



دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

آزمون نهایی

ساختمان‌های گسسته

نیم‌سال دوم ۱۴۰۱-۰۲

مدرس: آدام

نام و نام خانوادگی:

۲۳ خرداد ۱۴۰۲

شماره‌ی دانش‌جویی:

زمان: ۱۵۰ دقیقه

### مسئله‌ی ۱. پادشاه تورنمنت [۱۲ نمره]

ثابت کنید در هر تورنمنت، رأسی وجود دارد که به هر رأس دیگری مسیری با حداکثر ۲ یال دارد. (به این رأس پادشاه می‌گویند)

### مسئله‌ی ۲. اسکای نت [۱۳ نمره]

فرض کنید  $L$  یک شبکه متاهی و توزیع‌پذیر باشد. ثابت کنید هر عضو  $L$  حداکثر یک متمم دارد.

### مسئله‌ی ۳. گراف [۲۵ نمره]

فرض کنید  $n$  خط روی صفحه داده شده است که هیچ دو خطی موازی نیستند و هیچ سه خطی از یک نقطه رد نمی‌شوند. تعداد نواحی ایجاد شده توسط این خطوط را با استفاده از فرمول اوایلر محاسبه کنید. در ضمن ثابت کنید این نواحی را می‌توان با دو رنگ به گونه‌ای رنگ کرد که هیچ دو ناحیه مجاری هم‌رنگ نباشند.

### مسئله‌ی ۴. روابط [۲۵ نمره]

فرض کنید  $R$  یک رابطه روی مجموعه‌ی متاهی  $S$  باشد. گزاره‌های زیر را با ذکر دلیل رد یا اثبات کنید.

۱. اگر  $R$  یک رابطه‌ی هم‌ارزی و تعداد اعضای آن فرد باشد، آن‌گاه اندازه‌ی  $S$  نیز فرد است.
۲. اگر  $R$  یک رابطه‌ی ترتیب جزئی و تعداد اعضای آن زوج باشد، آن‌گاه اندازه‌ی  $S$  نیز زوج است.

### مسئله‌ی ۵. زبان [۲۵ نمره]

با ذکر دلیل مشخص کنید کدام زبان منظم و کدام نامنظم است.

$$L = \{a^n | 5 \mid n\}$$

$$L = \{a^n | n \text{ is a prime number}\}$$