



مدارهای منطقی

نام و نام خانوادگی:

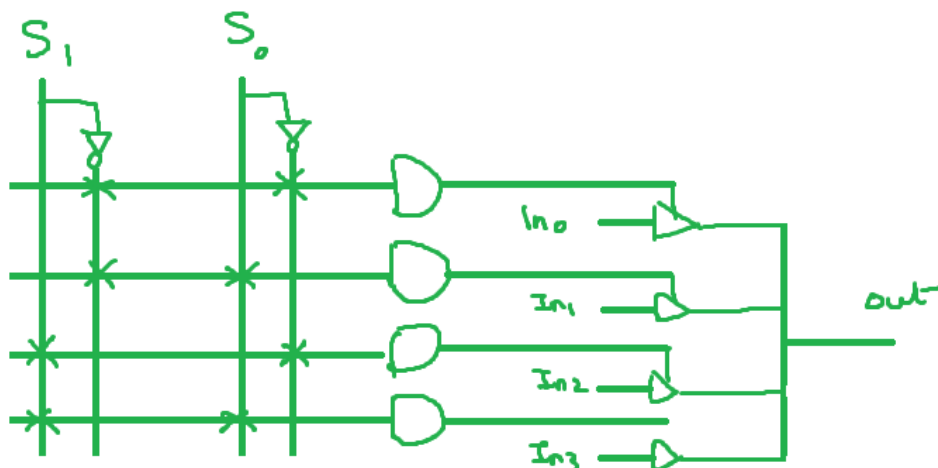
شماره دانشجویی:

آزمون پایانی - دی ماه ۱۴۰۱

دانشکده مهندسی کامپیوتر

زمان آزمون: ۱۴۰ دقیقه

۱- (۱ نمره) مدار داخلی یک مولتی پلکسر چهار به یک را رسم کنید. برای ساخت این مولتی پلکسر فقط از گیت‌های NOT و AND و بافرهای سه‌حالت (tri-state) استفاده کنید.



۲- (۵, ۲ نمره) می‌خواهیم برای تشخیص و اصلاح خطای تک‌بیتی در یک مجموعه داده ۱۱ بیتی از کد همینگ استفاده کنیم. به این منظور باید چهار بیت توازن P_1, P_2, P_4 و P_8 را به مجموعه بیت‌های اصلی اضافه کنیم. الف- روابط این چهار بیت توازن را بر حسب بیت‌های داده $X_3, X_5, X_6, X_7, X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}$ و X_{15} بنویسید.

ب- با فرض فقط یک بیت خطا، اگر رشته‌ای با این روش کد شود و به صورت ۰۰۰۰۱۰۱۰۰۱۱۰۱۱۰ دریافت شود، درست دریافت شده یا خطا دارد؟ توضیح دهید.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
P8	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
P4	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1
P1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
P0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0

$$\begin{aligned}
 P_1 &= XOR(X_3, X_5, X_7, X_9, X_{11}, X_{13}, X_{15}) = 0 \\
 P_2 &= XOR(X_3, X_6, X_7, X_{10}, X_{11}, X_{14}, X_{15}) = 0 \\
 P_4 &= XOR(X_5, X_6, X_7, X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{15}) = 0 \\
 P_8 &= XOR(X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{15}) = 0
 \end{aligned}$$

با توجه به این که مقدار هر چهار بیت توازن صفر شده، پس داده بدون خطا دریافت شده است.

۳- (۲,۵ نمره) دو تابع زیر را در نظر بگیرید و پس از ساده کردن آنها را با ساده‌ترین PLA ممکن بسازید. فرض کنید در خروجی این PLA گیت‌های XOR تعبیه شده‌اند که امکان ساخت مکمل توابع موردنظر را فراهم می‌کنند.

$$f(A, B, C, D, E) = \sum m(2, 8, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 18, 24, 28) + d(0, 26, 30)$$

$$g(A, B, C, D, E) = \sum m(4, 5, 6, 7, 9, 11, 20, 21, 22, 23, 25, 27, 28, 29, 30, 31) + d(8, 10, 12, 14, 16, 18)$$

A=0

BC \ DE	00	01	11	10
00	x		1	1
01			1	
11			1	
10	1		1	1

A=1

BC \ DE	00	01	11	10
00	1		1	1
01				
11				
10	1		x	x

$$f = C'E' + BE' + A'BC$$

A=0

BC \ DE	00	01	11	10
00	x	1		
01	1	1		1
11	1	1		1
10		1		

A=1

BC \ DE	00	01	11	10
00		1		
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10		1	x	x

$$f' = B'C + C'E + AE$$

A=0

BC \ DE	00	01	11	10
00		1	x	x
01		1		1
11		1		1
10		1	x	x

A=1

BC \ DE	00	01	11	10
00	x	1	1	
01		1	1	1
11		1	1	1
10	x	1	1	

$$g = B'C + AC + BC'E$$

A=0

BC \ DE	00	01	11	10
00	1		x	x
01	1		1	
11	1		1	
10	1		x	x

A=1

BC \ DE	00	01	11	10
00	x			1
01	1			
11	1			
10	x			1

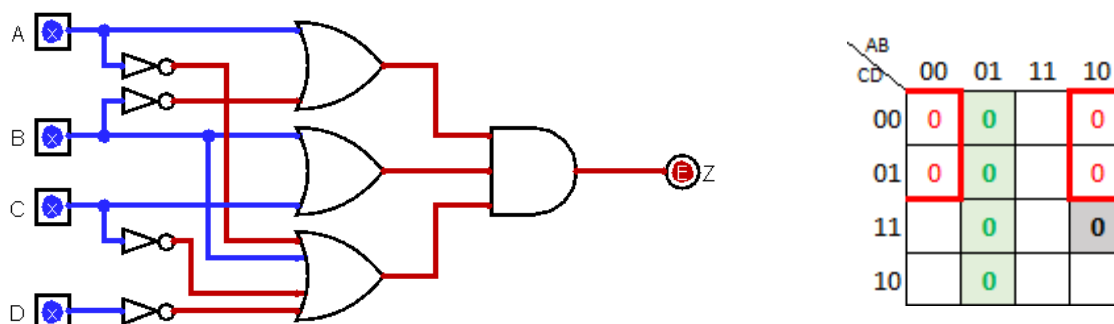
$$g' = C'E' + A'BC + B'C'$$

با بررسی نتیجه ساده کردن f و g و f' و g' می‌بینیم که اگر f و g را بسازیم، کمترین تعداد گیت AND را نیاز خواهیم

داشت که عبارتند از C'E' و BE' و A'BC و B'C'

هر کدام از ساده کردن‌ها ۰,۵ نمره و انتخاب درست ۰,۵ نمره

۴- (۲ نمره) مخاطرات پنهان را در شکل زیر پیدا کنید و مدار را طوری اصلاح کنید که مخاطره پنهانی نداشته باشد.



با رسم جدول کارنو می‌توانیم مواردی را که منجر به مخاطره پنهان می‌شود شناسایی کنیم:

$$A = 0, C = 0, D = \times, B: 0 \rightarrow 1$$

$$A = 1, B = 0, D = 1, C: 0 \rightarrow 1$$

برای رفع مخاطره دو کار باید انجام دهیم، m_{10} و m_{11} را با هم در یک گروه قرار دهیم، که معادل این است که OR پایینی را سه ورودی کنیم و جمله $A' + B + D'$ را بسازیم و دیگر این که یک گیت OR برای ساخت جمله $A + C$ به مدار اضافه کنیم.

بارمبندی: هر مورد مخاطره ۰,۵ نمره و هر مورد اصلاح ۰,۵ نمره

اگر به جای حذف ورودی از گیت پایین یک گیت جدید اضافه کردند: کسر ۰,۲۵ نمره

اگر دقیقاً ترکیبات ورودی را ننوشتند: کسر ۰,۲۵ نمره

۵- (۳ نمره) با استفاده از تعداد کافی SR-FF یک شمارنده سنکرون مبنای سه بسازید و شکل مدار را رسم کنید. مطمئن شوید شمارنده شما خوداصلاحگر (self-correcting) باشد.

این شمارنده باید ترتیب $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 0$ را می‌شمارد. جدول حالت این شمارنده را رسم می‌کنیم و ورودی‌های S و R را از روی جدول تحریک SR-FF پر می‌کنیم و سپس آنها را ساده می‌کنیم.

A	B	A'	B'	S _A	R _A	S _B	R _B
0	0	0	1	0	x	1	0
0	1	1	0	1	0	0	1
1	0	0	0	0	1	0	x
1	1	x	x	x	x	x	x

$$S_A = B \Rightarrow dc(11) = 1$$

$$R_A = B' \Rightarrow dc(11) = 0$$

$$S_B = A'B' \Rightarrow dc(11) = 0$$

$$R_B = B \Rightarrow dc(11) = 1$$

با توجه به مقادیر dc مدار بعد از حالت ۱۱ به حالت AB=10 می‌رود بنابراین خوداصلاحگر است.

بارمبندی: هر ورودی ۰,۵ نمره، تست خوداصلاحگری ۰,۵ نمره و شکل مدار ۰,۵ نمره

۶- (۲ نمره) یک شمارنده ناهمگام (آسنکرون) بسازید که به ترتیب زیر بشمارد. شکل مدار را رسم کنید.

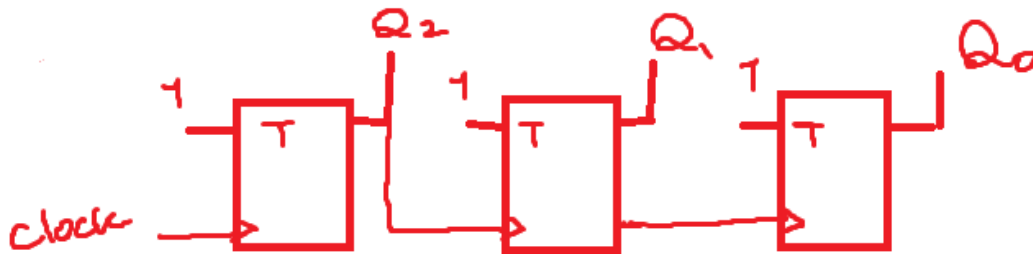
$0 \rightarrow 6 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 7 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 0$

$000 \rightarrow 110 \rightarrow 010 \rightarrow 101 \rightarrow 001 \rightarrow 111 \rightarrow 011 \rightarrow 100 \rightarrow 000$

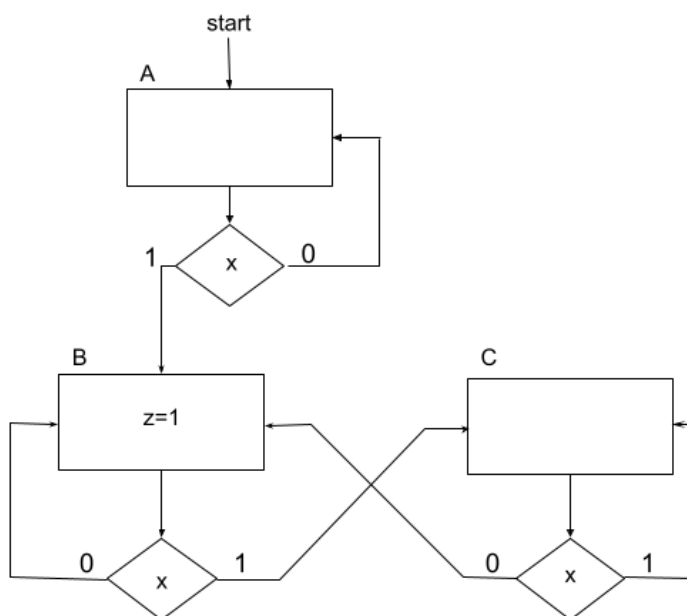
اگر معادل دودویی هر حالت را بنویسیم، می‌بینیم که بیت پرارزش بین هر دو حالت تغییر می‌کند، پس باید clock فلیپ‌فلاپ متناظر با بیت پرارزش را به clock اصلی وصل کنیم.

بیت وسط وقتی تغییر وضعیت می‌دهد که بیت پرارزش از صفر به یک تبدیل می‌شود، بنابراین clock فلیپ‌فلاپ متناظر با بیت وسطی باید به خروجی فلیپ‌فلاپ بیت پرارزش وصل شود.

بیت کم‌ارزش وقتی تغییر وضعیت می‌دهد که بیت وسطی از یک به صفر تبدیل می‌شود، بنابراین clock فلیپ‌فلاپ متناظر با بیت کم‌ارزش باید به مکمل خروجی بیت وسطی متصل باشد. بنابراین شمارنده را باید به این شکل بسازیم:



۷- (۳ نمره) یک مدار ترتیبی از نوع مور (Moore) بسازید ورودی x را به صورت سریال و با شروع از کم‌ارزش‌ترین بیت دریافت کند و مکمل دوی آن را با همان ترتیب (با شروع از کم‌ارزش‌ترین بیت) در خروجی y تولید کند. ASM Chart این مدار را رسم کنید و آن را به روش one-hot بسازید و شکل مدار را رسم کنید.



$$A^+ = Ax'$$

$$B^+ = Ax + Bx' + Cx'$$

$$C^+ = Bx + Cx$$

$$Z = B$$

بارم‌بندی:

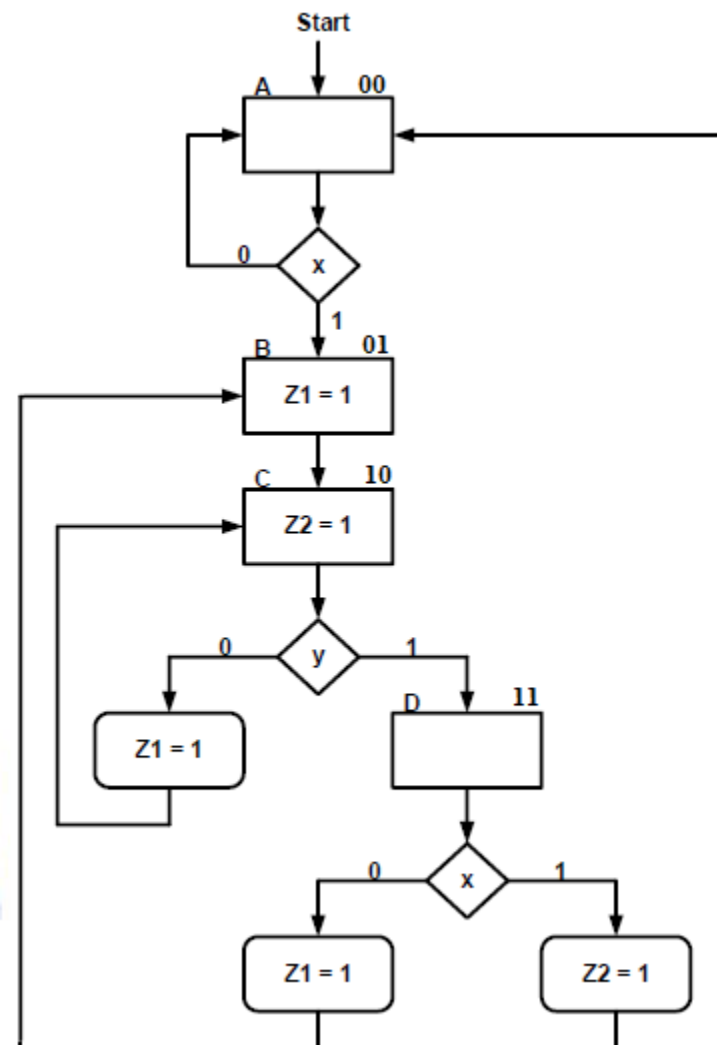
هر پاسخ درست ۰,۵ نمره

رسم ASM chart: ۰,۵ نمره

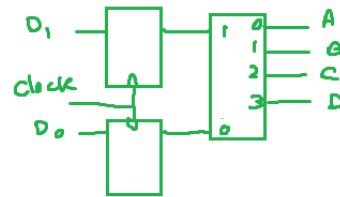
رسم شکل: ۰,۵ نمره

اگر این سوال را با چهار حالت هم حل کرده باشند، نمره کامل می‌گیرند.

- ۸- (۴ نمره) ASM Chart شکل زیر را با دو روش زیر حل کنید و در هر مورد شکل مدار را رسم کنید. رسم خروجی‌ها را فراموش نکنید. دقت کنید روابط جبری را تا جای ممکن ساده کنید.
- الف- با استفاده از D-FF و decoder (و گیت‌های موردنیاز دیگر)
- ب- با استفاده از D-FF و multiplexer (و گیت‌های موردنیاز دیگر)



حالت فعلی	x	y	Q_1^+	Q_0^+	Z_1	Z_2
A(00)	0	x	0	0	0	0
	1	x	0	1	0	0
B(01)	x	x	1	0	1	0
	x	1	1	1	0	1
C(10)	x	0	1	0	1	1
	x	1	1	1	0	1
D(11)	0	x	0	1	1	0
	1	x	0	0	0	1



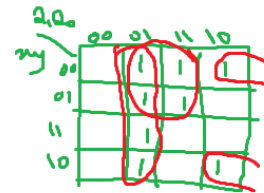
$$\begin{cases} D_1 = Q_1^+ = B + C \\ D_0 = Q_0^+ = Ax + Cy + Dx' \end{cases}$$

$$\begin{cases} Z_1 = B + Cy' + Dx' \\ Z_2 = C + Dx \end{cases}$$

کارت ۱۲۵-نمره + ۱۵-نمره شکل (۱۵-نمره)

حالت فعلی	مجموعه	Q_1^+	Q_0^+	Z_1	Z_2	m_{x+1}	m_{x0}
A(00)	x'	0	0	0	0	$I_0=0$	$J_0=x$
	x	0	1	0	0		
B(01)	1	1	0	1	0	$I_1=1$	$J_1=0$
C(10)	y'	1	0	1	1	$I_2=1$	$J_2=y$
	y	1	1	0	1		
D(11)	x'	0	1	1	0	$I_3=0$	$J_3=x'$
	x	0	0	0	1		

$$\begin{aligned} Z_1 &= Q_1'Q_0 + Q_1Q_0'y' + Q_1Q_0x' \\ &= Q_1'Q_0 + Q_0x' + Q_1Q_0'y' \end{aligned}$$



ورودی mux ها هر کدام ۶۲۵ نمره = ۲ نمره

خروجیها ۱۵-نمره

(۲۷۵-نمره)

رسم شکل ۶۲۵-نمره

$$\begin{aligned} Z_2 &= Q_1Q_0' + Q_1Q_0x = \\ &= Q_1(Q_0' + x) = Q_1Q_0' + Q_1x \end{aligned}$$

موفق باشید