

امار و احتمال مهندسی

نیمسال اول ۱۳۹۹–۱۴۰۰ مدرس: سید ابوالفضل مطهری

## تمرین سوم

زمان تحویل: تا آخر روز پنج شنبه ۲۹ آبان.

لطفا پاسخها به همراه نام و شماره دانشجویی در کوئرا آپلود شوند.

سوال اول (۲۰ نمره)

اگر X متغیر تصادفی از  $Poisson(\alpha)$  و Y متغیر تصادفی از  $Poisson(\beta)$  باشد و این دو متغیر تصادفی مستقل از هم باشند، آنگاه برای متغیر تصادفی Z=X+Y ، تابع چگالی توزیع Z را به دست آورید.

سوال دوم (۲۰ نمره)

اگر X متغیر تصادفی پیوسته ی مثبت باشد، رابطه ی زیر را ثابت کنید.

 $E[X] = \int_{\cdot}^{\infty} P(X \ge x) dx$ 

سوال سوم (۱۵ نمره)

 $(\sigma>\cdot)$  .ایکنیر تصادفی X از تُوزیع نرمال  $N(\cdot,\sigma^{\mathsf{r}})$  باشد، مقدار E[|X|] را بیابید.

## سوال چهارم (۱۵ نمره)

میزان ابتلا به سرماخوردگی در یک سال از توزیع پواسون (مرتبه در سال) ۵ =  $\lambda$  پیروی می کند. اخیرا داروی جدیدی وارد بازار شده است که بر روی ۷۵ درصد افرادی که آن را مصرف می کنند اثر مثبت می گذارد و بر ۲۵ درصد دیگر، هیچ اثری ندارد.  $\lambda$  برای افرادی که دارو را مصرف کردهاند و تاثیر مثبت از آن دریافت کردهاند، به ۳ کاهش می یابد. اگر شخصی دارو را مصرف کند و سپس در یک سال ۲ بار به سرماخوردگی مبتلا شود، آن گاه احتمال اینکه دارو بر بدن این شخص اثرگذار بوده باشد چقدر است؟

## سوال پنجم (۱۵ نمره)

در یک مدرسه، متغیر تصادفی X، تعداد غایبین در روز است و از توزیع خاصی پیروی می کند؛  $P(X=k)=\frac{\mu^k e^{-\mu}}{k!}$  .  $k\geq 0$  ، همچنین  $\mu$  پارامتر مثبت این توزیع است.)

را بر حسب  $\mu$  بدست آورید. (راهنمایی: از بسط تیلور  $e^x$  استفاده کنید.) E(X)

## سوال ششم (۱۵ نمره)

در یک ظرف آجیل N نوع آجیل مختلف داریم. در هر بار اقدام به برداشتن، به احتمال  $P_i$  آجیل نوع i م برداشته شود. فرض کنید X تعداد انواع آجیلهایی باشد که پس از n بار اقدام به برداشتن از ظرف، به دست آورده ایم. میانگین X را به دست آورید.

موفق باشید.