

پاسخ تمرین ۵

سوال ۱

ترانزیستور از نوع PMOS است.

- خاموش بودن

$$\text{if } |V_{GS}| < |V_{tp}| : \text{Off} \rightarrow |v_G - 2| < |-0.4| \rightarrow |v_G - 2| < 0.4 \rightarrow -0.4 < v_G - 2 < 0.4 \\ \rightarrow 1.6 < v_G < 2.4$$

همچنین از فرض سوال میدانیم:

$$0 \leq v_G \leq 2$$

پس:

$$1.6 < v_G \leq 2$$

- خطی بودن (طبعاً روشن هم هست)

$$|V_{DS}| \leq |V_{GS}| - |V_{tp}| \rightarrow |0.8 - 2| \leq |v_G - 2| - |-0.4| \rightarrow 1.2 \leq |v_G - 2| - 0.4 \rightarrow 1.6 \leq |v_G - 2| \\ \rightarrow 1.6 \leq v_G - 2 \quad \text{or} \quad v_G - 2 \leq -1.6 \rightarrow 3.6 \leq v_G \quad \text{or} \quad v_G \leq 0.4$$

از فرض سوال میدانیم:

$$0 \leq v_G \leq 2$$

پس:

$$0 \leq v_G \leq 0.4$$

با توجه به روشن بودن ترانزیستور داریم:

$$|V_{GS}| \geq |V_{tp}| \rightarrow |v_G - 2| \geq |-0.4| \rightarrow 0.4 \leq |v_G - 2| \rightarrow v_G - 2 \geq 0.4 \quad \text{or} \quad v_G - 2 \leq -0.4 \\ v_G \geq 2.4 \quad \text{or} \quad v_G \leq 1.6 \rightarrow \text{فرض سوال} \rightarrow 0 \leq v_G \leq 1.6$$

پس با اعمال شرط روشن بودن ترانزیستور داریم:

$$0 \leq v_G \leq 0.4$$

- اشباع بودن (طبعاً روشن هم هست)

$$|V_{DS}| \geq |V_{GS}| - |V_{tp}| \rightarrow |0.8 - 2| \geq |v_G - 2| - |-0.4| \rightarrow 1.2 \geq |v_G - 2| - 0.4 \rightarrow 1.6 \geq |v_G - 2| \\ \rightarrow |v_G - 2| \leq 1.6 \rightarrow -1.6 \leq v_G - 2 \leq 1.6 \rightarrow 0.4 \leq v_G \leq 3.6$$

از فرض سوال میدانیم:

$$0 \leq v_G \leq 2$$

پس:

$$0.4 \leq v_G \leq 2$$

با توجه به روشن بودن ترانزیستور داریم:

$$|v_{GS}| \geq |v_{tp}| \rightarrow |v_G - 2| \geq |-0.4| \rightarrow 0.4 \leq |v_G - 2| \rightarrow v_G - 2 \geq 0.4 \text{ or } v_G - 2 \leq -0.4$$

$$v_G \geq 2.4 \text{ or } v_G \leq 1.6 \rightarrow \text{فرض سوال} \rightarrow 0 \leq v_G \leq 1.6$$

پس با اعمال شرط روشن بودن ترانزیستور داریم:

$$0.4 \leq v_G \leq 1.6$$

سوال ۲

• به دست آوردن V_3

ترانزیستور از نوع NMOS است.

شرط روشن بودن ترانزیستور را بررسی میکنیم:

$$V_{GS} \geq v_t \rightarrow V_3 - 0 \geq 0.5 \rightarrow V_3 \geq 0.5 \quad (1)$$

پس اگر ترانزیستور بخواهد روشن باشد باید شرط بالا برقرار باشد.

حال فرض میکنیم ترانزیستور در حالت اشباع قرار دارد و اگر به تناقض خوردیم، در ادامه فرض میکنیم خطی است.

ابتدا فرض میکنیم در حالت اشباع است پس داریم:

$$V_{DS} \geq V_{GS} - V_t \rightarrow V_D \geq V_G - V_t \rightarrow V_3 \geq V_3 - 0.5 \rightarrow 0.5 \geq 0$$

این شرط همواره برقرار است پس قطعاً اگر ترانزیستور بخواهد روشن باشد در حالت اشباع قرار دارد.

در حالت اشباع، جریان ترانزیستور (که در شکل سوال ۰.۱ میلی آمپر است) از رابطه زیر به دست می آید:

$$\frac{1}{2} K_n (V_{GS} - V_t)^2 = \frac{1}{2} (5 * 10^{-3}) (V_3 - 0 - 0.5)^2 = 0.1 * 10^{-3} \rightarrow (V_3 - 0.5)^2 = 0.04$$

$$\rightarrow V_3 - 0.5 = 0.2 \text{ or } V_3 - 0.5 = -0.2 \rightarrow V_3 = 0.7 \text{ or } V_3 = 0.3 \quad (2)$$

نهایتاً داریم:

$$(1) \text{ and } (2) \rightarrow V_3 = 0.7$$

• به دست آوردن V_5 و V_4

ترانزیستور از نوع PMOS است.

شرط روشن بودن ترانزیستور را بررسی میکنیم:

$$|v_{GS}| \geq |V_t| \rightarrow |0 - V_4| \geq 0.5 \rightarrow V_4 \geq 0.5 \quad (1)$$

شرط اشباع بودن ترانزیستور را بررسی میکنیم:

$$|v_{DS}| \geq |v_{GS}| - |V_t| \rightarrow |V_5 - V_4| \geq |0 - V_4| - 0.5 \rightarrow V_4 - V_5 \geq V_4 - 0.5 \rightarrow V_5 \leq 0.5 \quad (2)$$

پس اگر ترانزیستور بخواهد اشباع باشد شرط بالا باید برقرار باشد. فرض میکنیم اشباع است و اگر به تناقض خوردیم فرض میکنیم خطی است.

فرمول جریان ترانزیستور در حالت اشباع را نوشته و با ۰.۱ میلی آمپر برابر قرار میدهیم:

$$i = \frac{1}{2} K_p \frac{W}{L} (v_{GS} - V_t)^2 = 10^{-4} \rightarrow \frac{1}{2} (5 * 10^{-3}) (0 - V_4 - (-0.5))^2 = 10^{-4}$$

$$\rightarrow 25(0.5 - V_4)^2 = 1 \rightarrow 0.5 - V_4 = 0.2 \text{ or } 0.5 - V_4 = -0.2$$

$$\rightarrow V_4 = 0.3 \text{ or } V_4 = 0.7 \quad (3)$$

$$(1) \text{ and } (3) \rightarrow V_4 = 0.7$$

با توجه به اینکه مقاومت برابر است با اختلاف ولتاژ دو سر مقاومت تقسیم بر جریان گذرنده از آن داریم:

$$10 * 10^3 = \frac{V_5 - (-1)}{0.1 * 10^{-3}} \rightarrow V_5 + 1 = 1 \rightarrow V_5 = 0 \quad (4)$$

$$(2) \text{ and } (4) \rightarrow OK$$

با توجه به اینکه نتایج ۲ و ۴ با هم تناقض ندارند نتیجه میگیریم فرض ما (اشباع بودن ترانزیستور) درست بوده و پاسخ بدین شکل است:

$$V_4 = 0.7 \quad V_5 = 0$$

سوال ۳

ترانزیستور از نوع NMOS است.

- بررسی شرط روشن بودن

$$v_{GS} \geq v_t \rightarrow V_1 - 0 \geq V_t \rightarrow 1.3 \geq 0.4$$

این شرط همواره برقرار است پس ترانزیستور روشن است.

- بررسی شرط اشباع بودن

$$v_{DS} \geq v_{GS} - V_t \rightarrow v_D \geq v_G - V_t \rightarrow V_0 \geq V_1 - V_t \rightarrow 0.050 \geq 1.3 - 0.4$$

این شرط برقرار نیست پس ترانزیستور روشن و در حالت غیراشباع (خطی) قرار دارد.

حال فرمول مربوط به جریان در حالت خطی را مینویسیم:

$$i = \mu_n C_{ox} \left(\frac{W}{L} \right) \left[(V_{GS} - V_t) V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right] = (500 * 10^{-6}) * \left(\frac{W}{L} \right) \left[(1.3 - 0 - 0.4) * (0.050 - 0) - \frac{(0.050 - 0)^2}{2} \right] \quad (1)$$

از طرفی میدانیم مقاومت میشود اختلاف ولتاژ دو سر مقاومت تقسیم بر جریان گذرنده از آن پس:

$$r_{DS} = \frac{V_D - V_S}{i} = \frac{0.050 - 0}{i} = 50 \rightarrow i = \frac{0.050}{50} = 10^{-3} \quad (2)$$

$$(1) \text{ and } (2) \rightarrow 10^{-3} = (5 * 10^{-4}) \left(\frac{W}{L} \right) \left(0.9 * 0.050 - \frac{(0.050)^2}{2} \right) \rightarrow \frac{W}{L} = 45.71$$

همچنین مقدار مقاومت R نیز از همان رابطه اختلاف ولتاژ دو سر مقاومت تقسیم بر جریان گذرنده از آن به دست می آید:

$$R = \frac{V_{DD} - V_D}{i} = \frac{1.3 - 0.050}{0.001} = 1250 \rightarrow R = 1250$$

سوال ۴

ترانزیستورها از نوع NMOS هستند.

ترانزیستور بالایی را T_2 و ترانزیستور پایینی را T_1 مینامیم.

- شرط روشن بودن T_2

$$v_{GS} \geq V_t \rightarrow 1.4 - 0.6 \geq 0.4 \rightarrow 0.8 \geq 0.4$$

این شرط برقرار است پس T_2 روشن است.

- شرط اشباع بودن T_2

$$v_{DS} \geq v_{GS} - V_t \rightarrow v_D \geq v_G - V_t \rightarrow 1.4 \geq 1.4 - 0.4 \rightarrow 0.4 \geq 0$$

این شرط برقرار است پس ترانزیستور T_2 در حالت اشباع نیز قرار دارد.

- پیدا کردن Q_2

$$i = 0.1\text{mA} = 10^{-4} \quad (1) \text{ فرض سوال}$$

$$i = \frac{1}{2} * \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (v_{GS} - V_t)^2 \quad (2) \text{ جریان اشباع}$$

$$(1) \text{ and } (2) \rightarrow 10^{-4} = \frac{1}{2} (400 * 10^{-6}) \left(\frac{Q_2}{18 * 10^{-8}} \right) (1.4 - 0.6 - 0.4)^2 = \frac{1}{2} (4 * 10^4) \left(\frac{Q_2 * 0.16}{18} \right)$$

$$\rightarrow Q_2 = 5625 * 10^{-10}$$

- شرط روشن بودن T_1

$$v_{GS} \geq V_t \rightarrow 0.6 - 0 \geq 0.4 \rightarrow 0.6 \geq 0.4$$

این شرط برقرار است پس T_1 روشن است.

- شرط اشباع بودن T_1

$$v_{DS} \geq v_{GS} - V_t \rightarrow v_D \geq v_G - V_t \rightarrow 0.6 \geq 0.6 - 0.4 \rightarrow 0.4 \geq 0$$

شرط برقرار است پس T_1 در حالت اشباع است.

- پیدا کردن Q_1

$$i = 0.1\text{mA} = 10^{-4} \quad (1) \text{ فرض سوال}$$

$$i = \frac{1}{2} * \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (v_{GS} - V_t)^2 \quad (2) \text{ جریان اشباع}$$

$$(1) \text{ and } (2) \rightarrow 10^{-4} = \frac{1}{2} (400 * 10^{-6}) \left(\frac{Q_1}{18 * 10^{-8}} \right) (0.6 - 0 - 0.4)^2 = \frac{(4 * 10^4)}{2} \left(\frac{Q_1 * 0.04}{18} \right)$$

$$\rightarrow Q_1 = 225 * 10^{-8}$$

- پیدا کردن R

محاسبه R ارتباطی با بخش های قبل ندارد. میدانیم مقدار مقاومت برابر است با اختلاف ولتاژ دو سر مقاومت تقسیم بر جریان گذرنده از آن:

$$R = \frac{1.8 - 1.4}{10^{-4}} = \frac{4 * 10^{-1}}{10^{-4}} = 4000$$

مقدار مقاومت ۴۰۰۰ اهم میشود.

سوال ۵

ترانزیستور از نوع PMOS است.

- بررسی شرط روشن بودن ترانزیستور

$$|v_{GS}| \geq |V_t| \rightarrow |V_D - V_{DD}| \geq |-0.5| \rightarrow |0.8 - 1.8| \geq |-0.5| \rightarrow 1 \geq 0.5$$

این شرط همواره برقرار است پس ترانزیستور روشن است.

• بررسی شرط اشباع بودن

$$|v_{DS}| \geq |v_{GS}| - |V_t| \rightarrow |V_D - V_{DD}| \geq |V_D - V_{DD}| - |V_t| \rightarrow 0.5 \geq 0$$

این شرط همواره برقرار است و ترانزیستور در حالت اشباع قرار دارد.

پس فرمول مربوط به جریان در حالت اشباع را نوشته و مجهول ها را پیدا میکنیم:

$$i_D = \frac{1}{2} \mu_p C_{ox} \cdot \frac{W}{L} (v_{GS} - v_t)^2 = \frac{1}{2} (100 * 10^{-6}) \left(\frac{W}{18 * 10^{-8}} \right) (0.8 - 1.8 - (-0.5))^2$$

$$\rightarrow i_D = \frac{1}{36} (W)(10^4)(0.25) \quad (1)$$

طبق داده سوال داریم:

$$i_D = 160 * 10^{-6} \quad (2)$$

پس داریم:

$$(1) \text{ and } (2) \rightarrow \frac{1}{36} * \frac{1}{4} * 10^4 * W = 16 * 10^{-5} \rightarrow W = \frac{9}{3906250} = 2304 * 10^{-9}$$

محاسبه R نیز کاری اصلا به ترانزیستور ندارد. میدانیم اختلاف ولتاژ دو سر مقاومت تقسیم بر جریان میشود اندازه مقاومت پس:

$$R = \frac{V_D - 0}{i_D} = \frac{0.8}{160 * 10^{-6}} = 5000$$

سوال ۶

ترانزیستور از نوع NMOS است.

جریان گذرنده را به اختصار i نامیده و داریم:

$$R = \frac{V}{i} \rightarrow 15 * 10^3 = \frac{2 - V_D}{i} \rightarrow 15 * 10^3 * i = 2 - V_D \quad (1)$$

• بررسی شرط روشن بودن ترانزیستور

$$v_{GS} \geq V_t \rightarrow 0.7 \geq 0.5$$

شرط برقرار است پس ترانزیستور روشن است.

• بررسی شرط اشباع بودن ترانزیستور

$$v_{DS} \geq v_{GS} - V_t \rightarrow v_D \geq v_G - V_t \rightarrow V_D \geq 0.7 - 0.5 = 0.2 \rightarrow V_D \geq 0.2 \quad (2)$$

در صورت برقرار بودن شرط ۲، ترانزیستور در حالت اشباع قرار دارد. با فرض اشباع بودن (و برقراری رابطه ۲) پیش میرویم و اگر به تناقض برخوردیم فرض میکنیم خطی است.

$$i = \frac{1}{2} K \frac{W}{L} (v_{GS} - V_t)^2 \rightarrow i = \frac{1}{2} (4 * 10^{-4}) (12.5) (0.7 - 0.5)^2 = 10^{-4} \quad (3)$$

$$(1) \text{ and } (3) \rightarrow 15 * 10^3 * 10^{-4} = 2 - V_D \rightarrow 2 - V_D = 1.5 \rightarrow V_D = 0.5 \quad (4)$$

$$(2) \text{ and } (4) \rightarrow OK$$

با توجه به اینکه به تناقض نخوردیم، خواسته های سوال به صورت زیر است:

$$i_D = i = 10^{-4}$$
$$v_{DS} = v_D - 0 = 0.5$$

سوال ۷

بر اساس قانون KCL، جریان شاخه راست میشود $I - 1$ بنابراین ولتاژ D میشود:

$$v_D = +1 - 1(I - 1) - 1(I) = 2 - 2I = v_G$$

از طرفی طبق رابطه داده شده در صورت سوال داریم:

$$I = \frac{K}{2}(v_{GS} - v_T)^2 = \frac{2 * 10^{-3}}{2}((2 - 2I) - 0 - 1)^2 = 10^{-3}(1 - 2I)^2$$
$$\rightarrow I = 0.001(1 - 2I)^2 \rightarrow I = 251 \text{ or } I = 0.001 \quad (1)$$

برای اینکه بدانیم کدام جواب مورد قبول است باید شرط اشباع بودن و روشن بودن ترانزیستور را بنویسیم (چراکه فرمول جریان داده شده مربوط به حالت اشباع است).

ترانزیستور از نوع NMOS و در حالت اشباع است، داریم:

$$v_{DS} \geq v_{GS} - v_T \rightarrow v_D \geq v_G - v_T \rightarrow 0 \geq -v_T \rightarrow 1 \geq 0$$

پس این ترانزیستور همواره در حالت اشباع قرار دارد.

شرط روشن بودن را بررسی میکنیم:

$$v_{GS} \geq v_T \rightarrow (2 - 2I) - 0 \geq 1 \rightarrow 2I \leq 1 \rightarrow I \leq 0.5 \quad (2)$$
$$(1) \text{ and } (2) \rightarrow \mathbf{I = 0.001}$$
