Práctica 14 de agosto.

1. Jerónimo y Marcelo juegan un partido de *ta-te-tí*. Si la primera jugada la hace Marcelo, la probabilidad de que gane el partido es de 0.8, mientras que si comienza Jerónimo es de 0.5. Para elegir quien comienza el juego, lanzan una moneda equilibrada 4 veces y si se observa una cantidad de caras mayor a la de cecas, el juego lo comieza Jerónimo. Si se sabe que Marcelo fue el ganador del partido, hallar es la probabilidad de haber observado un número impar de caras.

2. El peso de ciertas bolsas de naranjas es una variable aleatoria uniforme entre 3 y 6 kilos. Se van agregando bolsas en una balanza hasta que el peso supere 5 kilos. Hallar la media y la varianza del peso final así obtenido.

3. La producción de gasolina mensual (en m3) en Neuquén sigue una distribución normal de media 95529 y desvío estándar 30127, mientras que la de Santa Cruz sigue una distribución también normal pero de media 8268 y desvío estándar 2481.

   a) Hallar la probabilidad de que la producción total entre Neuquén y Santa Cruz de un mes supere los 142925 m3.

   b) Hallar la probabilidad de que en un mes la producción de Neuquén sea 10 veces más grande que la de Santa Cruz.

4. En un depósito de madera se tiene un lote de tirantes que puede ser de Pinus Taeda o de Pino Paraná. La resistencia a la flexión de los tirantes (en MPa) es una variable aleatoria, con distribución $\mathcal{N}(6.2, 1^2)$ para los de Pinus Taeda, y con distribución $\mathcal{N}(10.6; 1.1^2)$ para los de Pino Paraná. Se ensayó un tirante a flexión, obteniendo una resistencia de 7.42 MPa. En base a la información muestral estimar por máxima verosimilitud la probabilidad de que la resistencia de otro tirante del mismo lote supere los 8 MPa.

5. La variación de ruido en una imagen de resonancia magnética es una variable aleatoria con distribución Rayleigh, cuya densidad está dada por

$$f_\theta(x) = \frac{2x}{\theta} e^{-x^2/\theta} \mathbf{1}\{x > 0\}, \quad \theta > 0.$$

   Hallar un test de nivel 0.05 para la hipótesis $H_0 : \theta \leq 2$ contra $H_1 : \theta > 0$.

   : Notar que si $X \sim Ray(\sigma)$, entonces $X^2 \sim \mathcal{E}(1/2\sigma^2)$

6. El tiempo de funcionamiento (en años) hasta la primera falla de cierta máquina, sigue una distribución exponencial. Hallar un intervalo de confianza de nivel 0.95 para la media del tiempo de funcionamiento.

7.

8. La proporción de días de lluvia en el mes de enero en relación al total de días de lluvia en todo el año en cierta provincia, es una variable aleatoria X cuya función de densidad es

$$f_{X|\Theta=\theta}(x) = \theta\, x^{\theta-1} \mathbf{1}\{0 < x < 1\} \qquad \theta > 0$$

   donde Θ una variable con distribución a priori $\Gamma(1, 10)$. Durante los últimos 3 años, la proporción de lluvias fue de:

$$0.067, 0.122, 0.102$$

   En base a esa información muestral hallar la distribución a posteriori de Θ, y calcular una estimación para θ basada en la muestra. ¿Como estimaría la función de distribución de la proporción de lluvia en el mes de enero, basándose en una muestra de tamaño 3?