UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Caracterización dinámica de yacimientos

Tema II. Conceptos básicos para la CDY

Velasco Lozano Moisés, PhD

Índice

1. Conceptos básicos

1.1. Medio poroso

En ingeniería petrolera se entiende como medio poroso a un sistema compuesto por sólidos/granos de roca y espacios porosos, estos últimos saturados de fluidos (aceite, agua y/o gas). En este sistema existe una interacción y relación de todos los componentes que lo integran, lo cual indica que existe una dependencia directa en el comportamiento de las propiedades.

1.1.1. Volumen elemental representativo (VER)

El problema de flujo de fluidos a través de medios porosos no debe tratarse a nivel microscópico, debido a las complejidades inherentes de este tipo de enfoque como son:

- Los poros no son tubos rectos ni uniformes.
- Los poros formas irregulares, tortuosidad alta y tamaños variables.
- La conectividad entre poros es muy compleja (red tridimensional desordenada).
- Es prácticamente imposible describir matemáticamente cada canal de flujo real.

Así, los problemas de **flujo de fluidos deben resolverse necesariamente a un nivel macroscópico**. Dada esta situación, es necesario determinar el volumen adecuado que sea representativo de las características y condiciones de todo el medio en la vecindad del fenómeno en estudio; si se toma todo el medio, este no representaría las condiciones cercanas al punto de interés; de la misma manera no podemos tomar un volumen tan pequeño, dado que las fluctuaciones sobre las condiciones y características son abruptas. En la **Figura 1.1** se muestran las variaciones en la porosidad de un medio al tomar diferentes tamaños de volumen de control; se describe además, un gráfico de las fluctuaciones en los valores de porosidad que se presentarían.

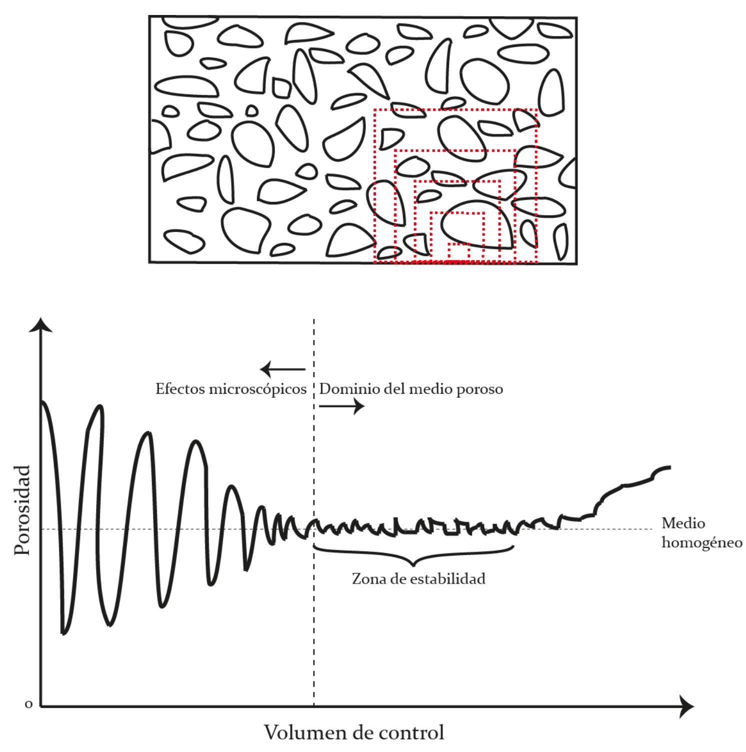

Figura 1.1: Volumen elemental representativo (VER)

1.2. Tipos de fluidos

Los fluidos almacenados en el medio poroso de los yacimientos corresponden principalmente a aceite, agua y gas. Su distribución dentro del medio depende de las condiciones termodinámicas del sistema, de las propiedades petrofísicas de la roca y de las características fisicoquímicas de los propios fluidos. Asimismo, dicha distribución puede verse modificada tanto por procesos naturales del yacimiento como por intervenciones artificiales, tales como la inyección de agua o gas.

El conocimiento de las propiedades de los fluidos permite formular distintos modelos de flujo en función del comportamiento físico que presentan ante variaciones de presión y temperatura. En consecuencia, la complejidad matemática y el método de solución de cada modelo dependerán de las características específicas del sistema, del número de fases presentes y del régimen de flujo considerado.

En la caracterización dinámica del yacimiento, el papel de los fluidos es fundamental, ya que la relación de volúmenes entre las fases presentes permite estimar el potencial productivo y las reservas disponibles. Con base en esta información, es posible evaluar los distintos mecanismos de explotación y seleccionar las estrategias de recuperación más adecuadas. Dentro del estudio del comportamiento de los fluidos, la variación de volumen constituye una propiedad clave para su clasificación y modelado. Dicha variación se describe mediante la compresibilidad, propiedad que será analizada en detalle en esta sección.

Para el caso particular considerado, se asume un proceso isotérmico en el yacimiento; por lo tanto, la variación del volumen de los fluidos depende únicamente de los cambios de presión.

La **Figura 1.1** describe en forma general el cambio de volumen de un aceite bajosaturado en función de la presión.

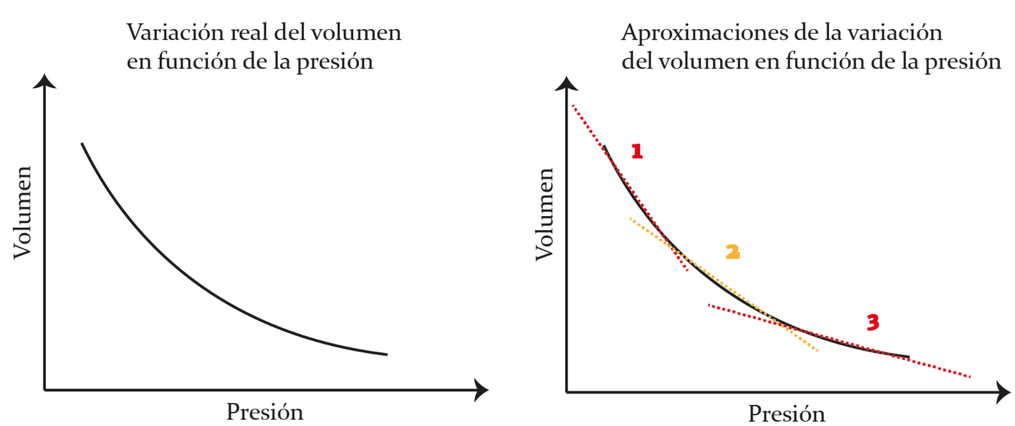

Figura 1.2: Variación del volumen en función de la presión

Matemáticamente la compresibilidad se define como:

$$c_{fluido} = -\frac{1}{V_{fluido}}\left(\frac{\partial V_{fluido}}{\partial p}\right)_T \tag{1.1}$$

- Fluido incompresible

Este tipo de fluidos no experimenta variación apreciable de volumen cuando se somete a cambios de presión; por lo tanto, la derivada del volumen en funció de la presión es nulo (compresibilidad c es cero)

La hipótesis de fluido incompresible se aplica comúnmente a la fase agua, por lo que diversos desarrollos analíticos y procesos de simulación incorporan esta suposición en su formulación sin que ello represente un error significativo en muchos casos prácticos. No obstante, la validez de este criterio dependerá del problema específico que se desee resolver, así como del nivel de precisión requerido y de la calidad de la información disponible.

- Fluido ligeramente compresible

En el desarrollo de diversos modelos teóricos que incluyen el flujo de fluidos líquidos, suele asumirse que la compresibilidad del fluido permanece constante dentro de ciertos rangos de presión. Esta simplificación reduce el número de variables involucradas en el modelo y facilita su formulación y solución matemática.

Al considerar una compresibilidad constante, la variación del volumen del fluido se describe mediante una relación lineal simple, que aproxima adecuadamente su comportamiento en función de la presión dentro del intervalo analizado. En la mayoría de los problemas de flujo y en aplicaciones de simulación de yacimientos, esta consideración se adopta comúnmente para la fase aceite.

A partir de la ecuación **1.1** se estima la expresión para el volumen como se muestra a continuación:

$$c = -\frac{1}{V}\left(\frac{dV}{dp}\right)_T$$

separando variables e integrando, y posteriormente simplificando por medio de la aplicación de e:

$$V = V_{ref}e^{c(p_{ref}-p)}$$

El término de la exponencial es posible representarla como una serie:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + ... + \frac{x^n}{n!}$$

para fines de la aplicación del problema de flujo, el término del exponente de e es muy pequeño, por lo que la serie se truca de manera razonable como $e^x = 1 + x$. Se tiene finalmente:

$$V = V_{ref}\left[1 + c\left(p_{ref} - p\right)\right] \tag{1.2}$$

- Fluido compresible

Los fluidos considerados en esta clasificación corresponden a aquellos en los que existe una gran dependencia del cambio de volumen en función de la presión, por lo que la compresibilidad del fluido no se asume como un valor constante. El gas contenido en el yacimiento es uno de estos fluidos, por lo que las soluciones que incluyen a este tipo de fluidos aumentan en complejidad, requiriéndose análisis más detallados para representar de manera apropiada su comportamiento. La expresión para representar su comportamiento corresponde a la ecuación **1.1**:

$$c = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$$

El caso más general de un fluido compresible es el caso de los gases hidrocarburos; como se ha demostrado en cursos de propiedades de los fluidos, la expresión para la compresibilidad de gases reales corresponde a:

$$c_g = \frac{1}{p} - \frac{1}{z}\left(\frac{\partial z}{\partial p}\right)_T \tag{1.3}$$

La **Figura 1.3** muestra el comportamiento de los fluidos discutidos, mostrando el cambio del volumen en función de la presión.

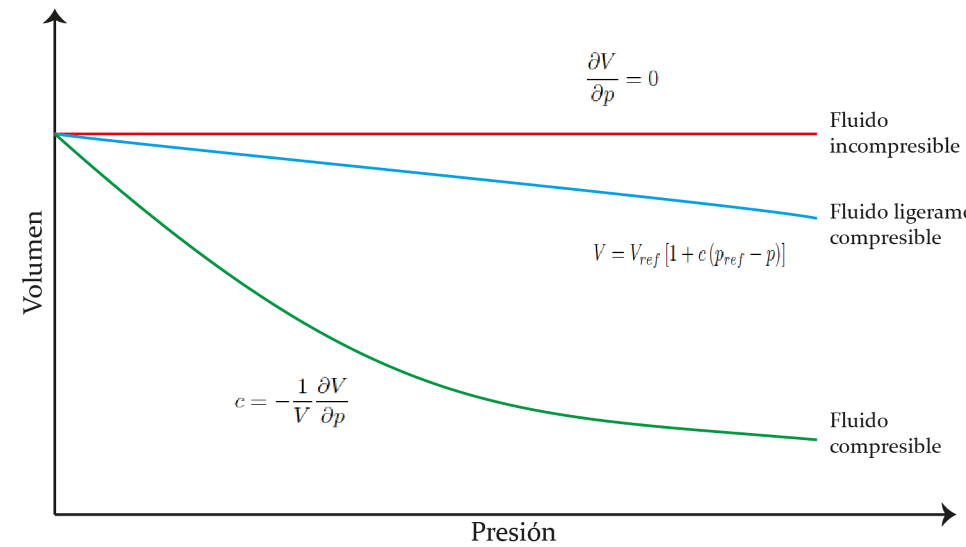

Figura 1.3: Comportamiento del volumen de los fluidos en función de la presión (Ahmed, 2005).

1.2.1. Ley de Darcy

El flujo de agua o de cualquier otro fluido líquido a través de medios porosos está gobernado por una ley empírica, derivada a partir de la observación y la experimentación. Esta relación es conocida como la Ley de Darcy. La **Figura 1.4** muestra el dispositivo experimental utilizado por Henry Darcy en sus investigaciones. En 1856, como resultado de sus estudios experimentales sobre el flujo de agua a través de filtros de arena no consolidada, el ingeniero francés dedujo la expresión matemática que posteriormente llevaría su nombre, estableciendo así uno de los fundamentos del análisis del flujo en medios porosos.

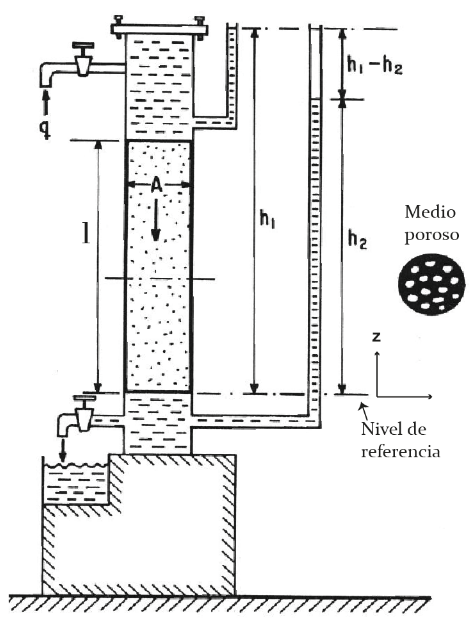

Figura 1.4: Aparato empleado por Darcy para la realización de sus experimentos.

Henry Darcy demostró que el gasto que pasaba a través de un filtro de arena era proporcional al gradiente de presión aplicada al área transversal al flujo, e inversamente proporcional a la longitud el empacamiento; matemáticamente se expresa como:

$$q \propto \frac{A \times (h_1 - h_2)}{l} \tag{1.4}$$

donde:

Δh	=	Diferencia de alturas piezométricas, $(h_1 - h_2)$
q	=	Gasto
A	=	Área perpendicular al flujo
l	=	Longitud del empaque

asumiendo una constante de proporcionalidad K:

$$q = \frac{KA\,(h_1 - h_2)}{l} \tag{1.5}$$

donde:

K	=	$\frac{k\gamma}{\mu}$
k	=	Permeabilidad del medio poroso
γ	=	Peso específico del fluido (agua)
μ	=	Viscosidad del fluido

La presión y la altura piezométrica están relacionadas como:

$$h = \frac{p}{\rho g} + z \tag{1.6}$$

donde:

ρ	=	Densidad del fluido
g	=	Aceleración de la gravedad
z	=	Nivel de referencia, base del empaque

Expresando en forma diferencial a la ecuación 1.5:

$$q = \frac{k\gamma A}{\mu}\frac{dh}{dl} \tag{1.7}$$

Sabiendo que $\gamma = \rho g$ y sustituyendo la definición de h, se tiene entonces:

$$q = \frac{kA}{\mu}\left(\frac{dp}{dl} + \rho g\frac{dz}{dl}\right)$$

Se observa que para la expresión anterior, el término de la derivada está en función de la dirección de distancia l; la cual puede ser reemplazada para la dirección de flujo de interés. Para el caso de flujo horizontal $\left(\frac{dz}{dl} = 0\right)$en la dirección x el gasto resulta en:

$$q = -\frac{kA}{\mu}\frac{dp}{dx}$$

El Darcy se define como la unidad de permeabilidad de un medio poroso, por el cual pasa un fluido con viscosidad de 1 cp a un gasto de 1 $\frac{cm^3}{s}$ en un área transversal de un cubo de $1cm^3$, cuando se produce una diferencia de presión de una atmósfera. La **Figura 1.5** muestra la situación descrita.

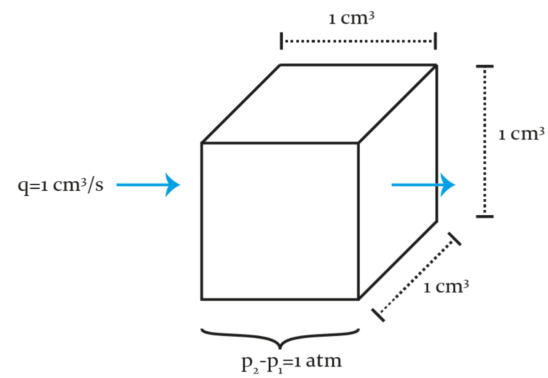

Figura 1.5: Representación de la unidad de permeabilidad Darcy

La unidad Darcy de permeabilidad tiene unidades de área, donde 1 $darcy = 9.869233\text{x}10^{-13}m^2$.

1.2.2. Características del medio

En la teoría que describe el comportamiento de los fluidos y en la mayoría de las ecuaciones y modelos matemáticos teóricos, se supone contar con ciertas características del medio poroso con el objetivo de simplificar su solución analítica. La reducción del número de variables permite establecer expresiones prácticas que describen el comportamiento del yacimiento ante disturbios en sus condiciones originales, las cuales se resuelven de manera analítica, sin tener que recurrir a procesos de simulación en los que se requiere una discretización diferencial de las variables.

Se describe a continuación las principales clasificaciones de un medio poroso:

1. Medio homogéneo
   Esta condición se refiere a que no existe un cambio espacial significativo en la propiedad del medio evaluada.

2. Medio heterogéneo
   Esta condición se refiere a que sí existe un cambio espacial significativo en la propiedad del medio evaluada.

3. Medio isotrópico
   Esta condición se refiere a que no existe un cambio significativo en la propiedad del medio evaluada, la cual se presenta en forma vectorial, pero los valores en sus diferentes direcciones son iguales.

4. Medio anisotrópico
   Esta condición se refiere a que no existe un cambio significativo en la propiedad del medio evaluada, la cual sí se presenta en forma vectorial, siendo los valores diferentes entre sí en sus diversas direcciones.

La **Figura 1.6** ilustra los diferentes tipos de medios y sus posibles combinaciones para un yacimiento de forma rectangular que se encuentra seccionado en tres partes; la clasificación está hecha en función de la permeabilidad al medio.

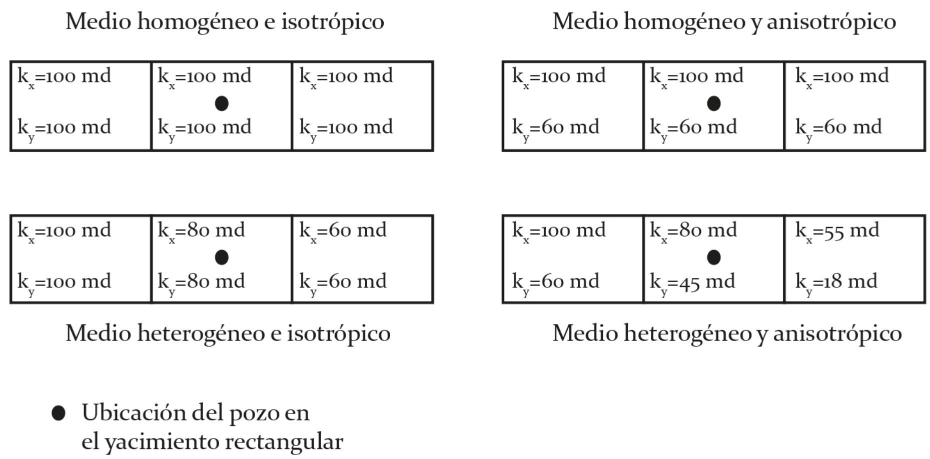

Figura 1.6: Representación de los diferentes tipos de medios en función de la permeabilidad

2. Fundamentos para la interpretación de pruebas de presión

2.1. Fundamentos

2.1.1. Ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad es una expresión del principio de conservación de masa, en la que se define no existen pérdidas. En el caso particular de la caracterización dinámica de yacimientos, su aplicación reside en al análisis de flujo de fluidos a través de medios porosos, para posteriormente describir su comportamiento por medio de la ecuación de difusión, la cual constituye la base teórica para predecir los cambios que se tiene en el sistema roca-fluidos.

A continuación se presenta el desarrollo de obtención de la ecuación de continuidad para un sistema cartesiano en sus tres direcciones. Algunas de las características del modelo son:

1. Flujo monofásico y laminar

2. Proceso isotérmico

Las características complementarias se abordan en el desarrollo de la ecuación de difusión, dado que ahí se muestra claramente la aplicación de cada una de estas.

- Se define el volumen elemental representativo de acuerdo a la geometría de flujo de interés. En nuestro caso se elige la configuración siguiente (dirección de entrada y salida de masa, así como la de los ejes coordenados):

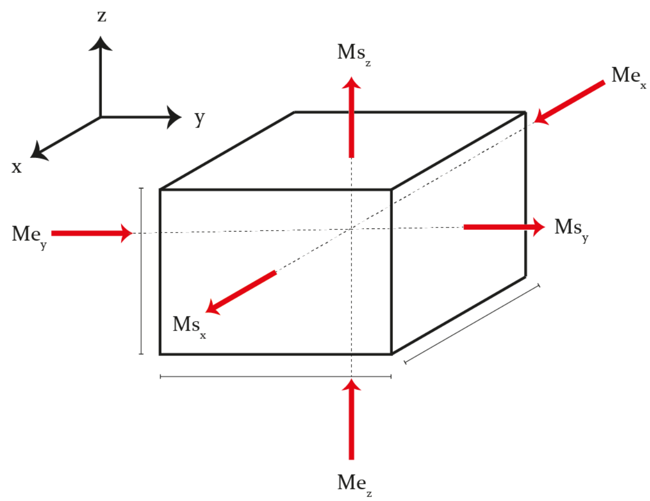

Figura 2.1: Volumen elemental cartesiano

- Se realiza el balance general de masa:

$$M_{entra} - M_{sale} = \Delta M$$

para las direcciones de flujo:

$$(M_e - M_s)_x + (M_e - M_s)_y + (M_e - M_s)_z = \Delta M$$

Se tiene entonces que por cada cara del VER se presenta una entrada de masa en términos del flujo másico como:

$$\text{Flujo másico} = \rho v \left[\frac{\text{masa}}{\text{área}\times\text{tiempo}}\right]$$

Sustituyendo la definición de flujo másico en la ecuación general de balance de masa para las tres direcciones de flujo:

$$\left[(\rho v)_x - (\rho v)_{x+\Delta x}\right] \Delta y \Delta z \Delta t + \left[(\rho v)_y - (\rho v)_{y+\Delta y}\right] \Delta x \Delta z \Delta t + \left[(\rho v)_z - (\rho v)_{z+\Delta z}\right] \Delta x \Delta y \Delta t =$$

$$\left[(\phi\rho)_{t+\Delta t} - (\phi\rho)_t\right] \Delta x \Delta y \Delta z \tag{2.1}$$

- Dividiendo la ecuación 2.1 por $\Delta x \Delta y \Delta z \Delta t$:

$$\frac{\left[(\rho v)_x - (\rho v)_{x+\Delta x}\right]}{\Delta x} + \frac{\left[(\rho v)_y - (\rho v)_{y+\Delta y}\right]}{\Delta y} + \frac{\left[(\rho v)_z - (\rho v)_{z+\Delta z}\right]}{\Delta z} = \frac{\left[(\phi\rho)_{t+\Delta t} - (\phi\rho)_t\right]}{\Delta t}$$

de acuerdo a la definición de derivada:

$$f'(x)_{\Delta x \to 0} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

- Aplicando el límite entonces cuando Δx, Δy, Δz y$\Delta t \to 0$ se tiene finalmente:

$$-\frac{\partial (\rho v)_x}{\partial x} - \frac{\partial (\rho v)_y}{\partial y} - \frac{\partial (\rho v)_z}{\partial z} = \frac{\partial (\phi\rho)}{\partial t}$$

Debido a que la densidad se considera sin cambio en dirección vectorial:

$$\frac{\partial (\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho v_z)}{\partial z} = -\frac{\partial (\phi\rho)}{\partial t} \tag{2.2}$$

La ecuación 2.2 representa la ecuación de continuidad para una geometría de flujo cartesiano en sus tres direcciones.

2.1.2. Ecuación de difusión para geometría de flujo radial.

La ecuación de difusión se define como una expresión matemática que describe el flujo de fluidos a través de medios porosos, de acuerdo a los cambios de presión en función de la distancia y tiempo. Dicha expresión fundamental resulta de la combinación de tres principios físicos los cuales corresponden a:

1. Conservación de masa (ecuación de continuidad)
2. Ecuación de movimiento (Ley de Darcy)
3. Ecuación de estado

Adicionalmente el desarrollo matemático de la ecuación de difusión requiere el realizar algunas suposiciones y/o consideraciones que permitan dar solución de forma analítica, las cuales se enlistan a continuación:

- Medio homogéneo
- Medio isotrópico
- Fluido de viscosidad constante
- Fluido ligeramente compresible
- Proceso isotérmico
- Gradientes de presión pequeños (productos de derivadas se asumen cero)
- Flujo laminar monofásico
- Efectos de gravedad despreciables

Cabe mencionar que las características mencionadas no son estrictamente obligatorias, en procesos de simulación es posible dar solución a la ecuación de difusión incluyendo o no éstas, para posteriormente obtener su solución por medio de métodos numéricos.

2.1.3. Ecuación de difusión en geometría radial para líquidos.

La ecuación de continuidad en coordenadas cilíndricas se establece por medio de la ecuación 2.3:

$$\frac{\partial\left(\rho v_r\right)}{\partial r}+\frac{\rho v_r}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\left(\rho v_\theta\right)}{\partial \theta}+\frac{\partial\left(\rho v_z\right)}{\partial z}=-\frac{\partial\left(\phi\rho\right)}{\partial t} \tag{2.3}$$

Para el caso de geometría de flujo radial sólo se considerará el cambio en la dirección r; se tiene entonces:

$$\frac{\partial\left(\rho v_r\right)}{\partial r}+\frac{\rho v_r}{r}=-\frac{\partial\left(\phi\rho\right)}{\partial t} \tag{2.4}$$

De acuerdo a la expresión de la Ley de Darcy para el gasto:

$$q=\frac{kA}{\mu}\frac{\partial p}{\partial l} \tag{2.5}$$

Definiendo la ecuación de Darcy para la velocidad de flujo en dirección radial al pozo (dirección opuesta a la dirección r):

$$v_r=-\frac{k_r}{\mu}\frac{\partial p}{\partial r} \tag{2.6}$$

donde:

$$v_r=\frac{q_r}{A_r}$$

Sustituyendo la ecuación 2.6 en la ecuación 2.4 y considerando de que se trata de un fluido de viscosidad constante en un medio isotrópico:

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\rho\frac{\partial p}{\partial r}\right)+\frac{\rho}{r}\frac{\partial p}{\partial r}=\frac{\mu}{k_r}\frac{\partial\left(\phi\rho\right)}{\partial t} \tag{2.7}$$

La ecuación de estado para un fluido ligeramente compresible se define como:

$$\rho=\rho_o e^{c(p-p_o)} \tag{2.8}$$

donde el subíndice o en la ecuación 2.8 indica que se trata de una condición a la cual se conoce el valor de dichas propiedades, es decir se trata de un valor de referencia. Así pues, sustituyendo la ecuación de estado anterior en la ecuación 2.7 con el objetivo de simplificar los términos de derivación:

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[\rho_o e^{c(p-p_o)}\frac{\partial p}{\partial r}\right]+\frac{\rho_o e^{c(p-p_o)}}{r}\frac{\partial p}{\partial r}=\frac{\mu}{k_r}\frac{\partial\left[\phi\rho_o e^{c(p-p_o)}\right]}{\partial t} \tag{2.9}$$

Dado que los gradientes de presión son pequeños, se tiene que la multiplicación (cuadrado) de derivadas iguales se asume como un valor nulo. Adicionalmente simplificando términos similares se tiene:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r}=\frac{\mu}{k_r}\left[\frac{\partial\phi}{\partial t}+\phi c\frac{\partial p}{\partial t}\right] \tag{2.10}$$

En la ecuación 2.10 se tiene la derivada de la porosidad en función del tiempo, dicho variable no es común en su interpretación, por lo que haciendo uso de la regla de la cadena se incluye la presión como variable de cambio, así mismo factorizando en término de porosidad se tiene:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r}=\frac{\mu\phi}{k_r}\left[\frac{1}{\phi}\frac{\partial\phi}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial t}+c\frac{\partial p}{\partial t}\right] \tag{2.11}$$

Cabe mencionar que no debe confundirse el procedimiento matemático utilizado de la regla de la cadena, en donde como se observa en la expresión anterior «existe una multiplicación de derivadas parciales» por lo que podría sugerir a eliminar el término, esto no es así debido a que sólo se utilizó un artificio que permita obtener el cambio de una variable en función de otra.

De acuerdo a la definición de compresibilidad para la roca se tiene:

$$c_r=\frac{1}{\phi}\frac{\partial\phi}{\partial p} \tag{2.12}$$

Por lo que sustituyendo la ecuación 2.12 en la ecuación 2.10:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r}=\frac{\mu\phi}{k}\left(c_r+c\right)\frac{\partial p}{\partial t} \tag{2.13}$$

Nótese que se eliminó el subíndice r de la permeabilidad, sólo para tener la expresión comúnmente reportada en la literatura y evitar confusiones con la variable de permeabilidad relativa.

La compresibilidad total de un medio poroso se define como la suma de las compresibilidades individuales de los medios que lo componen, matemáticamente:

$$c_t=c_{roca}+c_{fluidos} \tag{2.14}$$

$$c_t=c_r+c_f \tag{2.15}$$

$$c_t=c_r+c \tag{2.16}$$

El caso más general lo describe la presencia en el medio poroso de aceite, gas y agua (**Figura 2.2**) por lo que la c_t se expresa como:

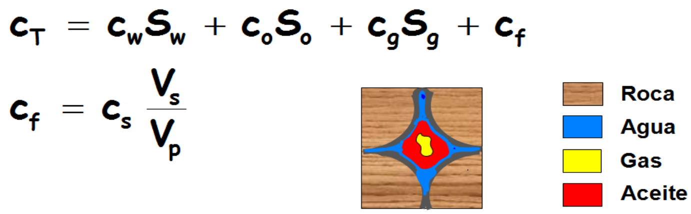

Figura 2.2: Medio poroso

$$c_t = c_r + S_o c_o + S_w c_w + S_g c_g \tag{2.17}$$

Así pues, finalmente la ecuación 2.10 se simplifica como:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu c_t}{k}\frac{\partial p}{\partial t} \tag{2.18}$$

La expresión 2.18 representa la ecuación de difusión para una geometría de flujo radial, bajo las suposiciones establecidas.

A partir de la ecuación de difusión se derivan dos importantes parámetros:

1. Transmisibilidad: se define como la facilidad con que fluye el fluido en el medio poroso, se representa matemáticamente como:

$$T = \frac{kh}{\mu} \tag{2.19}$$

2. Coeficiente de difusividad hidráulica: se define como la facilidad con la que se transmiten los cambios de presión en el sistema (roca y fluidos), se representa matemáticamente como:

$$\eta = \frac{k}{\phi \mu c_t} \tag{2.20}$$