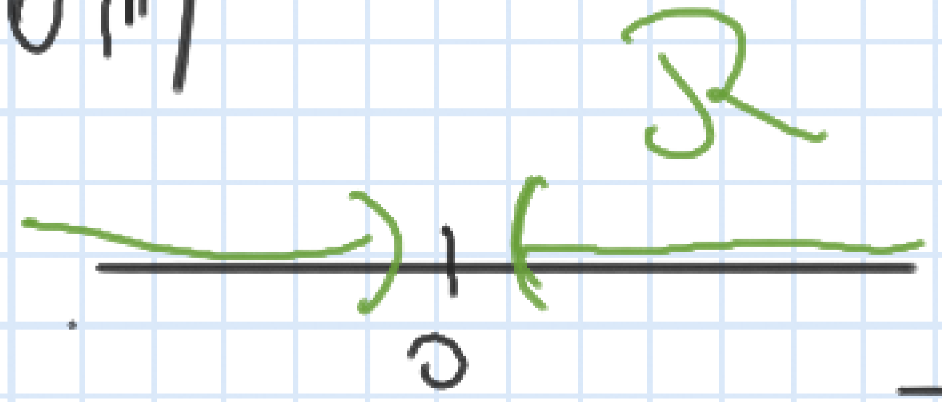
1. A partir de los datos que se encuentran en el archivo Islander_data.csv, diseñar un test de hipótesis de nivel de significación 0.01 para decidir si el tiempo medio de respuesta después de tomar el medicamento ~~es menor~~ que antes de tomarlo.
2. Hallar el p-valor

↳ diferente

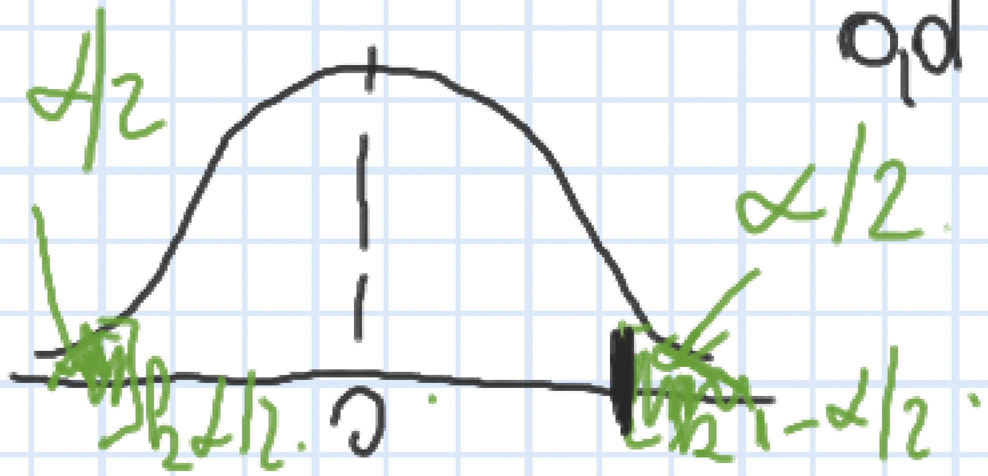
X = "Diferencia en los tiempos antes y dsp del medicamento"

$$U(\underline{X}, \mu) = \frac{\overline{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

$$H_0: \mu = 0 \qquad H_1: \mu \neq 0$$



$$\delta(\underline{X}) = \mathbb{1}\left\{ \frac{\overline{X} - 0}{S/\sqrt{n}} > k_{1-\alpha/2} \right\} + \mathbb{1}\left\{ \frac{\overline{X} - 0}{S/\sqrt{n}} < k_{\alpha/2} \right\}$$



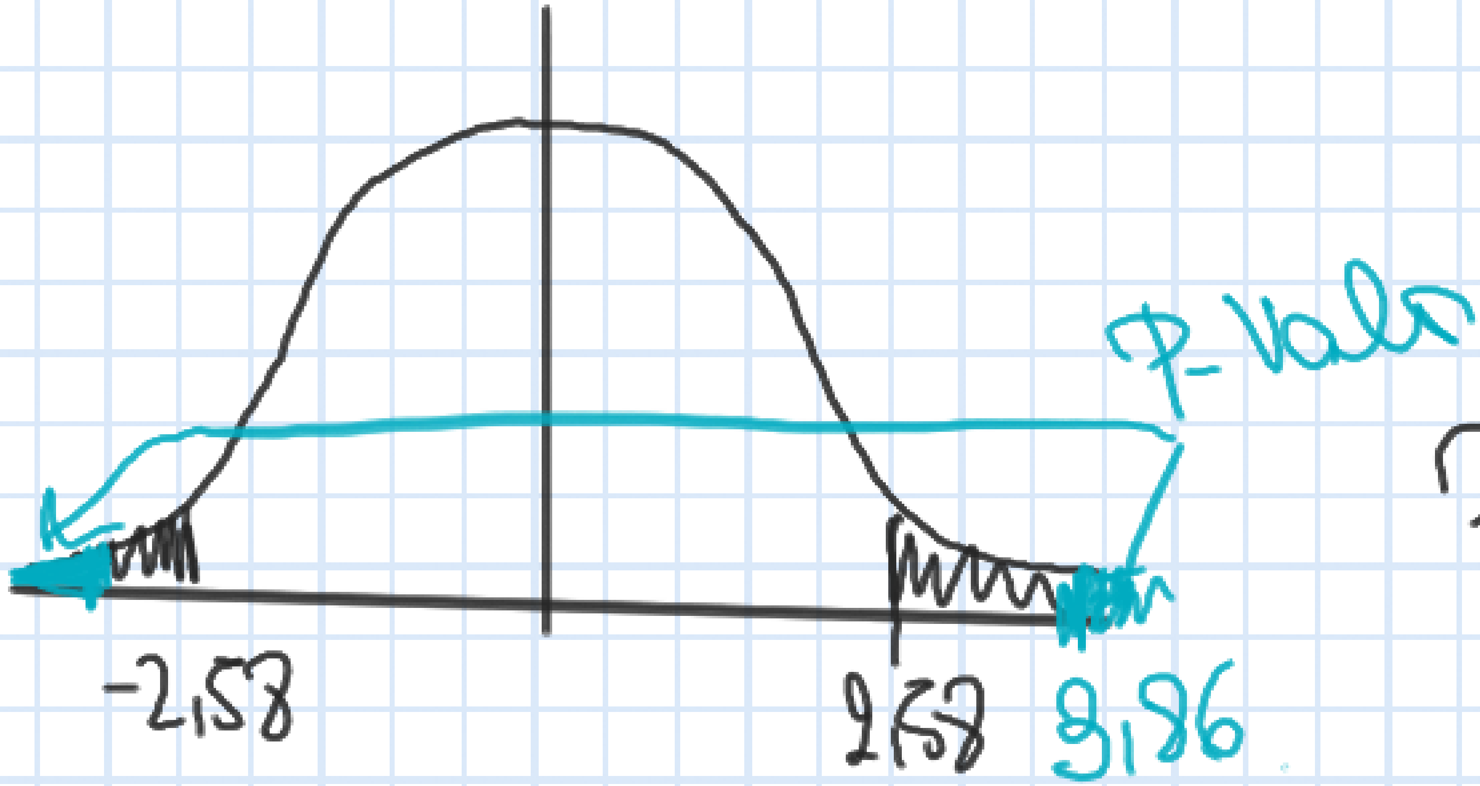
$$0.01 = \alpha = \mathbb{P}_{\mu=0}\left(\left| \frac{\overline{X} - 0}{S/\sqrt{n}} \right| > k_{1-\alpha/2} \right)$$

$$k_{1-\alpha/2} = z_{0.995}$$

$$\delta(\underline{X}) = \mathbb{1}\left\{ \left| \frac{\bar{X} - 0}{S/\sqrt{n}} \right| > 2{,}58 \right\}$$

Con mis obs $\dfrac{\bar{x}}{s/\sqrt{n}} = 3{,}86 \Rightarrow$ Rechazo H_0

(y acepto H_1



$$\text{p-valor} = P_{\mu=0}\left(\left| \frac{\bar{X} - 0}{S/\sqrt{n}} \right| > 3{,}86 \right)$$

$= 0.0001$