



دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

بهار ۱۴۰۲	آمار و احتمال مهندسی
تمرین سری سوم (امیدریاضی، واریانس، کوواریانس)	
مدرس: مهدی جعفری	موعد تحویل: چهارشنبه ۲۰ اردیبهشت ۱۴۰۲

سؤال ۱ فرض کنید متغیر تصادفی X نتیجه پرتاب یک تاس 4 وجهی همگن باشد. Y نتیجه پرتاب یک تاس 6 وجهی همگن باشد. Z را میانگین این 2 متغیر تصادفی در نظر بگیرید.
 الف) واریانس Y, X و Z را بدست آورید.
 ب) PMF و CDF متغیر Z را رسم کنید.
 ج) فرض کنید در یک بازی فرضی شما $2X$ دلار می‌برید در صورتی که $x > y$ باشد و 1 دلار در غیراین صورت می‌بازید. بعد از 60 بار بازی کردن امیدریاضی برد شما چقدر است؟

سؤال ۲ حسین که پس از 6 ترم نتوانسته از فیزیک دست بکشد تصمیم گرفته است شما را با یک سوال فیزیکی به چالش بکشد. ظرفی به حجم V دارای N مولوکول گاز است. همچنین فرض کنید گاز در حالت تعادل است.

الف

احتمال اینکه یک مولوکول در حجم v ($v < V$) باشد چقدر است؟

ب

احتمال این که n مولوکول در حجم v قرار داشته باشند چقدر است؟

ج

امیدریاضی و واریانس تعداد مولوکول‌ها در حجم v را بدست آورید.

سؤال ۳ فرض کنید در دوران *sengoku* هستید و هر *warlord* قصد حمله به یک استان را دارد. آنها تصمیم گرفته‌اند یک گوی بسازند که K شهر مختلف در آن است و به احتمال P_i قرعه به اسم شهر i ام می‌آید. از آن جا که فرمانده شما بسیار خودسر است تعداد شهرهایی که می‌خواهد به آن‌ها حمله کند را از تعداد شهرهای متمایز از بین این n قرعه انتخاب می‌کند.
 X را تعداد شهرهای متمایز در n قرعه تعریف می‌کنیم. $E[X]$ چقدر است؟

سؤال ۴ فرض کنید متغیر تصادفی X از توزیع $pareto(x_m, \alpha)$ پیروی می‌کند.
 PDF آن برحسب x_m, α به صورت زیر است:

$$f_X(x) = \begin{cases} \alpha \frac{x_m^\alpha}{x^{\alpha+1}} & \text{for } x \geq x_m \\ 0 & o.w \end{cases} \quad (1)$$

الف

CDF آن را بدست آورید.

ب

اگر $\alpha \geq 2$ آن گاه EX و $Var(X)$ را بدست آورید.

سؤال ۵ پشت یک میز دایره ای در یک رستوران چینی N نفر نشسته اند. روی میز، N پیش غذای مختلف روی یک سینی چرخان چیده شده است. هر فرد شروع به خوردن پیش غذایی که دقیقاً در مقابلش قرار دارد می کند. سپس شخصی سینی را می چرخاند تا همه با یک پیش غذای تصادفی روبرو شوند. امید ریاضی تعداد افرادی که در نهایت پیش غذای اولیه خود را دریافت می کنند چقدر است؟

سؤال ۶ X و Y دو متغیر تصادفی اند. می دانیم که $\sigma_x^2 = 4, \sigma_y^2 = 9$ اگر بدانیم که $Z = 2X - Y$ و $W = X + Y$ از هم مستقل اند، آنگاه $Cov(X, Y)$ را بیابید.

موفق باشید