



آمار و احتمال مهندسی

نیم سال اول ۱۳۹۹-۱۴۰۰
مدرس: سید ابوالفضل مطهری

دانشکده مهندسی کامپیوتر

تمرین دوم

زمان تحویل: تا آخر روز پنج شنبه ۱۵ آبان.
لطفا پاسخها به همراه نام و شماره دانشجویی در کوثر آپلود شوند.

سوال اول (۱۰ نمره)
اگر متغیر تصادفی X ، دارای تابع چگالی زیر باشد، و داشته باشیم $Y = 3X^2 + a$ ، تابع چگالی Y را بیابید.

$$f_X(x) = \begin{cases} 1/x^2 & 1 < x \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

سوال دوم (۱۰ نمره)
با توجه به سوال قبل، به روش‌های زیر $E[\frac{1}{Y}]$ را به دست آورید. (با فرض $a = 0$)
الف) با استفاده از $Y = 3X^2 + a$.
ب) با استفاده از تابع چگالی به دست آمده برای Y .

سوال سوم (۱۰ نمره)
شما داوطلب دریافت یک پروژه عمرانی هستید که انجام آن برای شما ۲۰۰ میلیون تومان هزینه دارد. علاوه بر شما، دوستان نیز خواستار گرفتن پروژه است و کارفرما به هر کدام از شما دو نفر که بودجه کمتری برای دریافت پروژه طلب کند، پروژه را می‌سپارد. حال اگر شما بدانید عددی که دوستان به کارفرما اعلام می‌کند، از یک توزیع یکنواخت در بازه ۱۸۰ تا ۲۳۰ میلیون تومان تبعیت می‌کند، شما چه عددی را به عنوان بودجه به کارفرما اعلام می‌کنید تا امید ریاضی سود شما بیشینه شود؟ (سود شما از تفریق بودجه دریافتی از کارفرما و ۲۰۰ میلیون تومان هزینه انجام پروژه محاسبه می‌شود).

سوال چهارم (۱۰ نمره)
توابع زیر را بررسی کرده و برای آن‌هایی که می‌توانند تابع چگالی احتمال باشند، تابع توزیع تجمعی را محاسبه نمایید.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x = 0 \\ \frac{1}{|x|} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$g(x) = \frac{e^{-|x|}}{2}$$

$$h(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & e > x > 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

سوال پنجم (۱۰ نمره)

سکه‌ای داریم که به احتمال 0.4 شیر می‌آید. تعداد دفعاتی که لازم است سکه را پرتاب کنیم تا یا ۲ بار شیر آمده باشد، یا ۲ بار خط، را به عنوان متغیر تصادفی X در نظر می‌گیریم. امید ریاضی X را محاسبه کنید.

سوال ششم (۱۰ نمره)

تعداد n نفر سرمایه‌گذار در یک اتاق گرد آمده‌اند. آن‌ها را h_1, \dots, h_n می‌نامیم. هر دونفر از آن‌ها، با احتمال 0.6 با یکدیگر روبروسی می‌کنند. به هر سه نفری که دوبه دو با هم روبروسی کرده باشند، یک "سه‌تایی" می‌گوییم و T را مجموع تعداد این "سه‌تایی" ها در مجموعه می‌نامیم.

الف) T می‌تواند چه اعدادی باشد؟ حداکثر و حداقل آن را تعیین کنید. آیا همه ی اعداد در این بازه امکان دیده شدن دارند؟
ب) $E(T)$ چند است؟

موفق باشید.