

سوال یک:

$$\begin{aligned}\zeta[te^{2t}\sin(3t)] &= -1 * d(\zeta[e^{2t}\sin(3t)])/ds = -1 * d(3/(s-2)^2 + 3^2)/ds \\ &= 6(s-2)/(s^2 - 4s + 13)^2\end{aligned}$$

$$\zeta[3t^4e^{-2t}u(t)] = 3 * (-1)^4 * d^4(1/(s+2))/ds^4 = 3 * 4!/(s+2)^4$$

$$\begin{aligned}\zeta[2tu(t) - 4d(\delta(t))/dt] &= \zeta[2tu(t)] - \zeta[4d(\delta(t))/dt] = -2 * d(u(t))/dt + 4s\zeta[\delta(t)] \\ 2/s^2 + 4s(s\zeta[\delta(t)] - \delta(0)) &= 2/s^2 - 4s\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\zeta[e^{4t}(t^2 + 3t + 5)] &= \zeta(t^2 * e^{4t}) + \zeta(3t * e^{4t}) + \zeta(5 * e^{4t}) \\ &= 2/(s-4)^3 + 3/(s-4)^2 + 5/(s-4)\end{aligned}$$

$$\zeta[u(t - \pi/2)\sin(t)] = \zeta(u(t - \pi/2)\cos(t - \pi/2)) = e^{\pi s/2} * s/(s+1)$$

$$\zeta[u(t) - u(t-2) + u(t-2)(t-2)^2] = 1/s - e^{-2s} * 1/s + e^{-2s} * 2/s^3$$

سوال دو:

$$\begin{aligned}F(s) &= (A_1s + B_1)/(s^2 + 1) + (A_2s + B_2)/(s^2 + 1)^2 \\ &+ (A_3s + B_3)/(s^2 + 4) + (A_4s + B_4)/(s^2 + 4)^2\end{aligned}$$

با حل دستگاه به جوابهای زیر می‌رسیم:

$$A_1 = 5/27, A_2 = -1/9, A_3 = -5/27, A_4 = -4/9$$

$$B_1 = 2/27, B_2 = -1/9, B_3 = -2/27, B_4 = -1/9$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow f(t) &= 1/432 * (8\sin(t) + 80\cos(t) - 24t\sin(t) + 24t\cos(t)) \\ &- 1/432 * (80\cos(2t) + 19\sin(2t) + 49t\sin(2t) - 6t\cos(2t))\end{aligned}$$

$$* (\zeta[\sin(t)] = 1/(s^2 + 1), \zeta[\cos(t)] = s/(s^2 + 1))$$

$$* (\zeta[t\sin(t)] = 2s/(s^2 + 1)^2, \zeta[t\cos(t)] = (1 - s^2)/(s^2 + 1)^2)$$

$$F(s) = 1 + (-4s^3 + 16s^2 + 38s - 7)/(s^2 + 8s + 17)(s - 2)^2 = 1 + F_1(s)$$

$$F_1(s) = (A_1s + B_1)/(s^2 + 8s + 17) + (A_2s + B_2)/(s - 2)^2 + B_3/(s - 2)$$

با حل دستگاه به جواب‌های زیر می‌رسیم:

$$A_1 = -7102/1369, A_2 = 0$$

$$B_1 = -17407/1369, B_2 = 1626/1369, B_3 = 31/37$$

$$\Rightarrow f(t) = \delta(t) - 7102/1369 * e^{-4t} \cos(t) + 11001/1369 * e^{-4t} \sin(t) + 1626/1369 * e^{2t} + 31/37 * e^{2t} t$$

$$F(s) = (s^2 + 4)/(s^2 + 9)(s^2 + 6s + 3) = (A_1s + B_1)/(s^2 + 9) + (A_2s + B_2)/(s^2 + 6s + 3)$$

با حل دستگاه به جواب‌های زیر می‌رسیم:

$$A_1 = 1/12, A_2 = -1/12, B_1 = 1/12, B_2 = 5/12$$

$$\Rightarrow F(s) = (s + 1)/(12(s^2 + 9)) + (-s + 5)/(12((s + 3)^2 - 6))$$

$$= (s + 1)/(12(s^2 + 9)) + (-s + 5)/(12((s + 3)^2 + ((\sqrt{6}i)^2)))$$

$$\Rightarrow f(t) = 1/12 * \cos(3t) + 1/36 * \sin(3t)$$

$$- 1/12 * e^{-3t} \cosh(\sqrt{6}t) + 2\sqrt{6}/18 * e^{-3t} \sinh(\sqrt{6}t)$$

$$F(s) = 1 + (3s + 12)/((s + 4)^2 + 9) = 1 + 3(s + 4)/((s + 4)^2 + 9)$$

$$\Rightarrow f(t) = \delta(t) + 3e^{-4t} \cos(3t)$$

سوال سه:

در زمان  $t < 0$ ، کل جریان عبوری برابر با  $1 \text{ A}$  با  $12/\Sigma R = 12/12 = 1 \text{ A}$  بود. همچنین

$$e(0^+) = 2 * 1 = 2 \text{ V می‌باشد.}$$

حال در  $t > 0$  اگر جریان عبوری از مولد را  $i$ ، جریان عبوری از مقاومت ۳ اهمی را  $i_1$ ، جریان

عبوری از خازن را  $i_2$  و جریان گذرنده از سلف را  $I$  بنامیم روابط زیر را داریم:

$$I(0^+) = I(0^-) = 1 \text{ A}$$

$$e(0^+) = -1 * 1 + 12 - 3 = 8 V$$

$$i(0^+) + 2I(0^+) = e(0^-) \Rightarrow i(0^+) = 6 A$$

$$kvl \text{ for } R_{3\Omega} \text{ and } C: 3i_1 = V_c = i_2/2 \Rightarrow 6i_1' = i_2$$

$$3i_1(0^+) = V_c(0^+) \Rightarrow i_1(0^+) = 1 A$$

$$i_1(0^+) + i_2(0^+) = I(0^+) \Rightarrow i_2(0^+) = 0 A, i_1'(0^+) = 0$$

$$e(t) = -12i - 3i_1 \Rightarrow e'(t) = -i' - 3i_1' \Rightarrow e'(0^+) = -6 V$$

سوال چهار:

اگر ولتاژ خروجی آپامپ سمت چپ را  $V$  در نظر بگیریم، داریم:

$$(0 - V)/R + CdV_2/dt = 0, (0 + V_2)/R + CdV_1/dt = 0, V = -V_1$$

$$\Rightarrow V_2/R = RC^2 * d^2V_2/dt^2 \Rightarrow d^2V_2/dt^2 = V_2/R^2C^2$$

$$\Rightarrow \alpha = \pm 1/RC \Rightarrow V_2(t) = Ae^{-t/RC} + Be^{t/RC}, A + B = 0$$

$$V_1(0^+) = 2V \Rightarrow V(0^+) = -2V \Rightarrow dV_2(0^+)/dt = V(0^+)/RC = -20$$

$$\Rightarrow -10A + 10B = -20 \Rightarrow A - B = 2$$

$$\Rightarrow A = 1, B = -1$$

$$\Rightarrow V_2(t) = e^{-10t} - e^{10t}$$

سوال پنجم:

در زمان  $t < 0$ ، خازن مدار باز است و داریم:

$$i(t < 0) = 0 A$$

$$V_c(0^+) = V_c(0^-) = 10 V$$

برای  $t > 0$  داریم:

$$V_c = V_{2k\Omega} \Rightarrow i = V_{2k\Omega}/2000$$

$$KCL: 10^{-4}dV_c/dt + V_{2k\Omega}/2000 + i_L = 0$$

$$KVL: 2000i = i_L + 0.1di_L/dt$$

$$\Rightarrow V_c' = -5V_c + i_L, i_L' = -10i_L + 10V_c$$

$$V_C = i_L' / 10 + i_L \Rightarrow V_C' = i_L'' / 10 + i_L' = -i_L' / 2 - 5i_L + i_L$$

$$\Rightarrow i_L'' + 15i_L' + 4i_L = 0 \Rightarrow \alpha^2 + 15\alpha + 4 = 0 \Rightarrow \alpha_{1,2} = (-15 \pm \sqrt{209})/2$$

$$\Rightarrow i_L(t) = C_1 e^{\alpha_1 t} + C_2 e^{\alpha_2 t}, i(0^+) = V_C(0^+) / 2000 = 5 \text{ mA}, C_1 + C_2 = 0$$

$$\Rightarrow i(t) = 1/2000 * (C_1 e^{\alpha_1 t} + C_2 e^{\alpha_2 t} + \alpha_1 C_1 e^{\alpha_1 t} / 10 + \alpha_2 C_2 e^{\alpha_2 t} / 10)$$

حال با استفاده از شرط اولیه  $i(0^+) = 5 \text{ mA}$  و  $C_1 + C_2 = 0$  مقادیر  $C_1$  و  $C_2$  به دست می‌آیند.

سوال ششم:

در زمان  $t < 0$  داریم:

$$i(t) = 8 \text{ A}, V_C(0^-) = V_C(0^+) = 0 \text{ V}, i_L(0^+) = i_L(0^-) = 8 \text{ A}$$

برای زمان  $t > 0$  نیز با دو تبدیل تونن و نرتن مدار را ساده‌تر می‌کنیم. ابتدا منبع جریان و

مقاومت یک اهمی را تبدیل به منبع جریان ۸ آمپری و مقاومت یک اهمی سری و سپس منبع

جریان ۸ آمپری و ۲ مقاومت سری ۱ و ۳ اهمی را تبدیل به منبع جریان ۲ واتی و مقاومت ۴

اهمی موازی تبدیل می‌کنیم. بقیه اجزا دست نمی‌خورند. حال در مدار جدید داریم:

$$V_C = 5di/dt \Rightarrow CdV_C/dt = 1/4 * d^2 i_L / dt^2$$

$$i_L + i_C + i_{4\Omega} = 2 \text{ A} \Rightarrow i_L + 1/4 * i_L'' + 5/4 * i_L' = 2$$

$$\Rightarrow \alpha^2 + 5\alpha + 4 = 0 \Rightarrow \alpha_{1,2} = -1, -4$$

$$i_L(t) = C_1 e^{-4t} + C_2 e^{-t} + C_3, i_L(+\infty) = 1/4 * 8 = 2 \text{ A}$$

$$i_L(0^+) = 8 \text{ A} \Rightarrow C_1 + C_2 + 2 = 8 \Rightarrow C_1 + C_2 = 6$$

$$V_C(0^+) = 0 \text{ V}, V_C = 5i_L' \Rightarrow i_L'(0^+) = 0 \Rightarrow -4C_1 - C_2 = 0$$

$$\Rightarrow C_1 = 8, C_2 = -2$$

$$\Rightarrow i_L(t) = 8e^{-4t} - 2e^{-t} + 2$$