Examen para repasar

1. La producción de gasolina mensual (en m3) en Neuquén sigue una distribución normal de media 95529 y desvío estándar 30127, mientras que la de Santa Cruz sigue una distribución también normal pero de media 8268 y desvío estándar 2481.

   (a) Hallar la probabilidad de que la producción total entre Neuquén y Santa Cruz de un mes supere los 142925 m3.

X_N: producción de Neuquén (m^3) , $X_N \sim N(95529, 30127^2)$

X_S: " " Santa Cruz (m^3) , $X_S \sim N(8268, 2481^2)$

$T = X_N + X_S$, $T \sim N(95529+8268, 30127^2+2481^2)$

Prop. rep. de la dist. Normal.

(a) $$P(T > 142925) = 1 - \Phi\left(\frac{142925-103797}{\sqrt{30127^2+2481^2}}\right) =$$

$$= 1 - \Phi(1{,}29) = 1 - 0{,}90147 = 0{,}0985$$

   (b) Hallar la probabilidad de que en un mes la producción de Neuquén sea 10 veces más grande que la de Santa Cruz.

$$P(X_N > 10 \cdot X_S) = P(X_N - 10X_S > 0) = \circledast$$

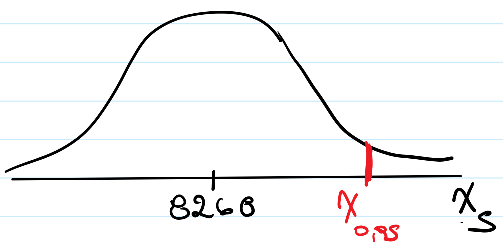
$$(X_N - 10X_S) \sim N(95529 - 10 \cdot 8268, 30127^2 + 100 \cdot 2481^2)$$

$$V(X_N - 10X_S) = V(X_N) + 10^2 V(X_S)$$

$$\circledast = 1 - \Phi\left(\frac{0 - 12549}{\sqrt{30127^2 + 100 \cdot 2481^2}}\right) = 1 - \Phi(-0{,}3215) =$$

$$= 1 - 0{,}37392 = 0{,}6261$$

   (c) Si cada barril de gasolina tiene una capacidad de 159 l (0.159 m3), hallar la cantidad mínima de barriles necesarios para almacenar la producción de gasolina de Santa Cruz de un mes con 95 % de probabilidad.



$$\cdot\ P(X \leq x_{0,95}) = 0{,}95$$

$$\Phi\left(\frac{x_{0,95} - 8268}{2481}\right) = 0{,}95$$

$$z_{0,95} = 1{,}645$$

$$\frac{x_{0,95} - 8268}{2481} = 1{,}645 \Rightarrow x_{0,95} = 8268 + 1{,}645 \cdot 2481 = 12349{,}245$$

$$\text{Cant. de barriles} \geq \frac{12349,245}{0,159} \simeq 77669$$

(d) Simular el experimento y verificar los resultados obtenidos en los puntos a), b) y c).

2. Una técnica muy utilizada en el preprocesamiento de datos se conoce como *binning*. Este método consiste en divir el soporte de la variable en distintos intervalos y reemplazar el valor original de la variable por un valor representativo del intervalo en el que cae.

   Consideremos X una variable con disitribución exponencial de parámetro $\lambda = 5$. Se desea aplicarle la técnica de *binning*, partiendo el soporte en 5 intervalos de igual probabilidad, representando los valores de cada intervalo por su punto medio.

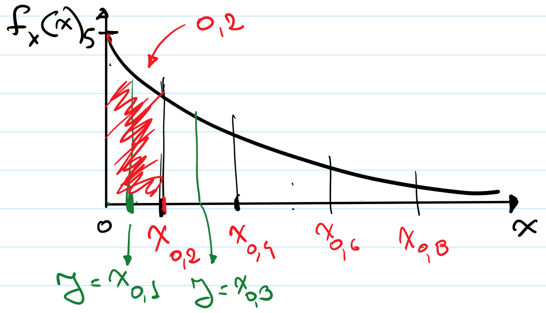
   Sea Y aleatoria resultante luego de aplicar el **binning**

   a) hallar la función de probabilidad de Y,

   b) hallar la esperanza de Y,

   c) hallar la probabilidad de que Y sea mayor a 1.

$X \sim \mathcal{E}xp(\lambda = 5)$ $\quad f_X(x) = 5e^{-5x}\,\mathbb{1}\{x>0\}$, $F_X(x) = 1-e^{-5x}\,\mathbb{1}\{x>0\}$



v. continua $X \longrightarrow$ v. discreta Y

$$F_X(x_{0,1}) = 1 - e^{-5x_{0,1}} = 0,1$$

$$x_{0,1} = \frac{\ln 0,9}{-5} = 0,021$$

$$x_{0,3} = \frac{\ln 0,7}{-5} = \quad , \quad x_{0,5} = \frac{\ln 0,5}{-5} =$$

$$x_{0,7} = \frac{\ln 0,3}{-5} =$$

$$x_{0,9} = \frac{\ln 0,1}{-5} = 0,46$$

y	0,021	0,071	0,13	0,24	0,46
$p_Y(y)$	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

(b) $E(Y) = \sum_{y \in R_Y} y \cdot p_Y(y) = 0,021 \cdot 0,2 + 0,071 \cdot 0,2 + 0,13 \cdot 0,2 =$

$= 0,24 \cdot 0,2 + 0,46 \cdot 0,2 = 0,1844$

(c) $P(Y > 1) = 0$