



دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

آمار و احتمال مهندسی	نیم‌سال دوم ۱۴۰۱-۱۴۰۰
تمرین سری ششم	
مدرس: مهدی جعفری	موعد تحویل: ۲۷ خرداد ۱۴۰۱

سؤال ۱ با توجه به توزیع $Chi - squared$ درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص نمایید و برای عبارات نادرست، توضیح مختصری ارائه کنید.

- الف) با افزایش درجه آزادی، نمودار توزیع متقارن‌تر به نظر می‌رسد.
 ب) انحراف معیار توزیع، دو برابر میانگین آن است.
 ج) با درجه آزادی ۲۴، میانگین و میانه توزیع یکی خواهد بود.
 د) با درجه آزادی ۲، توزیع نموداری شبیه به توزیع نمایی خواهد داشت.

سؤال ۲ مسافری قصد سفر به یک کشور خارجی را دارد و می‌خواهد احتمال اینکه جرم چمدانش از ۳۲ کیلوگرم بیشتر شود را محاسبه کند. در صورتی که او ۳۰ بسته در چمدان داشته باشد و جرم هر بسته مستقل و از توزیعی یکنواخت بین ۱۰۰۰ تا ۱۱۰۰ گرم تبعیت کند، احتمال مورد نظر را محاسبه کنید. (احتمال مورد نظر را تا ۵ رقم اعشار محاسبه کنید.)

سؤال ۳ در یک منطقه‌ای ارتفاع رسیدن به آب از سطح زمین برای حفر چاه اندازه‌گیری شده است و برابر با ۸۰ متر است. با توجه به بارش‌های نامنظم و جنس خاک این منطقه، این ارتفاع ممکن است کم یا زیاد شود. در صورتی که X متغیری تصادفی و نشان‌دهنده تغییرات ارتفاع مورد نظر (رو به بالا) منفی یا پایین (مثبت) باشد و بدانیم $E(X) = -20$ باشد، به کمک نامساوی‌های احتمالاتی، حد بالایی برای $P(X \geq -10)$ ارائه کنید.

سؤال ۴ در صورتی که X از توزیع نمایی با میانگین $\frac{1}{\lambda}$ تبعیت کند، ثابت کنید:

$$P(X \geq \frac{0.2\lambda^2 + 1}{\lambda}) \leq \frac{25}{\lambda^4}$$

سؤال ۵ از آنجایی که به دوران شیرین امتحانات نزدیک می‌شویم و معمولاً راه‌های جدیدی برای اتلاف وقت خود پیدا می‌کنیم، نشست‌هایم و ۵۰۰ بار یک تاس سالم را پرتاب کرده‌ایم. حال می‌خواهیم تعداد دفعاتی که تاس عدد ۴ آمده است را با دقت ۹۵ درصد تخمین بزنیم. بازه اطمینان مورد نظر را بیابید. (راهنمایی: از قانون ۶۸-۹۵-۹۹ در توزیع نرمال استفاده کنید.)

سؤال ۶ دانشگاه برای یک مناسبت خاص می‌خواهد که به دانشجویان غذای رایگان بدهد و به همین منظور دو غذای چلو کباب سلطانی و ماکارونی را در نظر گرفته است. با فرض اینکه جمعا ۲۰۰۰ دانشجوی در دانشگاه باشند و هر کدام به صورت کاملاً تصادفی و مستقل غذای خود را در سلف انتخاب کنند، دانشگاه باید حداقل چه تعدادی از هر نوع غذا تهیه کند تا با احتمال حداقل ۹۸ درصد غذای مورد نظر برای دانشجویان وجود داشته باشد؟

سؤال ۷ کارگاهی به دنبال تولید باتری‌های با کیفیت و طول عمر بالا است. آن‌ها برای اینکه بتوانند از کیفیت محصول خود مطمئن شوند ۱۰۰ باتری را به طور تصادفی انتخاب کرده و طول عمر آن‌ها را آزمایش می‌کنند. فرض کنید طول عمر باتری‌ها از توزیع نمایی پیروی میکند. اگر ۷۲ عدد از آن‌ها بیشتر از ۱۸۰ ساعت عمر کرده باشند با روش بیشینه‌ی درست نمایی مقدار λ را برای توزیع نمایی به دست بیاورید.

سؤال ۸ تعدادی داده که از توزیع هندسی بر حسب p پیروی می‌کنند داده شده است. با توجه به اینکه پارامتر p خود از توزیع بتا با تابع چگالی احتمال $f_X(x) = \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{B(\alpha, \beta)}$ پیروی می‌کند، به سوالات زیر پاسخ دهید:

الف) توزیع پسین را برای پارامتر p محاسبه کنید و بگویید چه ویژگی‌ای دارد.

ب) تخمینگر MAP را برای p محاسبه کنید.

سؤال ۹ با توجه به N جفت داده مستقل (x_i, y_i) معادله خط عبوری از نقاط را به صورت $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \epsilon$ تخمین زده‌ایم به صورتی که $\epsilon \sim N(0, 1)$. با استفاده از کمترین خطای مربعات، ضرایب خواسته شده را محاسبه کنید.

موفق باشید