



آمار و احتمال مهندسی

نیم سال اول ۱۳۹۹-۱۴۰۰
مدرس: سید ابوالفضل مطهری

تمرین اول

زمان تحویل: تا آخر روز پنج شنبه ۲۴ مهر.

لطفا پاسخها به همراه نام و شماره دانشجویی در کونرا آپلود شوند.

۱ بساز و بنداز (۱۰ نمره)

احمد یک کارگر ساختمانی است و در شرکت «ب ساز و بنداز غرب» کار میکند. این شرکت ۸ کارگر معمولی و ۶ بنا حرفه‌ای دارد و میخواهد گروهی متشکل از ۳ کارگر و ۳ بنا را برای پروژه ترمیم سد لتیان استفاده کند. مدیر شرکت به چند حالت میتواند این گروه را تشکیل دهد اگر:

الف. دو بنا نخواهند هم گروه شوند.

ب. دو نفر از کارگران نخواهند هم گروه شوند.

ج. یک کارگر و یک بنا نخواهند هم گروه شوند.

۲ عروسی (۲۰ نمره)

روز جمعه عروسی پژمان است و او میخواهد برای روشنایی جلوی خانه، ریشه‌ای شامل ۲۰ لامپ سری را از صابر قرض بگیرد. تاریخ تولید لامپ‌ها مهر ۹۸ است و کارخانه تولید کننده لامپ‌ها ادعا دارد که احتمال سالم بودن یک لامپ پس از یک سال، $\frac{9}{10}$ است، به همین دلیل پژمان تعدادی لامپ نو نیز خریداری کرده است تا در صورت نیاز لامپ‌های معیوب را جایگزین کند.

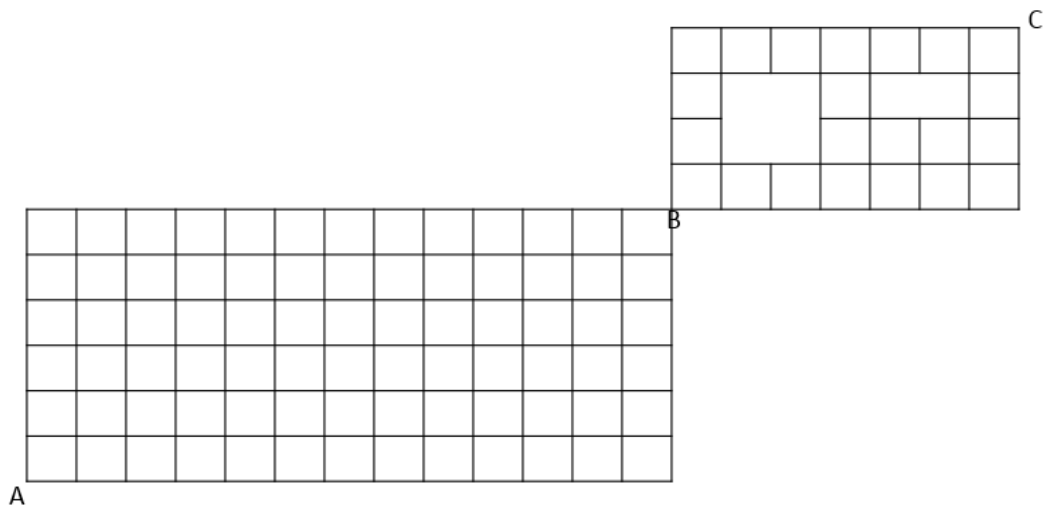
الف. احتمال اینکه ریشه بدون تعویض هیچ لامپی روشن شود چقدر است؟

ب. اگر ریشه روشن نشود، یک لامپ را با لامپی نو جایگزین میکنیم. این کار را آنقدر تکرار میکنیم تا مشکل برطرف شود. احتمال اینکه پس از ۵ بار تعویض لامپ، ریشه روشن شود چقدر است؟

ج. احتمال اینکه حداکثر پس از ۵ بار تعویض لامپ ریشه روشن شود چقدر است؟

۳ خرگوش باهوش (۱۵ نمره)

خرگوشی میخواهد در نقشه زیر از نقطه A به C برود. خرگوش بر اساس تجربه میداند اگر فقط به بالا یا راست برود، زودتر به مقصد میرسد به همین دلیل در هر قدم یک خانه به سمت راست یا به سمت بالا حرکت میکند. همان گونه که از نقشه مشخص است، خرگوش در صورت رسیدن به بعضی نقاط، فقط یک انتخاب برای قدم بعدی دارد. خرگوش به چند طریق مختلف ممکن است این مسیر را طی کند؟



شکل ۱: سوال ۳

۴ کرونا (۱۰ نمره)

نتایج یک تحقیقات روی تست‌های کرونای بیمارستان مسیح دانشوری نشان می‌دهد:

- ۴ درصد کسانی که واقعا کرونا داشتند، به عنوان سالم شناخته شدند.
- ۱۰ درصد کسانی که کرونا نداشتند، به عنوان مریض شناخته شدند.

میدانیم 0.5 درصد جمعیت ایران هم‌اکنون مبتلا به کرونا است. به موارد زیر پاسخ دهید.

- احتمال کرونا داشتن به شرط مثبت شدن تست چقدر است؟
- احتمال کرونا داشتن به شرط منفی شدن تست چقدر است؟
- موارد بالا را با فرض اینکه ۵ درصد جمعیت ایران مبتلا به کرونا باشد، دوباره حساب کنید.

۵ آقا موشه (۱۰ نمره)

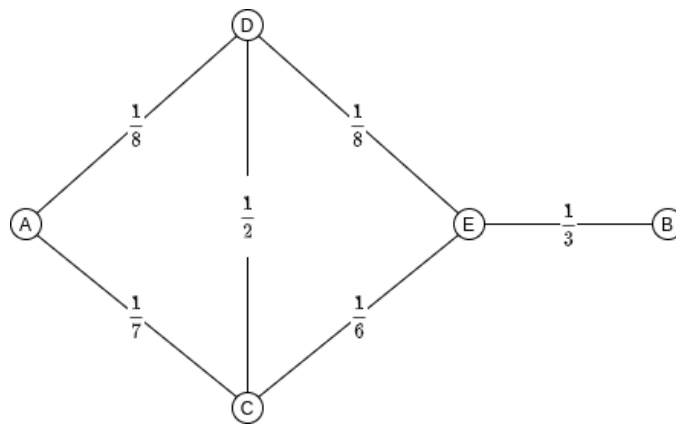
اخیرا از موش‌های تربیت شده برای پیدا کردن مین‌های جنگ جهانی دوم استفاده میشود. کاوشگران از دو موش برای این منظور استفاده میکنند. کاوش هم‌اکنون به مرحله‌ای رسیده است که یک دو راهی وجود دارد و میدانیم تنها یک مین در منطقه باقی مانده است. هر موش مستقل از دیگری با احتمال p مسیر درست را تشخیص می‌دهد. کاوشگران تصمیم گرفتند که در صورت توافق دو موش روی مسیر انتخابی، آن مسیر را برگزینند و در صورت اختلاف، یک مسیر را به تصادف اختیار کنند.

الف. احتمال پیدا کردن مین را بر حسب p به دست آورید.

ب. آیا این نحوه تصمیم‌گیری هوشمندی بیشتری نسبت به اعتماد به تصمیم یک موش به تنهایی دارد؟

۶ نتورک (۱۵ نمره)

به گراف ارتباطات زیر توجه کنید. روی هر یال احتمال خراب شدن آن در یک روز آورده شده است. احتمال اینکه A بتواند با B ارتباط برقرار کند را به دست آورید.



شکل ۲: سوال ۶

۷ ژنتیک بزی (۲۰ نمره)

گونه‌ای از بزهای کمیاب دو ژن دارند که هر کدام از یکی از والدینش به ارث میرسد. هر کدام از ژن‌ها از مجموعه $\{A, O\}$ هستند. بزهایی که $\{A, A\}$ یا $\{A, O\}$ هستند، گروه خونی A دارند و $\{O, O\}$ ها گروه خونی O دارند. لوسی و پدر و مادرش هر سه از گروه خونی A هستند ولی خواهر لوسی گروه خونی O دارد.

الف. احتمال اینکه لوسی ژن O داشته باشد چقدر است؟

ب. لوسی با بز نری با گروه خونی O ازدواج میکند. احتمال اینکه بچه اول آنها از گروه خونی O باشد، چقدر است؟

ج. اگر بچه‌ی اول آنها از گروه خونی A باشد، احتمال اینکه لوسی ژن O داشته باشد چقدر است؟

د. اگر بچه اول آنها از گروه خونی A باشد، احتمال اینکه بچه دوم آنها هم از همین گروه خونی باشد چقدر است؟

موفق باشید.