

پاسخنامه تمرین یک مدارهای منطقی - نیمسال دوم ۱۴۰۱-۱۴۰۰

-۱

الف) ۱ نمره

$$(2176)_{10}$$

باقیمانده = ۰ و خارج قسمت = ۱۳۶ : ۱۶ ÷ ۲۱۷۶

باقیمانده = ۸ و خارج قسمت = ۸ : ۱۶ ÷ ۱۳۶

باقیمانده = ۸ و خارج قسمت = ۰ : ۱۶ ÷ ۸

$$(2176)_{10} = (880)_{16}$$

ب) ۱ نمره

می‌دانیم که اگر عدد در مبنای ۲ را ۴ بیت ۴ بیت از سمت راست جدا کنیم معادل یک رقم از عدد در مبنای ۱۶ می‌شود. یا به عبارتی هر رقم عدد در مبنای ۱۶ معادل یک عدد ۴ بیتی در مبنای ۲ است. پس داریم:

$$110011111011111_2 = (0110\ 0111\ 1101\ 1111)_2 = (67DF)_{16}$$

ج) ۲ نمره

به روش سوال ب ابتدا عدد را به مبنای ۲ می‌بریم و سپس به مبنای ۱۶ می‌بریم.

$$(6143)_8 = (110\ 001\ 100\ 011)_2 = (1100\ 0110\ 0011)_2 = (C63)_{16}$$

-۲ (۴ نمره، الف و ج یک نمره، ب دو نمره)

الف) با رویکرد زیر شروع کرده و وقتی پایان می‌یابد که قسمت fraction صفر شود

$$0.00625 \times 2 = 0.0125 \quad \text{integer part} = 0$$

$$0.0125 \times 2 = 0.025 \quad \text{integer part} = 0$$

$$0.025 \times 2 = 0.05 \quad \text{integer part} = 0$$

$$0.05 \times 2 = 0.1 \quad \text{integer part} = 0$$

$$0.1 \times 2 = 0.2 \quad \text{integer part} = 0$$

$$0.2 \times 2 = 0.4 \quad \text{integer part} = 0$$

$$0.4 \times 2 = 0.8 \quad \text{integer part} = 0$$

$$0.8 \times 2 = 1.6 \quad \text{integer part} = 1$$

$$0.6 \times 2 = 1.2 \quad \text{integer part} = 1$$

$$0.2 \times 2 = 0.4 \quad \text{integer part} = 0$$

$$\Rightarrow (0.00625)_{10} = (0.000000011)_2$$

ب) قسمت صحیح و اعشاری را جدا محاسبه کرده و تا دقت ۸ بیت fraction پیش می‌رویم:

$$43 / 2 = 21 \quad \text{with remainder } 1$$

$$21 / 2 = 10 \quad \text{with remainder } 1$$

$$10 / 2 = 5 \quad \text{with remainder } 0$$

$$5 / 2 = 2 \quad \text{with remainder } 1$$

$$2 / 2 = 1 \quad \text{with remainder } 0$$

$$1 / 2 = 0 \quad \text{with remainder } 1$$

$$\Rightarrow (43)_{10} = (101011)_2$$

$$0.32 \times 2 = 0 + 0.64$$

$$0.64 \times 2 = 1 + 0.28$$

$$0.28 \times 2 = 0 + 0.56$$

$$0.56 \times 2 = 1 + 0.12$$

$$0.12 \times 2 = 0 + 0.24$$

$$0.24 \times 2 = 0 + 0.48$$

$$0.48 \times 2 = 0 + 0.96$$

$$0.96 \times 2 = 1 + 0.92$$

$$0.92 \times 2 = 1 + 0.84$$

$$0.84 \times 2 = 1 + 0.68$$

$$\Rightarrow (0.32)_{10} = (0.0101000111)_2$$

در نتیجه داریم:

$$\Rightarrow (43.32)_{10} = (101011.0101000111)_2$$

(ج)

$$0.51 \times 2 = 1 + 0.02$$

$$0.02 \times 2 = 0 + 0.04$$

$$0.04 \times 2 = 0 + 0.08$$

$$0.08 \times 2 = 0 + 0.16$$

$$0.16 \times 2 = 0 + 0.32$$

$$0.32 \times 2 = 0 + 0.64$$

$$0.64 \times 2 = 1 + 0.28$$

$$0.28 \times 2 = 0 + 0.56$$

$$0.56 \times 2 = 1 + 0.12$$

$$0.12 \times 2 = 0 + 0.24$$

$$\Rightarrow (0.51)_{10} = (0.1000001010)_2$$

۳- (۳ نمره)

الف) پاسخ این بخش با تقسیم‌های متوالی و باقی‌مانده‌گیری، برابر با ۰۱۱۱۰۱ می‌شود.

ب) خود عدد ۱۴ در مبنای ۲ برابر با ۰۰۱۱۱۰ است. حال، نخست مبنای یک آن را محاسبه می‌کنیم که با نقیض کردن تک به تک بیت‌های آن به دست می‌آید و برابر با ۱۱۰۰۰۱ است. حال از روی مکمل یک آن به سادگی مکمل دو آن را به دست می‌آوریم که با جمع عدد به دست آمده با یک محاسبه می‌شود و برابر با ۱۱۰۰۱۰ است.

ج) عدد ۲۹ را در بخش الف به دست آوردیم که برابر با ۰۱۱۱۰۱ بود و خود عدد ۱۴ هم برابر با ۰۰۱۱۱۰ است. حال نخست با کمک عمل تفریق به محاسبه نتیجه می‌پردازیم:

$$\begin{array}{r} 011101 \\ - 001110 \\ \hline 011111 \end{array}$$

که این عدد در مبنای ۱۰ برابر با ۱۵ است.

حال با کمک عمل جمع می‌خواهیم این کار را انجام دهیم. برای این کار، باید عدد ۱۴ را به مکمل دو ببریم تا این کار امکان‌پذیر باشد. مکمل ۲ عدد ۱۴ را هم در بخش ب محاسبه کردیم که برابر با ۱۱۰۰۱۰ بود. حال داریم:

$$\begin{array}{r} 110010 \\ + 14 \\ \hline 110100 \end{array}$$

چون در صورت سوال گفته شده بود که ظرف اعداد را ۶ بیتی در نظر بگیریم، آن یک که از بیت ششم به شکل بیت نقلی منتقل شد، حذف می‌شود. پس هر دو روش به جواب یکسان رسید.

۴- (۳ نمره)

- a) 2's complement $(0.10111) = 1.01001$
 $0.11101 + 1.01001 = (0.00110)_2 = (0.1875)_{10}$
 $0.90625 - 0.71875 = 0.1875$
- b) 2's complement $(0.11011) = 1.00101$
 $0.10001 + 1.00101 = 1.10110 = -(0.01010)_2 = -(0.25 + 0.0625)_{10} = -(0.3125)_{10}$
 $0.53125 - 0.84375 = -0.3125$
- c) 2's complement $(0.11010) = 1.00110$
 $0.10101 + 1.00110 = 1.11011 = -(0.00101)_2 = -(0.125 + 0.03125)_{10} = (0.15625)_{10}$
 $0.65625 - 0.8125 = -0.15625$

۵- (۴ نمره) برای یافتن مکمل $b-1$ عدد $(a)_b$ لازم است تمام ارقام عدد $(a)_b$ را از $b-1$ کم کنیم.
 برای یافتن مکمل b عدد $(a)_b$ ابتدا مکمل $b-1$ آن را محاسبه می‌کنیم و سپس به رقم سمت راست آن ۱ واحد اضافه می‌کنیم. (حتی اگر رقم سمت راست اعشار باشد).

$$(5010)_{10} \xrightarrow{\text{مکمل } 9} (4989)_{10} \xrightarrow{\text{مکمل } 10} (4990)_{10}$$

$$(643.23)_8 \xrightarrow{\text{مکمل } 7} (134.54)_8 \xrightarrow{\text{مکمل } 8} (134.55)_8$$

۶- (۲ نمره) فرض می‌کنیم مبنا برابر با r باشد و یکبار جواب نخست را در معادله جایگذاری می‌کنیم و یک بار هم جواب دوم را و کل معادله را به مبنای ۱۰ می‌بریم:

$$(7_{(r)})^2 - 16_{(r)} * 7_{(r)} + 62_{(r)} = 0 \rightarrow 49 - (r+6)*7 + (6r+2) = 0 \rightarrow$$

$$49 - 7r - 42 + 6r + 2 = 0 \rightarrow r = 49 - 42 + 2 = 9 \text{ قق}$$

حال با فرض اینکه جواب برابر ۸ است، مقادیر را جایگذاری می‌کنیم:

$$(8_{(r)})^2 - 16_{(r)} * 8_{(r)} + 62_{(r)} = 0 \rightarrow 64 - (r+6)*8 + (6r+2) = 0 \rightarrow$$

$$64 - 8r - 48 + 6r + 2 = 0 \rightarrow 2r = 64 - 48 + 2 \rightarrow r = 9 \text{ قق}$$

در هر دو حالت به جواب ۹ رسیدیم و در هر دو حالت هم جواب قابل قبول است پس مبنای این معادله، ۹ است.