



مدارهای منطقی

نام و نام خانوادگی:

شماره دانشجویی:

آزمون میان ترم دوم - دی ۱۴۰۲

دانشکده مهندسی کامپیوتر

زمان آزمون: ۱۲۰ دقیقه

۱- (۳ نمره) سه تابع زیر را با استفاده از کوچکترین OR-AND PLA ممکن بسازید. (منظور PLA ای است که ابتدا یک آرایه OR برنامه پذیر دارد و خروجی‌های گیت‌های OR به یک آرایه AND برنامه پذیر متصل هستند.) فرض کنید در خروجی PLA گیت‌های XOR ای وجود دارند که می‌توانند در صورت نیاز، مکمل تابع ساخته شده را تولید کنند.

$$f(a, b, c, d) = a'b' + a'c'd' + ac$$

$$g(a, b, c, d) = a'b' + ac' + a'c$$

$$h(a, b, c, d) = b' + c'd'$$

پاسخ:

هر سه تابع را به کمک جدول کارنو ساده می‌کنیم.

ab \ cd	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	1	0	0	0
11	1	0	1	1
10	1	0	1	1

ab \ cd	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	1	0	1	1
11	1	1	0	0
10	1	1	0	0

ab \ cd	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	1	0	0	1

$$f = (a' + c)(b' + c + d')(a + b' + c')$$

$$f' = (a + c + d)(a + b)(a' + c')$$

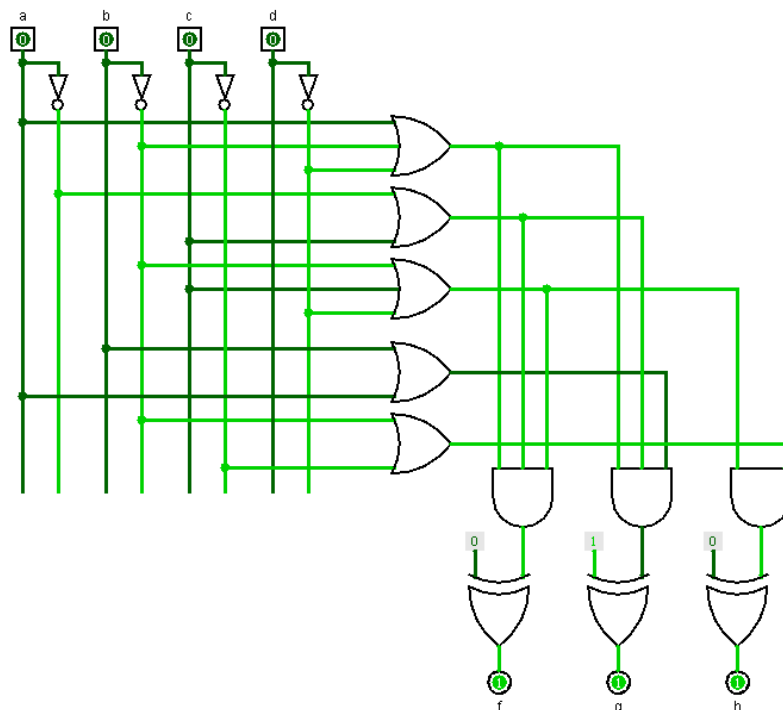
$$g = (a + b' + c)(a' + c')$$

$$g' = (a + b)(a' + c)(a + b' + c')$$

$$h = (b' + c + d')(b' + c')$$

$$h' = b(c + d)$$

با توجه به مقادیر ساده شده توابع، می‌بینیم که اگر f و g' و h را بسازیم، به ساده‌ترین PLA نیاز خواهیم داشت.



۲- (۳ نمره) به مدار شکل زیر توجه کنید. فرض کنید همه گیت‌های مدار (گیت‌های AND و OR و NOT) تاخیر ثابت و برابر با یک نانوثانیه دارند. می‌دانیم هر گاه a از یک به صفر تغییر وضعیت دهد، خروجی پیش از رسیدن به مقدار نهایی، چند بار تغییر وضعیت می‌دهد.

الف- جدولی مشابه با جدول زیر رسم کنید و همه تغییراتی را که در زمان‌های متوالی ایجاد می‌شود، در جدول وارد کنید. دو سطر از جدول برای نمونه پر شده‌اند.

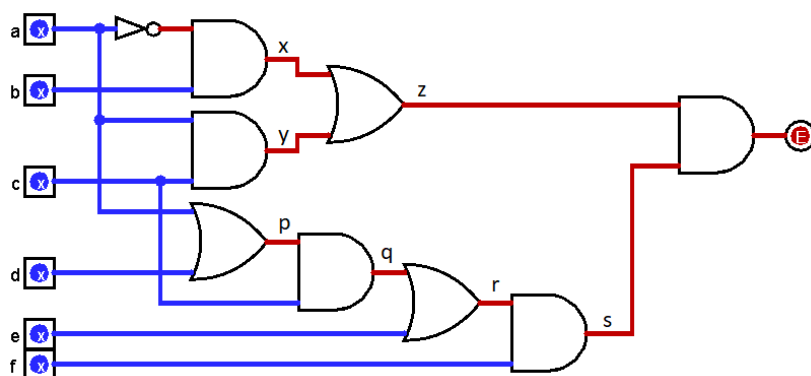
ب- شکل موج خروجی E را رسم کنید و مشخص کنید خروجی پس از چند نانوثانیه به مقدار نهایی و پایدار می‌رسد.

پاسخ:

برای این که a بیشترین تاثیر را در خروجی بگذارد، باید مقدار بقیه ورودی‌ها به این شکل باشد:

$$b = c = f = 1, \quad d = e = 0$$

به این ترتیب می‌توانیم جدول را به صورت زیر کامل کنیم:

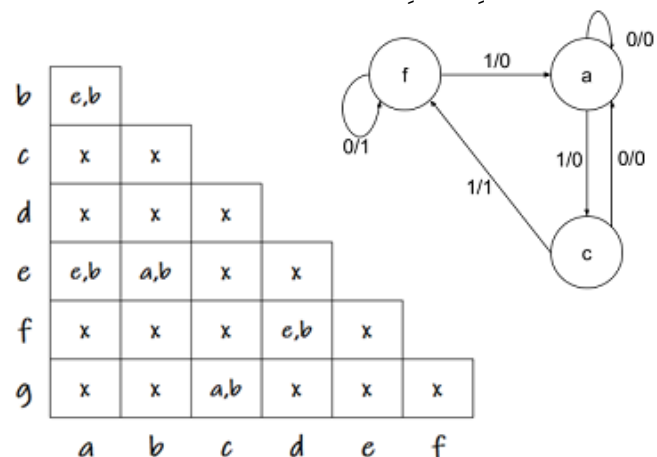


Time	Node Transitions
T	a:1→0
T+1	w:0→1, y:1→0, p:1→0
T+2	x:0→1, z:1→0, q:1→0
T+3	z:0→1, E:1→0, r:1→0
T+4	E:0→1, s:1→0
T+5	E:1→0

بنابراین می‌بینیم که خروجی از یک به صفر، از صفر به یک و دوباره از یک به صفر تغییر وضعیت می‌دهد و پس از ۵ نانوثانیه به مقدار نهایی می‌رسد.

۳- (۳ نمره) جدول حالت زیر را تا جای ممکن ساده کنید و نمودار حالت ساده شده را رسم کنید.

present state	next state		output	
	x=0	x=1	x=0	x=1
a	e	c	0	0
b	a	c	0	0
c	a	f	0	1
d	e	d	1	0
e	b	c	0	0
f	b	d	1	0
g	b	f	0	1

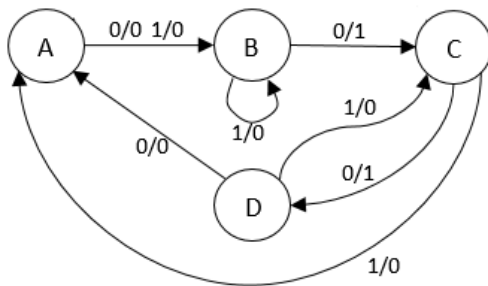


پاسخ:

طبق جدول بالا می‌توانیم حالت‌های معادل را به این ترتیب به دست آوریم و سپس نمودار حالت را رسم کنیم.

$$a \equiv b \equiv e \quad c \equiv g \quad d \equiv f$$

۴- (۳ نمره) مدار ترتیبی معادل با نمودار حالت زیر را با استفاده از JK-FF بسازید. حالت‌های A تا D را به ترتیب معادل



Q_1	Q_0	x	Q_1^+	Q_0^+	J_1	K_1	J_0	K_0	y
0	0	0	0	1	0	x	1	x	0
0	0	1	0	1	0	x	1	x	0
0	1	0	1	0	1	x	x	1	1
0	1	1	0	1	0	x	x	0	0
1	0	0	1	1	x	0	1	x	1
1	0	1	0	0	x	1	0	x	0
1	1	0	0	0	x	1	x	1	0
1	1	1	1	0	x	0	x	1	0

۰۰ تا ۱۱ در نظر بگیرید.

پاسخ:

ابتدا جدول حالت را رسم کرده و سپس ورودی‌های JK-FF ها را به دست می‌آوریم و با جدول کارنو ساده می‌کنیم.

$Q_1 Q_0$ x	00	01	11	10
0	0	1	x	x
1	0	0	x	x

$$J_1 = Q_0 x'$$

$Q_1 Q_0$ x	00	01	11	10
0	x	x	1	0
1	x	x	0	1

$$K_1 = Q_0 x + Q_0' x'$$

$Q_1 Q_0$ x	00	01	11	10
0	1	x	x	1
1	1	x	x	0

$$J_0 = x' + Q_1'$$

$Q_1 Q_0$ x	00	01	11	10
0	x	1	1	x
1	x	0	1	x

$$K_0 = x' + Q_1$$

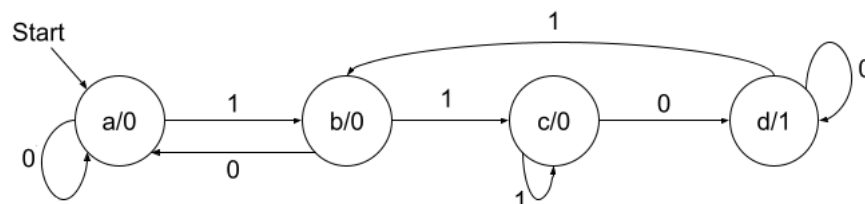
برای ساده کردن خروجی می‌توانیم از قوانین جبری استفاده کنیم:

$$y = Q_1' Q_0 x' + Q_1 Q_0' x' = x' (Q_1 \oplus Q_0)$$

۵- (۳ نمره) با استفاده از D-FF مداری بسازید که یک ورودی و یک خروجی دارد. اگر در ورودی دو یک متوالی و یک صفر دیده شود، خروجی یک می‌شود و تا زمانی که ورودی صفر باشد، یک می‌ماند. پس از این که ورودی یک شد، خروجی هم صفر می‌شود.

پاسخ:

ابتدا نمودار حالت را رسم می‌کنیم و سپس از روی آن جدول حالت و ورودی FF ها را به دست می‌آوریم.



	Q_1	Q_0	x	Q_1^+	Q_0^+
<i>a</i>	0	0	0	0	0
	0	0	1	0	1
<i>b</i>	0	1	0	0	0
	0	1	1	1	0
<i>c</i>	1	0	0	1	1
	1	0	1	1	0
<i>d</i>	1	1	0	1	1
	1	1	1	0	1

$Q_1 Q_0$ x	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	0	1	0	1

$$Q_1^+ = Q_1 x' + Q_1 Q_0' + Q_1' Q_0 x$$

$Q_1 Q_0$ x	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	1	0	1	0

$$Q_0^+ = Q_1 x' + Q_1 Q_0 + Q_1' Q_0' x$$

۶- (۳ نمره) با استفاده از T-FF یک شمارنده همگام (سنکرون) بسازید که دنباله زیر را بشمارد. مطمئن باشید که شمارنده شما خوداصلاحگر (self-correcting) است.

$0 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 0$

پاسخ:

ابتدا جدول حالت را رسم می‌کنیم و ورودی‌های T-FF ها را از روی آن به دست می‌آوریم و سپس با جدول کارنو ساده می‌کنیم. در مرحله بعد مقدار خانه‌ای بی‌اهمیت را وارد جدول حالت کرده و حالت بعدی دو حالت استفاده نشده (حالت‌های ۶ و ۷) را به دست می‌آوریم. طبق جدول، بعد از هر دو حالت ۶ و ۷ به حالت ۱ خواهیم رفت، بنابراین مدار حاصل خوداصلاحگر است.

A	B	C	A^+	B^+	C^+	T_A	T_B	T_C
0	0	0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	1	1	1	0
1	1	0	x	x	x	x	x	x
1	1	1	x	x	x	x	x	x

AB C	00	01	11	10
0	0	1	x	0
1	0	0	x	1

$$T_A = BC' + AC$$

AB C	00	01	11	10
0	1	1	x	0
1	0	1	x	1

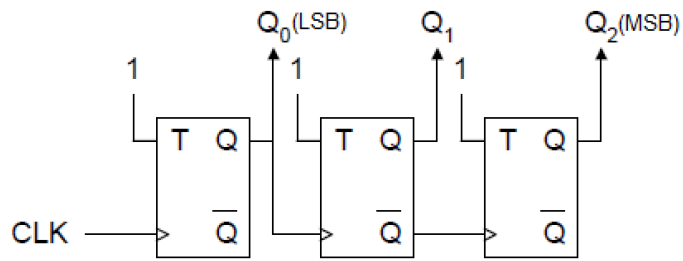
$$T_B = A'C' + AC + B$$

AB C	00	01	11	10
0	0	0	x	1
1	1	0	x	0

$$T_C = AC' + A'B'C'$$

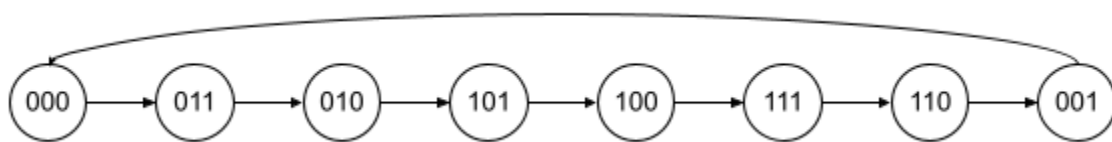
A	B	C	A^+	B^+	C^+	T_A	T_B	T_C
1	1	0	0	0	1	1	1	1
1	1	1	0	0	1	1	1	0

۷- (۲ نمره) شمارنده ناهمگام (آسنکرون) زیر چه دنباله‌ای را می‌شمارد.



پاسخ:

نمودار حالت این مدار با فرض این که هر حالت را به صورت $Q_2Q_1Q_0$ نمایش بدهیم، به شکل زیر است:



موفق باشی