۱. مجموعه‌ای از ۹ نقطه با مختصات صحیح در فضای سه‌بعدی داده شده است. نشان دهید دو نقطه در این مجموعه وجود دارند که نقطه‌ی میانی خط واصل آن‌ها مختصات صحیح دارد.

۲. اعداد طبیعی n و k با شرط $n > k^3$ داده شده‌اند. اگر رأس‌های یک $3n$ـ ضلعی منتظم با k رنگ به طور دلخواه رنگ‌آمیزی شده باشند، نشان دهید می‌توان همواره دو مثلث متساوی‌الاضلاع یافت که رئوسشان از میان رئوس $3n$ـ ضلعی انتخاب شده و رنگ‌آمیزی مشابه داشته باشند، یعنی بتوانیم یکی از آن‌ها را دوران دهیم تا به دیگری برسیم.

۳. چند زیرمجموعه‌ی ۵ عضوی از $S = \{1, 2, \ldots, 10\}$ وجود دارند که برای هر یک مجموع هیچ دو عضوی از آن برابر ۱۱ نباشد؟

۴. برای هر عدد طبیعی n که نسبت به ۱۰ اول است، ثابت کنید مضربی از n وجود دارد که فقط از رقم ۱ تشکیل شده باشد.

۵. $n + 1$ عدد متمایز از مجموعه‌ی $\{1, 2, 3, \ldots, 3n\}$ در اختیار داریم. ثابت کنید تفاضل دو تا از این اعداد حداکثر برابر ۲ است.

۶. یک جدول 10×10 داریم و در هر یک از درایه‌های آن یک عدد طبیعی کمتر از ۱۱ نوشته‌ایم. می‌دانیم که مقدار اعداد هر دو درایه‌ای که در این جدول مجاور رأسی باشند، نسبت به یکدیگر اول است. ثابت کنید در این جدول عددی وجود دارد که حداقل ۱۷ بار در جدول آمده باشد.

۷. فرض کنید $p_1, p_2, \ldots, p_k$ اعدادی اول و متمایز باشند. $2 \times 3^k + 1$ عدد طبیعی داریم که عوامل اولشان فقط از بین $p_1, p_2, \ldots, p_k$ است. ثابت کنید سه تا از این اعداد وجود دارند که ضربشان مکعب کامل باشد.

۸. آیا می‌توان اعداد $1, 2, \ldots, n^2$ را در خانه‌های یک جدول $n \times n$ نوشت به طوری که برای هر سطر و هر ستون از جدول، سه عدد در اجتماع این سطر و ستون وجود داشته باشند که یکی برابر حاصل ضرب دو عدد دیگر باشد؟

۹. عدد طبیعی دلخواه m داده شده است. ثابت کنید عضوی از دنباله‌ی فیبوناچی وجود دارد که بر m بخش‌پذیر است.

۱۰. یک زیرمجموعه‌ی ۱۵ عضوی از مجموعه‌ی $M = \{1, 2, 3, \ldots, 2023\}$ همانند X را در نظر بگیرید. ثابت کنید می‌توان دو زیرمجموعه‌ی مجزا از X یافت به طوری که مجموع اعضایشان با یکدیگر برابر باشد.

۱۱. $n + 1$ عدد را از بین اعداد $\{1, 2, \ldots, 2n\}$ انتخاب کرده‌ایم. ثابت کنید دو عدد انتخاب شده وجود دارند که یکی از آن‌ها بر دیگری بخش‌پذیر باشد.

۱۲. عدد طبیعی n بزرگتر از ۱ را در نظر بگیرید. در خانه‌های یک جدول $n \times n$ اعداد $1, 2, \ldots, n^2$ را نوشته‌ایم به طوری که در هر خانه دقیقا یک عدد نوشته شده است و هر یک از اعداد نیز دقیقا یک بار استفاده شده است. دو خانه از جدول را «مجاور» گوییم اگر رأس مشترک داشته باشند. ثابت کنید دو خانه‌ی مجاور در جدول یافت می‌شوند که تفاضل اعداد خانه‌هایشان حداقل برابر با $n + 1$ باشد.

۱۳. صفحه را به شش‌ضلعی‌های منتظم برابر افراز کرده‌ایم. ۲۰۲۳ تا از این شش‌ضلعی‌ها را رنگ کرده‌ایم. ثابت کنید می‌توان ۶۷۵ تا از شش‌ضلعی‌های رنگ شده را انتخاب کرد به طوری که هیچ دوتای آن‌ها رأس مشترک نداشته باشند.

۱۴. فرض کنید T مجموعه‌ی همه‌ی شمارنده‌های طبیعی $۲۰۰۴^{۱۰۰}$ باشد. بیشترین تعداد اعدادی که می‌توان از T انتخاب کرد را بیابید به طوری که هیچ یک از اعداد انتخابی بر دیگری بخش‌پذیر نباشد.

۱۵. آیا می‌توان ۱۲ تصاعد هندسی پیدا کرد که هر یک از اعداد $۱, ۲, \ldots, ۱۰۰$ در حداقل یکی از آن‌ها حضور داشته باشد؟

۱۶. ایلیا می‌خواهد برای مسابقات جهانی شطرنج آماده شود. او برای این کار ۷۷ روز زمان دارد و می‌خواهد در هر روز تعدادی مسابقه داشته باشد به طوری که تعداد کل مسابقات از ۱۳۲ بیشتر نشود، ولی در هر روز حداقل یک مسابقه داشته باشد تا آمادگی خود را از دست ندهد. ثابت کنید ایلیا هر طور تصمیم بگیرد تا برای مسابقات آماده شود، قطعا تعدادی روز متوالی وجود خواهند داشت که تعداد کل بازی‌های ایلیا در این روزها برابر با ۲۱ شود.

۱۷. ۲۰ عدد از مجموعه‌ی $\{۱, ۲, ۳, \ldots, ۷۰\}$ انتخاب کرده‌ایم. ثابت کنید در بین تفاضل‌های دوبه‌دوی این ۲۰ عدد حداقل ۴ عدد برابر یافت می‌شوند.

۱۸. فرض کنید $A_۱A_۲\ldots A_{۲n}$ یک چندضلعی محدب باشد و P نقطه‌ای درون آن باشد به طوری که روی هیچ یک از قطرهای آن قرار نداشته باشد. ثابت کنید ضلعی از چندضلعی وجود دارد به طوری که هیچ یک از خطوط $PA_۱, PA_۲, PA_۳, \ldots, PA_{۲n}$ درون آن را قطع نکنند.

۱۹. ۸ مربع مجزا ۲×۲ از یک جدول شطرنجی ۸×۸ جدا شده‌اند. ثابت کنید یک مربع ۲×۲ دیگر نیز می‌توان جدا کرد.

۲۰. مجموعه‌ای شامل ۱۱۷ عدد سه رقمی داده شده است. ثابت کنید ۴ زیر مجموعه‌ی دوبه‌دو مجزا از این مجموعه وجود دارند به طوری که مجموع اعضای آن‌ها با هم برابر باشند.