

## A

枚举  $b$ ，转化为  $-c^3 \equiv a + b^2 \pmod{m}, a \leq b \leq c$ 。

从大到小枚举  $b$ ，同时在模  $m$  意义下维护  $-c^3$  的所有取值。

那么就是求在区间  $[b^2 + 1, b^2 + b]$  内有多少个  $-c^3$  取值。

树状数组维护即可，注意处理下标 0。时间复杂度  $\mathcal{O}(n \log m)$ 。

## B

$t$  时刻在点  $x$  上扩张  $k$  次可以转化为  $t$  时刻在点  $x$  与其相邻点上扩张  $k - 1$  次。

$t$  时刻在点  $x$  上扩张  $k$  次与  $t'(t' > t)$  时刻在点  $x$  上扩张  $k$  次只要保留后者。

按  $k$  从大到小处理扩张，先把所有  $k$  的扩张转化为  $k - 1$  的扩张，再对  $k - 1$  扩张的每个点保留  $t$  最大的扩张，一直处理直到只剩下 0 的扩张，即为答案。

一次扩张只会有  $\mathcal{O}(n + m)$  次运算，故总时间复杂度为  $\mathcal{O}(k_{\max}(n + m))$ 。

## C

由于存在  $v_s - v_s(v_s + 1) - v_t(v_t + 1) - v_t$  的连接方式（中间二者都为偶数），故答案不超过 2。只要判定答案为 0 或 1。

答案为 0 的判定比较简单，对每个质数与每一个  $v$  开点，将  $v_i$  与它的所有质因数连边，用并查集维护连通性，查询直接查询  $v_s$  与  $v_t$  是否连通即可。

答案为 1 的判定也不困难， $v_i(v_i + 1)$  可以保证它的质因数两两联通。尝试用哈希表暴力维护可行的联通关系，由于前 12 个质数的积超过  $10^6(10^6 + 1)$ ，所以质因数个数不超过 11 个，联通关系不超过  $5.5 \times 10^6$  对，维护完全可行。

时间复杂度  $\mathcal{O}(\alpha(n + \frac{W}{\ln W})n \log \log n + kn)$ ，其中  $W = 10^6, k = \frac{11 \times 10}{2} = 55$ 。

## D

显然， $dis$  最小的点是树的重心，而  $dis$  最大的点是树的叶子。

以重心为根，那么从根到叶子  $dis$  单调递增。

按  $dis$  从大到小，确定每个点的父亲。

对于当前点  $x$ ，其子树的所有点  $dis$  都比它大，从而子树已经确定。于是可以求得其父亲的  $dis$ ，如果没有对应点那么不存在方案，否则向该点连边。

连好边后只满足了  $dis$  的相对大小关系，要保证绝对大小需要再判定一个点，时间复杂度  $\mathcal{O}(n \log n)$ 。

