

پاسخنامه تمرین دو مدارهای منطقی - نیمسال دوم ۱۴۰۱-۱۴۰۰

پاسخ سوال اول: (۳ نمره)

$$G = (((B + C)' \oplus (A.B)') . (C + DE))'$$

همچنین طبق قوانین می دانیم که

$$x \oplus y = x'y + y'x$$

حالا با استفاده از قانون بالا داریم:

$$G = (B'C'AB + (B + C).(A' + B')) . (C + DE))' = ((B + C).(A' + B')).(C + DE))'$$

حالا می توان از C فاکتور گرفت و داریم:

$$G = ((C + DBE).(A' + B'))'$$

حالا برای تبدیل به SOP، با توجه به قانون دمورگان داریم:

$$\begin{aligned} &= C'.(D' + B' + E') + AB \\ &= C'D' + C'B' + C'E' + AB \end{aligned}$$

همچنین برای تبدیل به POS باید عبارت زیر را پخش کنیم:

$$\begin{aligned} G &= ((C + DBE).(A' + B'))' = (A'C + A'DBE + B'C + B'DBE)' = (A'C + A'DBE + B'C)' \\ &\text{با توجه به قانون دمورگان داریم:} \\ &= (A + C').(A + D' + B' + E').(B + C') \end{aligned}$$

پاسخ سوال دوم: (۳ نمره)

ابتدا توابع T_1, T_2 را به صورت SOP می نویسیم:

$$\begin{aligned} T_1 &= A'B'C' + A'B'C + A'BC' \\ T_2 &= A'BC + AB'C' + AB'C + ABC' + ABC \end{aligned}$$

حال کافی است که این دو تابع را ساده کنیم:

$$\begin{aligned} T_1 &= A'B'C' + A'B'C + A'BC' = A'B'(C' + C) + A'BC' = A'B' + A'BC' = A'(B' + BC') \\ &= A'(B' + C') \end{aligned}$$

دقت کنید که در آخر عبارت بالا از اتحاد زیر استفاده کردیم (که در آن قرار دادیم $X \rightarrow B', Y \rightarrow C'$):

$$X + X'Y = X + Y$$

حال تابع دوم را ساده می کنیم:

$$\begin{aligned} T_2 &= A'BC + AB'C' + AB'C + ABC' + ABC = BC(A + A') + AB'(C + C') + ABC' + \textcolor{red}{ABC} \\ &= BC + AB' + AB(C' + C) = BC + AB' + AB = BC + A(B' + B) = BC + A \end{aligned}$$

دقت کنید جمله قرمز رنگ در آخر خط اول تکرار یکی از جمله های اولیه است.

بنابراین ساده شده دو تابع T_1, T_2 به صورت زیر خواهد شد:

$$\begin{aligned} T_1 &= A'B' + A'C' \\ T_2 &= BC + A \end{aligned}$$

پاسخ سوال سوم: (۴ نمره)

$$a - ((A+B)A' + (A+B)B')' = A \oplus B \quad ?$$

$$(A+B)A' + (A+B)B' = A'B + AB' = A \oplus B \rightarrow (A \oplus B)' \neq A \oplus B$$

$$b - ((A+B)A' + (A+B)B')' = (A + (A+B)')(B + (A+B)') \quad ?$$

$$A + (A+B)' = A + A'B' = (A + A')(A + B') = A + B'$$

$$B + (A+B)' = B + A'B' = (B + A')(B + B') = B + A'$$

$$\Rightarrow (A + B')(A' + B) = AA' + BB' + A'B + AB' = A'B + AB' = A \oplus B$$

بنابراین تساوی a برقرار نیست اما تساوی b برقرار است

پاسخ سوال چهارم: (۶ نمره)

در این سوال اگر بعضی مراحل را به طور ذهنی انجام داده باشید، اشکال ندارد و نمره‌ای کسر نمی‌شود.

$$a - xy + x'z + yz = xy + x'z + yz(x + x') = xy + x'z + xyz + x'zy$$

$$= xy(1 + z) + x'z(1 + y) = xy + x'z$$

$$b - (xy' + x'y)' = (x' + y).(x + y') = (x' + y)x + (x' + y)y' = xy + x'y'$$

روش ساده‌تر برای بخش b:

$$b - (xy' + x'y)' = (x \oplus y)' = x'y' + xy$$

$$c - (xy \oplus xy') + x' = (x' + y')xy' + (x' + y)xy + x'$$

$$= x((x' + y')y' + (x' + y)y) + x' = x(y' + y) + x' = x + x' = 1$$

$$d - (x + y)(x'(y' + z'))' + x'y' + x'z' = (x + y).(x + yz) + x'(y' + z')$$

$$= (x + y)x + (x + y)yz + (x + yz)' = x + yz + (x + yz)' = 1$$

پاسخ سوال پنجم: (۲ نمره)

$$F = x + yz$$

$$F' = x'(y' + z') = x'y' + x'z'$$

به کمک قاعده $(aa' = 0)$ گزاره زیر ثابت می‌شود:

$$F.F' = (x'y' + x'z')(x + yz) = x'y'x + x'y'yz + x'z'x + x'z'yz = 0$$

به کمک قاعده $(a + a'b = a + b)$ و $(a + a' = 1)$ گزاره زیر ثابت می‌شود:

$$F + F' = (x + yz) + (x'y' + x'z') = (x + x'y') + yz + (x + x'z') = x + y' + yz + x + z'$$

$$= x + (y' + yz) + (z' + yz) = x + y' + z + y + z' = 1$$

پاسخ سوال ششم: (۲ نمره)

با تابع XOR نمی توان گیت های AND و OR را ساخت، بنابراین a منطق کامل نیست. ضمن این که برای ساخت NOT هم به "1" نیاز داریم ولی خود "1" را نمی توانیم با تابع XOR بسازیم.

تابع $F(a, b, c) = a' + ab$ هم منطق کامل نیست، چون برای ساخت NOT به "0" نیاز داریم:

$$F(a, 0, X) = a'$$

ولی امکان ساخت خود "0" را با این تابع نداریم.