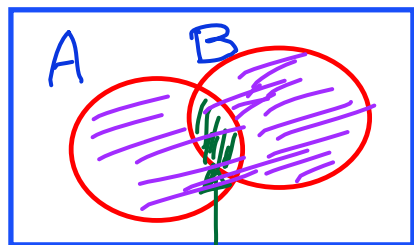


حالت خاص جبر بول: جبر مجموعه ها، جبر گزاره ها (= منطق دو دویی)، جبر سوئیچ ها

نمودار ون



$A \cap B$

$A \cup B$

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$$

↓

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

جبر بول	جبر مجموعه ها:
$+$	\leftrightarrow اجتماع: \cup
\cdot	\leftrightarrow اشتراك: \cap
1	\leftrightarrow مجموعه مرجع: M
0	\leftrightarrow مجموعه تهی: \emptyset
A'	\leftrightarrow مکمل \bar{A}

True = T درست
False = F نادرست

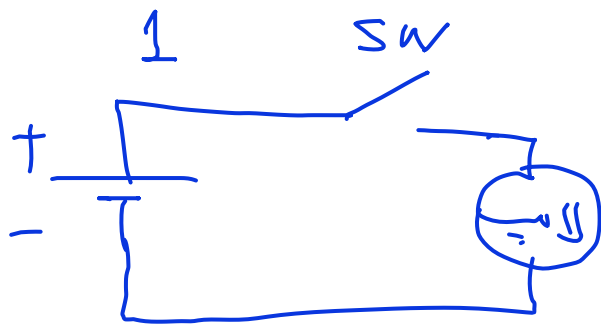
جبر گزاره‌ها > گزاره

		A ∨ B	
A	B	A & B	A ∨ B
F	F	F	F
F	T	F	T
T	F	F	T
T	T	T	T

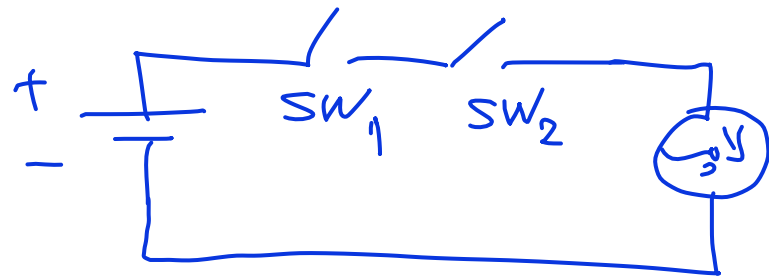
AND OR

و = AND $\leftrightarrow \cdot$ (ضرب)
یا = OR $\leftrightarrow +$ (جمع)

جبر سوئیچ‌ها Switching Algebra



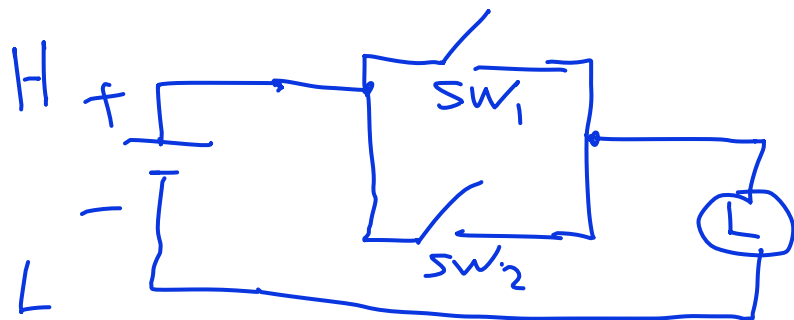
SW = { لامپ روشن می‌گردد $\Rightarrow 1 = \text{وصل}$
لامپ خاموش می‌گردد $\Rightarrow 0 = \text{قطع}$



$SW_1 \text{ AND } SW_2 = 1 \Rightarrow$ لامپ روشن
وصل

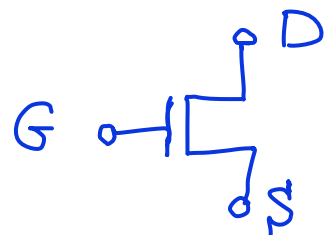
$SW_1 \text{ OR } SW_2 = 0 \Rightarrow$ لامپ خاموش
قطع

دو سوئیچ سری (صوابی) ماب AND (مرب)

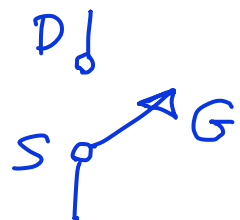


$SW_1 \text{ OR } SW_2 = 1 \Rightarrow$ لامپ روشن

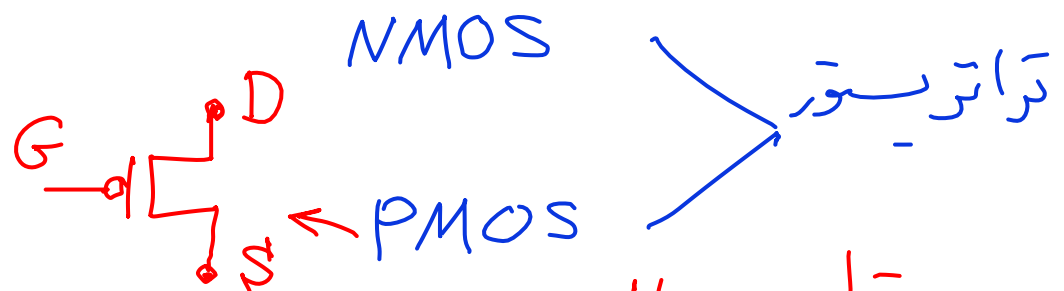
دو سوئیچ موازی ماب OR (جمع)



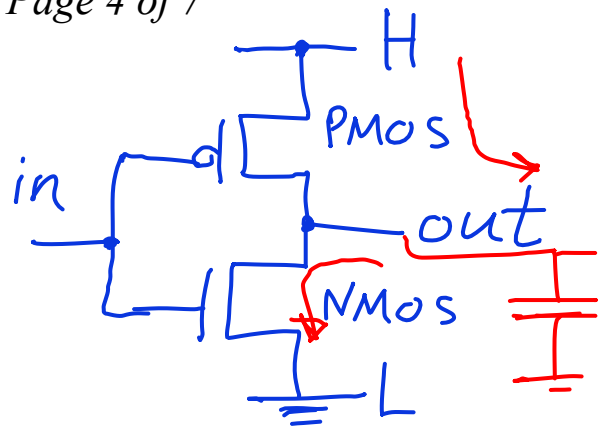
NMOS



$G = \begin{cases} H \Rightarrow \text{وصل} \\ L \Rightarrow \text{قطع} \end{cases}$



$G = \begin{cases} H \Rightarrow \text{قطع} \\ L \Rightarrow \text{وصل} \end{cases}$



in	out
L	H
H	L

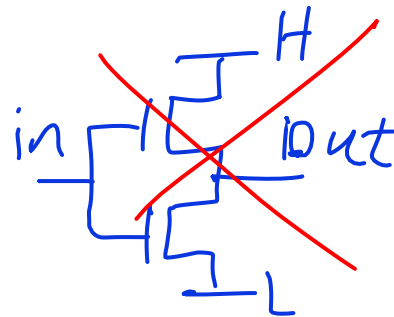
L: Low
H: High

NOT = Inverter = معکوس کننده

$in = L \Rightarrow \begin{cases} \text{NMOS! (قطع خاموشی)} \\ \text{PMOS! (وصل روشن)} \end{cases} \Rightarrow out = H$

$in = H \Rightarrow \begin{cases} \text{NMOS! روشن} \\ \text{PMOS! خاموش} \end{cases} \Rightarrow out = L$

CMOS
→ Complementary



جبر بول	جبر کلاسیک
0	L
1	H
•	AND
+	OR
$\sim, '$	NOT

n متغير $\leftarrow 2^{2^n}$ تابع جزا
 0 متغير \leftarrow دو تابع $f=0, f=1$

1 متغير $\leftarrow 4$ تابع
 $f(a, b, \dots)$
 $f=0, f=1,$

$$f(A) = A, \quad f(A) = A'$$

2 متغير $\leftarrow 16$ تابع

A	B	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

$$f_0 = 0$$

$$f_1 = A \cdot B$$

AND

$$f_2 = A \cdot \bar{B}$$

$$f_3 = A$$

buffer

$$f_4 = \bar{A} \cdot B$$

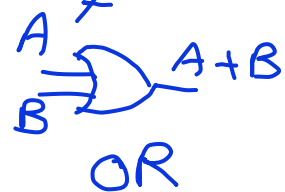
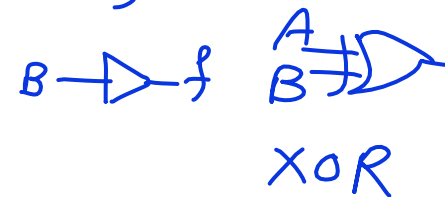
$$f_5 = B$$

$$f_6 = A \oplus B$$

$$f_{15} = 1$$

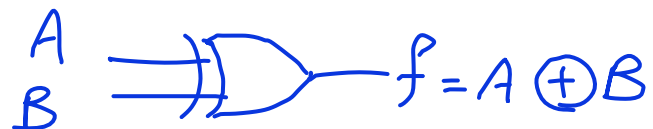
$$f_7 = A + B$$

✓ جبر سوئیچ



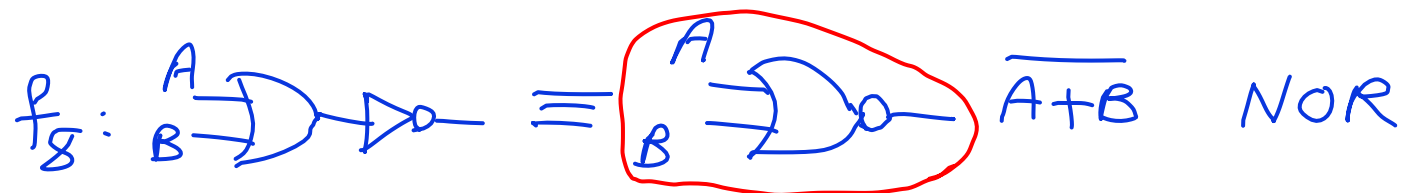
f_6 : Exclusive-OR = Ex-OR
یا انحصاری = XOR

f_7 : Inclusive-OR

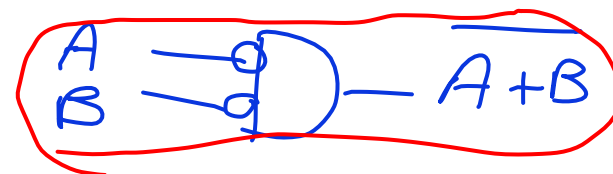
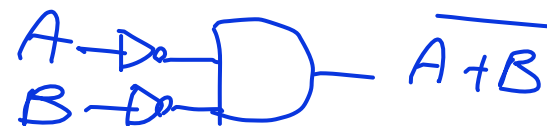


خروجی گیت XOR چند ورودی فقط وقتی
High (1) است که تعداد ورودی‌هایی که 1 هستند فرد باشد.

XOR \equiv odd function تابع فرد



$$(A+B)' = A' \cdot B'$$



f_9 : Exclusive-NOR = XNOR Even function: تابع زوج

$A \Rightarrow B \Rightarrow \overline{A \oplus B} = A \odot B$ $f_{12} = \bar{A}$ $A \Rightarrow f = \bar{A}$

$f_{10} = \bar{B}$ $B \Rightarrow \bar{B}$

$f_{13} = \bar{A} + B$ ($A \Rightarrow B$)

$f_{11} = A + \bar{B}$ ($B \Rightarrow A$)

$f_{11} \cdot f_{13} \quad \left. \begin{array}{l} (A \Rightarrow B) \\ (B \Rightarrow A) \end{array} \right\} \Rightarrow A \Leftrightarrow B$

A	B	$A \Rightarrow B$	A	B	$A \Rightarrow B$
F	F	T	0	0	1
F	T	T	0	1	1
T	F	F	1	0	0
T	T	T	1	1	1

A	B	$A \Leftrightarrow B$	$\overline{A \oplus B}$
F	F	T	1
F	T	F	0
T	F	F	0
T	T	T	1

$f_2 = f_{13}' \rightarrow f_2 = N(A \Rightarrow B)$

Equivalence

$f_{14} = \text{NAND}$

$A \Rightarrow B \Rightarrow \overline{A \oplus B} \equiv A \Rightarrow B \Rightarrow \overline{A \cdot B}$