



به موارد زیر توجه کنید:

- ۱- حتما نام و شماره دانشجویی خود را روی پاسخ نامه بنویسید.
- ۲- در حل سوالات به نوشتن جواب آخر اکتفا نکنید. همه مراحل میانی را هم بنویسید.
- ۳- کل پاسخ تمرینات را در قالب یک فایل pdf با شماره دانشجویی خود نام گذاری کرده در سامانه CW بارگذاری کنید.
- ۴- در صورت مشاهده هر گونه مشابهت نامتعارف هر دو (یا چند) نفر کل نمره این تمرین را از دست خواهند داد.

سوالات:

- ۱- (۱۰ نمره) جدول کارنوی تابع $F(a, b, c, d) = \prod M(1, 3, 4, 6, 12, 14)$ را رسم کنید. سپس عامل های ضربی اولیه و عامل های ضربی اولیه اساسی را در آن پیدا کنید و تابع را به صورت SOP ساده کنید.

پاسخ:

ab \ cd	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	1	1	1
11	0	1	1	1
10	1	0	0	1

عامل های ضربی اولیه: bd و $b'd'$ و ab' و ad

عامل های ضربی اولیه اساسی: bd و $b'd'$ (رنگ سبز و زرد)

تابع را به دو صورت می توان ساده کرد:

$$bd + b'd' + ab'$$

یا

$$bd + b'd' + ad$$

- ۲- (۱۰ نمره) تابع $f(a, b, c, d) = ab'c + bc'd' + ab'd' + a'b'd$ پس از ساده شدن تبدیل به عبارت $f = c'd' + ab' + b'd$ شده است. حداقل های این تابع را مشخص کنید.

پاسخ:

حداقل تعداد $don't\ care$ ها دو تا است. ابتدا بر اساس تابع داده شده جدول کارنوی آن را کشیده و سپس با توجه به عبارت ساده شده، عامل های اولیه را در جدول مشخص می کنیم. سپس در هر جا که در عامل اولیه صفر وجود داشت، آن را به x تبدیل می کنیم.

ab \ cd	00	01	11	10
00	x	1	1	1
01	1	0	0	x
11	1	0	0	1
10	0	0	0	1

۳- (۲۰ نمره) تابع های f و g به صورت زیر داده شده‌اند. تابع $h_1 = f.g$ و $h_2 = f+g$ را به صورت SOP ساده کنید.

$$f = abc' + a'd + bc'd' + abcd'$$

$$g = (a + b' + c).(a' + b + d').(a + b + c' + d')$$

پاسخ:

ابتدا جدول کارنو را برای دو تابع داده شده رسم می‌کنیم:

f:

ab \ cd	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	1	1	0
11	1	1	0	0
10	0	0	1	0

g:

ab \ cd	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	1	0	1	0
11	0	1	1	0
10	1	1	1	1

سپس از روی این دو جدول کارنو، جدول کارنوی h_1 و h_2 را به دست آورده و آنگاه از روی آن جدول، فرم SOP آن دو را به دست می‌آوریم. برای یافتن h_1 هر جا $f = 1$ و $g = 1$ بود مقدار آن مینترم را یک گذاشته وگرنه صفر قرار می‌دهیم. برای یافتن h_2 هم هر جا $f = 1$ یا $g = 1$ بود یک قرار داده وگرنه صفر قرار می‌دهیم:

$$h_1 = f.g$$

ab \ cd	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	0	1	0
11	0	1	0	0
10	0	0	1	0

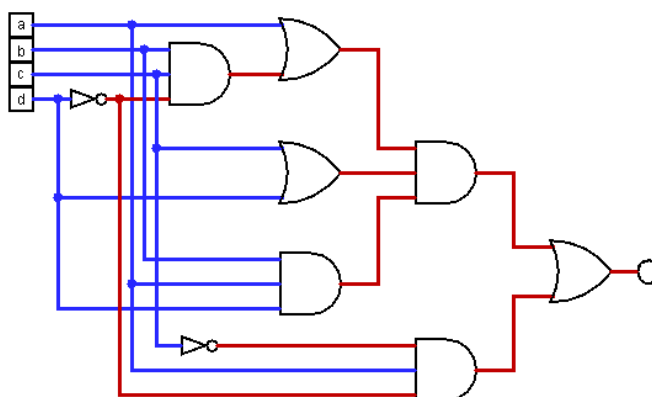
$$h_1 = abc' + abd' + a'b'c'd + a'bcd$$

$$h_2 = f+g$$

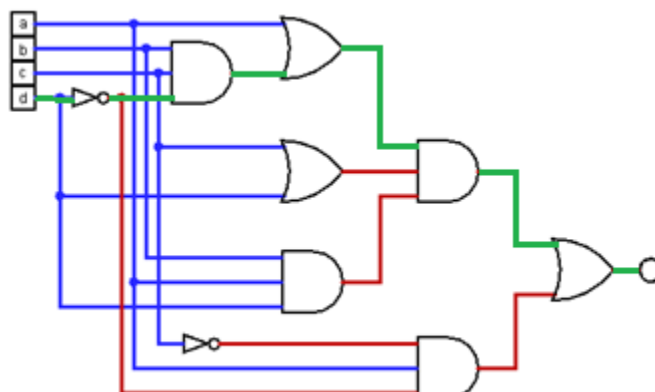
ab \ cd	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	1	0
11	1	1	1	0
10	1	1	1	1

$$h_2 = a' + b + d'$$

۴- (۲۰ نمره) مسیر بحرانی مدار زیر را نشان دهید. همچنین مشخص کنید پیچیدگی این مدار چند GI است. سپس مدار را به صورت SOP ساده کنید و بار دیگر به سوالات قبل پاسخ دهید.



پاسخ: مسیر بحرانی مسیری است که بیشترین تاخیر را دارد که یعنی باید مسیری را پیدا کنیم که از بیشترین تعداد گیت ممکن عبور می‌کند:



مسیر بحرانی در شکل بالا با رنگ سبز مشخص شده است.

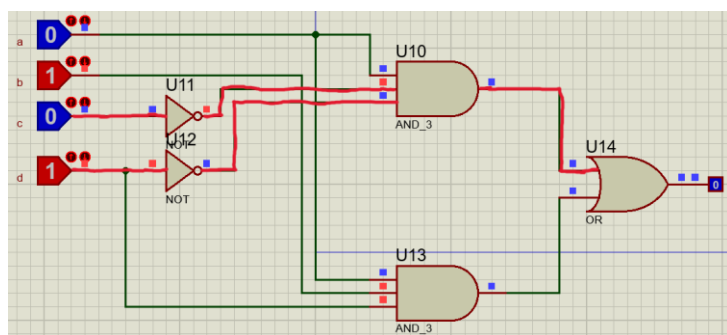
برای محاسبه پیچیدگی مدار برحسب GI باید مجموع تعداد ورودی‌های هر گیت را حساب کنیم که به راحتی می‌توان دید این مقدار برای مدار بالا به صورت: $GI = 1 + 3 + 1 + 3 + 2 + 2 + 3 + 3 + 2 = 20$ است. در گام بعدی برای ساده سازی مدار به صورت SOP باید ابتدا جدول درستی این مدار را به دست آوریم و با استفاده از جدول کارنو به مدار SOP برسیم.

A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

cd/ ab	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	1	1	1	0
10	1	0	0	0

$$F = a\bar{c}\bar{d} + abd$$

مدار ساده‌شده به صورت شکل زیر است. مسیرهای بحرانی مدار با رنگ قرمز نمایش داده شده‌اند. می‌بینیم که پیچیدگی مدار نیز برابر با $GI = 1 + 1 + 3 + 2 = 7$ است.



۵- (۳۰ نمره) یک مدار ترکیبی بسازید که یک عدد پنج بیتی $A=abcde$ را از ورودی بگیرد و اگر A پالیندروم ($abcde=edcba$) یا مربع کامل باشد، خروجی را یک کند. تضمین می‌شود عدد ورودی هیچگاه مضرب ۳ نیست. این مدار را یک بار فقط با گیت‌های NAND و یک بار فقط با گیت‌های NOR بسازید.

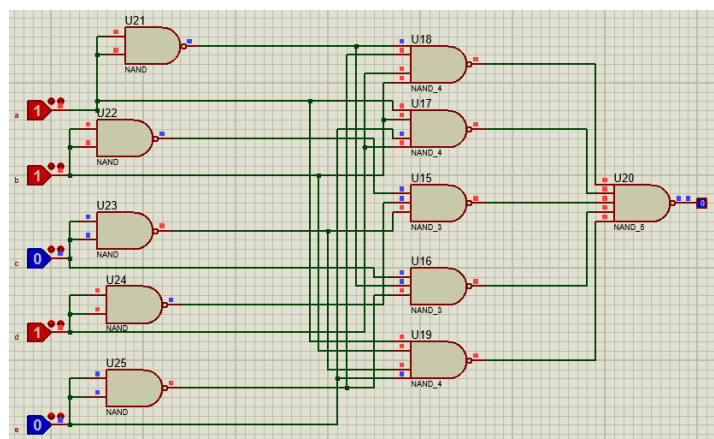
پاسخ: ابتدا جدول درستی مدار مدنظر را رسم می‌کنیم:

A	B	C	D	E	F
0	0	0	0	0	X
0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	1	X
0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	X
0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	X
0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	X
0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	X
1	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
1	0	0	1	0	X
1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	X
1	0	1	1	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	X
1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	0
1	1	0	1	1	X
1	1	1	0	0	0
1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	0	X
1	1	1	1	1	1

a=1 de/bc	00	01	11	10
00	1	1	0	x
01	0	x	0	0
11	0	0	1	x
10	x	1	x	0

a=0 de/bc	00	01	11	10
00	x	1	x	0
01	1	0	0	x
11	x	0	x	1
10	0	x	0	1

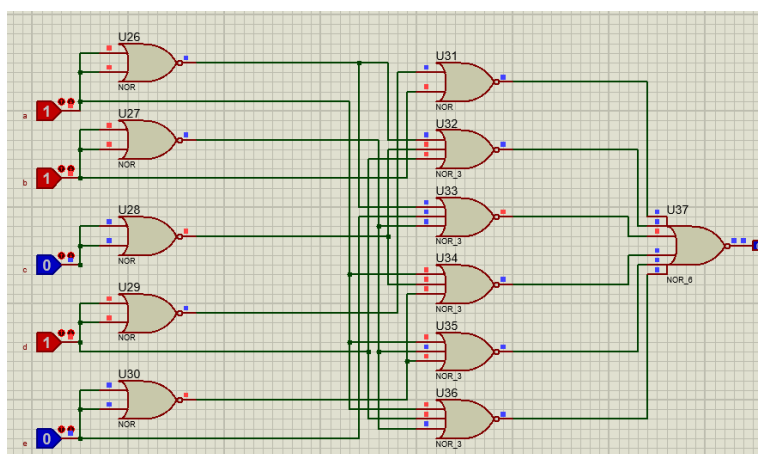
با ساده کردن دو جدول کارنو بالا به صورت SOP به معادله $F = \bar{c}\bar{d}\bar{b} + \bar{a}c\bar{e} + db\bar{a}\bar{e} + ab\bar{c}e + abde$ می‌رسیم. (بسته به روش ساده‌سازی به شکل‌های دیگر معادله می‌توان رسید.)



مدار با گیت NAND

همچنین با ساده کردن دو جدول کارنو بالا به صورت POS به معادله زیر می‌رسیم. (بسته به روش ساده‌سازی به شکل‌های دیگر معادله می‌توان رسید)

$$F = (b + \bar{d})(d + \bar{a} + \bar{c})(e + \bar{a} + \bar{b})(a + \bar{e} + \bar{c})(a + \bar{b} + \bar{e})(a + d + \bar{b})$$



مدار با گیت NOR

۶- (۱۰ نمره) می‌خواهیم یک مدار ترکیبی برای تبدیل ورودی BCD به 7-segment بسازیم. برای ما تفاوتی ندارد که عدد ۶ را به صورت ۶ یا ۵ نمایش دهیم. همچنین تفاوتی ندارد که عدد ۹ را به صورت ۹ یا ۹ نمایش دهیم. مدار لازم برای ساخت قطعات a و d را به صورت SOP رسم کنید و مشخص کنید نمایش دو عدد ۶ و ۹ در مدار شما به چه صورت است.

پاسخ: چون خط بالای عدد ۶ و خط پایین عدد ۹ برایمان اهمیتی ندارد، این دو خط را در جدول درستی به صورت don't care وارد می‌کنیم و سپس جدول کارنوی دو قطعه a و d را رسم کرده و ساده می‌کنیم.

x3	x2	x1	x0	a	b	c	d	e	f	g
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	x	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	x	0	1	1
1	0	1	0	x	x	x	x	x	x	x
1	0	1	1	x	x	x	x	x	x	x
1	1	0	0	x	x	x	x	x	x	x
1	1	0	1	x	x	x	x	x	x	x
1	1	1	0	x	x	x	x	x	x	x
1	1	1	1	x	x	x	x	x	x	x

x3x2 x1x0	00	01	11	10
00	1	0	x	1
01	0	1	x	1
11	1	1	x	x
10	1	x	x	x

$$a = x_3 + x_1 + x_2'x_0' + x_2x_0$$

x3x2 x1x0	00	01	11	10
00	1	0	x	1
01	0	1	x	x
11	1	0	x	x
10	1	1	x	x

$$d = x_2'x_0' + x_2x_1'x_0 + x_2'x_1$$

با توجه به مقادیر ساده‌شده برای a و d می‌بینیم که ۶ را به صورت ۶ و ۹ را به صورت ۹ نمایش داده‌ایم.