



دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

آمار و احتمال مهندسی	بهار ۱۴۰۰
آزمون دوم	
مدرس: نعیمه امیدوار	تاریخ آزمون: پنج‌شنبه ۲ اردیبهشت ۱۴۰۰

توجه) وقت این آزمون یک ساعت و نیم است (از ساعت ۳ تا ۴:۳۰). آزمون کتاب‌باز و مشورت بسته است. آزمون از ۲۱ نمره است که یک نمره آن اضافه است.

سؤال ۱ روستایی n دانش‌آموز (که n عدد ثابت و مشخصی است) و دو مدرسه دارد. در ابتدای امسال تحصیلی، هر دانش‌آموز به احتمال p در مدرسه اول و با احتمال $1 - p$ در مدرسه دوم ثبت‌نام می‌شود. فرض کنید تعداد دانش‌آموزان در مدرسه اول را با متغیر تصادفی X و تعداد دانش‌آموزان در مدرسه دوم را با متغیر تصادفی Y نشان دهیم.

الف) توزیع احتمال مشترک X و Y چیست؟ توزیع هر کدام از متغیرهای تصادفی X و Y را بیابید. امید ریاضی این متغیرها را بیابید. آیا این دو متغیر از هم مستقل هستند؟

ب) حال فرض کنید تعداد کل دانش‌آموزان، N ، عدد ثابتی نبوده بلکه خود عددی تصادفی می‌باشد که دارای توزیع پواسون با پارامتر λ است. پس از اینکه به صورت تصادفی تعداد کل دانش‌آموزان را مشخص کردیم، همانند حالت قبل، دانش‌آموزان را یکی یکی و مستقل از هم میان دو مدرسه تقسیم می‌کنیم (هر دانش‌آموز با احتمال p در مدرسه اول و با احتمال $1 - p$ در مدرسه دوم ثبت‌نام می‌شود). در این حالت نیز توزیع احتمال مشترک X و Y بیابید (برای این کار میتوان از قانون احتمال کل استفاده کرد). امید ریاضی تعداد دانش‌آموزان هر مدرسه چقدر است؟ نشان دهید که دو متغیر تصادفی X و Y در این حالت از هم مستقل هستند!

بارم: ۸ نمره.

سؤال ۲ برای تهیه‌ی تعداد ۱۰۰۰ کاسه شله‌زرد نذری ماه مبارک، پس از پخته شدن شله‌زرد، ۵۰۰۰ خلال پسته و ۲۰۰۰ خلال بادام را به دیگ اضافه می‌کنیم و خوب هم می‌زنیم و سپس در کاسه‌ها می‌کشیم (تا هر خلال پسته و یا خلال بادام مستقل از بقیه به احتمال برابر داخل یکی از کاسه‌ها برود).

الف) اگر ۵ کاسه را به صورت تصادفی انتخاب نماییم، با چه احتمالی حداقل ۳ کاسه دارای بیش از ۲ خلال پسته است؟

ب) اگر یک کاسه را به صورت تصادفی انتخاب نماییم، با چه احتمالی هیچ خلال پسته و بادامی در آن یافت نمی‌شود؟

بارم: ۸ نمره.

سؤال ۳ فرض کنیم n پاکت نامه و n نامه داریم که از ۱ تا n شماره‌گذاری شده‌اند و نامه‌ی i ام متعلق به پاکت i ام است. یک کارمند به علت حواس‌پرتی، بدون دقت به شماره‌ی نامه‌ها، آنها را در پاکت‌ها قرار داده است (در هر پاکت فقط یک نامه قرار می‌گیرد). اگر تعداد نامه‌هایی که به درستی در پاکت قرار داده‌شده‌اند را با X نشان دهیم، آنگاه استدلال کنید احتمال اینکه X خیلی بیشتر از یک شود، بسیار کم است.

بارم: ۵ نمره.

موفق باشید