

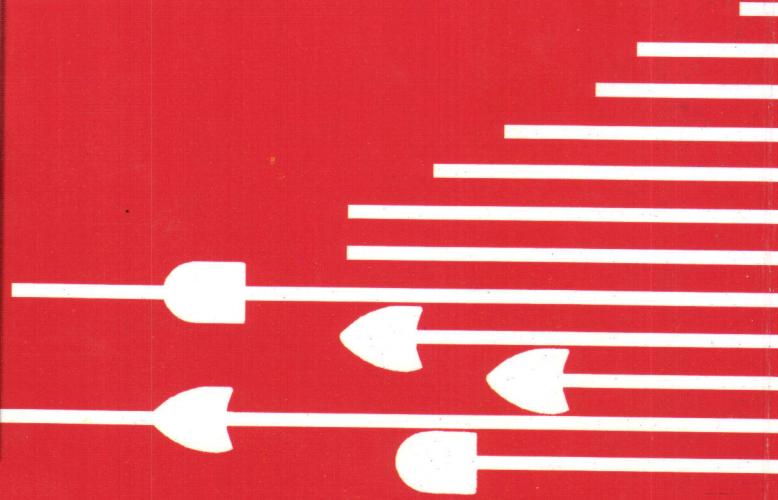
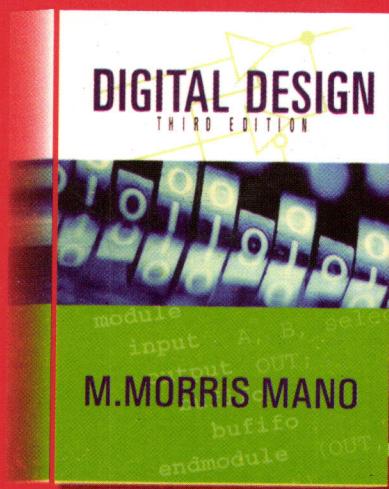
طراحی دیجیتال

(مدار منطقی)

مؤلف : موریس مانو

مترجم : دکتر قدرت سپیدنام

همراه با CD رایگان



بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

طراحی دیجیتال (مدار منطقی)

سومین ویرایش

پروفسور موریس مانو

دانشگاه ایالت کالیفرنیا، لس آنجلس

دکتر قدرت سپیدنام

دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد



Mano. M. Morris

مانو، موریس ۱۹۲۷ -

طراحی دیجیتال (مدار منطقی) / مؤلف موریس مانو؛ مترجم قدرت سپیدنام،

مشهد: انتشارات خراسان ، ۱۳۴۷ .

۵۳۶ ص. مصور، جدول، نمودار.

ISBN : 964-6342-Q-1

فهرستنویسی بر اساس اطلاعات فیپا (فهرست نویسی پیش از انتشار).

Digital Design

این کتاب در سال ۱۳۶۹ توسط همین ناشر در دو جلد منتشر شده است.
کتابنامه .

چاپ اول : ۱۳۸۱

۱. کامپیوترهای رقمی. - مدارها. ۲. مدارهای منطقی، ۳. طراحی منطقی . ۴. مدارهای
مجتمع رقمی. الف. سپیدنام، قدرت، مترجم. ب . عنوان .

۶۲۱/۳۵۹ TK7888/۴

م۲ ۶۲۱/۳۵۹



طراحی دیجیتال (مدار منطقی)

نوشته: موریس مانو

ترجمه: دکتر قدرت سپیدنام

چاپ سوم، زمستان ۸۲، ۱۰۰۰۰ نسخه، انتشارات خراسان

چاپخانه سروش

حق چاپ برای ناشر محفوظ است

قیمت با CD : ۳۰۰۰ تومان

«فهرست مطالب»

فصل اول: سیستم‌های دودویی

۱	۱-۱	سیستم‌های دیجیتال
۳	۱-۲	اعداد دودویی
۵	۱-۳	تبديل مبنای اعداد
۸	۱-۴	اعداد مبنای هشت و شانزده
۱۰	۱-۵	متنم‌ها
۱۴	۱-۶	اعداد دودویی علامت‌دار
۱۸	۱-۷	کد‌های دودویی
۲۶	۱-۸	ذخیره‌سازی دودویی و ثبات‌ها
۲۹	۱-۹	منطق دودویی
۳۳		مسائل

فصل دوم: جبر بول و گیت‌های منطقی

۳۶	۲-۱	تعاریف اولیه
۳۸	۲-۲	تعريف اصول اساسی جبر بول
۴۰	۲-۳	قضایای اصلی و خواص جبر بول
۴۳	۲-۴	توابع بول
۴۷	۲-۵	فرم‌های استاندارد و متعارف
۵۴	۲-۶	دیگر اعمال منطقی
۵۶	۲-۷	گیت‌های منطقی دیجیتال
۶۲	۲-۸	مدارهای مجتمع
۶۵		مسائل

فصل سوم: حداقل سازی در سطح گیت

۶۸	۳-۱	روش نقشه
۷۴	۳-۲	نقشه چهار متغیره
۷۸	۳-۳	نقشه پنج متغیره
۸۰	۳-۴	ساده‌سازی با ضرب حاصل جمع‌ها
۸۳	۳-۵	حالات بی‌اهمیت
۸۶	۳-۶	پیاده‌سازی با NOR و NAND
۹۳	۳-۷	دیگر پیاده‌سازی‌های دو سطحی

۹۸	۳-۸ تابع OR انحصاری
۱۰۳	۳-۹ زبان توصیف سخت‌افزاری (HDL)
۱۱۰	مسائل

فصل چهارم: منطق ترکیبی

۱۱۵	۴-۱ مدارهای ترکیبی
۱۱۶	۴-۲ روش تحلیل
۱۱۹	۴-۳ روش طراحی
۱۲۲	۴-۴ جمع‌کننده - تفیریق‌گر دودویی
۱۳۳	۴-۵ جمع‌کننده دهدھی
۱۳۵	۴-۶ ضرب دودویی
۱۳۶	۴-۷ مقایسه‌گر مقدار
۱۳۹	۴-۸ دیکدرها
۱۴۳	۴-۹ انکدرها
۱۴۶	۴-۱۰ مولتی پلکسراها
۱۵۲	۴-۱۱ HDL برای مدارهای ترکیبی
۱۶۷	مسائل

فصل پنجم: مدارهای منطقی ترتیبی همزمان

۱۷۳	۵-۱ مدارهای ترتیبی
۱۷۵	۵-۲ لچ‌ها
۱۷۹	۵-۳ فلیپ فلامپها
۱۸۶	۵-۴ تحلیل مدارهای ترتیبی ساعت‌دار
۱۹۷	۵-۵ HDL برای مدارهای ترتیبی
۲۰۶	۵-۶ کاهش و تخصیص حالت
۲۱۱	۵-۷ روش طراحی
۲۱۹	مسائل

فصل ششم: ثبات و شمارنده‌ها

۲۲۴	۶-۱ ثبات‌ها
۲۲۶	۶-۲ شیفت رجیسترها
۲۳۴	۶-۳ شمارنده‌های موج گونه
۲۳۹	۶-۴ شمارنده‌های همزمان
۲۴۶	۶-۵ دیگر شمارنده‌ها

۲۵۱	۶-۶ HDL برای ثبات‌ها و شمارنده‌ها.
۲۵۷	مسائل.

فصل هفتم: حافظه و منطق برنامه پذیر

۲۶۱	۷-۱ مقدمه.
۲۶۲	۷-۲ حافظه با دستیابی تصادفی RAM.
۲۶۹	۷-۳ دیکد کردن حافظه.
۲۷۴	۷-۴ تشخیص و تصحیح خطأ.
۲۷۷	۷-۵ حافظه فقط خواندنی ROM.
۲۸۳	۷-۶ آرایه منطقی برنامه پذیر PLA.
۲۸۷	۷-۷ منطق آرایه‌ای برنامه پذیر PAL.
۲۹۰	۷-۸ وسایل برنامه پذیر ترتیبی.
۲۹۵	۷-۹ مسائل.

فصل هشتم: سطح انتقال ثباتی

۲۹۹	۸-۱ نمایش در سطح انتقال ثباتی.
۳۰۱	۸-۲ سطح انتقال ثباتی (RTL).
۳۰۸	۸-۳ ماشین‌های حالت الگوریتمی (ASM).
۳۱۳	۸-۴ مثال طراحی.
۳۲۰	۸-۵ توصیف HDL مثال طراحی.
۳۲۶	۸-۶ ضرب کننده دودویی.
۳۳۱	۸-۷ مدار کنترل.
۳۲۵	۸-۸ توصیف HDL ضرب کننده دودویی.
۳۴۰	۸-۹ طراحی با مولتی پلکس.
۳۴۶	۸-۱۰ مسائل.

فصل نهم: مدارهای ترتیبی غیرهمزمان

۳۵۱	۹-۱ مقدمه.
۳۵۳	۹-۲ روش تحلیل.
۳۶۱	۹-۳ مدارهای لج‌دار.
۳۶۹	۹-۴ روش طراحی.
۳۷۶	۹-۵ کاهش جداول حالت و روند.
۳۸۴	۹-۶ تشخیص حالت فاقد رقابت.
۳۸۹	۹-۷ هزارد (HAZARD).

۴۹۴	۹-۸ مثال طراحی.....
۴۰۰	مسائل.....

فصل دهم: مدارهای مجتمع دیجیتال

۴۰۶	۱۰-۱ مقدمه.....
۴۰۸	۱۰-۲ مشخصات ویژه.....
۴۱۳	۱۰-۳ مشخصه‌های ترانزیستور دو قطبی.....
۴۱۶	۱۰-۴ مدارهای RTL و DTL.....
۴۱۹	۱۰-۵ منطق ترانزیستور - ترانزیستور TTL.....
۴۲۹	۱۰-۶ منطق کوپلر امیتر ECL.....
۴۳۱	۱۰-۷ فلز - اکسید - نیمه‌هادی (MOS).....
۴۳۴	۱۰-۸ مدارهای متمم MOS (CMOS).....
۴۳۷	۱۰-۹ مدارهای گیت انتقال CMOS.....
۴۴۰	۱۰-۱۰ مدل‌سازی سطح - سوئیچ با HDL.....
۴۴۴	۱۰-۱۱ مسائل.....

فصل یازدهم: تمرینات آزمایشگاهی

۴۴۷	۱۱-۰ مقدمه‌ای بر آزمایش‌ها
۴۵۱	۱۱-۱ اعداد دودویی و دهدی
۴۵۴	۱۱-۲ گیت‌های منطقی دیجیتال
۴۵۶	۱۱-۳ ساده‌سازی توابع بول
۴۵۸	۱۱-۴ مدارهای ترکیبی
۴۶۰	۱۱-۵ مبدل‌های کد
۴۶۱	۱۱-۶ طراحی با مولتی پلکس
۴۶۳	۱۱-۷ جمع و تفریق گر
۴۶۶	۱۱-۸ فلیپ فلاب‌ها
۴۶۸	۱۱-۹ مدارهای ترتیبی
۴۷۰	۱۱-۱۰ شمارنده‌ها
۴۷۱	۱۱-۱۱ شیفت رجیستر
۴۷۵	۱۱-۱۲ جمع سریال
۴۷۶	۱۱-۱۳ واحد حافظه
۴۷۸	۱۱-۱۴ هندبال لامپی
۴۸۲	۱۱-۱۵ مولد پالس ساعت
۴۸۴	۱۱-۱۶ جمع‌کننده موازی و انباره

۴۸۶	۱۱-۱۷ ضرب کننده دودویی
۴۸۹	۱۱-۱۸ مدارهای تریتیبی غیرهمزان
۴۹۰	۱۱-۱۹ آزمایش‌های شبیه‌سازی VERILOG HDL

فصل دوازدهم: سمبل‌های گرافیکی استاندارد

۴۹۵	۱۲-۱ سمبل‌های مستطیلی شکل
۴۹۸	۱۲-۲ سمبل‌های مصوب
۵۰۰	۱۲-۳ نشانه وابستگی
۵۰۲	۱۲-۴ سمبل‌های عناصر ترکیبی
۵۰۴	۱۲-۵ سمبل فلیپ فلاپ‌ها
۵۰۶	۱۲-۶ سمبل ثبات‌ها
۵۰۹	۱۲-۷ سمبل شمارندها
۵۱۱	۱۲-۸ RAM
۵۱۲	مسائل

پاسخ به مسائل انتخابی

۵۱۴	فصل ۱
۵۱۵	فصل ۲
۵۱۵	فصل ۳
۵۱۶	فصل ۴
۵۱۸	فصل ۵
۵۱۹	فصل ۶
۵۲۱	فصل ۷
۵۲۱	فصل ۸
۵۲۲	فصل ۹
۵۲۴	فصل ۱۰

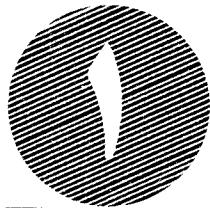
واژه نامه

سخن ناشر

"این کتاب گفتاری جدید درباره طراحی دیجیتال است و روش‌های مناسبی برای طراحی مدارهای دیجیتال را به گونه‌ای روان، ساده و دقیق به خواننده می‌آموزد"

این گفتار کوتاه، نظر مؤلف درباره کتاب است. درستی سخن مؤلف را استادان و دانشجویان ایرانی کتاب "طراحی دیجیتال" از همان سال نگارش (۱۹۸۴) تاکنون با انتخاب این کتاب و معرفی آن به خوانندگان جدید، تأیید کرده‌اند.

انتشارات خراسان ترجمه کتاب Digital design را پس از چاپ نخستین ویرایش آن با ترجمه سلیس و دقیق آفای دکتر قدرت سپیدنام استاد دانشکده مهندسی دانشگاه مشهد به خوانندگان عرضه کرده است و پس از هر بار تجدید نظر مؤلف، تجدید نظر شده آن را با ترجمه شیوه‌ای مترجم به چاپ رسانده است. اینک ترجمه سومین ویرایش آن با چاپ دو رنگ به همراه CD به اساتید و متخصصان و دانشجویان عرضه می‌شود. امید است ضمن در نظر داشتن تلاشی که مصروف آن گشته، از راهنمایی‌های ارزنده خوانندگان صاحب‌نظر بی‌نصیب نمانیم.



سیستم‌های دودویی

۱-۱ سیستم‌های دیجیتال

سیستم‌های دیجیتال در زندگی روزانه بشر نقش برجسته‌ای دارند و به این دلیل ما دوره تکنولوژی فعلی را عصر دیجیتال می‌خوانیم. سیستم‌های دیجیتال در مخابرات، تجارت، کنترل ترافیک، هدایت سفینه‌های فضایی، اعمال جراحی، هواشناسی، اینترنت و بسیاری از دیگر زمینه‌های تجاری، صنعتی و علمی به کار می‌روند. ما از تلفن‌های دیجیتال، تلویزیون‌های دیجیتال، دیسک‌های چند منظوره دیجیتال، دوربین‌های دیجیتال، و البته کامپیوترهای دیجیتال استفاده می‌کنیم. مهمترین خاصیت یک کامپیوتر دیجیتال، همگانی بودن آن است. کامپیوتر می‌تواند رشته‌ای از دستورات به نام برنامه را که روی داده‌های مفروض عمل می‌کنند، دنبال نماید. کاربر می‌تواند برنامه یا داده خود را طبق نیاز انتخاب و اجرا کند. به علت این انعطاف، کامپیوترهای همه منظوره دیجیتال می‌توانند عملیات پردازش اطلاعات را در محدوده وسیعی از کاربردها انجام دهند.

یکی از ویژگی‌های سیستم دیجیتال توانمندی آنها در دستکاری عناصر گسته اطلاعاتی است. هر مجموعه‌ای که به تعداد متناهی از عناصر محدود باشد اطلاعات گسته را دارد. مثال‌هایی از عناصر گسته عبارتند از ۱۰ رقم دهدۀی، ۲۶ حرف الفباء، ۵۲ ورق بازی، ۶۴ مربع بازی شطرنج. کامپیوترهای دیجیتال اولیه برای محاسبات عددی به کار می‌رفتند. در این حال، عناصر گسته به کار رفته، ارقام بودند. نام دیجیتال یارقمی از این مفهوم حاصل شده است. عناصر گسته اطلاعاتی در یک سیستم دیجیتال با کمیت‌های فیزیکی به نام سیگنال نشان داده می‌شوند. رایج ترین سیگنال‌های الکترونیکی عبارتند از ولتاژ و جریان. وسائل الکترونیکی به نام ترانزیستور در مداراتی که این سیگنال‌ها را پیاده‌سازی می‌کنند به طور چشمگیری به کار می‌روند. سیگنال‌ها در بسیاری از سیستم‌های دیجیتال الکترونیک امروزی تنها دو مقدار را دارا هستند و بتاراین گوییم دودویی‌اند. یک رقم دودویی که بیت خوانده می‌شود دو

مقدار دارد: ۰ و ۱. عناصر گسته اطلاعاتی با گروهی از بیت‌ها به نام کدهای دودویی نمایش داده می‌شوند. مثلاً ارقام دهدھی ۰ تا ۹ در سیستم اعداد دیجیتال با کد چهار بیتی نشان داده می‌شوند. با به کارگیری تکنیک‌های مختلف، گروههایی از بیت‌ها برای نمایش سمبول‌های گسته تعریف می‌شوند و سپس در توسعه یک سیستم در قالب دیجیتال مورد استفاده قرار می‌گیرد. در نتیجه، یک سیستم دیجیتال سیستمی است که عناصر گسته اطلاعاتی به شکل دودویی را در درون دستکاری می‌کند.

کمیت‌های اطلاعاتی یا ذاتاً گسته‌اند و یا از نمونه‌برداری (کوانتیزه کردن) فرآیندهای پیوسته حاصل می‌شوند. به عنوان مثال یک لیست حقوق ذاتاً یک فرآیند یا رویداد گسته بوده و حاوی نام کارمند، شماره تأمین اجتماعی، حقوق هفتگی، مالیات بردآمد و غیره است. پرداختی به یک کارمند با استفاده از مقادیر داده گسته مانند حروف الفبا (نام‌ها)، ارقام (حقوق)، و نمادها یا سمبول‌های خاص (مانند \$) پردازش می‌گردد. از طرف دیگر یک محقق ممکن است یک پدیده را به صورت پیوسته مشاهده کند، ولی فقط مقادیر خاصی را به صورت جدول ثبت نماید. بنابراین فرد محقق داده پیوسته را نمونه‌برداری می‌نماید ولی هر کمیت در جدول را از عناصر گسته می‌سازد. در بسیاری از حالات نمونه‌برداری از یک فرآیند به طور خودکار به وسیله دستگاهی بنام مبدل آنالوگ به دیجیتال انجام می‌شود.

بهترین مثال از یک سیستم دیجیتال، کامپیوتر دیجیتال همه منظوره است. بخش‌های اصلی یک کامپیوتر عبارتند از واحد حافظه، واحد پردازش مرکزی و واحدهای ورودی- خروجی. واحد حافظه برنامه‌ها و داده‌های وارد، خارج شونده و میانی را ذخیره می‌کند. واحد پردازش مرکزی اعمال محاسباتی و دیگر عملیات روی داده‌ها را بر حسب آنچه در برنامه مشخص شده، انجام می‌دهد. داده‌ها و برنامه‌هایی که به وسیله کاربر آماده شده‌اند توسط وسایل ورودی مانند صفحه کلید به حافظه انتقال می‌یابند. یک وسیله خروجی مثل چاپگر نتایج حاصل از محاسبات را دریافت کرده و به کاربر ارائه می‌دهد. یک کامپیوتر دیجیتال می‌تواند به چندین وسیله ورودی- خروجی وصل شود. یکی از وسایل مفید واحد مخابره است که تبادل داده را از طریق اینترنت با دیگر کاربران برقرار می‌سازد. یک کامپیوتر دیجیتال دستگاهی توانمند است که نه تنها می‌تواند محاسبات ریاضی را انجام دهد، بلکه قادر است اعمال منطقی را هم اجرا نماید. به علاوه می‌تواند جهت تصمیم‌گیری براساس شرایط داخلی یا خارجی برنامه‌ریزی شود.

برای استفاده از مدارهای دیجیتال در تولیدات تجاری دلایل اساسی وجود دارد. همچون کامپیوترهای دیجیتال، دستگاه‌های دیجیتال نیز قابل برنامه‌ریزی‌اند. با تعویض برنامه در وسیله برنامه‌پذیر، سخت‌افزار یگانه‌ای قابل استفاده در کاربردهای متفاوت خواهد بود. کاهش قیمت شدید در وسایل دیجیتال به دلیل پیشرفت در تکنولوژی مدارهای مجتمع دیجیتال مرتبًا روی می‌دهد. با افزایش تعداد ترانزیستورها در یک قطعه سیلیکان، توابع پیچیده‌تری قابل پیاده‌سازی شده، قیمت هر واحد کاهش یافته و قیمت دستگاه‌های دیجیتال روزبروز کاهش می‌یابد. دستگاه‌های ساخته شده با مدارهای مجتمع می‌توانند با سرعتی تا صد میلیون عمل در ثانیه را انجام دهند. می‌توان با استفاده از کدهای اصلاح خطأ عملکرد سیستم‌های دیجیتال را به شدت اطمینان بخش نمود. مثالی از این نوع، دیسک

چند کاره دیجیتال (DVD) است که در آن اطلاعات ویدیویی، صوتی و دیگر گونه‌ها بدون از دست رفتن یک قلم داده، ضبط می‌گردد. اطلاعات دیجیتال در DVD چنان ضبط می‌شود که هر کد در هر نمونه دیجیتال قبل از نمایش به طور خودکار خطایابی شده و اصلاح می‌گردد.

یک سیستم دیجیتال از به هم پیوستن مدول‌های دیجیتال بدست می‌آید. برای درک عمل هر مدول، دانش و آگاهی مدارهای دیجیتال و عمل منطقی آنها لازم است. هفت فصل اول این کتاب ابزار اصلی طراحی دیجیتال مانند ساختارهای منطقی گیتی، مدارهای ترکیبی و ترتیبی و وسائل منطقی برنامه‌پذیر را ارائه می‌کند. فصل ۸ طراحی دیجیتال را در سطح انتقال بین ثباتی (RTL) معرفی می‌نماید. فصل‌های ۹ و ۱۰ در مورد مدارهای ترتیبی غیرهمزمان (آنسکرون یا غیرهمگام) و دیگر خانواده‌های منطقی دیجیتال مجتمع بحث می‌کنند. فصل‌های ۱۱ و ۱۲ مدارهای مجتمع تجاری را معرفی کرده و نشان می‌دهند که چگونه در یک آزمایشگاه برای انجام آزمایشات به هم وصل می‌شوند.

یک گرایش مهم در طراحی دیجیتال، استفاده از زبان توصیف سخت‌افزاری (HDL) است. HDL نوعی زبان برنامه‌ریزی است که برای توصیف مدارهای دیجیتال به صورت متن به کار می‌رود. این زبان برای شبیه‌سازی یک سیستم دیجیتال و اطمینان از صحبت عمل آن قبل از ساخت مورد استفاده قرار می‌گیرد. HDL در کنار ابزارهای طراحی منطقی دیگر برای خودکارسازی طراحی استفاده می‌شود.

توصیف HDL مدارهای دیجیتال در سرتاسر این کتاب ارائه شده است.

همانطور که قبلاً گفته شد سیستم‌های دیجیتال کمیت‌های گستره اطلاعات، که به فرم دودویی نمایش داده شده‌اند را دستکاری می‌نمایند. عملوندهای به کار رفته در محاسبات را می‌توان در سیستم اعداد دودویی بیان کرد. دیگر عناصر گستره از جمله ارقام ددهدی به صورت کدهای دودویی نشان داده می‌شوند. پردازش داده به وسیله عناصر منطقی دودویی و با استفاده از سیگنال‌های دودویی انجام می‌گیرد. کمیات نیز در عناصر حافظه دودویی ذخیره می‌شوند. هدف این فصل معرفی مفاهیم دودویی متعدد به صورت یک مرجع برای مطالعات بعدی در فصل‌های آینده است.

۱-۲ اعداد دودویی

یک عدد ددهدی مانند 7,392 کمیت معادل با 7 هزارتایی، بعلاوه 3 صدتاًیی، بعلاوه 9 دهتاًیی بعلاوه 2 واحد را نشان می‌دهد. هزارها، صدها و غیره توانی از 10 هستند که با توجه به مکان ضرایب معین می‌گردد. دقیق‌تر بگوییم، 7,392 را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$7 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 2 \times 10^0$$

با این وجود عرف این است که فقط ضرایب را بنویسیم و توان‌های لازم 10 را از مکان آنها استنتاج کنیم. به طور کلی یک عدد با نقطه اعشاری با یک سری ضرایب به صورت زیر نمایش داده می‌شود.

$$a_5a_4a_3a_2a_1a_0 \cdot a_{-1}a_{-2}a_{-3}$$

که ضرایب زیر یک از ده رقم (0, 1, 2, ..., 9) بوده و زمکان عدد را نشان می‌دهد، و از این رو توان 10

که ضریب در آن ضرب می‌گردد مشخص خواهد شد. این مطلب به صورت زیر بیان می‌شود:

$$10^5 a_5 + 10^4 a_4 + 10^3 a_3 + 10^2 a_2 + 10^1 a_1 + 10^0 a_0 + 10^{-1} a_{-1} + 10^{-2} a_{-2} + 10^{-3} a_{-3}$$

سیستم اعداد ددهی را در مبنای 10 گوییم زیرا از 10 رقم استفاده می‌کند و ضرایب در توانی از 10 ضرب می‌گردند. سیستم دودویی یک سیستم اعداد متفاوت است. ضرایب سیستم اعداد دودویی فقط دو مقدار ممکن را دارند: 0 و 1. هر ضریب a در 2^n ضرب می‌گردد. مثلاً معادل ددهی عدد دودویی 11010.11 برابر 26.75 می‌باشد، که از ضرب ضرایب در توانهایی از 2 بدست می‌آید:

$$1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} = 26.75$$

به طور کلی، یک عدد در مبنای r به صورت حاصلضرب توانهای r در ضرایب مربوطه اش بیان می‌گردد:

$$a_n \cdot r^n + a_{n-1} \cdot r^{n-1} + \dots + a_2 \cdot r^2 + a_1 \cdot r + a_0 + a_{-1} \cdot r^{-1} + a_{-2} \cdot r^{-2} + \dots + a_{-m} \cdot r^{-m}$$

که ضرایب a بین 0 تا 1 می‌باشند. برای تفکیک اعداد در مبناهای مختلف، ضرایب را در داخل پرانتزها نوشته و اندیس مبنای در زیر آن می‌گذاریم (به جز در اعداد ددهی که محتوا بیانگر ددهی بودن است). مثالی از عدد مبنای 5 چنین است

$$(4021.2)_5 = 4 \times 5^3 + 0 \times 5^2 + 2 \times 5^1 + 1 \times 5^0 + 2 \times 5^{-1} = (511.4)_{10}$$

مقدار ضرایب در مبنای 5 فقط 0، 1، 2، 3، 4 می‌باشد. سیستم اعداد هشت هشتی یک سیستم مبنای 8 با هشت رقم 0، 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7 می‌باشد. مثالی از یک عدد مبنای هشت 127.4 است. برای تعیین مقدار معادل ددهی، عدد را به صورت یک سری از توانها با مبنای 8 بسط می‌دهیم.

$$(127.4)_8 = 1 \times 8^2 + 2 \times 8^1 + 7 \times 8^0 + 4 \times 8^{-1} = (87.5)_{10}$$

توجه کنید که ارقام 8 و 9 نمی‌توانند در یک عدد هشت هشتی ظاهر شوند.

هنگامی که تعداد ارقام کمتر از 10 باشد مرسوم است که r رقم مورد نیاز برای ضرایب از سیستم ددهی گرفته شود. هنگامی که مبنای عدد از 10 بزرگتر است از حروف الفبا برای تکمیل 10 رقم ددهی استفاده می‌گردد. مثلاً در سیستم اعداد شانزده شانزدهی (مبنای 16)، ده رقم اول از سیستم ددهی گرفته می‌شوند. حروف A، B، C، D، E و F به ترتیب به جای ارقام 10، 11، 12، 13، 14 و 15 به کار می‌روند. مثالی از یک عدد در مبنای 16 به صورت زیر است.

$$(B65F)_{16} = 11 \times 16^3 + 6 \times 16^2 + 5 \times 16^1 + 15 \times 16^0 = (46,687)_{10}$$

همانطور که قبلاً اشاره شد، ارقام در یک عدد دودویی بیت خوانده می‌شوند. وقتی که یک بیت برابر 0 است در عمل جمع تبدیل مبنای تغییضی ندارد. بنابراین تبدیل دودویی به ددهی با جمع توانهایی از 2 که ضرایب آن 1 است صورت می‌گیرد. مثلاً،

$$(110101)_2 = 32 + 16 + 4 + 1 = (53)_{10}$$

در عدد فوق چهار عدد 1 دیده می‌شود. ددهی مربوطه جمع چهار توان از 2 می‌باشد. 24 عدد اول حاصل از 2 به توان n در جدول ۱-۱ لیست شده‌اند. در کارهای کامپیوتری 2^{20} را K (کیلو)، 2^{20} را

جدول ۱-۱ . توانهایی از ۲

n	2^n	n	2^n	n	2^n
0	1	8	256	16	65,536
1	2	9	512	17	131,072
2	4	10	1,024	18	262,144
3	8	11	2,048	19	524,288
4	16	12	4,096	20	1,048,576
5	32	13	8,192	21	2,097,152
6	64	14	16,384	22	4,194,304
7	128	15	32,768	23	8,388,608

M (مگا)، 2^{30} را G (گیگا) و 2^{40} را T (ترابیت) می‌گویند. بنابراین $4096 = 2^{12} = 4K$ و $16M = 2^{24} = 16M$ می‌باشد. عموماً ظرفیت کامپیوتر به بایت داده می‌شود. یک بایت برابر با هشت بیت بوده و می‌تواند یک کاراکتر از صفحه کلید را در خود جای دهد. یک دیسک سخت (هارد) کامپیوتر با ظرفیت 4 گیگا دارای ظرفیت $2^{32} = 4G$ بایت می‌باشد.

اعمال حسابی با اعدادی در مبنای ۲ از همان قواعد اعداد ددهی استفاده می‌کنند. هنگامی که از مبنایی به جز 10 استفاده می‌شود باید دقت کرد که تنها ۲ رقم مجاز به کار گرفته شود. در زیر مثال‌هایی برای جمع، تفریق و ضرب دودویی آورده شده است.

$$\begin{array}{r}
 101101 & \text{مضاف :} & 101101 & \text{مضروب :} \\
 +100111 & \text{مضاف الیه :} & -100111 & \text{مضروب فيه :} \\
 \hline
 1010100 & \text{حاصل جمع :} & 000110 & \text{باقيمانده :} \\
 & & & \times \quad 101 \\
 & & & \hline
 & & & 1011 \\
 & & & 0000 \\
 & & & \hline
 & & & 1011 \\
 & & & \hline
 \text{حاصل ضرب :} & 10111
 \end{array}$$

جمع دو عدد دودویی مشابه قوانین ددهی محاسبه می‌شود، به جز این که ارقام جمع در هر مکان بالارزش فقط می‌تواند ۰ یا ۱ باشد. هر رقم نقلی حاصل در یک مکان مفروض، به وسیله جفت رممهای مرتبه بالاتر (بالارزش‌تر) مورد استفاده قرار می‌گیرد. تفریق کمی پیچیده‌تر است. قوانین باز هم همان قوانین ددهی هستند، به جز این که قرض در یک مکان بالارزش، ۲ را به رقم مفروق منه می‌افزاید. (قرض در سیستم ددهی، ۱۰ واحد به رقم مفروق منه اضافه می‌کند). عمل ضرب خیلی ساده است. ارقام مضروب فيه همیشه ۱ یا ۰ هستند. بنابراین حاصلضرب‌های جزیی برابر ۰ یا برابر با مضروب می‌باشند.

۱-۳ تبدیل مبنای اعداد

همانطور که قبلًا مشاهده شد، تبدیل یک عدد در مبنای ۲ به مبنای ده با بسط عدد به صورت یک سری از توانها و جمع همه جملات انجام می‌شود. اکنون برای تبدیل معکوس یک عدد ددهی به یک عدد در مبنای ۲ روالی کلی را ارائه می‌کنیم. اگر عدد حاوی نقطه ممیز باشد، لازم است تا عدد به دو

بخش صحیح و کسری تفکیک گردد زیرا هر بخش باید به طور جداگانه تبدیل شود. تبدیل یک عدد صحیح دهدہی به یک عدد در مبنای ۲ با تقسیم عدد و همه خارج قسمت‌های متوالی بر ۲ و جمع آوری باقیمانده‌ها انجام می‌گردد. بهتر است روال را با مثالی تشریح کنیم.

مثال ۱-۱

عدد 41 را به دودویی تبدیل کنید. ابتدا 41 را بر 2 تقسیم می‌کنیم تا خارج قسمت 20 و باقیمانده 1/2 بدمست آید. خارج قسمت مجدداً بر 2 تقسیم می‌گردد تا خارج قسمت و باقیمانده جدیدی بدمست آید. این روال تاریخیدن به خارج قسمت 0 ادامه می‌یابد. ضرایب عدد دودویی موردنظر به طریق زیر از باقیمانده‌ها بدمست می‌آید:

	خارج قسمت صحیح		باقیمانده	ضریب عدد دودویی
$41/2 =$	20	+	$\frac{1}{2}$	$a_0 = 1$
$20/2 =$	10	+	0	$a_1 = 0$
$10/2 =$	5	+	0	$a_2 = 0$
$5/2 =$	2	+	$\frac{1}{2}$	$a_3 = 1$
$2/2 =$	1	+	0	$a_4 = 0$
$1/2 =$	0	+	$\frac{1}{2}$	$a_5 = 1$
$(41)_{10} = (a_5a_4a_3a_2a_1a_0)_2 = (101001)_2$				جواب :

بنابراین، پاسخ $(101001)_2 = (41)_{10} = (a_5a_4a_3a_2a_1a_0)$ می‌باشد.
روال فوق را می‌توان به طریق ساده‌تر زیر دستکاری کرد:

خارج قسمت صحیح	باقیمانده
41	
20	1
10	0
5	0
2	1
1	0
0	1
	101001
	جواب

تبدیل اعداد صحیح دهدہی به هر سیستم مبنای ۲ مشابه مثال فوق است به جز این که تقسیم در عوض 2 بر ۲ انجام می‌گردد.



مثال ۱-۲

عدد 153 را به مبنای هشت بپرید. مبنای موردنظر ۲ برابر 8 است. ابتدا 153 بر 8 تقسیم می‌شود تا خارج قسمت صحیح 19 و باقیمانده 1 حاصل گردد. سپس 19 بر 8 تقسیم می‌شود تا خارج قسمت 2 و باقیمانده 3 را بدست دهد. بالاخره 2 بر 8 تقسیم گردیده تا خارج قسمت 0 و باقیمانده 2 بدست آید. این روند به صورت مناسب زیر انجام می‌گردد:

$$\begin{array}{r} 153 \\ 19 \\ 2 \\ 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 1 \\ 3 \\ 2 \end{array} \right. = (231)_8$$

در تبدیل قسمت کسری مبنای ده به دودویی از روش مشابه با بخش صحیح استفاده می‌شود. با این وجود به جای تقسیم از ضرب و به جای باقیمانده‌ها، بخش‌های صحیح انتخاب می‌گردد. مجددأً بهتر است این روش با مثالی تشریح شود.

□

مثال ۱-۳

عدد $(0.6875)_{10}$ را به دودویی تبدیل کنید. ابتدا 0.6875 در 2 ضرب می‌شود تا یک عدد صحیح و یک کسر حاصل گردد. کسر دوباره در 2 ضرب می‌شود تا یک عدد صحیح جدید و یک کسر جدید بدست آید. این فرآیند ادامه می‌باید تا بخش کسری صفر گردد و یا تعداد ارقام دقت مناسبی را ارائه دهن. ضرایب عدد دودویی از اعداد صحیح به صورت زیر بدست می‌آید.

	صحیح	کسری	ضریب
$0.6875 \times 2 =$	1	+	$a_{-1} = 1$
$0.3750 \times 2 =$	0	+	$a_{-2} = 0$
$0.7500 \times 2 =$	1	+	$a_{-3} = 1$
$0.5000 \times 2 =$	1	+	$a_{-4} = 1$

بنابراین پاسخ $(0.6875)_{10} = (0.a_{-1}a_{-2}a_{-3}a_{-4})_2 = (0.1011)_2$ (خواهد بود).

برای تبدیل یک عدد کسری از مبنای 10 به یک عدد در مبنای ۲، روش مشابهی به کار می‌رود. با این تفاوت که به جای ضرب در 2، ضرب در ۲ انجام می‌گردد و ضرایب به جای a_1, a_2, \dots از محدوده ۰ تا ۱- خواهند بود.

□

(0.513)₁₀ را به مبنای هشت ببرید.

$$0.513 \times 8 = 4.104$$

$$0.104 \times 8 = 0.832$$

$$0.832 \times 8 = 6.656$$

$$0.656 \times 8 = 5.248$$

$$0.248 \times 8 = 1.984$$

$$0.984 \times 8 = 7.872$$

جواب تا هفت رقم با معنی که از بخش صحیح حاصلضربها بدست می‌آید برابر است با

$$(0.513)_{10} = (0.406517)_8$$

تبدیل اعداد دهدهی که دارای هر دو بخش صحیح و کسری هستند با تبدیل جداگانه دو بخش و ترکیب

جوابها صورت می‌گیرد. با استفاده از مثال‌های ۱-۱ و ۱-۳ داریم:

$$(41.6875)_{10} = (101001.1011)_2$$

با استفاده از مثال‌های ۱-۲ و ۱-۴ داریم:

$$(153.513)_{10} = (231.406517)_8$$



۱-۴ اعداد مبنای هشت و شانزده

تبدیل از مبنای دو به مبنای هشت و شانزده، و بالعکس نقش عمدۀ‌ای در کامپیوترهای دیجیتال بازی می‌کند. چون $8 = 2^3$ و $16 = 2^4$ است، هر رقم در مبنای هشت متعلق به سه رقم دودویی و هر رقم مبنای شانزده متعلق به چهار رقم دودویی است. در جدول ۱-۲ شانزده عدد اول سیستم اعداد دهدهی، دودویی، هشت هشتی و شانزده شانزده‌یی لیست شده‌اند.

تبدیل از دودویی به هشت هشتی به سادگی با تفکیک عدد دودویی به گروه‌های سه رقمی در دو طرف نقطه دودویی بدست می‌آید. سپس به هر گروه یک رقم مبنای هشت تعلق می‌گیرد. مثال زیر روال مربوطه را نشان می‌دهد:

$$(10 \quad 110 \quad 001 \quad 101 \quad 011 \quad 100 \quad 000 \quad 110)_2 = (26153.7406)_8$$

2	6	1	5	3	7	4	0	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---

تبدیل از مبنای دو به مبنای شانزده نیز مشابه با روند فوق است، با این تفاوت که عدد دودویی به گروه‌های چهار رقمی تفکیک می‌شوند:

$$(10 \quad 1100 \quad 0110 \quad 1011 \quad \cdot \quad 1111 \quad 0010)_2 = (2C6B.F2)_{16}$$

2	C	6	B	F	2
---	---	---	---	---	---

پس از مطالعه مقادیر لیست شده در جدول ۱-۲، به سادگی می‌توان رقم مبنای شانزده را برای هر گروه از ارقام دودویی به خاطر سپرد.

جدول ۱-۲ . اعداد با مبنای های متفاوت

دهلهی (مبنای 10)	دودویی (مبنای 2)	هشتایی (مبنای 8)	شانزده تایی (مبنای 16)
00	0000	00	0
01	0001	01	1
02	0010	02	2
03	0011	03	3
04	0100	04	4
05	0101	05	5
06	0110	06	6
07	0111	07	7
08	1000	10	8
09	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

تبديل از مبنای هشت یا شانزده به دودویی با روش عکس روش بالا انجام می‌گردد. هر رقم مبنای هشت با سه رقم مبنای دو معادل خود جایگزین می‌شود. به طور مشابه، هر رقم مبنای شانزده با چهار رقم دودویی معادلش جایگزین خواهد شد. این مطلب در مثال‌های زیر تشریح شده است:

$$(673.124)_8 = (110 \quad 111 \quad 011 \quad \cdot \quad 001 \quad 010 \quad 100)_2$$

6 7 3 1 2 4

$$(306.D)_{16} = (\quad 0011 \quad 0000 \quad 0110 \quad \cdot \quad 1101)_2$$

3 0 6 D

و

اساساً کار با اعداد دودویی، به دلیل این که تعداد ارقامشان سه یا چهار برابر معادلشان در مبنای ده می‌باشد، مشکل است. مثلاً عدد دودویی 1111 1111 1111 1111 معادل 4095 است. با این وجود کامپیوترهای دیجیتال اعداد دودویی را به کار می‌برند و گاهی نیز لازم است تا کاربر مستقیماً به وسیله اعداد دودویی با ماشین ارتباط برقرار کند. یک راه برای حفظ سیستم دودویی در کامپیوتر، که در ضمن تعداد ارقام را برای انسان کاهش می‌دهد، استفاده از رابطه بین سیستم اعداد دودویی و هشت هشتی یا شانزده شانزدهی است. با این روش، انسان بحسب اعداد مبنای هشت یا شانزده فکر کرده و در موقعی که ارتباط مستقیم با ماشین لازم است، تبدیل لازمه را با بررسی این اعداد انجام خواهد داد. به این ترتیب عدد دودویی 1111 1111 1111 1111 که دارای 12 رقم است در مبنای هشت به صورت چهار رقم 7777 و یا در مبنای شانزده به شکل FFF در می‌آید. به هنگام تبدیل اطلاعات با انسان، نمایش مبنای هشت یا شانزده اعداد دودویی مطلوب تر است زیرا که در این مبنایها اعداد با 1/4 یا 1/3 تعداد ارقامشان در دودویی قابل نمایش‌اند. بنابراین اغلب کتابچه‌های راهنمای کامپیوتر از اعداد مبنای هشت یا شانزده برای نمایش کمیت‌های دودویی استفاده

می‌کنند. گرچه نمایش مبنای شانزده مناسب تر به نظر می‌رسد ولی انتخاب یکی از این دو کاملاً اختیاری است.

۱-۵ متمم‌ها

متمم‌ها در کامپیوترهای دیجیتال برای ساده کردن عمل تفریق و یا عملیات منطقی به کار می‌روند. در هر مبنایی چون 2^n ، دو نوع متمم وجود دارد: یکی متمم مبنای دیگری و دیگری متمم مبنای کاهش یافته. فرم اول به متمم ۱ و دومی به متمم ۱۵ موسوم است. وقتی که مقدار مبنای پایه را جایگزین کنیم، برای اعداد دودویی، متمم‌های ۲ و ۱ و برای اعداد ددهی، متمم‌های ۱۰ و ۹ را خواهیم داشت.

متمم در مبنای کاهش یافته

با فرض داشتن عددی n رقمی مانند N در مبنای ۲، متمم $(r-1)$ عدد به صورت $N - (r^n - 1)$ تعریف می‌شود. برای اعداد ددهی، $10 = r - 1 = 2 - 1$ است، و به این ترتیب متمم ۹ عدد N برابر $N - (10^n - 1)$ خواهد بود. در اینجا 10^n نمایشگر عددی است که مشکل از یک ۱ و به دنبال آن n عدد ۰ می‌باشد. $10^n - 1$ عددی است که با n عدد ۹ نشان داده می‌شود. مثلاً اگر $n = 4$ باشد، داریم $10^4 - 1 = 9999 = 10^4 - 1$. به این ترتیب نتیجه می‌شود که متمم ۹ یک عدد ددهی با تفریق هر رقم از ۹ حاصل خواهد شد. به چند مثال عددی زیر توجه کنید.

$$\text{متمم ۹ عدد } 546700 = 453299 \text{ برابر است با}$$

$$\text{متمم ۹ عدد } 012398 = 987601 \text{ برابر است با}$$

برای اعداد دودویی، $2 = r - 1 = 1$ است، بدین ترتیب متمم ۱ عدد N ، $N - (2^n - 1)$ خواهد بود. مجدداً، 2^n برابر با یک عدد دودویی است که از یک ۱، و n عدد ۰ تشکیل شده است. $2^n - 1$ یک عدد دودویی مشکل از n عدد ۱ می‌باشد. مثلاً اگر $n = 4$ باشد، داریم $2^4 - 1 = 1111$. بنابراین متمم ۱ یک عدد دودویی از تفریق هر رقم از ۱ بدست می‌آید. با این وجود، هنگام تفریق ارقام دودویی از ۱، یکی از دو حالت $= 0 - 1$ و یا $= 1 - 0$ را خواهیم داشت، که سبب می‌شود هر بیت از ۰ به ۱ و از ۱ به ۰ تبدیل شود. بنابراین متمم یک عدد دودویی با تغییر ۱‌ها به ۰ و ۰‌ها به ۱ حاصل می‌گردد. در زیر مثال‌هایی آورده شده است:

$$\text{متمم ۱ عدد } 01001100 = 1011000 \text{ برابر است با}$$

$$\text{متمم ۱ عدد } 0101101 = 1010010 \text{ برابر است با}$$

متمم $(1-r)$ اعداد مبنای هشت و شانزده بترتیب از تفریق ارقام آنها از ۷ یا $F(15\text{دهدی})$ حاصل می‌شود.

متمم مبنای

متمم ۲ یک عدد n رقمی مانند N در مبنای 2^n به صورت $N - 2^n$ به ازاء $0 \neq N$ و برابر با 0 در ازاء $0 = N$ تعریف می‌شود. از مقایسه این متمم با متمم $(1-r)$ نتیجه می‌شود که متمم ۲ از جمع ۱ با متمم $(r-1)$

حاصل می شود زیرا $1 + [r^n - 1] - N = r^n - N$ می باشد. به این ترتیب متمم 10 یک عدد دهد می مانند 2389 برابر است با $1 + 7611 = 7610$ که از جمع 1 به مقدار متمم 9 حاصل می گردد. متمم 2 عدد دو دویی 101100 برابر است با $1 + 010100 = 010101$ و از جمع 1 با مقدار متمم 1 بدست می آید. چون 10^n عددی است که با یک 1 و n عدد 0 به دنبال آن نمایش داده می شود، $N - 10^n$ که متمم 10 عدد N است نیز با تغییر ندادن 0 های کم ارزش تر و تفریق اولین رقم غیر صفر کم ارزش تر از 10 و تفریق همه رقم های بالارزش تر از 9 حاصل می گردد.

متمم 10 عدد 012398 برابر 987602 می باشد

متمم 10 عدد 246700 برابر 753300 است

متمم 10 اولین عدد با تفریق 8 از 10 در کم ارزش ترین مکان و تفریق دیگر ارقام از 9 حاصل شده است. متمم 10 دو مین عدد بدین ترتیب حاصل گشته است که دو 0 کم ارزش تر رها می شوند، 7 از 10 و دیگر ارقام از 9 تفریق می گردند.

به طور مشابه متمم 2 می تواند با رها کردن همه 0 های کم ارزش تر و نیز تغییر نکردن اولین 1 و جایگزینی همه 0 ها با 1 ها و 1 ها با 0 ها در دیگر ارقام بالارزش تر حاصل شود.

متمم 2 عدد 1101100 برابر 0010100 است

متمم 2 عدد 0110111 برابر 1001001 است

متمم 2 اولین عدد بارها کردن دو 0 کم ارزش تر و اولین 1 و سپس جایگزینی همه 1 ها با 0 ها با 1 در چهار رقم با ارزش تر با قیمانده بدست می آید. متمم 2 دو مین عدد بارها کردن اولین 1 و متمم کردن دیگر ارقام حاصل می گردد. در تعاریف قبلی، فرض شد که اعداد دارای نقطه ممیز نیستند. اگر عدد اولیه N حاوی ممیز باشد باید آن را موقتاً حذف نمود تا متمم r و $(-r)$ بدست آید. آنگاه آن را به مکان مربوطه اش باز می گردانیم. توجه داشته باشید که متمم یک متمم، عدد را به حالت اولیه اش باز می گرداند. متمم r عدد N برابر $N - r^n$ است. متمم یک متمم برابر است با $N = r^n - (r^n - N)$.

تفریق به کمک متممها

روش مستقیم تفریق که در مدارس ابتدایی بیان شد از مفهوم قرض کردن استفاده می نماید. در این روش وقتی که یک رقم در مفروق منه کوچکتر از مفروق باشد یک 1 از رقم بالارزش تر قرض گرفته می شود. این روش هنگامی که تفریق با قلم و کاغذ انجام شود به خوبی کار می کند. با این وجود، هنگام پیاده سازی تفریق با سخت افزار دیجیتال، روش کمتر از روش های متمم کارآیی دارد.

تفریق دو عدد n رقمی بی علامت $M - N$ در مبنای ۲ به صورت زیر انجام می شود.

۱- مفروق منه M را به متمم r مفروض N، اضافه کنید. یعنی

$$M + (r^n - N) = M - N + r^n$$

۲- اگر $N \geq M$ باشد، عمل جمع یک رقم نقلی انتهایی تولید می کند که باید چشم بوسی شود؛ آنچه

باقي می‌ماند نتیجه $N - M$ است.

- اگر $N < M$ باشد، عمل جمع هیچگونه رقم نقلی انتهایی تولید نمی‌کند و جواب برابر با $(M - N)^2$ است که همان متمم $M - N$ می‌باشد. برای یافتن جواب معمول، متمم حاصل جمع را بدست می‌آوریم و سپس یک علامت منفی در جلو آن می‌گذاریم.
مثال‌های زیر روال را تشریح می‌کنند.

مثال ۱-۵

با استفاده از متمم 10 تفریق 3250 - 72532 را انجام دهید.

$$\begin{array}{rcl} M & = & 72532 \\ \text{متمم 10 عدد} & = + & 96750 \\ \text{حاصل جمع} & = & 169282 \\ \text{چشم پوشی از رقم نقلی انتهایی } 10^5 & = - & 100000 \\ \text{جواب} & = & 69282 \end{array}$$

توجه کنید که M دارای 5 رقم ولی N فقط 4 رقمی است. چون هر دو عدد باید دارای تعداد ارقام برابری باشند، پس N به صورت 03250 نوشته می‌شود. متمم 10 این عدد N ، یک 9 در بالارزش ترین مکان تولید می‌نماید. تولید رقم نقلی در بالارزش ترین مکان دلالت بر $N \geq M$ دارد و نتیجه نیز مثبت است.



مثال ۱-۶

با استفاده از متمم 10، تفریق 3250 - 72532 را بدست آورید.

$$\begin{array}{rcl} M & = & 03250 \\ \text{متمم 10 عدد} & = + & 27468 \\ \text{حاصل جمع} & = & 30718 \end{array}$$

که رقم نقلی در آن وجود ندارد.

بنابراین جواب (متمم 10 عدد 30718) - 69282 است.



توجه کنید که چون $72532 > 3250$ است نتیجه منفی است. نظر به این که ما با اعداد بی‌علامت سروکار داریم، نمی‌توان برای این حالت نتیجه بدون علامتی بدست آورد. وقتی تفریق را با متمم‌ها انجام می‌دهیم، جواب منفی از نبود رقم نقلی انتهایی و نتیجه متمم تشخیص داده می‌شود. هنگام کار با کاغذ و قلم، می‌توانیم جواب را به یک عدد منفی علامت دار تغییر دهیم تا به فرم معمول تر درآید. تفریق با متمم‌ها برای اعداد دو دویی به روش مشابهی در مثال‌های زیر آمده است.

مثال ۱-۷

با فرض دو عدد دودویی $X = 1010100$ و $Y = 1000011$ ، تفریق‌های زیر را انجام دهید.

(الف) $Y - X$ و (ب) $X - Y$ با استفاده از متمم ۲

$$\begin{array}{rcl} X & = & 1010100 \\ \text{متمم ۲ عدد } Y & = & + \underline{0111101} \\ \text{حاصل جمع} & = & 10010001 \\ \text{چشم پوشی از نقلی انتهایی}^7 & = & -\underline{100000000} \\ X - Y & = & 0010001 \end{array} \quad \text{جواب:}$$

$$\begin{array}{rcl} Y & = & 1000011 \\ \text{متمم ۲ عدد } X & = & + \underline{0101100} \\ \text{حاصل جمع} & = & 1101111 \end{array} \quad \text{(ب)}$$

رقم نقلی انتهایی وجود ندارد.

بنابراین، جواب $X - Y = -(1101111 - 0010001) = -0010001$ است.



تفریق اعداد بی‌علامت را می‌توان با متمم $(r-1)$ نیز انجام داد. به خاطر دارید که متمم $(r-1)$ ، یک واحد کمتر از متمم r است. به این علت، نتیجه جمع مفروق منه با متمم مفروق حاصل جمعی تولید می‌کند که یکی کمتر از تفاضل صحیح به هنگام رخداد نقلی انتهایی است. حذف رقم نقلی انتهایی و افزودن ۱ به حاصل جمع را رقم نقلی چرخشی می‌خوانند.

مثال ۱-۸

مثال ۱-۷ را با استفاده از متمم ۱ انجام دهید.

(الف) $X - Y = 1010100 - 1000011$

$$\begin{array}{rcl} X & = & 1010100 \\ Y & = & + \underline{0111100} \\ \text{حاصل جمع} & = & 10010000 \\ \text{رقم نقلی انتهایی} & = & + \underline{1} \\ X - Y & = & 0010001 \end{array} \quad \text{جواب:}$$

(ب) $Y - X = 1000011 - 1010100$

$$\begin{array}{rcl} Y & = & 1000011 \\ X & = & + \underline{0101011} \\ \text{حاصل جمع} & = & 1101110 \end{array}$$

که رقم نقلی انتهایی وجود ندارد.

بنابراین جواب $X - Y = -(1101110 - 0010001) = -0010001$ است.



توجه کنید که نتیجه منفی با اخذ متمم 1 از حاصل جمع بدست آمده است زیرا این نوع متمم به کار رفت. روال رقم نقلی انتهایی چرخشی در تفریق اعداد دهد هی بی علامت با متمم 9 نیز قابل استفاده است.

۱- اعداد دودویی علامت دار

اعداد صحیح مثبت و از آن جمله صفر را می توان با اعداد بی علامت نشان داد. با این وجود برای نمایش اعداد صحیح منفی به علامتی نیاز داریم. در حساب معمولی، یک عدد منفی را با یک علامت منها و عدد مثبت را با علامت بعلاوه نشان می دهنند. به دلیل محدودیت در ساخت افزار، کامپیوترها باید هر چیزی را با ارقام دودویی نشان دهند. مرسوم است که علامت را با یک بیت واقع در سمت چپ ترین مکان عدد نمایش دهند. معمولاً اعداد مثبت را با گذاشتن 0 و اعداد منفی را با گذاشتن 1 در محل بیت مزبور معرفی می نمایند.

لازم است بدانیم که هر دو گروه اعداد دودویی علامت دار و بی علامت هنگام ارائه به کامپیوتر از رشته بیت ها تشکیل شده اند. معمولاً کاربر علامت دار بودن یا نبودن عدد را معین می نماید. اگر عدد دودویی علامت دار باشد سمت چپ ترین بیت، علامت، و بقیه بیت ها عدد هستند. اگر عدد دودویی بدون علامت فرض شود، سمت چپ ترین بیت، بالرژش ترین بیت عدد خواهد بود. مثلاً رشته بیت های 01001 می تواند به عنوان 9 (دودویی بی علامت) و یا +9 (دودویی بی علامت دار) در نظر گرفته شود زیرا سمت چپ ترین بیت 0 است. رشته بیت های 11001 به عنوان 25 بی علامت و یا -9 علامت دار خواهد بود زیرا در سمت چپ ترین مکان عدد، رقم 1 وجود دارد که بیانگر منفی بودن عدد، و بقیه چهار بیت عدد 9 را نشان می دهد. معمولاً اگر نوع عدد از قبل مشخص باشد هیچگونه اشتباہی در تشخیص وجود خواهد داشت.

نمایش اعداد علامت دار در آخرین مثال فوق، نمایش مقدار- علامت دار نامیده می شود. در این نام گذاری، عدد شامل مقدار و یک سمبول (+ یا -) یا یک بیت (0 یا 1) برای مشخص نمودن علامت است. این روش در محاسبات معمولی مورد استفاده می باشد. وقتی که عملیات حسابی در یک کامپیوتر پیاده سازی می شوند، بهتر است روش دیگری به نام سیستم متمم- علامت دار برای ارائه اعداد منفی به کار گرفته شود. در این سیستم، یک عدد منفی با متمم اش مشخص می شود. در حالی که سیستم مقدار- علامت، عدد را با تغییر علامتش منفی می کند، سیستم متمم- علامت دار، منفی عدد را با متمم سازی اش تهیه می نماید. چون اعداد مثبت همواره با 0 در سمت چپ شان شروع می شوند متمم همواره با 1 آغاز می گردد، که بیانگر عدد منفی خواهد بود. سیستم متمم- علامت دار می تواند از متمم 1 یا متمم 2 استفاده کند ولی متمم 2 رایج تر است.

به عنوان مثال فرض کنید که عدد 9 با هشت بیت در دودویی نشان داده شده باشد. 9+ با یک بیت 0 در سمت چپ ترین مکان و به دنبال آن معادل دودویی 9 می آید که نتیجه 00001001 خواهد بود. توجه داشته باشید که تمام هشت بیت باید مقدار داشته باشند، بنابراین پس از بیت علامت بقیه مکان ها تا اولین 1 از سمت چپ با 0 پر می شوند. هر چند که برای نمایش 9+ فقط یک راه وجود دارد، برای

نمایش ۹ - سه روش موجود است.

نمايش مقدار - علامت دار 10001001

نمايش متمم ۱ - علامت دار 11110110

نمايش متمم ۲ - علامت دار 11110111

در سیستم مقدار - علامت دار، با تغییر بیت علامت در سمت چپ ترین مکان، از ۰ به ۱ ، عدد ۹ - به ۹ + تبدیل می شود. در متمم ۱ - علامت دار، ۹ - را با متمم کردن همه بیت های +۹ ، از جمله بیت علامت بدست می آوریم. در متمم ۲ - علامت دار، ۹ - با متمم ۲ کردن تمام بیت های عدد مثبت از جمله بیت علامت حاصل می شود.

جدول ۱-۳ همه اعداد دودویی 4 بیت را به هر سه فرم نمايش، نشان می دهد. عدد دهدھی معادل نیز به منظور وجود مرجع آورده شده است. توجه کنید که اعداد مثبت در هر سه نمايش یکسانند و دارای یک ۰ در سمت چپ ترین مکان می باشند. سیستم متمم ۲ - علامت دار تنها یک نمايش برای ۰ دارد که همیشه مثبت است. دو سیستم دیگر دارای ۰ مثبت و ۰ منفی اند، چیزی که در محاسبات معمولی با آن مواجه نمی شویم. مجدداً توجه کنید که همه اعداد منفی دارای ۱ در سمت چپ ترین بیت اند. به این ترتیب ما آنها را از اعداد مثبت تفکیک می نماییم. با چهار بیت قادریم ۱۶ عدد دودویی را نشان دهیم. در سیستم مقدار - علامت دار و متمم ۱ ، هشت عدد مثبت و هشت عدد منفی و از جمله دو عدد صفر وجود دارد. در نمايش متمم ۲ ، هشت عدد مثبت از جمله صفر و هشت عدد منفی موجود است.

سیستم مقدار - علامت دار در حساب معمولی مورد استفاده است و هنگامی که در کامپیوتر به کار

جدول ۱-۳ . اعداد دودویی علامت دار

ددهھی	متمم ۲ علامت دار	متمم ۱ - علامت دار	مقدار - علامت دار
+7	0111	0111	0111
+6	0110	0110	0110
+5	0101	0101	0101
+4	0100	0100	0100
+3	0011	0011	0011
+2	0010	0010	0010
+1	0001	0001	0001
+0	0000	0000	0000
-0	—	1111	1000
-1	1111	1110	1001
-2	1110	1101	1010
-3	1101	1100	1011
-4	1100	1011	1100
-5	1011	1010	1101
-6	1010	1001	1110
-7	1001	1000	1111
-8	1000	—	—

رود، مشکلاتی به همراه دارد زیرا باید علامت و مقدار به طور جداگانه دستکاری شوند. بنابراین، معمولاً متمم - علامت به کار گرفته می‌شود. متمم 1 نیز مشکلاتی را به بار می‌آورد و به ندرت در محاسبات به کار می‌رود. متمم 1 برای اعمال منطقی مفید است چون تبدیل 0 به 1 و یا 1 به 0 معادل با عمل متمم منطقی است. این مطلب در فصل بعدی نشان داده خواهد شد. بحث زیر در مورد محاسبات دودویی علامت دار، اختصاصاً به نمایش اعداد منفی متمم 2 علامت دار تعلق دارد. روال‌های مشابهی قابل اعمال به سیستم متمم 1 علامت دار بوده و در آن رقم نقلی چرخشی همچون اعداد بدون علامت به حساب خواهد آمد.

جمع حسابی

جمع دو عدد در سیستم مقدار - علامت از قوانین معمول در حساب تبعیت می‌نماید. اگر علامت‌ها یکسان باشند دو مقدار را با هم جمع کرده و به حاصل جمع علامت مشترک را تخصیص می‌دهیم. اگر علامت‌ها یکی نباشند، مقدار کوچکتر را از بزرگتر کم می‌کنیم و به نتیجه حاصل علامت عدد بزرگتر را اختصاص می‌دهیم. مثلاً $12 - 25 = (37 - 25) + (-25) = -12$ است، که با تفریق مقدار کوچکتر 25 از مقدار بزرگتر 37 و استفاده از علامت 37 برای علامت نتیجه انجام شده است. این فرآیند به مقایسه علامت‌ها و اندازه‌ها و سپس اجرای جمع و تفریق نیاز دارد. روال مشابهی در نمایش مقدار - علامت برای اعداد دودویی قابل اعمال است. بر عکس قوانین جمع اعداد در سیستم مقدار - علامت نیازی به مقایسه و تفریق ندارد، بلکه فقط باید آنها را جمع کرد. روال بسیار ساده بوده و برای اعداد دودویی به صورت زیر بیان می‌گردد:

جمع دو عدد دودویی علامت دار با اعداد منفی که به فرم متمم 2 نمایش داده شده‌اند از جمع دو عدد از جمله بیت‌های علامت حاصل می‌شود. رقم نقلی حاصل از بیت علامت چشم پوشی می‌گردد. مثال‌های عددی برای جمع در زیر آمده است.

$$\begin{array}{r}
 + 6 \quad 00000110 & - 6 \quad 11111010 \\
 +13 \quad 00001101 & +13 \quad 00001101 \\
 \hline
 +19 \quad 00010011 & + 7 \quad 00000111
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 + 6 \quad 00000110 & -6 \quad 11111010 \\
 -13 \quad 11110011 & -13 \quad 11110011 \\
 \hline
 - 7 \quad 11111001 & -19 \quad 11101101
 \end{array}$$

توجه کنید که اعداد منفی باید از ابتدا به صورت متمم 2 باشند و حاصل جمع اگر منفی باشد به صورت متمم 2 خواهد بود.

در هر یک از چهار حالت فوق، عمل انجام شده جمعی است که در آن بیت علامت هم لحاظ شده است. در این روش هر رقم نقلی خروجی نادیده گرفته می‌شود و نتایج منفی به فرم متمم 2 هستند. برای یافتن یک جواب صحیح، باید مطمئن باشیم که برای جای دادن نتیجه، تعداد کافی بیت وجود

دارد. اگر با دو عدد n بیت شروع کنیم و حاصل جمع $n+1$ بیت را اشغال کند گوییم سردیز رخ داده است. هنگامی که جمع با کاغذ و قلم انجام می‌شود سریز مسئله‌ای نیست زیرا ما از نظر عرض صفحه محدودیت نداریم. در این گونه موارد فقط یک ۰ به بالاترین مکان عدد مثبت و یا یک ۱ به بالاترین مکان عدد منفی می‌افزاییم تا آنها را به $n+1$ بیت گسترش دهیم و سپس جمع را اجرا نماییم. ولی سریز در کامپیوتر مشکل‌ساز است زیرا تعداد بیت‌هایی که عدد رانگه می‌دارند محدود می‌باشد، و نتیجه‌ای که از مقدار نهایی به میزان ۱ واحد تجاوز کند را نمی‌توان در آن جای داد.

فرم متمم اعداد منفی برای کسانی که به سیستم مقدار-علامت عادت کرده‌اند، ناشناست. برای تعیین یک عدد منفی وقتی که به فرم متمم ۲ علامت دار باشد، لازم است که آن را به یک عدد مثبت تبدیل کنیم تا به شکل آشناتری در آید. مثلاً عدد دودویی علامت دار ۱۱۱۱۱۰۰۱ یک عدد منفی است زیرا سمت چپ ترین بیت برابر ۱ است. متمم ۲ آن ۰۰۰۰۱۱۱ می‌باشد که معادل دودویی عدد ۷ است. به این ترتیب تشخیص می‌دهیم که عدد منفی اولیه برابر ۷- بوده است.

تفريق حسابی

تفريق دو عدد دودویی علامت دار، وقتی که اعداد منفی به صورت متمم ۲ باشند بسیار ساده است و می‌تواند به صورت زیر بیان شود:

(از جمله بیت علامت) را بدست آورید و آن را به مفروق منه (از جمله بیت علامت) اضافه کنید. رقم نقلی خروجی از مکان بیت علامت چشم پوشی شود.

این پدیده به این علت رخ می‌دهد که اگر علامت مفروق عوض شود، تفريق به جمع تبدیل خواهد شد. این نکته با روابط زیر نشان داده شده است:

$$\begin{aligned} (\pm A) - (+B) &= (\pm A) + (-B); \\ (\pm A) - (-B) &= (\pm A) + (+B). \end{aligned}$$

اما تغییر یک عدد مثبت به یک عدد منفی به سادگی با بدست آوردن متمم ۲ آن امکان‌پذیر است. عکس مطلب فوق نیز صحیح می‌باشد زیرا متمم یک عدد منفی متمم، یک عدد مثبت معادل تولید می‌نماید. تفريق $+7 = (-6) - (-13)$ را در نظر بگیرید. در دودویی با هشت بیت، این تفريق به صورت $(11111010 - 11110011) = 100001101$ است. با یافتن متمم ۲ مفروق (-13) ، یعنی $(+13)$ ، تفريق به فرم جمع در می‌آید. در دودویی این عمل به صورت $100000111 + 00001101 = 11111010$ می‌باشد. با

حذف رقم نقلی انتهایی پاسخ صحیح 00000111 ($+7$) خواهد بود.

لازم به تذکر است که جمع و تفريق اعداد دودویی در سیستم متمم-علامت مشابه با قوانین جمع و تفريق معمولی است. بنابراین کامپیوترها دارای سخت‌افزار مشترک برای هر دو نوع عمل حسابی می‌باشند. کاربر یا برنامه‌نویس باید نتایج چنین جمع یا تفريقي را به طور متفاوت تفسیر کند و این تفسیر به فرض اولیه وی یعنی علامت دار بودن یا بی علامت بودن اعداد بستگی دارد.

۱-۷ کدهای دودویی

سیستم‌های دیجیتال از سیگنال‌هایی که دو مقدار مجزا و عناصری از مدار که دو حالت با ثبات دارند استفاده می‌کنند. بین سیگنال‌های دودویی، عناصر مدار دودویی و ارقام دودویی رابطه مستقیمی وجود دارد. مثلاً یک عدد دودویی n رقمی را می‌توان با n عنصر مدار دودویی که هر یک دارای یک سیگنال خروجی معادل ۰ یا ۱‌اند، نشان داد. سیستم‌های دیجیتال نه تنها اعداد دودویی بلکه بسیاری از اجزاء گستته اطلاعات را هم دستکاری و نمایش می‌دهند و روی آنها عمل می‌کنند. هر عنصر گستته اطلاعاتی را در میان یک گروه از مقادیر می‌توان با استفاده از کد دودویی نشان داد. کدها باید به صورت دودویی باشند زیرا کامپیوترها فقط قادرند ۱‌ها و ۰‌ها رانگه دارند. با یید توجه داشت که کدها فقط نماد یا سمبول نمایش اطلاعات را عوض می‌کنند و نه مفهوم آنها را. اگر بیت‌های یک کامپیوتر را به طور تصادفی مورد بررسی قرار دهیم، ملاحظه خواهیم کرد که اغلب به جای اعداد دودویی، اطلاعات کد شده در آنها وجود دارد.

یک کد دودویی n بیت، گروهی متشكل از n بیت است که 2^n ترکیب ممکن از ۱‌ها و ۰‌ها را داراست، و هر ترکیب یک عنصر از مجموعه کد شده را نمایش می‌دهد. یک مجموعه چهار عنصری با دو بیت کد می‌شود، که به هر عنصر یکی از ترکیبات بیتی زیر تخصیص می‌یابد: ۰۰، ۰۱، ۱۰، ۱۱. یک مجموعه هشت عضوی به کد ۳ بیت نیاز دارد و برای یک مجموعه ۱۶ عنصری یک کد ۴ بیت لازم است. ترکیب بیتی یک کد n بیتی با شمارش دودویی از ۰ تا $2^n - 1$ حاصل می‌گردد. به هر عنصر باید یک ترکیب بیتی دودویی منحصر به فرد اختصاص یابد و هیچ دو عنصر دارای مقدار یکسانی نمی‌باشند؛ در غیر این صورت تخصیص کد گنج و بی معنی خواهد بود.

گرچه حداقل تعداد بیت‌های لازم برای 2^n کد مجزا، برابر n است، حداقل تعداد بیت‌ها برای تعریف یک کد دودویی وجود ندارد. مثلاً ۱۰ رقم ددهدی با ۱۰ بیت قابل کد شدن است، و هر رقم ددهدی به یکی از ترکیبات ۰ و ۱ تخصیص می‌یابد. در این کد ددهدی، رقم ۶ به ترکیب بیتی ۰۰۰۱۰۰۰۰۰۰ اختصاص می‌یابد.

کد BCD

گرچه سیستم اعداد دودویی طبیعی ترین سیستم برای یک کامپیوتر است، ولی بسیاری از مردم به سیستم ددهدی عادت دارند. یکی از راه‌های حل این مشکل تبدیل اعداد ددهدی به دودویی، اجرای همه محاسبات به دودویی و سپس تبدیل نتایج دودویی به ددهدی است. این روش لازم می‌دارد تا اعداد ددهدی را در کامپیوتر ذخیره کنیم تا بتوانند به دودویی تبدیل شوند. چون کامپیوتر فقط می‌تواند مقادیر دودویی را قبول کند، باید ارقام ددهدی را با کد ۱‌ها و ۰‌ها نشان دهیم. هنگامی که این ارقام به فرم کد شده در کامپیوتر ذخیره شوند، می‌توان مستقیماً عملیات حسابی را روی این اعداد ددهدی اجرا نمود.

اگر تعداد عناصر در مجموعه به صورت توانی از ۲ نباشد، کد دودویی دارای ترکیبات بیتی تخصیص نیافته خواهد بود. ۱۰ رقم ددهدی چنین مجموعه‌ای را می‌سازند. یک کد دودویی که بتواند ۱۰ عنصر را

جدول ۱-۴ . دهدهی کد شده به دودویی (BCD)

رقم BCD	سمبل دهدهی
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9

از هم تفکیک کند باید حداقل 4 بیت داشته باشد، ولی 6 ترکیب ممکن تخصیص نیافته باقی می‌ماند. با مقدار دهدهی 10 گانه به 4 بیت می‌توان کدهای دودویی متفاوتی بدست آورد. کدی که برای ارقام دهدهی معمولاً به کار می‌رود در جدول ۱-۴ دیده می‌شود. این کد را دهدهی کد شده به دودویی می‌خوانند و به طور خلاصه آن را با BCD نمایش می‌دهند. چند کد دهدهی دیگر بعداً در این بخش نمایش داده خواهند شد.

جدول ۱-۴ هر کد 4 بیتی را به یک رقم دهدهی نسبت می‌دهد. یک عدد k رقمی در BCD به 4k بیت نیاز دارد. عدد دهدهی 396 در BCD با 12 بیت به صورت 0011 1001 0110 باشد. هرگاه عدد دهدهی در BCD بین 0 تا 9 باشد با که در آن هر گروه 4 بیتی یک رقم دهدهی را نشان می‌دهد. هرگاه عدد دهدهی در BCD بین 0 تا 9 باشد با عدد دودویی اش معادل است. یک عدد BCD بزرگتر از 10 با عدد دودویی معادلش، هر چند که از 0 ها و 1 ها تشکیل شده، متفاوت است. به علاوه ترکیبات دودویی 1010 تا 1111 به کار نرفته‌اند و در BCD مفهومی ندارند. عدد دهدهی 185 و مقدار مربوطه آن را در BCD و دودویی ملاحظه کنید:

$$(185)_{10} = (0001\ 1000\ 0101)_{BCD} = (10111001)_2$$

مقدار BCD دارای 12 بیت است، ولی عدد دودویی معادل آنها تنها 8 بیت لازم دارد. واضح است یک عدد BCD نسبت به مقدار دودویی به بیت‌های بیشتری احتیاج دارد. با این وجود، استفاده از اعداد دهدهی دارای مزیت است زیرا داده‌های ورودی و خروجی به سیله انسان‌هایی که سیستم‌های دهدهی را به کار می‌برند تولید می‌شود.

توجه داشته باشید که اعداد BCD اعداد دهدهی هستند و نه اعداد دودویی، هر چند که آنها در ساختارشان از بیت‌ها استفاده می‌کنند. تنها تفاوت بین یک عدد دهدهی و BCD این است که اعداد دهدهی سمبول‌های 0، 1، 2، ...، 9 و اعداد BCD سمبول‌های 0000، 0001، 0010، ...، 1001 را به کار می‌برند. مقدار دهدهی دقیقاً یکی است. عدد 10 دهدهی در BCD با هشت بیت 0000 0000 و عدد 15 با 0101 0001 نمایش داده می‌شوند. مقادیر دودویی معادل آنها به ترتیب 1010 و 1111 است که تنها چهار بیت دارند.

BCD جمع

جمع دو رقم ددهی در BCD، همراه با رقم نقلی احتمالی از جفت. رقم کم ارزش تر قبلی را در نظر بگیرید. چون هر رقم از 9 تجاوز نمی‌کند، جمع نمی‌تواند بزرگتر از $9 + 1 = 10$ باشد که در آن، 1، رقم نقلی قبلی است. فرض کنید می‌خواهیم ارقام BCD را به شکل اعداد دودویی با هم جمع کنیم. جمع دودویی، نتیجه‌ای بین 0 تا 19 را تولید خواهد کرد. این مقادیر به دودویی برابرند با 0000 تا 10011، ولی به فرم BCD برابر با 0000 تا 1001 می‌باشند. اولین رقم، رقم نقلی و چهار بیت بعدی رقم جمع BCD است. وقتی حاصل جمع دودویی برابر یا کمتر از 1001 است (بدون نقلی)، رقم BCD مربوطه صحیح است. با این وجود، وقتی جمع دودویی بزرگتر یا مساوی 1010 باشد، نتیجه یک رقم BCD نامعتبر است. جمع $6 = 0110_2$ با حاصل جمع دودویی، آن را به رقم صحیح بدل کرده و در صورت لزوم رقم نقلی نیز تولید خواهد کرد. دلیل این است که اختلاف بین یک رقم نقلی در بالارزش‌ترین مکان بیتی حاصل از جمع دودویی و نقلی ددهی برابر است با $6 = 10 - 16$. جمع BCD زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{array}{r}
 4 & 0100 & 4 & 0100 & 8 & 1000 \\
 +5 & +0101 & +8 & +1000 & +9 & 1001 \\
 \hline
 9 & 1001 & 12 & 1100 & 17 & 10001 \\
 & & & +0110 & & +0110 \\
 & & & \hline
 & & & 10010 & & 10111
 \end{array}$$

در هر حالت دو رقم BCD و نیز فرم دودویی آنها با هم جمع می‌شوند. اگر جمع دودویی بزرگتر یا برابر 1010 باشد، به آن 0110 را می‌افزاییم تا رقم BCD حاصل جمع و نقلی صحیح حاصل شود. در مثال اول حاصل جمع برابر 9 می‌باشد که یک رقم حاصل جمع BCD صحیح است. در مثال دوم، جمع دودویی یک رقم BCD نامعتبر تولید می‌کند. افزایش 0110 به آن رقم حاصل جمع BCD صحیح 0010 (2) را همراه با یک رقم نقلی به وجود می‌آورد. در مثال سوم، جمع دودویی یک رقم نقلی خواهد داشت. این وضعیت هنگامی رخ می‌دهد که حاصل جمع مساوی یا بزرگتر از 16 باشد. گرچه چهار بیت دیگر کمتر از 1001 است، حاصل جمع نیاز به اصلاح دارد زیرا دارای رقم نقلی است. با جمع 0110 رقم حاصل جمع BCD (7) و یک نقلی BCD حاصل می‌گردد.

جمع دو عدد BCD بی علامت n رقمی روال مشابهی دارد. جمع $760 = 576 + 184$ را به BCD در نظر بگیرید:

$$\begin{array}{r}
 \text{BCD carry} & 1 & 1 \\
 & 0001 & 1000 & 0100 & 184 \\
 & +0101 & 0111 & 0110 & +576 \\
 \hline
 \text{Binary sum} & 0111 & 10000 & 1010 & \\
 \text{Add 6} & & 0110 & 0110 & \\
 \text{BCD sum} & 0111 & 0110 & 0000 & 760
 \end{array}$$

اولین جفت رقم BCD کم ارزش‌تر، یک رقم BCD برابر با 0000 و یک رقم نقلی برای جفت رقم بعدی را

تولید می‌کند. جفت رقم دوم بعلاوه نقلی قبلی حاصل جمع 0110 و یک رقم نقلی برای جفت رقم بعدی را به وجود می‌آورد. جفت رقم سوم بعلاوه یک رقم نقلی حاصل جمع دودویی 0111 را تولید کرده و نیاز به اصلاح ندارد.

حساب دهدھی

نمایش اعداد دهدھی علامت‌دار در BCD مشابه اعداد علامت‌دار در دودویی است. ما می‌توانیم از هر یک از هر دو سیستم مقدار-علامت‌دار یا متمم-علامت‌دار استفاده کنیم. علامت یک عدد دهدھی معمولاً با چهار بیت نمایش داده می‌شود تا با کد 4 بیت ارقام دهدھی همسان باشد. معمولاً علامت مثبت با چهار 0 و علامت منها با 9 BCD یعنی 1001 نشان داده می‌شود.

سیستم مقدار-علامت‌دار به ندرت در کامپیوترها به کار می‌رود. این سیستم می‌تواند متمم 9 یا متمم 10 باشد، ولی اغلب متمم 10 به کار گرفته می‌شود. برای بدست آوردن متمم 10 یک عدد BCD، ابتدا متمم 9 را بدست اورده و به کم ارزش ترین رقم 1 واحد می‌افزاییم. متمم 9 نیز با کسر هر رقم از 9 حاصل می‌گردد. روالی که در بخش قبل برای سیستم متمم 2 علامت‌دار بنا نهاده شد به سیستم متمم 10 علامت‌دار در اعداد دهدھی نیز قابل اعمال است. جمع با افزودن همه ارقام، از جمله رقم علامت و چشم‌پوشی از رقم نقلی انتهایی انجام می‌شود. در اینجا فرض می‌شود که همه اعداد منفی به فرم متمم 10 باشند. جمع (+375) + (-240) = +135 را در نظر بگیرید که در سیستم متمم علامت‌دار انجام شده است.

$$\begin{array}{r} 0\ 375 \\ +9\ 760 \\ \hline 0\ 135 \end{array}$$

عدد 9 واقع در سمت چپ ترین مکان عدد دوم نمایشگر یک علامت منفی و 9760 متمم 10 عدد 0240 است. برای بدست آوردن $+135$ ، دو عدد با هم جمع و رقم نقلی نادیده گرفته می‌شود. البته اعداد دهدھی داخل کامپیوتر، از جمله ارقام علامت باید به BCD باشند. همانطور که قبل اشاره شد جمع با ارقام BCD انجام می‌شود.

تفريق اعداد دهدھی اعم از علامت‌دار یا بی‌علامت در سیستم متمم 10 مشابه با حالت دودویی است. متمم 10 مفروق را بدست آورید و آن را به مفروق منه اضافه کنید. بسیاری از کامپیوترها برای انجام محاسبات حسابی اعداد دهدھی در BCD ، سخت‌افزار خاصی دارند. کاربر کامپیوتر می‌تواند برای انجام عمل حسابی با اعداد دهدھی، بدون نیاز به تبدیل آنها، به دودویی برنامه‌نویسی کند.

دیگر کدهای دهدھی

کدهای دودویی برای ارقام دهدھی به حداقل چهار بیت در مقابل هر رقم نیاز دارند. با ایجاد 10 ترکیب مختلف در چهار بیت کدهای مختلف را می‌توان ایجاد کرد. کدهای BCD و سه نوع کد دیگر در جدول ۱-۵ نشان داده شده‌اند. هر کد تنها 10 ترکیب بیتی از 16 ترکیب ممکن را در چهار بیت به کار

جدول ۱-۵ . چهار کد دودویی متفاوت برای ارقام ددهی

رقم ددهی	BCD 8421	2421	افزونی 3	8 4-2-1
0	0000	0000	0011	0 0 0 0
1	0001	0001	0100	0 1 1 1
2	0010	0010	0101	0 1 1 0
3	0011	0011	0110	0 1 0 1
4	0100	0100	0111	0 1 0 0
5	0101	1011	1000	1 0 1 1
6	0110	1100	1001	1 0 1 0
7	0111	1101	1010	1 0 0 1
8	1000	1110	1011	1 0 0 0
9	1001	1111	1100	1 1 1 1
ترکیبات		1010	0101	0 0 0 1
بیتی		1011	0110	0 0 1 0
بکارنرفته		1100	0111	0 0 1 1
بیتی		1101	1000	1 1 0 0
بکارنرفته		1110	1001	1 1 0 1
بکارنرفته		1111	1010	1 1 1 0

می برد. شش ترکیبی که در هر حال به کار نروند دارای مفهوم نیستند و باید از آنها اجتناب کرد. کدهای BCD و 2421 از جمله کدهای وزین هستند. در یک کد وزین به هر مکان از بیت وزنی تخصیص داده شده است به نحوی که هر رقم با جمع اوزان تمام 1 ها در ترکیب کد بدست می آید. کد BCD دارای وزن های 8 ، 4 ، 2 ، 1 است که مربوط به توازنی از دو برای هر بیت است. مثلاً تخصیص بیتی 0110 با توجه به وزن 1 ها برای 6 تفسیر می شود زیرا $6 = 1 \times 0 + 4 \times 1 + 2 \times 1 + 1 \times 1$. ترکیب بیتی 1101 وقتی با کد 2421 وزین شود معادل ددهی $7 = 2 \times 1 + 4 \times 1 + 2 \times 0 + 1 \times 1$ را خواهد داد. توجه کنید که در کد 2421 بعضی از ارقام به دو طریق کدگذاری می شوند. عدد 4 ددهی به ترکیب های بیتی 0100 یا 1010 متعلق است زیرا هر دو ترکیب عدد 4 را نشان می دهند.

کدهای 2421 و افزونی -3 مثال هایی از کدهای خود متمم هستند. این کدها خواصی دارند که با توجه به آن متمم 9 عدد ددهی مستقیماً از تغییر 0 ها به 1 و 1 ها به 0 در کد حاصل می شود. مثلاً عدد ددهی 395 در افزونی -3 به صورت 1000 1100 0110 می باشد. متمم 9 آن یعنی 604 به صورت 0011 0111 1001 می باشد که در واقع با متمم هر بیت از کد بدست می آید (مثل متمم 1 عدد دودویی). کد افزونی -3 به دلیل خود متممی اش در کامپیوترهای قدیمی به کار می رفت. این کد بی وزن است و هر ترکیب کدی در آن از جمع مقدار دودویی متناظر ش با 3 حاصل می شود. توجه داشته باشید که کد BCD خود متمم نیست.

کد 8، 4، 2 و -1 مثالی از تخصیص هر دو نوع وزن مثبت و منفی به یک کد ددهی است. در این حال، ترکیب بیتی 0110 برای 2 ددهی تخصیص یافته و از رابطه $2 = 8 \times 0 + 4 \times 1 + (-1) \times 0 + (-2) \times 1$ محاسبه می شود.

کدگری

خرو جی داده بسیاری از سیستم های فیزیکی کمیت های پیوسته را فراهم می کنند. این داده ها باید قبل از اعمال به یک سیستم دیجیتال، به فرم دیجیتال تبدیل شوند. اطلاعات پیوسته یا آنالوگ با وسیله ای به نام مبدل آنالوگ به دیجیتال در می آیند. گاهی بهتر است برای نمایش داده دیجیتال از کد گری در جدول ۱-۶ استفاده شود. مزیت کد گری نسبت به کد دودویی این است که وقتی از یک کد به کد دیگری می رویم تنها یک بیت تغییر می یابد. مثلاً در رفتن از ۷ به ۸، کد گری از ۰۱۰۰ به ۱۱۰۰ تغییر می کند. دیده می شود که تنها بیت اول سمت چپ از ۰ به ۱ عوض شده است و سه بیت دیگر ثابت باقی میمانند. هنگامی که این کد را با کد دودویی مقایسه نماییم، تغییر از ۷ به ۸، به صورت ۰۱۱۱ به ۱۰۰۰ خواهد بود و ملاحظه می گردد که هر چهار بیت تغییر مقدار داده اند.

کد گری در کاربردهایی مورد استفاده است که رشتہ معمول اعداد دودویی ممکن است در طول انتقال یا تبدیل از یک عدد به دیگری خطای تو لید کنند. اگر اعداد دودویی استفاده شوند، تغییر از ۱۱۱۱ به ۱۰۰۰ ممکن است در صورت تغییر طولانی تر سمت راست ترین بیت، عدد میانی ۱۰۰۱ را تولید کند که خطاست. کد گری این نوع خط را حذف می کند زیرا تنها یک بیت تغییر در حین انتقال بین دو عدد وجود دارد.

نوعی کاربرد کد گری به هنگام نمایش داده آنالوگ ناشی از تغییرات پیوسته مکان یک شفت موتور می باشد. شفت به قطعات تقسیم می گردد و به هر قطعه یک عدد تخصیص می یابد. اگر قطعات مجاور منطبق با رشتہ کد گری باشد، ابهام به هنگام تشخیص خطای ناشی از جدایی دو قطعه حذف می گردد.

جدول ۱-۶. کد گری ۴ بیتی

کد گری	معادل دهدهی
0000	0
0001	1
0011	2
0010	3
0110	4
0111	5
0101	6
0100	7
1100	8
1101	9
1111	10
1110	11
1010	12
1011	13
1001	14
1000	15

کدکارا کتراسکی

در بسیاری از کاربردهای کامپیوترهای دیجیتال نه تنها نیاز به دستکاری روی داده‌های عددی بلکه روی حروف نیز وجود دارد. برای مثال یک کمپانی بیمه با میلیونها سند، از یک کامپیوتر دیجیتال برای پردازش فایل‌هایش استفاده می‌کند. برای نمایش نام و سایر مشخصات طرفهای قرارداد، داشتن یک کد دودویی برای حروف الفبا ضروری است. به علاوه همان کد دودویی می‌باید اعداد دهدی و بعضی کاراکترهای خاص دیگر مانند \$ را نیز نمایش دهد. یک مجموعه کاراکتر الفبا عددی مجموعه‌ای از عناصر، مشتمل از 10 رقم عدد، 26 حروف الفبا و تعداد معینی از علامت خاص است. چنین مجموعه‌ای بین 36 تا 64 عنصر برای حروف بزرگ و یا بین 64 تا 128 عنصر با حروف بزرگ و کوچک برای هر کلید دارد. در حالت اول به شش بیت و در حالت دوم به هفت بیت نیاز است.

کد دودویی استاندارد برای کاراکترهای الفبا عددی، آسکی (ASCII) است. این کد از هفت بیت برای کد کردن 128 کاراکتر، طبق جدول (۱-۷) استفاده می‌کند. هفت بیت کد با ۷ b7 تا b0 مشخص شده‌اند که b7 بالرزش‌ترین بیت را تشکیل می‌دهد. مثلًاً حروف A در آسکی به صورت 1000001 (ستون 100 و سطر 0001) می‌باشد. کد آسکی حاوی 94 کاراکتر گرافیکی و 34 کاراکتر غیرچاپی برای عملیات کنترلی مختلف است. کاراکترهای گرافیکی نیز از 26 حرف بزرگ (A تا Z)، 26 حرف کوچک (a تا z)، 10 عدد (۰ تا ۹) و 32 کاراکتر قابل چاپ مانند %، * و \$ تشکیل شده است.

34 کاراکتر کنترل در جدول آسکی با اسامی خلاصه شده‌اند. این کاراکترها در پایین شکل همراه با نوع عملشناس ذکر شده‌اند. این کاراکترها برای رده‌های داده‌ها و مرتب نمودن مطالب چاپ شدنی در قالب موردنظر به کار می‌روند. سه نوع کاراکترهای کنترل وجود دارند: افکتورهای فورمت، جداسازی اطلاعات و کاراکترهای کنترل تبادل اطلاعات. افکتور فورمت قالب آنچه را که باید چاپ شود کنترل می‌نماید. این گروه شامل پسبر (BS)، جدول‌بندی افقی (HT) و بازگشت نورد (CR) است. جداسازی‌های اطلاعات، داده‌ها را به صورت پاراگراف‌ها و صفحات دسته‌بندی می‌کند. از جمله آنها می‌توان از جداساز رکورد (RS) و جداساز فایل (FS) نام برد. کاراکترهای کنترل تبادل اطلاعات در حین انتقال متن بین پایانه‌های دور از هم مفیدند. مثال‌هایی از این نوع عبارتند از کاراکتر شروع متن (STX) و ختم متن (ETX) که برای قاب‌بندی یک پیام متنی به هنگام انتقال از خط تلفن به کار می‌رود. آسکی یک کد 7 بیتی است ولی اغلب کامپیوترها و ادواتی هشت بیتی اطلاعات که بایت نام دارند را دستکاری می‌کنند. بنابراین کاراکترهای آسکی اغلب هر کدام در یک بیت ذخیره می‌شوند. بیت اضافی گاهی برای اهداف دیگری به کار می‌رود و اغلب به کاربرد بستگی دارد. مثلًاً بعضی از چاپگرهای کاراکترهای آسکی را به صورت 8 بیتی می‌شناسند که در آن بالرزش‌ترین بیت برابر 0 است. 128 کاراکتر 8 بیتی دیگر را با قرار دادن 1 در بالرزش‌ترین مکان برای فونت‌های نوع ایتالیک یا الفبای یونانی می‌توان به کار برد.

کدتشرخیص خطای

برای تشخیص خطای در مخابره یا پردازش داده، گاهی بیت هشتمی به نام بیت توازن به کاراکتر

جدول ۱-۷ . کد استاندارد امریکایی برای تبادل اطلاعات (ASCII)

$b_4 b_3 b_2 b_1$	000	001	010	011	100	101	110	111
0000	NUL	DLE	SP	0	@	P	'	p
0001	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q
0010	STX	DC2	"	2	B	R	b	r
0011	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
0100	EOT	DC4	\$	4	D	T	d	t
0101	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
0110	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
0111	BEL	ETB	'	7	G	W	g	w
1000	BS	CAN	(8	H	X	h	x
1001	HT	EM)	9	I	Y	i	y
1010	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
1011	VT	ESC	+	;	K	[k	{
1100	FF	FS	,	<	L	\	l	
1101	CR	GS	-	=	M]	m	}
1110	SO	RS	.	>	N	^	n	~
1111	SI	US	/	?	O	-	o	DEL

کاراکترهای کنترل

NUL	Null	DLE	Data-link escape
SOH	Start of heading	DC1	Device control 1
STX	Start of text	DC2	Device control 2
ETX	End of text	DC3	Device control 3
EOT	End of transmission	DC4	Device control 4
ENQ	Enquiry	NAK	Negative acknowledge
ACK	Acknowledge	SYN	Synchronous idle
BEL	Bell	ETB	End-of-transmission block
BS	Backspace	CAN	Cancel
HT	Horizontal tab	EM	End of medium
LF	Line feed	SUB	Substitute
VT	Vertical tab	ESC	Escape
FF	Form feed	FS	File separator
CR	Carriage return	GS	Group separator
SO	Shift out	RS	Record separator
SI	Shift in	US	Unit separator
SP	Space	DEL	Delete

اسکنی اضافه می شود. بیت توازن، بیتی اضافی است که حاوی پیامی بوده و طی آن تعداد ۱ های کل، زوج یا فرد خواهد شد. دو کاراکتر زیر به همراه توازن زوج یا فرد دیده می شوند.

	با توازن زوج	با توازن فرد
ASCII A = 1000001	01000001	11000001
ASCII T = 1010100	11010100	01010100

در هر حالت یک بیت به سمت چپ ترین مکان کد می‌افزاییم تا تعداد 1 ها در کاراکتر برای توازن زوج، زوج و یا این که تعداد 1 ها در کاراکتر برای توازن فرد، فرد گردد. به طور کلی یکی از دو توازن اختیار می‌شود ولی توازن زوج معمول‌تر می‌باشد.

بیت توازن در تشخیص خطای انتقال اطلاعات از یک مکان به مکان دیگر مفید است. این کار با تولید یک بیت توازن زوج برای هر کاراکتر در سمت فرستنده انجام می‌گردد. کاراکترهای 8 بیتی که به همراه بیت‌های توازن می‌باشند به مقصد ارسال می‌گردند. سپس توازن هر کاراکتر در سمت گیرنده چک می‌شود. اگر توازن کاراکتر در یافته زوج نباشد، حداقل یک بیت در حین انتقال تغییر کرده است. این روش یک، سه یا هر تعداد فردی از خطای رادر هر کاراکتر انتقال یافته تشخیص می‌دهد. در این حالت تعداد زوجی از خطای قابل تشخیص نخواهد بود. کدهای خطای دیگر برای محافظت از خطای زوج لازم است.

این که پس از شناسایی خطای کاری باید انجام داد به کاربرد مربوطه بستگی دارد. یک امکان این است که با فرض اتفاقی بودن خطای عدم تکرار، تقاضای ارسال مجدد گردد. در این حالت اگر گیرنده یک خطای توازن را شناسایی کند، یک کاراکتر کنترل اسکی، ASCII NAK، (تصدیق نفی) را متشكل از هشت بیت با توازن زوج 0101 0101 باز پس می‌فرستد. اگر خطای شناسایی نشد، گیرنده کاراکتر کنترل ACK (تصدیق) را با کد 00000110 باز می‌فرستد. سمت فرستنده دوباره با ارسال پیام NAK پاسخ می‌دهد تا این که توازن صحیح دریافت شود. اگر پس از چند نوبت تکرار، انتقال همچنان دارای خطای بود، پیام خطایی به اپراتور برای چک کردن عامل خطای در خط انتقال فرستاده می‌شود.

۱-۸ ذخیره‌سازی دودویی و ثبات‌ها

اطلاعات دودویی در یک کامپیوتر دیجیتال، نوعی موجودیت فیزیکی در یک محیط ذخیره‌سازی اطلاعات برای ذخیره تک‌تک بیت‌ها باید داشته باشد. یک سلول دودویی وسیله‌ای است که از خود دو حالت بثبات را به نمایش می‌گذارد و قابل استقرار در یکی از دو حالت است. ورودی سلول سیگنال‌های تحریک کننده‌ای را برای استقرار در یکی از دو حالت دریافت می‌کند. خروجی سلول کمیتی فیزیکی است که دو حالت را از هم تفکیک می‌نماید. وقتی خروجی در سلول در یکی از دو حالت باشد اطلاعات ذخیره شده 1 و در حالت با ثبات دیگر 0 است.

ثبات‌ها

ثبات گروهی از سلول‌های دودویی است. یک ثبات با n سلول، هر کمیت گستته اطلاعاتی را که حاوی n بیت باشد، می‌تواند ذخیره کند. حالت یک ثبات عددی n تایی از 1 ها و 0 ها است که هر بیت حالت یک سلول را در ثبات بیان می‌کند. محتوای یک ثبات تابعی از تفسیر اطلاعات ذخیره شده در آن است. مثلاً یک ثبات 16 بیتی را با محتوای زیر در نظر بگیرید:

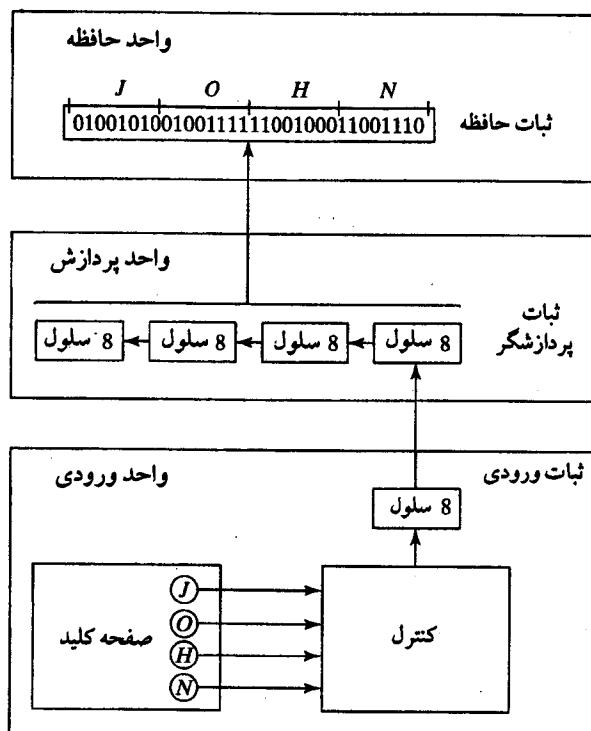
1100001111001001

یک ثبات با 16 سلول می‌تواند در یکی از 2^{16} حالت ممکن باشد. اگر فرض کنیم که محتوای یک ثبات

عدد صحیح دودویی را نشان می‌دهد، آنگاه ثبات می‌تواند هر عدد دودویی از ۰ تا 1^{16} را ذخیره کند. برای مثال خاص فوق، محتوای ثبات عدد دودویی معادل با 50121 ۵۰۱۲۱ دهدی است. اگر فرض کنیم که ثبات کاراکترهای کد هشت پیتی الفبا عددی را ذخیره کرده است، محتوای ثبات می‌تواند هر دو کاراکتر با معنی باشد. برای کد اسکی با توازن زوج واقع در هشتین بیت بالارزش، ثبات حاوی دو کاراکتر C (هشت بیت سمت چپ) و I (هشت بیت سمت راست) می‌باشد. از طرف دیگر اگر محتوای ثبات بصورت چهار رقم ددهدی تفسیر شود، محتوای ثبات یک عدد ددهدی چهار رقمی خواهد بود. در کد افزونی ۳-۳ مثال بالا عدد ددهدی ۹۰۹۶ است. در کد BCD این محتوا بی معنی است زیرا ترکیب بیتی ۱۱۰۰ به هیچ رقم ددهدی تخصیص نیافته است. با توجه به مثال، واضح است که یک ثبات قادر است اجزاء گسته‌ای از اطلاعات را در خود ذخیره نماید و نیز آرایش بیتی یکسانی ممکن است برای انواع دیگر داده، تفسیر متفاوتی داشته باشد.

انتقال بین ثباتی

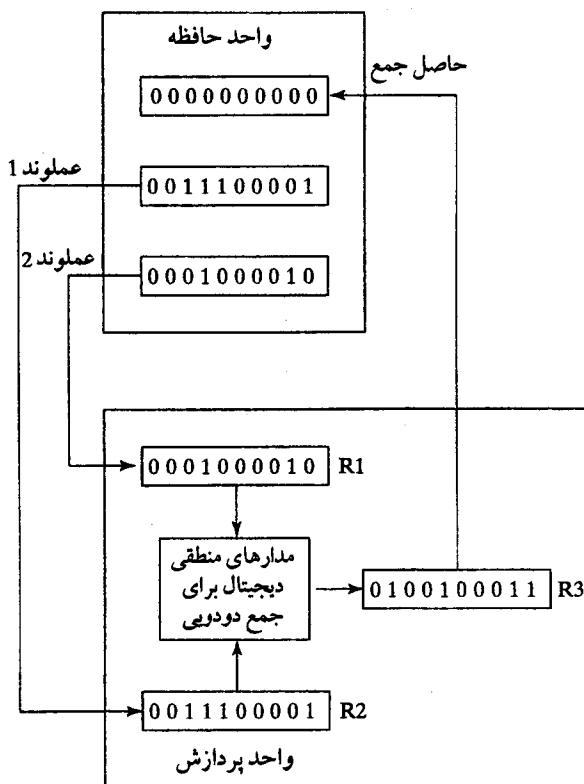
یک سیستم دیجیتال با ثبات‌هایش و قطعاتی که پردازش داده را اجرا می‌کنند مشخص می‌شود. عمل انتقال بین ثباتی یک عمل بنیادی در سیستم‌های دیجیتال است. این عمل متشکل از انتقال اطلاعات دودویی از یک مجموعه ثبات به مجموعه دیگر است. انتقال ممکن است مستقیماً از یک ثبات به دیگری باشد و یا از طریق مدارهای پردازش داده برای انجام یک عمل صورت گیرد. شکل ۱-۱ انتقال



شکل ۱-۱. انتقال اطلاعات به وسیله ثباتها

اطلاعات را در میان ثبات‌ها نشان می‌دهد و نیز انتقال اطلاعات دودویی از یک صفحه کلید به یک حافظه به تصویر کشیده شده است. فرض می‌شود واحد ورودی دارای یک صفحه کلید، مدار کنترل و یک ثبات ورودی است. هر بار کلیدی فشرده شود، کنترل یک کاراکتر الفبا عددی هشت بیتی معادل را وارد ثبات ورودی می‌نماید. فرض می‌کنیم که وارد از نوع اسکی و دارای توازن فرد باشد. اطلاعات از ثبات ورودی وارد هشت سلوول کم ارزش‌تر یک ثبات پردازنده می‌گردد. پس از هر انتقال، ثبات ورودی پاک می‌شود تا کنترل بتواند پس از زدن کلید، که هشت بیت جدید را وارد کند. قبل از ورود یا انتقال هر هشت بیت کاراکتر به ثبات پردازنده، کاراکتر قبلی به هشت سلوول بعدی در سمت چپ خود منتقل می‌شود. وقتی کار انتقال چهار کاراکتر کامل شد، ثبات پردازنده پر شده و محتوای آن به یک ثبات حافظه منتقل می‌گردد. محتوای ذخیره شده در ثبات حافظه که در شکل ۱-۱ ملاحظه می‌گردد از انتقال کاراکترهای "J" ، "O" ، "H" و "N" پس از زدن چهار کلید مناسب حاصل شده است.

برای پردازش کمیت‌های گستته‌ای از اطلاعات به فرم دودویی، کامپیوتر باید مجهز به وسایلی باشد تا داده مورد پردازش را حفظ و نیز بیت‌های اطلاعات را دستکاری کند. وسیله‌ای که برای نگهداری داده به کار می‌رود ثبات است. دستکاری متغیرهای دودویی به کمک مدارهای منطقی دیجیتال انجام می‌شود. شکل ۱-۲ فرآیند جمع دو عدد دودویی ۱۰ بیتی را نشان می‌دهد. واحد حافظه که معمولاً



شکل ۱-۲ . مثالی برای پردازش اطلاعات دودویی

ذخیره‌سازی دودویی و ثبات‌ها

متشکل از میلیون‌ها ثبات است، در نمودار تنها با سه ثباتش نشان داده شده است. بخشی از واحد پردازشگر که در شکل آمده شامل سه ثبات R_1 ، R_2 و R_3 به همراه مدارهای منطقی دیجیتال است که بیت‌های ثبات R_1 و ثبات R_2 را دستکاری کرده و نتیجه را که یک حاصل جمع حسابی است به R_3 منتقل می‌سازد. ثبات‌های تشکیل دهنده حافظه اطلاعات را ذخیره می‌کنند و قادر نیستند دو عملوند را پردازش نمایند. با این وجود، اطلاعات ذخیره شده در حافظه قابل انتقال به ثبات‌های پردازش‌گر است. نتایج حاصل در ثبات‌های پردازنده می‌تواند مجدداً به ثبات‌های حافظه برای ذخیره کاربر بعدی باز فرستاده شود. نمودار، محتوای ارسال شده دو عملوند در ثبات‌های حافظه را به R_1 و R_2 نشان می‌دهد. مدارهای منطقی حاصل جمع را تولید می‌کنند، که بعد به ثبات R_3 منتقل می‌گردد. اکنون محتوای R_3 قابل بازگشت به یکی از ثبات‌های حافظه است.

دو مثال آخر، چگونگی توانمندی جریان اطلاعات را به صورت خیلی ساده تشریح کردند. ثبات‌های سیستم، اجزاء مبنا و اصلی ذخیره و نگهداری اطلاعات دودویی‌اند. مدارهای منطقی دیجیتال اطلاعات دودویی ذخیره شده در ثبات‌ها را پردازش می‌نمایند. مدارهای منطقی دیجیتال و ثبات‌ها در فصل‌های ۲ الی ۶ پوشش یافته‌اند. واحد حافظه در فصل ۷ توصیف شده است. انتقال در سطح ثبات که مورد استفاده در توصیف و طراحی سیستم‌هاست نیز در فصل ۸ بیان شده است.

۱- منطق دودویی

منطق دودویی با متغیرهایی که دو ارزش گستته و عملیاتی که مفهوم منطقی دارند، سروکار دارد. دو ارزشی که متغیرها اختیار می‌کنند ممکن است با اسمای مختلفی نامگذاری شوند (مثل صحیح و غلط، بله و خیر و غیره)، اما برای ما بهتر است آن را بر حسب بیت تصویر کنیم و مقادیر ۰ و ۱ را به آن تخصیص دهیم. منطق دودویی معرفی شده در این بخش معادل با جبری به نام جبر بول است. جبر بول در فصل ۲ به طور مسروچ‌تر بیان شده است. در این بخش جبر بول به روشهای غیرمستدل بوده و ارتباط آن با مدارهای منطقی دیجیتال و سیگنال‌های دودویی بیان شده است.

تعريف منطق دودویی

منطق دودویی شامل متغیرهای دودویی و عملیات منطقی است. متغیرها با حروف الفبا مانند A ، B ، C ، x ، y ، z و غیره نام‌گذاری می‌شوند، که هر متغیر فقط و فقط دو مقدار مجزای ۰ و ۱ دارد. سه نوع عملیات منطقی اصلی وجود دارند: AND ، OR و NOT .

- ۱ AND : این عمل به وسیله یک ".". یا بدون ذکر هر عملگری نمایش داده می‌شود. مثلاً $z = x \cdot y$ یا $xy = z$ را چنین می‌خوانیم $y AND x$ برابر است با z . عمل منطقی AND چنین تفسیر می‌شود که، $z = 1$ است اگر و فقط اگر $x = 1$ و $y = 1$ باشد؛ در غیر این صورت $z = 0$ است. (به یاد داشته باشید که x و y و z متغیرهای دودویی هستند و نمی‌توانند به جز ۱ و ۰ چیز دیگری باشند).
- ۲ OR : عملی است که با علامت بعلاوه نشان داده می‌شود. مثلاً $z = x + y$ را چنین می‌خوانیم

$x = 1$ باشد. اگر هر دو $x = 0$ و $y = 0$ باشد آنگاه $z = 0$ خواهد بود.

-۳ NOT: این عمل با یک علامت پریم نشان داده می شود (و گاهی با یک خط بار). مثلاً $z' = \bar{x}$ (یا $z = \bar{x}$) و چنین خوانده می شود، "not x " برابر است با \bar{x} و به این معنی است که z چیزی است که x نیست. به بیان دیگر اگر $x = 1$ باشد آنگاه $z = 0$; اما اگر $x = 0$ باشد، آنگاه $z = 1$ است. عمل NOT را متمم هم می گویند چون $1 + 0 = 0 + 1 = 1$ تبدیل می کند.

منطق دودویی شبیه حساب دودویی است، و اعمال AND و OR به ترتیب به اعمال ضرب و جمع شابه دارند. در حقیقت سمبول های به کار رفته برای AND و OR همان هایی هستند که برای ضرب و جمع مورد استفاده قرار می گیرند. معهذا منطق دودویی را باید با حساب دودویی اشتباہ کرد. مسئله ای که باید مورد توجه قرار گیرد این است که یک متغیر حسابی، عددی را مشخص می کند که ممکن است دارای چندین رقم باشد. یک متغیر منطقی همیشه 0 یا 1 است. مثلاً در حساب دودویی داریم $1 + 1 = 1$ (می خوانیم: "یک بعلاوه بک برابر است با 2")، در صورتی که در منطق دودویی داریم $1 + 1 = 1$ (می خوانیم: "یک OR یک، برابر است با 1").

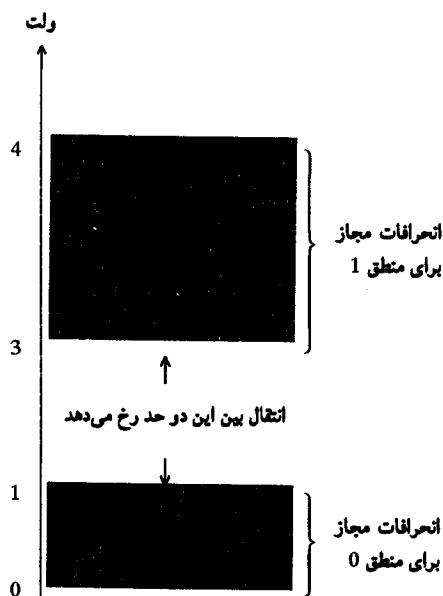
برای هر ترکیبی از مقادیر x و y ، مقدار معینی برای z وجود دارد که این مقدار پس از اعمال یا تعریف عمل منطقی مشخص می گردد. این تعاریف را می توان به صورت خلاصه یا استفاده از جدول درستی فهرست کرد. یک جدول درستی، جدولی است متشکل از تمام ترکیبات ممکن متغیرها و بیانگر ارتباط بین مقادیر آنها و نتایج حاصل از عمل مربوطه روی آنها می باشد. به عنوان مثال جداول درستی برای عملگرهای AND و OR با متغیرهای x و y ، بالیست کردن همه مقادیر ممکن آنها وقی به صورت زوج ترکیب شده اند، حاصل می شود. نتیجه عمل برای هر ترکیب به طور جداگانه آمده است. جداول درستی AND و OR و NOT در جدول ۱-۸ نشان داده شده اند. این جداول تعریف عملیات مذکور را به طور شفاف بیان می دارند.

کیت های منطقی

گیت های منطقی، مدارهایی الکترونیک هستند که روی یک یا چند سیگنال ورودی عمل می کنند تا یک سیگنال خروجی تولید نمایند. سیگنال های الکترونیکی مانند ولتاژها یا جریان هایی که در سرتاسر یک سیستم دیجیتال وجود دارند دو مقدار جدا از هم را اختیار می کنند. مدارهایی که با ولتاژ کار می کنند

جدول ۱-۸. جدول درستی عملیات منطقی

AND		OR		NOT			
x	y	$x \cdot y$	x	y	$x + y$	x	x'
0	0	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	1		
1	1	1	1	1	1		



شکل ۱-۳. مثالی از سیگنال‌های دودویی

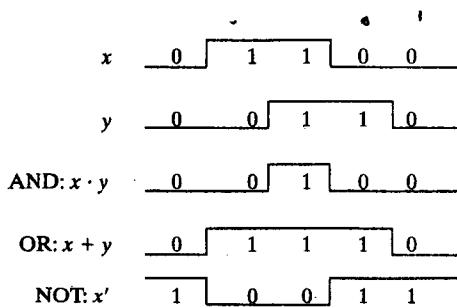
به دو سطح ولتاژ که نمایشگر یک متغیر دودویی و برابر با منطق ۱ و منطق ۰ است و اکنش نشان می‌دهند. مثلًاً یک سیستم دیجیتال خاص ممکن است منطق ۰ را به عنوان سیگنالی برابر با ۰ ولت و منطق ۱ را به صورت سیگنالی برابر با ۴ ولت تعریف کند. در عمل، هر سطح ولتاژ، محدوده مورد قبولی مانند شکل ۱-۳ را دارد.

پایانه‌های ورودی مدارهای دیجیتال سیگنال‌های دودویی را در محدوده مجازی می‌پذیرند و در پایانه‌های خروجی در محدوده مجازی پاسخ می‌دهند. ناحیه میانی بین دو ناحیه مجاز تنها هنگام گذر از یک حالت به حالت دیگر قطع می‌شود. هر اطلاعات محاسباتی یا کنترلی موردنظر را می‌توان با عبور سیگنال‌هایی دودویی از میان ترکیباتی از گیت‌ها مورد استفاده قرار داد، که هر سیگنال بیانگر یک متغیر دودویی بوده و یک بیت از اطلاعات را حمل می‌کند.

سمبل‌های گرافیکی مورد استفاده برای سه نوع گیت در شکل ۱-۴ دیده می‌شوند. گیت‌ها، بلوك‌هایی سخت‌افزاری‌اند که با ورودی منطقی مناسبی، در خروجی خود ۰ یا ۱ تولید می‌نمایند. سیگنال ورودی x و y در گیت‌های AND و OR در یکی از چهار حالت ممکن قرار دارند: ۰۰، ۰۱، ۱۰ و



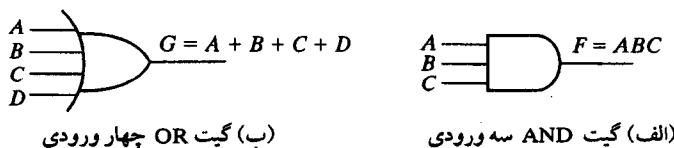
شکل ۱-۴. سمبل‌های مداری منطقی دیجیتال



شکل ۱-۵. سیگنال‌های ورودی - خروجی برای گیت‌های (الف)، (ب)، (پ) از شکل ۱-۴

۱۱. این سیگنال‌ها همراه با خروجی خود در شکل ۱-۵ ۱ دیده می‌شوند. نمودارهای زمانی پاسخ هر گیت را برای چهار گیت فوق نشان می‌دهند. محور افقی نمودار زمانی، زمان و محور عمودی سیگنال‌ها را ضمن تغییر بین دو سطح ولتاژ ممکن نمایش می‌دهد. سطح پایین منطق ۰ و سطح بالا منطق ۱ را نشان می‌دهد. هنگامی در خروجی گیت AND منطق ۱ وجود دارد که هر دو سیگنال ورودی در منطق ۱ باشند. گیت OR هنگامی خروجی ۱ دارد که یکی از سیگنال‌های ورودی در منطق ۱ باشد. گیت NOT را معمولاً وارونگر یا معکوس‌گر هم می‌گویند. دلیل انتخاب این نام با توجه به پاسخ سیگنال در نمودار زمانی مشخص است، و در آن نشان داده شده است که سیگنال خروجی مفهوم منطق ورودی را معکوس کرده است.

گیت‌های AND و OR ممکن است بیش از دو ورودی داشته باشند. یک گیت AND با سه ورودی و یک OR با چهار ورودی در شکل ۱-۶ ملاحظه می‌شود. گیت AND سه ورودی به شرطی خروجی ۱ دارد که هر سه ورودی آن ۱ باشد. اگر هر یک از ورودی‌ها ۰ باشند، خروجی AND برابر ۰ خواهد بود. گیت OR چهار ورودی هنگامی خروجی ۱ تولید می‌کند که یکی از ورودی‌ها در ۱ منطقی باشد. خروجی هنگامی ۰ می‌شود که همه ورودی‌ها در منطق ۰ باشند.



شکل ۱-۶. مدار سونیچینگ نمایش دهنده منطق دودویی

- ۱-۱ اعداد مبنای ۸ و ۱۶ بین ۱۶ تا ۳۲ را لیست کنید. با استفاده از کاراکترهای A و B برای دو رقم آخر، اعداد ۱۰ تا ۲۶ را در مبنای ۱۲ لیست نمایید.
- ۱-۲ تعداد دقیق بایت‌ها در یک سیستم حاوی (الف) 32K بایتی، (ب) 64M بایتی و (پ) 6.4G بایتی چقدر است؟
- ۱-۳ بزرگترین عددی که می‌توان با ۱۲ بیت نشان داد چند است؟ معادل دهدہی و شانزده شانزدهی آن چند است؟
- ۱-۴ اعداد زیر با مبنای داده شده را به مبنای دهدہی تبدیل کنید: ۵ (4310) و ۱۲ (198).
- ۱-۵ برای صحیح بودن عملیات زیر، مبنای اعداد را در هر حالت معین کنید.
 (الف) $5 = 14/2$ ؛ (ب) $13 = 54/4$ ؛ (پ) $40 = 24 + 17$
- ۱-۶ حل معادله درجه دوم $0 = -11x + 22 - x^2$ است. مبنای اعداد چیست؟
- ۱-۷ اعداد زیر را به دهدہی بیان کنید: ۲ (10110.0101)، ۱۶ (16.5) و ۸ (26.24).
- ۱-۸ اعداد دودویی زیر را به مبنای شانزده و مبنای ۱۰ تبدیل نمایید:
 (الف) 1.11010، (ب) 1110.10
- بگویید چرا جواب دهدہی در (ب) ۸ برابر (الف) است.
- ۱-۹ عدد مبنای شانزده 68BE را به دودویی و سپس از دودویی به مبنای هشت تبدیل کنید.
- ۱-۱۰ عدد دهدہی 345 را به دو روش به دودویی تبدیل نمایید:
 (الف) مستقیماً به دودویی تبدیل کنید. (ب) ابتدا به مبنای شانزده و سپس از مبنای شانزده به دودویی تبدیل سازید. کدام روش سریع‌تر است؟
- ۱-۱۱ تبدیل‌های زیر را عمل کنید:
 (الف) عدد دهدہی 34.4375 را به دودویی تبدیل کنید.
 (ب) معادل دودویی $\frac{1}{3}$ را تا ۸ رقم بعد از نقطه ممیز بدست آورید. سپس از دودویی به دهدہی تبدیل کنید.
 جواب قدر به $\frac{1}{3}$ نزدیک است؟
 (پ) نتیجه دودویی در (ب) را به مبنای ۱۶ بیرید. سپس نتیجه را به دهدہی تبدیل کنید. آیا جواب یکی است.
- ۱-۱۲ بدون تبدیل دهدہی جمع و ضرب‌های زیر را انجام دهید.
 (الف) اعداد دودویی 1011 و 101.
 (ب) اعداد مبنای شانزده 2E و 34.
- ۱-۱۳ تقسیم زیر را در دودویی انجام دهید: 101 : 1011111
- ۱-۱۴ متمم‌های ۹ و ۱۰ اعداد دهدہی زیر را بدست آورید.
 (الف) 98127634 (ب) 72049900 (پ) 10000000 (ت) 00000000 (ت)
- ۱-۱۵ (الف) متمم ۱۶ عدد AF3B را بدست آورید.
 (ب) AF3B را به دودویی تبدیل کنید.

(پ) متمم 2 جواب (ب) را پیدا کنید.

(ت) جواب در (پ) را به مبنای 16 تبدیل کنید و با پاسخ در (الف) مقایسه نماید.

۱-۱۶ ۱ متمم ۲ و ۲ اعداد دو دویی زیر را بدست آورید.

(الف) ۰۰۰۰۰۰۰۰ (ب) ۰۱۱۱۱۱۱۰ (ت) ۱۰۰۰۰۰۰۰ (ث) ۱۱۱۰۱۰۱۰

۱-۱۷ روى اعداد بى علامت زير با متمم 10 مفروق، تفریق انجام دهيد. جايى كه جواب منفي مى شود، متمم 10 آن را بدست آوريد و جلو آن علامت منها بگذاريد. صحت پاسخ خود را تحقیق کنيد.

(الف) 7188-3049 (ب) 7992-2100 (پ) 1321-375 (ت) 2997-7992

۱-۱۸ روى اعداد دو دویی بى علامت زير با استفاده از متمم 2 مفروق، تفریق را اجرا کنيد.

(الف) 11011-11001 (ب) 10101-11000

(پ) 101010-101011 (ت) 1011-110000

۱-۱۹ اعداد ددهی زير به فرم مقدار - علامت نشان داده شده است: $9826 + 801 + \dots$. آنها را به متمم 10 تبدیل کنيد و اعمال زير را انجام دهيد: (توجه کنيد که حاصل جمع $10627 + \dots$ بوده و شش رقم نياز دارد).

(الف) $(+9826) + (+801)$ (ب) $(+801) + (-801)$ (پ) $(+9826) + (-801)$

(ت) $(-9826) + (+801)$ (ث) $(-801) + (-9826)$

۱-۲۰ عدد ددهی زير با متمم 2 - علامت دار به دو دویی تبدیل کنيد و ارقام لازم را برای ذخیره اعداد در نظر بگيريد. سپس عبارات $(-61) + (+27)$ ، $(+61) + (-27)$ و $(-61) + (+27)$ را اجرا کنيد. جوابها را به ددهی بازگردداند و تحقیق کنيد که آنها صحیح اند.

۱-۲۱ ددهی 9126 را به هر دو نوع کد BCD و اسکي تبدیل نماید. برای اسکي، بیت توازن فرد در سمت چپ قرار داده می شود.

۱-۲۲ اعداد بى علامت ددهی 965 و 672 را به BCD نشان دهيد و سپس مراحل لازم برای جمع زدن آنها را طی کنيد.

۱-۲۳ با استفاده از وزنهای ۱ ، ۱ ، ۳ ، ۶ برای ارقام ددهی يك يك کد دو دویی وزین بازاري.

۱-۲۴ عدد ددهی 6027 را (الف) به کد BCD ، (ب) افزونی -3 و (پ) کد 2421 نشان دهيد.

۱-۲۵ متمم 9 عدد 6027 را پيدا کنيد و آن را به کد 2421 بيان نماید. نشان دهيد که نتیجه متمم 1 ، پاسخ (پ) در مسئله ۱-۲۴ است. اين نشان می دهد که کد 2421 خود متمم است.

۱-۲۶ برای 52 ورق بازي نوعی کد دو دویی تخصیص دهيد.

۱-۲۷ عبارت "G.Boole" را با استفاده از يك يك هشت بیتی به اسکي بنویسید. بين حروف قسمت های مختلف نام و نام خانوادگی فاصله بگذاريد. (جورج بول يك ریاضی دان قرن ۱۹ بود. جبر بول، که در فصل بعد معرفی شده است به اسم او نام گذاری شده است)

۱-۲۸ کدهای اسکي زير را دیکد کنيد: 1001010 ، 1100001 ، 1101110 ، 1100101 ، 0100000 ، 1000100 ، 1100101 ، 1101111

۱-۲۹ در زير رشته ای از کاراکتر های اسکي آمده اند که الگوی بیتی آن به منظور فشردگی به مبنای 16 تبدیل شده

است: 4A، EF، C4، 20، 6E، E5. در میان 8 بیت در هر جفت رقم، سمت چپ‌ترین بیت مربوط به بیت توازن است. دیگر بیت‌ها کد اسکی را تشکیل می‌دهند.
(الف) هر یک را به فرم بیتی تبدیل کنید و سپس آن را به اسکی ببرید.
(ب) توازن به کار رفته را مشخص نمایید: فرد یا زوج.

۳۰-۱ در اسکی چند کاراکتر چاپ وجود دارد؟ چند تا از آنها کاراکترهای خاص هستند (نه عدد و نه حرف)؟

۳۱-۱ برای تبدیل حروف بزرگ به کوچک در اسکی کدام بیت باید عوض شود، و بالعکس؟

۳۲-۱ حالت یک ثبات 12 بیتی 100010010111 است. این محتوا برای حالات زیر چه چیز را نشان می‌دهد.

(الف) سه رقم دهدہی در BCD ؟ (ب) سه رقم دهدہی در کد افزونی 3؟

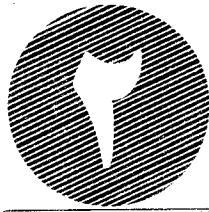
(پ) سه رقم دهدہی در کد ۱-۲-۲-۸۴؟ (ت) یک عدد دودویی؟

۳۳-۱ با بیت توازن زوج در سمت چپ‌ترین مکان، کد اسکی 10 رقم دهدہی را لیست کنید.

۳۴-۱ یک گیت AND سه ورودی با خروجی F و یک گیت OR سه ورودی با خروجی G را فرض کنید. ورودی‌ها A، B و C اند. سیگنال‌های خروجی F و G، به عنوان تابعی از سه ورودی ABC اند. هر 8 ترکیب ممکن را برای ABC به کار ببرید. (مشابه با نمودار زمان‌بندی شکل ۵-۱ عمل کنید).

مراجع

1. CAVANAGH, J. J. 1984. *Digital Computer Arithmetic*. New York: McGraw-Hill.
2. SCHMID, H. 1974. *Decimal Computation*. New York: John Wiley.
3. MANO, M. M. 1988. *Computer Engineering: Hardware Design*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
4. NELSON, V. P., H. T. NAGLE, J. D. IRWIN, and B. D. CARROLL 1997. *Digital Logic Circuit Analysis and Design*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.



جبر بول و گیت‌های منطقی

۱-۲ تعاریف اولیه

جبر بول را می‌توان مانند هر سیستم متنبجه ریاضی، به وسیله مجموعه‌ای از عناصر، یک مجموعه از الگوها و تعدادی اصول اثبات نشده یا بدیهیات تعریف نمود. یک مجموعه از عناصر کلکسیونی از اشیاء است که دارای خواص مشترکی باشند. اگر S یک مجموعه و x و y عناصر مشخصی از آن باشند، آنگاه $x \in S$ به این معنی است که x عضوی از مجموعه S و $x \notin S$ یعنی y عضوی از S نیست. یک مجموعه با تعداد قابل شمارشی از عناصر با یک جفت آکولاد مشخص می‌شود: $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ، $A = \{1, 2, 3, 4\}$ یعنی عناصر مجموعه A عبارتند از ۱، ۲، ۳ و ۴. یک عملگر دودویی روی یک مجموعه از عناصر، S ، قانونی است که هر جفت از عناصر S ، یک عنصر منحصر به فرد از S را تخصیص دهد. به عنوان مثال رابطه $c = a * b$ را در نظر بگیرید. (*) را یک عملگر دودویی می‌خوانیم به شرطی که بتواند عنصر c را به جفت عنصر a و b مناسب نماید ضمن اینکه رابطه $s, a, b, c \in S$ معتبر باشد. با این وجود اگر $a \in S$ و $b \in S$ و $c \notin S$ باشد، (*) یک عملگر دودویی نیست.

اصول یک سیستم ریاضی، فرضیات اولیه را تشکیل می‌دهند که با استفاده از آنها می‌توان قوانین و تئوری‌ها و خواص سیستم را نتیجه گرفت. مهمترین اصول بکار رفته در فرموله کردن ساختارهای جبری عبارتند از:

- بسته بودن: یک مجموعه S نسبت به عملگر دودویی بسته است به شرطی که برای هر جفت عنصر از S ، این عملگر عنصر منحصر به فردی از آن را به جفت عنصر مناسب نماید. به عنوان مثال، مجموعه اعداد طبیعی $\{..., 4, 3, 2, 1\} = N$ را نسبت به عملگر جمع $(+)$ بسته گوییم زیرا برای هر دو عنصر $a, b \in N$ مانند $c \in N$ می‌توان یافت بطوری که $a+b=c$ باشد. مجموعه اعداد طبیعی نسبت به عملگر تفریق بسته نیست چون داریم $1-2=-1$.

حالی که $2, 3 \in N$ و $2, 3 \notin N$ است.

- اصل شرکت پذیری : یک عملگر دودویی (*) روی مجموعه S شرکت پذیر است اگر داشته باشیم

$$(x * y) * z = x * (y * z) \quad x, y, z \in S$$

- اصل جابجایی : یک عملگر (*) روی یک مجموعه دارای خاصیت جابجایی است هرگاه

$$x * y = y * x \quad x, y \in S$$

- عنصر شناسه : مجموعه S نسبت به عملگر (*) روی مجموعه S دارای عنصر شناسه است، اگر عنصر $e \in S$ با خاصیت زیر موجود باشد.

$$e * x = x * e = x \quad x \in S$$

مثال: عنصر 0 یک عنصر شناسه نسبت به عملگر (+) روی مجموعه اعداد صحیح مثال: عنصر 0 یک عنصر شناسه نسبت به عملگر (+) روی مجموعه اعداد صحیح

$$I = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ... \}$$

$$x + 0 = 0 + x = x \quad x \in I$$

مجموعه اعداد طبیعی N دارای عنصر شناسه نیست زیرا 0 جزو مجموعه نمی باشد.

- معکوس : مجموعه ای چون S با عنصر شناسه e نسبت به عملگر (*) دارای معکوس است به شرطی که برای هر $x \in S$ ، یک $y \in S$ وجود داشته باشد به نحوی که

$$x * y = e$$

مثال: در مجموعه اعداد صحیح I ، $e=0$ ، معکوس عنصر a برابر $(-a)$ است چون $0+a=(-a)+0=0$

- اصل توزیع پذیری : اگر (*) و (.) دو عملگر روی مجموعه S باشند، (*) را روی (.) توزیع پذیر

گوییم هرگاه

$$x * (y * z) = (x * y) \cdot (x * z)$$

مثالی جبری در این مورد میدان یا حوزه است. میدان مجموعه ای از عناصر است، همواره با دو عملگر دودویی، که هر یک دارای خواص 1 تا 5 بوده و هر دو عملگر برای تشکیل خاصیت 6 با یکدیگر ترکیب می شوند. مجموعه اعداد حقیقی، همراه با عملگرهای دودویی (+) و (.)، میدان اعداد حقیقی را تشکیل می دهد. میدان اعداد حقیقی مبنای جبر معمولی و حساب است. عملگرهای دارای اصول دارای مفاهیم زیر هستند:

عملگر دودویی (+) جمع را تعریف می کنند.

عنصر شناسه جمع، 0 است.

محکوس جمع، تفریق می باشد.

عملگر دودویی (.) ضرب را تعریف می نماید.

عنصر شناسه ضرب 1 می باشد.

معکوس ضرب $a = 1/a$ تقسیم را تعریف می کنند، یعنی $1/a \cdot a = a \cdot 1/a = 1$.

تنها اصل توزیع پذیری قابل اعمال مربوط به عملگر (.) روی (+) است:

$$a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$$

۲-۲ تعریف اصول اساسی جبر بول

در سال ۱۸۵۴ جورج بول یک بروخورد سیستماتیک با منطق را معرفی نمود و برای اهداف خود یک سیستم جبری را که امروزه آن را جبر بول می‌نامیم پایه‌ریزی کرد. در سال ۱۹۳۸ نیز سی.ای. شانون یک جبر بول دو مقداری به نام جبر سوئیچینگ را معرفی کرد که در آن خواص مدارهای سوئیچینگ با این جبر قابل ارائه است. برای تعریف مستدل جبر بول، ما اصول فرموله شده به وسیله ای. دی. هانتینگتون در سال ۱۹۰۴ را بکار می‌بریم.

جبر بول یک ساختار جبری است که با عناصر مجموعه، یعنی B ، همراه با دو عملگر دودویی (+) و (.) تعریف می‌شود به شرطی که اصول زیر (هانتینگتون) در آن معتبر باشد.

-۱ (a) مجموعه نسبت به عملگر (+) بسته باشد.

(b) مجموعه نسبت به عملگر (.) بسته باشد.

-۲ (a) یک عنصر شناسه ۰ برای (+) وجود داشته باشد.

(b) یک عنصر شناسه ۱ برای (.) وجود داشته باشد.

-۳ (a) مجموعه نسبت به (+) دارای خاصیت جابجایی باشد: $x + y = y + x$

(b) مجموعه نسبت به (.) دارای خاصیت جابجایی باشد: $x \cdot y = y \cdot x$

-۴ (a) نسبت به (+) توزیع پذیر است: $x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$

(b) نسبت به (.) توزیع پذیر است: $x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$

-۵ برای هر عنصر $x \in B$ ، عنصری مثل x' وجود دارد (به آن متمم x می‌گوییم) به نحوی که:

(a) $x \cdot x' = 0$ (b) $x + x' = 1$

-۶ حداقل دو عنصر $y, x \in B$ وجود دارد به نحوی که $y \neq x$ باشد.

با مقایسه جبر بول با حساب و جبر معمولی (حوزه یا میدان اعداد حقیقی) تفاوت‌های زیر قابل ملاحظه‌اند:

-۱ اصول هانتینگتون فاقد اصل شرکت‌پذیری است. با این وجود، این اصول برای جبر بول معتبر و برای هر دو عملگر از دیگر اصول قابل استنتاج است.

-۲ اصل توزیع‌پذیری (+) (روی (.))، یعنی $(x + y) \cdot (x + z) = x + (y \cdot z)$ ، برای جبر بول معتبر است، ولی در جبر معمولی قابل قبول نیست.

-۳ جبر بول دارای معکوس‌های جمع و ضرب نیست؛ بنابراین عملگرهای تفریق و تقسیم وجود ندارند.

-۴ اصل ۵ عملگری به نام متمم را معرفی می‌نماید که در جبر معمولی وجود ندارد.

-۵ جبر معمولی در مورد اعداد حقیقی بحث می‌کند، که یک مجموعه با بی‌نهایت عنصر را شامل می‌شود. جبر بول در مورد مجموعه‌ای از عناصر B ، بحث می‌نماید که هنوز آن را معرفی نکرده‌ایم، ولی بعداً در جبر بول دو مقداری یا دو ارزشی معرفی خواهد شد (کاربرد بعدی ما از این جبر موردن توجه است)، و در آن B بصورت مجموعه‌ای از دو عنصر ۰ و ۱ تعریف می‌شود.

جبر بول از بعضی لحاظ با جبر معمولی هماهنگی دارد. انتخاب سمبول های (+) و (.) به این علت مورد توجه قرار گرفته اند تا دستکاری جبر بول به وسیله شخصی که با جبر معمولی آشنا بی دارد، ساده گردد. گرچه وی می تواند بخشی از دانش خود از جبر معمولی را در جبر بول بکار ببرد، ولی مبتدیان باید مراقب باشند تا قوانین جبر معمولی را در جاهایی که قابل استفاده نیستند، بکار نبرند.

لازم است تا اختلاف بین یک مجموعه از عناصر متعلق به یک ساختار جبری و متغیرهای یک سیستم جبری را بدانیم. مثلاً اجزاء حوزه اعداد حقیقی، اعداد هستند، در صورتی که متغیرهایی مانند a ، b و c که در جبر معمولی بکار می روند، سمبول هایی هستند که به جای اعداد حقیقی بکار می روند. بطور مشابه در جبر بول مجموعه B دارای متغیرهایی مانند x ، y و z می باشد که صرفاً سمبول هستند و عناصر را نشان می دهند. در اینجا لازم است بدانیم که به منظور داشتن یک جبر بول باید:

- عناصر مجموعه B مشخص باشند.

- قوانین عمل دو عملگر دودویی معین باشند.

- مجموعه عناصر، B ، همراه با دو عملگر، برای شش اصل هانتینگتون معتبر باشد.

بسته به انتخاب عناصر B و قوانین عملیات، می توان چندین جبر بول را فرموله کرد. در ادامه کار ما فقط با جبر دو ارزشی که تنها دو عنصر دارد، سروکار خواهیم داشت. جبر بول دو ارزشی در تئوری مجموعه ها و منطق کاربرد دارد. هدف ما در این کتاب کاربرد جبر بول در مدارهای منطقی گیتی است.

جبر بول دو ارزشی

جبر بول دو ارزشی روی مجموعه دو عنصري، $\{0, 1\} = B$ ، به همراه قوانین برای دو عملگر دودویی (+) و (.) که در جدول زیر نشان داده شده تعریف می شود (قانون عملگر متمم برای تصدیق اصل ۵ است):

x	y	$x \cdot y$	x	y	$x + y$	x	x'
0	0	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	1		
1	1	1	1	1	1		

این قوانین دقیقاً مثل اعمال AND، OR و NOT در جدول ۱-۸ می باشند. اکنون نشان می دهیم که اصول هانتینگتون برای مجموعه $\{0, 1\} = B$ و دو عملگرهای دودویی که قبلاً تعریف شده اند، معتبر است.

۱- با توجه به جداول، بسته بودن کاملاً روشن است زیرا نتیجه هر عملگر ۱ یا ۰ بوده و $B \in \{0, 1\}$ می باشد.

۲- با توجه به جداول می بینیم که
 (a) $0 + 0 = 0$ $0 + 1 = 1 + 0 = 1$ $1 + 1 = 1$
 (b) $1 \cdot 1 = 1$ $1 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 0$

این روابط بیانگر وجود عناصر شناسه 0 برای (+) و 1 برای (.)، طبق تعریف اصل ۲ می باشند.

-۴ اصول جابجایی با توجه به تقارن جداول عملگرها آشکار است.

-۴ (a) صحت اصل توزیع پذیری $(x \cdot y + z) = (x \cdot z) + (y \cdot z)$. x را با ایجاد جدول برای تمام مقادیر ممکن x, y و z , می‌توان تحقیق کرد. برای هر ترکیب، $(y + z) \cdot x$ را بدست آورده و نشان می‌دهیم که برابر $(x \cdot z) + (x \cdot y)$ است.

x	y	z	$y + z$	$x \cdot (y + z)$	$x \cdot y$	$x \cdot z$	$(x \cdot y) + (x \cdot z)$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

(b) صحت اصل توزیع پذیری $(+) (.)$ روی $(+)$ را نیز می‌توان مثل بند قبل تحقیق نمود.

-۵ با استفاده از جدول متمم، به سادگی می‌توان دید که:

$$(a) x + x' = 1, \text{ زیرا } 1 \cdot 0 + 0' = 0 + 1 = 1 + 1' = 1 + 0 = 1$$

$$(b) x \cdot x' = 0, \text{ زیرا } 0 \cdot 0' = 0.0' = 0.1 = 1.0 = 0$$

-۶ اصل ۶ نیز صادق است زیرا جبر بول دو ارزشی دارای دو مقدار مجزای ۰ و ۱ با \neq است.

تا اینجا ما یک جبر دو ارزشی با عملگرهای AND و OR و یک عملگر متمم معادل با NOT ایجاد کردیم. بنابراین جبر بول به روش مستدل ریاضی بنا گردید و نشان داده شد که معادل با منطق دودویی غیرمستدل بخش ۹-۱ است. بیان غیرمستدل برای درک کاربرد جبر بول در مدارهای گیتی مفید است. روش مستدل برای بیان و ایجاد تئوری‌ها و خواص سیستم جبری مورد توجه است. جبر بول دو ارزشی تعریف شده در این بخش را "جبر سوئیچینگ" نیز می‌نامند. برای تأکید بر تشابه بین جبر بول دو ارزشی و دیگر سیستم‌های دودویی، این جبر در بخش ۹-۱ "منطق دودویی" نامیده شد. از این پس، کلمه "دو ارزشی" را در بحث‌های بعدی از جبر بول حذف می‌کنیم.

۲-۳ قضایای اصلی و خواص جبر بول

دوگانگی

اصول هانتینگتون بصورت جفت جفت لیست شده‌اند و بصورت بخش‌های (a) و (b) مشخص شدند. هر یک از این دو را با تعویض عملگرها و عنصر شناسه می‌توان از دیگری بدست آورد. این خاصیت در جبر بول به اصل دوگانگی معروف است. خصوصیات فوق بیان می‌دارد که هر عبارت جبری منتج از اصول جبر بول با تعویض عملگرها و شناسه‌ها باز هم معتبر باقی می‌ماند. در جبر بول دو ارزشی، عناصر شناسه و عناصر مجموعه B یکسانند: یعنی ۰ و ۱. اصل دوگانگی کاربردهای متعددی دارد. اگر دوگان

یک عبارت جبری موردنظر باشد تنها کافی است عملگرهای AND و OR تعویض و ۰ ها به ۱ و ۱ ها به ۰ تبدیل گردد.

تئوری‌های اساسی

جدول (۲-۱) شش تئوری و چهار اصل از جبر بول را لیست کرده است. به خاطر سادگی از علامت (.) مادامی که اشتباه ایجاد نشود، صرف نظر شده است. تئوری‌ها و اصول لیست شده اساسی‌ترین روابط در جبر بول‌اند. تئوری‌ها نیز مانند اصول بصورت جفت جفت ارائه شده‌اند و هر رابطه دوگان زوج خود است. اصول، بدیهیات ساختار جبری بوده و اثباتی لازم ندارند. تئوری‌ها باید با توجه به اصول ثابت شوند، اثبات تئوری‌ها با یک متغیر در زیر نشان داده شده‌اند. در سمت مقابل روابط، شماره اصل بکار رفته نوشته شده است.

$$x + x = x \quad : (a)$$

به وسیله اصل: ۲ (b)

(a) ۵

(b) ۴

(b) ۵

(a) ۲

$$x + x = (x + x) \cdot 1$$

$$= (x + x)(x + x')$$

$$= x + xx'$$

$$= x + 0$$

$$= x$$

$$x \cdot x = x \quad : (b)$$

به وسیله اصل: ۲ (a)

(b) ۵

(a) ۴

(a) ۵

(b) ۲

$$x \cdot x = xx + 0$$

$$= xx + xx'$$

$$= x(x + x')$$

$$= x \cdot 1$$

$$= x$$

جدول ۲-۱. اصول و تئوری‌های جبر بول

(b)	$x \cdot 1 = x$	(a)	$x + 0 = x$	اصل ۲
(b)	$x \cdot x' = 0$	(a)	$x + x' = 1$	اصل ۱
(b)	$x \cdot x = x$	(a)	$x + x = x$	تئوری ۱
(b)	$x \cdot 0 = 0$	(a)	$x + 1 = 1$	تئوری ۲
(b)	$xy = yx$	(a)	$(x')' = x$	تئوری ۳ رجعت
(b)	$x(yz) = (xy)z$	(a)	$x + y = y + x$	اصل ۳ جابجاگی
(b)	$x + yz = (x + y)(x + z)$	(a)	$x + (y + z) = (x + y) + z$	تئوری ۴ شرکت پذیری
(b)	$(xy)' = x' + y'$	(a)	$x(y + z) = xy + xz$	اصل ۴ توزیع پذیری یا پخش
(b)	$x(x + y) = x$	(a)	$(x + y)' = x'y'$	تئوری ۵ مدورگان
		(a)	$x + xy = x$	تئوری ۶ جذب

توجه کنید که تئوری ۱ (b) دوگان ۱ (a) است و هر مرحله از اثبات در بخش (b) دوگان بخش (a) می‌باشد. به این ترتیب هر تئوری دوگان از اثبات زوجش حاصل می‌گردد.

تئوری ۲ : (a)

به وسیله اصل : ۲ (b)

(a) ۵

(b) ۴

(b) ۲

(a) ۵

$$x + 1 = 1$$

$$x + 1 = 1 \cdot (x + 1)$$

$$= (x + x')(x + 1)$$

$$= x + x' \cdot 1$$

$$= x + x'$$

$$= 1$$

تئوری ۳ : (b) براساس دوگانگی $x \cdot 0 = 0$

تئوری ۳ : $x \cdot (x')' = x$. با توجه به اصل ۵، داریم $1 = x' + 0$ و $x \cdot x' = x$ ، که متمم x را تعریف می‌کند. متمم x برابر x' است و در نتیجه همان $(x')'$ می‌باشد. بنابراین، چون متمم منحصر به فرد است داریم $x \cdot (x')' = x$.

با استفاده از اصول و تئوری‌های اثبات شده قبلی می‌توان تئوری‌های دو یا سه متغیره را بصورت جبری ثابت کرد. مثلاً: تئوری جذب را در نظر بگیرید.

تئوری ۶ : (a)

به وسیله اصل : ۲ (b)

(a) ۴

(a) ۳

(a) ۲

(b) ۲

$$x + xy = x \cdot 1 + xy$$

$$= x(1 + y)$$

$$= x(y + 1)$$

$$= x \cdot 1$$

$$= x$$

تئوری ۶ : (b) براساس دوگانگی $x(x + y) = x$

صحت تئوری‌های جبر بول را می‌توان با کمک جداول درستی هم تحقیق کرد. در جداول درستی، هر دو طرف رابطه چک می‌شوند تا نتایج مشابهی در ازاء همه ترکیبات متغیرها حاصل شود. تئوری جذب زیر صحت اولین جدول درستی را نشان می‌دهد.

x	y	xy	$x + xy$
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
1	1	1	1

اثبات جبری اصل شرکت‌پذیری و تئوری دمورگان طولانی بوده و در اینجا آورده نمی‌شوند. با این وجود اعتبار آنها با جداول درستی نشان داده می‌شود. مثلاً جدول درستی برای اولین تئوری دمورگان

$(x + y)' = x'y'$ در زیر نشان داده شده است.

x	y	$x + y$	$(x + y)'$	x'	y'	$x'y'$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0

تقدیم عملگرها

در ارزیابی عبارات جبر بول تقدم اول با پرانتز، دوم با NOT، سوم با AND و چهارم با OR است. به بیان دیگر، عبارت داخل پرانتز باید قبل از سایر عملگرها ارزیابی شود. عملگر مقدم بعدی متمم است. پس از آن AND و بالاخره OR قرار دارد. به عنوان مثال، جدول درستی را برای تئوری دمورگان تشکیل می‌دهیم سمت چپ عبارت $'(x + y)'$ است. بنابراین داخل پرانتز ابتدا ارزیابی می‌شود و سپس نتیجه متمم می‌گردد. سمت راست عبارت $'y'x'$ است. بنابراین متمم x و y هر دو ابتدا ارزیابی شده و حاصل AND می‌گردد. توجه کنید که در محاسبات معمولی هم روال مشابهی (به جز برای متمم) برای ضرب و جمع به ترتیب به جای AND و OR برقرار است.

۲-۴ توابع بول

جبر بول جبری است که با متغیرهای دودویی و عملیات منطقی سروکار دارد. یک تابع به وسیله یک عبارت جبری مشکل از متغیرهای دودویی، ثابت‌های 0 و 1 و سمبول‌های عملیاتی منطقی تشکیل شده است. برای مقدار مفروضی از متغیرهای دودویی، تابع می‌تواند 1 یا 0 باشد. به عنوان مثال تابع بولی زیر را در نظر بگیرید:

$$F_1 = x + y'z$$

اگر x برابر 1 باشد و یا هر دو y و z برابر 1 باشند تابع F_1 برابر 1 است. در غیر این صورت F_1 برابر 0 خواهد بود. عمل متمم، وقتی $1 = y$ باشد، $0 = y'$ باشد. بنابراین، می‌توانیم بگوییم که اگر $1 = x$ یا اگر $0 = y$ و $z = 1$ باشد آنگاه $F_1 = 1$ خواهد بود. یک تابع بول رابطه‌ای منطقی را بین متغیرها بیان می‌کند. این تابع با تعیین مقدار دودویی عبارت بر حسب همه مقادیر ممکن متغیرها ارزیابی می‌شود.

یک جدول بولی بصورت یک جدول درستی هم می‌تواند نشان داده شود. جدول درستی لیستی از 1 ها و 0 ها است که به متغیرهای دودویی تخصیص می‌یابد، و ستونی که مقدار نتایج را برای هر ترکیب نشان می‌دهد. تعداد سطرها در جدول درستی 2^n است، که n تعداد متغیرها در تابع است. ترکیبات دودویی برای جدول درستی از شمارش اعداد دودویی و از 0 تا $1 - 2^n$ بدست می‌آید. جدول (۲-۲)، جدول درستی تابع F_1 را نشان می‌دهد. در این جدول هشت ترکیب دودویی ممکن برای تخصیص بیتی

جدول ۲-۲ . جدول درستی برای F_1 و F_2

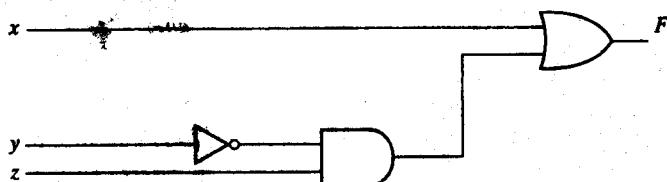
x	y	z	F_1	F_2
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	0

به سه متغیر x و y و z وجود دارد. ستونی که برچسب F_1 دارد در ازاء هر ترکیب 0 یا 1 است. جدول نشان می‌دهد که وقتی $1 = x = 01$ یا $01 = xyz$ باشد تابع F_1 برابر 1 است. در غیر این صورت 0 خواهد بود. یک تابع بول را می‌توان از یک عبارت جبری به یک نمودار مداری متشکل از گیت‌های منطقی تبدیل کرد. نمودار مدار منطقی F_1 در شکل ۲-۱ نشان داده شده است. برای تولید متمم ورودی y وارونگری (معکوس‌گر) وجود دارد. برای جمله $'yz$ یک گیت AND و برای ترکیب آن دو یک گیت OR بکار رفته است. در نمودارهای مدار منطقی، متغیرهای تابع به عنوان ورودی مدار و متغیر دودویی F_1 به عنوان خروجی مدار در نظر گرفته می‌شوند.

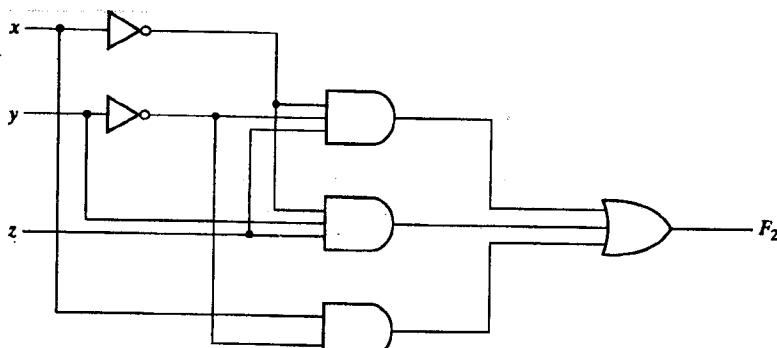
برای نمایش F_1 در یک جدول درستی تنها یک راه وجود دارد. با این وجود، وقتی تابع به فرم یک عبارت جبری است، می‌تواند به فرم‌های متفاوتی نشان داده شود. عبارت خاصی که برای مشخص کردن تابع مورد استفاده قرار می‌گیرد اتصالات میان گیت‌ها در نمودار مدار منطقی را دیکته می‌نماید. گاهی اوقات ممکن است با دستکاری یک عبارت بولی توسط قوانین جبر بول، عبارت ساده‌تری برای یک تابع بدست آوریم و بنابراین تعداد گیت‌ها در مدار و تعداد ورودی‌ها به هر گیت را کاهش دهیم. مثلاً تابع بولی زیر را در نظر بگیرید:

$$F_2 = x'y'z + x'yz + xy'$$

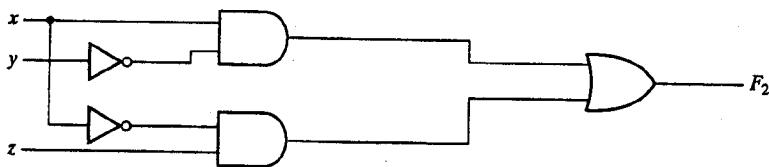
این تابع در شکل ۲-۲ (الف) پیاده‌سازی شده است. متغیرهای x و y به گمگ وارونگر متمم شده‌اند تا x' و y' بددست آیند. سه جمله در عبارت با سه گیت AND پیاده‌سازی شده‌اند. گیت OR نیز، گیت منطقی سه جمله را فراهم می‌سازد. جدول درستی F_2 در جدول ۲-۲ آمده است. وقتی که $xyz = 001$ یا 011 یا 101 باشد (بدون توجه به z)، تابع برابر 1 است، هو غیر این صورت 0 است. این شرایط چهار 1 و چهار 0 برای F_2 تولید می‌کنند.



شکل ۲-۱ . پیاده‌سازی با گیت



$$F_2 = x'y'z + x'yz + xy'$$



$$F_2 = xy' + x'z$$

شکل ۲-۲. پیاده‌سازی تابع بول F_2 با گیت

اکنون ساده‌سازی ممکن برای تابع را با اعمال بعضی از ویژگی‌های جبر بول ملاحظه کنید:

$$F_2 = x'y'z + x'yz + xy' = x'z(y' + y) + xy' = x'z + xy'$$

تابع تنها به دو جمله کاهش یافته و قابل پیاده‌سازی با گیت مطابق شکل ۲-۲ (ب) است. بدیهی است که مدار شکل (ب) ساده‌تر از (الف) می‌باشد، ولی هر دو یک تابع را پیاده‌سازی می‌کنند. تساوی دو عبارت را می‌توان به کمک جدول درستی هم تحقیق کرد. عبارت ساده شده، وقتی $xy = 01$ یا $xz = 01$ یا $xz = 10$ باشد، برابر ۱ است. این تابع هم همان چهار ۱ را در جدول تولید می‌کند. چون هر دو عبارت جدول درستی یکسانی را تولید می‌کنند به آنها معادل گوییم. بنابراین، دو مدار به ازاء همه ترکیبات ممکن متغیرهای ورودی، خروجی‌های یکسانی دارند. هر دو عبارت تابع یکسانی را تولید می‌کنند ولی یکی از آنها گیت‌ها و ورودی‌های کمتری نسبت به دیگری دارد و بنابراین چون سیم‌بندی و قطعات کمتری نیاز است بر دیگری ترجیح داده می‌شود.

دستکاری جبری

وقتی که یک عبارت بولی با گیت‌های منطقی پیاده‌سازی شود، هر جمله به یک گیت نیاز دارد و هر متغیر در جمله یک ورودی به یک گیت است. مایل‌تال را یک متغیر تک در یک جمله می‌نامیم که ممکن است متمم شود یا نشود. مثلاً تابع شکل ۲-۲ (الف) دارای سه جمله و هشت لیتل‌ال است، دو تابع شکل ۲-۲ (ب) دو جمله و چهار لیتل‌ال دارد. اغلب در تابع بول با کاهش تعداد جملات، تعداد لیتل‌ال‌ها، یا

هر دو مدار ساده‌تری حاصل می‌شود. هدف از دستکاری جبر بول غالباً کاهش یک عبارت به منظور دستیابی به یک مدار ساده‌تر است. توابعی که تا پنج متغیر دارند قابل ساده‌سازی با روش نقشه که در فصل بعد آمده، هستند. برای توابع بول پیچیده‌تر، طراحان دیجیتال از برنامه‌های کامپیوتر کوچک‌سازی استفاده می‌کنند. تنها روش دستی موجود، روال سعی و کاهش می‌باشد که از روابط ساده و تکنیک‌های دستکاری آشنا استفاده می‌کند. مثال‌های زیر دستکاری جبر بول را نشان می‌دهد.

مثال ۱-۲

توابع بولی زیر را با حداقل لیترال‌ها ساده کنید.

$$x(x' + y) = xx' + xy = 0 + xy = xy. \quad -1$$

$$x + x'y = (x + x')(x + y) = 1(x + y) = x + y. \quad -2$$

$$(x + y)(x + y') = x + xy + xy' + yy' = x(1 + y + y') = x. \quad -3$$

$$\begin{aligned} xy + x'z + yz &= xy + x'z + yz(x + x') \\ &= xy + x'z + xyz + x'yz \\ &= xy(1 + z) + x'z(1 + y) \\ &= xy + x'z. \end{aligned} \quad -4$$

$$(x + y)(x' + z)(y + z) = (x + y)(x' + z) \quad -5 \text{ از دوگان تابع ۴}$$



توابع ۱ و ۲ دوگان یکدیگرند، و در مراحل حلی خود نیز از خاصیت دوگانگی استفاده کردند. راه ساده‌تری برای ساده‌سازی تابع ۳ به کمک اصل ۴ (b) در جدول ۱-۲ آمده است: یعنی $x = x(y + y')$. چهارمین تابع این واقعیت را بیان می‌دارد که یک افزایش در تعداد لیترال‌ها گاهی منجر به عبارت نهایی ساده‌تر می‌گردد. تابع ۵ مستقیماً ساده نشده است، ولی می‌تواند با استفاده از دوگان مراحل مربوط به تابع ۴ بدست آید. توابع ۴ و ۵ را به عنوان تئوری و فاق می‌شناسند.

مقدمه‌یک تابع

مقدمه‌یک تابع F برابر F' است و از تعویض ۰ ها با ۱ و ۱ ها با ۰ در مقدار F بدست می‌آید. متمم یک تابع را می‌توان بصورت جبری از تئوری دمورگان نیز بدلست آورد. جفت تئوری مذکور در جدول ۱-۲ برای دو متغیر داده شد. تئوری‌های دمورگان به سه یا چند متغیر هم قابل گسترش‌اند. با استفاده از اصول و تئوری‌های لیست شده در جدول ۱-۲، فرم سه متغیره اولین تئوری دمورگان به طریق زیر ثابت می‌شود.

$$\begin{aligned} (A + B + C)' &= (A + x)' & B + C = x \\ &= A'x' & \text{با فرض } x \\ &= A'(B + C)' & \text{با تئوری ۵ (a) دمورگان} \\ &= A'(B'C') & B + C = x \\ &= A'B'C' & \text{را جایگزین کنید} \\ & & \text{با تئوری ۵ (a) دمورگان} \\ & & \text{با تئوری ۴ (b) شرکت پذیری} \end{aligned}$$

تئوری های دمورگان برای هر تعدادی از متغیرها، مشابه حالت دو متغیره بوده و با روش جایگزینی متواالی، مشابه روشهای که در فوق مشاهده شد، می توان آن را بدست آورد. فرم عمومی تئوری دمورگان به صورت زیر است:

$$(A + B + C + D + \dots + F)' = A'B'C'D' \dots F'$$

$$(ABCD \dots F)' = A' + B' + C' + D' + \dots + F'$$

این تئوری بیان می دارد که متمم یک تابع با تعویض عملگرهای AND و OR و متمم کردن هر لیترال حاصل می شود.

مثال ۲-۲

متمم توابع $F_2 = x(y'z' + yz)$ را بدست آورید. متمم ها را با اعمال هر تعداد تئوری دمورگان بصورت زیر بدست آورید:

$$F'_1 = (x'yz' + x'y'z)' = (x'yz')'(x'y'z)' = (x + y' + z)(x + y + z')$$

$$\begin{aligned} F'_2 &= [x(y'z' + yz)]' = x' + (y'z' + yz)' = x' + (y'z')'(yz)' \\ &= x' + (y + z)(y' + z') \end{aligned}$$



روال ساده تری برای بدست آوردن متمم یک تابع این است که دوگان تابع و متمم هر لیترال بدست آید. این روش با توجه به فرم عمومی تئوری دمورگان نتیجه می شود. به خاطر داشته باشید که دوگان یک تابع با تبدیل عملگر AND به OR و تبدیل 1ها و 0ها به یکدیگر بدست می آید.

مثال ۲-۳

متمم توابع F_1 و F_2 را با استفاده از دوگان ها و متمم های هر لیترال بدست آورید.

$$1) F_1 = x'yz' + x'y'z'$$

دوگان تابع F_1 برابر است با:

$$(x' + y' + z')(x' + y' + z) = F_1'$$

$$2) F_2 = x(y'z' + yz)$$

دوگان تابع F_2 برابر است با:

$$(x + y' + z)(x + y + z') = F_2'$$



۲-۵ فرم های استاندارد و متعارف

مینترم ها و ماکسیترم ها

یک متغیر دودویی ممکن است به فرم معمولی (x) یا متمم (x') ظاهر شود. اکنون تصور کنید که دو

جدول ۲-۳. میترمها و ماکسترمها برای سه متغیر دودویی

			میترمها		ماکسترمها	
x	y	z	جمله	علامت	جمله	علامت
0	0	0	$x'y'z'$	m_0	$x + y + z$	M_0
0	0	1	$x'y'z$	m_1	$x + y + z'$	M_1
0	1	0	$x'yz'$	m_2	$x + y' + z$	M_2
0	1	1	$x'yz$	m_3	$x + y' + z'$	M_3
1	0	0	$xy'z'$	m_4	$x' + y + z$	M_4
1	0	1	$xy'z$	m_5	$x' + y + z'$	M_5
1	1	0	xyz'	m_6	$x' + y' + z$	M_6
1	1	1	xyz	m_7	$x' + y' + z'$	M_7

متغیر دودویی x و y با عملگر AND با هم ترکیب شوند. چون هر متغیر ممکن است به هر یک از دو شکل فوق ظاهر گردد، چهار ترکیب برای آنها متصور است: $x'y'$, $x'y$, $x'y'z$ و xy . هر یک از این چهار جمله AND را یک میترم یا یک جمله ضرب استاندارد گویند. بطور مشابه n متغیر را می‌توان ترکیب کرده و 2^n میترم به وجود آورد. 2^n میترم مختلف را می‌توان با روشنی مشابه با آنچه در جدول ۲-۳ آمده، نشان داد. اعداد دودویی از صفر تا $1 - 2^n$ زیر ستون n متغیر لیست شده‌اند. هر میترم از AND تمام n متغیر بدست می‌آید که در آن هر متغیر پریم دار متعلق به بیت ۰ بدون پریم با ۱ نشان داده می‌شود. سمبول هر میترم نیز در جدول با m_n نشان داده شده است. که در آن \sum معادل دهدۀ عدد دودویی مربوط به میترم است.

به طریق مشابهی، n متغیر یک جمله OR تشکیل می‌دهند که هر متغیر ممکن است پریم دار یا بدون پریم باشد. 2^n ترکیب ممکن را ماکسترم یا جمع استاندارد گویند. هشت ماکسترم برای سه متغیر، همراه با سمبول آنها در جدول ۲-۳ لیست شده‌اند. هر 2^n ماکسترم برای n متغیر بطریق مشابهی حاصل می‌شود. هر ماکسترم از یک جمله OR با n متغیر بدست می‌آید که در آن متغیر پریم دار با ۱ و بدون پریم با ۰ نشان داده می‌شود. توجه کنید که هر ماکسترم، متمم میترم مربوطه اش می‌باشد و بالعکس. یکتابع بول می‌تواند بصورت جبری با استفاده از جدول درستی و با تشکیل میترم‌های هر ترکیب از متغیرهایی که برای تابع، ۱ را تولید می‌کنند، و اجرای عملگر روی OR همه این جملات ایجاد شود. مثلاً f_1 در جدول ۲-۴ با ترکیبات ۰۰۱, ۰۰۰, ۱۰۰ و ۱۱۱ بصورت $x'y'z'$, $x'y'z$, $xy'z'$ و xyz بیان می‌شود. چون هر

جدول ۲-۴. توابع سه متغیره تابع f_1 تابع f_2

x	y	z	تابع f_1	تابع f_2
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

یک از این میترم‌ها $f_1 = 1$ را ایجاد می‌نمایند پس:

$$f_1 = x'y'z + xy'z' + xyz = m_1 + m_4 + m_7$$

به سادگی می‌توان نشان داد که:

$$f_2 = x'yz + xy'z + xyz' = m_3 + m_5 + m_6 + m_7$$

این مثال‌ها خصوصیت مهمی از جبر بول را به نمایش می‌گذارند: یعنی هر تابع بولی را می‌توان بصورت جمع میترم‌ها نشان داد "جمع به معنی OR جملات است".

اکنون متمم تابع بول را ملاحظه نمایید، می‌توان آن را با تشکیل میترم‌هایی در جدول درستی که ۰ تابع را تولید می‌کنند، ایجاد کرد و سپس آنها را OR نمود. متمم f_1 چنین است:

$$f'_1 = x'y'z' + x'yz' + xy'z + xyz'$$

اگر متمم f'_1 را بدست آوریم تابع f_1 بدست خواهد آمد.

$$\begin{aligned} f_1 &= (x + y + z)(x + y' + z)(x' + y + z')(x' + y' + z) \\ &= M_0 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_5 \cdot M_6 \end{aligned}$$

بطور مشابه، می‌توان عبارت f_2 را از جدول بدست آورد:

$$\begin{aligned} f_2 &= (x + y + z)(x + y + z')(x + y' + z)(x' + y + z) \\ &= M_0 M_1 M_2 M_4 \end{aligned}$$

این مثال‌ها نیز دو میان خاصیت جبر بول را به نمایش می‌گذارند: هر تابع بول را می‌توان بصورت ضرب ماکسترم‌ها (ضرب به معنی AND است) در آورد. روال تهیه ضرب ماکسترم‌ها مستقیماً از جدول درستی به فرم زیر میسر است. برای هر ترکیبی از متغیرها ماکسترم‌هایی که در تابع ۰ تولید می‌کنند را تشکیل دهید، و سپس AND همه ماکسترم‌ها را بدست آورید. تابع بول که بصورت جمع میترم‌ها با ضرب ماکسترم بیان شوند را فرم متعارف نامند.

مجموع میترم‌ها

قبل‌آیان شد که برای هر n متغیر دودویی 2^n میترم مجزا وجود دارد و هر تابع بولی می‌تواند بصورت مجموعی از میترم‌ها در آید. میترم‌هایی که جمع آنها تابع بول را تعریف می‌کنند، آنها بی هستند که ۱‌های تابع را در جدول درستی تشکیل می‌دهند. چون تابع در قبال هر میترم می‌تواند ۰ و یا 2^n باشد، و چون 2^n میترم وجود دارد، می‌توان تعداد توابع ممکن که با n متغیر ایجاد می‌شود را 2^{2^n} دانست. گاهی بهتر است تابع بول را بر حسب جمع میترم‌ها بیان کنیم. اگر در این فرم نبود، می‌توان ابتدا آن را بصورت جمع جملات AND در آورد. آنگاه هر ترم برای یافتن همه متغیرها در آن وارسی می‌شود. اگر یک یا چند متغیر وجود نداشته باشند، می‌توان جمله را در عبارتی مثل ' $x + x'$, 'AND' نمود، که x یکی از متغیرهای مفقود شده است. مثال زیر مطلب را روشن می‌کند.

تابع بولی $F = A + B'C$ را بصورت جمع میترم‌ها در آوردید. تابع سه متغیر A ، B و C دارد. در اولین جمله A ، دو متغیر مفقود است؛ بنابراین:

$$A = A(B + B') = AB + AB'$$

این تابع هنوز هم یک متغیر کسر دارد

$$\begin{aligned} A &= AB(C + C') + AB'(C + C') \\ &= ABC + ABC' + AB'C + AB'C' \end{aligned}$$

جمله دوم $B'C$ یک متغیر کم دارد

$$B'C = B'C(A + A') = AB'C + A'B'C$$

با ترکیب همه جملات داریم:

$$\begin{aligned} F &= A + B'C \\ &= ABC + ABC' + AB'C + AB'C' + A'B'C \end{aligned}$$

دیده می‌شود که $AB'C$ دوبار تکرار شده است و بر حسب تئوری $(x + x) = x$ می‌توان یکی از آنها را حذف کرد. با مرتب نمودن میترم‌ها به ترتیب صعودی داریم:

$$\begin{aligned} F &= A'B'C + AB'C + AB'C + ABC' + ABC \\ &= m_1 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7 \end{aligned}$$

□

گاهی بهتر است تابع بول را وقتی بصورت جمع میترم‌هاست به فرم خلاصه زیر نشان دهیم:

$$F(A, B, C) = \Sigma(1, 4, 5, 6, 7)$$

سمبل جمع Σ به معنی OR جملات است؛ اعدادی که به دنبال آن می‌آینند نیز میترم‌های تابع هستند. حروف داخل پرانتز در جلو F ، لیستی از متغیرهای تشکیل دهنده جملات میترم را نشان می‌دهند. روش دیگری برای تشکیل میترم‌های تابع بول تهیه مستقیم جدول درستی تابع از عبارت جبری و سپس خواندن میترم‌ها از جدول درستی است. تابع بول مثال ۲-۴ را در نظر بگیرید:

$$F = A + B'C$$

جدول درستی در جدول ۲-۵ مستقیماً از عبارت جبری با لیست هشت ترکیب زیر متغیرهای A ، B و C و اعمال ۱ زیر ستون F برای ترکیباتی که در آن $1 = 01$ و $0 = BC$ است فراهم شده است. سپس از جدول درستی می‌توان مشاهده کرد که میترم‌های تابع، جملات ۱، ۴، ۵، ۶ و ۷ می‌باشند.

ضرب ماکسترم‌ها

هر یک از $2^3 = 8$ تابع متشکل از ۳ متغیر را می‌توان بصورت ضرب ماکسترم‌ها نیز بیان داشت. برای بیان توابع بول به عنوان ضرب ماکسترم‌ها، ابتدا باید جملات OR را تشکیل دهیم. این کار را می‌توان با

جدول ۲-۵ . جدول درستی برای $F = A + B'C$

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

استفاده از قانون توزیع پذیری $(x + y)(x + z) = x + yz$ انجام داد. سپس هر متغیر مفقود در هر جمله OR با xz ، xy ، yy' شود. روش با مثال زیر روشن تر خواهد شد.

مثال ۲-۵

تابع بول $F = xy + x'z$ را بصورت ضرب جملات ماکسترم نشان دهید. ابتدا تابع را با استفاده از اصل توزیع پذیری به فرم جملات OR در آورید:

$$\begin{aligned} F &= xy + x'z = (xy + x')(xy + z) \\ &= (x + x')(y + x')(x + z)(y + z) \\ &= (x' + y)(x + z)(y + z) \end{aligned}$$

تابع سه متغیر دارد: x ، y و z . هر جمله OR فاقد یک متغیر است؛ بنابراین

$$\begin{aligned} x' + y &= x' + y + zz' = (x' + y + z)(x' + y + z') \\ x + z &= x + z + yy' = (x + y + z)(x + y' + z) \\ y + z &= y + z + xx' = (x + y + z)(x' + y + z) \end{aligned}$$

با ترکیب همه جملات و حذف تکراری‌ها، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} F &= (x + y + z)(x + y' + z)(x' + y + z)(x' + y + z') \\ &= M_0 M_2 M_4 M_5 \end{aligned}$$

نمایش ساده‌تر به شکل زیر است:

$$F(x, y, z) = \Pi(0, 2, 4, 5)$$

عمل ضرب، Π ، یعنی AND مکسترم‌های تابع است. اعداد داخل پرانتز شماره مکسترم‌های تابع را دارند.



تبديل فرم‌های متعارف به یکدیگر

متهم یک تابع که بصورت مجموع میترم‌ها نشان داده شده برابر است با مجموع میترم‌هایی که در تابع اصلی وجود ندارند. دلیل این است که تابع اصلی با آن دسته از میترم‌ها بیان شده است که تابع را ۱

می‌کنند، در صورتی که متمم آن در ازاء میترم‌های ۱ می‌شود که تابع را ۰ نموده‌اند. به عنوان مثال تابع زیر را در نظر بگیرید:

$$F(A, B, C) = \Sigma(1, 4, 5, 6, 7)$$

متمم این تابع به شکل زیر است:

$$F'(A, B, C) = \Sigma(0, 2, 3) = m_0 + m_2 + m_3$$

اکنون اگر متمم F' را با روش ثئوری دمورگان بدست آوریم، F را به فرم متفاوتی خواهیم داشت:

$$F = (m_0 + m_2 + m_3)' = m'_0 \cdot m'_2 \cdot m'_3 = M_0 M_2 M_3 = \Pi(0, 2, 3)$$

آخرین تبدیل در رابطه فوق از تعریف میترم‌ها و ماکسٹرم‌ها در جدول (۲-۳) حاصل می‌شود. با توجه به جدول درستی رابطه زیر معتبر است:

$$m'_j = M_j$$

یعنی ماکسٹرم زام، متمم میترم زام است و بالعکس.

آخرین مثال تبدیل یک تابع میترمی به معادل ماکسٹرمی را نشان می‌دهد. بحث مشابهی نشان می‌دهد که تبدیل ضرب ماکسٹرم‌ها به جمع میترم‌ها نیز به طریق فوق است. اکنون یک روال کلی را بیان می‌کنیم. برای تبدیل یک فرم متعارف به فرم متعارف دیگر، سبیل‌های Σ و Π را با هم عوض کنید و شماره‌های مفقود شده را از فرم اصلی تابع، لیست نمایید. برای یافتن جملات مفقود، باید بدانیم که تعداد کل جملات 2^n است، که در آن n تعداد متغیرهای دو دویی در تابع می‌باشد.

یک تابع بولی می‌تواند از یک عبارت جبری به کمک جدول درستی و روال تبدیل متعارف به ضربی از ماکسٹرم‌ها تبدیل شود. به عنوان مثال عبارت بولی زیر را ملاحظه نمایید.

$$F = xy + x'z$$

ابتدا جدول درستی تابع را طبق جدول ۲-۶ بدست می‌آوریم. ۱ های زیر ستون F از ترکیب $xy = 11$ یا $xz = 01$ بدست می‌آیند. میترم‌های تابع در جدول درستی شماره‌های ۱، ۳، ۶ و ۷ می‌باشند. تابع بر حسب مجموع میترم‌ها چنین است:

$$F(x, y, z) = \Sigma(1, 3, 6, 7)$$

جدول ۲-۶. جدول درستی برای $F = xy + x'z$

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

چون جمماً در یک تابع از سه متغیر هشت مینترم یا ماکسترم وجود دارد، جملات مفقود عبارتند از ۰، ۲ و ۴. تابعی که برحسب ضرب ماکسترمها بیان شود برابر زیر است:

$$F(x, y, z) = \Pi(0, 2, 4, 5)$$

و این همان جوابی است که در مثال ۲-۵ بدست آمد.

فرم‌های استاندارد

دو نمایش متعارف جبر بول، فرم‌های اصلی تابع اند که هر کس می‌تواند با توجه به جدول درستی به آنها دسترسی پیدا کند. این فرم‌ها معمولاً دارای حداقل متغیرها نیستند زیرا هر مینترم یا ماکسترم باید بنا به تعریف دارای تمام متغیرها اعم از متمم یا غیرمتهم باشد.

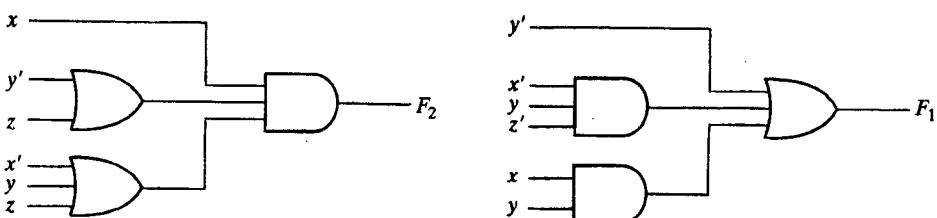
راه دیگری برای بیان تابع بول، فرم استاندارد است. در این فرم، جمله‌هایی که تابع را تشکیل می‌دهند ممکن است یک، دو یا هر تعدادی از متغیرها را دارا باشند. دو نوع فرم استاندارد وجود دارد. یکی جمع حاصلضرب‌ها و دیگری ضرب حاصل جمع‌ها.

جمع حاصلضرب‌ها، یک عبارت بولی است شامل جملات AND که آنها را جملات ضرب می‌گوییم و هر یک دارای یک یا چند لیتروال است. علامت جمع به معنی OR این جملات است. مثالی از یک تابع بصورت جمع حاصلضرب‌ها را در زیر ملاحظه نمایید.

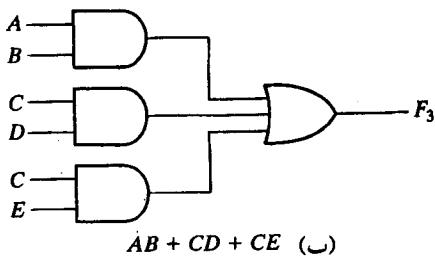
$$F_1 = y' + xy + x'yz'$$

این عبارت سه جمله، با یک، دو و سه لیتروال دارد. جمع آنها اثر OR را دارد. نمودار منطقی جمع حاصلضرب‌ها مشکل از گروهی گیت AND است که بدنیال آن یک گیت OR می‌آید. الگوی این آرایش در شکل ۲-۳ (الف) آمده است. هر جمله ضرب نیاز به یک گیت AND دارد. این نکته در یک ورودی تک لیتروالی مستثنی است. جمع منطقی با یک گیت OR صورت می‌گیرد که ورودی‌هایش خروجی گیت‌های AND و نیز تک ورودی مذکور است. ضمناً فرض بر این است که متمم متغیرهای ورودی مستقیماً موجودند بتاباین وارونگر در نمودار لحاظ نشده است. این آرایش را پیاده‌سازی دو سطحی یا دو طبقه می‌گویند.

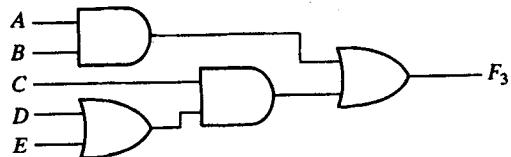
ضرب حاصل جمع‌ها، یک عبارت بولی حاوی جملات OR است که به آن جملات جمع می‌گویند.



شکل ۲-۳. پیاده‌سازی دو سطحی



$$AB + CD + CE \quad (ب)$$



$$AB + C(D + E) \quad (الف)$$

شکل ۲-۴. پیاده‌سازی سه و دو سطحی

هر جمله می‌تواند به هر تعداد لیترال داشته باشد. ضرب به معنی AND این جملات است. مثالی از یک تابع بصورت ضرب حاصل جمع‌ها چنین است:

$$F_2 = x(y' + z)(x' + y + z')$$

این تابع دارای سه جمله جمع، یا یک، دو و سه لیترال است. ضرب نیز یک عملگر AND می‌باشد. استفاده از لغات ضرب و جمع از شباهت عمل AND با ضرب حسابی و شباهت عمل OR با جمع حسابی مشتق شده است. ساختار گیتی ضرب حاصل جمع متشکل از گروهی گیت OR برای جملات جمع (به جز برای تک لیترال) و به دنبال آن یک گیت AND می‌باشد. این نکته در شکل ۲-۳ (ب) دیده می‌شود، این نوع استاندارد عبارت به یک ساختار دو سطحی (یا دو طبقه) از گیت‌ها منجر می‌گردد.

یک تابع بول ممکن است بصورت غیراستاندارد نیز بیان شود. مثلاً تابع

$$F_3 = AB + C(D + E)$$

نه جمع حاصل ضرب و نه ضرب حاصل جمع است. پیاده‌سازی این عبارت در شکل ۲-۴ (الف) دیده می‌شود. این مدار به دو گیت AND و دو گیت OR نیاز دارد. در این مدار سه سطح گیت وجود دارد. می‌توان در آن با استفاده از اصل توزیع پذیری پرانتر را حذف و آن را به فرم استاندارد در آورد.

$$F_3 = AB + C(D + E) = AB + CD + CE$$

عبارت جمع حاصل ضرب در شکل ۲-۴ (ب) پیاده شده است. بطور کلی، یک پیاده‌سازی دو سطحی ترجیح داده می‌شود زیرا به هنگام انتشار و رودی‌ها به سمت خروجی‌ها حداقل مقدار تأخیر را در گیت‌ها تولید می‌کند.

۶- دیگر اعمال منطقی

وقتی که عملگرهای AND و OR بین دو متغیر x و y قرار می‌گیرند، به ترتیب دو تابع بولی $x \cdot y$ و $x + y$ را تشکیل می‌دهند. قبل از بیان شد که برای n متغیر 2^n تابع دودویی وجود دارد. برای دو متغیر، $n=2$ و تعداد تابع بولی ممکن ۱۶ است. بنابراین تابع AND و OR تنها دو تابع از ۱۶ تابع ممکن با دو متغیر دودویی هستند. پیشنهاد می‌گردد ۱۴ تابع باقیمانده مشخص شده و راجع به خصوصیت آنها تحقیق گردد. جدول درستی ۱۶ تابع که با دو متغیر دودویی x و y تشکیل گردیده در جدول ۲-۷ لیست شده

جدول ۲-۷ . جدول درستی برای ۱۶ تابع از دو متغیر دودویی

x	y	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}	F_{15}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

است. هر یک از ۱۶ ستون F_0 و F_{15} ، جدول درستی یک تابع ممکن برای دو متغیر x و y را نشان می‌دهد. توجه داشته باشید که توابع از ۱۶ ترکیب ممکن تخصیص یافته به F معین می‌گردند. ۱۶ تابع را می‌توان با توابع بول نشان داد. این توابع در ستون اول جدول ۲-۸ دیده می‌شوند. عبارات بولی از نظر تعداد لیترال حداقل شده‌اند.

گرچه هر تابع را می‌توان بر حسب عملگرهای دودویی AND ، OR و NOT بیان کرد، اما دلیلی وجود ندارد که کسی عملگر خاصی را برای بیان سایر توابع تعیین ننماید. چنین عملگرهایی در ستون دوم جدول ۲-۸ لیست شده‌اند. با این وجود همه سمبل‌های جدید که در جدول نشان داده شده‌اند، بجز OR احصاری (\oplus) کاربرد چندانی به وسیله طراحان ندارند.

به دنبال هر یک از توابع در جدول ۲-۸، نام و توضیحی که تابع را به نحوی تشریح می‌کند، آورده شده است. ۱۶ تابع لیست شده فوق به سه گروه زیر تقسیم می‌شوند.

- ۱- دو تابع که ثابت‌های ۰ و ۱ را تولید می‌کنند (Identity , Null)
- ۲- چهار تابع یکانی از نوع متمم و انتقال (Transfer , Complement)

جدول ۲-۸ . عبارات بولی ۱۶ تابع حاصل از دو متغیر

توضیحات	نام	سمبل عملگر	توابع بول
Binary constant 0	Null		$F_0 = 0$
x and y	AND	$x \cdot y$	$F_1 = xy$
x , but not y	Inhibition	x/y	$F_2 = xy'$
x'	Transfer		$F_3 = x$
y , but not x	Inhibition	y/x	$F_4 = x'y$
y	Transfer		$F_5 = y$
x or y , but not both	Exclusive-OR	$x \oplus y$	$F_6 = xy' + x'y$
x or y	OR	$x + y$	$F_7 = x + y$
Not-OR	NOR	$x \downarrow y$	$F_8 = (x + y)'$
x equals y	Equivalence	$(x \oplus y)'$	$F_9 = xy + x'y'$
Not y	Complement	y'	$F_{10} = y'$
If y , then x	Implication	$x \subset y$	$F_{11} = x + y'$
Not x	Complement	x'	$F_{12} = x'$
If x , then y	Implication	$x \supset y$	$F_{13} = x' + y$
Not-AND	NAND	$x \uparrow y$	$F_{14} = (xy)'$
Binary constant 1	Identity		$F_{15} = 1$

۳- ده تابع با قیمانده شامل هشت عمل مختلف OR ، NOR ، AND ، NAND ، OR ، AND (یا OR انحصاری)، XNOR (یا هم ارزی) Inhibition (نهی) و Implication (استلزم) می‌باشند.

ثابت‌ها برای توابع دودویی فقط می‌توانند ۰ یا ۱ باشند. تابع متمم، متمم هر متغیر دودویی را تولید می‌نماید. تابعی که برابر یک متغیر ورودی است را Buffer Transfer یا (انتقال) می‌نامند، زیرا متغیر x یا y از طریق یک گیت بدون تغییر مقدار عبور کرده است. از هشت عملگر دودویی، دوتای آنها (نهی و استلزم) به وسیله طراحان مدارات منطقی بکار می‌روند، ولی به ندرت در منطق کامپیوتر از آنها استفاده می‌شود. عملگرهای AND و OR قبلاً در جبر بول ذکر شدند. چهار تابع دیگر بطور گسترده در طراحی دستگاه‌های دیجیتال مورد استفاده‌اند.

تابع NOR متمم OR بوده و نام آن از OR – not اخذ شده است. بطور مشابه NAND ، متمم AND است و از AND – not مشتق می‌شود. OR انحصاری یا XOR مشابه با OR است ولی حالتی که در آن هر دو متغیر x و y متفاوت باشند، را شامل نمی‌شود. تابع XNOR یا هم‌ارزی تابعی است که هنگام مساوی بودن دو متغیر برابر ۱ می‌شود، یعنی وقتی هر دو ۰ یا هر دو ۱ باشند. توابع XOR و XNOR متمم یکدیگرند و این خاصیت بسادگی با ملاحظه جدول ۲-۷ قابل تشخیص است. جدول درستی برای OR عبارت است از $F = x \vee y$ و برای XNOR $F = x \oplus y$. این دو تابع متمم یکدیگرند. به این دلیل تابع هم‌ارزی را NOR انحصاری هم می‌گویند و با XNOR نشان می‌دهند.

جبر بول طبق تعریف بخش ۲-۲ دو عملگر دودویی با نام‌های AND و OR و یک عملگر یکانی با نام NOT (متمم) دارد. ما با توجه به تعاریف، برخی از خواص آنها را استنتاج نمودیم و در این بخش تعدادی از عملگرهای دودویی دیگر را برحسب آنها معرفی کردیم. این روال منحصر به فرد نیست. به عنوان مثال می‌توانستیم ابتدا NOR (↓) را تعریف کرده و سپس AND و OR و NOT را برحسب آنها تعریف کنیم. به هر حال دلایل مکفی برای روش منتخب وجود دارد و در واقع مفاهیم AND ، OR و NOT بیشتر بین مردم مصطلح بوده و بر تفکرات حاکم هستند. علاوه بر آن اصول هانتینگتون منعکس کننده طبیعت دوگانی این جبرا است و این خود بر خاصیت تقارن (+) و (.) نسبت به یکدیگر دلالت دارد.

۲- گیت‌های منطقی دیجیتال

چون توابع بول برحسب عملگرهای AND ، NOR و OR بیان شده‌اند، پیاده کردن آنها با استفاده از این‌گونه گیت‌ها ساده‌تر خواهد بود. امکان ساخت گیت‌ها برای دیگر اعمال منطقی در عمل مورد توجه است. فاکتورهایی که باید به هنگام ساخت آنها در نظر گرفته شوند عبارتند از:

- (۱) امکان سنجی و اقتصادی بودن روش ساخت به هنگام استفاده از قطعات فیزیکی. (۲) امکان گسترش ورودی گیت‌ها به بیش از دو. (۳) در نظر گرفتن خواص اصلی عملگرهای دودویی مثل جابجایی و شرکت‌پذیری. (۴) توانایی گیت در پیاده‌سازی توابع به تنها ی یا همراه با سایر گیت‌ها از شانزده تابع معرفی شده. در جدول (۲-۸) دو تابع برابر با مقدار ثابت و چهارتای دیگر دوبار تکرار شده‌اند. بنابراین تنها ده تابع برای تهیه گیت‌های منطقی کافیده هستند. دو تابع نهی و استلزم دارای

خاصیت جابجایی یا شرکت پذیری نیستند و لذا به عنوان گیت‌های منطقی استاندارد مورد استفاده نمی‌باشند. هشت تابع دیگر یعنی: Buffer، NOT، AND، OR، NOR، NAND، XOR و XNOR به عنوان گیت‌های استاندارد در طراحی سیستم‌های دیجیتال بکار می‌روند.

سمبل‌های گرافیکی و جدول درستی هشت گیت فوق در شکل ۲-۵ نشان داده شده‌اند. هر گیت

نام	سمبل گرافیکی	تابع جبری	جدول درستی															
AND		$F = xy$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>y</th><th>F</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>	x	y	F	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1
x	y	F																
0	0	0																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	1																
OR		$F = x + y$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>y</th><th>F</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>	x	y	F	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1
x	y	F																
0	0	0																
0	1	1																
1	0	1																
1	1	1																
Inverter		$F = x'$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>F</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	x	F	0	1	1	0									
x	F																	
0	1																	
1	0																	
Buffer		$F = x$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>F</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>	x	F	0	0	1	1									
x	F																	
0	0																	
1	1																	
NAND		$F = (xy)'$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>y</th><th>F</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	x	y	F	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0
x	y	F																
0	0	1																
0	1	1																
1	0	1																
1	1	0																
NOR		$F = (x + y)'$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>y</th><th>F</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	x	y	F	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0
x	y	F																
0	0	1																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	0																
Exclusive-OR (XOR)		$F = xy' + x'y = x \oplus y$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>y</th><th>F</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	x	y	F	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0
x	y	F																
0	0	0																
0	1	1																
1	0	1																
1	1	0																
Exclusive-NOR or equivalence		$F = xy + x'y' = (x \oplus y)'$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>y</th><th>F</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>	x	y	F	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1
x	y	F																
0	0	1																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	1																

شکل ۲-۵. گیت‌های منطقی دیجیتال نام، سمبول گرافیکی، تابع جبری، جدول درستی

دارای دو متغیر ورودی دودویی x و y و یک متغیر خروجی دودویی F می‌باشد. مدارهای AND، OR و NOT در شکل ۱-۶ معرفی شده بودند. مدار NOT یا وارونگر وضعیت منطقی یک متغیر دودویی را معکوس می‌نماید و در واقع متمم متغیر را تولید می‌کند. دایره کوچک در خروجی سمبول گرافیکی یک وارونگر (که به آن حباب می‌گویند) بیانگر متمم شدن است. سمبول مثبت به تنها بی علامت بافر می‌باشد. یک بافر عمل انتقال را انجام می‌دهد، ولی یک عمل منطقی تولید نمی‌کند زیرا مقدار دودویی خروجی برابر مقدار رورودی دودویی است. این مدار صرفاً در تقویت توان سیگنال‌ها استفاده شده و معادل با دو مدار متواالی وارونگر (معکوس‌گر) است.

تابع NAND متمم AND است و همانطور که از سمبول گرافیکی آن مشخص است از یک سمبول AND و یک حباب تشکیل شده است. تابع NOR هم متمم OR است و با یک سمبول OR و به دنبال آن یک حباب نمایش داده می‌شود. گیت‌های NAND و NOR بطور گسترده‌ای به عنوان گیت‌های استاندارد مورد استفاده قرار گرفته و بیشتر از OR و AND مورد توجه‌اند. این بدان علت است که گیت‌های NAND و NOR به سادگی به وسیله مدارات ترانزیستوری قابل تولید بوده و می‌توان به راحتی توابع بول را با آنها پیاده‌سازی کرد.

گیت XOR دارای سمبول مشابهی با OR است، بجز اینکه یک خط منحنی در سمت ورودی اش کشیده شده است. گیت XNOR متمم XOR است و لذا حباب کوچکی در خروجی آن وجود دارد.

گسترش ورودی گیت‌ها

گیت‌هایی که در شکل ۲-۵ نشان داده شدند، بجز برای وارونگر و انتقال، قابل گسترش به بیش از دو ورودی می‌باشند. اگر عمل دودویی یک گیت جابجا و شرکت‌پذیر باشد. می‌توان ورودی‌های آن را گسترش داد. اعمال AND و OR که در جبر بول تعریف شده‌اند این خاصیت را از خود به نمایش گذاشته‌اند. برای تابع OR داریم:

$$x + y = y + x \quad (\text{جابجا} \text{ی})$$

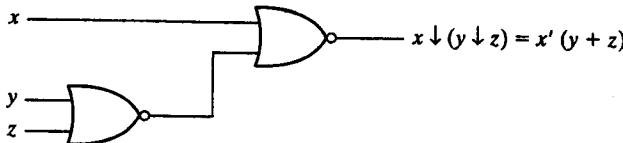
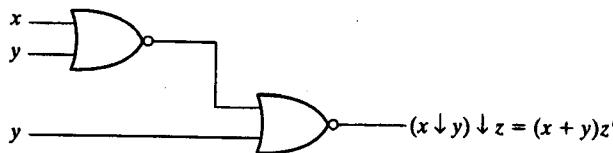
و

$$(x + y) + z = x + (y + z) = x + y + z \quad (\text{شرکت} \text{پذیر})$$

این روابط بیانگر تعویض‌پذیری ورودی‌های گیت و قابل گسترش بودن متغیرهای ورودی به بیش از دو در تابع OR است.

تابع NAND و NOR جابجا‌پذیرند و ورودی آنها می‌تواند به بیش از دو افزایش یابد، مشروط بر این که در تعریف تابع مختصر تغییری صورت گیرد. مشکل این است که NOR و NAND شرکت‌پذیر نیستند [یعنی $(x \downarrow z) \neq (y \downarrow z)$]. این نکته در شکل ۲-۶ و معادلات زیر بنمایش گذاشته شده‌اند.

$$\begin{aligned} (x \downarrow y) \downarrow z &= [(x + y)' + z]' = (x + y)z' = xz' + yz' \\ x \downarrow (y \downarrow z) &= [x + (y + z)']' = x'(y + z) = x'y + x'z \end{aligned}$$



شکل ۲-۶. نمایش شرکت‌نابذیری عملگر NOR چند ورودی را به عنوان متمم OR (یا AND) آن

برای غلبه بر این مشکل، گیت NOR (یا NAND) چند ورودی را به عنوان متمم OR (یا AND) آن تعریف می‌کنیم. بنابراین:

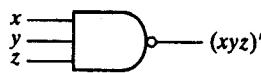
$$x \downarrow y \downarrow z = (x + y + z)'$$

$$x \uparrow y \uparrow z = (xyz)'$$

سمبل‌های گرافیکی گیت‌های سه ورودی در شکل ۲-۷ نشان داده شده‌اند. در نوشتن متواالی اعمال NOR و NAND باید پرانتزها به فرم صحیحی انتخاب شوند تا بیانگر ترتیب صحیح گیت‌ها باشند. برای درک این مطلب مدار شکل ۲-۷ (پ) را ملاحظه نمایید. برای این مدار تابع بول باید به فرم زیر نوشته شود:

$$F = [(ABC)'(DE)']' = ABC + DE$$

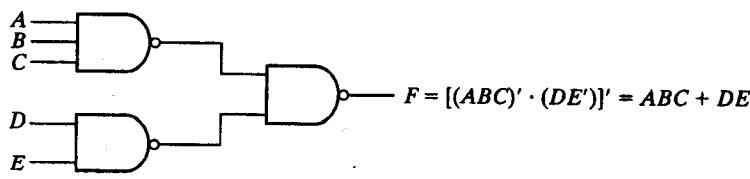
دومین عبارت از تئوری دموجان نتیجه می‌شود. این رابطه همچنین بیان می‌دارد که جمع حاصل ضرب‌ها قابل پیاده شدن با گیت‌های NAND می‌باشد. بحث بیشتر در مورد گیت‌های NAND و NOR در بخش ۳-۶ آورده شده است.



(ب) گیت NAND سه ورودی



(الف) گیت NOR سه ورودی



(پ) گیت‌های متواالی NAND

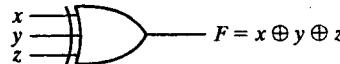
شکل ۲-۷. گیت‌های NAND و NOR متواالی با چند ورودی

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

(پ) جدول درستی



(الف) با گیت های دو ورودی



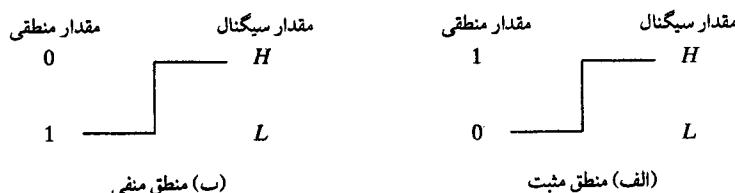
(ب) یک گیت سه ورودی

شکل ۸-۲. گیت XOR سه ورودی

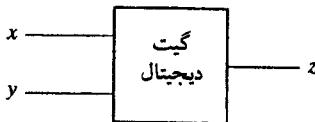
XOR و XNOR هر دو خواص جابجایی و شرکت پذیری را دارند و ورودی هایشان قابل توسعه به بیش از دو می باشد. با این وجود گیت های XOR چند ورودی از نقطه سخت افزاری متداول نیستند. در واقع حتی فرم دو ورودی آن نیز معمولاً از سایر گیت ها ساخته می شود. علاوه بر این، تعریف این توابع باید به هنگام گسترش ورودی ها تصحیح گردد. تابع XOR یک تابع فرد است یعنی هرگاه ورودی ها تعداد فردی 1 داشته باشند، این تابع (خروجی) برابر 1 خواهد بود. ساختمان یک گیت XOR با سه ورودی در شکل ۸-۲ دیده می شود. این مدار معمولاً با گیت های دو ورودی تهیه می شود، شکل (الف). بصورت گرافیکی، آن را می توان با یک گیت سه ورودی نشان داد، شکل (ب). جدول درستی (پ) آشکارا مشخص می نماید که خروجی F برابر 1 است به شرطی که فقط یکی از ورودی ها و یا هر سه ورودی برابر 1 باشند؛ یعنی وقتی تعداد کل 1 ها در متغیر های ورودی فرد است، تابع 1 است. بحث بیشتری در مورد XOR به بخش ۳-۸ موكول شده است.

منطق مثبت و منفی

سیگنال دودویی در ورودی ها یا خروجی هر گیت، بجز در حالت گذرا، یکی از دو مقدار را دارد. یک مقدار سیگنال، منطق 1 و دیگری منطق 0 را نمایش می دهد. چون دو مقدار سیگنال متعلق به دو ارزش منطقی است، لذا دو انتساب متفاوت برای دو ارزش منطقی می توان اختیار کرد، شکل ۹-۲. سطح سیگنال بالاتر با H و سطح سیگنال پایین تر با L مشخص شده است. اگر سطح بالا، H، برای منطق 1 بکار رود یک سیستم منطق مثبت تعریف شده است. انتخاب L برای منطق 1 سیستم منطقی منفی را معرفی می نماید. کلمات مثبت یا منفی گاهی گمراه کننده هستند زیرا هر دو سطح سیگنال ممکن است



شکل ۹-۲. تخصیص سیگنال و قطبیت منطق



(ب) نمودار بلوکی گیت

x	y	F
L	L	L
L	H	L
H	L	L
H	H	H

(الف) جدول درستی با
H و L

(ت) کمیت AND با منطق مثبت

x	y	z
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

(پ) جدول درستی برای منطق مثبت



(ج) گیت OR با منطق منفی

x	y	z
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

(ث) جدول درستی برای منطق منفی

شکل ۲-۱۰. نمایش منطق مثبت و منفی

مثبت یا هر دو منفی باشند. در واقع، این قطب‌های سیگنال نیستند که بیانگر نوع منطق می‌باشند، بلکه انتخاب مقادیر منطقی بر حسب سطوح نسبی سیگنال‌ها نسبت به هم، نوع منطق را مشخص می‌کنند. گیت‌های دیجیتال سخت‌افزاری بر حسب مقادیر سیگنال H و L تعریف می‌شوند. از این پس انتخاب منطق مثبت و منفی به عهده کاربر است. به عنوان مثال گیت الکترونیک شکل ۲-۱۰ (ب) را در نظر بگیرید. جدول درستی برای این گیت در شکل ۲-۱۰ (الف) لیست شده است. این جدول رفتار فیزیکی گیت را وقتی $H = 3V$ و $L = 0$ وقتی $H = 0$ و $L = 3V$ دارد. جدول درستی شکل ۲-۱۰ (پ) منطق مثبت را فرض می‌کند که در آن $1 = H$ و $0 = L$ است. این جدول درستی همانند جدول عمل AND است. نمودار گرافیکی برای گیت AND با منطق مثبت در شکل ۲-۱۰ (ت) دیده می‌شود. اکنون تخصیص منطق منفی را برای همان گیت فیزیکی با $1 = L$ و $0 = H$ در نظر بگیرید. نتیجه جدول درستی شکل ۲-۱۰ (ث) خواهد بود. گرچه داده‌ها معکوس شده‌اند ولی جدول عمل OR را نشان می‌دهد. سمبل گرافیکی گیت OR با منطق منفی در شکل ۲-۱۰ (ج) دیده می‌شود. مثلث‌های کوچک در ورودی‌ها و خروجی نشانگر قطبیت هستند. وجود این علائم قطبیت همراه با مشخصات پایانه بیانگر فرض منطق منفی برای سیگنال است. بنابراین گیت فیزیکی فوق می‌تواند یک گیت AND با منطق مثبت و نیز یک گیت OR با منطق منفی باشد.

تبديل منطق مثبت به منفي و بالعكس، عملي است که طي آن در ورودي و خروجي يك گيت 0 ها به 1 و 1 ها به 0 تبدل می شوند. چون اين عمل دوگان تابع را توليد می کند، تعويض پيانهها از يک قطبيت به قطبيت ديگر نتيجه اش همان يافتن دوگان تابع است. نتيجه اين تبدل اين است که همه عملگرهای AND و بالعكس تبدل شوند. به علاوه نباید از ذكر مثلث در سمبل های گرافيكی که بيانگر قطبيت است در منطق منفي، فراموش کرد. در اين كتاب از گيت ها با منطق منفي استفاده نمي کنيم و فرض خواهيم که همه گيت ها با منطق مثبت کار کنند.

۲-۸ مدارهای مجتمع

يک مدار مجتمع (IC) يک كريستال نيمه هادی از جنس سيليکان است که به آن تراشه می گويند و حاوي اجزاء الكترونيکي در ساخت گيت های ديجيتال می باشد. انواع گيت ها در داخل تراشه به هم وصل می شوند تا مدار مورد نياز ايجاد گردد. تراشه روی يک محفظه سراميك يا پلاستيك نصب شده و اتصالات به پايه های بيرون برای ايجاز مدار مجتمع، متصل می گردد. تعداد پايه ها ممکن است از 14 در يک بسته كوچک IC تا چند هزار در يک بسته بزرگ تغيير کند. در روی هر IC يک شماره برای شناسایي چاپ می شود. سازندگان معمولاً كتابچه ها، کاتالوگ ها و سایت های اينترنتي حاوي توصيف ها و اطلاعات IC هایي که ساخته اند را در اختیار می گذارند.

سطوح مجتمع سازی

IC های ديجيتال اغلب براساس پيچيدگی مدار درونی شان که به تعداد گيت های منطقی مرتبط است دسته بندی می شوند. تفکيک تراشه هایي که تنها چند يا چند صد و يا چندین هزار گيت دارند با ارجاع به بسته و دسته بندی آنها به وسایل مجتمع با فشردگی کم، متوسط، زياد و خيلي زياد صورت می گيرد. مدارهای مجتمع با فشردگی کم (SSI) دارای چند گيت مستقل در بسته اند. ورودی ها و خروجی های گيت ها مستقيماً به پايه های بسته متصل می شوند. تعداد گيت ها معمولاً کمتر از 10 بوده و به وسیله پايه های موجود در IC محدود می گردد.

مدارهای مجتمع با فشردگی متوسط (MSI) دارای فشردگی بين 10 تا 1000 گيت در يک بسته دارند. اين دسته از مدارات معمولاً اعمال ديجيتال خاصی را اجرا می کنند. توابع ديجيتال MSI با عناوين ديكدرها، جمع كننده ها و مولتي پلکسراها در فصل ۴ و ثبات ها و شمارنده ها در فصل ۶ مطرح شده اند. مدارهای مجتمع با فشردگی زياد (LSI) حاوي هزاران گيت در يک بسته می باشند. اين دسته از مدارات، پردازنده ها، حافظه ها و مدارات منطقی برنامه پذير را شامل می شوند. بعضی از اجزاء LSI در فصل ۸ معرفی شده اند.

مدارهای مجتمع با فشردگی خيلي زياد (VLSI) صدها هزار گيت در يک بسته دارند. از جمله مثال ها می توان از آرایه های حافظه، تراشه ميكرو کامپيوتر های پيچide نام برد. به دليل كوچکی و ارزانی، وسایل VLSI تكنولوجی طراحی سیستم کامپيوتر را متحول ساخته و به طراح قابلیت ساخت وسایلی را می دهد که قبلًا اقتصادي نبودند.

خانواده‌های منطقی دیجیتال

مدارهای مجتمع دیجیتال نه تنها براساس پیچیدگی و عمل منطقی شان بلکه براساس تکنولوژی مدار خاصی که به آن تعلق دارند نیز دسته‌بندی می‌گردد. تکنولوژی مدار به نام خانواده مدار منطقی خوانده می‌شود. هر خانواده منطقی دارای مدار الکترونیک مبنای خاص خود بوده و سایر توابع و مدارات پیچیده دیجیتال با استفاده از آنها ساخته می‌شوند. مدار مبنا در هر خانواده، گیت NAND یا NOR است. قطعات الکترونیک بکار رفته در ساخت مدار مبنا معمولاً برای نام‌گذاری تکنولوژی مورد استفاده قرار می‌گیرد. به لحاظ تجاری انواع متفاوتی از خانواده‌های منطقی مدارات مجتمع معرفی شده‌اند. انواع رایج آنها در زیر لیست شده‌اند.

transistor-transistor logic	TTL
emitter-coupled logic	ECL
metal-oxide semiconductor	MOS
complementary metal-oxide semiconductor	CMOS

مدت مديدة است که مورد استفاده بوده و به عنوان یک گیت استاندارد شناخته شده است. ECL در سیستم‌هایی که به سرعت بالا نیاز دارد ارجحیت دارد. MOS در مدارهایی که نیاز به چگالی قطعه بالایی دارند مورد استفاده است و CMOS در موقعي که توان مصرفی باید کم باشد مورد توجه می‌باشد. نظر به این که توان مصرفی کم در طراحی VLSI از اصول است، CMOS تبدیل به یک خانواده منطقی غالب شده است در حالی که از کاربرد خانواده‌های TTL و ECL به تدریج کاسته می‌شود. تحلیل مدار گیت دیجیتال مبنای الکترونیکی در هر خانواده منطقی در فصل ۱۰ ارائه شده است. مشخصه‌های خانواده‌های منطقی معمولاً با تحلیل مدار گیت مبنا در هر خانواده مقایسه می‌شوند. مهمترین پارامترهای مورد ارزیابی و مقایسه در بخش ۱۰-۲ بحث شده‌اند. در اینجا نیز به خاطر ارجاع مختصراً تعریف می‌گردد.

گنجایش خروجی نشان دهنده تعداد بارهای استانداردی است که خروجی یک نمونه گیت بدون تخریب عملکردش، بتواند راه بیندازد. یک بار استاندارد عبارت است از مقدار جریانی که برای ورودی گیت مشابه دیگر از همان خانواده لازم می‌باشد.

گنجایش ورودی تعداد ورودی‌های موجود در یک گیت است. توان مصرفی توان تلف شده‌ای است که باید به وسیله منبع تغذیه برای گیت فراهم شود. تأخیر انتشار عبارت است از متوسط زمان تأخیر در انتقال سیگنال از ورودی به خروجی. حد پارازیت حداقل ولتاژ بیرونی است که به ورودی سیگنال اضافه می‌شود ولی موجب تغییر ناخواسته در خروجی مدار نگردد.

طراحی با کمک کامپیوتر (CAD)

طراحی سیستم‌های دیجیتال با مدارهای دیجیتال حاوی میلیون‌ها ترانزیستور کار دشواری است.

سیستم‌هایی با این پیچیدگی را نمی‌توان بدون کمک ابزارهای طراحی کامپیوتري (CAD)، ایجاد و از صحت عمل آنها مطمئن شد. ابزارهای CAD شامل برنامه‌های نرم‌افزاری است که نمایش‌های کامپیوتري را پشتیبانی کرده و در ایجاد سخت‌افزار دیجیتال به خودکارسازی کمک می‌کنند. خودکارسازی طراحی الکترونیک همه فازهای طراحی مدارهای مجتمع را شامل می‌شود. روایی از یک نمونه طراحی برای ساخت مدارهای VLSI شامل رشته‌ای از مراحل است که از واردۀ های طراحی آغاز و با تولید یک بانک اطلاعاتی حاوی ماسک‌های ساخت IC پایان می‌پذیرد. در ایجاد فیزیکي یک مدار دیجیتال در یک سیلیکان روش‌های مختلفی وجود دارد. طرح می‌تواند، یک مدار مجتمع با کاربرد خاص (ASIC)، یک آرایه گیتی برنامه‌پذیر موردنی (FPGA)، یک وسیله منطقی برنامه‌پذیر (PLD) یا یک IC سفارشی باشد. با هر یک از این وسائل یک مجموعه ابزار CAD همراه است و نرم‌افزار لازم برای خلق سخت‌افزار را فراهم می‌سازد.

بعضی از سیستم‌های CAD حاوی یک برنامه ادیتور یا ویرایشگر است که نمودار تصویری را روی صفحه نمایش کامپیوت خلق و اصلاح می‌کند. این فرآیند را ضبط تصویری یا واردۀ تصویری نامند. با کمک منوهای، فرامین صفحه کلید و ماوس یک ادیتور تصویری می‌تواند نمودارهای مدارهای دیجیتال را روی صفحه کامپیوت ترسیم کند. قطعات از لیستی در کتابخانه درونی، قابل استقرار در روی صفحه کامپیوت بوده و سپس با خطوطی که سیم‌ها را نمایش می‌دهند به هم وصل می‌شوند. نرم‌افزار واردۀ تصویر یک بانک اطلاعاتی حاوی اطلاعات تولید شده با شماتیک را خلق و مدیریت می‌کند. گیت‌های ساده و بلوك‌های عملیاتی دارای مدل‌هایی هستند که رفتار و زمانبندی مدار مورد تست را ممکن می‌سازند. این کار با اعمال وروودی‌ها به مدار و استفاده از شبیه‌ساز منطقی برای تعیین خروجی‌ها صورت می‌گیرد.

یک ابزار ساخت مهم در طراحی سیستم‌های دیجیتال استفاده از زبان طراحی ساخت‌افزار (HDL) است. HDL یک زبان برنامه‌نویسی است ولی خصوصاً برای توصیف ساخت‌افزار دیجیتال آماده شده است. این زبان نمودارهای منطقی و دیگر اطلاعات دیجیتال را به فرم متن نشان می‌دهد. از آن برای شبیه‌سازی و تست و تصدیق عملیاتی قبل از ساخت استفاده می‌شود. کاربرد مهمی از آن نرم‌افزار طراحی منطقی آن است، که طراحی سیستم‌های دیجیتال را خودکار می‌سازد. HDL در سال‌های اخیر اهمیت به سزاوی یافته است و بهترین روش موجود در طراحی سیستم‌های دیجیتال پیشرفت‌ه است. HDL در بخش ۳-۹ معرفی شده است و به دلیل اهمیت آن، ما توصیف HDL مدارهای دیجیتال، قطعات و روای طراحی را در سرتاسر این کتاب لحاظ کرده‌ایم.



۱-۲ به کمک جداول درستی اعتبار موارد زیر را تحقیق کنید:

(الف) ثوری دمورگان برای سه متغیر: $(xyz)' = x' + y' + z'$ و

(ب) اصل توزیع پذیری: $x + yz = (x + y)(x + z)$

۲-۲ عبارات بولی زیر را با تعداد حداقل لیترال ساده کنید:

(الف) $xy + xy'$
(ب) $(x + y)(x + y')$

(پ) $xyz + x'y + xyz'$
(ت) $(A + B)'(A' + B')$

۲-۳ عبارات بولی زیر را با تعداد حداقل لیترال ساده نمایید:

(الف) $ABC + A'B + ABC'$
(ب) $x'yz + xz$

(پ) $(x + y)'(x' + y')$
(ت) $xy + x(wz + wz')$

(ث) $(BC' + A'D)(AB' + CD')$

۲-۴ عبارات بولی زیر را به تعداد لیترال‌های ذکر شده ساده کنید.

(الف) $A'C' + ABC + AC'$
سه لیترال

(ب) $(x'y' + z)' + z + xy + wz$
سه لیترال

(پ) $A'B(D' + C'D) + B(A + A'CD)$
یک لیترال

(ت) $(A' + C)(A' + C')(A + B + C'D)$
چهار لیترال

۲-۵ متمم عبارات زیر را پیدا کنید و سپس نشان دهید که $F + F' = 1$ و $FF' = 0$ است.

۲-۶ متمم عبارات زیر را پیدا کنید:

(الف) $xy' + x'y$
(ب) $(AB' + C)D' + E$

(پ) $(x + y' + z)(x' + z')(x + y)$

۲-۷ با فرض توابع F_1 و F_2 :

(الف) نشان دهید که تابع بولی $E = F_1 + F_2$ حاوی مجموع میترم‌های F_1 و F_2 است.

(ب) نشان دهید که تابع بولی $G = F_1F_2$ فقط حاوی میترم‌های مشترک F_1 و F_2 است.

۲-۸ جدول درستی تابع زیر را لیست کنید:

$$F = xy + xy' + y'z$$

۲-۹ اعمال منطقی اجرا شده بر روی رشته‌ای از بیت‌ها با ملاحظه هر جفت بیت انجام می‌شود (به آن عمل بیتی می‌گویند) با فرض داشتن دو رشته 8 بیتی $A = 10101101$ و $B = 10001110$ ، نتایج بیتی را پس از انجام اعمال منطقی زیر ارزیابی کنید: (الف) AND، (ب) OR، (پ) XOR، (ت) NOTA، (ث) NOTB.

۲-۱۰ نمودارهای منطقی را برای عبارات بولی زیر رسم نمایید:

(الف) $Y = BC + AC'$ (ب) $Y = A'B' + B(A + C)$

(ت) $Y = (A + B)(C' + D)$ (پ) $Y = A + CD$

۲-۱۱ با فرض تابع بولی زیر:

$$F = xy + x'y' + y'z$$

(الف) آن را باگیت های AND ، OR و وارونگر (NOT) پیاده سازی کنید.

(ب) آن را باگیت های OR و NOT پیاده کنید.

(پ) آن را باگیت AND و NOT پیاده نماید.

۲-۱۲ تابع بول T_1 و T_2 را به حداقل لیترال های ساده نماید.

A	B	C	T_1	T_2
0	0	0	1	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	0	1

۲-۱۳ جمع منطقی همه میترم های تابع بول n متغیره 1 است.

(الف) جمله بالا را برای $n = 3$ ثابت کنید.

(ب) روایی عمومی، برای اثبات پیشنهاد نماید.

۲-۱۴ جدول درستی توابع زیر را بدست آورده و هر تابع را بصورت جمع میترم ها و ضرب ماکسترم ها بیان کنید:

$$(A' + B)(B' + C) \quad (\text{الف}) \quad (xy + z)(y + xz) \quad (\text{ب})$$

$$y'z + wxy' + wxz' + w'x'z \quad (\text{پ})$$

۲-۱۵ با فرض تابع بولی زیر

$$F = xy'z + x'y'z + w'xy + wx'y + wxy$$

(الف) جدول درستی آن را پیدا کنید.

(ب) نمودار منطقی را با استفاده از عبارت بولی اولیه بدست آورید.

(پ) تابع را با استفاده از جبر بول به حداقل لیترال ها ساده کنید.

(ت) جدول درستی تابع را از عبارت ساده شده بدست آورید و شان دهید که مشابه بخش (الف) است.

(ث) نمودار منطقی را از عبارت ساده شده رسم کنید و تعداد گیت های کل آن را با نمودار (ب) مقایسه نمایید.

۲-۱۶ تابع زیر را بصورت جمع میترم ها و ضرب ماکسترم ها بیان کنید:

$$F(A, B, C, D) = B'D + A'D + BD$$

۲-۱۷ متمم تابع زیر را به جمع میترم ها بنویسید:

$$F(x, y, z) = \Pi(0, 3, 6, 7) \quad (\text{الف}) \quad F(A, B, C, D) = \Sigma(0, 2, 6, 11, 13, 14) \quad (\text{ب})$$

۲-۱۸ تابع زیر را به فرم متعارف دیگری بنویسید:

$$F(A, B, C, D) = \Pi(0, 1, 2, 3, 4, 6, 12) \quad (\text{الف}) \quad F(x, y, z) = \Sigma(1, 3, 7) \quad (\text{ب})$$

۲-۱۹ عبارات بولی زیر را به جمع حاصل ضرب ها و ضرب حاصل جمع ها تبدیل کنید.

$$x' + x(x + y')(y + z') \quad (\text{الف}) \quad (AB + C)(B + C'D) \quad (\text{ب})$$

۲-۲۰ بدون ساده کردن توابع زیر نمودار منطقی آنها را رسم نماید:

$$(A + B)(C + D)(A' + B + D) \quad (ب)$$

$$BC' + AB + ACD \quad (الف)$$

$$(AB + A'B')(CD' + C'D) \quad (پ)$$

۲-۲۱ نشان دهید که دوگان XOR با متمم آن برابر است.

۲-۲۲ با جایگزینی عبارت بولی معادل اعمال دودویی در جدول ۲-۸ نشان دهید که:

(الف) عمل نهی نه جابجاپذیر و نه شرکت پذیر است.

(ب) عمل XOR جابجاپذیر و اشتراک پذیر است.

۲-۲۳ نشان دهید که گیت NOR با منطق مثبت، یک گیت NOR با منطق منفی است و بالعکس.

مراجع

1. BOOLE, G. 1954. *An Investigation of the Laws of Thought*. New York: Dover.
2. SHANNON, C. E. A symbolic analysis of relay and switching circuits. *Trans. AIEE* 57 (1938): 713-723.
3. HUNTINGTON, E. V. Sets of independent postulates for the algebra of logic. *Trans. Am. Math. Soc.*, 5 (1904): 288-309.
4. MANO, M. M. and C. R. Kime. 2000. *Logic and Computer Design Fundamentals*, 2nd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
5. DIETMEYER, D. L. 1988. *Logic Design of Digital Systems*, 3rd ed. Boston: Allyn Bacon.



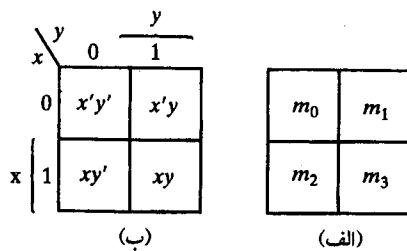
حداقل سازی در سطح گیت

۳-۱ روش نقشه

پیچیدگی گیت‌های منطقی دیجیتال که یک تابع بول را پیاده‌سازی می‌کنند، مستقیماً به پیچیدگی عبارات جبری که توسط آن تابع پیاده‌سازی می‌شوند بستگی دارد. گرچه جدول درستی یک تابع نمایش منحصر به فردی دارد، اما وقتی به صورت جبری بیان شود، می‌تواند فرم‌های متفاوتی داشته باشد. عبارات بول را می‌توان همان‌طور که در بخش ۲-۴ بحث شد، به صورت جبری ساده کرد. با این وجود، این روش حداقل‌سازی به دلیل کمبود قوانین خاص در پیشگویی مرحله بعدی فرآیند دستکاری، مشکل است. روش نقشه، روالی ساده را برای ساده‌سازی تابع بول پیش پا می‌گذارد. این روش را می‌توان فرم مصور جدول درستی تصور کرد. روش نقشه را نقشه کارنو یا نقشه K هم می‌نامند.

نقشه نموداری است متشكل از مربuat که هر مربيع یک میترم از تابع را نشان می‌دهد. چون هر تابع بول را می‌توان به مجموعی از میترم‌ها نشان داد، بنابراین نتیجه می‌شود که یک تابع بولی در نقشه را می‌توان با مربuatی که میترم‌های متعلق به آنها در تابع وجود دارد به صورت گرافیکی شناسایی کرد. در واقع نقشه، نمایشی عینی از همه راههایی است که یک تابع ممکن است در فرم استاندارد داشته باشد. با تشخیص همه الگوهای مختلف، کاربر می‌تواند عبارات جبری مختلفی برای یک تابع بدست آورده و از میان آنها ساده‌ترین را انتخاب کند.

عبارات ساده شده حاصل از نقشه همیشه به یکی از دو فرم استاندارد جمع حاصلضرب‌ها و ضرب حاصل جمع‌ها می‌باشد. فرض بر این است که ساده‌ترین عبارت جبری، دارای حداقل جملات باکمترین لیترال در هر جمله باشد. این فرض نموداری با حداقل گیت را فراهم نموده و تعداد ورودی‌ها به گیت نیز حداقل خواهد بود. بعد خواهیم دید که ساده‌ترین عبارت منحصر به فرد نیست. گاهی ممکن است دو یا چند عبارت بیا بیم که معیار حداقل‌سازی را برآورد. در این حالت هر یک از دو حل رضایت‌بخش خواهد بود.



شکل ۳-۱. نقشه دو متغیره

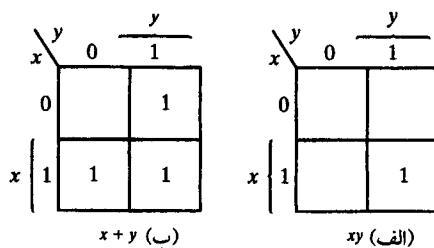
نقشه دو متغیره

نقشه دو متغیره در شکل ۳-۱ (الف) نشان داده شده است. در این نقشه چهار میترم برای دو متغیر وجود دارد؛ از این رو نقشه مشکل از چهار مریع است، که هر یک متعلق به یک میترم می‌باشد. نقشه (ب) برای نمایش ارتباط بین مریعات و دو متغیر x و y دوباره ترسیم شده است. ۰ و ۱ موجود در هر سطر و ستون مقدار متغیر را نشان می‌دهند. متغیر x در سطر ۰ پریم دار و در سطر ۱ بدون پریم است. به طور مشابه y در ستون ۰ پریم دار و در ستون ۱ بدون پریم می‌باشد.

اگر مریع‌هایی را که میترم آنها متعلق به تابع مفروضی است با علامتی مشخص کنیم، روش مفید دیگری برای نمایش هر یک از ۱۶ تابع ممکن از دو متغیر بدست می‌آید. به عنوان مثال تابع xy در شکل ۳-۲ (الف) دیده می‌شود. چون xy برابر m_3 است، یک ۱ در داخل مریع متعلق به m_3 قرار می‌دهیم. به طور مشابه تابع $x+y$ در نقشه شکل ۳-۲ (ب) نشان داده شده است که در آن سه مریع با ۱ علامت زده شده‌اند. این مریعات از میترم‌های تابع به دست آمده‌اند:

$$m_1 + m_2 + m_3 = x'y + xy' + xy = x + y$$

سه مریع از تلاقی x در سطر دوم و متغیر y در ستون دوم، که ناحیه متعلق به $x+y$ را پوشش می‌دهند، نیز بدست می‌آید.



شکل ۳-۲. نمایش توابع در نقشه

نقشه سه متغیره

یک نقشه سه متغیره در شکل ۳-۳ مشاهده می‌شود. برای سه متغیر هشت میترم وجود دارد. بنابراین نقشه از هشت مریع تشکیل یافته است. توجه کنید که میترم‌ها براساس ترتیب دودویی مرتب

		y			
		00	01	11	10
x		x'yz'	x'y'z	x'yz	x'yz'
x	0				
	1	xy'z'	xy'z	xyz	xyz'

z
(ب)

m_0	m_1	m_3	m_2
m_4	m_5	m_7	m_6

(الف)

شکل ۳-۳. نقشه سه متغیره

نشده‌اند، بلکه ترتیب‌شان براساس کدگری جدول (۱-۴) فهرست شده است. ویژگی این ترتیب این است که هنگام عبور از یک ستون به ستون مجاور تنها یک بیت از نظر مقدار تغییر می‌کند. برای نشان دادن رابطه بین مریع‌ها و سه متغیر نقشه، بخش (ب) با اعدادی در هر سطر و هر ستون علامت‌گذاری شده است. مثلاً مریع متعلق به m_5 مریوط به سطر ۱ و ستون ۰۱ است. وقتی دو عدد در کنار هم قرار گیرند عدد دو دویی ۱۰۱ حاصل می‌شود که معادل دهدۀ آن عدد ۵ می‌باشد. به طریقی دیگر هم می‌توان به مریع $xy'z = m_5$ نگاه کرد به این ترتیب که بگوییم m_5 در سطر مریوط به x و ستون متعلق به $y'z$ است (ستون ۰۱). توجه کنید که هر متغیر در چهار مریع مقدار ۰ و در چهار مریع دیگر مقدار ۱ را دارد. به منظور تفکیک، هر متغیر را در خانه‌های ۱ بدون پریم و در خانه‌های ۰ با پریم نشان می‌دهیم. برای سادگی، متغیر را با سمبول حرفی اش در زیر مریعاتی که بدون پریم هستند می‌نویسیم.

جهت درک برتری‌های نقشه کارنو در ساده‌سازی توابع بول، باید خاصیت مریع‌های هم‌جاور را مشخص کنیم. تنها اختلاف بین هر دو مریع مجاور در نقشه این است که در یکی متغیری با پریم و در دیگری بدون پریم ظاهر می‌شود. مثلاً m_5 در دو مریع مجاور قرار دارند. متغیر y در m_5 پریم دار و در m_7 بدون پریم است، ضمن این که دو متغیر دیگر در هر دو مریع یکسان‌اند. با توجه به اصول جبر بول، نتیجه می‌گیریم که جمع دو میترم در مریع‌های مجاور را می‌توان به یک جمله AND مشکل از دو لیترال ساده کرد. برای روشن شدن مطلب، مجموع دو مریع هم‌جاور مانند m_5 و m_7 را ملاحظه کنید.

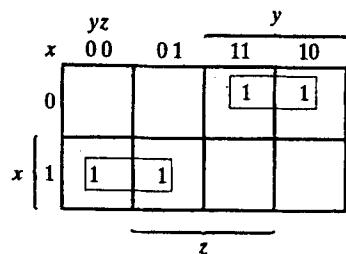
$$m_5 + m_7 = xy'z + xyz = xz(y' + y) = xz$$

در اینجا دو مریع در متغیر y با هم اختلاف دارند که هنگام تشکیل جمع دو میترم حذف می‌شود. بنابراین هر دو میترمی که در دو مریع مجاور با هم OR شوند موجب حذف متغیری می‌گردند که در آن دو میترم متفاوت‌اند. مثال‌های زیر روال حداقل‌سازی یک تابع بول را با یک نقشه توضیح می‌دهد.

مثال ۳-۱

تابع بولی زیر را ساده کنید.

$$F(x, y, z) = \Sigma(2, 3, 4, 5)$$



شکل ۴-۳. نقشه مثال ۱-۲

ابتدا یک ۱ در هر مربعی که میترم تابع را نشان دهد قرار می‌دهیم. این کار در شکل ۴-۳ به این ترتیب انجام شده است که مربعات میترم‌های ۰۱۰، ۰۱۱، ۱۰۰ و ۱۰۱ با ۱ علامت زده شده‌اند. قدم بعدی یافتن مربع‌های مجاور است. این کار در نقشه با زیرمربع‌هایی که هر یک دو عدد ۱ را در بر می‌گیرند صورت گرفته است. زیرمربع یامستطیل بالای سمت راست ناحیه پوشش یافته با $y'x$ شامل می‌شود. این دو مربع در سطر ۰ قرار دارند که با x' و نیز در دو ستون آخر با z نشان داده می‌شوند. به طور مشابه مستطیل پایین سمت چپ جمله ضرب xy را نشان می‌دهد (سطر دوم نشان دهنده x و دو ستون چپ نیز y' است). جمع منطقی این دو جمله ضرب، عبارت ساده شده را نتیجه می‌دهد.

$$F = x'y + xy'$$

مواردی وجود دارد که در آنها دو مربع هم‌جاورند ولی به هم نچسبیده‌اند. در شکل ۳-۳ m_0 و m_4 مجاور m_6 است زیرا میترم‌ها تنها در یک متغیر با هم اختلاف دارند. این مطلب به راحتی با کمک جبر قابل اثبات است.

$$\begin{aligned} m_0 + m_2 &= x'y'z' + x'yz' = x'z'(y' + y) = x'z' \\ m_4 + m_6 &= xy'z' + xyz' = xz' + (y' + y) = xz' \end{aligned}$$

در نتیجه ما باید تعریف مربع‌های هم‌جاور را اصلاح کنیم تا این حالت و دیگر حالات مشابه را نیز شامل شود. این تصحیح بدین صورت انجام می‌گیرد که نقشه کشیده شده در یک سطح از دو لبه سمت چپ و راست مجاور تصور شوند.

مثال ۲

تابع بول زیر را ساده کنید.

$$F(x, y, z) = \Sigma(3, 4, 6, 7)$$

نقشه این تابع در شکل ۵-۳ ترسیم شده است. در این شکل ۴ مربع با ۱ علامت خورده‌اند که هر کدام متعلق به یک میترم است. دو مربع هم‌جاور در ستون سوم با هم ترکیب شده‌اند تا جمله دو لیترال yz را به وجود آورند.

	yz			y
x	00	01	11	10
0			1	
1	1		1	1
x				
z				

شکل ۵-۳. نقشه مثال ۲-۲ $F(x, y, z) = \Sigma(3, 4, 6, 7) = yz + xz'$

دو مریع باقیمانده هم براساس تعریف جدید مجاورند و در نمودار با نیم مریع‌ها محصور شده‌اند. این دو مریع، وقتی ترکیب شوند جمله دو لیترالی xz' را بدست می‌دهند. بنابراین تابع ساده به فرم زیر است.

$$F = yz + xz'$$



اگرتون به ترکیب چهار مریع هم‌جاوار در نقشه سه متغیره توجه نمایید. چنین ترکیبی نشان دهنده جمع منطقی چهار مینترم مجاور است و نتیجه این ترکیب، تولید عبارتی با تنها یک متغیر است. به عنوان مثال جمع منطقی چهار مینترم مجاور ۰، ۲، ۴ و ۶ عبارت را به جمله یک لیترالی z' کاهش می‌دهد.

$$\begin{aligned} m_0 + m_2 + m_4 + m_6 &= x'y'z' + x'y'z' + xy'z' + xyz' \\ &= x'z'(y' + y) + xz'(y' + y) \\ &= x'z' + xz' = z'(x' + x) = z' \end{aligned}$$

تعداد مریعات مجاوری که ممکن است ترکیب شوند همواره برابر توانی از ۲، مانند ۱، ۲، ۴ و ۸ می‌باشد. هر چقدر تعداد بیشتری از مریعات هم‌جاوار ترکیب شوند جمله حاصلضرب نتیجه، تعداد متغیر لیترال خواهد داشت.

یک مریع یک مینترم را نمایش می‌دهد و دارای سه لیترال است.

دو مریع مجاور یک جمله دو لیترال را نشان می‌دهند.

چهار مریع هم‌جاوار یک جمله با یک لیترال را نشان می‌دهند.

هشت مریع هم‌جاوار که تمام نقشه را می‌پوشانند همواره تابع ۱ را تولید می‌کنند.

مثال ۳-۳

تابع بول زیر را ساده کنید.

$$F(x, y, z) = \Sigma(0, 2, 4, 5, 6)$$

نقشه تابع F در شکل ۳-۶ نشان داده شده است. ابتدا چهار مریع مجاور در اولین و آخرین ستون را با هم ترکیب می‌کنیم تا جمله تک لیترال z' بدست آید. تنها مینترم باقیمانده که متعلق به مینترم ۵ است با مریع

	yz		y	
x	00	01	11	10
0	1			1
1	1	1		1
	z			

$$F(x, y, z) = \Sigma(0, 2, 4, 5, 6) = z' + xy' \quad 3-2$$

مجاورش که قبلاً به کار رفته، ترکیب می‌گردد. این کار نه تنها مجاز است بلکه مفید نیز می‌باشد، زیرا دو مریع مجاور جمله دولیترالی xy را تولید می‌کنند در حالی که یک مریع تنها، جمله سه‌لیترال $xy'z$ را نمایش می‌دهد.
تابع ساده به صورت زیر است.

$$F = z' + xy'$$



اگر تابعی به صورت مجموع میترم‌ها بیان نشود می‌توان از نقشه برای بدست آوردن میترم‌های تابع استفاده کرد و سپس تابع را به صورت جملاتی با حداقل لیترال‌ها ساده نمود. البته باید عبارت جبری حتماً به صورت جمع حاصلضرب‌ها باشد. هر جمله ضرب را می‌توان با نقشه‌ای مشکل از یک، دو یا چند مریع در نقشه نشان داد. آنگاه میترم‌های تابع مستقیماً از جدول استخراج می‌شوند.

مثال ۳-۴

تابع بول زیر را ساده کنید.

$$F = A'C + A'B + AB'C + BC$$

(الف) آن را به مجموع میترم‌ها نشان دهید.

(ب) و سپس عبارت مجموع حاصلضرب حداقل را پیدا کنید.

سه جمله ضرب در عبارت دو لیترال دارند و در نقشه سه متغیر، هر یک با دو مریع نشان داده شده‌اند. دو مریع مربوط به جمله اول، $A'C$ ، در شکل ۳-۷ از تلاقی 'A (اولین سطر) و C (دوستون میانی) بدست

	BC		B	
A	00	01	11	10
0		1	1	1
1		1	1	
	C			

$$F = A'C + A'B + AB'C + BC = C + A'B \quad 3-4$$

می آید تامربعات 001 و 011 را بدهند. توجه کنید که وقتی 1 ها را در مربعات می گذارید، ممکن است یک 1 را که از جمله قبلي در آن قرار داده شده بیاید. اين نکته برای دو مربع جمله، $A'B$ ، $A'C$ ، $B'C$ ، رخ می دهد که دو عدد 1 در مربع های 01 و 010 قرار دارند. مربع 011 با جمله اول، $A'C$ ، مشترک است، بنابراین تنها یک 1 در آن قرار داده می شود. به همين ترتيب می بینيم که جمله $AB'C$ متعلق به مربع 101، يعني ميتزم 5 است، و جمله BC متعلق به دو مربع 011 و 111 می باشد. تابع جمعاً پنج ميتزم دارد و در نقشه شکل ۳-۷ هم با پنج عدد 1 نشان داده شده است. ميتزم هايی که مستقيماً از نقشه خوانده می شوند عبارتند از 1، 2، 3، 5 و 7. تابع را می توان به صورت جمع ميتزمها نشان داد.

$$F(A, B, C) = \Sigma(1, 2, 3, 5, 7)$$

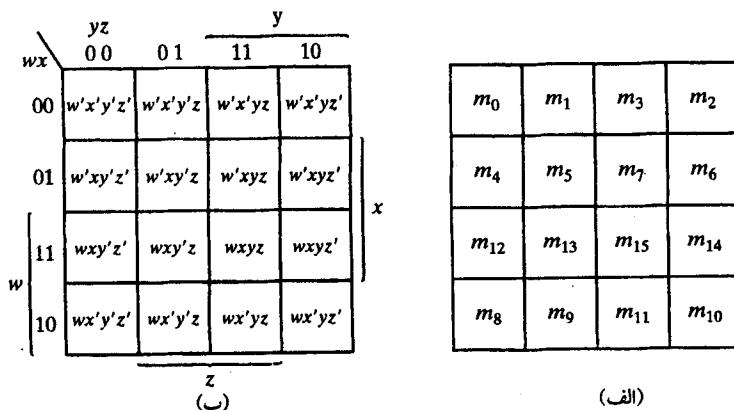
عبارت جمع حاصلضرب مفروض اولیه چندین جمله دارد. همانطور که در نقشه مشاهده می شود می توان آن را ساده کرده و عبارتی دو جمله‌ای بدست آورد.

$$F = C + A'B$$

□

۳-۲ نقشه چهار متغیره

نقشه توابع بول چهار متغیره در شکل ۳-۸ نشان داده شده است. در (الف) 16 جمله ميتزم فهرست شده و به هر يك مربعی تخصیص داده شده است. در (ب) نقشه دوباره رسم شده تا بیانگر ارتباط بین چهار متغیر باشد. سطراها و ستونها براساس کدگری شماره گذاري شده‌اند، و بين هر دو سطر یا ستون مجاور تنها يك رقم تغيير می‌کند. ميتزم متعلق به هر مربع از ترکيب شماره سطرو شماره ستون آن بدست می‌آيد. مثلًاً وقتی اعداد سطرو سوم (11) و ستون دوم (01) ترکيب شوند عدد دودودی 1101 حاصل می‌گردد، که معادل 13 دهدی است. بنابراین، مربع در سطرو سوم و ستون دوم ميتزم m_{13} را نمایش می‌دهد. ساده کردن توابع بول چهار متغیره مشابه با روش به کار رفته برای توابع سه متغیره است. مربعات مجاور مربعاتی هستند که در کنار یکدیگرند. به علاوه نقشه در سطحی واقع است و لبه‌های بالا و پایین و چپ و راست آن نیز مجاور است تا به اين ترتيب مربعات هم‌جاور را بسازند. مثلًاً m_0 و m_2 و نیز m_{11}



شکل ۳-۸. نقشه چهار متغیره

نقشه چهار متغیره

و m_3 هر کدام مربعات مجاور را می‌سازند. ترکیب مربعات هم‌جاور به راحتی با بررسی نقشه چهار متغیره قابل تشخیص است:

یک مربع یک میترم را نمایش می‌دهد، و جمله آن چهار لیترالی است.

دو مربع هم‌جاور یک جمله سه لیترالی را می‌سازند.

چهار مربع هم‌جاور یک جمله دو لیترالی را نشان می‌دهند.

هشت مربع هم‌جاور یک لیترالی را نمایش می‌دهند.

شانزده مربع هم‌جاور تابعی برابر ۱ را تولید می‌کنند.

هیچ ترکیب دیگری از مربع‌ها نمی‌تواند تابع را ساده کند. دو مثال زیر رواج بکار رفته برای توابع بول

چهار متغیره را نشان می‌دهد.

مثال ۳-۵

تابع بول زیر را ساده کنید.

$$F(w, x, y, z) = \Sigma(0, 1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 12, 13, 14)$$

چون تابع چهار متغیر دارد، باید از نقشه چهار متغیره استفاده کرد. میترم‌های لیست شده در مجموع فوق با ۱‌ها در نقشه شکل ۳-۹ علامت زده شده‌اند. هشت ۱ مجاور می‌توانند با هم ترکیب شده و جمله نک لیترالی 'رانتیجه' دهند. سه ۱ باقیمانده در سمت راست نمی‌توانند با هم ترکیب و جمله ساده‌ای بدهند. آنها باید به صورت دو یا چهار مربع هم‌جاور با هم ترکیب شوند. هر چقدر تعداد مربعات ترکیب شده بیشتر باشد، تعداد لیترال‌ها در جمله کمتر خواهد بود.

در این مثال دو ۱ فوقانی سمت راست با دو ۱ فوقانی در سمت چپ ترکیب شده و جمله $w'z'$ را می‌دهند. توجه داشته باشید که می‌توان یک مربع را بیش از یک بار به کار برد. حال فقط یک مربع در سطر سوم و ستون چهارم (مربع 1110) باقیمانده است. در عوض انتخاب این مربع به تنها یک، آن را با مربع‌هایی که قبل از

	yz			
	00	01	y	
wx	00	1	1	
	01	1	1	
w	11	1	1	
	10	1	1	
x				
			z	

شکل ۳-۹. نقشه مثال ۳-۵

$$F(w, x, y, z) = \Sigma(0, 1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 12, 13, 14) = y' + w'z' + xz'$$

کار رفته‌اند برای ایجاد مربع‌های مجاور ترکیب می‌کنیم. این مربعات شامل دو سطر میانی و دو ستون انتهایی بوده و جمله $'xz'$ را تولید می‌کنند.تابع ساده شده به صورت زیر است:

$$F = y' + w'z' + xz'$$

□

مثال ۳-۶

تابع زیر را ساده کنید.

$$F = A'B'C' + B'CD' + A'BCD' + AB'C'$$

ناحیه مفروش شده با این تابع شامل مربعاتی است که در شکل ۳-۱۰ با ۱ علامت زده شده است. این تابع دارای چهار متغیر بوده و همانطور که دیده می‌شود سه جمله سه لیترالی و یک جمله چهار لیترالی دارد. هر جمله سه لیترالی در نقشه با دو مربع نمایش داده شده است. مثلاً $A'B'C'$ در مربعات ۰۰۰۰ و ۰۰۰۱ نشان داده شده است. تابع را می‌توان با انتخاب چهار ۱ در گوش‌ها و ترکیب آنها برای بدست آوردن جمله $B'D'$ ساده کرد. این عمل مجاز است زیرا وقتی نقشه را سطحی تصور کنیم که لبه‌های چپ و راست و لبه‌های پایین و بالای آن با هم مجاورند، این چهار مربع هم‌جاور خواهد بود. دو ۱ سمت چپ در سطر بالا با دو ۱ در سطر پایین ترکیب می‌شوند تا جمله $B'C'$ حاصل شود. تنها ۱ باقیمانده را به صورت دو مربع ترکیب می‌کنیم تا $A'CD'$ حاصل گردد. تابع ساده شده به صورت زیر خواهد بود.

$$F = B'D' + B'C' + A'CD'$$

		CD		C		
		00	01	11	10	
AB	00	1	1			1
	01					1
	11					
	10	1	1			1
A		D		B		

شکل ۳-۱۰. نقشه مثال ۳-۶

$$F = A'B'C' + B'CD' + A'BCD' + AB'C' = B'D' + B'C' + A'CD'$$

موجب‌های اصلی هنگام انتخاب مربع‌های مجاور در یک نقشه باید مطمئن شویم که همه میترم‌های تابع هنگام

		CD		C			
		00	01	11	10		
AB		1		(1)	1		
A			1	1			
B			1	1			
D		1					
AD		1					
AB'			1	1			
CD, B'C							

		CD		C			
		00	01	11	10		
AB		1				1	
A			1	1			
B			1	1			
D			1	1			
BD		1					
B'D'				1	1		

شکل ۳-۱۱. ساده‌سازی با موجب‌های اصلی

ترکیب مربع‌ها پوشش داده شده‌اند. همچنین باید تعداد جملات در عبارت حداقل شود و هر جمله‌ای که می‌ترم آن قبلاً به وسیله دیگر جملات به کار رفته نیز کنار گذاشته شود. گاهی نیز ممکن است دو یا سه عبارت بر معیار ساده‌سازی صحیح بگذارند. روش ترکیب مربع‌ها در نقشه را می‌توان سینماتیک‌تر کرد به شرطی که مفهوم جملات موجب‌های اصلی و موجب‌های اصلی اساسی خوب فهمیده شوند. یک موجب اصلی شرطی ای حاصل‌ضربی است که از ترکیب حداقل مربعات مجاور به هم حاصل می‌گردد. اگر می‌ترمی در یک مربع تنها با یک موجب اصلی پوشش یابد، به آن موجب اصلی اساسی گوییم.

موجب‌های اصلی یک تابع را می‌توان با ترکیب حداقل تعداد مربعات ممکن بدست آورد. این بدان معنی است که یک ۱ تنها اگر در مجاورت هر ۱ دیگر در نقشه نباشد، یک موجب اصلی است. دو ۱ مجاور به شرطی یک موجب اصلی را ایجاد می‌کنند که در داخل یک گروه چهارتایی مربع‌ها واقع نباشند. چهار ۱ مجاور یک موجب اصلی را تشکیل می‌دهند بشرطی که در یک گروه از هشت مربع هم‌جاور نباشند و بهمین ترتیب. موجب اصلی اساسی با نظاره بر مربعات ۱ و وارسی تعداد موجب‌های اصلی که آن را پوشش می‌دهد تعیین می‌گردد. یک موجب اصلی، اساسی است اگر تنها موجب اصلی باشد که می‌ترم را پوشش می‌دهد.

تابع چهار متغیره زیر را در نظر بگیرید:

$$F(A, B, C, D) = \Sigma(0, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 15)$$

می‌ترم‌های تابع با ۱ در نقشه‌های شکل ۳-۱۱ علامت زده شده‌اند. بخش (الف) از شکل، دو موجب اصلی اساسی را نشان می‌دهد. یک موجب، اساسی است زیرا تنها یک راه برای پوشش m_0 در چهار مربع مجاور وجود دارد. این چهار مربع جمله $B'D'$ را تعریف می‌کند. به طور مشابه، برای ترکیب m_5 با چهار مربع مجاور تنها یک راه وجود دارد و جمله BD از آن حاصل می‌گردد. این دو موجب اصلی اساسی هشت می‌ترم را پوشش می‌دهند. سه می‌ترم با قیمانده m_3 ، m_9 و m_{11} باید بعد ملاحظه شوند.

شکل ۳-۱۱ (ب) همه راههای ممکن که سه میترم با موجبهای اصلی پوشش می‌یابند را نشان می‌دهد. میترم m_3 می‌تواند با موجب اصلی CD یا $B'C$ یا AB' پوشش یابد. میترم m_9 با هر یک از AD یا AB' پوشش می‌یابد. میترم m_{11} نیز با هر یک از چهار موجب اصلی می‌تواند پوشش پیدا کند. عبارت ساده شده از جمع منطقی دو موجب اصلی اساسی، و هر دو موجب اصلی دیگر که میترم‌های m_3 و m_9 و m_{11} را پوشش دهنند بدست می‌آید. چهار امکان برای بیان تابع با چهار جمله ضرب که هر یک دو لیترال دارند وجود دارد:

$$\begin{aligned} F &= BD + B'D' + CD + AD \\ &= BD + B'D' + CD + AB' \\ &= BD + B'D' + B'C + AD \\ &= BD + B'D' + B'C + AB' \end{aligned}$$

مثال فوق نشان داد که شناسایی موجبهای اصلی در نقشه در تعیین صور متفاوت تابع ساده شده کمک مؤثری می‌نمایند.

روال یافتن عبارت ساده شده از نقشه لازم می‌دارد که ابتدا تمام موجبهای اصلی اساسی را معین کنیم. تابع ساده شده از جمع منطقی همه موجبهای اصلی اساسی، به علاوه دیگر موجبهای اصلی حاصل می‌گردد. این موجبهای اصلی ممکن است برای پوشش میترم‌های باقیمانده‌ای که در موجب اصلی اساسی وجود ندارند لازم باشد. گاهی بیش از یک راه برای ترکیب مربعات وجود دارد و هر ترکیب هم ممکن است عبارت ساده شده یکسانی را تولید کند.

۳-۳ نقشه پنج متغیره

استفاده از نقشه‌هایی که بیش از چهار متغیر دارند چندان ساده نیست. یک نقشه پنج متغیره به 32 مربع و نقشه شش متغیره به 64 مربع نیاز دارد. وقتی تعداد متغیرها زیاد شود، تعداد مربعات هم به طور بی‌رویه‌ای افزایش می‌یابند و یافتن مربعات هم‌جوار بیش از پیش به شکل هندسی وابسته می‌گردد.

یک نقشه پنج متغیره در شکل ۳-۱۲ نشان داده شده است. این نقشه، از دو نقشه چهار متغیره با متغیرهای A ، B ، C ، D و E تشکیل یافته و متغیر A آن دو را از هم تفکیک کرده است. نقشه چهار متغیره سمت چپ 16 مربعی را نشان می‌دهد که در آن $A = 0$ است، و دیگر نقشه چهار متغیره، مربعات مربوط به $A = 1$ را نشان می‌دهد. میترم‌های 0 تا 15 متعلق به $A = 0$ و میترم‌های 16 تا 31 متعلق به $A = 1$ است. هر نقشه چهار متغیره وقتی جداگانه بررسی شود هم‌جواری تعریف شده قبلی خود را حفظ می‌کند. به علاوه هر مربع از نقشه $A = 0$ با مربع متناظرش در مربع $A = 1$ هم‌جوار است. مثلاً میترم 4 با میترم 20 و میترم 15 با 31 هم‌جوار است. بهترین راه تجسم این قانون برای مربع‌های هم‌جوار این است که این دو نیم نقشه را بروی یکدیگر تصور کنیم. هر دو مربعی که روی هم قرار گیرند هم‌جوار شناخته می‌شوند. با پیگیری روشنی که برای نقشه پنج متغیره به کار رفت، می‌توان نقشه شش متغیره را با 4 نقشه چهار متغیره بدست آورد تا 64 مربع مورد نیاز حاصل گردد. نقشه‌هایی با شش یا تعداد بیشتری متغیر، نیاز به

A = 0				A = 1			
BC		DE	D	BC		DE	D
		00	01			00	01
B	00	0	1	3	2	16	17
	01	4	5	7	6	20	21
	11	12	13	15	14	28	29
	10	8	9	11	10	24	25
E				E			

شکل ۳-۱۲. نقشه پنج متغیر

تعداد بی شماری مربع داشته و استفاده از آنها غیر عملی است. روش دیگر، استفاده از برنامه های کامپیوتری در ساده سازی توابع بول با متغیرهای بی شمار می باشد.

با بررسی و در نظر گرفتن تعریف جدید همچواری مربعات، می توان نشان داد که 2^k مربع همچوار به $n = k$ در یک نقشه n متغیره ناحیه را مشخص می کند که نمایش دهنده جمله ای با ازاء $(0, 1, 2, \dots, n)$ است. برای این که عبارت فوق مفهوم داشته باشد باید همیشه n بزرگتر از k باشد. وقتی $n = k$ است، تمام سطح نقشه ترکیب شده و تابع یگانی (1) را تولید می کند. جدول ۳-۱ رابطه بین تعداد مربعات مجاور و تعداد لیترال در هر جمله را نشان می دهد. مثلاً هشت مربع مجاور ناحیه ای را در نقشه پنج متغیره ترکیب می کنند تا یک جمله دو متغیره حاصل شود.

جدول ۳-۱. رابطه بین تعداد مربعات مجاور و تعداد لیترال ها در یک جمله

K	2^k	تعداد لیترال ها در یک جمله در یک نقشه n متغیره				
		n = 2	n = 3	n = 4	n = 5	
0	1	2	3	4	5	
1	2	1	2	3	4	
2	4	0	1	2	3	
3	8		0	1	2	
4	16			0	1	
5	32				0	

		DE		D				A = 0		
		00	01	11		10			A = 1	
BC								C		
B	00	1				1				
	01	1				1				
	11		1							
	10		1							
		E				E				

شکل ۳-۱۳. نقشه مثال ۲-۷

مثال ۳-۷

تابع بول زیر را ساده کنید.

$$F(A, B, C, D, E) = (0, 2, 4, 6, 9, 13, 21, 23, 25, 29, 31)$$

نقشه پنج متغیره برای این تابع در شکل ۳-۱۳ دیده می‌شود. دربخشی از نقشه که متعلق به میترم‌های ۰ تا ۱۵ است، $A = 0$ بوده و در آن شش میترم مقدار ۱ را دارند. پنج میترم دیگر به بخش $A = 1$ متعلق است. چهار مریع مجاور در نقشه $A = 0$ با هم ترکیب شده‌اند تا جمله $A'A'B'E'$ را بدهند. توجه کنید که باید A' رانیز در جمله ممنوع رکنیم زیرا تمام مریع‌ها متعلق به نقشه $A = 0$ می‌باشند. دو مریع در ستون ۰۱ و دو سطر آخر در هر دو بخش نقشه مشترکند. بنابراین آنها چهار مریع مجاور را تشکیل داده و جمله سه متغیره $BD'E$ را می‌سازند. در اینجا متغیر A آورده نشده است زیرا مریع‌های مجاور به هر دو $A = 0$ و $A = 1$ متعلق‌اند. جمله ACE از چهار مریع هم‌جاور در نقشه $A = 1$ بددست می‌آید. تابع ساده شده جمع منطقی سه جمله می‌باشد.

□

$$F = A'B'E' + BD'E + ACE$$

۳-۴ ساده‌سازی با ضرب حاصل جمع‌ها

در تمام مثال‌های قبلی تابع بول حاصل از نقشه به فرم جمع حاصل‌ضرب‌ها بیان شدند. با کمی اصلاح می‌توان فرم ضرب حاصل جمع‌ها را بددست آورد.

روال تهیه یک تابع حداقل بر حسب ضرب حاصل جمع‌ها از خواص اصلی تابع بول حاصل می‌گردد. ۱ های واقع در مریع‌های نقشه نشانگر میترم‌های تابع است. میترم‌هایی که در تابع ذکر نشوند

متتم تابع را بیانگرند. با توجه به این مطلب مشاهده می‌کنیم که متتم یک تابع به وسیله مریع‌هایی که با ۱ علامت‌زنی نشده‌اند بیان می‌گردد. اگر در مریع‌های خالی ۰ قرار داده و آنها را با روش مریع‌های هم‌جوار ترکیب کنیم عبارت ساده شده متتم تابع یعنی F' را بدست خواهیم آورد. متتم F' به ما تابع F را باز می‌گرداند. به دلیل عمومیت تئوری دمورگان تابع حاصل به طور خودکار به صورت ضرب حاصل جمع‌هاست. بهترین روش برای تشریح این مطلب ارائه یک مثال است.

مثال ۳-۸

تابع بولی زیر را (الف) به صورت جمع حاصل ضرب‌ها، (ب) ضرب حاصل جمع‌ها ساده کنید.

$$F(A, B, C, D) = \sum(0, 1, 2, 5, 8, 9, 10)$$

۱ های موجود در نقشه شکل ۳-۱۴ همه میترم‌های تابع را نمایش می‌دهند. مریع‌هایی که با ۰ علامت زده شده‌اند میترم‌های غایب در F را نشان می‌دهند، بنابراین متتم F را بیانگر هستند. ترکیب مریعات حاوی ۱ ها تابع ساده شده را به صورت جمع حاصل ضرب‌ها بدست می‌دهد:

$$F = B'D' + B'C' + A'C'D \quad (\text{الف})$$

اگر مریعات حاوی ۰ ها را ترکیب کنیم، تابع متتم ساده شده بدست خواهد آمد:

$$F' = AB + CD + BD'$$

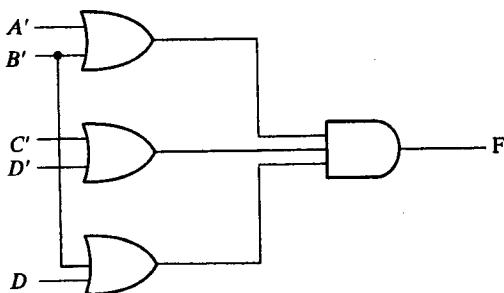
با اعمال تئوری دمورگان (استفاده از دوگان و متتم کردن هر متغیر طبق آنچه در بخش ۲-۴ دیدیم) تابع ساده شده را به صورت ضرب حاصل جمع‌ها بدست می‌آوریم:

$$F = (A' + B')(C' + D')(B' + D) \quad (\text{ب})$$

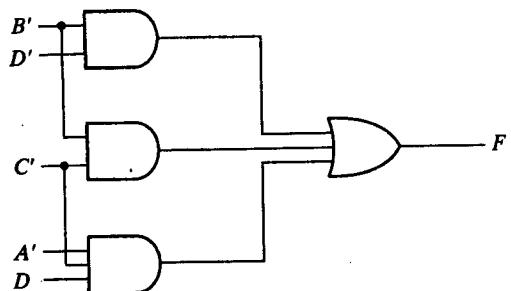
		CD		C		
		00	01	11	10	
AB	00	1	1	0	1	
	01	0	1	0	0	
A	11	0	0	0	0	B
	10	1	1	0	1	
				D		

شکل ۳-۱۴. نقشه برای مثال ۳-۸

$$F(A, B, C, D) = \sum(0, 1, 2, 5, 8, 9, 10) = B'D' + B'C' + A'C'D = (A' + B')(C' + D')(B' + D)$$



$$F = (A' + B') (C' + D') (B' + D)$$



$$F = B'D' + B'C' + A'C'D$$

شکل ۳-۱۵. پیاده‌سازی با گیت تابع مثال ۳-۸

پیاده‌سازی عبارت ساده شده حاصل از مثال ۳-۸ در شکل ۳-۱۵ دیده می‌شود. عبارت جمع حاصلضرب‌ها در بخش (الف) با گروهی از گیت‌های AND پیاده‌سازی شده است. خروجی گیت‌های AND نیز به ورودی‌های یک گیت OR متصل گردیده است. همان تابع به صورت ضرب حاصل جمع‌ها در شکل (ب) با تعدادی گیت OR، که هر یک متعلق به یک جمله OR است، پیاده‌سازی شده و خروجی آنها به یک AND متنه‌گشته است. در هر دو حال فرض بر این است که متتم متغیرها نیز مستقیماً در دسترسند و بنابراین نیازی به وارونگر نمی‌باشد. الگوهای ایجاد شده در شکل ۳-۱۵ یک سری روش‌های کلی می‌باشند که به وسیله آنها هر تابع بول استاندارد قابل پیاده‌سازی است. در جمع حاصلضرب‌ها، گیت‌های AND به یک OR ختم می‌شوند و در ضرب حاصل جمع‌ها گیت‌های OR به یک AND متصل می‌گردند. هر یک از دو پیکربندی فوق دارای دو سطح از گیت‌ها می‌باشند. بنابراین پیاده‌سازی یک تابع استاندارد را پیاده‌سازی دو سطحی می‌گویند.

مثال ۳-۸ روالی را برای محاسبه فرم ساده شده یک تابع بر حسب ضرب حاصل جمع‌ها، وقتی تابع ابتدا به صورت جمع مینترم‌ها است، نشان می‌دهد. این روال هنگامی که تابع در آغاز بر حسب ماکسیمم‌ها بیان شود نیز معتبر است. برای مثال به جدول درستی (۳-۲) که تابع F را تعریف می‌کند

جدول ۳-۲. جدول درستی تابع F

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

		yz		y		
		00	01	11	10	
x		0	0	1	1	0
		1	1	0	0	1

شکل ۳-۱۶. نقشه برای تابع جدول (۲-۲)

توجه نمایید. این تابع به صورت جمع میترم‌ها چنین بیان می‌شود:

$$F(x, y, z) = \Sigma(1, 3, 4, 6)$$

در ضرب ماکسترم‌ها تابع به صورت زیر است:

$$F(x, y, z) = \prod(0, 2, 5, 7)$$

به بیان دیگر، ۱‌های تابع، میترم‌ها را نشان می‌دهند و ۰‌های آن بیانگر جملات ماکسترم هستند. نقشه این تابع در شکل ۳-۱۶ دیده می‌شود. برای ساده کردن این تابع، در مربوط به هر جمله میترم که تابع به ازاء آن، مقدار ۱ دارد، عدد ۱ گذاشته و بقیه مریع‌ها را با ۰ پر می‌کنیم. از طرف دیگر اگر تابع به فرم ضرب ماکسترم‌ها داده شده باشد در مربوطاتی که جملات آن در تابع است ۰ قرار می‌دهیم و بقیه مریع‌ها با ۱ پر می‌شوند. سپس تابع می‌تواند به یکی از فرم‌های استاندارد ساده شود. برای جمع حاصل ضرب‌ها، ۱‌ها را با هم ترکیب می‌کنیم و خواهیم داشت:

$$F = x'z + xz'$$

برای ضرب حاصل جمع‌ها، ۰‌ها را با هم ترکیب می‌کنیم تا متمم تابع ساده شده به صورت زیر حاصل شود:

$$F' = xz + x'z'$$

که نشان می‌دهد تابع XOR متمم تابع هم‌ارزی (XNOR) است (بخش ۲-۶). با متمم‌گیری مجدد از F' تابع ساده شده را به ضرب حاصل جمع‌ها بدست خواهیم آورد.

$$F = (x' + z')(x + z)$$

برای وارد کردن یک تابع در یک نقشه که برحسب ضرب حاصل جمع‌ها بیان شده است، می‌باید متمم تابع را بدست آورد و در آن مریع‌های مربوطه را با ۰ پر کرد. مثلاً تابع

$$F = (A' + B' + C')(B + D)$$

را می‌توان با متمم‌گیری از آن وارد جدول کرد.

$$F' = ABC + B'D'$$

آنگاه مریع‌هایی که میترم‌های F' را تشکیل می‌دهند با ۰ پر می‌کنیم. بقیه مریع‌ها را با ۱ پر می‌نماییم.

۳-۵ حالات بی‌اهمیت

جمع منطقی میترم‌های مربوط به یک تابع شرایطی را که تحت آن تابع برابر ۱ است، مشخص

می نماید. تابع در ازاء بقیه میترم‌ها ۰ است. در این حالت فرض بر این است که همه ترکیبات مقادیر برای متغیرهای تابع معتبرند. در عمل کاربردهایی وجود دارند که در آنها در ازاء ترکیبات معینی از متغیرها، تابع مشخص نیست. مثلاً یک کد دودویی چهار بیتی برای ارقام دهدۀ دارای شش ترکیب است که به کار نرفته‌اند و در نتیجه نامشخص تصور می‌گردند. توابعی که در ازاء ترکیبی از ورودی‌ها خروجی‌های نامشخص دارند، تابع غیرکامل نامیده می‌شود. در بسیاری از کاربردها، توجهی به مقدار متنسب به تابع در ازاء میترم‌های نامعین نخواهیم داشت. به این دلیل مرسوم است که همه میترم‌های نامشخص در تابع را حالات بی‌اهمیت بخوانیم. از حالات بی‌اهمیت می‌توان برای ساده‌سازی بیشتر عبارت بول در یک نقشه استفاده کرد.

باید توجه داشت که یک میترم بی‌اهمیت ترکیبی از متغیرهاست که مقدار منطقی آن نامشخص است. به این دلیل نمی‌توان یک حالت بی‌اهمیت را در نقشه با ۱ نشان داد زیرا این عمل به این معنی است که تابع برای ترکیب خاص از ورودیها همواره برابر ۱ می‌باشد. به طور مشابه گذاشت ۰ در مربع‌های نقشه به معنی ۰ بودن همیشگی تابع در آن حالت است. برای تفکیک حالت بی‌اهمیت از ۱ ها و ۰ ها از X استفاده می‌کنیم. بنابراین هر X در داخل یک مربع از نقشه به این معنی است که تخصیص ۱ یا ۰ به تابع به ازاء یک میترم خاص فاقد اهمیت است.

وقتی مربع‌های مجاور انتخاب می‌گردند تا تابع در جدول ساده شود، میترم‌های بی‌اهمیت با این ایده که ساده‌ترین فرم برای تابع بدست آید، برابر ۱ یا ۰ فرض می‌شوند. در ساده‌سازی تابع می‌توانیم با توجه به ساده‌ترین فرم ممکن برای تابع، به حالات بی‌اهمیت ۰ یا ۱ دهیم.

مثال ۳-۹

تابع بول زیر را ساده کنید.

$$F(w, x, y, z) = \Sigma(1, 3, 7, 11, 15)$$

که حالات بی‌اهمیت زیر را دارد.

$$d(w, x, y, z) = \Sigma(0, 2, 5)$$

میترم‌های F ترکیباتی از متغیرهاستند که تابع را برابر ۱ می‌کنند. میترم‌های d میترم‌های بی‌اهمیت هستند که ممکن است به آنها ۰ یا ۱ تخصیص داده شود. ساده‌سازی نقشه در شکل ۳-۱۷ نشان داده شده است. میترم‌های F با ۱ علامت زده شده‌اند، میترم‌های d با X علامت‌گذاری شده‌اند و بقیه مربع‌ها با ۰ پر شده‌اند. برای بدست آوردن عبارت جمع حاصلضرب‌های ساده شده باید هر پنج ۱ موجود در نقشه به حساب آیند، ولی بسته به روش ساده‌سازی ممکن است X‌ها در نظر بگیریم و یا نگیریم. جمله yz چهار میترم در سومین ستون را پوشش می‌دهد. میترم با قیمانده m₇ می‌تواند با میترم m₃ ترکیب شده و جمله سه لیترالی w'x'z را بدهند. با این وجود با احتساب یک یا دو X هم‌جوار، می‌توانیم چهار مربع مجاور را ترکیب نماییم تا جمله دو متغیره حاصل گردد. در بخش (الف) از نمودار، میترم‌های بی‌اهمیت ۰ و ۲ با ۱ جایگزین شده‌اند

		yz	00	01	11	10	y
		wx	00	1	1	X	
		w	00	X	1	1	X
w	x	00	0	X	1	0	
		01	0	0	1	0	
		11	0	0	1	0	
		10	0	0	1	0	

$$F = yz + w'z \quad (\text{ب})$$

		yz	00	01	11	10	y
		wx	00	1	1	X	
		w	00	X	1	1	X
w	x	00	0	X	1	0	
		01	0	0	1	0	
		11	0	0	1	0	
		10	0	0	1	0	

$$F = yz + w'x' \quad (\text{الف})$$

شکل ۳-۱۷. مثال با حالات بی اهمیت

وتابع ساده شده به صورت زیر است.

$$F = yz + w'x'$$

در بخش (ب) از نمودار، میترم بی اهمیت ۵ با ۱ جایگزین شده و آنگاه تابع ساده شده به فرم زیر است:

$$F = yz + w'z$$

هر یک از دو عبارت شرایط بیان شده برای این مثال را دارا هستند.

□

مثال قبل نشان داد که میترم های بی اهمیت در نقشه در ابتدا با X ها علامت خورده اند و فرض می شود که بتوانند ۰ و یا ۱ بشوند. انتخاب ۰ و یا ۱ به روش ساده کردن تابع غیرکامل وابسته است. پس از انتخاب، تابع ساده شده حاصل متشکل از مجموع میترم ها است و در آنها میترم هایی که در آغاز نامعلوم بوده ولی بعد به عنوان ۱ انتخاب شده اند نیز وجود خواهند داشت. دو عبارت ساده شده حاصل در مثال ۳-۹ را در نظر بگیرید:

$$F(w, x, y, z) = yz + w'x' = \Sigma(0, 1, 2, 3, 7, 11, 15)$$

$$F(w, x, y, z) = yz + w'z = \Sigma(1, 3, 5, 7, 11, 15)$$

هر دو عبارت شامل میترم های ۱، ۳، ۷، ۱۱ و ۱۵ می باشند که تابع F را برابر ۱ می کنند. میترم های بی اهمیت در آن دو به طور متفاوتی به کار گرفته شده اند و در اولین عبارت میترم های ۰ و ۲ برابر ۱ گرفته شده و میترم ۵ با انتخاب ۰ حذف شده است. در دومین عبارت میترم ۵ برابر ۱ و میترم های ۰ و ۲ با مقدار ۰ جایگزین شده اند. دو عبارت توابعی را نشان می دهند که فرم جبری متفاوتی دارند. هر دو میترم های مشخص شده را می پوشانند ولی هر یک میترم های بی اهمیت متفاوتی را پوشش می دهند. مادامی که تابع مشخص شده غیرکامل است، هر دو عبارت قابل قبول اند زیرا تنها اختلاف در مقدار F میترم های بی اهمیت می باشند.

می توان عبارت ضرب حاصل جمع ها را هم برای تابع شکل ۳-۱۷ بدست آورد. در این حال، تنها راه برای ترکیب ۰ ها جایگزینی مینترم های بی اهمیت شماره ۰ و ۲ با مقدار ۰ می باشد و به این ترتیب تابع متمم ساده شده بدست می آید:

$$F' = z' + wy'$$

با متمم گیری از طرفین، عبارت ساده شده به صورت ضرب حاصل جمع ها خواهد بود:

$$F(w, x, y, z) = z(w' + y) = \Sigma(1, 3, 5, 7, 11, 15)$$

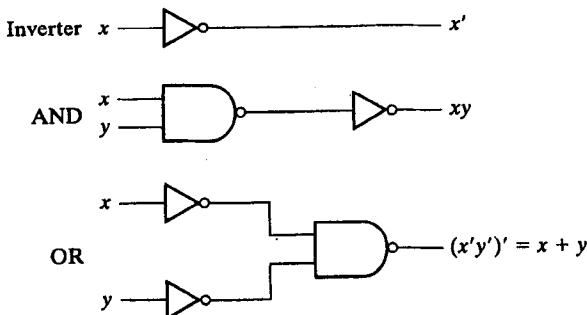
در این حال، ما مینترم های شماره ۰ و ۲ را با مقدار ۰ و مینترم ۵ را با ۱ جایگزین کرده ایم.

۳-۶ پیاده سازی با NOR و NAND

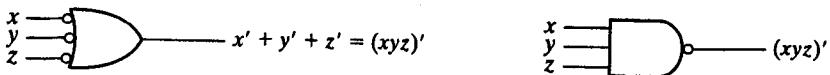
مدارهای دیجیتال اغلب به جای AND و OR با گیت های NAND و NOR ساخته می شوند. ساختن گیت های NAND و NOR با اجزاء الکترونیکی ساده تر بوده و به عنوان گیت های پایه در تمام خانواده های IC های دیجیتال به کار می روند. به دلیل مزیت گیت های NAND و NOR در طراحی مدارهای دیجیتال، قواعد و روال هایی برای تبدیل توابع بول بیان شده بر حسب AND، OR و NOT به نمودارهای منطقی معادل بر حسب NAND و NOR بوجود آمده است.

مدارهای NAND

گیت NAND را یک گیت یونیورسال می گویند زیرا هر سیستم دیجیتالی را می توان با آن پیاده سازی کرد. برای این که نشان دهیم هر تابع بولی قابل پیاده سازی با گیت های NAND می باشد، کافی است فقط نشان دهیم که اعمال منطقی AND، OR و NOT را می توان با NAND پیاده سازی کرد. این کار در شکل ۳-۱۸ نشان داده شده است. عمل متمم از یک گیت NAND یک ورودی که دقیقاً مثل NOT عمل می کند حاصل می گردد. عمل AND نیاز به دو گیت NAND دارد. اولی عمل NAND و دومی عمل NOT را انجام می دهد. عمل OR از طریق یک گیت NAND و دو NOT در هر ورودی حاصل می شود.



شکل ۳-۱۸. عملیات منطقی با گیت های NAND



Invert-OR (ب)

AND-invert (الف)

شکل ۳-۱۹. دو سمبل گرافیکی برای کیت

راهی مناسب برای پیاده‌سازی یک تابع بول با گیت‌های NAND، بدست آوردن تابع بول ساده شده بر حسب عملگرهای بولی و سپس تبدیل تابع به منطق NAND است. تبدیل یک عبارت جبری از AND-NOT به NAND با دستکاری نمودار OR-AND می‌شود.

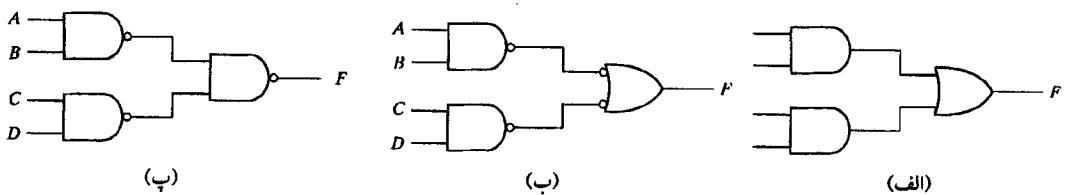
برای ساده سازی تبدیل به منطق NAND، بهتر است سمبل گرافیکی دیگری برای گیت تعریف کنیم. دو سمبل گرافیکی معادل برای گیت NAND در شکل ۳-۱۹ دیده می‌شود. سمبل AND-invert قبلًا معرفی شد و مشکل بود از یک سمبل AND و به دنبال آن یک دایره کوچک که به آن حباب گفته شد و نقش متمم‌سازی را داشت. به همین ترتیب می‌توان گیت NAND از تئوری گرافیکی OR با حبابی در هر ورودی نشان داد. سمبل invert-OR برای گیت NAND از تئوری دمورگان و با توجه به این قرارداد که دوایر کوچک به منزله متمم کردن هستند بدست می‌آید. دو سمبل گرافیکی فوق در طراحی و تحلیل مدارهای NAND مفیدند. وقتی هر دو سمبل در یک نمودار به کار روند گوییم مدار با علامت مخلوط نشان داده شده است.

پیاده‌سازی دو سطحی

برای پیاده‌سازی تابع بول با گیت‌های NAND، تابع باید به فرم جمع حاصلضرب‌ها باشد. برای درک ارتباط بین عبارت جمع حاصلضرب‌ها و معادل NAND آن، به نمودارهای منطقی شکل ۳-۲۰ توجه کنید. هر سه نمودار معادل بوده و تابع زیر را پیاده می‌نمایند.

$$F = AB + CD$$

در (الف) تابع با گیت‌های AND و OR پیاده‌سازی شده است. در (ب)، گیت‌های AND با گیت‌های NAND و گیت OR نیز با یک گیت NAND که با سمبل OR-invert مشخص شده پیاده‌سازی شده است. توجه داشته باشید که یک حباب به معنی متمم و دو حباب در یک مسیر دوبار متمم‌سازی را



شکل ۳-۲۰. سه راه پیاده‌سازی تابع

نشان می دهند، پس می توانند حذف شوند. حذف جباب ها در گیت های (ب) مدار شکل (الف) را نتیجه می دهد. بنابراین دو نمودار یک تابع را پیاده سازی می کنند پس معادل اند.

در شکل ۳-۲۰ (پ)، خروجی گیت NAND با سمبل گرافیکی AND-invert ترسیم شده است. هنگام رسم نمودارهای منطقی NAND، هر یک از دو مدار (ب) یا (پ) پذیرفته است. مدار (ب) از علائم مخلوط استفاده کرده است و رابطه مستقیم تری را با عبارت بول پیاده شده نشان می دهد. صحبت پیاده سازی NAND در شکل ۳-۲۰ (پ) می تواند به صورت جبری تحقیق شود. تابعی که این شکل را پیاده کرده است به سادگی با تئوری دمورگان قابل تبدیل به جمع حاصل ضرب هاست:

$$F = ((AB)'(CD)')' = AB + CD$$

مثال ۳-۱۰

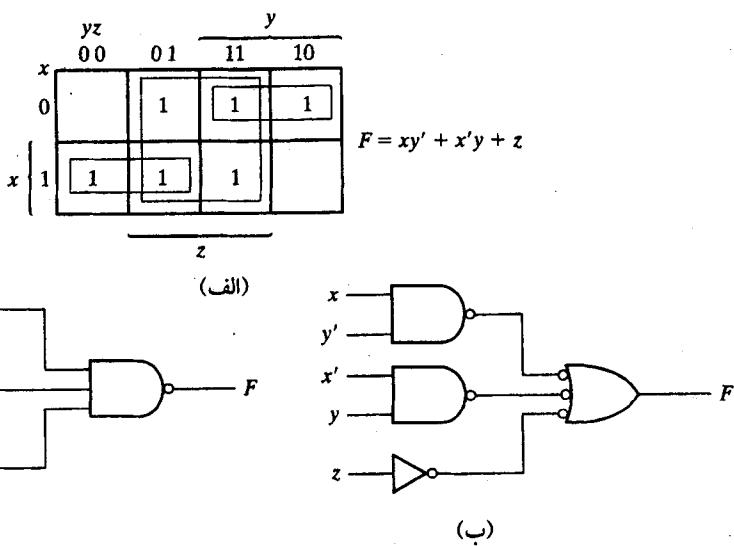
تابع بول زیر را با گیت های NAND پیاده کنید.

$$F(x, y, z) = (1, 2, 3, 4, 5, 7)$$

اولین قدم در تبدیل، ساده سازی تابع در جمع حاصل ضرب هاست. این کار به کمک نقشه شکل ۳-۲۱ (الف) انجام شده است و تابع حاصل به صورت زیر است.

$$F = xy' + x'y + z$$

پیاده سازی NAND دو سطحی در شکل ۳-۲۱ (ب) به صورت علامت مخلوط دیده می شود. توجه کنید که ورودی z باید یک گیت NAND یک ورودی باشد تا جباب موجود در گیت سطح دوم را جبران کند. روش دیگری برای ترسیم نمودار منطقی در شکل ۳-۲۱ (پ) نشان داده شده است. در اینجا تما



شکل ۳-۲۱. حل مثال ۳-۱۰

گیت‌های NAND با سمبول یکسان ترسیم شده‌اند. وارونگر با ورودی Z حذف شده است ولی متغیر ورودی متمم شده و با Z' نشان داده شده است.

روالی که در مثال قبل توصیف شد بیان می‌دارد که یک تابع بول می‌تواند با دو سطح (یا دو طبقه) گیت NAND پیاده‌سازی شود. روال تهیه نمودار منطقی NAND از تابع بول به قرار زیر است:

۱- تابع را ساده کرده آن را به فرم جمع حاصل ضرب‌ها بنویسید.

۲- برای هر جمله ضرب موجود در تابع که حداقل دو لیترال دارد یک گیت NAND بکشید. ورودی به هر یک گیت NAND لیترال‌های جمله‌اند. این مجموعه، گیت‌های سطح اول را تشکیل می‌دهد.

۳- در سطح دوم، یک گیت NAND با ورودی‌هایی که از خروجی‌های سطح اول می‌آیند بکشید. از سمبول گرافیکی invert-AND-invert استفاده نمایید.

۴- یک جمله با یک لیترال نیاز به یک وارونگر در اولین سطح دارد. با این وجود، اگر تک لیترال متمم شده است می‌توان آن را مستقیماً به گیت NAND سطح دوم وصل کرد.

مدارهای NAND چند سطحی

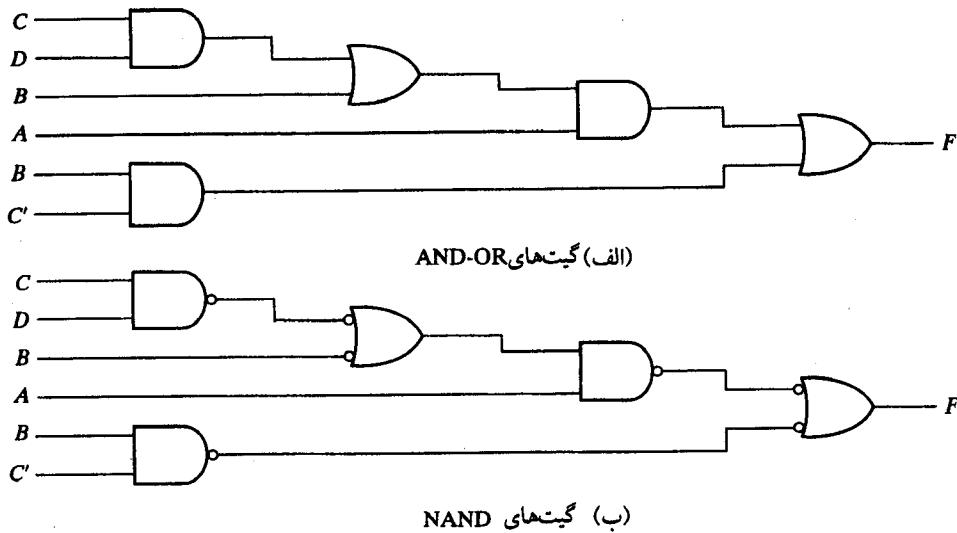
فرم استاندارد بیان توابع بول، پیاده‌سازی دو سطحی (طبقه) را نتیجه می‌دهد. مواردی وجود دارد که طراحی سیستم‌های دیجیتال یک ساختار گیتی با سه یا چند طبقه را نتیجه می‌دهد. رایج‌ترین روش طراحی مدارهای چند طبقه بیان تابع بول بر حسب عملیات AND، OR و NOT می‌باشد. سپس می‌توان تابع را با گیت‌های AND و OR پیاده‌سازی کرد. آنگاه در صورت لزوم تمام مدار را می‌توان به NAND تبدیل نمود. به عنوان مثال تابع بول زیر را ملاحظه کنید:

$$F = A(CD + B) + BC'$$

گرچه می‌توان پرانترها را حذف کرده و عبارت را به صورت جمع حاصل ضرب استاندارد در آورد، ولی آن را به عنوان یک مدار چند طبقه مورد بررسی قرار می‌دهیم. پیاده‌سازی AND-OR برای آن در شکل ۳-۲۲ (الف) نشان داده شده است. در مدار، چهار طبقه گیت دیده می‌شود. اولین طبقه دو گیت AND دارد. دومین طبقه یک گیت OR و به دنبال آن یک AND در طبقه سوم آمده و در طبقه چهارم هم یک OR ملاحظه می‌شود. با استفاده از علائم مخلوط، می‌توان یک نمودار منطقی با الگویی از سطوح متناوب AND و OR را به سادگی به مدار NAND تبدیل کرد. این تبدیل در شکل ۳-۲۲ (ب) دیده می‌شود. روال این است که هر گیت AND-invert را به سمبول AND-invert و هر گیت OR را به invert-OR تبدیل کنیم. مدار NAND حاصل، عملکرد یکسانی با نمودار AND-OR دارد به شرطی که در هر مسیر دو حباب وجود داشته باشد. حباب مربوط به ورودی B موجب می‌شود تا یک متمم اضافی صورت گیرد که باید آن را با متغیر ورودی مذکور به لیترال B' جبران کرد.

روال کلی نمودار چند طبقه AND-OR به نمودار تمام NAND با استفاده از علائم مخلوط به

شرح زیر است:



شکل ۳-۲۲. پیاده‌سازی $F = A(CD + B) + BC'$

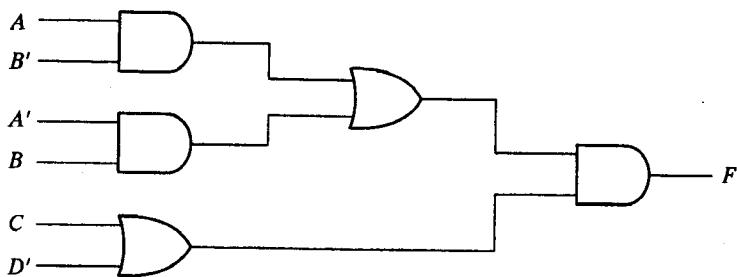
- ۱ همه گیت‌های AND را با استفاده از سمبل‌های گرافیکی به گیت NAND-invert تبدیل کنید.
- ۲ همه گیت‌های OR را با سمبل‌های گرافیکی OR-invert به NAND تبدیل نمایید.
- ۳ همه حباب‌ها را در نمودار چک کنید. برای هر حبابی که در یک مسیر جبران نشده است یک وارونگر گیت NAND یک ورودی) وارد کنید و یا لیترال ورودی را متمم نمایید.
به عنوان مثالی دیگر تابع بول چند سطحی زیر را ملاحظه کنید.

$$F = (AB' + A'B)(C + D')$$

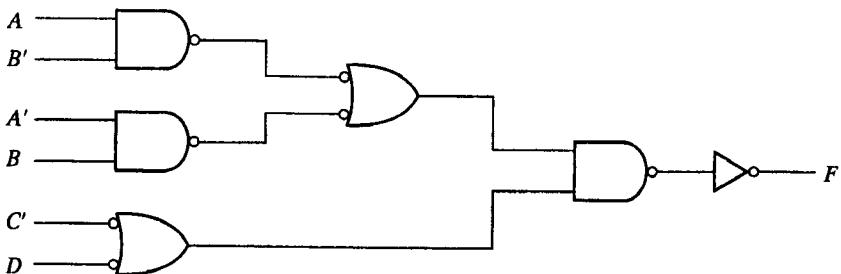
پیاده‌سازی AND-OR تابع در شکل ۳-۲۳ (الف) ملاحظه می‌شود که در آن سه طبقه گیت به کار رفته است. در بخش (ب) نمودار فرم تبدیل شده به آن با علائم مخلوط دیده می‌شود. دو حباب اضافی مربوط به ورودی‌های C و D' موجب متمم شدن آنها به C' و D می‌گردد. حباب موجود در گیت NAND خروجی، مقدار خروجی را متمم می‌کند بنابراین برای بدست آوردن مقدار اصلی تابع مجبوریم یک گیت وارونگر در خروجی به کار ببریم.

پیاده‌سازی NOR

عمل دوگان NOR است. بنابراین تمام روال‌ها و قوانین منطق NOR دوگان رووال‌های منتظر و قوانین حاصل در منطق NAND هستند. NOR گیت یونیورسال دیگری است که برای پیاده‌سازی هر تابع بول به کار می‌رود. پیاده‌سازی اعمال AND، OR و NOT با گیت‌های NOR در شکل ۳-۲۴ ملاحظه می‌گردد. عمل متمم، با گیت NOR یک ورودی حاصل شده و عیناً مثل وارونگر

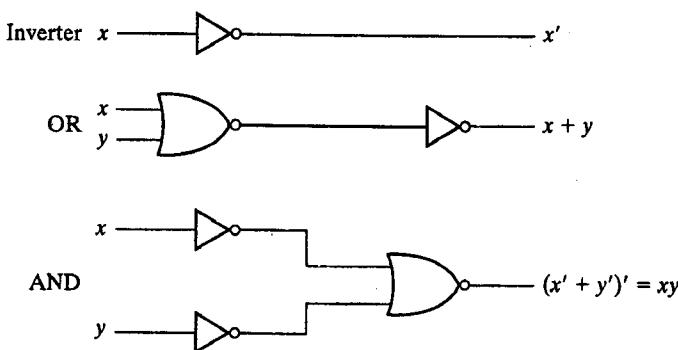


(الف) گیتهای AND-OR



(ب) گیتهای NAND

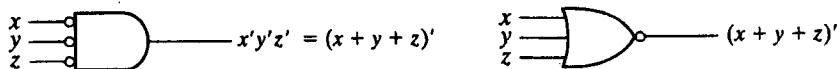
$$F = (AB' + A'B)(C + D') \quad \text{شکل ۳-۲۳. پیاده‌سازی}$$



شکل ۳-۲۴. عملیات منطقی با گیتهای NOR

عمل می‌کند. عمل OR نیاز به دو گیت NOR و عمل AND از یک گیت NOR که در هر ورودی اشن یک وارونگر دارد حاصل می‌شود.

دو سمبول گرافیکی برای علامت مخلوط در شکل ۳-۲۵ دیده می‌شود. سمبول OR-invert عمل OR را با یک NOR و به دنبال آن یک متمم تعریف می‌کند. هر دو سمبول عمل NOR یکسانی را به نمایش می‌گذارند و از نظر منطقی با توجه به تئوری دمورگان یکی هستند.



Invert-AND (ب)

OR-invert (الف)

شکل ۳-۲۵. دو سمبل گرافیکی برای گیت NOR

پیاده‌سازی دو طبقه با گیت‌های NOR لازم می‌دارد تا تابع به صورت ضرب حاصل جمع‌ها ساده شود. به خاطر دارید که عبارت ضرب حاصل جمع‌های ساده شده از نقشه با ترکیب ۰‌ها و متمم کردن آنها بدست می‌آید. عبارت ضرب حاصل جمع با گیت‌های OR در اولین سطح که جملات جمع را تولید می‌کنند پیاده‌سازی می‌شود. به دنبال آنها گیت AND برای تولید ضرب دیده می‌شود. تبدیل نمودار OR-AND به NOR با تبدیل گیت‌های OR به گیت NOR با استفاده از سمبل گرافیکی invert-AND صورت می‌گیرد. یک جمله تک لیترال که به یک گیت سطح دوم برود باید متمم گردد.

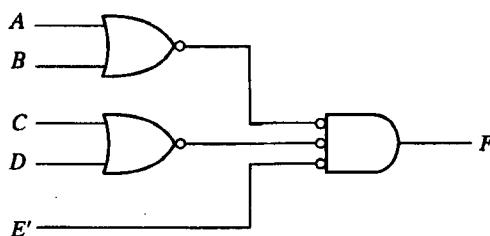
شکل ۳-۲۶ پیاده‌سازی یک تابع را به فرم ضرب حاصل جمع‌ها نشان می‌دهد:

$$F = (A + B)(C + D)E$$

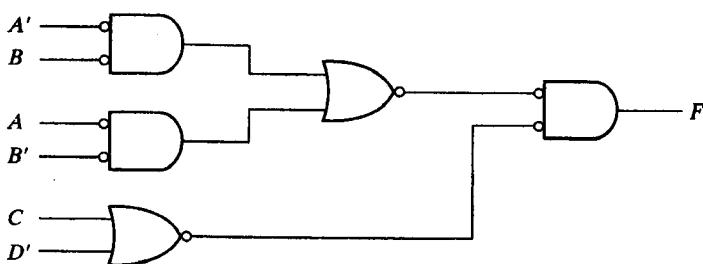
الگوی OR-AND را به سادگی با حذف حباب‌ها در طول هر مسیر می‌توان شناسایی کرد. متغیر E برای جبران سومین حباب در ورودی گیت سطح دوم متمم شده است. روال تبدیل یک نمودار AND-OR مشابه آنچه برای گیت‌های NAND دیدیم، می‌باشد. در حالت NOR، باید هر گیت OR را به یک گیت OR-invert و هر گیت AND را به یک گیت invert-AND تبدیل نماییم. هر حبابی که به وسیله حباب دیگر در همان مسیر جبران نشود نیاز به یک وارونگر یا متمم شدن لیترال ورودی دارد. تبدیل نمودار AND-OR شکل ۳-۲۳(الف) به یک نمودار NOR در شکل ۳-۲۷ نشان داده شده است. تابع بول برای این مدار به شکل زیر است

$$F = (AB' + A'B)(C + D')$$

نمودار معادل AND-OR را می‌توان با حذف حباب‌ها تشخیص داد. برای جبران حباب‌ها در چهار ورودی، لازم است لیترال‌های ورودی مربوطه متمم شوند



شکل ۳-۲۶. پیاده‌سازی $F = (A + B)(C + D)E'$



شکل ۳-۲۷. پیاده‌سازی (NOR) با گیت‌های

۳-۷ دیگر پیاده‌سازی‌های دو سطحی

گیت‌هایی که بیشتر در مدارهای مجتمع یافت می‌شوند از نوع NOR و NAND هستند. به همین دلیل، پیاده‌سازی‌های منطقی NAND و NOR از دیدگاه عملی مهمتراند. در بعضی از گیت‌های NOR یا NAND (و نه همه آنها) این امکان وجود دارد تا با اتصال سیم بین خروجی‌های دو گیت، یک تابع منطقی مشخص تولید کرد. این منطق را منطق سیم‌بندی یا سیمی می‌نامند. مثلًا گیت‌های TTL NAND کلکتور باز وقتی به هم گره زده شوند تولید منطق AND سیمی (Wired-AND) را می‌نمایند. گیت TTL کلکتور باز در فصل ۱۰-۱۱ شکل ۳-۲۸ (الف) ترسیم شده است. گیت AND با ترسیم خطوط تا مرکز NAND انجام می‌شود در شکل ۳-۲۸ (الف) ترسیم شده است. گیت AND با ترسیم خطوط تا مرکز گیت نشان داده شده تا بدین ترتیب از گیت‌های AND معمولی تفکیک شود. گیت AND سیمی (یا اتصالی) یک گیت فیزیکی نیست، بلکه فقط سمبولی برای نمایش تابع حاصل از اتصال سیمی است. تابع منطقی پیاده شده با مدار شکل ۳-۲۸ (الف) برابر زیر است.

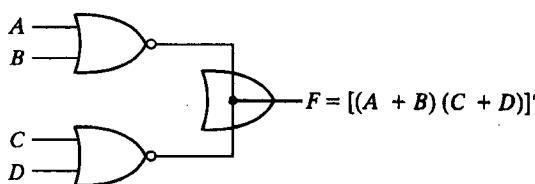
$$F = (AB)' \cdot (CD)' = (AB + CD)'$$

و به آن تابع AND-OR-INVERT می‌گویند.

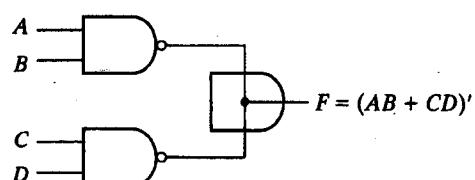
به طور مشابه خروجی NOR گیت‌های ECL برای اجرای یک تابع OR سیمی به هم گره زده می‌شوند. تابع منطقی پیاده‌سازی شده با مدار شکل ۳-۲۸ (ب) چنین است:

$$F = (A + B)' + (C + D)' = [(A + B)(C + D)]'$$

و به آن تابع OR-AND-INVERT می‌گویند.



(ب) OR سیمی در گیت‌های ECL



(الف) AND سیمی در گیت‌های TTL NAND کلکتور باز

شکل ۳-۲۸. منطق سیمی

یک گیت منطقی سیمی تولید گیت سطح دوم فیزیکی را نمی‌کند زیرا تنها یک اتصال سیمی است. با این وجود به هنگام بحث، مدارهای شکل ۳-۲۸ را به عنوان پیاده‌سازی‌های دو سطحی یا دو طبقه در نظر می‌گیریم. اولین طبقه متشکل از گیت‌های NAND (یا NOR) و دومین طبقه تنها یک گیت AND یا OR دارد. در بحث‌های بعدی اتصال سیمی در سمبل گرافیکی حذف می‌گردد.

فرم‌های مفید گیت‌ها

از نقطه نظر تئوری یافتن ترکیب‌های دو سطحی ممکن گیت‌ها آموزنده است. در اینجا چهار نوع گیت AND، OR، NAND و NOR را بررسی می‌کنیم. اگر یکی از انواع گیت‌ها را به سطح اول و نوعی دیگر را به سطح دوم نسبت دهیم، در می‌یابیم که ۱۶ ترکیب ممکن از فرم دو سطحی وجود دارد. می‌توان در هر دو سطح یک نوع گیت مانند NAND-NAND را هم به کار برد. هشت ترکیب از آنها، فرم زاید خوانده می‌شوند زیرا در حقیقت یک عمل ساده منطقی را انجام می‌دهند. این نکته در مواردی که هر دو سطح اول و دوم از گیت‌های AND تشکیل شده‌اند به خوبی مشهود است. خروجی مدار صرفاً تابع AND از همه متغیرهای ورودی است. هشت فرم مفید دیگر نوعی پیاده‌سازی جمع حاصلضرب‌ها و یا ضرب حاصل‌جمع‌ها را تولید می‌کند. این هشت فرم مفید عبارتند از:

AND-OR	OR-AND
NAND-NAND	NOR-NOR
NOR-OR	NAND-AND
OR-NAND	AND-NOR

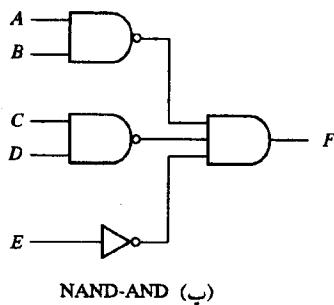
اولین گیت در هر یک از فرم‌های فوق سطح اول پیاده‌سازی را تشکیل می‌دهد. دومین گیت در لیست تنها گیتی است که در سطح دوم قرار گرفته است. توجه کنید هر دو فرمی که در یک سطر آمده‌اند دوگان یکدیگرند. فرم‌های OR-AND و AND-OR، فرم‌های دو سطح اصلی بحث شده در بخش ۳-۴ می‌باشند. فرم‌های NAND-NAND و NOR-NOR در بخش ۳-۶ ارائه شدند. چهار فرم باقیمانده نیز در این بخش بررسی می‌شوند.

پیاده‌سازی AND-OR-INVERT

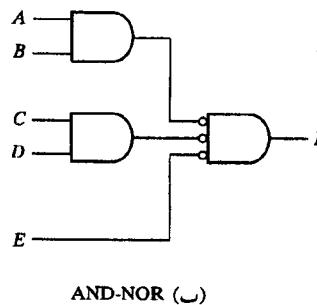
دو فرم AND-NOR و NAND-AND معادل یکدیگرند و می‌توان آنها را همزمان شرح داد. هر دو تابع طبق شکل ۳-۲۹، عمل AND-OR-INVERT را اجرا می‌کنند. فرم AND-NOR، همان عمل AND-OR با یک وارونگر در خروجی است. این فرم تابع زیر را پیاده‌سازی می‌کند.

$$F = (AB + CD + E)'$$

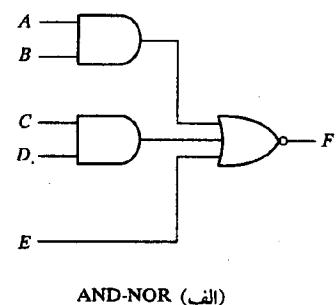
با استفاده از سمبل گرافیکی معادل دیگری برای گیت NOR، نمودار شکل ۳-۲۹ (ب) بدست می‌آید. توجه کنید که تک متغیر E متمم نشده است زیرا تنها تغییر، در سمبل گرافیکی گیت NOR صورت گرفته است. اکنون جباب‌ها را از پایانه‌های ورودی گیت سطح دوم به پایانه‌های خروجی گیت‌های سطح



(ب) NAND-AND



(ب) AND-NOR



(الف) AND-NOR

$$F = (AB + CD + E)' : \text{AND-OR-INVERT}$$

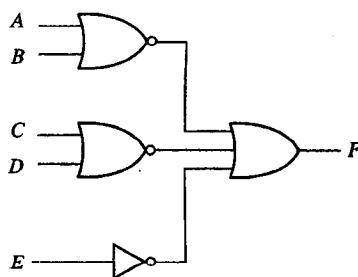
اول انتقال می‌دهیم. برای جبران هر حباب یک وارونگر در ازاء هر متغیر لازم است. به همین ترتیب می‌توان وارونگر را حذف کرد به شرطی که E متمم شود. مدار شکل ۳-۲۹ (پ)، فرم NAND-AND می‌توانند شکل ۳-۲۸ AND-OR-INVERT را بخشنادن E نشان داده است.

پیاده‌سازی AND-OR نیاز به یک عبارت جمع حاصلضرب‌ها دارد. پیاده‌سازی AND-OR-INVERT مشابه آن است، به جز این که یک وارونگر اضافی دارد. بنابراین اگر متمم تابع به صورت جمع حاصلضرب‌ها ساده شود (با ترکیب ۰ ها در نقشه)، می‌توان F' را با بخش AND-OR تابع پیاده‌سازی کرد. وقتی که F' از داخل وارونگر عبور کند، خروجی F تابع را تولید می‌نماید. مثالی در مورد پیاده‌سازی AND-OR-INVERT به دنبال آمده است.

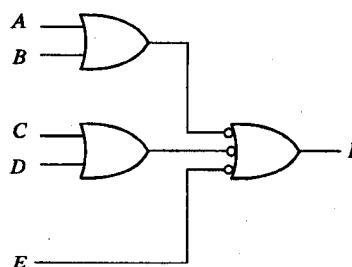
پیاده‌سازی OR-AND-INVERT

فرم‌های OR-OR و OR-NAND تابع NOR-AND-INVERT را اجرا می‌کنند. این فرم‌ها در شکل ۳-۳۰ نشان داده شده‌اند. فرم OR-AND، فرم OR-NAND را تداعی می‌کند. به جز این که در خروجی گیت NAND، عمل متمم با حباب انجام می‌شود. در این شکل تابع زیر پیاده‌سازی شده است.

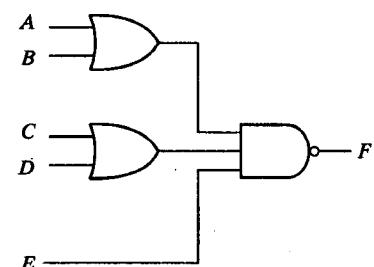
$$F = [(A + B)(C + D)E]'$$



(ب) NOR-OR



(ب) OR-NAND



(الف) OR-NAND

$$F = [(A + B)(C + D)E]': \text{OR-AND-INVERT}$$

جدول ۳-۳. پیاده‌سازی با دیگر فرم‌های دو طبقه

دریافت خروجی از	ساده کردن F' در	مجموع حاصلضربها بوسیله ترکیب ۰ ها در نقشه	پیاده‌سازی تابع	معادل فرم مفید
(a)	(b)*			
AND-NOR	NAND-AND	AND-OR-INVERT	Mجموع حاصلضربها بوسیله ترکیب ۰ ها در نقشه	
OR-NAND	NOR-OR	OR-AND-INVERT	ضرب حاصلجمعها با ترکیب ۱ ها در نقشه و سپس مکمل سازی	

* فرم (b) برای یک جمله تک لیترال به یک وارونگر نیاز دارد.

با استفاده از فرم دیگر گیت NAND نمودار شکل ۳-۳۰ (ب) بدست می‌آید. مدار در (پ) با انتقال دوایر کوچک از ورودی‌های گیت سطح دوم به خروجی‌های گیت‌های سطح اول حاصل می‌گردد. مدار شکل ۳-۳۰ (پ) یک فرم NOR-OR است و قبلاً برای پیاده‌سازی تابع OR-AND-INVERT در شکل ۳-۲۸ نشان داده شد.

پیاده‌سازی OR-AND-INVERT به عبارتی به فرم ضرب حاصل جمع‌ها احتیاج دارد. اگر متمم تابع به صورت ضرب حاصل جمع‌ها ساده شود می‌توانیم F' را با بخش OR-AND را با بخش INVERT می‌کنیم. پس از عبور F' از بخش INVERT، متمم F' یعنی F در خروجی حاصل خواهد شد.

خلاصه جدول وار و مثال

جدول ۳-۳ روش‌های پیاده‌سازی یک تابع بول را در هر یک از چهار فرم دو سطحی خلاصه کرده است. بدليل بخش INVERT در هر حالت، استفاده از ساده سازی F' تابع مناسب‌تر است. وقتی که F' به یکی از این فرم‌ها پیاده سازی شود، متمم تابع را در فرم OR-AND یا AND-OR پیاده سازی کردایم. چهار فرم دو سطحی این تابع را معکوس نموده و خروجی متمم F' خواهد بود. این خروجی نرمال یعنی F است.

مثال ۳-۱۱

تابع شکل ۳-۳۱ (الف) را به فرم دو سطحی لیست شده در جدول ۳-۳ پیاده‌سازی کنید.

متمم تابع با ترکیب ۰ ها در نقشه به فرم جمع حاصلضرب‌های ساده شده بدست می‌آید.

$$F' = x'y + xy' + z$$

خروجی نرمال این تابع می‌تواند به صورت زیر بیان شود.

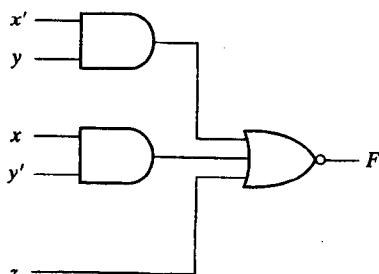
$$F = (x'y + xy' + z)'$$

yz		y		
x	00	01	11	
0	1	0	0	0
1	0	0	0	1

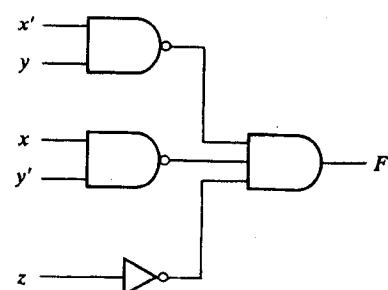
$$F = x'y'z' + xyz'$$

$$F' = x'y + xy' + z$$

(الف) ساده سازی نقشه در جمع حاصل ضرب ها

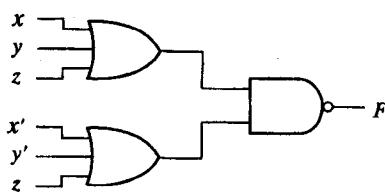


AND-NOR

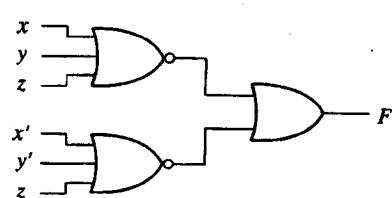


NAND-AND

$$F = (x'y + xy' + z)' \quad (\text{ب})$$



OR-NAND



NOR-OR

$$F = [(x + y + z)(x' + y' + z)]' \quad (\text{ب})$$

شکل ۳-۳۱. دیگر پیاده سازی های دو طبقه

که به فرم AND-OR-INVERT است. پیاده سازی های AND-NOR و NAND-AND در شکل ۳-۳۱ (ب) دیده می شوند. توجه کنید که در پیاده سازی NAND-AND به گیت NAND یک ورودی یا گیت وارونگر نیاز است، ولی در حالت AND-NOR به آن نیازی نیست. اگر در عوض z استفاده کنیم به وارونگر احتیاجی نیست.

فرم های OR-AND-INVERT نیاز به عملیات ساده شده ای از متمم تابع به فرم ضرب حاصل جمع ها دارد. برای تهیه این عبارت، ابتدا ۱ ها را در نقشه ترکیب می کنیم

$$F = x'y'z' + xyz'$$

آنگاه متمم تابع را بدست می‌آوریم.

$$F' = (x + y + z)(x' + y' + z)$$

خروجی نرمال F اکنون به فرم زیر نوشته می‌شود.

$$F = [(x + y + z)(x' + y' + z)]'$$

که به فرم OR-AND-INVERT بیان شده است. با استفاده از این عبارت تابع را می‌توانیم به فرم NOR-OR یا OR-NAND نیز پیاده‌کنیم، شکل ۳-۳۱(ب).



۳-۸ تابع OR انحصاری

OR انحصاری (XOR) که با علامت \oplus نشان داده می‌شود یک عملگر منطقی است که تابع بولی زیر را اجرا می‌نماید:

$$x \oplus y = xy' + x'y$$

این تابع هنگامی برابر 1 است که فقط x یا y برابر 1 باشند، ولی هر دو آنها به طور همزمان 1 نباشند. NOR انحصاری (XNOR) که به آن همارزی هم می‌گویند عمل زیر را اجرا می‌نماید.

$$(x \oplus y)' = xy + x'y'$$

هنگامی این تابع برابر 1 است که هر دو متغیر x و y به طور همزمان برابر 1 یا برابر 0 باشند. به کمک جدول درستی یا دستکاری جبری می‌توان نشان داد که NOR انحصاری متمم OR انحصاری است:

$$(x \oplus y)' = (xy' + x'y)' = (x' + y)(x + y') = xy + x'y'$$

روابط زیر در مورد OR انحصاری معتبرند

$$x \oplus 0 = x$$

$$x \oplus 1 = x'$$

$$x \oplus x = 0$$

$$x \oplus x' = 1$$

$$x \oplus y' = x' \oplus y = (x \oplus y)'$$

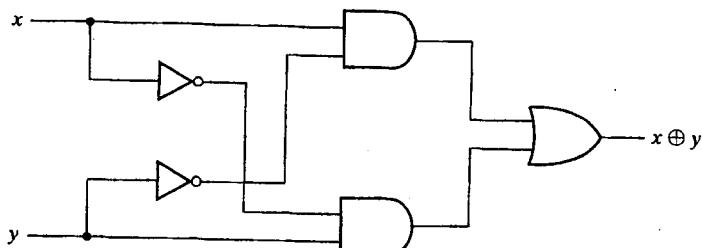
هر یک از این روابط می‌تواند با به کارگیری جدول درستی و جایگزینی \oplus با عبارت بولی همارزی ثابت شود. و نیز می‌توان نشان داد که عمل OR انحصاری خاصیت جابجایی و شرکت‌پذیری را دارد. یعنی:

$$A \oplus B = B \oplus A$$

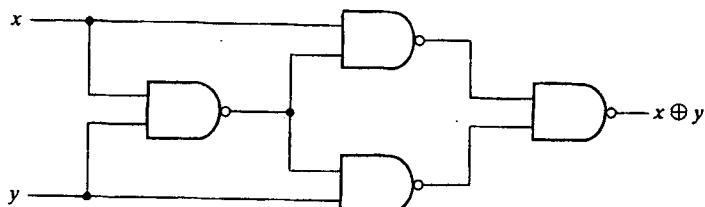
و

$$(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C) = A \oplus B \oplus C$$

این بدان معنی است که دو ورودی گیت OR انحصاری بدون تأثیر بر عمل قابل تعویض‌اند. و نیز به این معنی است که یک عمل OR انحصاری سه متغیره را نیز می‌توانیم ارزیابی کنیم و به همین دلیل سه متغیر یا بیشتر را بدون پرانتز بیان می‌نماییم. با این وجود گیت‌های OR انحصاری با ورودی‌های متعدد مشکل ساخت سخت‌افزاری را دارند. در واقع، حتی تابع دو ورودی آن هم با انواع گیت‌های دیگر ساخته



(الف) با گیت‌های AND-OR-NOT



(ب) با گیت‌های NAND

شکل ۳-۳۲. پیاده‌سازی XOR

می‌شود. یک تابع OR انحصاری دو ورودی که با گیت‌های معمولی AND، OR و NOT ساخته شده در شکل ۳-۳۲ (الف) دیده می‌شود. شکل ۳-۳۲ (ب) پیاده‌سازی OR انحصاری را با چهار گیت NAND نشان می‌دهد. گیت اول عمل '(xy)' = $(x' + y')'$ را اجرا می‌کند. مدارهای NAND دو طبقه دیگر جمع حاصلضرب ورودی‌ها را تهیه می‌نماید:

$$(x' + y')x + (x' + y')y = xy' + x'y = x \oplus y$$

تنها توابع بولی محدودی بر حسب OR انحصاری بیان می‌شوند. با این وجود این تابع به کرات ضمن طراحی سیستم‌های دیجیتال به کار گرفته می‌شود. خصوصاً در عملیات حسابی و خطایابی و تصحیح خطای بسیار مفید است.

تابع فرد

عملگر OR انحصاری با سه متغیر یا بیشتر را می‌توان با جایگزینی سمبول \oplus با عبارت بولی معادلش به یک تابع بولی معمولی تبدیل کرد. بخصوص، حالت سه متغیره را می‌توان به یک عبارت بولی مطابق

$$\begin{aligned} A \oplus B \oplus C &= (AB' + A'B)C' + (AB + A'B')C \\ &= AB'C' + A'BC' + ABC + A'B'C \\ &= \Sigma(1, 2, 4, 7) \end{aligned}$$

عبارت بول بوضوح نشان می‌دهد که تابع OR انحصاری سه متغیره برابر با ۱ است به شرطی که فقط

BC		B			
00		01		11	
10					
A 0	1		1		
		1		1	
A 1		1			1
			1		

(ب) تابع زوج
 $F = (A \oplus B \oplus C)'$

BC		B			
00		01		11	
10					
A 0			1		
					1
A 1	1				1

(الف) تابع فرد
 $F = A \oplus B \oplus C$

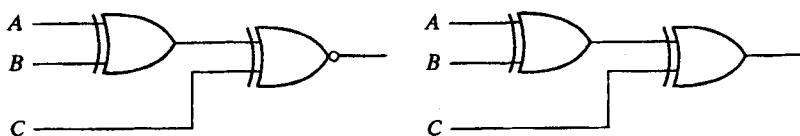
شکل ۳-۳۲. نقشه تابع XOR سه متغیر

یک متغیر ۱ باشد و یا هر سه متغیر برابر ۱ باشند. برخلاف حالت دو متغیره، که فقط یک متغیر باید برابر ۱ می‌بود، در حالت سه یا چند متغیر، نیاز این است که تعداد فردی از متغیرها برابر ۱ باشند. در نتیجه عمل XOR چند متغیره را تابع فرد می‌خوانند.

تابع بول حاصل از عمل XOR سه متغیره به صورت جمع چهار میترم است که مقادیر عددی آنها ۰۰۰، ۰۱۰، ۱۰۰ و ۱۱۱ می‌باشد. هر یک از این اعداد دو دویی تعداد فردی ۱ دارند. چهار میترم دیگری که در تابع لحاظ نشده‌اند ۰۰۰، ۰۱۱، ۱۰۱ و ۱۱۰ بوده و تعداد زوچی ۱ در مقدار دو دویی آنها وجود دارد. به طور کلی تابع XOR با n متغیر یک تابع فرد است که به صورت جمع $2^n/2$ میترم که مقادیر عددی آنها تعداد فردی ۱ دارد بیان می‌شود.

تعريف یک تابع فرد را با ترسیم آن در یک نقشه شفاف‌تر می‌کنیم. شکل ۳-۳۳ (الف) نقشه را برابر تابع XOR سه متغیره نشان می‌دهد. چهار میترم تابع یک مریع در میان با هم فاصله دارند. تابع فرد از چهار میترمی که مقادیر دو دویی اش تعداد فردی ۱ دارند شناسایی می‌شود. متمم یک تابع فرد، یک تابع زوچ است. طبق شکل ۳-۳۳ (ب)، تابع زوچ سه متغیره هنگامی ۱ است که تعداد زوچی متغیر در یک میترم، ۱ باشد (از جمله میترمی که هیچ یک از متغیرها در آن ۱ نیست).

تابع فرد ۳ ورودی را می‌توان باگیت دو ورودی هم طبق شکل ۳-۳۴ (الف) پیاده‌سازی کرد. متمم یک تابع فرد با جایگزینی گیت خروجی با یک گیت XNOR طبق شکل ۳-۳۴ (ب) بدست می‌آید. اگرچه عملکرد XOR چهار متغیره را ملاحظه کنید. با دستکاری جبری، می‌توانیم جمع میترم‌های



(ب) تابع زوچ سه ورودی

(الف) تابع فرد سه ورودی

شکل ۳-۳۴. نمودار منطقی توابع فرد و زوچ

		CD		C			
		00	01	11	10		
AB	00	1		1			
	01		1		1		
	11	1		1			
	10		1		1		
		D		D			
		(ب) تابع زوج		(الف) تابع فرد			
		$F = (A \oplus B \oplus C \oplus D)'$		$F = A \oplus B \oplus C \oplus D$			

شکل ۳-۳۵. نقشه برای تابع XOR چهار متغیره

این تابع را بدست آوریم.

$$\begin{aligned}
 A \oplus B \oplus C \oplus D &= (AB' + A'B)(CD' + C'D) \\
 &= (AB' + A'B)(CD + C'D') + (AB + A'B')(CD' + C'D) \\
 &= \Sigma(1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14)
 \end{aligned}$$

برای تابع بول چهار متغیره ۱۶ میترم وجود دارد. نیمی از میترم‌ها دارای تعداد فردی ۱ در مقادیر عددی خود هستند؛ نیمه دیگر دارای تعداد زوجی ۱ در میترم می‌باشند. هنگام ترسیم تابع در نقشه، مقدار عدد دو دویی هر میترم از اعداد سطر و ستون مربعی که میترم را نمایش می‌دهد بدست می‌آید. نقشه شکل ۳-۳۵ (الف) مربوط به تابع XOR چهار متغیره است. این یک تابع فرد است زیرا مقادیر دو دویی همه میترم‌ها تعداد فردی ۱ دارند. متمم یک تابع فرد هم یک تابع زوج است. طبق شکل ۳-۳۵ (ب) تابع زوج چهار متغیره هنگامی ۱ است که تعداد زوجی از متغیرها در میترم برابر ۱ باشد.

تولید و چک توازن

تابع XOR در سیستم‌هایی که به کدهای عیب‌یاب و تصحیح‌کننده خطای نیاز دارند بسیار مفیدند. همانطور که در بخش ۱-۷ ملاحظه شد، یک بیت توازن به منظور تشخیص خطای در حین انتقال اطلاعات دو دویی به آن اضافه می‌شود. بیت توازن، بیتی اضافی است که با پیام دو دویی همراه می‌شود تا تعداد ۱‌ها را زوج یا فرد کند. پیام، از جمله بیت توازن، ارسال و سپس در مقصد برای تشخیص خطای چک می‌شود. اگر توازن چک شده با آنچه ارسال شده است تطابق نداشت. یک خطای اعلام می‌گردد. مداری که بیت توازن را در فرستنده تولید می‌کند، مولد توازن نامیده می‌شود. مداری که توازن را در سمت گیرنده چک می‌کند چک کننده توازن خوانده می‌شود.

جدول ۴-۳. جدول درستی مولد توازن زوج

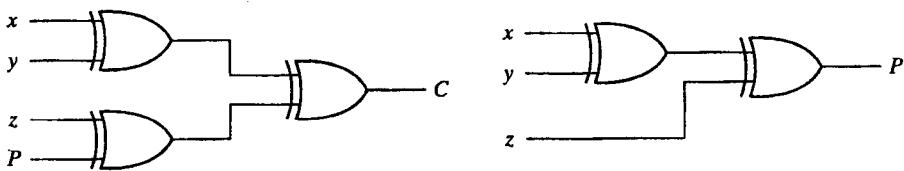
پیام سه بیتی			بیت توازن
<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>	<i>P</i>
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

به عنوان مثال، فرض کنید بخواهیم یک پیام سه بیتی را همراه با یک بیت توازن زوج ارسال کنیم. جدول ۴-۳، جدول درستی را برای مولد توازن نشان می‌دهد. سه بیت *x* و *y* و *z* که پیام را تشکیل می‌دهند ورودی به مدار هستند. بیت توازن *P*، خروجی است. برای توازن زوج، بیت *P* باید طوری باشد که تعداد کل ۱ ها را زوج کند (از جمله *P*). از جدول درستی می‌بینیم که *P* یک تابع فرد را تشکیل می‌دهد زیرا برای میترم‌هایی که تعداد فردی ۱ دارند باید برابر ۱ شود. بنابراین *P* به صورت یک تابع XOR سه متغیره بیان می‌شود.

$$P = x \oplus y \oplus z$$

نمودار منطقی مولد توازن در شکل ۳-۳۶ (الف) ملاحظه می‌شود.

سه بیت پیام، همراه با بیت توازن به مقصد ارسال می‌شوند و در آنجا به مدار چک کننده توازن برای چک کردن خطای محتمل به هنگام ارسال، وارد می‌گردند. چون اطلاعات با توازن زوج ارسال شده است، چهار بیت دریافتی باید تعداد زوجی ۱ داشته باشد. خطا در حین انتقال هنگامی رخ می‌دهد که چهار بیت دریافتی تعداد فردی ۱ دارد، و این به معنی رخداد خطأ در حین انتقال است. خروجی چک کننده توازن که با *C* مشخص شده است به هنگام رخداد خطأ برابر ۱ می‌شود. یعنی اگر چهار بیت دریافتی تعداد فردی ۱ داشته باشد خطأ رخ داده است. جدول ۳-۵ جدول درستی برای چک کننده توازن زوج است. با توجه به آن ملاحظه می‌شود که تابع *C* مشکل از هشت میترم با مقادیر دو دویی دارای تعداد فردی ۱ است. این مطالب مربوط به نقشه ۳-۳۵ (الف) است که تابع فرد را نشان می‌دهد. می‌توان



(ب) چک کننده توازن زوج ۴ بیتی

(الف) مولد توازن زوج ۳ بیتی

شکل ۳-۳۶. نمودار منطقی مولد و چک کننده توازن

تابع OR انحصاری

۱۰۲

جدول ۳-۵. جدول درستی چک کننده توازن زوج

چهار بیت دریافتی				چک خطای توازن
x	y	z	p	c
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

چک کننده توازن را با گیت های XOR پیاده سازی کرد:

$$C = x \oplus y \oplus z \oplus p$$

نمودار منطقی چک کننده توازن در شکل ۳-۳۶ (ب) ملاحظه می گردد.

لازم به تذکر است که مولد توازن را با مدار شکل ۳-۳۶ (ب) نیز می توان تولید کرد به شرطی که ورودی P به منطق 0 متصل گردد و خروجی نیز با P نامگذاری شود. دلیل این است که $z \oplus 0 = z$ بوده و موجب می شود تا z از گیت بدون تغییر عبور کند. مزیت این است که برای هر دو مدار تولید و چک کننده توازن از یک مدار مشابه می توان استفاده کرد.

با توجه به مثال قبل واضح است کهتابع مولد توازن و نیز چک کننده دارای نیمی از کل میترم ها هستند و مقادیر عددی آنها تعداد زوج یا فردی 1 دارند. در نتیجه می توان آنها را با گیت های XOR پیاده سازی کرد. تابعی با تعداد زوجی 1 متمم تابع فرد است. این تابع با XOR پیاده سازی می شود ولی گیت واقع در خروجی باید XNOR باشد تا متمم لازم را تولید نماید.

۳-۹ زبان توصیف سخت افزاری (HDL)

زبان توصیف سخت افزاری ، زبانی است که سخت افزار سیستم های دیجیتال را به فرم منطقی توصیف می نماید. در واقع این زبان، یک زبان برنامه نویسی است، ولی خصوصاً حول توصیف ساختارهای سخت افزاری و رفتار آنها بنا نهاده شده است. می توان از آن برای نمایش نمودارهای منطقی، عبارات بولی و دیگر مدارهای دیجیتال پیچیده استفاده کرد. HDL به عنوان یک زبان مستند سازی برای نمایش و

مستند کردن سیستم‌های دیجیتال به کار می‌رود به نحوی که قابل خواندن به وسیله انسان‌ها و کامپیوترها می‌باشد. این زبان به عنوان زبان تبادل بین دو طراح هم به کار می‌رود. محتوای زبان به طور مؤثر و نیز به سادگی قابل ذخیره، بازیابی و پردازش به وسیله نرم‌افزار کامپیوتر است. در پردازش HDL دو کاربرد وجود دارد: شبیه‌سازی و سنتز.

شبیه‌سازی منطقی نمایشی از ساختار و رفتار یک سیستم منطقی دیجیتال به کمک کامپیوتر است. یک شبیه‌ساز توصیف HDL را تفسیر کرده و یک خروجی قابل خواندن مانند نمودار زمانی، تولید می‌نماید و بدین وسیله رفتار سخت افزار را قبل از ساخت پیش‌بینی می‌نماید. HDL امکان تشخیص خطای عملیاتی در طراحی را بدون نیاز به خلق فیزیکی آن، فراهم می‌سازد. خطاهایی که در حین شبیه‌سازی شناسایی می‌شوند را می‌توان با اصلاح عبارت مربوطه در HDL رفع کرد. امکاناتی که عملیات طرح را تست می‌کند، بر قاعده تست می‌نمایند. بنابراین برای شبیه‌سازی یک سیستم، طرح ابتدا در HDL توصیف شده و سپس صحت عمل آن با شبیه‌سازی طرح و تست آن به وسیله برنامه تست که در HDL نوشته می‌شود، تحقیق می‌گردد.

سنتز منطقی فرآیندی است که طی آن از قطعات و اتصال بین آنها به نام netlist در مدل سیستم دیجیتالی که در HDL توصیف شده است لیستی تهیه می‌گردد. سطح گیت را می‌توان در ساخت یک مدار مجتمع یا طرح بورد مدار چاپی به کار برد. سنتز منطقی مشابه با کامپایل یک برنامه در یک زبان سطح بالاست. تفاوت در این است که، در عوض تولید کد متنج، یک بانک اطلاعاتی تولید می‌نماید که در آن دستورالعمل‌های ساخت یک قطعه سخت افزار دیجیتال فیزیکی توصیف شده باشد HDL آمده است. سنتز منطقی بر روای های مبتنی است که مدارهای دیجیتال را پیاده‌سازی می‌کنند و شامل آن بخش از یک طراحی دیجیتال است که قابل اتوماتیک شدن با نرم‌افزار کامپیوتر باشد.

در صنعت HDL‌های انحصاری متعددی وجود دارند که به وسیله کمپانی‌ها برای طراحی یا کمک به طراحی مدارهای مجتمع ساخته شده‌اند. دو استاندارد HDL به وسیله IEEE پشتیبانی می‌شوند: VHDL و Verilog. VHDL یک زبان تحت کنترل وزارت دفاع بود که در حال حاضر به صورت تجاری و در دانشگاه‌ها استفاده می‌شود. Verilog به عنوان یک زبان انحصاری که به وسیله کمپانی Cadence Data System ارتقاء یافت، ولی بعد کنترل آن را به مجموعه‌ای از کمپانی‌ها به نام VHDL محول کرد. Open Verilog International (OVI) نسبت به Verilog زبان سخت‌تری است. چون Verilog برای یادگیری ساده‌تر است، ما آن را در این کتاب انتخاب کردی‌ایم. با این وجود، توصیف‌های Verilog HDL لیست شده در سرتاسر این کتاب تنها درباره Verilog نیست، بلکه معرفی مفهوم نمایش سیستم‌های دیجیتال به کمک کامپیوتر به وسیله نوعی زبان توصیف سخت‌افزاری است.

نمایش مدول

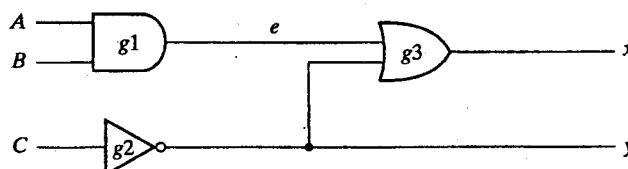
دارای دستور زبانی است که دقیقاً ساختارهای مجازی که در زبان می‌توانند به کار روند را توصیف می‌نماید. خصوصاً Verilog حدود 100 کلمه کلیدی از پیش تعریف شده، حروف

کوچک و شناسه‌هایی دارد که ساختار زبان را تعریف می‌کنند. مثال‌هایی از کلمات کلیدی عبارتند از module، endmodule، input، output، wire، or، and، not وغیره. هر متن بین دو اسلش (//) و انتهای خط به عنوان یک توضیح تفسیر می‌گردد. فاصله‌های Blank و نام‌ها حساس به اندازه هستند، و این بدان معنی است که حروف بزرگ و کوچک با هم متفاوتند. در Verilog مدول یک بلوک ساختاری است. این دستور با کلمه کلیدی module آغاز و با کلمه کلیدی endmodule پایان می‌یابد. اکنون برای تشریح بعضی از مفاهیم زبان مثال ساده‌ای را تشریح می‌کنیم.

توصیف HDL مدار شکل ۳-۳۷ در مثال ۱-۳۷ HDL نشان داده شده است. خطی که دو اسلش دارد توضیحات است و عمل مدار را توضیح می‌دهد. دو مین خط، مدول را همراه با نام و لیستی از پورت‌ها مشخص می‌کند. نام (در اینجا smpl-circuit) یک شناسه است که برای ارجاع به مدول به کار رفته است. شناسه‌ها نام‌هایی هستند که به متغیرها داده می‌شوند و به این ترتیب در طراحی قابل ارجاع می‌گردند. آنها از کاراکترهای الفبا عددی و زیرخط (_) ساخته می‌شوند و حساس به اندازه‌اند. شناسه‌ها باید با کاراکتر الفبایی و یا خط تبره شروع شوند. آنها را نمی‌توان با عدد شروع کرد. Port List رابطه بین مدول برای تبادل اطلاعات (مخابره) با محیط است. در این مثال پورت‌ها، ورودی‌ها و خروجی‌های مدارند. Port List بین پرانتزها محصور شده و از ویرگول برای جدا کردن عناصر لیست استفاده می‌شود. عبارت با نقطه ویرگول (:) پایان می‌یابد. همه کلمات کلیدی که باید به حروف کوچک باشند به متظور وضوح با خط پرنگ چاپ می‌شوند، ولی این نیاز زبان نیست. سپس input و output بیان می‌دارند که کدام پورت‌ها ورودی و کدام خروجی هستند. اتصالات درونی در نقش سیم‌ها می‌باشند. مدار دارای یک اتصال داخلی در e بوده و با کلمه کلیدی wire بیان می‌شود. ساختار مدار با گیت‌های اصلی از پیش تعریف شده به عنوان کلمه کلیدی مشخص می‌گردد. معرفی هر گیت با یک نام اختیاری مثل g1، g2 وغیره و به دنبال آن خروجی و ورودی‌هایی که با ویرگول از هم جدا شده و در داخل

مثال ۱-۳۷ HDL

```
//Description of simple circuit Fig. 3-37
module smpl_circuit(A,B,C,x,y);
    input A,B,C;
    output x,y;
    wire e;
    and g1(e,A,B);
    not g2(y, C);
    or g3(x,e,y);
endmodule
```



شکل ۳-۳۷. مداری برای نمایش HDL

پرانتزآنده، صورت می‌گیرد. همواره خروجی در ابتدا معروفی می‌شود و پس از آن ورودی ذکر می‌گردد. مثلاً گیت OR که $g3$ نامیده شده، دارای خروجی x و ورودی‌های e و y است. توصیف مدول با کلمه کلیدی endmodule خاتمه می‌یابد. توجه کنید که هر عبارت با یک نقطه ویرگول (:) پایان می‌پذیرد، ولی پس از نقطه ویرگول گذاشته نمی‌شود.

تأخیر در گیت‌ها

هنگام استفاده از HDL در شبیه‌سازی، گاهی لازم است مقداری تأخیر بین ورودی تا خروجی گیت در نظر گرفته شود. در Verilog تأخیر بر حسب واحدهای زمانی و سمبول $\#$ معین می‌گردد. ارتباط یک واحد زمانی با زمان فیزیکی با استفاده از رهمنمون کامپایلر timescale انجام می‌شود. رهمنمون‌های کامپایلر با سمبول " " (backqoute) شروع می‌شوند. چنین رهمنمونی قبل از اعلان مدول مشخص می‌گردد. مثالی از رهمنمون timescale در زیر آمده است.

'timescale 1ns/100ps

عدد اول نشان‌دهنده واحد اندازه‌گیری برای زمان‌های تأخیر است. عدد دوم دقتی که تحت آن تأخیرها گرد شده‌اند را نشان می‌دهد که در این حالت 0.1ns است. اگر timescale مشخص نشود، شبیه‌ساز واحد زمان معینی را، مثل 1ns ، پیش‌فرض می‌کند. در این کتاب، واحد زمان پیش‌فرض را انتخاب خواهیم کرد. مثال ۳-۲ HDL توصیف مثال قبلی را همراه با تأخیر در هر گیت مشخص می‌نماید. گیت‌های NOT، OR و AND به ترتیب زمان تأخیر 30ns ، 20ns و 10ns را دارند. اگر مدار شبیه‌سازی شود و ورودی‌ها از ۰۰۰ به ۱۱۱ تغییر یابند، خروجی‌ها طبق جدول ۳-۶ تغییر می‌کنند. خروجی وارونگر در y پس از تأخیر 10ns از ۱ به ۰ تغییر می‌یابد. خروجی گیت AND در e پس از 30ns تأخیر از ۰ به ۱ تغییر می‌کند. خروجی گیت OR در x در $t=30\text{ns}$ از ۱ به ۰ می‌رود و سپس در $t=50\text{ns}$ به ۱ باز می‌گردد. در هر دو حالت، تغییر در خروجی گیت OR از تغییری که در 20ns قبل در ورودی اش اتفاق می‌افتد، ناشی می‌شود. واضح است که هر چند خروجی x پس از تغییرات ورودی نهایتاً در ۱ ثبات پیدا می‌کند، تأخیرهای گیتی قبل از آن برای مدت 20ns یک جرقه منفی ایجاد می‌نمایند.

برای شبیه‌سازی یک مدار با HDL، لازم است ورودی‌ها را برای شبیه‌ساز به مدار اعمال کنیم تا پاسخ خروجی تولید گردد. یک توصیف HDL که محرک را برای یک طرح فراهم می‌کند برنامه تست

مثال ۳-۲

```
//Description of circuit with delay
module circuit_with_delay (A,B,C,x,y);
    input A,B,C;
    output x,y;
    wire e;
    and #(30) g1(e,A,B);
    or #(20) g3(x,e,y);
    not #(10) g2(y,C);
endmodule
```

جدول ۳-۶. خروجی گیت‌ها پس از تأخیر

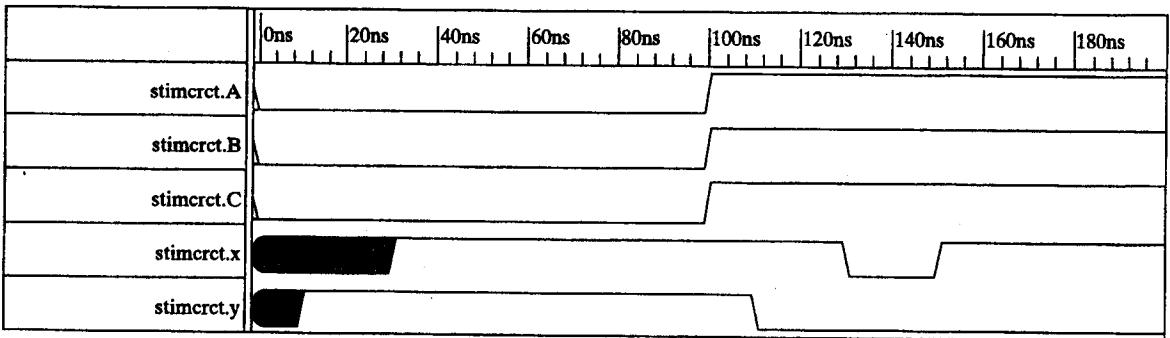
واحد زمانی (ns)	ورودی		خروجی
	ABC	y e x	
تغییر اولیه	000	1 0 1	
-	111	1 0 1	
10	111	0 0 1	
20	111	0 0 1	
30	111	0 1 0	
40	111	0 1 0	
50	111	0 1 1	

خوانده می‌شود. نوشتن برنامه‌های تست در انتهای بخش ۱۱-۴ توضیح داده شده است. در اینجا بدون آن که توضیحاتی اضافی را ارائه کنیم روای را با مثال ساده‌ای شرح می‌دهیم. مثال ۳-۳ HDL یک برنامه تست را برای شبیه‌سازی مدار تأخیردار نشان می‌دهد. دو مدول در این برنامه تست لحاظ شده است: مدول محرک و مدول توصیف مدار. مدول محرک stimcrect پورت ندارد. ورودی‌ها به مدار با کلمه کلیدی reg و خروجی نیز با کلمه کلیدی wire معرفی می‌شوند. cwd با circuit_with_delay نام‌گذاری یا ذکر شده است. (واکنش متقابل بین مدول محرک و مدول مدار در شکل ۳-۳ نشان داده شده است.)

مثال ۳-۳ HDL

```
//Stimulus for simple circuit
module stimcrct;
reg A,B,C;
wire x,y;
circuit_with_delay cwd(A,B,C,x,y);
initial
begin
    A = 1'b0; B = 1'b0; C = 1'b0;
    #100
    A = 1'b1; B = 1'b1; C = 1'b1;
    #100 $finish;
end
endmodule

//Description of circuit with delay
module circuit_with_delay (A,B,C,x,y);
    input A,B,C;
    output x,y;
    wire e;
    and #(30) g1(e,A,B);
    or  #(20) g3(x,e,y);
    not #(10) g2(y,C);
endmodule
```



شکل ۳-۳۸. خروجی شبیه‌سازی شده مثال HDL ۲-۲.

عبارت initial و رودی‌های بین کلمات کلیدی begin و end را مشخص می‌نماید. در آغاز ABC=000 است. (هر یک از A، B و C با b0 ۱ تنظیم شده‌اند، و به معنی یک رقم دودویی با مقدار ۰ است). پس از 100ns ورودی‌ها به ABC = 111 تبدیل می‌شوند. پس از 100ns ۱ ثانیه دیگر شبیه‌سازی خاتمه می‌یابد. (\$finish یک تکلیف در سیستم است). نمودار زمانی که از شبیه‌سازی حاصل می‌گردد در شکل ۳-۳۸ نشان داده شده است. زمان کل شبیه‌سازی 200ns طول می‌کشد. ورودی‌های A، B و C از 0ns، از 0 به 1 تغییر می‌یابند. در اولین 10ns، خروجی y غیرمشخص است، خروجی x هم در اولین 30ns نامعین می‌باشد. خروجی y پس از 110ns از 1 به 0 می‌رود. خروجی x پس از 130ns از 1 به 0 می‌رود و در 150ns از 1 باز می‌گردد که این مقادیر دقیقاً در جدول ۳-۶ پیش‌بینی شده بود.

عبارات بولی

عبارات بولی در Verilog HDL با عبارت تخصیص مداوم یا پیوسته مت Shank از کلمه کلیدی assign که پس از آن یک عبارت بولی آمده مشخص می‌گردد. برای تفکیک علامت جمع حسابی از علامت OR ، Verilog HDL از سمبل (&) ، (|) و (~) به ترتیب برای AND ، OR و NOT استفاده می‌کند. بنابراین برای توصیف مدار ساده شکل ۳-۳۷ با یک عبارت بولی عبارت زیر را به کار می‌بریم.

assign x = (A & B) | ~C;

مثال ۳-۴ HDL توصیف مداری که با دو عبارت بولی زیر بیان شده را نشان می‌دهد:

$$x = A + BC + B'D$$

$$y = B'C + BC'D'$$

مدار دارای دو خروجی x و y و چهار ورودی A، B، C و D است. دو عبارت assign معادلات بول را توصیف می‌نمایند.

دیدیم که یک مدار دیجیتال می‌تواند با عبارات HDL درست مثل ترسیم در یک نمودار مداری، یا با عبارات بولی توصیف گردد. مزیت HDL این است که برای پردازش به وسیله کامپیوتر مناسب است.

مثال ۳-۴ HDL

```
//Circuit specified with Boolean expressions
module circuit_bln (x,y,A,B,C,D);
    input A,B,C,D;
    output x,y;
    assign x = A | (B & C) | (~B & D);
    assign y = (~B & C) | (B & ~C & ~D);
endmodule
```

مواردی که به وسیله کاربر تعریف می‌شود (UDP)

گیت‌های به کار رفته در توصیف‌های HDL، با لغات کلیدی **or**، **and** و غیره به وسیله سیستم primitives سیستم نام‌گذاری می‌گردد. کاربر می‌تواند primitive‌های دیگری را با تعريف می‌شوند و primitive‌ها را تعریف شده بوسیله کاربر یا user-defind تعريف آنها به صورت جدول اضافه نماید. این نوع مدارها را تعريف شده با جدول درستی است. primitive UDP از کلمه کلیدی **module** استفاده نمی‌کنند. در عوض با کلمه کلیدی (اصلی) تعريف می‌شوند. بهترین راه معرفی primitive ارائه یک مثال می‌باشد.

مثال ۳-۵ HDL یک UDP را با یک جدول درستی تعريف می‌کند. حل آن براساس قواعد کلی زیر است:

مثال ۳-۵ HDL

```
//User defined primitive(UDP)
primitive crctp (x,A,B,C);
    output x;
    input A,B,C;
//Truth table for x(A,B,C) = Σ(0,2,4,6,7)
    table
    //      A   B   C   :   x   (Note that this is only a comment)
        0   0   0   :   1;
        0   0   1   :   0;
        0   1   0   :   1;
        0   1   1   :   0;
        1   0   0   :   1;
        1   0   1   :   0;
        1   1   0   :   1;
        1   1   1   :   1;
    endtable
endprimitive

//Instantiate primitive
module declare_crctp;
    reg x,y,z;
    wire w;
    crctp (w,x,y,z);
endmodule
```

- از کلمه کلیدی primitive استفاده شده و به دنبال آن یک نام و لیست پورت‌ها آورده می‌شود.
- تنها یک خروجی می‌تواند وجود داشته باشد که با بکارگیری کلمه کلیدی output قبل از همه در لیست پورت اعلام می‌شود.
- به هر تعداد ورودی (input) می‌تواند تعریف شود. ترتیب معرفی آنها با اعلام input با ترتیب مقادیرشان در جدولی که به دنبال می‌آید، باید همخوانی داشته باشد.
- جدول درستی باید در داخل کلمات کلیدی table و endtable محصور شود.
- مقادیر ورودی با (:) پایان می‌یابند. خروجی همواره آخرین واردہ در هر سطر است و بعد از آن (;) می‌آید.
- در پایان endprimitive ذکر می‌شود.

توجه کنید که متغیرهای لیست شده در بالای جدول بخشی از توضیحات بوده و به منظور آشنایی ذکر شده‌اند. سیستم متغیرها را به ترتیبی که در بخش ورودی ذکر شده‌اند تشخیص می‌دهد. یک UDP نیز مثل primitive سیستم به کار گرفته می‌شود. مثلاً

crctp (w, x, y, z)

مداری با تابع

$$w(x, y, z) = \Sigma(0, 2, 4, 6, 7)$$

و ورودی‌های x و y و خروجی w را پیدا می‌کند.

گچه HDL Verilog این نوع توصیف را فقط برای UDP به کار می‌برد. دیگر HDL‌ها و سیستم‌های طراحی کامپیوتری (CAD) روال‌های دیگری را برای مشخص کردن مدارهای دیجیتال به صورت جدول استفاده می‌کنند. جداول می‌توانند با نرم‌افزار CAD برای بدست آوردن یک ساختارگیتی بهینه پردازش شوند. در این بخش، HDL را معرفی و مثال‌های ساده‌ای از مدل‌سازی ساخت یافته را ارائه دادیم. مشروح مطالب فوق را برای HDL Verilog می‌توان در فصل بعدی یافت. خواندنگانی که با مدارهای ترکیبی آشنا هستند می‌توانند مستقیماً به بخش ۱۱-۴ مراجعه کرده و این موضوع را ادامه دهند.

مسائل

۳-۱ تابع بولی زیر را با استفاده از نقشه سه متغیره ساده نماید.

$$F(A, B, C) = \Sigma(0, 2, 3, 4, 6) \quad (الف)$$

$$F(x, y, z) = \Sigma S(3, 5, 6, 7) \quad (ت)$$

$$F(x, y, z) = \Sigma(0, 2, 6, 7) \quad (ب)$$

$$F(a, b, c) = \Sigma(0, 1, 2, 3, 7) \quad (پ)$$

۳-۲ تابع بولی زیر را با استفاده از نقشه سه متغیره ساده کنید.

$$F(x, y, z) = \Sigma(1, 2, 3, 6, 7) \quad (الف)$$

$$F(x, y, z) = \Sigma(0, 1, 5, 7) \quad (ب)$$

۳-۳ تابع بولی زیر را با استفاده از نقشه سه متغیره ساده نماید.

$$x'y' + yz + x'yz' \quad (الف)$$

$$xy + x'y'z' + x'yz' \quad (ب)$$

$$A'B + BC' + B'C' \quad (پ)$$

۳-۲ توابع بولی زیر را با استفاده از نقشه‌های چند متغیره ساده کنید.

$$F(x, y, z) = \Sigma(2, 3, 6, 7) \quad (\text{الف})$$

$$F(A, B, C, D) = \Sigma(4, 6, 7, 15) \quad (\text{ب})$$

$$F(A, B, C, D) = \Sigma(3, 7, 11, 13, 14, 15) \quad (\text{پ})$$

$$F(w, x, y, z) = \Sigma(2, 3, 12, 13, 14, 15) \quad (\text{ت})$$

۳-۳ با استفاده از نقشه چهار متغیره تابع زیر را ساده نمایید.

$$F(w, x, y, z) = \Sigma(1, 4, 5, 6, 12, 14, 15) \quad (\text{الف})$$

$$F(A, B, C, D) = \Sigma(0, 1, 2, 4, 5, 7, 11, 15) \quad (\text{ب})$$

$$F(w, x, y, z) = \Sigma(2, 3, 10, 11, 12, 13, 14, 15) \quad (\text{پ})$$

$$F(A, B, C, D) = \Sigma(0, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 13, 15) \quad (\text{ت})$$

۳-۴ با استفاده از نقشه‌های چهار متغیره تابع زیر را ساده کنید.

$$A'B'C'D' + AC'D' + B'CD' + A'BCD + BC'D \quad (\text{الف})$$

$$x'z + w'xy' + w(x'y + xy') \quad (\text{ب})$$

۳-۵ عبارات بولی زیر را با نقشه‌های چهار متغیره ساده کنید.

$$w'z + xz + x'y + wx'z \quad (\text{الف})$$

$$B'D + A'BC' + AB'C + ABC' \quad (\text{ب})$$

$$AB'C + B'C'D' + BCD + ACD' + A'B'C + A'BC'D \quad (\text{پ})$$

$$wxy + yz + xy'z + x'y \quad (\text{ت})$$

۳-۶ با رسم هر تابع در یک نقشه کارنو، میترم‌های عبارات بولی زیر را بدست آورید.

$$xy + yz + xy'z \quad (\text{الف})$$

$$C'D + ABC' + ABD' + A'B'D \quad (\text{ب})$$

$$wxy + x'z' + w'xz \quad (\text{پ})$$

۳-۷ موجب‌های اصلی عبارات بولی زیر را بدست آورید.

$$F(w, x, y, z) = \Sigma(0, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 13, 15) \quad (\text{الف})$$

$$F(A, B, C, D) = \Sigma(0, 2, 3, 5, 7, 8, 10, 11, 14, 15) \quad (\text{ب})$$

$$F(A, B, C, D) = \Sigma(1, 3, 4, 5, 10, 11, 12, 13, 14, 15) \quad (\text{پ})$$

۳-۸ با یافتن موجب‌های اصلی اساسی تابع بول زیر را ساده کنید.

$$F(w, x, y, z) = \Sigma(0, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 13, 15) \quad (\text{الف})$$

$$F(A, B, C, D) = \Sigma(0, 2, 3, 5, 7, 8, 10, 11, 14, 15) \quad (\text{ب})$$

$$F(A, B, C, D) = \Sigma(1, 3, 4, 5, 10, 11, 12, 13, 14, 15) \quad (\text{پ})$$

۳-۹ تابع بولی زیر را با نقشه‌های پنج متغیره ساده کنید.

$$F(A, B, C, D, E) = \Sigma(0, 1, 4, 5, 16, 17, 21, 25, 29) \quad (\text{الف})$$

$$F = A'B'CE' + A'B'C'D' + B'D'E' + B'CD' + CDE' + BDE' \quad (\text{ب})$$

۱۲-۳ تابع بولی زیر را به صورت ضرب حاصل جمع ها ساده کنید.

$$F(A, B, C, D) = \prod(1, 3, 5, 7, 13, 15) \quad F(w, x, y, z) = \sum(0, 2, 5, 6, 7, 8, 10)$$

۱۳-۳ عبارات بولی زیر را به صورت (۱) جمع خاصل ضرب ها و (۲) ضرب حاصل جمع ها ساده کنید.

$$x'z' + y'z' + yz' + xy \quad (\text{الف})$$

$$AC' + B'D + A'CD + ABCD \quad (\text{ب})$$

$$(A' + B' + D')(A + B' + C')(A' + B + D')(B + C' + D') \quad (\text{پ})$$

۱۴-۳ به سه طریق تابع بولی زیر را با هشت لیترال یا کمتر نشان دهید:

$$F = A'B'D' + AB'CD' + A'BD + ABC'D$$

۱۵-۳ تابع بولی F زیر را با حالات بی اهمیت d ساده کرده و سپس تابع ساده شده را به صورت جمع میترم ها در آورید:

$$\begin{aligned} F(A, B, C, D) &= \sum(0, 6, 8, 13, 14) & F(x, y, z) &= \sum(0, 1, 2, 4, 5) \\ d(A, B, C, D) &= \sum(2, 4, 10) & d(x, y, z) &= \sum(3, 6, 7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(A, B, C, D) &= \sum(1, 3, 5, 7, 9, 15) & (\text{ب}) \\ d(A, B, C, D) &= \sum(4, 6, 12, 13) \end{aligned}$$

۱۶-۳ عبارات زیر را ساده کنید و آنها را با مدارات دو طبقه گیت NAND پیاده سازی نماید:

$$AB' + ABD + ABD' + A'C'D' + A'BC' \quad (\text{الف})$$

$$BD + BCD' + AB'C'D' \quad (\text{ب})$$

۱۷-۳ یک نمودار گیت NAND رسم کنید به نحوی که تابع زیر را پیاده سازی کرده آن را متمم نماید:

$$F(A, B, C, D) = \sum(0, 1, 2, 3, 4, 8, 9, 12)$$

۱۸-۳ یک نمودار منطقی با استفاده از گیت های NAND دو ورودی برای پیاده سازی عبارت زیر رسم کنید.

$$(AB + A'B')(CD' + C'D)$$

۱۹-۳ تابع زیر را ساده کنید و آنها را با مدارهای دو طبقه گیت NOR پیاده نماید.

$$F(w, x, y, z) = \sum(5, 6, 9, 10) \quad (\text{الف}) \quad F = wx' + y'z' + w'yz'$$

۲۰-۳ یک مدار NAND چند طبقه برای عبارت زیر رسم کنید.

$$(AB' + CD')E + BC(A + B)$$

۲۱-۳ یک مدار چند طبقه NOR برای عبارت زیر رسم کنید.

$$w(x + y + z) + xyz$$

۲۲-۳ نمودار مدار شکل ۴-۴ را به مدار چند طبقه NAND تبدیل نماید.

۲۳-۳ تابع بول F را همراه با حالات بی اهمیت d با کمتر از دو گیت NOR پیاده سازی نماید.

$$F(A, B, C, D) = \sum(0, 1, 2, 9, 11)$$

$$d(A, B, C, D) = \sum(8, 10, 14, 15)$$

فرض کنید که هر دو نوع ورودی معمولی و متمم موجودند.

۳-۲۴ تابع بول F را با فرم‌های دو طبقه (الف) AND-NOR، (ب) NAND-AND و (پ) NOR-OR پیاده‌سازی کنید.

$$F(A, B, C, D) = \Sigma(0, 1, 2, 3, 4, 8, 9, 12)$$

۳-۲۵ هشت فرم دو طبقه غیرمغاید (زايد) نمایش تابع را لیست کنید و نشان دهید که به یک عمل کاهش می‌باشد.
نشان دهید که این فرم‌ها چگونه برای گسترش تعداد ورودی‌ها به کار می‌روند.

۳-۲۶ با استفاده از نقشه‌ها، ساده‌ترین فرم جمع حاصلضرب تابع $F = fg$ را بایابد، که در آن f و g برابرند با

$$f = wxy' + y'z + w'yz' + x'yz'$$

$$g = (w + x + y' + z')(x' + y' + z)(w' + y + z')$$

و

۳-۲۷ نشان دهید که دوگان XOR، متمم آن هم هست.

۳-۲۸ با توازن فرد، مدارهای مولد توازن سه بیتی و چک کننده توازن چهار بیتی را بدست آورید.

۳-۲۹ عبارات بولی زیر را با نیم جمع کننده پیاده‌سازی کنید.

$$D = A \oplus B \oplus C$$

$$E = A'BC + AB'C$$

$$F = ABC' + (A' + B')C$$

$$G = ABC$$

۳-۳۰ عبارت بولی زیر را با گیت‌های XOR و AND پیاده‌کنید.

$$F = AB'CD' + A'BCD' + AB'C'D + A'BC'D$$

۳-۳۱ توصیف ساختار گیتی HDL مدار شکل ۳-۲۲ (الف) را بنویسید.

۳-۳۲ مدار XOR شکل ۳-۲۲ (الف) دارای گیت‌هایی با تأخیر ۱۰ns برای هر وارونگر، ۲۰ns تأخیر برای هر گیت AND و ۳۰ns برای هر گیت OR است. ورودی مدار از ۰۰ به $xy = 01$ می‌رود.

(الف) سیگنال‌ها را در خروجی هر گیت از $t = 0$ تا $t = 50ns$ معین کنید.

(ب) توصیف HDL را برای مدار با در نظر گرفتن تأخیرها بنویسید.

(پ) یک مدول محرک (مشابه مثال ۳-۳ HDL) بنویسید و مدار را برای تأیید پاسخ بخش (الف) شبیه‌سازی کنید.

۳-۳۳ توصیف HDL مدار شکل ۳-۳۷ را با دو عبارت بنویسید.

۳-۳۴ توصیف HDL مداری را که با توابع بولی زیر مشخص شده بنویسید. از عبارات تخصیص یافته پیوسته استفاده نمایید.

$$x = A(CD + B) + BC'$$

$$y = (AB' + A'B)(C + D')$$

$$z = [(A + B)(C' + D'B)]'$$

۳-۳۵ خطاهای نحوی را در اعلان‌های زیر بیابید (توجه کنید که نام گیت‌های primitive اختیاری‌اند):

```
module Exmpl-3(A,B,C,D,F)
inputs A,B,C,
Output D,F;
and g1(A,B,D);
not (D,B,A);
OR (F,B,C);
endmodule;
```

۳-۳۶ نمودار منطقی مدار دیجیتالی که با توصیف HDL زیر بیان شده را رسم کنید.

```
module circ1t (A,B,C,D,F);
input A,B,C,D;
output F;
wire w,x,y,z,a,d;
and (x,B,C,d);
and (y,a,C);
and (w,z,B);
or (z,y,A);
or (F,x,w);
not (a,A);
not (d,D);
endmodule
```

۳-۳۷ یک تابع منطقی اکثربت، تابعی است که اگر اکثریت متغیرها ۱ باشند برابر ۱ می‌شود در غیر این صورت ۰ است. UDP را برای تابع اکثربت ۳ بیتی بنویسید.

مراجع

1. BHASKER, J. 1997. *A Verilog HDL Primer*. Allentown, PA: Star Galaxy Press.
2. HILL, F. J., and G. R. PETERSON. 1981. *Introduction to Switching Theory and Logical Design*, 3rd ed. New York: John Wiley.
3. IEEE Standard Hardware Description Language Based on the Verilog Hardware Description Language (IEEE Std 1364-1995). 1995. New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers.
4. KARNAUGH, M. A Map Method for Synthesis of Combinational Logic Circuits. *Transactions of AIEE, Communication and Electronics*. 72, part I (Nov. 1953): 593-99.
5. KOHAVI, Z. 1978. *Switching and Automata Theory*, 2nd ed. New York: McGraw-Hill.
6. MANO, M. M. and C. R. KIME. 2000. *Logic and Computer Design Fundamentals*, 2nd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
7. MCCCLUSKEY, E. J. 1986. *Logic Design Principles*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
8. PALNITKAR, S. 1996. *Verilog HDL: A Guide to Digital Design and Synthesis*. SunSoft Press (A Prentice Hall Title).



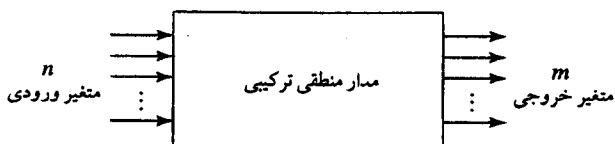
منطق ترکیبی

۱-۴ مدارهای ترکیبی

مدارهای منطقی در سیستم‌های دیجیتال می‌توانند از نوع ترکیبی و یا ترتیبی باشند. یک مدار ترکیبی متشكل از تعدادی گیت منطقی است که خروجی آنها در هر لحظه از زمان مستقیماً به وسیله ورودی‌های همان لحظه معین می‌شود و به ورودی‌های قبلی بستگی ندارد. این نوع مدار، پردازشی را انجام می‌دهد که با مجموعه‌ای از توابع بولی مشخص می‌گردد. مدارهای ترتیبی علاوه بر گیت‌های منطقی از عناصر حافظه نیز استفاده می‌کنند. خروجی‌های آنها تابعی از ورودی‌ها و حالت عناصر حافظه است. در نتیجه خروجی یک مدار ترتیبی نه تنها به مقادیر فعلی ورودی‌ها بلکه به ورودی‌های قبلی وابسته بوده و عملکرد مدار باید به وسیله حالات داخلی و ترتیب زمانی ورودی‌ها مشخص گردد.

مدارهای ترتیبی در فصل‌های ۵ و ۹ بحث شده‌اند.

یک مدار ترکیبی از متغیرهای ورودی، گیت‌های منطقی، و متغیرهای خروجی تشکیل شده است. گیت‌های منطقی سیگنال‌هایی را از ورودی‌ها دریافت کرده و سیگنال‌هایی را برای خروجی‌ها تولید می‌نمایند. این فرآیند اطلاعات دودویی مفروض در ورودی را به اطلاعات موردنیاز در خروجی تبدیل می‌کند. نمودار کلی یک مدار ترکیبی در شکل ۱-۴ دیده می‌شود. n متغیر دودویی ورودی از منبع



شکل ۱-۴. نمودار بلوکی یک مدار ترکیبی

بیرونی دریافت و m متغیر خروجی به مقصد بیرونی ارسال می‌شوند. هر متغیر ورودی و یا خروجی به طور فیزیکی به صورت یک سیگنال نشان داده می‌شوند و این سیگنال‌ها نیز ۰ و ۱ منطقی را نمایش می‌دهند. در بسیاری از کاربردها، منبع و مقصد، ثبات‌های ذخیره‌سازی هستند. اگر ثبات‌ها به همراه گیت‌های منطقی به کار روند، کل مدار با نام مدار ترتیبی شناخته خواهد شد.

برای n متغیر ورودی، 2^n ترکیب ممکن دودویی از ورودی‌ها وجود دارد. برای هر ترکیب ممکن از ورودی‌ها فقط یک مقدار برای خروجی موجود است. بنابراین، یک مدار ترکیبی با یک جدول درستی، که مقادیر خروجی‌ها را در برابر هر ترکیب از متغیرهای ورودی لیست می‌نماید، نشان داده می‌شود. یک مدار ترکیبی با m تابع بولی نیز قابل نمایش است، که هر یک متعلق به یک خروجی است. هر تابع خروجی برحسب n متغیر ورودی بیان می‌گردد.

در فصل ۱ در مورد اعداد و کدهای دودویی که کمیت‌های گستته‌ای از اطلاعات را نمایش می‌دهند، مطالبی آموختیم. متغیرهای دودویی به طور فیزیکی با ولتاژها و دیگر انواع سیگنال‌ها نشان داده می‌شوند. سیگنال‌ها نیز در سیستم‌های منطقی دیجیتال برای اجرای توابع موردنیاز دستکاری می‌شوند. در فصل ۲، جبر بول را به عنوان روشی جبری در بیان توابع منطقی معرفی نمودیم. در فصل ۳ آموختیم که چگونه عبارت بول را برای دستیابی به یک پیاده‌سازی اقتصادی، ساده کنیم. در این فصل با استفاده از دانش فصل‌های قبل، تحلیل و طراحی مدارهای ترکیبی را فرموله می‌نماییم. با حل مثال‌های نمونه فهرستی از توابع اصلی مهم برای درک سیستم‌های دیجیتال فراهم خواهد شد.

مدارهای ترکیبی متعددی وجود دارند که در طراحی سیستم‌های دیجیتال به کرات به کار می‌روند. این مدارها به صورت مجتمع در دسترس بوده و به عنوان قطعات استاندارد دسته‌بندی شده‌اند. آنها توابع دیجیتال خاصی را که عموماً در طراحی سیستم‌های دیجیتال مورد نیازند، اجرا می‌کنند. در این فصل ما مهمترین مدارهای ترکیبی استاندارد مانند جمع‌کننده‌ها، تفریق‌گرهای مقایسه‌گرهای دیکدرها، انکدرها و مولتی پلکسرا را معرفی می‌کنیم. این قطعات به صورت مدارهای مجتمع MSI (مجتمع با فشردگی متوسط) در دسترسند. به آنها در مدارهای پیچیده VLSI، مانند مدارات مجتمع خاص (ASIC)، سلول‌های استاندارد هم می‌گویند. توابع سلول‌های استاندارد در داخل مدارهای VLSI به همان شکل به هم متصل می‌شوند که در طراحی MSI مشکل از چند IC، وصل شدند.

۴-۲ روش تحلیل

تحلیل یک مدار ترکیبی به این معنی است که ما تابعی را که مدار پیاده‌سازی می‌کند، معین نماییم. این کار با یک نمودار منطقی مفروض آغاز شده و با مجموعه‌ای از توابع بول، یک جدول درستی، یا توضیحاتی از عمل مدار پایان می‌یابد. اگر نمودار منطقی مورد بررسی با نام تابع یا توضیحی از کار آن همراه باشد، آنگاه تحلیل به تصدیق تابع بیان شده کاهش می‌یابد. تحلیل را می‌توان به طور دستی با یافتن توابع بول یا جدول درستی، و یا با استفاده از یک برنامه شبیه‌سازی کامپیوتری اجرا نمود. اولین قدم در تحلیل این است که مطمئن شویم مدار از نوع ترکیبی است و نه ترتیبی. نمودار یک

مدار ترکیبی حاوی گیت‌هایی است که قادر مسیرهای پسخورد یا حافظه است. یک مسیر پسخورد، اتصالی است از خروجی یک گیت به ورودی گیت دیگری که خود بخش ورودی آن را (گیت خروجی) تشکیل می‌دهد. مسیرهای پسخوردی در یک مدار دیجیتال مدار ترتیبی را تعریف می‌کنند و باید طبق روال فصل ۹ با آنها رفتار کرد.

به محض این که محقق شد مدار از نوع ترکیبی است، می‌توان برای بدست آوردن توابع بول خروجی یا جداول درستی پیش رفت. اگر تابع مدار تحت بررسی است، لازم است عمل مدار را از توابع بول حاصل یا جداول درستی تفسیر کرد. موفقیت در چنین بررسی‌هایی به شرطی میسر است که فرد تجربه قبلي و آشنایي لازم با چنین مدارهایی داشته باشد.

برای بدست آوردن توابع بول خروجی از یک مدار منطقی به ترتیب زیر باید عمل کرد.

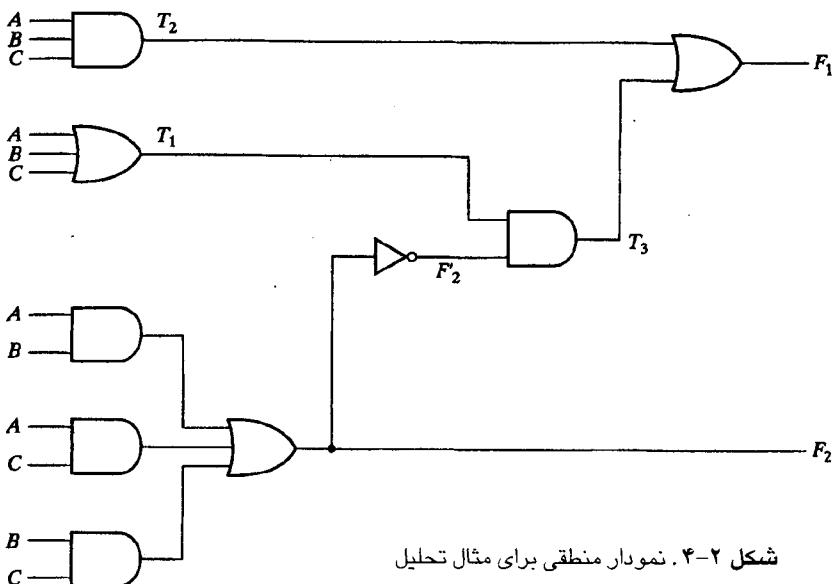
۱- تمام خروجی‌های گیت‌هایی که تابعی از ورودی هستند باید با سمبول‌های دلخواه نام‌گذاري شوند. برای خروجی هر گیت تابع بول را معین کنید.

۲- گیت‌هایی که تابعی از متغیرهای ورودی و گیت‌های برجسب خورده قبلی اند را با سمبول‌های اختیاری دیگری برجسب بزنید. برای این گیت‌ها نیز تابع بول خروجی را بدست آورید.

۳- فرآيند مرحله ۲ را تا دستیابی به خروجی‌های مدار ادامه دهید.

۴- با جایگزینی تابع بدست آمده در قبل، تابع بولی خروجی را برحسب متغیرهای ورودی اولیه بدست آورید.

تحلیل مدارهای ترکیبی شکل ۴-۲ روال پیشنهادی را تشریح می‌نماید. توجه دارید که مدار دارای سه ورودی دودویی A، B و C و دو خروجی F₁ و F₂ است. خروجی گیت‌هایی که تابعی از متغیرهای ورودی اند عبارتند از T₁ و T₂. خروجی F₂ به سادگی از متغیرهای ورودی بدست می‌آید. تابع بول



شکل ۴-۲. نمودار منطقی برای مثال تحلیل

برای این سه خروجی عبارتند از:

$$F_2 = AB + AC + BC$$

$$T_1 = A + B + C$$

$$T_2 = ABC$$

اکنون خروجی گیت‌هایی که تابعی از سمبول‌های قبلی می‌باشند را ملاحظه می‌نماییم:

$$T_3 = F'_2 T_1$$

$$F_1 = T_3 + T_2$$

برای بدست آوردن F_1 بر حسب A , B و C ، یک سری جایگزینی‌ها را به فرم زیر انجام می‌دهیم:

$$\begin{aligned} F_1 &= T_3 + T_2 = F'_2 T_1 + ABC = (AB + AC + BC)'(A + B + C) + ABC \\ &= (A' + B')(A' + C')(B' + C')(A + B + C) + ABC \\ &= (A' + B'C')(AB' + AC' + BC' + B'C) + ABC \\ &= A'BC' + A'B'C + AB'C' + ABC \end{aligned}$$

اگر بخواهیم این بررسی را دنبال کرده و عمل انتقال اطلاعات را با این مدار مشخص نماییم، می‌توانیم مدار را از عبارات بولی فوق رسم کرده و سعی کنیم عملیات آشنا را تشخیص دهیم. توابع بولی F_1 و F_2 با مدار شکل ۴-۷ پیاده‌سازی می‌شوند (بخش ۴-۴) و معادل با یک مدار جمع کننده (یا تمام جمع کننده) است. بدست آوردن جدول درستی برای مدار به محض شناختن توابع بولی خروجی روندی ساده است.

برای تهیه مستقیم جدول درستی از نمودار منطقی و بدون نیاز به توابع بولی به طریق زیر عمل کنید.

۱- تعداد متغیرهای ورودی در مدار را مشخص کنید. برای n ورودی 2^n ترکیب از ورودی‌ها را تشکیل دهید. آنگاه اعداد دو دویی را در جدول از ۰ تا $1 - 2^n$ لیست نمایید.

۲- خروجی‌های گیت‌های انتخابی را با سمبول‌های دلخواه برچسب بزنید.

۳- برای آن دسته از خروجی گیت‌ها که فقط تابعی از متغیرهای ورودی هستند جدول درستی را بدست آورید.

۴- برای بدست آوردن خروجی گیت‌هایی که تابعی از مقادیر تعریف شده قبلی هستند پیش بروید تا ستون همه خروجی‌ها معین شود.

این فرآیند با استفاده از مدار شکل ۴-۲ تشریح می‌شود. در جدول ۴-۱، هشت ترکیب ممکن را برای

جدول ۴-۱. جدول درستی برای نمودار منطقی شکل ۴-۲

A	B	C	F_2	F'_2	T_1	T_2	T_3	F_1
0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	1	0	0	0
1	1	1	1	0	1	1	0	1

سه متغیر ورودی تشکیل می‌دهیم. جدول درستی برای F_2 مستقیماً از مقادیر A، B و C تشکیل می‌شود که در آن برای هر ترکیبی که دو یا سه ورودی برابر با 1 دارد، F_2 برابر 1 است. جدول درستی برای F'_2 متمم F_2 است. جداول درستی برای T_1 و T_2 به ترتیب توابع OR و AND متغیرهای ورودی می‌باشند. مقدار T_3 از T_1 و T'_2 حاصل می‌شود؛ وقتی که هر دو T_1 و T'_2 برابر با 1 باشند T_3 نیز برابر 1 است، در غیر این صورت T_3 برابر 0 خواهد بود. بالاخره F_1 برای آن دسته از ترکیبات 1 است که در آنها T_2 یا هر دو برابر 1 باشند. بررسی ترکیبات جدول درستی برای A، B، C و F_1 و F_2 نشان می‌دهد که این جدول با جدول جمع کننده کامل بخشن ۴-۴ با متغیرهای x و y و z و C برابر است. روش دیگر در تحلیل یک مدار ترکیبی شبیه‌سازی منطقی آن است. در بخشن ۱۱-۴ شبیه‌سازی منطقی و تصدیق مدار شکل ۴-۲ را با کمک Verilog-HDL خواهیم دید (مثال ۱۰-۴ ملاحظه شود).

۴-۳ روش طراحی

طراحی مدارهای ترکیبی با مشخصات مسئله آغاز و به فرم نمودار مدار منطقی یا مجموعه‌ای از توابع بول که به کمک آنها نمودار منطقی حاصل می‌شود، پایان می‌یابد. روال شامل موارد زیر است:

- ۱- با استفاده از مشخصات مدار تعداد ورودی‌ها و خروجی‌ها را معین کرده و به هر کدام سمبولی تخصیص دهید.

- ۲- جدول درستی مربوط به ورودی‌ها و خروجی‌ها مدار را تشکیل دهید.
- ۳- تابع بولی ساده شده را برای هر خروجی به صورت تابعی از متغیرهای ورودی بدست آورید.
- ۴- نمودار منطقی را رسم کرده و صحت طراحی را تحقیق نمایید.

جدول درستی یک مدار ترکیبی، از ستون‌های ورودی و ستون‌های خروجی تشکیل می‌شود. ستون‌های ورودی از 2^n ترکیب مربوط به n متغیر ورودی بدست می‌آید. مقادیر دودویی خروجی‌ها از مشخصات بیان شده در مسئله حاصل می‌گردد. توابع خروجی مشخص شده در جدول درستی تعریف دقیقی از مدار ترکیبی را بدست می‌دهند. تفسیر لفظی صحیح جدول درستی از اهمیت خاصی برخوردار است. اغلب مشخصات لفظی کامل نیستند و تفسیر غلط ممکن است جدول درستی غلطی را تولید کند. تابع دودویی خروجی لیست شده در جدول با روش‌های موجود مانند دستکاری جبری، نقشه کارنو یا برنامه‌های ساده‌سازی مبتنی بر کامپیوتر ساده می‌شوند. غالباً عبارات ساده شده متعددی حاصل می‌شوند که باید مناسب‌ترین را انتخاب کرد. در یک کاربرد خاص، معیارهای مختلفی در انتخاب یک پیاده‌سازی نقش دارند. یک طرح عملی قیودی چون تعداد گیت‌ها، تعداد ورودی‌ها به یک گیت، زمان انتشار سیگنال در گیت‌ها، تعداد اتصالات داخلی، محدودیت‌های مربوط به قابلیت راه اندازی هر گیت، و دیگر معیارهایی که باید در طراحی با مدارهای مجتمع مذکور باشند، را در نظر می‌گیرد. چون اهمیت هر قید را کاربرد خاص دیگته می‌کند، بیان یک عبارت جامع درباره ساده‌سازی مشکل است. در بسیاری از حالات ساده‌سازی با تصدیق و تأیید یک هدف ساده، مثل تولید تابع بولی به فرم استاندارد آغاز شده و سپس با برآورده کردن دیگر معیارهای رفتاری پیش می‌رود.

مثال تبدیل کد

وجود کدهای گوناگون و متنوع برای بیان اجزاء اطلاعات گستته، باعث شده است تا سیستم‌های دیجیتال مختلف از کدهای متفاوتی استفاده کنند. گاهی لازم است خروجی یک سیستم به عنوان ورودی به سیستمی دیگر استفاده شود. اگر این دو سیستم از کدهای متفاوتی برای بیان اطلاعات یکسان استفاده کنند، یک مدار مبدل باید بین آن دو قرار داده شود. بنابراین یک مبدل کد مداری است که دو سیستم را، علیرغم به کارگیری کد دودویی متفاوت، با هم سازگار می‌سازد.

برای تبدیل کد دودیی A به کد دودیی B، خطوط ورودی باید ترکیبات بیتی اجزاء مشخص شده با کد A را تهیه نموده و خطوط خروجی نیز باید ترکیبات کد B مربوطه را تولید نمایند. یک مدار ترکیبی به کمک گیت‌ها این تبدیل را انجام می‌دهد. روش طراحی با مثالی که دهدی کد شده به دودویی (BCD) را به کد افزونی -3 تبدیل می‌نماید، تشریح خواهد شد.

ترکیبات تخصیص داده شده به BCD و افزونی -3 در جدول ۱-۵ لیست شده است (بخش ۱-۷). چون هر کد، از چهار بیت برای نمایش یک رقم دهدی استفاده می‌نماید، باید چهار متغیر ورودی و چهار متغیر خروجی داشته باشیم. چهار متغیر دودویی را با A، B، C و D و چهار متغیر خروجی را با w، x، y و z نامگذاری کنید. جدول درستی رابط بین ورودی‌ها و خروجی‌ها در جدول ۴-۲ دیده می‌شود. ترکیبات بیتی برای ورودی‌ها و خروجی‌های متناظر آنها مستقیماً در بخش ۱-۷ بدست آمد. توجه کنید که چهار متغیر دودویی دارای 16 ترکیب‌اند ولی تنها 10 عدد از آنها در جدول درستی ذکر شده‌اند. 6 ترکیب بیتی ذکر نشده برای متغیرهای ورودی ترکیبات بی‌اهمیت هستند. این مقادیر در BCD مفهوم ندارند و فرض براین است که هرگز رخ نمی‌دهند. بنابراین به متغیرهای خروجی مربوط به آنها به دلخواه 0 یا 1 خواهیم داد و این تخصیص به نحوی خواهد بود که از آن مدار ساده‌تری حاصل گردد. نقشه‌ها در شکل ۴-۳ برای بدست آوردن توابع بول خروجی ساده شده رسم شده‌اند. هر یک از چهار نقشه به یکی از خروجی‌های مدار به عنوان تابعی از چهار متغیر ورودی مربوط است. ۱ هایی که

جدول ۴-۲. جدول درستی برای مثال تبدیل کد

ورودی				خروجی کد افزونی - 3			
A	B	C	D	w	x	y	z
0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1	1	0
0	1	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	0	1	0
1	0	0	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1	0	0

		CD		C		
		00	01	11	10	
AB		00	1			1
A	01	1				1
	11	X	X	X	X	
A	10	1		X	X	
		D				

$$z = D'$$

		CD		C		
		00	01	11	10	
AB		00	1		1	
A	01	1			1	
	11	X		X	X	
A	10	1			X	X
		D				

$$y = CD + C'D'$$

		CD		C		
		00	01	11	10	
AB		00		1	1	1
A	01	1				
	11	X		X	X	
A	10		1	X	X	
		D				

$$x = B'C + B'D + BC'D'$$

		CD		C		
		00	01	11	10	
AB		00				
A	01		1	1	1	
	11	X	X	X	X	
A	10	1	1	X	X	
		D				

$$w = A + BC + BD$$

شکل ۴-۳. نقشه‌های تبدیل BCD به افزونی - ۳

در مربع‌ها نوشته شده‌اند از میترم‌هایی که خروجی را ۱ کنند بدست می‌آیند. این ۱‌ها با در نظر گرفتن تک تک ستون‌های خروجی در جدول درستی مشخص می‌شوند. مثلًا ستون زیر خروجی z دارای پنج عدد ۱ است؛ بنابراین، نقشه z دارای پنج ۱ می‌باشد که هر یک متعلق به میترمی است که z توسط آن برابر ۱ می‌شود. شش میترم بی‌همیت از ۱۰ تا ۱۵ با علامت X علامت زده شده‌اند. یکی از نتایج ساده‌سازی توابع در جمع حاصلضرب‌ها در زیر نقشه هر متغیر خروجی نوشته شده است.

نمودار دو سطحی را می‌توان مستقیماً از عبارات بولی حاصل از نقشه‌ها بدست آورد. البته فرم‌های متعدد دیگری نیز برای بدست آوردن نمودار منطقی که همین مدار را پیاده‌سازی کند وجود دارد. عبارات حاصل در شکل ۴-۳ را به منظور استفاده از گیت‌های مشترک می‌توان دستکاری جبری نمود. این دستکاری جبری که در زیر آمده است انعطاف‌پذیری حاصل با سیستم‌های چند خروجی را وقیع با سه، یا چهار سطح و یا بیشتر پیاده‌سازی می‌شوند، نشان می‌دهد.

$$z = D'$$

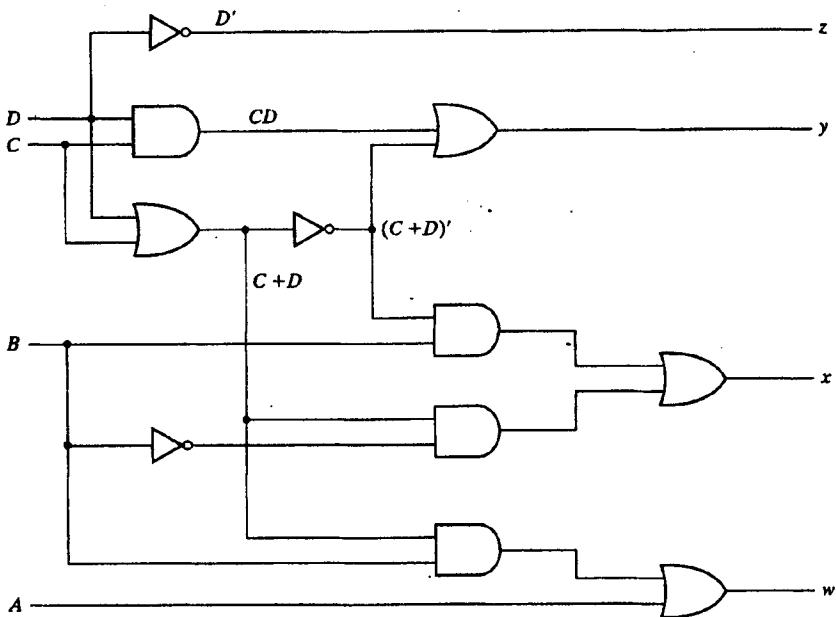
$$y = CD + C'D' = CD + (C + D)'$$

$$x = B'C + B'D + BC'D' = B'(C + D) + BC'D'$$

$$= B'(C + D) + B(C + D)'$$

$$w = A + BC + BD = A + B(C + D)$$

نمودار منطقی که این توابع را پیاده‌سازی می‌کند در شکل ۴-۴ دیده می‌شود. مشاهده می‌شود. گیت OR که خروجی آش $(C + D)$ است به نحوی در پیاده‌سازی هر سه خروجی به کار رفته است. بدون احتساب گیت‌های وارونگر در ورودی، پیاده‌سازی به صورت جمع حاصلضرب‌ها به هفت گیت AND و سه گیت OR نیاز دارد. در شکل ۴-۴ همین سیستم به چهار گیت AND، چهار گیت OR و یک وارونگر احتیاج دارد. اگر تنها ورودی‌های معمولی یا نرمال در دسترس باشند، پیاده‌سازی اول به وارونگرهایی برای متغیرهای B و C و D نیاز خواهد داشت، ولی در پیاده‌سازی دوم فقط B و D نیاز به وارونگر دارند.



شکل ۴-۴. نمودار منطقی برای تبدیل BCD به افزونی - ۳

۴-۴ جمع‌کننده - تفریق‌گر دودویی

کامپیوترهای دیجیتال اعمال پردازش اطلاعات گوناگونی را انجام می‌دهند. از آن میان می‌توان توابع مربوط به انواع اعمال حسابی را نام برد. اصلی‌ترین عمل حسابی جمع دو رقم دودویی است. این جمع

ساده شامل چهار عمل پایه است: یعنی $0 + 0 = 0$ ، $0 + 1 = 1$ ، $1 + 0 = 1$ و $1 + 1 = 1$. سه عمل اول جمعی یک رقمی تولید می‌کنند، ولی وقتی هر دو بیت مضاف و مضاف‌الیه برابر ۱ باشند، جمع دودویی از دو رقم تشکیل خواهد شد. بیت بالارزش تر این نتیجه را نقلی می‌گویند. وقتی مضاف و مضاف‌الیه دارای ارقام بالارزش تر بیشتری باشند، نقلی حاصل از جمع دو بیت با جفت بیت بالارزش تر بعدی افزوده می‌شود. مدار ترکیبی که جمع دو بیت را انجام می‌دهد، نیم جمع کننده نام دارد. مداری که سه بیت را با هم جمع کند، (دو بیت به علاوه بیت نقلی) جمع کننده کامل یا تمام جمع کننده خوانده می‌شود. اسم مدارها به این علت انتخاب شده است که از دو نیم جمع کننده می‌توان در پیاده‌سازی یک جمع کننده کامل استفاده کرد.

یک جمع - تفیریق‌گر دودویی مداری ترکیبی است که عملیات حسابی جمع و تفیریق را با اعداد دودویی انجام می‌دهد. ما این مدار را به صورت سلسله مراتبی طراحی خواهیم کرد. ابتدا طراحی نیم جمع کننده انجام می‌شود، و با استفاده از آن جمع کننده کامل را طراحی خواهیم کرد. با اتصال سری Σ جمع کننده کامل جمع دو عدد Σ بیتی تولید می‌گردد. مدار تفیریق‌گر با افزودن مدار متتم ساز به آن ساخته می‌شود.

نیم جمع کننده

با توجه به توضیحات لفظی یک نیم جمع کننده، در می‌یابیم که مدار نیاز به دو ورودی دودویی و دو خروجی دودویی دارد. متغیرهای ورودی بیت‌های مضاف و مضاف‌الیه را مشخص می‌کنند. متغیرهای خروجی جمع و نقلی را تولید می‌نمایند. مابین مدل‌های x و y را به دو ورودی و S (برای جمع) و C (نقلی) را به خروجی‌ها تخصیص می‌دهیم. جدول درستی برای نیم جمع کننده در جدول ۴-۳ نشان داده شده است. خروجی C فقط هنگامی ۱ است که هر دو ورودی ۱ باشند. خروجی S ، بیت کم ارزش تر حاصل جمع را نشان می‌دهد.

تابع بولی ساده شده برای دو خروجی مستقیماً از جدول درستی بدست می‌آیند. عبارات جمع

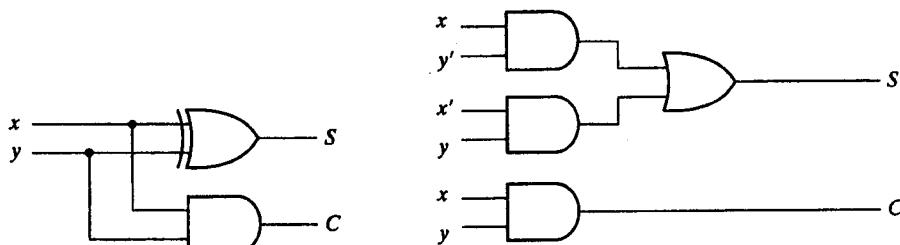
$$\begin{aligned} S &= x'y + xy' \\ C &= xy \end{aligned}$$

حاصلضرب ساده شده عبارتند از:

نمودار منطقی نیم جمع کننده پیاده شده با جمع حاصلضرب‌ها در شکل ۴-۵ (الف) دیده می‌شود. می‌توان آن را با گیت‌های XOR و AND طبق شکل ۴-۵ (ب) هم پیاده کرد. این نوع برای ساخت جمع کننده کامل از دو نیم جمع کننده به کار می‌رود.

جدول ۴-۳. نیم جمع کننده

x	y	C	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0



$$\begin{aligned} S &= x \oplus y \\ C &= xy \end{aligned} \quad (\text{ب})$$

$$\begin{aligned} S &= xy' + x'y \\ C &= xy \end{aligned} \quad (\text{الف})$$

شکل ۴-۵. پیاده‌سازی نیم جمع‌کننده

جمع‌کننده کامل

یک جمع‌کننده کامل مداری ترکیبی است که جمع حسابی سه بیت را تشکیل می‌دهد. این مدار دارای سه ورودی و دو خروجی است. دو متغیر ورودی که با x و y نشان داده شده‌اند دو بیت بالارزش جمع شونده را نشان می‌دهند. ورودی سوم، z ، نقلی حاصل از مکان کم‌ارزش تر قبلی است. دو خروجی لازم است زیرا جمع حسابی سه رقم دودویی بین ۰ تا ۳ می‌باشد و اعداد ۲ و ۳ به دو رقم دودویی نیاز دارند. دو خروجی با سمبول S برای جمع و C برای نقلی مشخص شده‌اند. متغیر دودویی S مقدار کم‌ارزش تر جمع را بدست می‌دهد. متغیر دودویی C نقلی خروجی را بیان‌گر است. جدول درستی جمع‌کننده کامل در جدول ۴-۴ دیده می‌شود. هشت سطر زیر سه متغیر همه ترکیبات ممکن سه متغیر را نشان می‌دهند. متغیرهای خروجی از جمع حسابی بیت‌های ورودی معین می‌شوند. وقتی همه بیت‌های ورودی ۰ هستند، خروجی ۰ است. خروجی S هنگامی ۱ می‌شود که فقط یک ورودی برابر ۱ باشد و یا اگر هر سه ورودی ۱ باشند. خروجی C هم موقعی ۱ است که دو یا سه ورودی برابر ۱ باشند. تفسیر بیت‌های ورودی و خروجی مدار ترکیبی در مراحل مختلف طراحی متفاوت است. به طور فیزیکی سیگنال‌های دودویی ورودی‌ها ارقامی دودویی تصور می‌شوند که به صورت حسابی باید با هم جمع شده و جمع دو رقمی را در خروجی تولید کنند. از طرف دیگر، در جدول درستی و یا هنگام

جدول ۴-۴. جمع‌کننده کامل

x	y	z	C	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

		yz	00	01	11	10	y
		x	0	1		1	
x	0		1			1	
	1			1			
							z

		yz	00	01	11	10	y
		x	0	1		1	
x	0			1			
	1				1		
							z

$$S = x'y'z + x'yz' + xy'z' + xyz$$

$$\begin{aligned} S &= xy + xz + yz \\ &= xy + xy'z + x'yz \end{aligned}$$

شکل ۴-۶. نقشه جمع کننده کامل به صورت جمع حاصلضربها

پیاده‌سازی با گیت‌های منطقی، همان مقادیر به عنوان متغیرهای بول تعییر می‌شوند. نقشه خروجی‌های جمع کننده کامل در شکل ۴-۶ ملاحظه می‌شود. عبارات ساده شده عبارتند از:

$$S = x'y'z + x'yz' + xy'z' + xyz$$

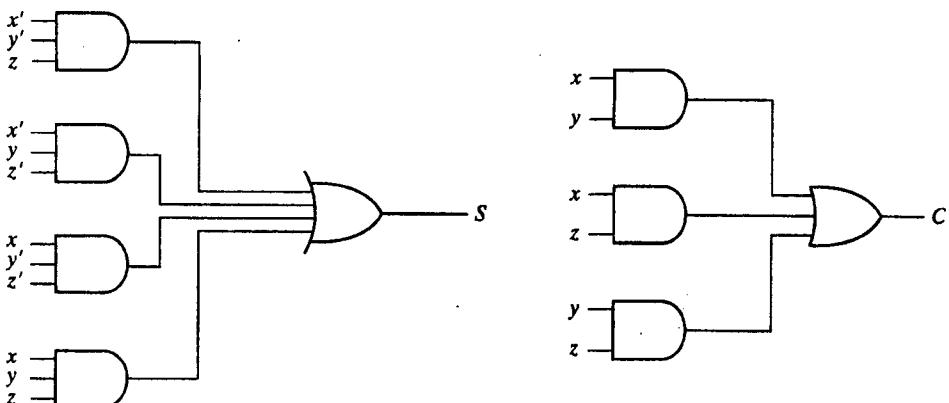
$$C = xy + xz + yz$$

نمودار منطقی پیاده شده به صورت جمع حاصلضربها در شکل ۴-۷ مشاهده می‌شود. می‌توان با دو نیم جمع کننده و یک OR هم طبق شکل ۴-۸ آن را پیاده‌سازی کرد. خروجی S از نیم جمع کننده دوم XOR متغیر z و خروجی نیم جمع کننده اول حاصل می‌شود، زیرا

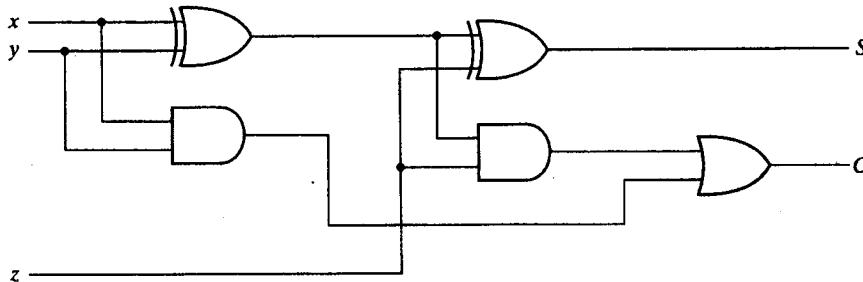
$$\begin{aligned} S &= z \oplus (x \oplus y) \\ &= z'(xy' + x'y) + z(xy' + x'y)' \\ &= z'(xy' + x'y) + z(xy + x'y) \\ &= xy'z' + x'yz' + xyz + x'y'z \end{aligned}$$

و نقلی خروجی برابر است با

$$C = z(xy' + x'y) + xy = xy'z + x'yz + xy$$



شکل ۴-۷. پیاده‌سازی جمع کننده کامل با جمع حاصلضربها



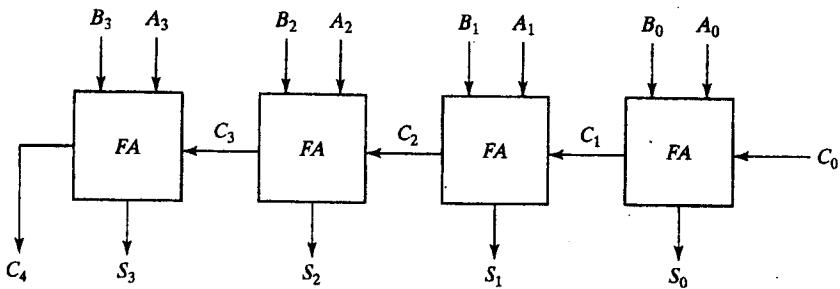
شکل ۴-۸. پیاده‌سازی یک جمع‌کننده کامل با دو نیم جمع‌کننده و یک گیت OR

جمع‌کننده دودویی

یک جمع‌کننده دودویی مداری دیجیتال است که جمع حسابی دو عدد دودویی را تولید می‌کند. می‌توان آن را از به هم پیوستن متواالی جمع‌کننده کامل ساخت، و در آن هر خروجی نقلی از هر جمع‌کننده کامل به ورودی نقلی جمع‌کننده کامل بعدی زنجیروار بسته می‌شود. شکل ۴-۹ اتصالات درونی مدار چهار جمع‌کننده کامل (FA)، برای تهیه جمع‌کننده دودویی 4 بیت با نقلی موج‌گونه را نشان می‌دهد. بیت‌های مضاف ایه از A و مضاف ایه از B با اعداد اندیس‌دار از راست به چپ و با اندیس 0 در بیت کم‌ارزش‌تر مشخص شده است. نقلی‌ها به صورت زنجیر جمع‌کننده‌های کامل را بهم وصل کرده‌اند. نقلی ورودی به جمع‌کننده C_0 وصل بوده و موج‌گونه‌وار تا نقلی خروجی C_4 انتشار می‌یابد. خروجی‌های S بیت‌های حاصل جمع را تولید می‌کنند. یک جمع‌کننده n بیت به n جمع‌کننده کامل نیاز دارد و هر خروجی نقلی به ورودی نقلی جمع‌کننده بالا رتبه‌تر وصل می‌شود. به منظور تشریح بیشتر مثالی را با اعداد دودویی $A = 1011$ و $B = 0011$ در نظر بگیرید. حاصل جمع آنها $S = 1110$ است که از جمع چهار بیت مطابق زیر بدست می‌آید.

اندیس i :	3	2	1	0	
نقلی ورودی	0	1	1	0	C_i
مضاف	1	0	1	1	A_i
مضاف ایه	0	0	1	1	B_i
حاصل جمع	1	1	1	0	S_i
نقلی خروجی	0	0	1	1	C_{i+1}

بیت‌ها با کمک جمع‌کننده کامل و از کم‌ارزش‌ترین مکان (اندیس 0) با هم جمع می‌شوند تا بیت حاصل جمع و نقلی را تشکیل دهند. نقلی ورودی C_0 در کم‌ارزش‌ترین مکان باید 0 باشد. مقدار C_{i+1} در یک مکان مفروض، نقلی خروجی جمع‌کننده کامل است. این مقدار به نقلی ورودی تمام جمع‌کننده‌ای که بیت‌های یک مکان بالاتر در سمت چپ را جمع می‌کند انتقال می‌یابد. بنابراین بیت‌های جمع از



شکل ۴-۹. جمع کننده ۴ بیت

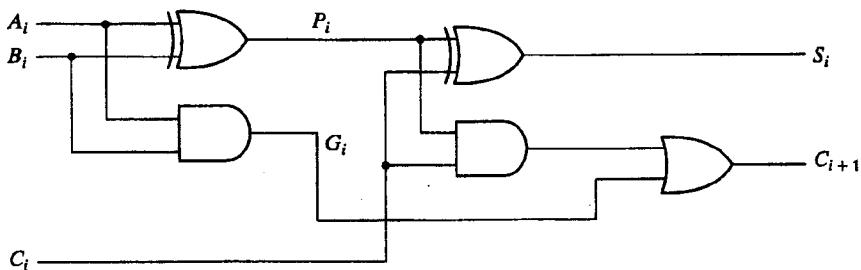
راست به چپ تولید شده و به محض تولید نقلی قبل از خود، در اختیار خواهند بود. برای داشتن خروجی جمع صحیح همه نقلی‌ها باید تولید شده باشند.

یک جمع کننده 4 بیت مثالی از یک قطعه استاندارد است. می‌توان از آن در کاربردهای متعددی مثل عملیات حسابی استفاده کرد. به خاطر بسپارید که طراحی این مدار با روش‌های کلاسیک به یک جدول درستی با $2^9 = 512$ واردۀ نیاز دارد زیرا 9 ورودی به مدار موجود است. با استفاده از روش بستن متوالی یکتابع استاندارد می‌توان به یک پیاده‌سازی ساده و مستقیم دست یافت.

انتشار رقم نقلی

جمع دو عدد دودویی به صورت موازی لازم می‌دارد که مضاف‌الیه به طور همزمان برای محاسبه موجود باشند. همچون دیگر مدارهای ترکیبی، در این مدار هم قبل از داشتن یک جواب صحیح، سیگنال باید از گیت‌ها عبور کند. زمان کل انتشار برابر است با زمان تأخیر انتشار یک نمونه گیت ضربدر طبقات گیت‌ها در مدار. طولانی ترین زمان تأخیر انتشار در یک جمع کننده زمانی است که نقلی برای انتشار در جمع کننده‌ای کامل لازم دارد. چون هر بیت از خروجی جمع به نقلی ورودی اش وابسته است مقدار S_i در هر طبقه مفروض در جمع کننده تنها موقعی به مقدار پایدار نهایی خود می‌رسند که نقلی ورودی به آن طبقه رسیده باشد. مثلاً خروجی S_3 را در شکل ۴-۹ در نظر بگیرید. به محض اعمال ورودی‌ها به جمع کننده، ورودی‌های A_3 و B_3 در دسترسند. با این وجود نقلی ورودی C_3 تا تولید C_2 به وسیله طبقه قبل در مقدار نهایی اش پایدار نمی‌شود. به طور مشابه C_2 منتظر C_1 و C_1 منتظر C_0 خواهد بود. بنابراین پس از انتشار موج گونه نقلی در همه طبقات، خروجی S_3 و نقلی C_4 در مقادیر صحیح نهایی خود پایدار خواهند شد.

تعداد طبقات گیت برای انتشار نقلی را باید از مدار هر جمع کننده کامل بدست آورد. به منظور سهولت این مدار در شکل ۴-۱۰ دوباره ترسیم شده است. متغیرهای ورودی و خروجی از آن دیس آ برای مشخص کردن شماره طبقه جمع کننده استفاده کردند. سیگنال‌های P_i و G_i هنگامی به ثبات می‌رسند که از گیت‌های مربوطه شان انتشار یافته باشند. این دو سیگنال که در همه جمع کننده‌های کامل وجود دارند، به بیت‌های مضاف و مضاف‌الیه ورودی وابسته‌اند. سیگنال نقلی ورودی C_i از طریق گیت AND و یک

شکل ۴-۱۰. جمع کننده کامل با P و G

گیت OR، که دو سطح گیت را تشکیل می‌دهند، به C_{i+1} می‌رسد. اگر در مجموع، چهار جمع کننده کامل وجود داشته باشد بین نقلی خروجی C_0 تا $C_4 = 8 = 2 \times 4$ طبقه گیت وجود خواهد داشت. برای یک جمع کننده n بیت، 2^n طبقه گیت وجود دارد تا نقلی خروجی از طریق آنها انتشار یافته و به خروجی برسد.

زمان انتشار نقلی، فاکتور محدود کننده‌ای روی سرعت جمع دو عدد می‌باشد. گرچه جمع کننده، یا هر مدار ترکیبی دیگر دارای مقداری در پایانه اش هست، ولی خروجی‌ها صحیح نخواهند بود مگر این که فرصتی کافی برای انتشار سیگنال از گیت‌های متصل به هم از ورودی تا خروجی داده شود. چون همه عملیات حسابی با جمع تکراری صورت می‌گیرد، زمان مصرف شده در طول فرآیند جمع بسیار حساس خواهد بود. راه حل روشنی برای کاهش زمان تأخیر انتشار استفاده از گیت‌های سریع‌تر است. با این وجود، مدارهای فیزیکی در قابلیت خود محدودیت دارند. راه حل دیگر افزایش پیچیدگی مدار به طریقی است که زمان تأخیر نقلی کاهش یابد. چند تکنیک برای کاهش زمان انتشار نقلی در جمع کننده‌های موازی وجود دارد. رایج‌ترین تکنیک استفاده از اصل پیش‌بینی نقلی می‌باشد. مدار جمع کننده کامل شکل ۴-۱۰ را ملاحظه نمایید. اگر دو متغیر دودویی جدید زیر را معرفی کنیم:

$$P_i = A_i \oplus B_i$$

$$G_i = A_i B_i$$

حاصل جمع خروجی و نقلی آن را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد.

$$S_i = P_i \oplus C_i$$

$$C_{i+1} = G_i + P_i C_i$$

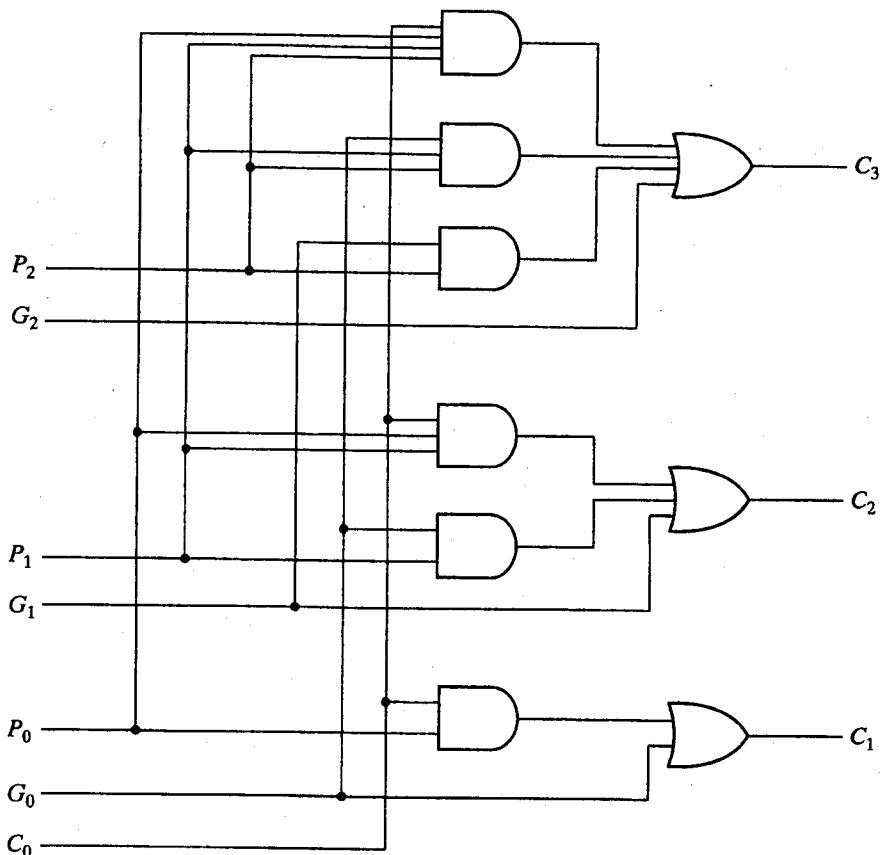
G_i را مولد نقلی نامند که وقتی هر دو A_i و B_i برابر 1 باشند، یک نقلی 1 را تولید می‌نماید، و این تولید مستقل از C_i می‌باشد. P_i را انتشار نقلی گویند زیرا جمله‌ای است که در انتشار نقلی از C_i به C_{i+1} نوشته شده است. اکنون توابع بول را برای خروجی‌های نقلی هر طبقه نوشتene و هر C_i را با مقدار معادل قبلی جایگزین نقلی ورودی C_0 می‌کنیم:

$$\text{نقلی ورودی} = C_0$$

$$C_1 = G_0 + P_0 C_0$$

$$C_2 = G_1 + P_1 C_1 = G_1 + P_1 (G_0 + P_0 C_0) = G_1 + P_1 G_0 + P_1 P_0 C_0$$

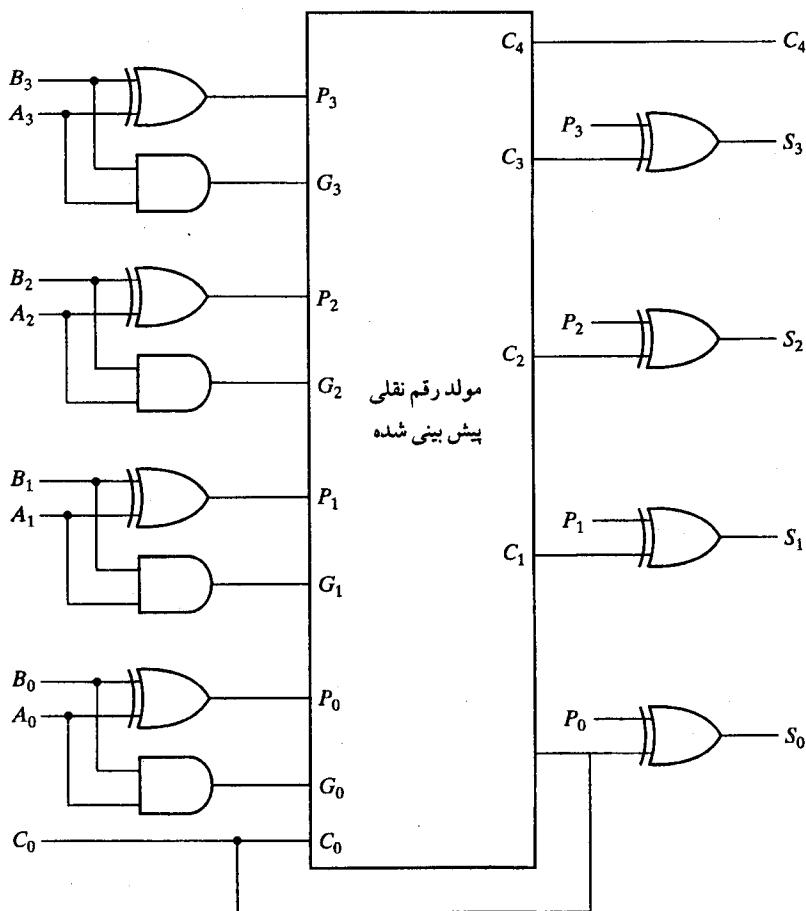
$$C_3 = G_2 + P_2 C_2 = G_2 + P_2 G_1 + P_2 P_1 G_0 + P_2 P_1 P_0 C_0$$



شکل ۴-۱۱. نمودار منطقی مولد پیش‌بینی نقلی

چون تابع بول برای هر نقلی خروجی برحسب جمع حاصلضربها بیان شده است، هر تابع قابل پیاده‌سازی با یک طبقه گیت AND و به دنبال آن گیت OR (یا با دو طبقه NAND) است. سه تابع بول برای C_3 ، C_2 و C_1 در مولد نقلی پیش‌بینی شونده و در شکل ۴-۱۱ دیده می‌شوند. توجه کنید که C_3 نیاز ندارد به انتظار C_2 و C_1 بماند. در واقع C_3 با C_1 و C_2 همزمان منتشر می‌گردد.

ساخت یک جمع‌کننده 4 بیت با پیش‌بینی نقلی در شکل ۴-۱۲ مشاهده می‌شود. خروجی اولین گیت XOR P_i و گیت AND G_i را تولید می‌نماید. نقلی‌ها از درون مولد پیش‌بینی نقلی انتشار می‌یابند (مشابه شکل ۴-۱۱) و به عنوان ورودی به گیت XOR دوم اعمال می‌گردند. همه نقلی‌های خروجی پس از یک تأخیر در دو طبقه گیت به طور همزمان تولید می‌شوند. بنابراین S_3 تا S_1 دارای زمان تأخیر انتشار یکسانی هستند. مدار دو طبقه برای نقلی خروجی C_4 نشان داده نشده است. این مدار هم به سادگی با روش جایگزینی قابل دستیابی است.

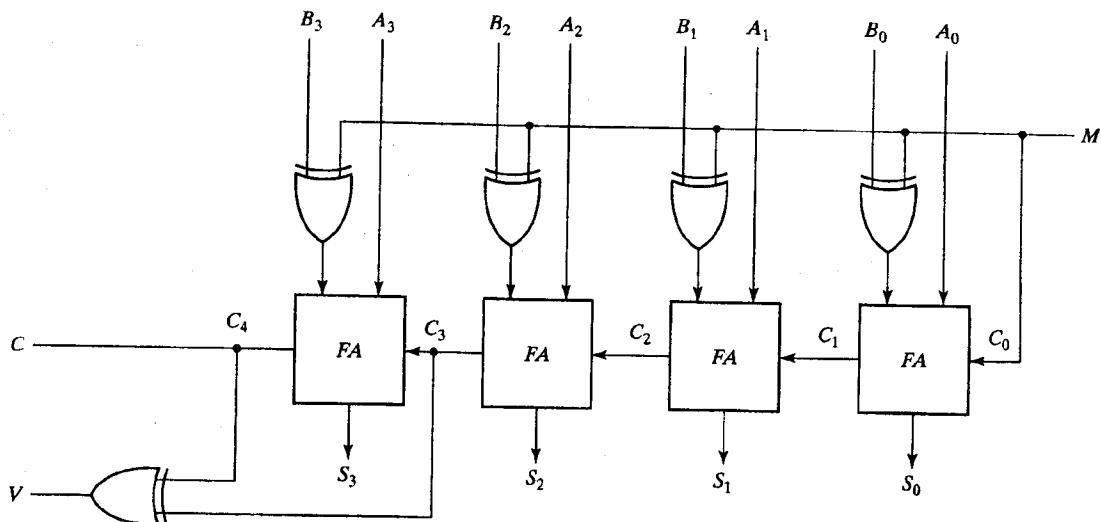


شکل ۴-۱۲. جمع کننده ۴ بیت با پیش بینی نقلی

تفریق دودویی

در بخش ۱-۵ دیدیم که تفریق اعداد دودویی بی علامت با استفاده از متمم راحت‌تر انجام می‌گیرد. به خاطر دارید که $A - B$ را می‌توان با محاسبه متمم 2 عدد B و جمع آن با A معین کرد. متمم 2 را با بدست آوردن متمم 1 و جمع آن با 1 محاسبه می‌کنند. متمم 1 را هم با وارونگر بدست آورده و عدد 1 را هم از طریق ورودی نقلی به آن اضافه می‌نمایند.

مدار تفریق گر $A - B$ متشکل از یک جمع کننده با وارونگرهای واقع در بین ورودی B و ورودی A مربوطه اش در تمام جمع کننده می‌باشد. نقلی ورودی C_0 به هنگام تفریق باید برابر با 1 شود. بنابراین عمل به صورت A بعلاوه متمم 1 عدد B بعلاوه 1 اجرامی شود. این عمل برابر با جمع A با متمم 2 عدد B خواهد بود. برای اعداد بی علامت اگر $A \geq B$ باشد، عمل فوق $A - B = A$ و اگر $A < B$ باشد $(B - A)$ است. برای اعداد علامت دار، نتیجه $A - B$ است به شرطی که سریز وجود نداشته باشد (بخش ۱-۶ ملاحظه شود).



شکل ۴-۱۳. جمع- تفريقي گر

عملیات جمع و تفريقي را می‌توان با یک مدار در هم ادغام کرده و با یک جمع-کننده دودویی مشترک انجام داد. اين کار با افزودن یک گيت XOR در هر جمع-کننده کامل صورت می‌گيرد. یک مدار جمع-تفريقي گر در شکل ۴-۱۳ دیده می‌شود. وقتی $0 = M$ است، مدار یک جمع-کننده و وقتی $1 = M$ باشد، مدار یک تفريقي گر خواهد بود. هر گيت XOR ورودی M و یکی از ورودی‌های B را دریافت می‌کند. وقتی $0 = M$ است داریم، $B \oplus 0 = B$. جمع-کننده کامل B را دریافت می‌نماید، نقلی ورودی 0 است و بستاباين مدار عمل A بعلاوه B را اجرا می‌کند. اگر $1 = M$ باشد، $B \oplus 1 = B'$ بوده و $1 = C_0$ است. ورودی‌های B همگی متمم شده و از طریق ورودی نقلی، یک 1 به آن اضافه می‌شود. در این حالت مدار یک عمل A بعلاوه متمم 2 عدد B را انجام می‌دهد. (XOR با خروجی V ، یک سرريز را شناسايي می‌نماید).

لازم است متذکر شويم که در سیستم متمم علامت‌دار، اعداد دودویی هم چون اعداد بی‌علامت، با قوانین جمع و تفريقي يكسانی ترکيب می‌شوند. بستاباين، کامپیوتراها نياز به يک سخت افزار مشترک دارند تا هر دو نوع محاسبه را انجام دهند. کاربر یا برنامه‌نويس باید نتایج چنین جمع یا تفريقي را متفاوت تفسير کنند و اين به علامت‌دار یا بی‌علامت بودن اعداد بستگی دارد.

سرريز

هرگاه دو عدد n رقمی با هم جمع شوند و حاصل جمع $n+1$ رقم را اشغال کند، گويم سرريز رخداده است. اين مطلب جدا از علامت‌دار بودن یا نبودن برای اعداد دهدگی یا دودویی صحیح است. وقتی که جمع با کاغذ و قلم انجام می‌شود، سرريز مسئله‌ای نیست زیرا محدودیتی برای عرض صفحه جهت نوشتن جمع وجود ندارد. ولی سرريز در کامپیوتراهاي ديجيتال مشکلاتی ايجاد می‌کند، زیرا تعداد

بیت‌های نگهدارنده عدد محدود بود و نتیجه‌ای را که $n+1$ بیت دارد نمی‌توانند در خود جای دهند. به این دلیل، بسیاری از کامپیوتروها قوع یک سریز را، اگر رخ دهد، شناسایی می‌کنند و فیلپ فلاپ مربوطه را در 1 می‌شانند تا بعد به وسیله کاربر چک شود.

تشخیص یک سریز پس از جمع دو عدد دودویی به این بستگی دارد که آیا اعداد علامت دارند یا بی علامت‌اند. وقتی دو عدد بی علامت با هم جمع شوند، یک سریز از نقلی با ارزش ترین مکان تشخیص داده می‌شود. در حالتی که اعداد علامت دار باشد، سمت چپ ترین بیت همواره علامت را نشان داده و اعداد منفی هم به صورت متمم 2 هستند. وقتی دو عدد علامت دار جمع شوند، با بیت علامت به عنوان بخشی از عدد رفتار می‌شود و رقم نقلی انتهایی هیچ سریزی را مشخص نمی‌کند.

در جمع وقتی که یکی از اعداد مثبت و دیگری منفی باشد، سریز رخ نمی‌دهد، زیرا جمع یک عدد مثبت با یک عدد منفی نتیجه‌ای تولید می‌کند که از بزرگترین آن دو کوچکتر است. سریز هنگامی رخ می‌دهد که هر دو عدد جمع شونده مثبت یا منفی باشند. برای درک بهتر موضوع مثال زیر را ملاحظه کنید. دو عدد علامت دار دودویی $+70$ و $+80$ دودویی در دو ثبات 8 بیتی ذخیره شده‌اند. محدوده اعدادی که هر یک از ثبات‌ها داراست از $+127$ تا -1 دودویی است. چون مجموع دو عدد $+150$ است، حاصل از ظرفیت ثبات 8 بیتی تجاوز خواهد کرد. این مطالب هنگامی که هر دو عدد مثبت یا منفی باشند صحت دارد. دو جمع مذکور همراه با ارقام نقلی در زیر نشان داده شده‌اند:

نقلی‌ها				نقلی‌ها			
0	1	0	1	0	1	0	1
+70	0	1000110		-70	1	0111010	
+80	0	1010000		-80	1	0110000	
<hr/>				<hr/>			
+150	1	0010110		-150	0	1101010	

توجه کنید که حاصل جمع هشت بیتی که باید مثبت باشد یک بیت علامت منفی دارد و نتیجه 8 بیتی که باید منفی باشد دارای بیت علامت مثبت است. با این وجود اگر رقم نقلی خارج شده از بیت علامت به عنوان بیت علامت در نظر گرفته شود، آنگاه جواب 9 بیتی حاصل صحیح خواهد بود. چون پاسخ نمی‌تواند در 8 بیت جای داده شود، گوییم سریز رخ داده است.

وضعیت سریز را می‌توان با وجود رقم نقلی به بیت علامت و نقلی خروجی از بیت علامت مشاهده کرد. اگر این دو نقلی یکی نباشند، یک سریز رخ داده است. این نکته در مثال‌های فوق که در آن دو نقلی به طور جداگانه نشان داده شده‌اند دیده می‌شود. اگر دو رقم نقلی را به یک گیت XOR اعمال کنیم، وقوع سریز با 1 شدن خروجی این گیت شناسایی می‌شود. برای این که روش به خوبی کار کند متمم 2 باید از طریق بدست آوردن متمم 1 و جمع آن با 1 انجام گردد. این کار موجب مراقبت از حالتی می‌شود که در آن عدد منفی ماکریم متمم شود.

مدار جمع - تفریق گر با خروجی‌های C و V در شکل ۴-۱۳ دیده می‌شود. اگر دو عدد دودویی بی علامت تصور شوند، آنگاه بیت C، نقلی بعد از جمع یا قرض بعد از تفریق است. اگر اعداد علامت دار

فرض شوند، آنگاه بیت V یک سریز را مشخص می‌کند. اگر $0 = V$ بعد از یک جمع یا تفریق باشد، بیانگر نبود سریز بوده و نتیجه n بیتی حاصل صحیح است. اگر $1 = V$ باشد، در این صورت نتیجه عمل حاوی $n+1$ بیت می‌باشد، ولی بیت $n+1$ علامت واقعی است که به یک مکان بیرونی منتقل شده است.

۴-۵ جمع کننده دهدھی

کامپیوترها یا ماشین‌های حسابی که اعمال محاسباتی را مستقیماً در سیستم اعداد دهدھی انجام می‌دهند، اعداد دهدھی را به فرم کد دودویی ارائه می‌کنند. یک جمع کننده در این نوع کامپیوترها، از نوعی مدار محاسباتی استفاده می‌کند که اعداد دهدھی کد شده را می‌پذیرد و نتایج را در همان کد ارائه می‌نماید. برای جمع دودویی کافی است جفت بیت بالارزش را همراه با رقم نقلی قبلی در نظر بگیرید. یک جمع کننده دهدھی به حداقل ده ورودی و پنج خروجی نقلی هم داشته باشد. برای انجام این‌گونه جمع، مدارهای بیت لازم است و مدار باید ورودی و خروجی نقلی هم داشته باشد. برای انجام این‌گونه جمع، مدارهای جمع کننده دهدھی متعددی وجود دارند که انتخاب آنها به کد به کار رفته در نمایش ارقام دهدھی بستگی دارد. در اینجا ما جمع کننده دهدھی را برای کد BCD بررسی می‌کنیم.

جمع کننده BCD

جمع حسابی دو رقم دهدھی در BCD را همراه با یک رقم نقلی از مرحله قبل در نظر بگیرید. چون هر رقم ورودی از 9 تجاوز نمی‌کند، حاصل جمع خروجی از $1 + 9 = 10$ بیشتر نخواهد شد. عدد 1 در جمع فوق، نقلی ورودی است. فرض کنید که دو رقم BCD را به جمع کننده دودویی 4 بیتی اعمال نماییم. جمع کننده، حاصل جمع را به فرم دودویی اجرا می‌کند و نتیجهٔ تولید شده بین 0 تا 19 خواهد بود. این اعداد دودویی در جدول (۴-۵) مشاهده می‌شود که با K , Z_8 , Z_4 و Z_2 و Z_1 برجسب خورده‌اند. K یک رقم نقلی است و اندیس زیر حرف Z وزن‌های 8, 4, 2 و 1 می‌باشد که به چهار بیت کد BCD تخصیص یافته‌اند. ستون زیر حاصل جمع دودویی، مقادیر دودویی ظاهر شده در خروجی‌های جمع کننده چهار بیت را نشان می‌دهد. حاصل جمع خروجی دو رقم دهدھی باید به فرم BCD درآید و نیز باید آن طور که در زیر ستون جمع BCD ملاحظه می‌شود ظاهر گردد. مسئله این است که برای تبدیل جمع دودویی به رقم BCD عدد که در ستون جمع BCD مشاهده می‌شود باید قانونی پیدا شود.

ضمن بررسی محتوای جدول، ملاحظه می‌شود که وقتی جمع دودویی برابر با یا کمتر از 1001 باشد، با عدد BCD نظیر خود برابر است، و بنابراین تبدیلی لازم نیست. وقتی جمع دودویی بزرگتر از 1001 باشد، نمایش بی‌اعتباری را برای BCD خواهیم داشت. افزایش دودویی 6 (0110) به جمع دودویی آن را به نمایش BCD صحیح تبدیل می‌کند، ضمن این که یک رقم نقلی نیز در صورت لزوم تولید خواهد کرد.

مدار منطقی برای تشخیص این اصلاح، می‌تواند از واردہ‌های جدول حاصل گردد. واضح است که وقتی نقلی خروجی $1 = K$ باشد نیاز به اصلاح جمع دودویی وجود دارد. دیگر ترکیبات شش‌گانه از

جدول ۴-۵. طریقه طراحی جمع کننده BCD

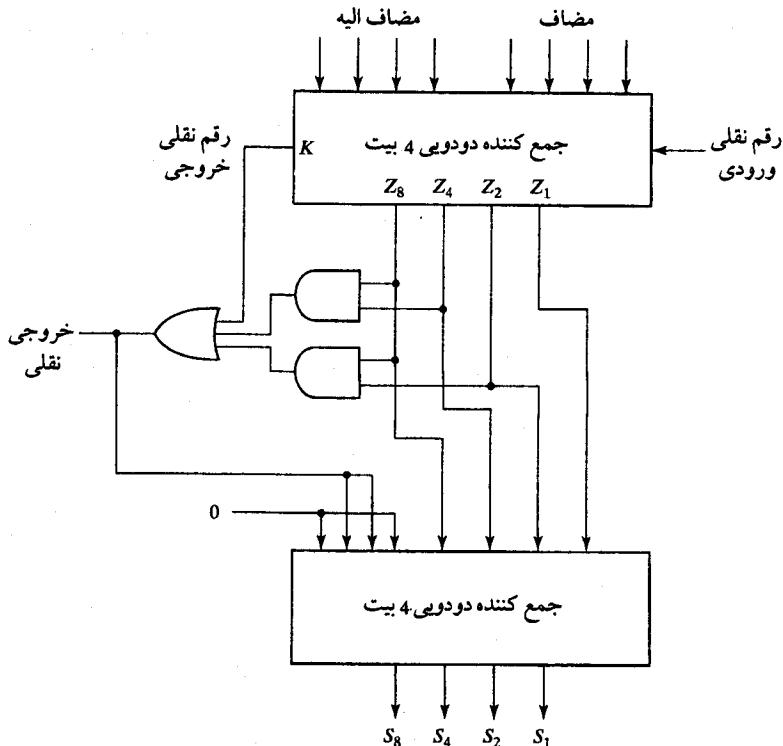
جمع دودویی					BCD جمع					ددهی
K	Z ₈	Z ₄	Z ₂	Z ₁	C	S ₈	S ₄	S ₂	S ₁	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	2
0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	3
0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	4
0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	5
0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	6
0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	7
0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	8
0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	9
<hr/>										
0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	10
0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	11
0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	12
0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	13
0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	14
0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	15
1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	16
1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	17
1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	18
1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	19

1010 تا 1111 که به اصلاح نیاز دارند دارای 1 در مکان Z₈ می باشند. برای تفکیک این شش حالت از 1000 و 1001، که آنها نیز دارای 1 در مکان Z₈ هستند، به Z₄ و Z₂ مراجعه می کنیم که در هر حال حداقل یکی از آنها 1 است. به این ترتیب شرط اصلاح و داشتن یک نقلی خروجی را می توان باتابع بولی زیر بیان کرد:

$$C = K + Z_8 Z_4 + Z_8 Z_2$$

وقتی 1 = C است، لازم است 0110 به جمع دودویی اضافه شود تا یک نقلی خروجی برای طبقه بعدی فراهم شود.

یک جمع کننده BCD که دو رقم BCD را با هم جمع کرده و ارقام جمع را به BCD نشان می دهد در شکل ۴-۱۴ ملاحظه می گردد. دو رقم ددهی همراه با نقلی ورودی ابتدا در جمع کننده 4 بیت فوقانی جمع شده و حاصل جمع دودویی تولید می کنند. وقتی نقلی خروجی برابر 0 باشد، چیزی به جمع دودویی اضافه نمی شود. وقتی این نقلی برابر 1 باشد، عدد دودویی 0110 از طریق جمع کننده 4 بیت پایینی به جمع دودویی اضافه می گردد. نقلی خروجی تولید شده در جمع کننده پایین می تواند صرف نظر شود زیرا اطلاعاتی را حمل می کند که قیلاً در پایانه نقلی خروجی وجود داشته است. یک جمع کننده ددهی موازی که n رقم ددهی را جمع می کند به n طبقه جمع کننده BCD نیاز دارد. نقلی خروجی هر طبقه باید به ورودی طبقه بالاتر متصل گردد.



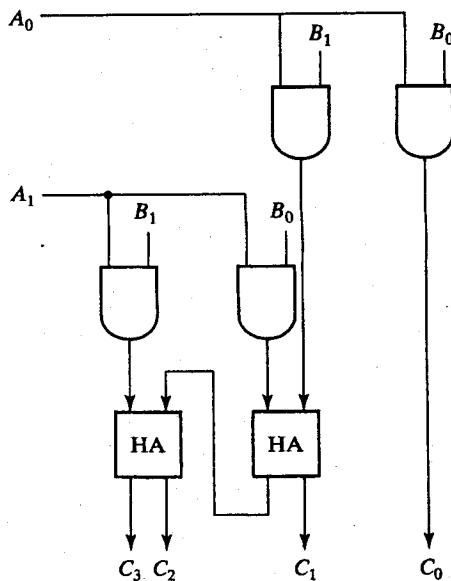
شکل ۴-۱۴. نمودار بلوکی یک جمع‌کننده BCD

۴-۶ ضرب دودویی

ضرب اعداد دودویی همچون ضرب اعداد دهده انجام می‌شود. هر بیت مضروب، در کم ازش ترین بیت مضروب فيه ضرب می‌شود. چنین حاصلضربی، حاصلضرب جزی خوانده می‌شود. حاصلضربهای جزیی هر بار یک مکان به چپ انتقال می‌یابند. حاصلضرب نهایی از جمع حاصلضربهای جزیی بدست می‌آید.

برای این که ببینیم که یک ضرب کننده چگونه با یک مدار ترکیبی پیاده می‌شود، ضرب اعداد دو بیت را طبق شکل ۴-۱۵ در نظر بگیرید. بیت‌های مضروب، B_0 و B_1 و بیت‌های مضروب فيه A_0 و A_1 و $C_3C_2C_1C_0$ فرض می‌شوند. اولین حاصلضرب جزیی با ضرب A_0 در B_1B_0 حاصل می‌گردد. ضرب دو بیت مثل A_0 و B_0 هنگامی ۱ تولید می‌کند که هر دوی آنها ۱ باشند؛ در غیر این صورت ۰ تولید خواهد کرد. این پاسخ مشابه با عمل AND است. بنابراین حاصل ضرب جزیی را می‌توان با گیت‌های AND مطابق شکل پیاده کرد. دومین حاصلضرب جزیی از ضرب A_1 در B_1B_0 بدست می‌آید که باید یک مکان هم به چپ جابجا شود. دو حاصلضرب جزیی به وسیله مدار دو نیم جمع‌کننده (HA) با هم جمع می‌شوند.

مضروب	B_1	B_0	
مضروب فيه	A_1	A_0	
	A_0B_1	A_0B_0	
	A_1B_1	A_1B_0	
C_3	C_2	C_1	C_0



شکل ۴-۱۵. ضرب دودویی ۲ بیت در ۲ بیت

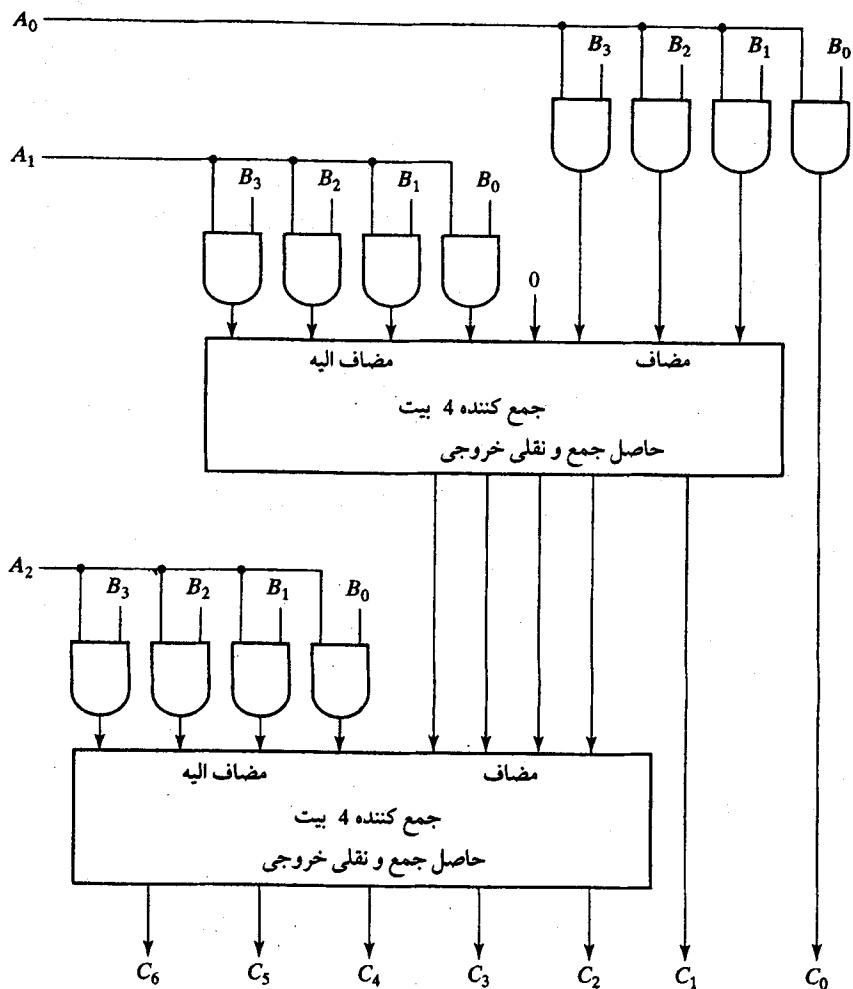
معمولًاً در حاصلضربهای جزیی بیت‌های بیشتری وجود دارند و لازم است از تمام جمع‌کننده برای تولید جمع حاصلضربهای جزیی استفاده شود. توجه کنید لزومی ندارد که کم ارزش‌ترین بیت از جمع‌کننده عبور کند زیرا با خروجی اولین گیت AND، تشکیل شده است.

به طریقی مشابه می‌توان یک مدار ترکیبی ضرب دودویی با بیت‌های بیشتر ساخت. هر بیت از مضروب فيه در بیت‌های مضروب AND می‌گردد. خروجی دودویی در هر سطحی از گیت‌های AND با حاصلضرب جزیی سطح قبلی برای تشکیل حاصلضرب جزیی جدید جمع می‌شود. آخرین سطح حاصلضرب کل را تولید می‌کند. برای J بیت مضروب فيه و K بیت مضروب به $(J \times K)$ گیت AND و $(J-1)$ عدد جمع‌کننده K بیت نیاز است تا حاصلضرب $K + J$ بیتی تولید شود.

به عنوان دو مثال مدار ضرب کننده‌ای را ملاحظه نمایید که یک عدد دودویی 4 بیتی را در یک عدد 3 بیتی ضرب می‌کند. فرض کنید مضروب با $B_3B_2B_1B_0$ و مضروب فيه $A_2A_1A_0$ باشد. چون $4 = K + 3 = J$ است 12 گیت AND و دو جمع‌کننده 4 بیت برای تولید حاصلضرب 7 بیتی لازم است. نمودار منطقی ضرب کننده در شکل ۴-۱۶ دیده می‌شود.

۴-۷ مقایسه گر مقدار

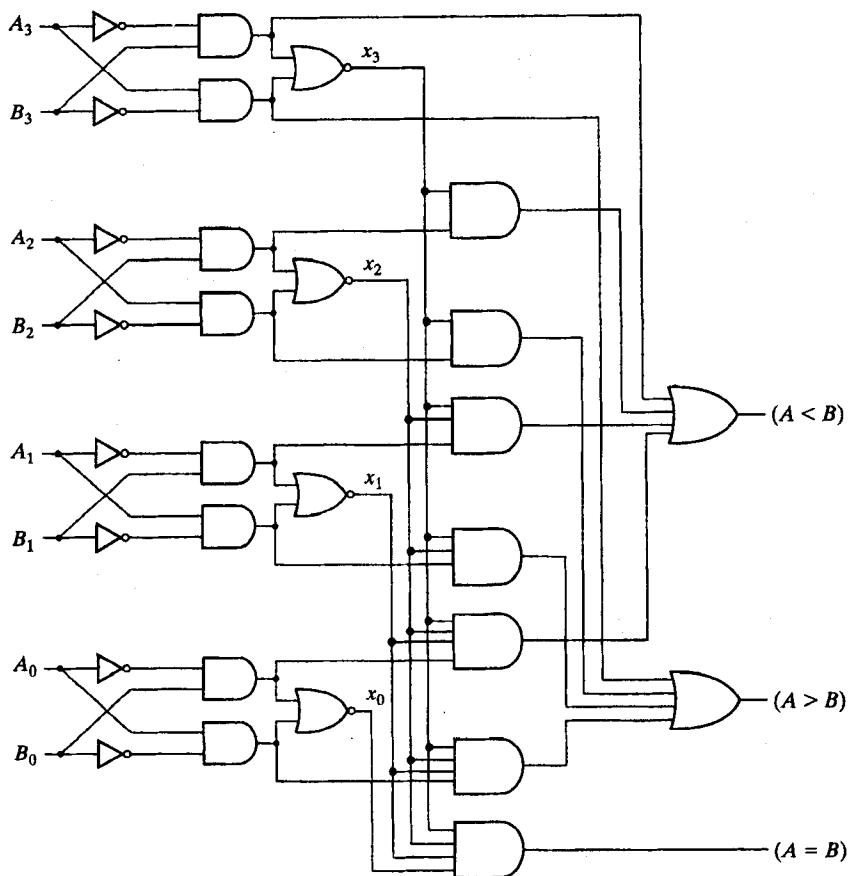
مقایسه دو عدد عملی است که توسط آن بزرگتر بودن، کوچکتر بودن یا مساوی بودن آنها معین می‌شود. یک مقایسه گر مقدار مداری ترکیبی است که دو عدد A و B را مقایسه می‌نماید و اندازه نسبی آنها را تعیین می‌کند. نتیجه این مقایسه با سه متغیر دودویی که بیانگر $A > B$ یا $A < B$ می‌باشد، مشخص می‌گردد.



شکل ۴-۱۶. ضرب کننده دودویی ۴ بیت در ۳ بیت

مدار مقایسه دو عدد n بیت 2^n وارد در جدول دارد و حتی با $n=3$ خسته کننده خواهد شد. از طرف دیگر، یک مدار مقایسه گر ممکن است مقدار قابل توجهی نظم در خود داشته باشد. توابع دیجیتال که ذاتاً دارای نظمی درونی هستند، معمولاً با روال‌های الگوریتمی قابل طراحی‌اند. یک الگوریتم روالی است که مجموعه مراحل معینی را مشخص می‌نماید و اگر دنبال شوند، از آن حلقه برای مسئله حاصل می‌گردد. ما در اینجا از این روش برای ارائه یک الگوریتم جهت پیاده‌سازی مقایسه گر مقدار 4 بیتی استفاده خواهیم کرد.

در اینجا الگوریتم، کاربرد مستقیم روالی است که فرد برای مقایسه نسبی اندازه‌های دو عدد به کار می‌برد. دو عدد A و B را که هر کدام چهار رقم دارند در نظر بگیرید. ضرایب اعداد را به ترتیب نزولی زیر



شکل ۴-۱۷. مقایسه گرمقدرا چهار بیتی

هم می نویسیم:

$$A = A_3 A_2 A_1 A_0$$

$$B = B_3 B_2 B_1 B_0$$

هر حرف اندیس دار یک رقم را در عدد نشان می دهد. دو عدد هنگامی مساوی اند که همه جفت ارقام متناظر با هم برابر باشند: یعنی $A_0 = B_0$, $A_1 = B_1$, $A_2 = B_2$, $A_3 = B_3$. وقتی که اعداد دودویی باشند، ارقام 1 یا 0 اند و رابطه تساوی هر جفت بیت به طور منطقی با یک تابع XOR نمایش داده می شود.

$$x_i = A_i B_i + A'_i B'_i \quad \text{for } i = 0, 1, 2, 3$$

که در آن $x_i = 1$ به شرطی صحت دارد که بیت های مکان i ام برابر باشند (یعنی اگر هر دو 1 یا هر دو 0). برابری دو عدد A و B در مدار ترکیبی با یک متغیر خروجی و با علامت ($A = B$) نشان داده می شود. این متغیر دودویی هنگامی 1 است که همه اعداد ورودی A و B مساوی باشند، در غیر این صورت 0 است. برای این که شرایط برابری برقرار باشد همه متغیرهای x_i باید برابر 1 شوند. در این

صورت AND همه متغیرها دیکته خواهد شد:

$$(A = B) = x_3x_2x_1x_0$$

عدد دودویی $(A = B)$ هنگامی ۱ است که فقط همه جفت ارقام دو عدد برابر باشند.

برای این که معین کنیم آیا A بزرگتر یا کوچکتر از B است، اندازه‌های نسبی دو رقم را با شروع از بالرزش ترین مکان آغاز می‌نماییم. اگر دو رقم مساوی باشند، دو رقم پایین‌تر را مقایسه می‌کنیم. این مقایسه تا رسیدن به یک جفت غیرمساوی ادامه خواهد داشت. اگر در این هنگام بیت متعلق به A برابر ۱ و B برابر ۰ باشد، نتیجه می‌گیریم $B > A$ است. اگر بر عکس رقم مربوط به A برابر ۰ و B برابر با ۱ باشد، خواهیم داشت $B < A$. مقایسه فوق را می‌توان با کمک دوتابع بولی به صورت زیر نوشت:

$$(A > B) = A_3B'_3 + x_3A_2B'_2 + x_3x_2A_1B'_1 + x_3x_2x_1A_0B'_0$$

$$(A < B) = A'_3B_3 + x_3A'_2B_2 + x_3x_2A'_1B_1 + x_3x_2x_1A'_0B_0$$

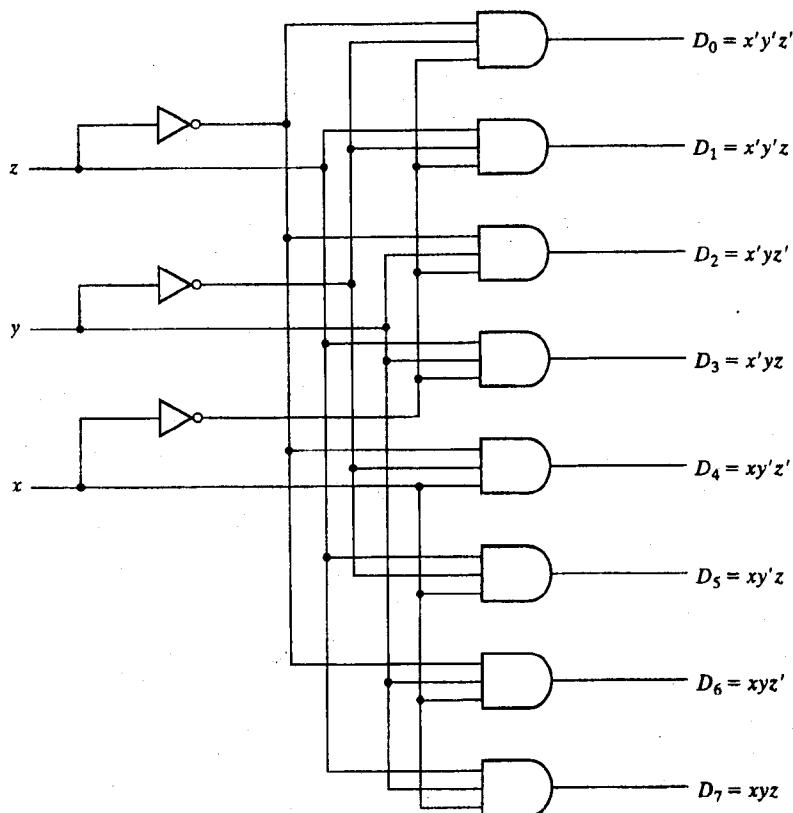
سمبل‌های $(A > B)$ و $(A < B)$ متغیرهای خروجی دودویی هستند که بترتیب هنگام $B > A$ یا $B < A$ برابر ۱ می‌شوند.

پیاده‌سازی گیتی سه متغیر خروجی ساده‌تر از آنچه به نظر می‌رسد انجام می‌شود زیرا شامل مقدار قابل توجهی اعمال تکراری است. خروجی‌های نامساوی می‌توانند از گیت‌هایی که برای تولید خروجی مساوی لازم بود استفاده کنند. نمودار منطقی یک مقایسه‌گر مقدار ۴-۱۷ ملاحظه می‌شود. چهار خروجی X با مدارهای XNOR تولید شده و به گیت AND اعمال شده‌اند تا متغیر دودویی خروجی $(A = B)$ تولید گردد. دو خروجی دیگر از متغیر X برای تولید توابع بولی لیست شده قبلی استفاده می‌کنند. این یک پیاده‌سازی چند طبقه است که الگوی منظمی دارد. روال برای بدست آوردن مدارهای مقایسه‌گر اندازه برای اعداد دودویی با بیش از چهار بیت از این مثال کاملاً آشکار است.

۴-۸ دیکدرها

کمیت‌های گستته اطلاعاتی در سیستم‌های دیجیتال با کدهای دودویی نشان داده می‌شوند. یک کد دودویی n بیتی قادر است تا 2^n عنصر گستته اطلاعات کد شده را نشان دهد. یک دیکدر مداری ترکیبی است که اطلاعات دودویی را از n خط ورودی به حداقل 2^n خط خروجی منحصر به فرد تبدیل می‌کند. اگر کد n بیتی دارای ترکیبات بی‌استفاده باشد، دیکدر ممکن است خروجی‌های کمتر از 2^n داشته باشد. دیکدرهایی که در اینجا ارائه شده‌اند دیکدرهای n به m خوانده می‌شوند که $2^n \leq m$ است. هدف از آنها تولید 2^n مینترم (یا کمتر) از n متغیر ورودی است. نام دیکدر همراه با دیگر مبدل‌های کد مانند دیکدر BCD به هفت قسمتی هم به کار می‌رود.

به عنوان مثال دیکدر ۳ به ۸ قسمتی شکل ۴-۱۸ را ملاحظه نمایید. سه ورودی به هشت خروجی دیکدر شده است که هر یک نمایشگر یکی از مینترم‌های متعلق به سه متغیر ورودی است. سه وارونگر، متمم ورودی‌ها را تهیه کرده و هشت گیت AND هر کدام یک مینترم تولید می‌کنند. کاربرد رایج این نوع دیکدر، تبدیل دودویی به هشت هشتگی است. متغیرهای ورودی یک عدد دودویی را نشان می‌دهند، و



شکل ۴-۱۸. دیکدر ۳ به ۸

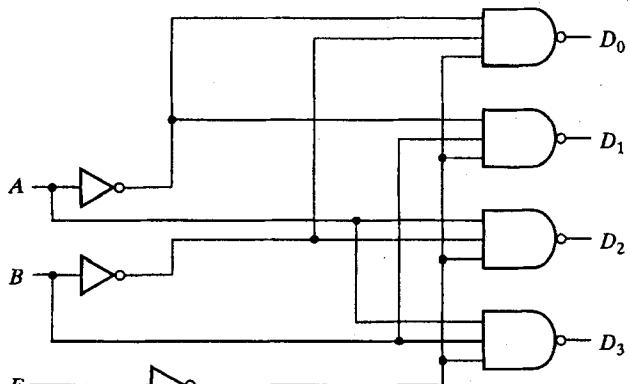
خروجی بیانگر هشت رقم در سیستم اعداد مبنای هشت است. با این وجود دیکدر ۳ به ۸ خط را می‌توان برای دیکد کردن هر کد ۳ بیت در تولید هشت خروجی، یکی برای هر عنصر از کد، به کار برد.
طرز کار یک دیکدر می‌تواند با لیستی در جدول درستی ۴-۶ آشکار شود. برای هر ترکیب ورودی

جدول ۴-۶. جدول درستی دیکدر ۳ به ۸ خط

ورودی‌ها			خروجی‌ها							
x	y	z	D ₀	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅	D ₆	D ₇
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1

E	A	B	D ₀	D ₁	D ₂	D ₃
1	X	X	1	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	0

(ب) جدول درستی



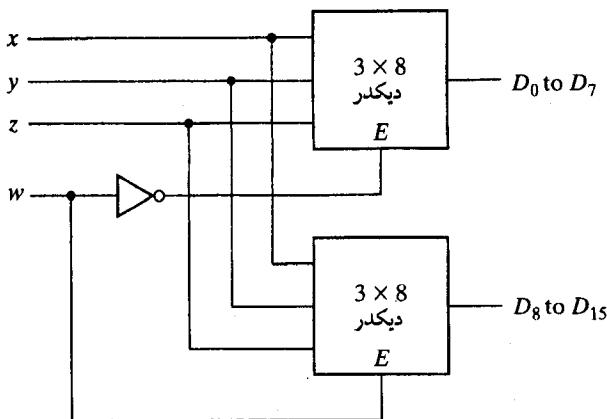
(الف) دیاگرام منطقی

شکل ۴-۱۹. دیکر 2 به 4 خط با ورودی فعال ساز

ممکن، هفت خروجی وجود دارد که برابر 0 هستند و فقط یکی از آنها برابر 1 است. خروجی حاوی 1 بیانگر مینترم عدد دو دیگری حاضر در خطوط ورودی است.

بعضی از دیکرها با گیت‌های NAND ساخته می‌شوند. چون گیت NAND را با یک خروجی معکوس تولید می‌کند، تولید مینترم‌های دیکر در شکل متمم اقتصادی‌تر است. به علاوه، دیکر معمولاً دارای یک یا دو ورودی تواناساز یا فعال‌ساز برای کنترل کار مدار می‌باشد. یک دیکر 2 به 4 با یک ورودی فعال‌ساز که با گیت‌های NAND ساخته شده در شکل ۴-۱۹ دیده می‌شود. مدار با خروجی‌های متمم شده و یک ورودی فعال‌ساز متمم شده کار می‌کند. دیکر هنگامی که E برابر 0 باشد فعال می‌گردد. همانطور که توسط جدول درستی مشاهده می‌شود، هر بار تنها یک خروجی برابر 0 بوده و دیگر خروجی‌ها در وضعیت 1 قرار دارند. وقتی E = 1 باشد مدار غیرفعال است و به دو ورودی دیگر بستگی ندارد. هنگام غیرفعال شدن مدار، هیچ یک از خروجی‌ها در 0 نبوده و هیچ یک از مینترم‌ها انتخاب نمی‌شوند. به طور کلی، یک دیکر ممکن است خروجی‌های متمم شده یا متمم نشده داشته باشد. ورودی فعال‌ساز ممکن است با سیگنال 0 یا 1 فعال‌گردد. بعضی از دیکرها دارای دو یا چند ورودی فعال‌ساز می‌باشند که باید یک شرط منطقی مفروضی را برآورده سازند تا مدار فعال شود.

یک دیکر با ورودی فعال‌ساز می‌تواند به عنوان یک دی‌مولتی پلکسر عمل کند. دی‌مولتی پلکسر مداری است که اطلاعات را از یک خط دریافت کرده و آن را به یکی از 2ⁿ خط خروجی ممکن هدایت می‌نماید. انتخاب یک خروجی خاص با ترکیب بیتی n خط انتخاب صورت می‌گیرد. دیکر شکل ۴-۱۹ را می‌توان به عنوان یک دی‌مولتی پلکسر 1 به 4 به کار برد. در این مدار E به عنوان ورودی داده و A و B ورودی‌های انتخاب هستند. تنها متغیر ورودی E مسیری به تمام چهار خروجی دارد، ولی اطلاعات ورودی تنها به یکی از خروجی‌ها هدایت می‌شود. این خروجی با ترکیب دودویی دو خط

شکل ۴-۲۰. دیکدر 16×4 ساخته شده با دو دیکدر 3×8

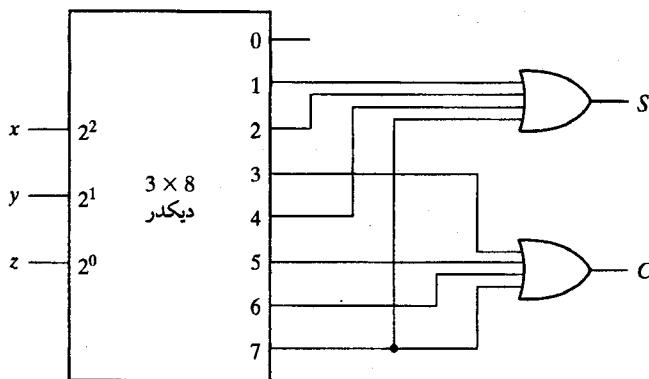
انتخاب A و B انتخاب می‌گردد. می‌توان انتخاب مسیر را از جدول درستی تحقیق کرد. مثلاً اگر خطوط انتخابی $AB = 10$ باشند، خروجی D_2 مثل ورودی E خواهد بود در حالی که دیگر خروجی‌ها در 1 نگهداشته خواهند شد. چون عمل دیکدر و دیمولتی پلکسرا با استفاده از یک مدار حاصل می‌شود، یک دیکدر با ورودی فعال‌ساز را دیکدر / دیمولتی پلکسر هم می‌خوانند.

برای تهیه مدار دیکدر بزرگتر می‌توان دیکدرها با ورودی‌های فعال‌ساز را به هم متصل کرد. شکل ۴-۲۰ دو دیکدر 3 به 8 را با ورودی‌های فعال‌ساز به هم پیوسته برای تشکیل یک دیکدر 4 به 16 خط نشان می‌دهد. وقتی $0 = w$ است، دیکدر فوقانی فعال می‌شود و دیگری غیرفعال است. خروجی‌های دیکدر پایینی همگی در 0 خواهند بود و هشت خروجی بالایی میترم‌های 0000 تا 0111 را تولید می‌کنند. وقتی $1 = w$ باشد، وضعیت فعال شدن معکوس می‌گردد. خروجی‌های دیکدر پایینی میترم‌های 1000 تا 1111 را تولید می‌نمایند، در حالی که خروجی‌های فوقانی همه 0 هستند. این مثال حسن ورودی‌های فعال‌ساز را در دیکدرها و دیگر قطعات منطقی ترکیبی نشان می‌دهد. به طور کلی ورودی‌های فعال‌ساز ابزارهای مناسبی برای اتصالات درونی دو یا چند قطعه استاندارد برای گسترش آنها با عملکردی مشابه و ورودی‌ها و خروجی‌های بیشتر است.

پیاده‌سازی مدار منطقی ترکیبی

یک دیکدر، 2^n میترم را برای n متغیر ورودی تهیه می‌کند. چون هر تابع بولی می‌تواند برحسب جمع میترم‌ها بیان شود، می‌توان از دیکدر برای تولید میترم استفاده کرده و با یک گیت OR بیرونی جمع منطقی آنها را تشکیل داد. به این ترتیب هر مدار ترکیبی n ورودی و m خروجی با یک دیکدر 2^n و گیت OR قابل پیاده‌سازی است.

روال پیاده‌سازی یک مدار ترکیبی با دیکدر و گیت‌های OR لازم می‌دارد که تابع بول مدار برحسب



شکل ۴-۲۱. پیاده‌سازی یک جمع‌کننده کامل با دیکندر

جمع میترم‌ها بیان شود. سپس یک دیکندر برای تولید همه میترم‌های حاصل از متغیرهای ورودی انتخاب می‌گردد. ورودی‌های هر گیت OR از خروجی‌های دیکندر بر حسب لیست میترم هر تابع انتخاب می‌گردند. این روال با مثالی که مدار جمع‌کننده کامل را به کار می‌برد تشریح می‌گردد. با توجه به جدول درستی جمع‌کننده کامل (جدول ۴-۴)، توابع مدار ترکیبی را به صورت مجموع میترم‌ها بدست می‌آوریم:

$$S(x, y, z) = \Sigma(1, 2, 4, 7)$$

$$C(x, y, z) = \Sigma(3, 5, 6, 7)$$

چون سه ورودی و جمماً هشت میترم وجود دارد، به یک دیکندر 3 به 8 خط احتیاج است. پیاده‌سازی در شکل ۴-۲۱ ملاحظه می‌گردد. دیکندر هشت میترم را برای x ، y و z تولید می‌کند. گیت OR برای خروجی S ، جمع منطقی میترم‌های 1، 2، 4 و 7 را تشکیل می‌دهد. گیت OR جمع منطقی میترم‌های 3، 5، 6 و 7 را برای تولید خروجی C بکار می‌برد.

یک تابع با لیست طویلی از میترم‌ها نیاز به یک گیت OR با ورودی‌های متعدد دارد. تابعی که k میترم دارد می‌تواند به فرم متمم خود، F' ، با $-k^{2^n}$ میترم نشان داده شود. اگر تعداد میترم‌های موجود در تابع بزرگتر از $2^{n/2}$ باشد، آنگاه می‌توان F' را با تعداد میترم کمتری بیان کرد. در چنین وضعیتی، استفاده از گیت NOR برای تشکیل جمع میترم‌های F' مزیت دارد. خروجی گیت NOR این جمع را متمم کرده و تولید خروجی نرمال F را خواهد کرد. اگر از گیت‌های NAND، مثل شکل ۴-۱۹ استفاده شود، آنگاه گیت‌های خروجی در عوض OR باید از نوع NAND باشند. دلیل این است که یک مدار گیتی دو طبقه NAND تابع جمع میترم‌ها را پیاده‌سازی می‌کند و معادل با مدار دو طبقه AND-OR است.

۴-۹ انکدرها

یک انکدر مداری است که عمل عکس یک دیکندر را انجام می‌دهد. یک انکدر دارای 2^n (یا کمتر) خط ورودی و n خط خروجی است. خطوط خروجی کد دودویی مربوط به مقدار دودویی ورودی را

تولید می نمایند.

مثالی از یک انکدر، انکدر هشت هشتی به دودویی است که جدول درستی آن در جدول ۴-۷ داده شده است. این مدار دارای هشت ورودی (یک ورودی برای هر رقم هشت هشتی) و سه خروجی است که عدد دودویی مربوطه را تولید می نماید. فرض بر این است که در هر لحظه‌ای از زمان تنها یک ورودی مقدار ۱ را داشته باشد.

انکدر را می توان با گیت‌های OR که ورودی‌هایشان مستقیماً از جدول درستی تهیه می شود، پیاده‌سازی کرد. خروجی z هنگامی ۱ است که رقم هشت هشتی ورودی در ۱، ۳، ۵ یا ۷ برابر ۱ باشد. خروجی y به ازاء ارقام هشت هشتی ورودی ۲، ۴، ۶ و ۸ برابر ۱ می شود. این شرایط را می توان با معادلات بولی خروجی بیان کرد.

$$z = D_1 + D_3 + D_5 + D_7$$

$$y = D_2 + D_3 + D_6 + D_7$$

$$x = D_4 + D_5 + D_6 + D_7$$

این انکدر با سه گیت OR قابل پیاده‌سازی است.

انکدری که در جدول ۴-۷ تعریف شد دارای این محدودیت است که در آن در هر لحظه از زمان فقط یک ورودی فعال می باشد. اگر دو ورودی به طور همزمان فعال شوند، خروجی ترکیبات نامفهومی را تولید خواهد کرد. مثلاً اگر D_3 و D_6 همزمان برابر ۱ شوند، خروجی انکدر ۱۱۱ خواهد شد زیرا در این حالت هر سه خروجی برابر ۱ است. این خروجی نه ۳ و نه ۶ را نمایش می دهد. برای حل این مشکل، مدارهای انکدر باید اولویتی در ورودی ایجاد کنند تا مطمئن شویم که فقط یک ورودی انکد شده است. اگر اولویت بالاتر را با اندیس‌های بالاتر ایجاد نماییم، و اگر در یک زمان D_6 و D_3 برابر ۱ شوند، خروجی ۱۱۰ می شود زیرا D_6 اولویت بالاتری نسبت به D_3 دارد.

مشکل دیگری که در انکدر هشت هشتی به دودویی وجود دارد این است که در آن یک خروجی تمام ۰ به ازاء حالتی که همه ورودی‌ها ۰ هستند تولید می شود. این خروجی برابر با حالتی است که در آن $D_0 = 1$ است. ایراد را می توان با تهیه یک خروجی بیشتر حل کرد تا به این ترتیب نشان دهد که حداقل یک ورودی ۱ است.

جدول ۴-۷. جدول درستی یک انکدر هشت هشتی به دودویی

ورودی‌ها								خروجی‌ها		
D_0	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	x	y	z
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1

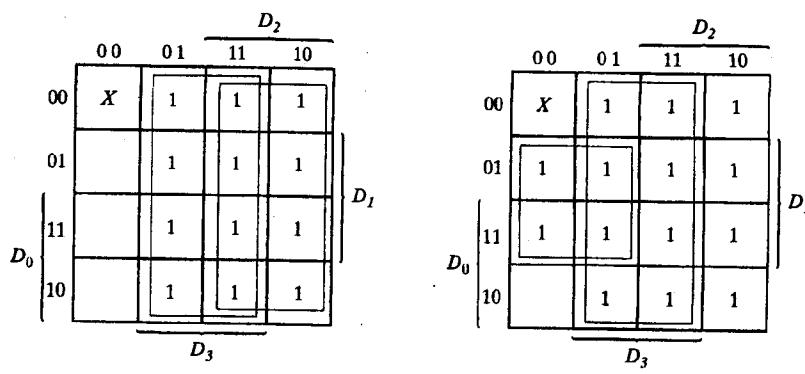
جدول ۴-۸. جدول درستی انکدر اولویت

ورودی ها				خروجی ها		
D_0	D_1	D_2	D_3	x	y	v
0	0	0	0	X	X	0
1	0	0	0	0	0	1
X	1	0	0	0	1	1
X	X	1	0	1	0	1
X	X	X	1	1	1	1

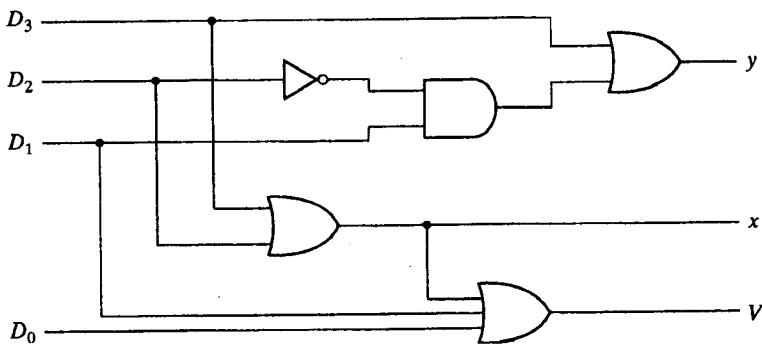
انکدر اولویت

انکدر اولویت مداری است که تابع اولویت دهی را در خود دارد. عملکرد این نوع انکدر چنان است که اگر دو یا چند ورودی به طور همزمان برابر 1 شوند، ورودی با اولویت بالاتر پیش خواهد افتاد. جدول درستی یک انکدر با تقدم چهار ورودی در جدول ۴-۸ ملاحظه می‌گردد. علاوه بر دو خروجی x و y ، مدار دارای سومین خروجی با علامت v است؛ که به معنی بیت معتبر می‌باشد و هرگاه یک یا چند ورودی برابر 1 شوند این خروجی 1 می‌گردد. اگر همه ورودی‌ها 0 باشند بیت معتبر وجود نخواهد داشت و $v = 0$ است. وقتی $0 = v$ باشد در خروجی دیگر وارسی نمی‌شوند و حالت بی اهمیت را خواهند داشت. توجه کنید که گرچه حالات بی اهمیت در ستون‌های خروجی اهمیت ندارند ولی X ‌ها درستون ورودی‌ها در کاهش جدول درستی نقش عمده‌ای دارند. به جای ذکر هر 16 میترم برای چهار متغیر، جدول درستی از X که می‌تواند 0 یا 1 باشد استفاده می‌کند. مثلاً $X100$ دو میترم 1100، 0100 را می‌پوشاند. طبق جدول ۴-۸، هر عدد با مقدار بالاتر اولویت بالاتری را داراست. در این جدول D_3 اولویت بالاتری دارد، بنابراین بدون توجه به مقادیر دیگر ورودی‌ها، وقتی این ورودی 1 شود، خروجی xy برابر 11 می‌گردد (دودویی 3). D_2 دارای اولویت بعدی است. اگر $1 = D_2$ شود خروجی 10 می‌گردد به شرطی که $0 = D_3$ باشد، ولی این خروجی مستقل از دو ورودی با اولویت پایین‌تر است. اگر دیگر ورودی‌های با اولویت تر 0 باشند، خروجی مربوط به D_1 تولید می‌گردد و به همین ترتیب.

نقشه ساده‌سازی خروجی‌های x و y در شکل ۴-۲۲ نشان داده شده است. میترم‌های دو تابع از



شکل ۴-۲۲. نقشه یک انکدر اولویت‌دار



شکل ۴-۲۳. پیاده‌سازی تابع بول با یک مولتی‌پلکسور

جدول ۴-۷ استنتاج شده‌اند. گرچه جدول دارای تنها پنج سطر است، وقتی هر \$X\$ در هر سطر ابتدا با صفر و سپس با 1 جایگزین شود، آنگاه تمام 16 ترکیب ورودی را خواهیم داشت. مثلاً سطر چهارم در جدول با \$XX10\$ چهار میترم \$0010, 0110, 1010, 1110\$ را نمایش می‌دهد. عبارات بول ساده شده برای انکدر اولویت از نقشه‌ها حاصل می‌شود. شرط خروجی \$V\$ یک تابع OR از همه متغیرهای ورودی است. انکدر اولویت بر طبق توابع بولی زیر در شکل ۴-۲۳ پیاده‌سازی شده است.

$$\begin{aligned}x &= D_2 + D_3 \\y &= D_3 + D_1 D'_2 \\V &= D_0 + D_1 + D_2 + D_3\end{aligned}$$

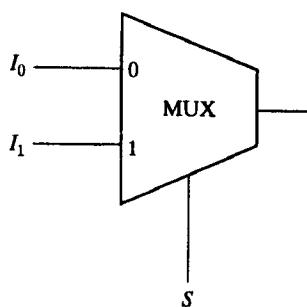
۴-۱۰ مولتی‌پلکسورها

یک مولتی‌پلکسور مداری ترکیبی است که اطلاعات دودویی را از تعدادی خط ورودی دریافت کرده و آنها را به یک خط خروجی هدایت می‌نماید. انتخاب یک ورودی خاص به وسیله مجموعه‌ای از خطوط انتخاب انجام می‌شود. معمولاً \$2^n\$ خط ورودی و \$n\$ خط انتخاب وجود دارد و ترکیب بیتی تعیین کننده ورودی انتخاب شده است.

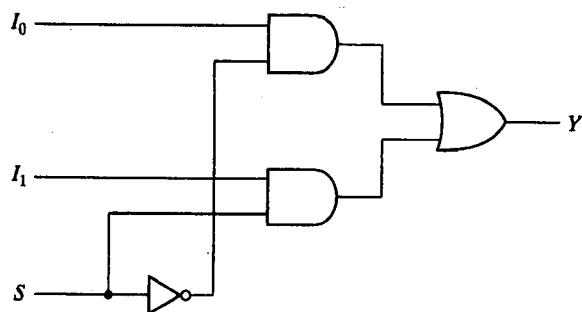
یک مولتی‌پلکسور 2 به 1 یکی از دو منبع 1 بیت را طبق شکل ۴-۲۴ به یک مقصد مشترک متصل می‌کند. مدار دارای دو خط ورودی داده، یک خروجی و یک خط انتخاب \$S\$ است. وقتی \$S = 0\$ باشد، گیت AND فوکانی فعال شده و \$I_0\$ به خروجی راه می‌یابد. وقتی \$S = 1\$ باشد، گیت AND تحتانی فعال شده و \$I_1\$ به خروجی متصل می‌شود. مولتی‌پلکسور مثل یک کلید الکترونیک عمل کرده و یکی از دو منبع را انتخاب می‌نماید. نمودار بلوکی یک مولتی‌پلکسور گاهی به شکل ذوزنقه شکل ۴-۲۴ (ب) نشان داده می‌شود. این مدار چگونگی انتخاب و هدایت متعدد داده را به یک مقصد نشان می‌دهد.

مولتی‌پلکسور اغلب با نمودارهای بلوکی و کلمه MUX نشان داده می‌شود.

یک مولتی‌پلکسور 4 به 1 در شکل ۴-۲۵ دیده می‌شود. هر یک از چهار ورودی \$I_0\$ تا \$I_3\$ به یک



(ب) نمودار بلوکی



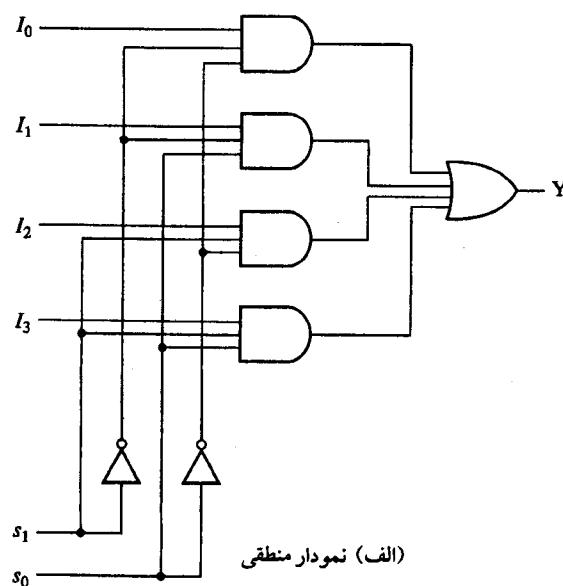
(الف) نمودار منطقی

شکل ۴-۲۴. مولتیپلکسر ۲ به ۱

ورودی گیت AND اعمال می‌شود. خطوط انتخاب S_1 و S_0 برای انتخاب گیت AND خاص دیگر می‌شوند. خروجی گیت‌های AND به یک گیت OR اعمال می‌شوند تا خروجی 1 خط را ایجاد کنند. جدول تابع، ورودی راکه از مولتی پلکسر عبور کرده نشان می‌دهد. برای نمایش عمل مدار، حالتی راکه $I_2 = S_1 S_0 = 10$ است ملاحظه کنید. گیت مربوط به ورودی I_2 دارای دو ورودی 1 و یک ورودی متصل به I_2 است. سه گیت دیگر هر یک حداقل یک 0 در ورودی خود دارند و بنابراین خروجی شان 0 می‌شود. خروجی گیت OR، اکنون برابر مقدار I_2 است و به این ترتیب مسیری از ورودی انتخابی به خروجی ایجاد شده است. یک مولتی پلکسر را انتخابگر داده هم می‌خوانند، زیرا یکی از چند ورودی را انتخاب کرده و اطلاعات دودویی را به خط خروجی هدایت می‌کند.

s_1	s_0	Y
0	0	I_0
0	1	I_1
1	0	I_2
1	1	I_3

(ب) جدول تابع

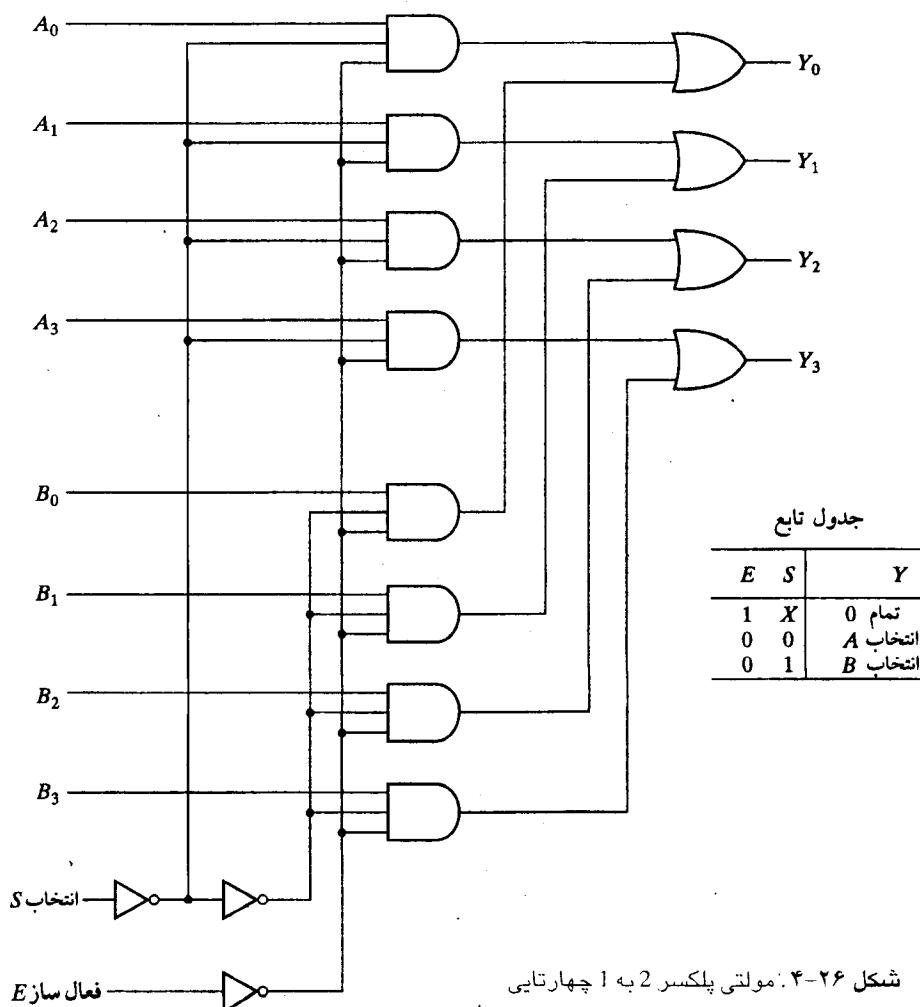


(الف) نمودار منطقی

شکل ۴-۲۵. مولتی پلکسر ۴ به ۱

وجود گیت‌های AND و وارونگرها در مولتی پلکسرا، مدار دیکدر را به خاطر می‌آورد، و به علاوه آنها خطوط ورودی انتخاب را دیکد می‌کنند. به طور کلی یک مولتی پلکسرا 2^n به 1 از یک دیکدر n به 2^n ، ساخته شده که در آن 2^n خط به 2^n گیت AND، یعنی هر خط به یک گیت وصل شده است. خروجی گیت‌های AND به تنها گیت OR اعمال می‌گردد. سایز مولتی پلکسرا با 2^n خط ورودی داده و تنها خط خروجی اش مشخص می‌شود. همچون دیکدر، مولتی پلکسراها هم ممکن است خط فعال‌سازی داشته باشند تا عملکرد کل قطعه را کنترل کنند. وقتی که ورودی فعال‌ساز در وضعیت غیرفعال قرار دارد، خروجی‌ها غیرفعالند، و وقتی در حالت فعال خود قرار گیرد، مدار به عنوان یک مولتی پلکسرا معمولی عمل می‌کند.

مدارهای مولتی پلکسرا می‌توان برای تهیه مولتی پلکسرا چند بیتی با هم ترکیب کرد. به منظور تشریحی براین مطلب، یک مولتی پلکسرا 2 به 1 چهارتایی در شکل ۴-۲۶ نشان داده شده است. مدار



شکل ۴-۲۶: مولتی پلکسرا 2 به 1 چهارتایی

دارای چهار مولتی پلکسر است که هر یک قادر است یکی از دو خط را انتخاب نماید. خروجی Y_0 می‌تواند به یکی از ورودی‌های A_0 یا B_0 وصل شود و به طور مشابه Y_1 هم می‌تواند مقدار A_1 یا B_1 را داشته باشند، و به همین ترتیب. خط انتخاب ورودی یکی از خطوط ورودی را در هر یک از چهار مولتی پلکسر انتخاب می‌کند. خط فعال ساز E باید به هنگام کار معمولی فعال شود. گرچه مدار حاوی چهار مولتی پلکسر 2 به 1 است، ولی ما بیشتر علاقمندیم به آن به عنوان مداری که یکی از دو مجموعه چهار بیتی خطوط داده را انتخاب می‌کند، بنگیریم. همانطور که در جدول تابع دیده می‌شود، مدار وقتی که $E = 0$ است فعال می‌شود. آنگاه اگر $S = 0$ باشد چهار ورودی A مسیری به چهار خروجی دارند. از طرف دیگر اگر $S = 1$ ، چهار ورودی B به خروجی‌ها اعمال می‌شوند، وقتی $E = 1$ باشد، مستقل از وضعیت S، همه خروجی‌ها 0 خواهند بود.

پیاده‌سازی تابع بول

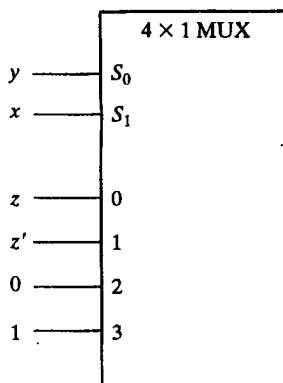
در بخش ۴-۸ دیده شد که با افزودن یک گیت OR به خروجی‌های یک دیکدر می‌توان از آن برای پیاده‌سازی تابع بول استفاده کرد. با بررسی نمودار منطقی یک مولتی پلکسر ملاحظه می‌شود که این مدار در واقع همان دیکدر است که یک گیت OR به آن اضافه شده است. میترم‌های یک تابع با خطوط انتخاب مولتی پلکسر تولید می‌شوند. هر میترم به وسیله ورودی‌های داده انتخاب می‌شود. این مطلب روشنی را برای پیاده‌سازی هر تابع n متغیره به وسیله یک مولتی پلکسر که دارای 2^n ورودی داده و n خط ورودی انتخاب است، فراهم می‌سازد.

اکنون روش کاراتری را برای پیاده‌سازی یک تابع بول n متغیره با مولتی پلکسری که 1- n ورودی انتخاب دارد، معرفی می‌نماییم. ابتدا 1- n متغیر به ورودی‌های انتخاب مولتی پلکسر وصل می‌شود. تنها متغیر باقیمانده تابع برای ورودی‌های داده مورد استفاده قرار می‌گیرد. اگر متغیر باقیمانده را z بنامیم هر ورودی داده مولتی پلکسر برابر z ، z' ، 1 و یا 0 خواهد بود. برای نمایش این رویه، تابع سه متغیره زیر را ملاحظه کنید:

$$F(x, y, z) = \Sigma(1; 2, 6, 7)$$

تابع را می‌توان مطابق شکل ۴-۲۷ با یک مولتی پلکسر 4 به 1 پیاده‌سازی کرد. دو متغیر x و z به خطوط انتخاب وصل می‌شود، به این ترتیب که x به ورودی s_1 و y به ورودی s_0 متصل می‌گردد. مقادیر خطوط ورودی داده از جدول درستی تابع معین می‌شود. وقتی $xy = 00$ باشد خروجی F برابر z است زیرا وقتی $z = 0$ است F هم برابر 0 می‌باشد و وقتی $z = 1$ شود F نیز برابر 1 می‌گردد. این وضع لازم می‌دارد تا متغیر z به وروده داده 0 متصل شود. عملکرد مولتی پلکسر به نحوی است که وقتی $xy = 00$ گردد، خط داده شماره 0 به خروجی وصل شده F را برابر z می‌نماید. به طریقی مشابه می‌توان نشان داد که خطوط ورودی 1، 2 و 3 وقتی که $xy = 01, 10$ و 11 است به ترتیب به F وصل می‌شوند. این مثال خاص هر چهار حالت ممکن را برای ورودی‌های داده تهیه می‌کند.

روالی کلی برای پیاده‌سازی هر تابع بول n متغیره با یک مولتی پلکسر که 1- n خط ورودی انتخاب



(ب) پیاده سازی مولتی پلکسر

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

(الف) جدول درستی

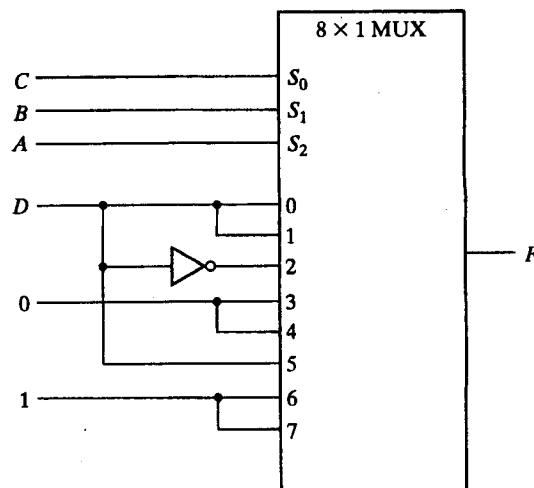
شکل ۴-۲۷. پیاده سازی یک تابع بول با یک مولتی پلکسر

و 2^{n^1} ورودی داده دارد از مثال قبل نتیجه می‌گردد. ابتدا تابع بول را در جدول درستی لیست می‌کنیم. اولین $n-1$ متغیر در جدول به ورودی‌های انتخاب مولتی پلکسر وصل می‌شوند. برای هر ترکیبی از متغیرهای انتخاب، خروجی را به عنوان تابعی از آخرین متغیر ارزیابی می‌کنیم. این تابع می‌تواند ۰، ۱، متفاوت و یا متمم متغیر باشد. آنگاه این مقادیر به ورودی‌های داده به نحوی صحیح اعمال می‌شوند. به عنوان دومین مثال، تابع بول زیر را ملاحظه نمایید:

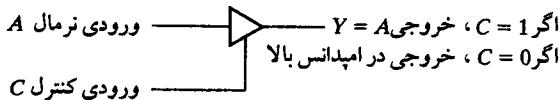
$$F(A, B, C, D) = \sum(1, 3, 4, 11, 12, 13, 14, 15).$$

این تابع با مولتی پلکسری که سه ورودی انتخاب دارد، مطابق شکل ۴-۲۸ پیاده سازی می‌شود. توجه کنید که اولین متغیر A باید به ورودی انتخاب S_2 و دو خط B و C به ترتیب به S_1 و S_0 وصل شوند.

A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1



شکل ۴-۲۸. پیاده سازی یک تابع ۴ ورودی با یک مولتی پلکسر



شکل ۴-۲۹. سمبل گرافیکی برای یک بافر سه حالته

مقادیر ورودی های داده از جدول درستی لیست شده در شکل معین می گردند. شماره خط داده مربوطه از ترکیب دودویی ABC حاصل می شود. مثلاً وقتی $101 = ABC$ باشد، جدول نشان می دهد که $F = D$ است، بنابراین متغیر D به ورودی داده ۵ وصل می شود. ثابت های دودویی ۰ و ۱ مربوط به دو مقدار سیگنال ثابت است. وقتی از مدارهای مجتمع استفاده کنیم، منطق ۰ مربوط به سیگنال زمین و منطق ۱ معادل با سیگنال تغذیه است که معمولاً ۵ ولت می باشد.

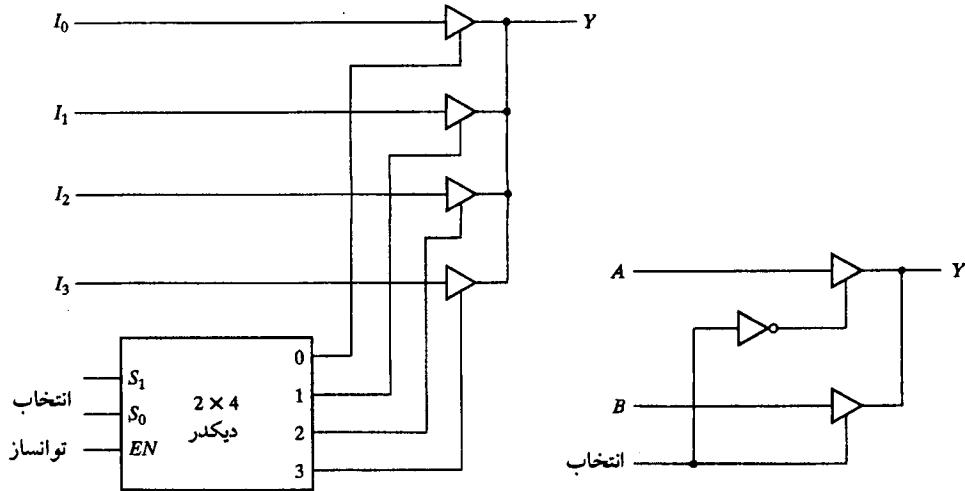
گیت های سه حالته

یک مولتی پلکسر را می توان با گیت های سه حالته ساخت. یک گیت سه حالته مداری دیجیتال است که سه حالت را از خود به نمایش می گذارد. دو حالت، همچون گیت های معمولی همان منطق ۱ و ۰ است. حالت سوم، حالت امپدانس بالاست. حالت امپدانس بالا مثل مدار باز عمل می کند و به این معنی است که خروجی از درون قطع بوده و مدار دارای مفهوم منطقی بالارزشی نیست. گیت های سه حالته ممکن است به عنوان گیت های AND و NAND نیز عمل کنند. با این وجود اغلب به عنوان بافر مورد استفاده قرار می گیرند.

نمودار گرافیکی یک گیت بافر سه حالته در شکل ۴-۲۹ دیده می شود. این قطعه با ورودی کنترلی که وارد ضلع پایینی آن می شود از نوع معمولی اش تفکیک می شود. یک بافر معمولی دارای یک ورودی، یک خروجی و یک خط کنترل می باشد که وضع خروجی را مشخص می نماید. وقتی که ورودی کنترل خروجی برابر ۱ است، خروجی فعال شده و گیت مانند یک بافر معمولی عمل می کند و در این حالت خروجی برابر ورودی اصلی است. وقتی که ورودی کنترل ۰ شود، خروجی غیرفعال شده و گیت بدون توجه به مقدار ورودی اصلی به حالت امپدانس بالا می رود. حالت امپدانس بالای یک گیت سه حالته ویژگی خاصی را فراهم می کند که در دیگر گیت ها وجود ندارد. به علت این ویژگی، تعداد زیادی از خروجی های سه حالته می توانند به هم وصل و بدون تأثیر بر روی بار شدن، یک خط مشترکی را تشکیل دهند.

ساخت مولتی پلکسرها با بافرهای سه حالته در شکل ۴-۳۰ دیده می شود. بخش (الف) شکل، یک مولتی پلکسر 2 به 1 را با دو بافر سه حالته و یک وارونگر نشان می دهد. دو خروجی به هم وصل شده اند تا یک خروجی مشترک را به وجود آورند. باید اشاره کرد که این گونه اتصالات را با گیت هایی که خروجی سه حالته ندارند نمی توان اجرا کرد. وقتی ورودی انتخاب ۰ است، بافر فوقانی به وسیله ورودی کنترل ش فعل می گردد و در این حال بافر پایینی غیرفعال است.

ساختار یک مولتی پلکسر 4 به 1 در شکل ۴-۳۰ (ب) ملاحظه می شود. خروجی های چهار بافر سه



شکل ۴-۳۰. مولتی پلکسراها با گیت‌های سه حالت

حالته به هم متصل شده‌اند تا یک خروجی مشترک را بسازند. ورودی‌های کنترل به بافر مشخص می‌کنند که کدام یک از چهار ورودی نرمال I_0 تا I_3 به خط خروجی متصل خواهد شد. در هر لحظه از زمان تنها یکی از بافرها در حالت فعال قرار خواهد داشت. بافرهای متصل باید طوری وصل شوند که تنها یکی از بافرهای سه حالت با خروجی ارتباط داشته باشد، ضمناً این که همه دیگر بافرها در حالت امپدانس بالا قرار خواهند گرفت. برای اطمینان از این که تنها یک ورودی کنترل در هر لحظه فعال است، از دیکدری طبق نمودار استفاده می‌کنیم. وقتی که ورودی فعال‌ساز دیکدر ۰ است، هر چهار خروجی آن ۰ خواهد بود و خط گذرگاه در حالت امپدانس بالاست زیرا هر چهار بافر غیرفعالند. وقتی که ورودی فعال‌ساز فعال گردد، یکی از بافرها، بسته به مقدار دودویی در ورودی‌های انتخاب دیکدر، فعال خواهد شد. با بررسی دقیق در می‌یابیم که این مدار راهی دیگر در ساخت یک مولتی پلکسرا ۴ به ۱ است.

۴-۱۱ برای مدارهای ترکیبی

زبان سخت‌افزاری log (HDL) در بخش ۳-۹ معرفی شد. در این بخش، روش دیگری را برای توصیف مدارهای ترکیبی HDL نشان خواهیم داد. مدارهای ترکیبی در فصل بعد توصیف خواهند شد. همانطور که قبل ذکر شد، مدول، یک بلوک ساختاری پایه در Verilog HDL است. مدول می‌تواند در هر یک از تکنیک‌های مدل‌سازی زیر توصیف گردد.

- مدل‌سازی سطح گیت با ذکر گیت‌های اصلی (Primitive) و مدول‌های تعریف شده بوسیله کاربر.
- مدل‌سازی روند داده با بکارگیری عبارات تخصیص مداوم (پیوسته) که با کلمه کلیدی assign انجام می‌شود.

- مدل‌سازی رفتاری با استفاده از عبارات تخصیص اجرایی (رویه‌ای) که با کلمه کلیدی always صورت می‌گیرد.

مدل‌سازی سطح گیت، مدار را با تعیین گیت‌ها و این که چگونه به هم وصل شده‌اند توصیف می‌نماید. مدل‌سازی روند داده اغلب برای توصیف مدارهای ترکیبی به کار می‌رود. مدل‌سازی رفتاری برای سیستم‌های دیجیتال در سطح بالاتر مورد استفاده است. مدل دیگری به جز روش‌های فوق وجود دارد که به آن مدل‌سازی سطح سوئیچ گویند. این نوع مدل‌سازی قابلیت طراحی را در سطح ترانزیستور MOS فراهم می‌سازد که در بخش ۱۰-۱۰ بررسی شده است.

مدل‌سازی سطح گیت

مدل‌سازی در سطح گیت در بخش ۳-۹ همراه با یک مثال ساده معرفی شد. در این نوع نمایش، یک مدار با گیت‌های منطقی و اتصالات بین آنها نشان داده می‌شود. این مدل توصیف متنی برای نمودار مداری را فراهم می‌کند. Verilog قادر است تا 12 گیت را به عنوان گیت‌های اصلی پیش تعریف شده تشخیص دهد. چهار گیت از آنها از نوع سه حالته است. هشت نوع دیگر آنهای هستند که در بخش ۲-۷ لیست شدند. این گیت‌ها با کلمات کلید حروف کوچک زیر معرفی می‌شوند که عبارتند از: nand، and، or، xor، nor، not، buf، xnor. وقتی که گیت‌ها شبیه‌سازی شوند، سیستم به هر گیت یک مجموعه چهار مقداری را تخصیص می‌دهد. علاوه بر مقدار منطقی ۰ و ۱، دو مقدار نامشخص و امپدانس بالا هم لحاظ شده‌اند. مقدار نامشخص با x و امپدانس بالا با z مشخص شده است. مقدار نامشخص در حین شبیه‌سازی برای حالتی است که یک ورودی یا خروجی نامعلوم باشد و به عنوان مثال به آن مقدار ۱ یا ۰ تخصیص نیافته باشد. حالت امپدانس بالا در خروجی گیت‌های سه حالته هنگامی رخ می‌دهد که یک سیستم ناخودآگاه باز رها گردد. جدول درستی برای and، or، xor و not در جدول ۴-۹ دیده می‌شود. جدول درستی چهار گیت دیگر مشابه است با این تفاوت که خروجی‌ها متمم شده‌اند. توجه کنید که برای گیت and، خروجی فقط هنگامی ۱ است که هر دو ورودی ۱ باشند و هنگامی ۰ است که هر یک از دو ورودی ۰ باشد. در غیر این صورت اگر یک ورودی x یا z باشد خروجی x است. وقتی هر دو ورودی گیت or برابر ۰ باشد

جدول ۴-۹. جدول درستی برای گیت‌های اصلی پیش تعریف شده

and	0	1	x	z	or	0	1	x	z
0	0	0	0	0	0	0	1	x	x
1	0	1	x	x	1	1	1	1	1
x	0	x	x	x	x	x	1	x	x
z	0	x	x	x	z	x	1	x	x
xor	0	1	x	x	not	0	1	x	x
0	0	1	x	x	not	0	1	x	x
1	1	0	x	x	not	1	0	x	x
x	x	x	x	x	not	x	x	x	x
z	x	x	x	x	not	z	x	x	x

خروجی آن ۰ است و اگر هر یک از ورودی‌ها ۱ باشد خروجی هم ۱ است، در غیر اینصورت × است. وقتی که یک گیت اصلی در یک مدول لحاظ شود گوییم در مدول ذکر شده است. به طور کلی ذکر قطعات عباراتی هستند که به قطعات سطح پایین تری در طراحی ارجاع می‌دهند، و کپی‌هایی اساسی (یا نمونه) از آن قطعات در مدول سطح بالاتر ایجاد می‌نمایند. بنابراین مدولی که یک گیت را در توصیف خود به کار می‌برد گیت را ذکر کرده است.

اکنون دو مثال از مدل‌سازی سطح گیت را نمایش می‌دهیم. هر دو مثال از عرض چند بیتی که بودار نامیده می‌شود، استفاده می‌کنند. یک بودار در داخل یک جفت کروشه مشخص می‌شود که از دو عدد و دو نقطه در بین آنها تشکیل شده است. کد زیر دو بودار را نشان می‌دهد:

```
output [0:3]D;
wire [7:0]SUM;
```

عبارت اول یک بودار خروجی D را با چهار بیت ۰ تا ۳ نشان می‌دهد. دو مین عبارت یک بودار SUM سیمی (wire) با هشت بیت که از ۰ تا ۷ شماره‌گذاری شده‌اند را نشان می‌دهد. اولین عدد لیست شده بازرسن ترین بیت بودار است. بیت‌های خاص در داخل کروشه ذکر می‌گردند، بنابراین [2]D، بیت ۲ از D را نشان می‌دهد. همچنین ممکن است بخش‌هایی از یک بودار را ذکر کند. مثلاً [0 : 2]SUM سه بیت کم ارزش‌تر بودار SUM را بیان می‌کند.

مثال ۴-۱ HDL توصیف سطح گیت یک دیکدر ۲ به ۴ را نشان می‌دهد. این مدار دو ورودی داده A و B و یک ورودی فعال‌ساز E دارد. چهار خروجی با بودار D تعریف شده‌اند. wire برای اتصالات درونی به کار می‌رود. گیت‌های not متمم ورودی‌ها و چهار گیت nand خروجی D را تهیه می‌نماید. به یاد داشته باشید که همواره در لیست گیت، خروجی ابتدا ذکر می‌شود و سپس ورودی‌ها نوشه می‌شوند. این مثال دیکدر شکل ۴-۱۹ را توصیف می‌کند و رویه‌های بیان شده در بخش ۳-۹ را دنبال می‌نماید.

مثال ۴-۱

```
//Gate-level description of a 2-to-4-line decoder
//Figure 4-19
module decoder_g1 (A,B,E,D);
    input A,B,E;
    output [0:3]D;
    wire Anot,Bnot,Enot;
    not
        n1 (Anot,A),
        n2 (Bnot,B),
        n3 (Enot,E);
    nand
        n4 (D[0],Anot,Bnot,Enot),
        n5 (D[1],Anot,B,Enot),
        n6 (D[2],A,Bnot,Enot),
        n7 (D[3],A,B,Enot);
endmodule
```

```

//Gate-level hierarchical description of 4-bit adder
// Description of half adder (see Fig 4-5b)
module halfadder (S,C,x,y);
    input x,y;
    output S,C;
//Instantiate primitive gates
    xor (S,x,y);
    and (C,x,y);
endmodule

//Description of full adder (see Fig 4-8)
module fulladder (S,C,x,y,z);
    input x,y,z;
    output S,C;
    wire S1,D1,D2; //Outputs of first XOR and two AND gates
//Instantiate the halfadder
    halfadder HA1 (S1,D1,x,y),
                  HA2 (S,D2,S1,z);
    or g1(C,D2,D1);
endmodule

//Description of 4-bit adder (see Fig 4-9)
module _4bit_adder (S,C4,A,B,C0);
    input [3:0] A,B;
    input C0;
    output [3:0] S;
    output C4;
    wire C1,C2,C3; //Intermediate carries
//Instantiate the fulladder
    fulladder FA0 (S[0],C1,A[0],B[0],C0),
                 FA1 (S[1],C2,A[1],B[1],C1),
                 FA2 (S[2],C3,A[2],B[2],C2),
                 FA3 (S[3],C4,A[3],B[3],C3);
endmodule

```

توجه کنید که کلمات کلیدی not و nand فقط یک بار نوشته می‌شوند و لزومی ندارد که برای هر گیت تکرار شوند، ولی ویرگول‌ها باید در انتهای هر سری گیت‌ها گذاشته شوند به جز در آخرین عبارت که با نقطه ویرگول پایان می‌یابد.

دو یا چند مدول را می‌توان با هم ترکیب نموده و توصیف سلسله مراتبی یک طرح را ساخت. دو روش طراحی اساسی وجود دارد: یکی بالا به پایین و دیگری پایین به بالا. در طراحی بالا به پایین، بلوک سطح بالا تعریف شده و سپس بلوک‌های جزیی لازم برای ساخت بلوک سطح بالا مشخص می‌شوند. در طراحی پایین به بالا، بلوک‌های ساختاری ابتدا مشخص شده و سپس برای ساخت بلوک بالایی ترکیب

می شوند. مثلاً جمع کننده شکل ۴-۹ را در نظر بگیرید. می توان آن را بلوکی تصور کرد که با چهار بلوک جمع کننده کامل ساخته شده است، در حالی که هر جمع کننده کامل از دو بلوک نیم جمع کننده تشکیل می شود. در طراحی بالا به پایین، ابتدا جمع کننده ۴ بیت تعریف می شود و سپس بلوک های دو نیم جمع کننده توصیف می شوند. در طراحی پایین به بالا، نیم جمع کننده ها اول تعریف می شوند، سپس جمع کننده ۴ بیت از آن ساخته می شود.

توصیف سلسه مراتبی (پایین - بالا) جمع کننده ۴ بیت در مثال ۴-۲ HDL نشان داده شده است. نیم جمع کننده با ذکر گیت های اصلی تعریف می شود. مدول بعدی با ذکر دو نیم جمع کننده، جمع کننده کامل را ذکر کرده است. مدول سوم یک جمع کننده ۴ بیت را با ذکر چهار جمع کننده کامل توصیف می نماید. (دقیق کنید که شناسه ها نمی توانند با یک عدد آغاز شوند ولی می توانند با یک زیر خط تیره در پایین شروع شوند، بنابراین نام مدول _4bitadder خواهد بود). ذکر هم با نام مدولی که یک مجموعه نام پورت جدید یا قبلی را بکار می برد انجام می شود. مثلاً HA1 در داخل مدول جمع کننده با y, x و D₁، S₁ ذکر می شود. این ذکر یک نیم جمع کننده با خروجی های D₁, S₁ و ورودی های y و x را تولید می نماید. توجه کنید که در Verilog ، تعریف یک مدول نمی تواند در توصیف دیگری قرار گیرد. به بیان دیگر، یک مدول نمی تواند در بین یک کلمه کلیدی module و endmodule واقع شود. تنها راه تعریف یک مدول در دیگری، ذکر آن است. بنابراین مدول ها در مدول های دیگر برای توصیف سلسه مراتبی طرح ذکر می شوند. همچنین توجه کنید که نام ها باید هنگام تعریف مدول ها ذکر شوند. (مثل FA0 برای اولین جمع کننده کامل در سومین جدول)، ولی ذکر نام در گیت های اصلی اختیاری است.

گیت های سه حالت

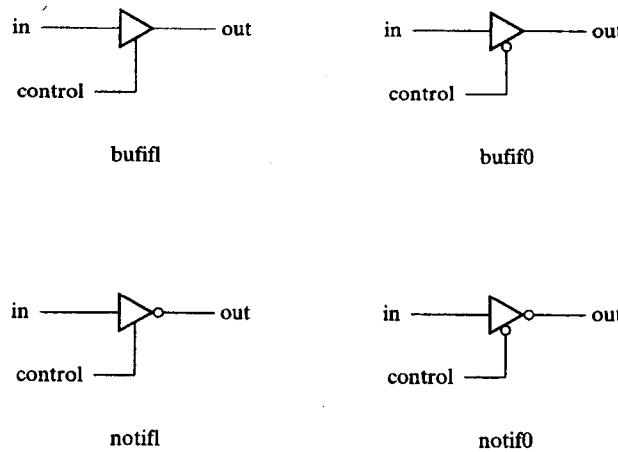
همانطور که در بخش ۴-۱۰ ذکر شد، هر گیت سه حالته دارای یک ورودی کنترل است که می تواند آن را به حالت امپدانس بالا ببرد. این حالت در HDL با سمبول Z مشخص می شود. چهار نوع گیت سه حالته طبق شکل ۴-۳۱ وجود دارد. گیت bufif1 مانند یک بافر معمولی عمل می کند به شرطی که control = 1 باشد. وقتی 0 control = است، خروجی به حالت امپدانس بالای Z می رود. گیت bufif0 رفتاری مشابه دارد با این تفاوت که امپدانس بالا در 1 control = رخ می دهد. دو گیت not همین ترتیب کار می کنند با این تفاوت که وقتی در امپدانس بالا نیستند، خروجی آنها متumm ورودی است. گیت ها با عبارت زیر ذکر می شوند:

gate name (output, input, control);

می تواند یکی از چهار گیت سه حالته انتخاب گردد. خروجی می تواند 0، 1 یا Z باشد
دو مثال از ذکر گیت در زیر آمده است:

```
bufif1 (OUT,A,control);
notif0 (Y,B,enable);
```

در مثال اولی، ورودی A هنگامی که control = 1 است به خروجی منتقل می گردد. وقتی 0 control=0



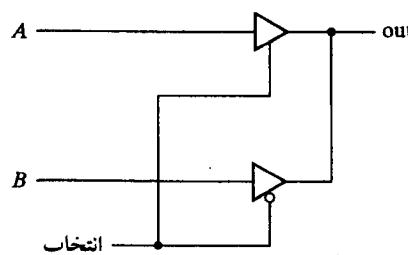
شکل ۴-۳۱. گیت‌های سه حالته

باشد خروجی out به z می‌رود. در مثال دوم وقتی $enable = 1$ خواهد شد و خروجی $Y = z$ است. وقتی $enable = 0$ خروجی $Y = B'$ رخ می‌دهد.

خروجی گیت‌های سه حالته می‌توانند برای تشکیل یک خروجی مشترک بهم وصل شوند. برای شناخت چنین اتصالی، HDL از کلمه کلید tri (برای tristate) استفاده می‌کند تا بیان نماید که خروجی دارای قابلیت راهاندازی چندگانه است. مثلاً مولتی پلکسor 2 به 1 را در شکل ۴-۳۲ با گیت‌های سه حالته در نظر بگیرید.

توصیف HDL باید برای خروجی از داده نوع tri استفاده کند.

```
module muxtri (A,B,select,OUT);
    input A,B,select;
    output OUT;
    tri OUT;
    bufif1 (OUT,A,select);
    bufif0 (OUT,B,select);
endmodule
```



شکل ۴-۳۲. مولتی پلکسor 2 به 1 با بافرهای سه حالته

دو بافر سه حالته دارای خروجی مشترکاند. برای این که نشان دهیم آنها اتصال مشترک دارند، باید خروجی OUT را با کلمه کلیدی tri همراه کنیم.

کلمات کلیدی wire و مثال‌هایی از داده نوع net می‌باشند. Net‌ها اتصال بین دو المان یا عنصر را نشان می‌دهند. خروجی آنها با خروجی وسیله‌ای که نشان می‌دهند مرتبأ راه اندازی می‌شود. کلمه net (شبکه) یک کلمه کلیدی نیست و کلاسی از انواع داده مانند wire ، wor ، tri ، wand ، supply1 و supply0 را نشان می‌دهد. اعلان wire مکرر به کار برده می‌شود. مدل‌های wor پیاده‌سازی سخت افزاری آرایش wired-OR را نشان می‌دهند. مدل‌های wand هم برای آرایش wired-AND در نظر گرفته شده‌اند (شکل ۴-۲۸). شبکه‌های supply1 و supply0 منبع تغذیه و زمین هستند. از آنها در توصیف سطح-سوئیچ استفاده می‌شود. (بخش ۱۰-۱۰ ملاحظه گردد).

مدل‌سازی روند داده

مدل‌سازی روند داده از تعدادی عملگر روی عملوند‌ها استفاده می‌کند تا خروجی موردنظر را تولید کند. Verilog HDL حدود 30 عملگر در اختیار می‌گذارد. جدول ۴-۱۰ بخشی از این عملگرهای سمبول‌های آنها و عملی که اجرا می‌کنند را نشان می‌دهند. لیست کامل عملگرهای را در جدول ۴-۱ در بخش ۴-۲ ملاحظه کنید. لازم است تا بین اعمال حسابی و منطقی تفکیک به عمل آید، بنابراین برای هر یک، از سمبول جداگانه‌ای استفاده شده است. سمبول (+) برای جمع حسابی به کار رفته و AND منطقی از سمبول & استفاده می‌کند. برای OR ، NOT و XOR سمبول‌های خاصی وجود دارد. سمبول برابری از دو علامت مساوی و بدون فضای در بین آنها استفاده می‌کند تا با علامت برابری به کار رفته با عبارت تخصیص اشتباہ نشود. عملگر ادغام مکانیزمی است که برای ضمیمه کردن چند عملوند استفاده می‌شود. مثلاً دو عملوند دو بیتی را می‌توان برای ایجاد یک عملوند چهار بیتی در هم ادغام کرد. عملگر شرطی بعد همراه با مثال ۴-۶ HDL توضیح داده شده است.

جدول ۴-۱۰. عملگرهای Verilog HDL

Symbol	Operation
+	binary addition
-	binary subtraction
&	bit-wise AND
	bit-wise OR
^	bit-wise XOR
~	bit-wise NOT
==	equality
>	greater than
<	less than
{ }	concatenation
?:	conditional

HDL . ۴-۳ مثال

```
//Dataflow description of a 2-to-4-line decoder
//See Fig. 4-19
module decoder_df (A,B,E,D);
    input A,B,E;
    output [0:3] D;
    assign D[0] = ~(~A & ~B & ~E),
        D[1] = ~(~A & B & ~E),
        D[2] = ~(A & ~B & ~E),
        D[3] = ~(A & B & ~E);
endmodule
```

مدل سازی روند داده از تخصیص های مداوم و کلمه کلیدی **assign** استفاده می کند. یک تخصیص مداوم عبارتی است که یک مقدار را به یک **net** تخصیص می دهد. **net** نوع داده در HDL برای نمایش اتصالات بین عناصر مدار به کار می رود. یک **net** خروجی یک گیت را که با عبارت **output** یا **wire** بیان شده، تعریف می کند. مقدار تخصیص داده شده به **net** با یک عبارت که عملگر و عملوند را استفاده می کند بیان می گردد. به عنوان مثال با فرض اعلان متغیرها، یک مولتی پلکسor 2 به 1 با ورودی های داده A و B، ورودی انتخاب S و خروجی Y با عبارت مداوم زیر تعریف می گردد:

assign Y = (A & S) | (B & ~S);

عبارت با کلمه کلیدی **assign** و به دنبال آن خروجی موردنظر Y و یک علامت مساوی شروع می شود. به دنبال علامت مساوی، یک عبارت بول آورده شده است. در سخت افزار، این عبارت معادل با اتصال خروجی گیت OR (|) به سیم Y است.

مثال های بعدی مدل های روند داده دو مثال سطح گیت قبلی را نشان می دهند. توصیف روند داده یک دیکدر 2 به 4 در مثال ۴-۳ HDL نشان داده شده است. مدار با توجه به عبارات بولی با چهار عبارت تخصیص مداوم تعریف شده است که هر یک متعلق به یک خروجی است. توصیف روند داده یک جمع کننده 4 بیت در مثال ۴-۴ HDL آورده شده است. منطق جمع با یک عبارت و استفاده از عملگرهای جمع و ادغام بیان شده است. سمبول جمع (+) بیانگر جمع دودویی 4 بیت A با چهار بیت B و یک رقم نقلی Cin است. خروجی موردنظر ادغام نقلی خروجی Cout و چهار بیت SUM است.

HDL . ۴-۴ مثال

```
//Dataflow description of 4-bit adder
module binary_adder (A,B,Cin,SUM,Cout);
    input [3:0] A,B;
    input Cin;
    output [3:0] SUM;
    output Cout;
    assign {Cout,SUM} = A + B + Cin;
endmodule
```

مثال ۵-۵ HDL

```
//Dataflow description of a 4-bit comparator.
module magcomp (A,B,ALSB,AGTB,AEQB);
    input [3:0] A,B;
    output ALTB,AGTB,AEQB;
    assign ALTB=(A < B),
          AGTB = (A > B),
          AEQB = (A == B);
endmodule
```

ادغام علموندها در پرانتز بیان شده و یک ویرگول آنها را از هم جدا می‌سازد. بنابراین پنج بیت {Cout, SUM}، نتیجه عمل جمع را به نمایش می‌گذارد.

مدل‌سازی روند داده امکان توصیف مدارهای ترکیبی را با تابع به جای ساختار گیتی اش فراهم می‌سازد. برای ملاحظه چگونگی انجام طراحی دیجیتال با روند داده، مقایسه گر مقدار چهار بیتی توصیف شده در مثال ۴-۵ HDL را در نظر بگیرید. مدل دو گروه ورودی چهار بیت A و B و سه خروجی را مشخص می‌کند. اگر A کوچکتر از B باشد خروجی (ALTB) در منطق ۱ و اگر A بزرگتر از B باشد خروجی (AGTB) در منطق ۱ قرار می‌گیرد. ضمن این که اگر A برابر با B است خروجی (AEQB) وجود داشته باشد. توجه کنید که تساوی با دو علامت مساوی تعریف می‌شود. کامپایلر Verilog HDL می‌تواند این توصیف مدول را به عنوان ورودی بپذیرد و یک خروجی netlist طراحی از یک مدار معادل با شکل ۴-۱۷ را فراهم سازد.

مثال بعدی از عملگر شرطی (:) استفاده می‌نماید. این عملگر سه عملوند را اختیار می‌کند.

Condition ? true-expression: false-expression;

شرط همواره ارزیابی می‌شود. اگر نتیجه منطق ۱ بود عبارت true-expression ارزیابی می‌گردد. اگر نتیجه منطق ۰ بود، false-expression ارزیابی خواهد شد. این معادل با یک شرط if- else است. مثال ۴-۶ HDL مولتی پلکسر ۲ به ۱ خط را با عملگر شرطی توصیف می‌نماید. تخصیص مداروم

```
assign OUT = select ? A : B ;
```

شرط زیر را بیان می‌کند.

OUT = A if select = 1, else OUT = B if select = 0

مثال ۴-۶ HDL

```
//Dataflow description of 2-to-1-line multiplexer
module mux2x1_df (A,B,select,OUT);
    input A,B,select;
    output OUT;
    assign OUT = select ? A : B;
endmodule
```

```
//Behavioral description of 2-to-1-line multiplexer
module mux2x1_bh(A,B,select,OUT);
    input A,B,select;
    output OUT;
    reg OUT;
    always @ (select or A or B)
        if (select == 1) OUT = A;
        else OUT = B;
endmodule
```

مدل‌سازی رفتاری

مدل‌سازی رفتاری مدارهای دیجیتال را در سطح الگوریتمی و عملیاتی نمایش می‌دهد. این مدل اغلب در توصیف مدارهای ترتیبی به کار بوده می‌شود، ولی قابل استفاده در توصیف مدارهای ترکیبی هم می‌باشد. در اینجا دو مثال از مدارهای ترکیبی ساده برای معرفی موضوع ارائه می‌گردد. این بحث پس از مطالعه مدارهای ترتیبی در بخش ۵-۵ مورد بحث بیشتری قرار گرفته است.

توصیف‌های رفتاری از کلمه کلیدی `always` و به دنبال آن لیستی از عبارات تخصیص اجرایی (رویه‌ای) استفاده می‌کنند. خروجی موردنظر این عبارات باید نوع داده `reg` باشد. برخلاف داده نوع `wire` که خروجی موردنظر یک تخصیص ممکن است مرتباً به روز شود، داده نوع `reg` مقدارش را تا تخصیص مقدار جدید حفظ می‌کند.

مثال ۴-۷ HDL توصیف رفتاری مولتی پلکسor 2 به 1 را نشان می‌دهد (آن را با مثال ۴-۶ مقایسه کنید). چون OUT یک خروجی موردنظر یا مقصد است، باید علاوه بر اعلان `output`، به صورت داده `reg` هم اعلام گردد. عبارات تخصیص اجرایی در داخل بلوک `always` هر زمان که تغییری در هر متغیر بعد از علامت `@` رخ دهد دوباره اجرا می‌گردد. توجه کنید که در انتهای عبارت `always` در بین `(;)` وجود ندارد. در این حال، آنها عبارتند از `A`، `B` و `select`. توجه کنید که کلمه کلیدی `or` در بین متغیرها به جای عملگر منطقی `OR`، `|` استفاده شده است. عبارت شرطی `if-else`- تصمیمی را که مبتنی بر مقدار ورودی `select` است فراهم می‌کند. عبارت `if` را می‌توان بدون ذکر سمبول کمیت نیز نوشت:

```
if (select) OUT = A ;
```

و به این معنی است که `select` برای منطق 1 چک می‌شود.

مثال ۴-۸ HDL یک مولتی پلکسor 4 به 1 را توصیف می‌نماید. ورودی `select` به صورت یک بردار 2 بیت توصیف شده و خروجی `y` هم با داده `reg` اعلان شده است. عبارت `always` دارای یک بلوک ترتیبی در بین کلمات کلیدی `case` و `endcase` است. این بلوک هر وقت که هر ورودی بعد از علامت `@` تغییر کند، اجرا خواهد شد. عبارت `case` یک انشعاب شرطی چند مسیری است. عبارت `(select) case` با مقادیر لیست عباراتی که به دنبالش می‌آیند ارزیابی و مقایسه می‌شود. اولین مقداری که با شرط

```
//Behavioral description of 4-to-1- line multiplexer
//Describes the function table of Fig. 4-25(b).
module mux4x1_bh (i0,i1,i2,i3,select,y);
    input i0,i1,i2,i3;
    input [1:0] select;
    output y;
    reg y;
    always @ (i0 or i1 or i2 or i3 or select)
        case (select)
            2'b00: y = i0;
            2'b01: y = i1;
            2'b10: y = i2;
            2'b11: y = i3;
        endcase
endmodule
```

صحیح تطبیق کند اجرا می‌گردد. چون `select` یک عدد دو بیتی است، می‌تواند ۰۰، ۰۱، ۱۰ و یا ۱۱ باشد. اعداد دو دویی با حرف `b` و قبل از آن یک علامت پریم مشخص می‌گردند. سایز عدد ابتدانوشه می‌گردد و سپس مقدار آن ذکر می‌شود. بنابراین `1 0 1 2` به معنی عدد دو دویی دو رقمنی است که مقدارش ۰۱ است. اعداد را می‌توان به دهدھی، هشت هشتی یا شانزده شانزدهی و به ترتیب با `'d 0`، `'d 1` و `'h` مشخص کرد. اگر مبنای عدد مشخص نباشد، پیش فرض دهدھی خواهد بود. اگر سایز عدد نامشخص باشد، سیستم سایز را ۳۲ بیت فرض خواهد کرد.

در اینجا مثال‌های ساده‌ای را از توصیف‌های رفتاری مدارهای ترکیبی نشان دادیم. مدل‌سازی رفتاری و عبارات تخصیص اجرایی داشت مدارهای ترکیبی را لازم دارد و در بخش ۵-۵ به طور مسروخ ارائه شده است.

نوشتن یک برنامه تست ساده

یک برنامه تست (T.B) برنامه‌ای HDL است که برای اعمال محرك به طرح HDL برای تست و مشاهده پاسخ شبیه‌ساز آن به کار می‌رود. T.B می‌تواند بسیار پیچیده و طولانی باشند تا حدی که ساخت آن از طرح مورد تست بیشتر طول بکشد. با این وجود، برنامه‌ای که در اینجا بررسی می‌شود نسبتاً ساده است زیرا ما فقط مایل به تست مدارهای ترکیبی هستیم. مثال‌ها برای نمایش توصیف‌های نمونه مدول‌های محرك HDL ارائه شده‌اند.

علاوه بر عبارت `always`، برنامه تست از عبارت `initial` برای تهیه محرك به مدار تحت تست استفاده می‌کند. عبارت `always` حلقه‌ای را به صورت تکراری اجرا می‌کند. عبارت `initial` فقط یک بار با شروع از $t = 0$ شبیه‌سازی را انجام داده و ممکن است هر عملی را با تأخیری که مضری از واحدهای زمانی است و با سمبول `#` مشخص شده ادامه دهد. مثلاً بلوک `initial` زیر را ملاحظه نمایید.

```

initial
  begin
    A = 0; B= 0;
    #10 A = 1;
    #20 A = 0; B=1;
  end

```

بلوک، بین **begin** و **end** محصور شده است. در $t = 0$ و $B = 0$ قرار گرفتند. 10 واحد زمان بعد، A به 1 تغییر یافته است، پس از 20 واحد زمانی، (در $t = 30$) A به 0 و B به 1 تغییر پیدا می‌کند. ورودی‌ها به جدول درستی 3 بیتی می‌توانند با بلوک **initial** تولید شوند:

```

initial
  begin
    D = 3'b000;
    repeat (7)
      #10 D = D + 3'b001;
    end

```

بردار 3 بیت D در $t = 0$ با 000 مقداردهی اولیه می‌شود. کلمه کلیدی **repeat** یک عبارت حلقه‌ای را تداعی می‌کند: یعنی عدد 1 هفت بار به D اضافه شده و این کار هر 10 واحد زمانی یک بار تکرار شده است. نتیجه یک رشته اعدادی از 000 تا 111 خواهد بود. یک مدول محرك در یک برنامه HDL ساختار زیر را دارد.

```

module تست
  اعلان شناسه‌های reg و wire محلی
  ذکر مدول طراحی مورد تست
  ایجاد عبارات محرك initial و always
  نمایش پاسخ خروجی
endmodule

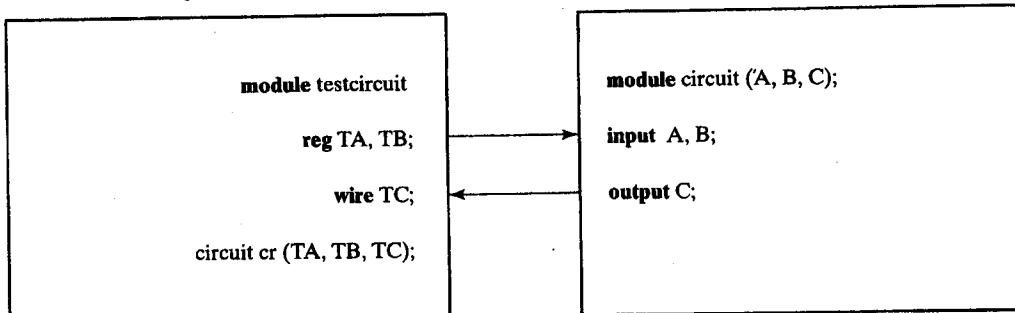
```

یک مدول تست معمولاً ورودی یا خروجی ندارد. سیگنال‌هایی که به عنوان ورودی به مدول طراحی برای شبیه‌سازی اعمال می‌شوند معمولاً در مدول محرك به عنوان نوع داده **reg** محلی اعلان می‌گردند. خروجی‌های مدول طراحی که برای تست نمایش داده می‌شوند در مدول محرك به عنوان داده نوع **wire** اعلان می‌شوند. آنگاه مدول تحت تست با به کارگیری شناسه‌های محلی ذکر می‌گردد. شکل ۴-۳۳ این ارتباط را نشان می‌دهد. مدول محرك ورودی‌ها را برای مدول طراحی با اعلان شناسه‌های TA و TB به عنوان نوع **reg** تولید می‌کند و خروجی طرح را با شناسه نوع **wire**، یعنی TC چک می‌نماید. سپس شناسه‌های محلی برای ذکر مدول زیر تست به کار می‌روند.

پاسخ به محرك تولید شده با بلوک‌های **intial** و **always** در خروجی محرك به صورت نمودار زمان‌بندی ظاهر می‌شود. و نیز می‌توان با استفاده از Verilog system tasks خروجی عددی نیز تولید

مدول محرك

مدول طراحی



شکلی ۳۲ ۷ مدلول شناختی مجهز به معمایش در مدلول طراحی

کرد. این کار در سیستم با شناسایی کلمات کلیدی که با سمبول \$ آغاز می‌شوند ساخته می‌شود. بعضی از این وظایف مفید در نمایش در زیر آمده است:

\$ display	یک بار نمایش مقدار متغیر یا رشته‌هایی با بازگشت از انتهای خط
\$ write	مثل \$ display ولی بدون رفتن به خط بعد
\$ monitor	هر وقت در حین اجرای شبیه‌سازی متغیری تغییر کند، آن را نمایش می‌دهد
\$ time	زمان شبیه‌سازی را نشان می‌دهد
\$ finish	شبیه‌سازی را پایان می‌دهد

قاعده نوشتن \$write, \$display به شکل زیر است.

Task-name (format specification, argument list);

و یا

(لیست آرگومان و مشخصات قالب) نام تکلیف

مشخصات قالب شامل مبنای اعدادی است که با استفاده از سمبول (%) نمایش داده می‌شوند و ممکن است دارای رشته‌ای در داخل ("") باشد. مثنا می‌تواند دودویی، دهدی، هشت هشتی و یا شانزده شانزدهی فرض شود که به ترتیبی با سمبول‌های %d, %b, %d, %b و %h نشان داده می‌شوند. مثلاً عبارت:

\$display (%d %b %b, C,A,B);

به این معنی که C به دهدی و A و B به دودویی نمایش داده شوند. توجه کنید که در مشخصات قالب، علامت ویرگول وجود ندارد ولی برای جداسازی مشخصات قالب و لیست آرگومان و نیز بین متغیرهای لیست آرگومان، ویرگول وجود دارد. مثالی که یک رشته را داخل علامت کوتیشن یا نقل قول محصور کند مشابه زیر است:

\$display ("time = %0d A = %b B = %b", \$time,A,B);

و نمایش زیر را تولید خواهد کرد

time = 3 A = 10 B = 1

```

//Stimulus for mux2x1_df.
module testmux;
    reg TA,TB,TS; //inputs for mux
    wire Y; //output from mux
    mux2x1_df mx (TA,TB,TS,Y); // instantiate mux
    initial
        begin
            TS = 1; TA = 0; TB = 1;
            #10 TA = 1; TB = 0;
            #10 TS = 0;
            #10 TA = 0; TB = 1;
        end
    initial
        $monitor("select = %b A = %b B = %b OUT = %b time = %0d",
            TS, TA, TB, Y, $time);
endmodule

//Dataflow description of 2-to-1-line multiplexer
//from Example 4-6
module mux2x1_df (A,B,select,OUT);
    input A,B,select;
    output OUT;
    assign OUT = select ? A : B;
endmodule

```

Simulation log:

```

select = 1 A = 0 B = 1 OUT = 0 time = 0
select = 1 A = 1 B = 0 OUT = 1 time = 10
select = 0 A = 1 B = 0 OUT = 0 time = 20
select = 0 A = 0 B = 1 OUT = 1 time = 30

```

که (time =)، (A =) و (B =) بخشی از رشته مورد نمایش آند. قالب %0d، %b و %b به ترتیب مبنای \$ time، A و B را مشخص می‌کنند. هنگام نمایش مقادیرتابع، بهتر است قالب %0d را به جای %d به کار ببریم. این کار رقمهای بالرژش تر را بدون فضای خالی تولید می‌نماید (%d حدود 10 فضای خالی را تولید می‌کند زیرا زمان با عدد 32 بیت تولید می‌گردد).

مثالی از مدول محرك در مثال HDL ۴-۹ نشان داده شده است. مدار مورد تست یک مولتی پلکسor است که در مثال ۴-۶ توصیف گردید مدول testmux پورت ندارد. ورودی‌های mux با کلمه کلیدی reg و خروجی‌ها با wire مشخص می‌شوند. mux با متغیرهای محلی ذکر شده است. بلوک initial رشته‌ای از اعداد دو دویی را که در حین شبیه‌سازی اعمال می‌گردد، مشخص می‌کند. پاسخ خروجی با تکلیف \$ monitor چک می‌شود. هر بار یک متغیر تغییر مقدار دهد، شبیه‌ساز ورودی‌ها، خروجی و زمان را نمایش می‌دهد. نتیجه شبیه‌سازی در مثال زیر تیتر simulation ذکر شده است.

```

//Gate-level description of circuit of Fig. 4-2
module analysis (A,B,C,F1,F2);
    input A,B,C;
    output F1,F2;
    wire T1,T2,T3,F2not,E1,E2,E3;
    or g1 (T1,A,B,C);
    and g2 (T2,A,B,C);
    and g3 (E1,A,B);
    and g4 (E2,A,C);
    and g5 (E3,B,C);
    or g6 (F2,E1,E2,E3);
    not g7 (F2not,F2);
    and g8 (T3,T1,F2not);
    or g9 (F1,T2,T3);
endmodule

//Stimulus to analyze the circuit
module test_circuit;
    reg [2:0]D;
    wire F1,F2;
    analysis fig42(D[2],D[1],D[0],F1,F2);
    initial
        begin
            D = 3'b000;
            repeat(7)
                #10 D = D + 1'b1;
        end
    initial
        $monitor ("ABC = %b F1 = %b F2 =%b ",D, F1, F2);
endmodule

```

Simulation log:

```

ABC = 000 F1 = 0 F2 =0
ABC = 001 F1 = 1 F2 =0
ABC = 010 F1 = 1 F2 =0
ABC = 011 F1 = 0 F2 =1
ABC = 100 F1 = 1 F2 =0
ABC = 101 F1 = 0 F2 =1
ABC = 110 F1 = 0 F2 =1
ABC = 111 F1 = 1 F2 =1

```

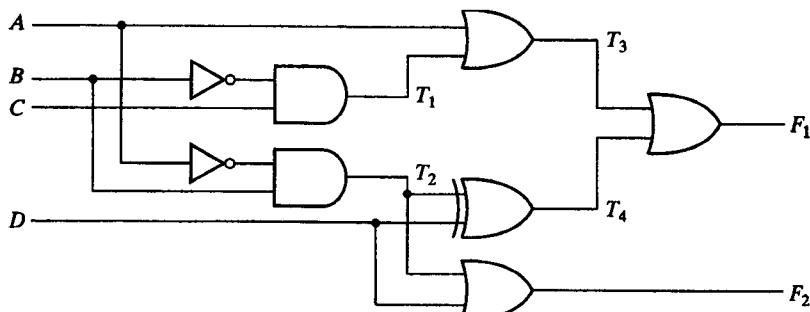
می بینیم که وقتی $S = 1$ باشد $OUT = A$ و وقتی $S = 0$ باشد $OUT = B$ است، که بدین ترتیب عملکرد مولتی پلکسرا تأیید می کند.
شبیه سازی منطقی، روشی سریع و دقیق در تحلیل مدارهای ترکیبی جهت اطمینان از عملکرد

صحیح آنهاست. دو نوع تصدیق وجود دارد: عملیاتی و زمانی. در تصدیق عملیاتی، ما عملکرد مدار را جدا از ملاحظات زمانی مورد بررسی قرار می‌دهیم. این کار با تهیه جدول درستی مدار ترکیبی انجام می‌شود. در تصدیق زمانی عملکرد مدار را با احتساب آثار تأخیر در گیت‌ها مطالعه می‌کنیم. این کار با مشاهده امواج در خروجی گیت‌ها وقتی به یک ورودی مفروض پاسخ می‌دهند، صورت می‌گیرد. مثالی از یک مدار با تأخیر در گیت‌ها در بخش ۳-۹ و با مثال HDL ۳-۳ HDL ملاحظه شد. اکنون یک مثال HDL، که جدول درستی یک مدار ترکیبی را تولید می‌کند، ملاحظه می‌شود.

تحلیل مدارهای ترکیبی در بخش ۴-۲ ملاحظه شد. یک مدار جمع‌کننده کامل چند طبقه تحلیل شد و جدول درستی آن بدست آمد. توصیف سطح گیت این مدار در مثال ۴-۱۰ HDL آورده شده است. مدار دارای سه ورودی دو خروجی و نه گیت است. به دنبال توصیف مدار، اتصالات درونی بین گیت‌ها طبق نمودار شماتیک ۴-۲ آمده است. محرک مدار در مدول دوم ذکر شده است. ورودی‌ها برای شبیه‌سازی مدار با بردار D سه بیتی reg مشخص شده‌اند. [D[2] با ورودی A و [D[1] با ورودی B، و [D[0] با ورودی C معادل است. خروجی‌های مدار F₁ و F₂ بوده و ازنوع wire اعلان می‌شوند. این رویه مراحل مشخص شده در شکل ۴-۳۳ را دنبال می‌کند. حلقه repeat هفت عدد دودوبی را پس از ۰۰۰ برای جدول درستی تهیه می‌کند. نتایج شبیه‌سازی جدول درستی خروجی را نمایش می‌دهد. جدول درستی لیست شده نشان می‌دهد که مدار یک جمع‌کننده کامل است.

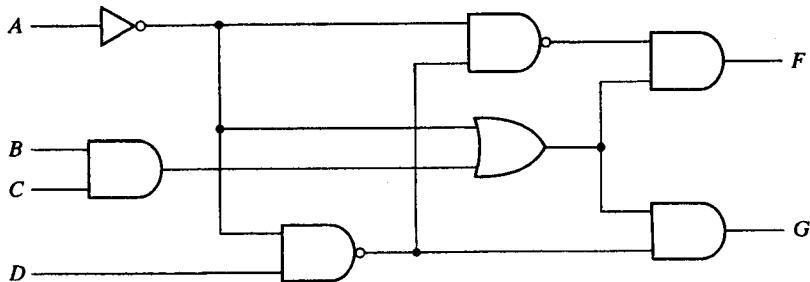
مسائل

- ۱-۴ مدار ترکیبی شکل (م-۱) را در نظر بگیرید.
- (الف) عبارات بولی را برای T₄ تا T₁ بدست آورید. خروجی‌های F₁ و F₂ را به عنوان یک تابع چهار ورودی ارزیابی کنید.
- (ب) جدول درستی را با ۱۶ ترکیب ورودی تشکیل دهید. آنگاه مقادیر دودوبی T₄ تا T₁ و خروجی‌های F₁ و F₂ را در جدول لیست نمایید.
- (پ) توابع بولی خروجی حاصل در بخش (ب) را روی نقشه‌ها رارسم کنید و نشان دهید که عبارات بولی ساده شده معادل با آنهایی هستند که در بخش (الف) بدست آمد.



شکل (م-۱)

۴-۲ عبارات بولی ساده شده را برای خروجی F و G بر حسب متغیرهای ورودی در مدار شکل (م ۴-۲) بدست آورید.



شکل (م ۴-۲)

۴-۳ برای مدار شکل ۴-۲۶ (بخش ۴-۱۰) مدار شکل (م ۴-۲۶)

(الف) توابع بولی را برای چهار خروجی بر حسب متغیرهای ورودی بنویسید.

(ب) اگر مدار در جدول درستی لیست شده باشد، چند سطر و ستون در جدول وجود دارد؟

۴-۴ یک مدار ترکیبی با سه ورودی و یک خروجی طراحی کنید.

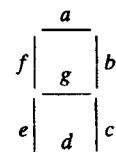
۴-۵ یک مدار ترکیبی با سه ورودی X و Y و Z و سه خروجی A و B و C طراحی کنید. وقتی ورودی دودویی ۰، ۱، ۲ یا ۳ است، خروجی دودویی یکی بیشتر از ورودی است. وقتی ورودی دودویی ۴، ۵، ۶ و ۷ است خروجی دودویی یکی کمتر از ورودی است.

۴-۶ یک مدار اکثربت مداری ترکیبی است که اگر متغیرها بیش از ۰، مدار ۱ را داشته باشند خروجی اش ۱ نمی‌گردد. در غیر این صورت خروجی ۰ است. یک مدار اکثربت ۳ بیت طراحی کنید.

۴-۷ یک مدار ترکیبی که چهار بیت از کد گرگی (جدول ۱-۶) را به ۴ بیت عدد دودویی تبدیل نماید، طراحی کنید. مدار با XOR طراحی گردد.

۴-۸ یک مبدل کد که یک رقم ددهی از کد ۱-۲-۴ و ۸ را به BCD (جدول ۱-۵) تبدیل کند، طراحی نماید.

۴-۹ یک دیکدر BCD به هفت قسمتی مداری ترکیبی است که یک رقم ددهی در BCD را به کد مناسبی جهت انتخاب قطعات در یک نمایشگر تبدیل می‌کند تا ارقام ددهی به صورت مفهوم قابل مشاهده باشند. هفت خروجی دیکدر (g, f, e, d, c, b, a) قطعات مربوطه را طبق شکل (م ۴-۹ الف) انتخاب می‌کنند. عدد مورد نمایش در شکل (م ۴-۹ ب) دیده می‌شود. یک دیکدر BCD به هفت قسمتی با حداقل گیت طراحی کنید. شش حالت نامعتبر باید به صورت خاموش ظاهر شوند.



(ب) علامت عدد برای نمایش گر

(الف) علامت سگمنت

شکل (م ۴-۹)

۴-۱۰ یک مدار ترکیبی مولد متمم ۲ چهار بیت طراحی کنید. (خروجی، متمم ۲ عدد ورودی را تولید می‌کند) نشان دهید که مدار می‌تواند با گیت‌های XOR ساخته شود. آیا می‌توانید توابع خروجی یک مولد متمم ۲ پنج بیت را حدس بزنید.

۴-۱۱ یک مدار ترکیبی افزایش‌گر ۴ بیت طراحی نمایید (مداری که ۱ را به عدد دو دوی ۴ بیت اضافه می‌کند). این مدار را می‌توان با چهار نیم جمع‌کننده طراحی کرد.

۴-۱۲ (الف) یک مدار نیم تفاضل‌گر با ورودی‌های x و y و خروجی‌های D و B طراحی کنید. مدار تفاضل $x-y$ را انجام می‌دهد سپس تفاضل را در D و رقم قرضی را در B قرار می‌دهد.

(ب) یک مدار تفاضل‌گر کامل با سه ورودی x ، y و z و دو خروجی D و B طراحی نمایید. مدار تفاضل $x-y-z$ را اجرا می‌کند، که Z قرضی ورودی، B قرضی خروجی و D تفاضل باقیمانده است.

۴-۱۳ مدار جمع-تفاضل‌گر شکل ۴-۱۲ دارای مقادیر زیر برای ورودی M و ورودی‌های داده A و B است. در هر حال، مقادیر چهار خروجی SUM، رقم نقلی C و سرریز V را معین کنید.

	M	A	B
(a)	0	0111	0110
(b)	0	1000	1001
(c)	1	1100	1000
(d)	1	0101	1010
(e)	1	0000	0001

۴-۱۴ فرض کنید که گیت XOR دارای یک تأخیر انتشار 20ns و گیت‌های AND و OR دارای تأخیر انتشار 10ns هستند. زمان کل تأخیر انتشار در جمع‌کننده ۴ بیت شکل ۴-۱۲ چقدر است؟

۴-۱۵ عبارت بولی دو طبقه را برای نقلی خروجی C_4 در مولد نقلی پیش‌بینی شونده شکل ۴-۱۲ بدست آورید.

۴-۱۶ نشان دهید که نقلی خروجی در یک مدار جمع‌کننده کامل را می‌توان به فرم AND-OR-INVERT

$$C_{i+1} = G_i + P_i C_i = (G'_i P_i + G'_i C'_i)'$$

نشان داد. آی‌سی 74182 یک مدار مولد نقلی پیش‌بینی شونده است که نقلی‌ها را با گیت‌های AND-OR-INVERT تولید می‌کند (بخش ۳-۷ ملاحظه شود). فرض بر این است که پایانه‌های ورودی متمم‌های G و P و C_7 را دارند. توابع بول را برای نقلی‌های پیش‌بینی شونده C_2 ، C_3 و C_4 در این آی‌سی، بدست آورید. (توجه: از روش جایگزینی در بدست آوردن نقلی‌ها برحسب C'_1 استفاده کنید).

۴-۱۷ تولید و انتشار نقلی را به صورت زیر تعریف کنید:

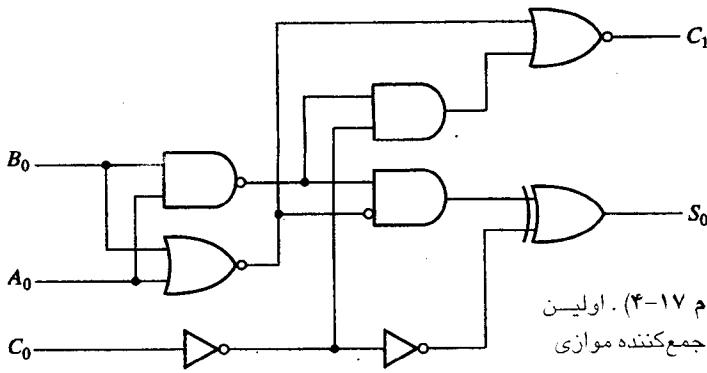
$$P_i = A_i + B_i$$

$$G_i = A_i B_i$$

نشان دهید که نقلی خروجی و جمع خروجی یک جمع‌کننده کامل به صورت زیر است:

$$C_{i+1} = (C'_i G'_i + P'_i)'$$

$$S_i = (P_i G'_i) \oplus C_i$$



شکل (م ۴-۱۷). اولین طبقه یک جمع‌کننده موازی

۳

نمودار منطقی اولین طبقه یک جمع‌کننده موازی 4 بیت با استفاده از آی‌سی 74283 در شکل (م ۴-۱۷) نشان داده شده است. پایانه‌های P'_1 , G'_1 , I'_1 , R'_1 را شناسایی کنید و نشان دهید که مدار یک جمع‌کننده کامل را پیاده‌سازی می‌نماید.

۴-۱۸ یک مدار ترکیبی طراحی کنید تا متمم 9 یک رقم BCD را تولید نماید.

۴-۱۹ یک مدار جمع‌کننده کامل BCD بسازید. جمع‌کننده BCD شکل ۴-۱۴ و متمم 9 مسئله ۴-۱۸ را به کار ببرید. برای قطعات از نمودارهای بلوکی استفاده کنید.

۴-۲۰ یک ضرب کننده دودویی که دو عدد 4 بیت را در هم ضرب می‌کند طراحی نماید.

۴-۲۱ یک مدار ترکیبی که دو عدد 4 بیت را برای مساوی بودن مقایسه می‌کند طراحی کنید. خروجی مدار هنگامی ۱ است که دو عدد مساوی باشند. در غیر این صورت ۰ است.

۴-۲۲ یک دیکدر افروزی 3 به دودویی با استفاده از ترکیبات به کار نرفته بی‌اهمیت طراحی کنید.

۴-۲۳ نمودار منطقی یک دیکدر 2 به 4 با فقط گیت NOR بسازید. یک ورودی فعال‌ساز در آن لحاظ کنید.

۴-۲۴ یک دیکدر BCD به دهدی با ترکیبات بی‌اهمیت کد BCD طراحی کنید.

۴-۲۵ یک دیکدر 5 به 32 خط با دیکدرهای 3 به 8 خط و فعال‌ساز و یک دیکدر 2 به 4 طراحی نماید. از نمودار بلوکی برای عناصر استفاده کنید.

۴-۲۶ یک دیکدر 4 به 16 خط با پنج دیکدر 2 به 4 همراه با فعال‌ساز بسازید.

۴-۲۷ یکتابع ترکیبی با سه تابع بولی زیر تعریف شده است.

$$F_1(A, B, C) = \Sigma(2, 4, 7)$$

$$F_2(A, B, C) = \Sigma(0, 3)$$

$$F_3(A, B, C) = \Sigma(0, 2, 3, 4, 7)$$

مدار را با یک دیکدر که از گیت‌های NAND ساخته شده بسازید (مشابه شکل ۴-۱۹). گیت‌های NAND یا AND به خروجی‌های دیکدر متصل‌اند. از نمودار بلوکی برای دیکدر استفاده نمایید. تعداد ورودی‌ها را در گیت‌های بیرونی حداقل نمایید.

۴-۲۸ یک مدار ترکیبی با سهتابع بولی زیر تعریف شده است.

$$F_1 = x'y'z' + xz$$

$$F_2 = xy'z' + x'y$$

$$F_3 = x'y'z + xy$$

مدار را با دیکدر و گیتهای بیرونی بسازید.

۴-۲۹ یک انکدر اولویت ۴ ورودی با ورودی هایی مثل جدول ۴-۸ طراحی کنید، ولی D_0 بالاترین اولویت و D_3 پایین ترین اولویت را داشته باشد.

۴-۳۰ جدول درستی یک انکدر اولویت هشت هشتی به دودویی را معین کنید. یک خروجی V برای مشخص نمودن این که حداقل یکی از ورودی ها وجود دارد، فراهم نماید. ورودی که بزرگترین عدد را در اندیس دارد بالاترین اولویت را داراست. اگر ورودی های D_5 و D_3 به طور همزمان ۱ شوند، مدار چهار خروجی چیست؟

۴-۳۱ یک مولتی پلکسر 1×16 با دو مولتی پلکسر 1×8 و یک مولتی پلکسر 1×2 بسازید. نمودارهای بلوكی را به کار ببرید.

۴-۳۲ تابع بولی زیر را با یک مولتی پلکسر پیاده سازی کنید.

$$F(A, B, C, D) = \Sigma(0, 1, 3, 4, 8, 9, 15)$$

۴-۳۳ یک جمع کننده کامل را با دو مولتی پلکسر 1×4 پیاده کنید.

۴-۳۴ یک مولتی پلکسر 1×8 دارای ورودی های A ، B و C متصل به ورودی های انتخاب S_1 ، S_2 و S_0 و است. ورودی های داده I_0 تا I_7 به قرار زیراند: $I_7 = 0$ ؛ $I_7 = I_2 = I_5 = 1$ ؛ $I_7 = I_0 = I_4 = D$ ؛ $I_3 = I_6 = 0$. $I_6 = I_1 = 1$. I_1 تابع بولی که با آن مولتی پلکسر پیاده شده را معین نماید.

۴-۳۵ تابع بولی زیر را با یک مولتی پلکسر 1×4 و گیتهای بیرونی پیاده سازی کنید. ورودی های A و B را به خطوط انتخاب وصل کنید. ورودی های چهار خط داده تابعی از متغیر های C و D است. این مقادیر با بیان F به عنوان تابعی از C و D برای هر چهار حالت وقتی $11, 10, 01, 00$ باشد، بدست می آید. این توابع را می توان با گیتهای بیرونی پیاده سازی کرد.

$$F(A, B, C, D) = \Sigma(1, 3, 4, 11, 12, 13, 14, 15)$$

۴-۳۶ یک توصیف HDL در سطح گیت برای مدار انکدر اولویت شکل ۴-۲۳ بنویسید.

۴-۳۷ یک توصیف سلسله مراتبی HDL در سطح گیت برای جمع - تفریق گر ۴ بیت با اعداد بی علامت بنویسید. مدار مشابه شکل ۴-۱۳ است ولی خروجی V در آن وجود ندارد. می توانید جمع کننده کامل ۴ بیت مثال ۴-۲ HDL را ذکر کنید.

۴-۳۸ یک توصیف روند داده را برای مولتی پلکسر ۲ به ۱ چهارتایی با فعال ساز بنویسید (شکل ۴-۲۶).

۴-۳۹ یک توصیف رفتاری HDL از یک مقایسه گر ۴ بیت با ۶ خروجی $[Y[5 : 0]]$ بنویسید. بیت ۵ از Y برای مساوی، بیت ۴ برای نامساوی، بیت ۳ بزرگتر از، بیت ۲ برای کمتر از، بیت ۱ برای بزرگتر یا مساوی، و بیت ۰ برای کوچکتر یا مساوی در نظر گرفته شده است.

۴-۴۰ یک توصیف روند داده برای جمع - تفریق گر ۴ بیت برای اعداد بی علامت بنویسید. از مقایسه گر شرطی $(:?)$ استفاده کنید.

۴-۴۱ مسئله ۴-۶۰ را با مدل سازی رفتاری تکرار نماید.

۴-۴۲ (الف) یک توصیف HDL سطح گیت مدار مبدل BCD به افزونی -3 مطابق شکل ۴-۴ بنویسید.

(ب) یک توصیف HDL روند داده برای مبدل BCD به افزونی -3 با استفاده از عبارات بولی لیست شده در شکل ۴-۳ بنویسید.

(پ) یک توصیف رفتاری برای مدار مبدل BCD به افزونی -3 بنویسید.

(ت) یک برنامه تست برای شبیه سازی مدار مبدل BCD به افزونی -3 بنویسید تا صحت جدول درسی تحقیق شود. هر سه مدار را چک کنید.

۴-۴۳ عمل مدار را با توصیف HDL زیر توضیح دهید.

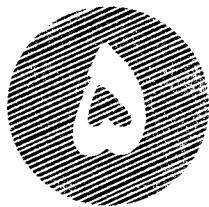
```
module Prob438 (A,B,S,E,Q);
    input [1:0] A, B;
    input S, E;
    output [1:0] Q;
    assign Q = E ? (S ? A : B) : 'bz;
endmodule
```

۴-۴۴ یک توصیف مداری HDL برای یک مدار حسابی - منطقی 4 بیت (ALU) بنویسید. مدار دو عمل حسابی و دو عمل منطق را اجرا می کند که با ورودی 2 بیت انتخاب می شوند. چهار عمل عبارتند از جمع، تفریق، .OR و AND

۴-۴۵ یک توصیف رفتاری HDL برای یک انکدر اولویت 4 بیتی بنویسید. از یک بردar 4 بیت برای ورودی های D و یک بلوک always با عبارت if- else استفاده کنید. فرض نمایید که ورودی [3:0] دارای بالاترین اولویت باشد.

مراجع

- DIETMEYER, D. L. 1988. *Logic Design of Digital Systems*. 3rd ed. Boston: Allyn Bacon.
- GAJSKI, D. D. 1991. *Principles of Digital Design*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- HAYES, J. P. 1993. *Introduction to Digital Logic Design*. Reading, MA: Addison-Wesley.
- KATZ, R. H. 1994. *Contemporary Logic Design*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- MANO, M. M. and C. R. KIME. 2000. *Logic and Computer Design Fundamentals*, 2nd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- NELSON V. P., H. T. NAGLE, J. D. IRWIN and B. D. CARROLL. 1995. *Digital Logic Circuit Analysis and Design*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- ROTH, C. H. 1992. *Fundamentals of Logic Design*. 4th ed. St. Paul: West.
- WAHLFELD, J. F. 2000. *Digital Design. Principles and Practices*. 3rd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- BRASKER, J. 1997. *A Verilog HDL Primer*. Allentown, PA: Star Galaxy Press.
- BRASKER, J. 1998. *Verilog HDL Synthesis*. Allentown, PA: Star Galaxy Press.
- CILETTI, M. D. 1999. *Modeling, Synthesis, and Rapid Prototyping with Verilog HDL*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- PALNITKAR, S. 1996. *Verilog HDL. A Guide to Digital Design and Synthesis*. SunSoft Press (A Prentice Hall Title).

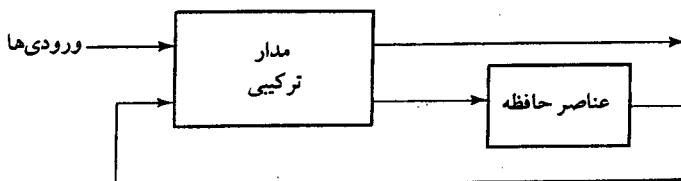


مدارهای منطقی ترتیبی همزمان

۱-۵ مدارهای ترتیبی

مدارهای دیجیتالی که تاکنون بررسی شدند از نوع ترکیبی بودند. در این مدارها خروجی‌ها همه به ورودی‌های جاری وابسته‌اند. گرچه به نظر می‌رسد که هر سیستم دیجیتال دارای مدارهای ترکیبی است، بسیاری از سیستم‌هایی که در عمل با آن مواجه هستیم حاوی عناصر حافظه هم می‌باشند و بنابراین لازم است تا این سیستم‌ها بر حسب منطق ترتیبی مورد بررسی قرار گیرند.

نمودار بلوکی یک مدار ترتیبی در شکل ۵-۱ نشان داده شده است. این مدار متشکل از مداری ترکیبی است که عناصر حافظه برای ایجاد یک مسیر پسخورد به آن وصل شده‌اند. عناصر حافظه قطعاتی هستند که می‌توانند اطلاعات دودویی را ذخیره کنند. اطلاعات دودویی ذخیره شده در این عناصر در هر لحظه از زمان حالت مدار ترتیبی در آن زمان است. مدار ترتیبی اطلاعات دودویی را از ورودی‌های بیرونی دریافت می‌کند. این ورودی‌ها همراه با حالت فعلی عناصر حافظه، مقدار دودویی خروجی‌ها را معین می‌نماید. آنها شرط تغییر حالت در عناصر حافظه را نیز معین می‌سازند. نمودار بلوکی نشان می‌دهد که خروجی‌های یک مدار ترتیبی نه فقط تابعی از ورودی‌ها هستند، بلکه به حالت فعلی عناصر حافظه نیز وابسته می‌باشند. حالت بعدی عناصر حافظه نیز تابعی از ورودی‌های بیرونی و حالت فعلی است. بنابراین یک مدار ترتیبی با ترتیب زمانی ورودی‌ها، خروجی‌ها و حالات داخلی مشخص می‌گردد.

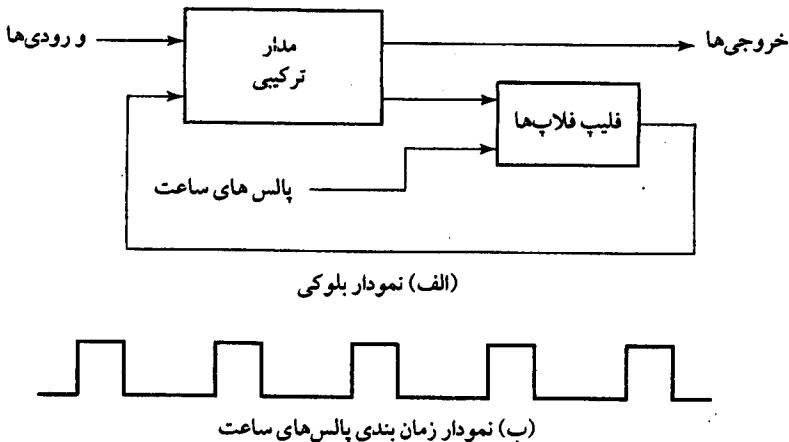


نمودار ۱-۵ نموداری بلوکی یک مدار ترتیبی

دو نوع مدار ترتیبی وجود دارد که دسته‌بندی آنها به زمانبندی سیگنال آنها وابسته است. مدار ترتیبی همزمان یا همگام سیستمی است که رفتار آن با توجه به داشش و آگاهی از سیگنال‌هایش در هر لحظه گستره‌ای از زمان قابل تعریف می‌باشد. رفتار یک مدار ترتیبی غیرهمزمان به ترتیب تغییر سیگنال‌های ورودی آن که می‌توانند در هر لحظه از زمان روی مدار تأثیر کنند وابسته می‌باشد. عناصر حافظه‌ای که به طور معمول در مدارهای ترتیبی غیرهمزمان به کار می‌روند نوعی وسایل تأخیر زمانی هستند. قابلیت نگهداری یک وسیله تأخیر زمانی به زمان انتشار سیگنال در وسیله بستگی دارد. در عمل تأخیر انتشار در گیت‌های منطقی درونی برای ایجاد تأخیر کفايت می‌کند بنابراین واحد تأخیر واقعی می‌تواند مورد نیاز نباشد. در سیستم‌های غیرهمزمان نوع گینی، عناصر حافظه متشكل از گیت‌های منطقی است که در واقع تأخیر انتشار آنها عمل ذخیره‌سازی را تداعی می‌نماید. بنابراین در چنین موقعی یک مدار ترتیبی غیرهمزمان را می‌توان مداری ترکیبی با پسخورد دانست. به دلیل وجود پسخورد در بین گیت‌های منطقی، هر مدار ترتیبی غیرهمزمان هر لحظه ممکن است ناپایدار شود. مسئله بی ثباتی حاکم مشکلات عدیده‌ای را بر طراح تحمیل خواهد کرد. مدارهای ترتیبی غیرهمزمان در فصل ۹ مورد بحث قرار گرفته‌اند.

با توجه به تعریف، یک مدار ترتیبی همزمان سیگنال‌هایی را مورد استفاده قرار می‌دهد که فقط در لحظات گستره‌ای از زمان روی عناصر حافظه‌اش اثر می‌گذارد. در این مدارها همزمانی با وسیله‌ای به نام مولد ساعت تحقق می‌یابد و طی آن رشته متناوبی از پالس ساعت به وسیله این دستگاه تولید می‌گردد. پالس‌های ساعت در سرتاسر سیستم توزیع می‌گردند به نحوی که عناصر حافظه تنها هنگام رسیدن هر پالس تحت تأثیر ورودی خود قرار می‌گیرند. در عمل پالس‌های ساعت به همراه دیگر پالس‌ها که تغییرات لازم را در حافظه ایجاد می‌کنند همراه هستند. مدارهای ترتیبی همزمانی که پالس‌های ساعت را در ورودی عناصر ذخیره‌ساز خود به کار می‌برند، مدارهای ترتیبی ساعت دار خوانده می‌شوند. ما غالباً در عمل با مدارهای ترتیبی ساعت دار مواجه هستیم. آنها مشکل ناپایداری را ندارند و موضوع زمانبندی در آنها به راحتی به مراحلی گستره و مستقل شکسته می‌شود. هر یک از این مراحل یا برش‌های زمانی مستقل‌اً قابل بررسی می‌باشند.

عناصر ذخیره‌سازی در مدارهای ترتیبی ساعت دار را فلیپ فلاپ می‌گویند. فلیپ فلاپ یک وسیله ذخیره‌سازی دودویی بوده و قادر است یک بیت از اطلاعات را در خود ذخیره نماید. یک مدار ترتیبی ممکن است در صورت لزوم تعداد قابل توجهی از این فلیپ فلاپ‌ها را به کار ببرد. نمودار بلوکی یک مدار ترتیبی ساعت دار همزمان در شکل ۵-۲ دیده می‌شود. خروجی‌ها می‌توانند از یک مدار ترکیبی، یا از فلیپ فلاپ‌ها و یا هر دو حاصل شوند. فلیپ فلاپ‌ها ورودی‌های خود را از مدار ترکیبی و نیز از سیگنال ساعت که با فواصل زمانی رخ می‌دهند، طبق نمودار زمانی دریافت می‌کنند. حالت فلیپ فلاپ‌ها تنها هنگام تغییر وضعیت یک پالس ساعت عوض می‌شود. وقتی یک پالس ساعت فعال نیست، حلقه پسخورد قطع می‌شود زیرا حتی اگر خروجی‌های مدار ترکیبی که ورودی آنها را تغذیه می‌کنند عوض شود خروجی‌های فلیپ فلاپ تغییر نمی‌نمایند. بنابراین تغییر وضعیت از یک حالت به بعدی فقط در فواصل زمانی دیکته شده به وسیله پالس‌های ساعت امکان‌پذیر است.



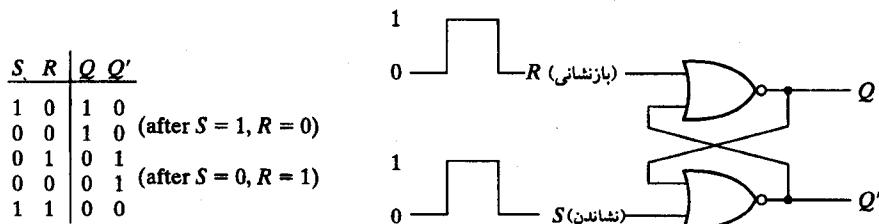
شکل ۲-۵. مدار ترتیبی ساعت دار همزمان

۲-۵ لچ ها

یک فليب فلاب می‌تواند یک حالت دودویی را مادامی که تغذیه به مدارش اعمال شود، تا مدتی نامحدود نگهدارد. تفاوت عمده بین انواع فليب فلاب‌ها، در تعداد ورودی‌ها و نحوه تأثیر آنها در تغییر حالت دودویی است. ساده‌ترین انواع فليب فلاب‌ها که با سطوح سیگنال عمل می‌کنند، لچ نامیده می‌شوند. لچ‌ها (یا نگهدارها) مدارهای مبنایی هستند که همه فليب فلاب‌ها با آنها ساخته می‌شوند. گرچه لچ‌ها برای ذخیره اطلاعات دودویی و طراحی مدارهای ترتیبی غیرهمزمان (بخش ۹-۳) مفیدند، ولی عملاً در مدارهای ترتیبی همزمان به کار نمی‌روند. انواع فليب فلاب‌هایی که در مدارهای ترتیبی مورد استفاده قرار می‌گیرند در بخش بعد معرفی شده‌اند.

SR لچ

لچ SR مداری با دو گیت NOR یا NAND است که به طور متقاطع به هم وصل شده‌اند. این مدار دو ورودی دارد که با S به معنی نشاندن (set) و R برای بازنمانی (Reset) نامگذاری شده‌اند. لچ SR ساخته شده از دو گیت NOR در شکل ۲-۵ دیده می‌شود. لچ دارای دو حالت مفید است. وقتی



شکل ۲-۶. لچ SR با گیت‌های NOR

خروجی 1 و $Q' = 0$ باشد گوییم که لج در حالت نشانه (منطق 1) است. اگر $0 = Q$ و $Q' = 1$ باشد گوییم در حالت بارنشانی (منطق 0) است. خروجی های Q و Q' متمم یکدیگرند. با این وجود، وقتی هر دو ورودی به طور همزمان 1 شوند، حالت تعریف نشده 0 برای دو خروجی رخ می دهد.

تحت شرایط معمولی، هر دو ورودی در 0 نگهداری می شوند مگر این که بخواهیم حالت لج را عوض کنیم. اعمال یک لحظه 1 به ورودی S موجب می شود که لج به حالت 1 برود. قبل از این که حالت تعریف نشده ای رخ دهد، ورودی S باید به 0 بازگردد. طبق جدول تابع در شکل ۵-۳ (ب)، دو حالت از ورودی موجب می شود تا مدار در حالت 1 قرار گیرد. اولین حالت ($S = 1, R = 0$) نقشی است که طی آن ورودی S ، مدار را به حالت 1 می برد. حذف ورودی فعال از S ، مدار را در همان حالت باقی می گذارد. پس از بازگشت هر دو ورودی به 0، امکان رفتن به حالت 0 میسر خواهد شد، به این ترتیب که برای یک لحظه یک 1 به R اعمال می گردد. سپس می توان 1 را از R حذف کرد و در این حال مدار در حالت 0 باقی خواهد ماند. بنابراین وقتی هر دو ورودی S و R برابر 0 اند، بسته به این که کدام ورودی اخیراً 1 شده است، لج می تواند در حالت 1 یا 0 قرار گیرد.

اگر به طور همزمان به هر دو ورودی R و S ، 1 دودویی را اعمال کنیم، هر دو خروجی به 0 می روند. این ورودی ها حالت تعریف نشده ای را در خروجی ایجاد می کنند، زیرا حالت بعدی پیش بینی نشده ای را به هنگام بازگشت دو ورودی به 0 نتیجه می دهد. در حالت کار معمولی لج، با اطمینان از اعمال نشدن همزمان 1 به ورودی ها، این وضعیت پرهیز می گردد.

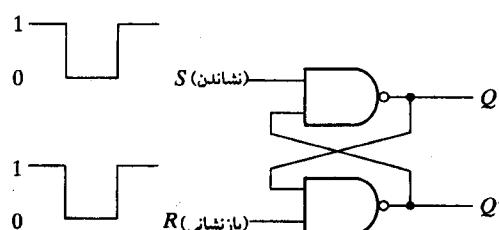
لج SR با دو گیت NAND متقاطع در شکل ۵-۴ مشاهده می شود. این مدار به طور معمول با 1 در هر دو ورودی اش کار می کند مگر این که بخواهیم حالت لج را تغییر دهیم. اعمال 0 به S موجب می شود Q به 1 برود، و لج را به حالت نشانه وادارد. وقتی که ورودی S به 1 بازگردد، مدار در همان حالت 1 باقی می ماند. پس از بازگشت هر دو ورودی به 1، ما مجاز به تغییر حالت لج با استقرار 0 در R هستیم. این موجب می شود تا مدار به حالت بارنشانی برود و حتی پس از بازگشت هر دو ورودی به 1، لج در همان حال بماند. حالتی که برای لج NAND غیر مجاز است، هنگامی است که هر دو ورودی به طور همزمان در 0 باشند. بنابراین از وقوع این حالت باید ممانعت کرد.

با مقایسه لج NOR با NAND مشاهده می شود که سیگنال های ورودی برای NAND متمم

S	R	Q	Q'
1	0	0	1
1	1	0	1
0	1	1	0
1	1	1	0
0	0	1	1

(after $S = 1, R = 0$)
(after $S = 0, R = 1$)

(ب) جدول تابع

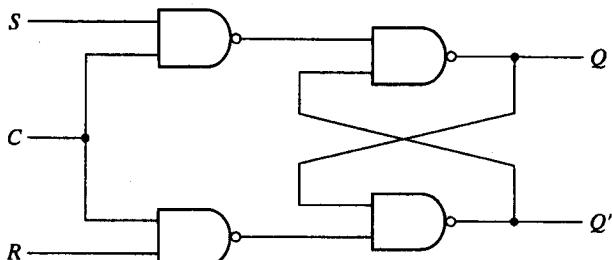


(الف) نمودار منطقی

شکل ۵-۴. لج SR با گیت های NAND

C	S	R	حالت بعدی Q
0	X	X	بدل تغییر
1	0	0	بدل تغییر
1	0	1	حالت بازنگشانی؛ $Q = 0$
1	1	0	حالت نشاندن؛ $Q = 1$
1	1	1	نامعین

(ب) جدول درستی



(الف) نمودار منطقی

شکل ۵-۵. لج SR با ورودی کنترل

ورودی های لج NOR است. چون لج برای تغییر حالت خود به سیگنال 0 نیاز دارد، گاهی آن را لج' - R' می خوانند. علامت پریم یا خط بار بر روی حروف، بیانگر این حقیقت است که ورودی ها باید در حالت متمم خود باشند تا مدار را فعال کنند.

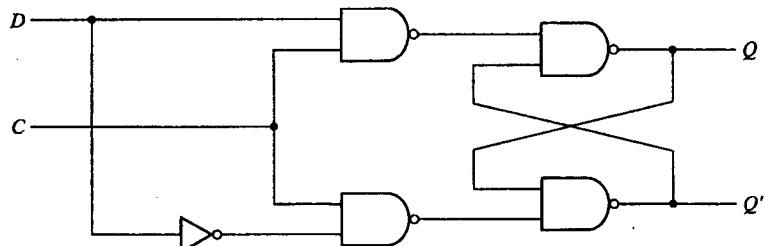
عملکرد لج SR با انفودن یک ورودی کنترل برای تعیین زمان تغییر حالت لج اصلاح می گردد. یک لج کنترل دار در شکل ۵-۵ مشاهده می شود. این مدار شامل یک لج SR پایه و دو گیت NAND اضافی است. ورودی کنترل C به عنوان یک سیگنال فعال ساز برای دو ورودی عمل می کند. مادامی که ورودی کنترل در 0 باقی بماند، خروجی گیت های NAND در سطح منطقی 1 باقی می مانند. این وضعیت حالت سکون برای لج SR است. حالت نشاندن با $S = 1$ ، $R = 0$ و $C = 1$ حاصل می گردد. برای تغییر وضعیت باید $S = 0$ ، $R = 1$ و $C = 1$ باشد. در هر حال، وقتی که C به 0 بازگردد، مدار در حالت جاری باقی می ماند. در ورودی کنترل با اعمال 0 به C، مدار غیرفعال می شود، به نحوی که عدم تغییر حالت مستقل از مقادیر S و R، نیز می باشد. به علاوه وقتی $C = 1$ باشد، و هر دو ورودی S و R برابر 0 باشند، باز هم حالت مدار تغییر نخواهد کرد. این حالات در جدول تابع در کنار نمودار، ملاحظه می شوند. حالت نامعین هنگامی رخ می دهد که هر سه ورودی برابر 1 باشند. این وضعیت، مقدار 0 را روی هر دو ورودی لج SR پایه قرار می دهد، که این ورودی ها حالت نامعین را برقرار می نمایند. وقتی که ورودی کنترل به 0 بازمی گردد، نمی توان حالت بعدی را معین کرد زیرا بستگی دارد که کدام یک از دو ورودی S و R زودتر به 0 بروند. این حالت نامعین موجب می گردد تا اداره مدار مشکل باشد و بنابراین به ندرت به کار گرفته می شود. با این وجود، مدار از اهمیت لازم برخوردار است زیرا دیگر لج ها و فلیپ فلاپ ها با آن ساخته می شوند.

لج D

یکی از راه های حذف حالت نامطلوب یعنی حالت نامعین یا غیر مجاز در لج SR این است که مطمئن شویم S و R هرگز به طور همزمان به 1 نمی روند. این کار با لج D شکل ۵-۶ می سراست. این لج تنها دو ورودی دارد: D (داده) و C (کنترل). ورودی D مستقیماً به ورودی S و متمم آن به ورودی R وصل می شود. مادامی که ورودی کنترل در 0 قرار دارد، لج SR متقاطع دارای 1 در هر دو ورودی بوده و

C	D	حالت بعدی Q
0	X	بدون تغییر
1	0	حالت بازنشانی; $Q = 0$
1	1	حالت نشاندن $Q = 1$

(ب) جدول درستی



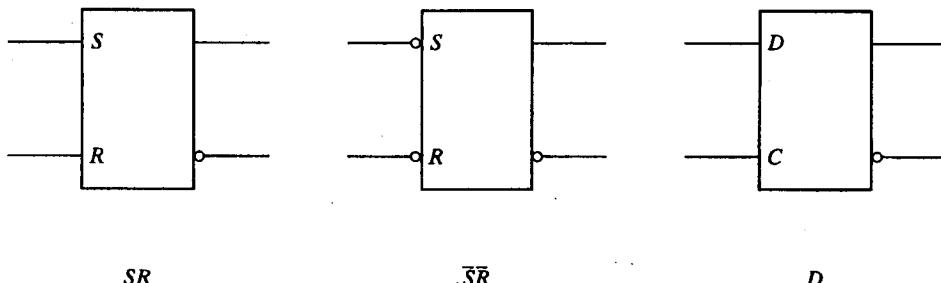
(الف) نمودار منطقی

شکل ۵-۶. لچ (D)

مدار نمی‌تواند تغییر حالت دهد. در واقع مقدار D هم نقشی ندارد. وقتی $C = 1$ باشد ورودی D نمونه‌برداری می‌شود. اگر $D = 1$ باشد خروجی Q به 1 می‌رود، به این ترتیب مدار در حالت نشانده است. اگر $D = 0$ ، خروجی Q به 0 رفته و مدار را به حالت بازنشانی می‌برد.

لچ D نامش را از قابلیت نگهداری داده در درون دریافت کرده است. این لچ برای ذخیره موقت اطلاعات دودویی بین یک محیط و یک واحد مناسب است. اطلاعات دودویی حاضر در ورودی D داده لچ D هنگامی که ورودی کنترل فعال شود، به خروجی Q منتقل می‌گردد. مادامی که ورودی کنترل فعال است، خروجی تغییرات ورودی را دنبال می‌کند. این وضعیت مسیری از D به خروجی ایجاد می‌کند، و به این دلیل مدار را لچ شفاف هم می‌خوانند. وقتی ورودی کنترل غیرفعال شود، اطلاعات دودویی حاضر قبلی در ورودی، در خروجی Q باقی می‌ماند تا دوباره ورودی کنترل فعال گردد.

سمبل گرافیک برای انواع لچ در شکل ۵-۷ آمده است. لچ با یک بلوك مستطیلی مشخص می‌شود، که در آن ورودی‌ها در سمت چپ و خروجی‌ها در سمت راست نشان داده می‌شوند. یکی از خروجی‌ها، خروجی معمولی و دیگری متمم خروجی معمولی را نشان می‌دهد. نمودار گرافیک لچ SR دارای ورودی‌های S و R می‌باشد که در داخل بلوك ذکر شده‌اند. در لچ گیت NAND به ورودی‌ها جباب‌هایی اضافه می‌شود که بیانگر نشانده شدن و بازنشانی با سیگنال منطقی 0 است. نمودار گرافیکی برای ورودی‌های D دارای ورودی‌های D و C است که در داخل بلوك مشخص شده‌اند.



شکل ۵-۷. سمبل‌های گرافیکی لچ

۵-۳ فلیپ فلاپ‌ها

حالت یک لج یا یک فلیپ فلاپ با تغییر در ورودی کنترل عوض می‌شود. این تغییر لحظه‌ای را تریگر گویند و انتقال مربوط به آن را تریگر کردن فلیپ فلاپ خوانند. لج D با پالس‌ها در ورودی کنترلش اساساً یک فلیپ فلاپ است که هر زمان پالس به سطح منطقی ۱ برود تریگر می‌شود. مادامی که پالس ورودی کنترل در این سطح بماند هر تغییری در ورودی داده، خروجی و حالت لج را عوض خواهد کرد.

همانطور که از نمودار بلوکی شکل ۵-۲ ملاحظه می‌شود، یک مدار ترتیبی از خروجی‌های فلیپ فلاپ به ورودی‌های مدار ترکیبی دارای مسیر پسخورد است. در نتیجه ورودی‌های فلیپ فلاپ ممکن است از خروجی همان و یا دیگر فلیپ فلاپ‌ها راه‌اندازی شوند. وقتی که لج‌ها به عنوان عناصر مورد استفاده قرار گیرند، مشکلی اساسی به وجود می‌آید. به محض تغییر پالس ساعت به منطق ۱، انتقال حالت لج‌ها آغاز می‌شود. در حالی که پالس ساعت هنوز فعال است، حالت جدید لج در خروجی ظاهر می‌گردد. این خروجی به ورودی لج‌ها از طریق مدار ترکیبی وصل می‌شود. اگر پالس ساعت در منطق ۱، باشد و ورودی اعمال شده به لج‌ها تغییر کند، لج به مقادیر جدید واکنش نشان داده و خروجی جدیدی رخ خواهد داد. نتیجه این واکنش وضعیت پیش‌بینی نشده‌ای است زیرا حالت لج‌ها ممکن است با قرار داشتن پالس ساعت در سطح فعال همچنان به تغییر خود ادامه دهد. به دلیل این عملکرد غیرمطلوب، خروجی یک لج وقتی همه لج‌ها به منبع ساعت مشترکی وصلند نمی‌توانند مستقیماً و یا از طریق یک مدار منطقی به همان لج یا دیگر لج‌ها وصل شود.

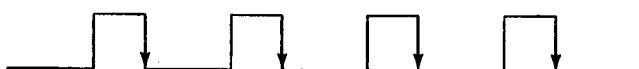
فلیپ فلاپ‌ها طوری ساخته می‌شوند که وقتی بخشی از نوع مدار ترکیبی آند و از ساعت مشترکی استفاده می‌کنند، عملکردشان صحیح باشد. مشکل لج این است که به سطح پالس ساعت پاسخ می‌دهد. همانطور که در شکل ۵-۸ (الف) مشاهده می‌شود، وقتی که پالس ساعت در منطق ۱ قرار دارد، هر تغییر مثبت در ورودی کنترل موجب می‌شود تا به ازاء هر تغییر در ورودی D، تغییری در خروجی به وجود



(الف) پاسخ به سطح مثبت



(ب) پاسخ به لبه منفی



(پ) پاسخ به لبه مثبت

شکل ۵-۸. پاسخ ساعت در لج و فلیپ فلاپ

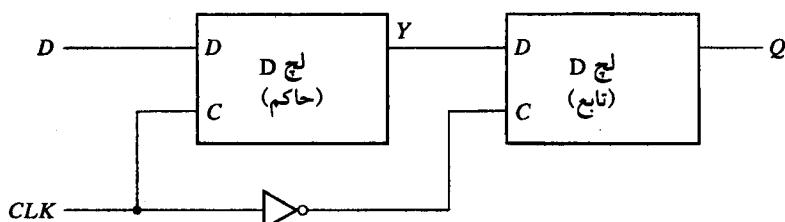
آید. نکته کلیدی در یک عملکرد صحیح فلیپ فلاپ‌ها تریگر شدن آنها در زمان گذر سیگنال است. پالس ساعت از دو انتقال ۱ به ۰ و ۰ به ۱ گذر می‌کند. طبق شکل ۵-۸ گذر مثبت به عنوان لبه مثبت و گذر منفی به نام لبه منفی شناخته می‌شود. برای اصلاح یک لج به یک فلیپ فلاپ، دو راه وجود دارد. یکی از این روش‌ها استفاده از دو لج با آرایشی خاص است که خروجی فلیپ فلاپ را در حین تغییر ورودی، از آن جدا می‌سازد. راه دیگر تهیه فلیپ فلاپی است که فقط در حین گذر سیگنال تریگر می‌شود (از ۰ به ۱ یا از ۱ به ۰) و در بقیه لحظات پالس ساعت غیرفعال است. اکنون هر دو روش را مطالعه می‌کنیم.

فلیپ فلاپ D حساس به لبه

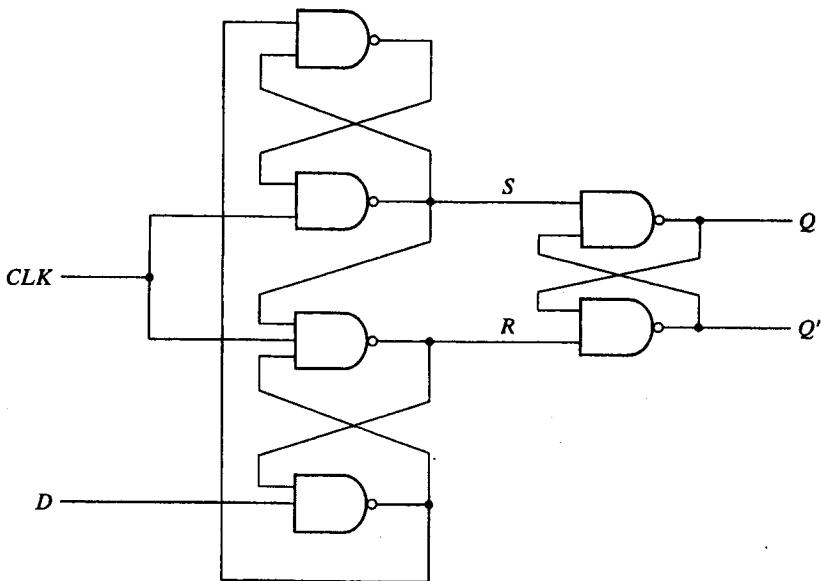
ساخت یک فلیپ فلاپ D با دو لج D و یک وارونگر در شکل ۵-۹ ملاحظه می‌گردد. اولین لج را حاکم و دومی را تابع می‌گویند. مدار، ورودی D را نمونه برداری کرده و خروجی Q را فقط در لبه منفی پالس کنترل ساعت (CLK) تغییر می‌دهد. وقتی که پالس ساعت در ۰ است، خروجی وارونگر ۱ می‌باشد. لج تابع فعال شده و خروجی آن، Q، برابر با خروجی حاکم یعنی Y خواهد شد. لج حاکم غیرفعال است زیرا $Q = \text{CLK}$ می‌باشد. وقتی که پالس ساعت ورودی به سطح ۱ تغییر وضعیت می‌دهد، داده از ورودی بیرونی D به حاکم منتقل می‌گردد. در این حال، مدامی که ساعت در سطح ۱ بماند، تابع غیرفعال خواهد بود زیرا ورودی C آن برابر ۰ است. هر تغییر در ورودی، خروجی Y را عوض می‌کند، ولی نمی‌تواند خروجی تابع را عوض کند. وقتی که پالس ساعت به ۰ بازگردد، حاکم غیرفعال شده و از ورودی D جدا می‌شود. در همان زمان تابع فعال شده و مقدار Y به خروجی فلیپ فلاپ در Q انتقال می‌یابد. بنابراین خروجی فلیپ فلاپ فقط در حین گذر پالس ساعت از ۱ به ۰ تغییر می‌کند.

رفتار فلیپ فلاپ حاکم - تابع که در بالا توصیف شد نشان می‌دهد که خروجی فقط در لبه منفی پالس ساعت تغییر می‌نماید. این تغییر را می‌توان در لبه مثبت پالس ساعت هم انجام داد. این کار به این ترتیب صورت می‌گیرد که یک وارونگر اضافی بین پایانه CLK و اتصال بین وارونگر دیگر و ورودی C لج حاکم قرار گیرد. چنین فلیپ فلاپی بالبه منفی پالس عمل کرده و به این ترتیب لبه منفی حاکم و لبه مثبت نیز تابع و پایانه خروجی را عوض می‌کند.

نمونه دیگری از فلیپ فلاپ D حساس به لبه از سه لج SR، مطابق شکل ۵-۱۰ استفاده می‌کند. دو



شکل ۵-۹. فلیپ فلاپ D حاکم-تابع

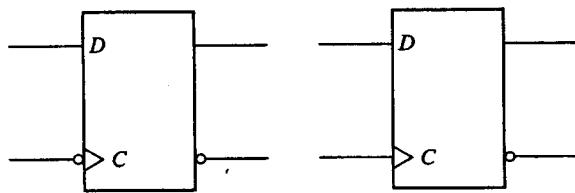


شکل ۱-۵. فلیپ فلاب D حساس به لبه مثبت

لچ موجود در این شکل به ورودی های بیرونی D (داده) و CLK (ساعت) پاسخ می دهدن. لچ سوم خروجی را برای فلیپ فلاب تهیه می کند. ورودی های S و R لچ خروجی در $0 = CLK$ در سطح منطق 1 نگهداری می شوند. این موجب می شود تا خروجی در حالت فعلی خود باقی بماند. ورودی D ممکن است برابر 0 یا 1 باشد. اگر هنگام 1 شدن $D = 0$ ، $CLK = 0$ برقرار باشد، R به 0 تغییر می کند. یعنی فلیپ فلاب به حالت بازنشان رفته و در آن $0 = Q$ می گردد. اگر در زمان $1 = CLK$ تغییری در ورودی رخ دهد پایانه R در 0 می ماند. بنابراین فلیپ فلاب علیرغم تغییر در ورودی خود به حالت قفل باقی خواهد ماند. وقتی که ساعت به 0 بازگردد، R به 1 می رود و لچ خروجی در وضعیت ساکن و بدون تغییر در خروجی باقی می ماند. به طور مشابه وقتی CLK از 0 به 1 می رود، اگر $1 = D$ باشد، S به 0 تغییر می کند. این موجب می شود تا مدار به حالت 1 رفته و $1 = Q$ گردد. هر تغییر در D ، مادامی که $CLK = 1$ است، نمی تواند خروجی را تحت تأثیر قرار دهد.

به طور خلاصه، وقتی ساعت ورودی در فلیپ فلاب حساس به لبه مثبت یک انتقال مثبت انجام دهد، مقدار D به Q منتقل می شود. یک لبه منفی از 1 به 0 تأثیری بر روی خروجی ندارد. به همین ترتیب سطح منطق 1، و نیز سطح منطق 0 هم خروجی را عوض نمی کنند. از این رو این نوع فلیپ فلاب تنها به لبه 0 به 1 و لاغر پاسخ می دهد.

هنگام استفاده از فلیپ فلاب حساس به لبه باید زمانبندی پاسخ فلیپ فلاب تحت بررسی قرار گیرد. در این زمانبندی، حداقل زمانی به نام زمان بپایی وجود دارد که طی آن قبل از وقوع گذرا ساعت، ورودی باید در مقدار ثابت خود نگهداری شود. به همین ترتیب حداقل زمانی به نام زمان نگهداری وجود دارد



شکل ۵-۱۱. سمبل گرافیکی فلیپ فلاپ D حساس به لبه

که طی آن ورودی D باید پس از اعمال لبه مثبت ساعت، تغییر کند. تأخیر انتشار به صورت فاصله زمانی بین لبه تریگر شدن و تثبیت خروجی در حالت جدید تعریف می‌گردد. این و دیگر پارامترها در برگه‌های اطلاعاتی سازندگان برای هر خانواده منطقی ارائه می‌شوند.

سمبل گرافیکی فلیپ فلاپ D حساس به لبه در شکل ۵-۱۱ مشاهده می‌شود. این سمبل مشابه با سمبل لج D است به جز این که در جلو حرف C علامت فلشی وجود دارد که دینامیک بودن ورودی را نشان می‌دهد. نشانگر دینامیک به این معنی است که فلیپ فلاپ به گذر لبه منفی ساعت حساس است. وجود یک حباب در ورودی دینامیکی به معنی نیاز به لبه منفی ساعت است. عدم وجود حباب پاسخ به لبه مثبت را نشان می‌دهد.

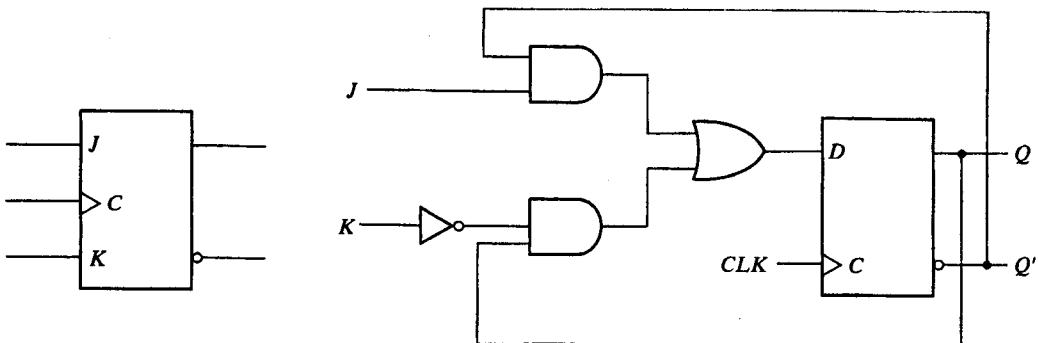
دیگر فلیپ فلاپ‌ها

مدارهای مجتمع VLSI حاوی هزاران گیت در داخل بسته اند. در ساخت یک سیستم دیجیتال انواع گیت‌های درون بسته به هم مرتبط می‌شوند. اقتصادی ترین و بهترین فلیپ فلاپ قابل ساخت، نوع D حساس به لبه می‌باشد که به تعداد کمتری گیت نیاز دارد. دیگر فلیپ فلاپ‌ها را می‌توان با فلیپ فلاپ D و مقداری مدار بیرونی به وجود آورد. دو فلیپ فلاپ رایج در طراحی سیستم‌های دیجیتال عبارتند از: فلیپ فلاپ JK و T.

با یک فلیپ فلاپ سه عمل را می‌توان انجام داد: نشاندن در 1، بازنشانی در 0 و متمم شدن خروجی. فلیپ فلاپ JK هر سه کار را انجام می‌دهد. نمودار مدار یک فلیپ فلاپ JK که از یک فلیپ فلاپ D ساخته شده است، در شکل ۵-۱۲ (الف) دیده می‌شود. ورودی J، فلیپ فلاپ را در 1، ورودی K، آن را در 0 می‌نشاند، وقتی هر دو ورودی در 1 قرار گیرند خروجی متمم می‌شود. صحبت این مطلب را می‌توان با بررسی مداری که به ورودی D اعمال شده تحقیق کرد:

$$D = JQ' + K'Q$$

وقتی $J = 1$ و $K = 0$ است، $D = Q' + Q = 1$ بوده و بنابراین لبه ساعت بعدی خروجی را در 1 می‌نشاند. وقتی که $J = 0$ و $K = 1$ باشد، لبه پالس بعدی خروجی را به 0 باز می‌نشاند. وقتی هر دو



(ب) سمبل گرافیکی

(الف) نمودار مدار

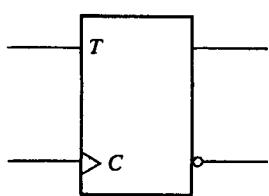
شکل ۵-۱۲. فلیپ فلاپ D

ورودی $J = K = 1$ باشد، $D = Q' = 1$ است و بنا براین لب ساعت بعدی خروجی را متمم می کند. هنگامی که $J = K = 0$ باشد، $D = Q = 0$ است و لب پالس ساعت بعدی خروجی را بدون تغییر رها خواهد کرد. سمبل گرافیکی برای فلیپ فلاپ JK در شکل ۵-۱۲ (ب) ملاحظه می گردد. این سمبل مشابه فلیپ فلاپ D است به جز این که اکنون ورودی ها با J و K نام گذاری شده اند.

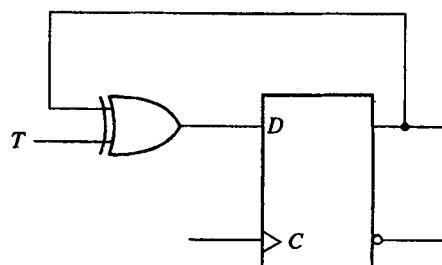
فلیپ فلاپ T (دگر وضع) یک فلیپ فلاپ متمم ساز است و می توان آن را با گره زدن دو ورودی J و K ایجاد کرد. این عمل در شکل ۵-۱۳ (الف) نشان داده شده است. وقتی $T = 0$ باشد، ($J = K = 0$)، لب ساعت، خروجی را عوض نمی کند. وقتی که $T = 1$ است ($J = K = 1$)، لب ساعت، خروجی را متمم می نماید. فلیپ فلاپ متمم ساز در طراحی شمارنده های دودویی بسیار مورد توجه است. یک فلیپ فلاپ T را می توان با یک فلیپ فلاپ D و یک گیت XOR مطابق شکل ۵-۱۳ (ب) ساخت. عبارت ورودی D در این حالت برابر است با:

$$D = T \oplus Q = TQ' + T'Q$$

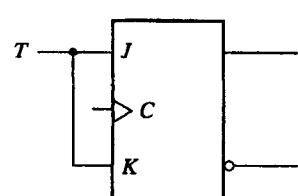
وقتی $T = 0$ است، آنگاه $Q = D$ می باشد و بنا براین تغییری در خروجی رخ نمی دهد. وقتی $T = 1$ باشد، آنگاه $D = Q'$ بوده و خروجی متمم می گردد. سمبل گرافیکی برای این نوع فلیپ فلاپ دارای حرف T در ورودی است.



(ب) سمبل گرافیکی



(ب) با فلیپ فلاپ D



(الف) با فلیپ فلاپ JK

شکل ۵-۱۳. فلیپ فلاپ D

جدول مشخصه

جدول مشخصه خواص منطقی یک فلیپ فلاپ را تعریف می‌کند و بدین ترتیب عملکرد آن به صورت جدول توصیف می‌گردد. جداول مشخصه سه نوع فلیپ فلاپ در جدول ۵-۱ نشان داده شده است. آنها حالت بعدی را به صورت تابعی از ورودی‌ها و حالت فعلی تعریف می‌نمایند. (t) به معنی حالت فعلی و یا حالت قبل از اعمال لبه ساعت است. ($t+1$)، حالت بعدی پس از اعمال ساعت می‌باشد. توجه کنید ورودی لبه ساعت در جدول مشخصه ذکر نشده است ولی فرض بر این است که بین t و $t+1$ رخ می‌دهد.

جدول مشخصه فلیپ فلاپ JK نشان می‌دهد که حالت بعدی برابر است با حالت فعلی، به شرطی که $J = K = 0$ باشد. این وضع را می‌توان به صورت $Q(t+1) = Q(t)$ نشان داد و بیان می‌دارد که تغییری در حالت آن ایجاد نمی‌شود. وقتی که $J = 1$ و $K = 0$ باشد، ساعت فلیپ فلاپ را به ۰ بازنگاری می‌کند و بنابراین $Q(t+1) = Q(t)$ خواهد شد. اگر $J = 0$ و $K = 1$ باشد فلیپ فلاپ به $Q(t+1) = 1$ می‌رود. وقتی که هر دو ورودی J و K برابر ۱ شوند، حالت بعدی متمم حالت فعلی خواهد بود و می‌توان آن را با $Q'(t+1) = Q(t)$ نشان داد.

حالت بعدی فلیپ فلاپ فقط به ورودی D بستگی دارد و مستقل از حالت فعلی است. این حالت را با $D = Q(t+1)$ نشان می‌دهیم. این بدان معنی است که مقدار حالت بعدی برابر با مقدار فعلی (قبل از لبه پالس ساعت) ورودی D است. البته باید توجه کرد که فلیپ فلاپ D حالت بی تغییر را دارا نیست. ولی این کار با غیرفعال کردن ساعت و یا با اتصال خروجی به ورودی D انجام می‌شود و طی آن خروجی یا حالت فلیپ فلاپ همواره بی تغییر خواهد ماند.

جدول درستی فلیپ فلاپ T فقط دو حالت دارد. وقتی $T = 0$ باشد، لبه ساعت حالت را تغییر نمی‌دهد. وقتی $T = 1$ باشد، لبه ساعت حالت فلیپ فلاپ را متمم می‌کند.

جدول ۵-۱. جداول مشخصه فلیپ فلاپ

فلیپ فلاپ JK

J	K	$Q(t+1)$	
0	0	$Q(t)$	بدلتغییر
0	1	0	بازنشانی
1	0	1	نشاندن
1	1	$Q'(t)$	متمم

فلیپ فلاپ T

D	$Q(t+1)$		T	$Q(t+1)$	
0	0	بازنشانی	0	$Q(t)$	بدلتغییر
1	1	نشاندن	1	$Q'(t)$	متمم

معادلات مشخصه

خواص منطقی یک فلیپ فلاپ که در جدول مشخصه ملاحظه شد را می‌توان به صورت معادله مشخصه هم بیان کرد. برای فلیپ فلاپ D، این معادله به صورت زیر است:

$$Q(t+1) = D$$

این رابطه بیان می‌کند که حالت بعدی خروجی برابر با مقدار ورودی D در حال حاضر است. معادله مشخصه برای فلیپ فلاپ JK را از جدول مشخصه و یا از مدار شکل ۵-۱۲ می‌توان بدست آورد. یعنی

$$Q(t+1) = JQ' + K'Q$$

که Q مقدار خروجی فلیپ فلاپ قبل از اعمال یک پالس ساعت است. معادله مشخصه برای فلیپ فلاپ T از شکل ۵-۱۳ حاصل می‌شود.

$$Q(t+1) = T \oplus Q = TQ' + T'Q$$

ورودی‌های سیستم

بعضی از فلیپ فلاپ‌ها دارای ورودی‌های غیرهمزمان برای واداشتن آن به یک حالت خاص مستقل از پالس ساعت می‌باشند. ورودی که فلیپ فلاپ را در ۱ می‌نشاند، پیش تنظیم یا تنظیم مستقیم می‌نامند.

ورودی که فلیپ فلاپ را به ۰ پاک می‌کند، ورودی پاک یا بازنگشتن مستقیم (غیرهمزمان) می‌خوانند. وقتی تغذیه در یک سیستم دیجیتال روشن شود، حالت فلیپ فلاپ نامعلوم است. ورودی‌های مستقیم در استقرار همه فلیپ فلاپ‌های سیستم به یک حالت آغازین معلوم، قبل از اعمال پالس ساعت مفید هستند.

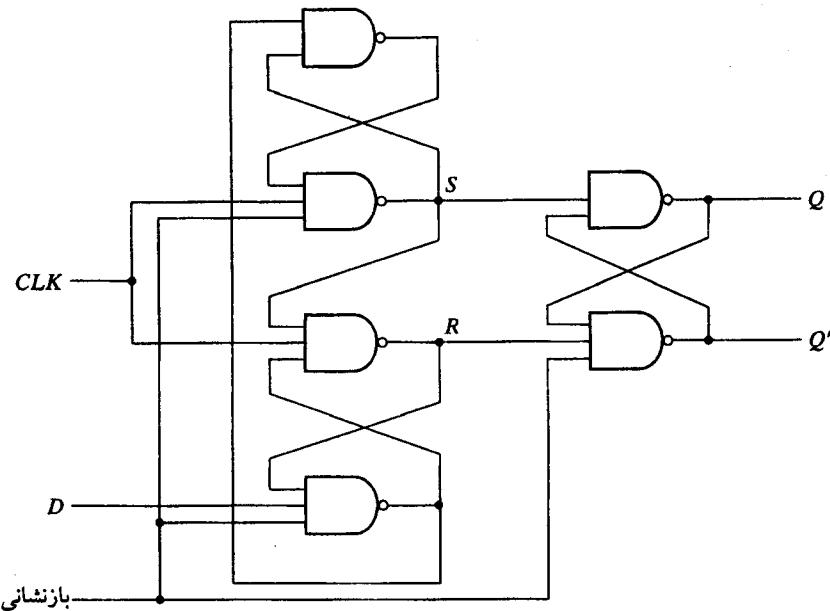
یک فلیپ فلاپ D حساس به لبه مثبت با بازنگشتن غیرهمزمان R در شکل ۵-۱۴ ملاحظه می‌شود.

نمودار مدار مشابه شکل ۵-۱۰ است با این تفاوت که یک ورودی بازنگشتن اضافی، به سه گیت NAND متصل شده است. وقتی که این ورودی در ۰ است، Q' را به ماندن در ۱ وا می‌دارد، و این به نوبه خود به معنی پاک شدن خروجی Q به ۰ است و بنابراین فلیپ فلاپ بازنگشتنی می‌شود. دو اتصال دیگر از ورودی بازنگشتن بقاء سومین لج SR را در منطق ۱ تضمین می‌کند. این وضع هنگامی رخ می‌دهد که ورودی بازنگشتنی، بدون توجه به مقادیر D و CLK، در ۰ باشد.

سمبل گرافیکی فلیپ فلاپ D با یک ورودی بازنگشتن مستقیم دارای یک ورودی اضافی است که با علامت گذاری شده است. وجود حباب در ورودی به این معنی است که بازنگشتنی با سطح منطق ۰ فعال می‌گردد. فلیپ فلاپ‌هایی که از نشاندن مستقیم استفاده می‌کنند از سمبل S در ورودی نشاندن غیرهمزمان استفاده می‌کنند.

جدول تابع، عملکرد مدار را مشخص می‌کند. وقتی $R = 0$ بازنگشتنی می‌شود. این حالت مستقل از D و C است. هنگامی مدار می‌تواند به روند عادی خود بازگردد که ورودی بازنگشتنی به ۱ برود. ساعت در C با یک فلش رو به بالا، که به معنی عملکرد فلیپ فلاپ در لبه مثبت ساعت می‌باشد، نشان داده شده است. مقدار D با هر لبه مثبت سیگنال ساعت، به شرطی که $R = 1$

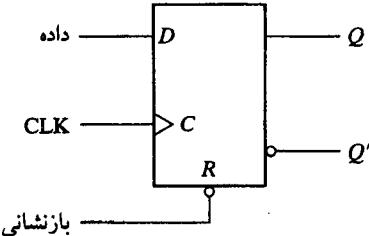
باشد، به خروجی Q منتقل می‌گردد.



(الف) نمودار مدار

R	C	D	Q	Q'
0	X	X	0	1
1	\uparrow	0	0	1
1	\uparrow	1	1	0

(ب) جدول درستی



(ب) سمبل گرافیکی

شکل ۱۴-۵. فلیپ فلاپ D با بازنیشانی غیرهمزمان

۵-۴ تحلیل مدارهای ترتیبی ساعت دار

رفتار یک مدار ترتیبی ساعت دار با ورودی ها، خروجی ها و حالت فلیپ فلاپ ها مشخص می گردد. خروجی ها و حالت بعدی هر دو تابعی از ورودی ها و حالت فعلی اند. تحلیل یک مدار ترتیبی به معنی تهیه جدول یا نموداری از رشته زمانی ورودی ها، خروجی ها و حالات درونی است. می توان عبارات بول را نوشت و به وسیله آنها رفتار مدار را توصیف کرد. این عبارات باید رشته زمانی لازم را چه مستقیماً و چه غیرمستقیم مشخص کند.

یک نمودار منطقی، وقتی دارای فلیپ فلاپ ها با ورودی های ساعت باشد، مدار ترتیبی ساعت دار

خوانده می‌شود. فلیپ فلاپ‌ها می‌توانند از هر نوع، و نمودار منطقی هم ممکن است شامل گیت‌های ترکیبی باشد یا نباشد. در این بخش، ما یک نمایش جبری را برای تعیین حالت بعدی برحسب حالت فعلی و ورودی‌ها ارائه می‌کنیم. آنگاه برای توصیف رفتار یک مدار ترتیبی، یک جدول حالت و یک نمودار حالت ارائه می‌شود. یک عبارت جبری دیگر هم برای مشخص کردن نمودار منطقی مدارهای ترتیبی بیان می‌گردد. برای تشریح روال‌های مختلف، مثال‌های خاصی آورده شده است.

معادلات حالت

رفتار مدار ترتیبی ساعت‌دار را می‌توان با معادلات حالت توصیف کرد. یک معادله حالت (که به آن معادله گذر هم می‌گویند) حالت بعدی را برحسب تابعی از حالات فعلی و ورودی‌ها بیان می‌نماید. مدار شکل ۱۵-۵ را ملاحظه نمایید. این مدار از دو فلیپ فلاپ A و B نوع D و یک ورودی x و یک خروجی y تشکیل شده است. چون ورودی D یک فلیپ فلاپ، مقدار حالت بعدی را معین می‌کند، می‌توان مجموعه معادلاتی را به صورت زیر برای مدار نوشت:

$$\begin{aligned} A(t+1) &= A(t)x(t) + B(t)x(t) \\ B(t+1) &= A'(t)x(t) \end{aligned}$$

یک معادله حالت معادله‌ای است که شرایط گذر حالت را برای یک فلیپ فلاپ بیان می‌کند. سمت چپ معادله با $(t+1)$ حالت بعدی فلیپ فلاپ را پس از یک لبه ساعت معین می‌نماید. سمت راست معادله عبارتی است بولی که حالت فعلی وضعیت ورودی‌هایی را مشخص می‌نمایند که در قبال آنها حالت بعدی ۱ می‌گردد. چون همه متغیرها در عبارت بول تابعی از حالت فعلی هستند، ما از نوشتمن (t) پس از متغیر صرف‌نظر کرده و معادلات حالت را به صورت فشرده‌تری مطابق زیر می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} A(t+1) &= Ax + Bx \\ B(t+1) &= A'x \end{aligned}$$

عبارات بولی برای معادلات حالت مستقیماً از گیت‌های تشکیل‌دهنده بخش ترکیبی در مدار ترتیبی بدست می‌آیند، زیرا مقادیر D در مدار ترکیبی حالت بعدی را تعیین می‌کنند. به طور مشابه مقدار فعلی خروجی نیز قابل ارائه به صورت جبری زیر است:

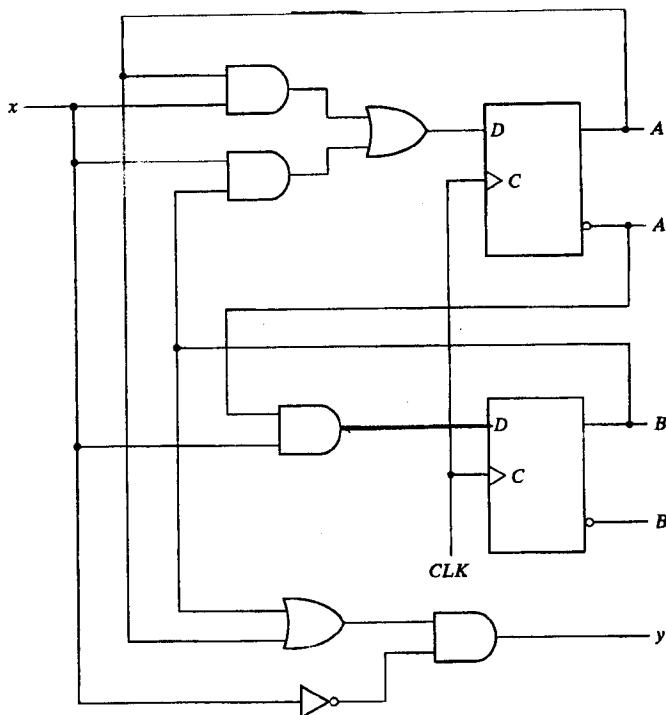
$$y(t) = [A(t) + B(t)]x'(t)$$

با حذف سنبلا (t) از مقدار فعلی، معادله بولی خروجی زیر بدست می‌آید:

$$y = (A + B)x'$$

جدول حالت

رشته‌های زمانی ورودی‌ها، و خروجی‌ها و حالات فلیپ فلاپ را می‌توان در یک جدول حالت (به آن جدول گذر هم می‌گویند) جمع آوری کرد. جدول حالت برای مدار شکل ۱۵-۵ در جدول ۲-۵ دیده می‌شود. جدول مشکل از چهار بخش با نام‌های حالت فعلی، ورودی، حالت بعدی و خروجی است.



شکل ۵-۱۵. مثال مدار ترتیبی

بخش حالت فعلی، حالت فلیپ فلابهای A و B را در هر لحظه از زمان t نشان می‌دهد. بخش ورودی مقدار x را برای هر حالت فعلی ممکن بدست می‌دهد. بخش حالت بعدی، وضعیت فلیپ فلابهای را یک سیکل ساعت بعد، در زمان $t+1$ بیان می‌دارد. بخش خروجی مقدار y را در هر زمان t در قبال هر حالت فعلی با توجه به شرایط ورودی، مشخص می‌کند.

تهیه جدول حالت به لیستی از همه ترکیبات دو دویی حالت فعلی و ورودی‌ها نیاز دارد. در این حال،

جدول ۵-۲. جدول حالت برای شکل ۵-۱۵

حالات فعلی		ورودی x	حالات بعدی		خروجی y
A	B		A	B	
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	0	1
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	0	0

ما هشت ترکیب دودویی 000 تا 111 را داریم. سپس مقادیر حالت بعدی از نمودار منطقی یا از معادلات حالت بدست می‌آیند. حالت بعدی فلیپ فلاپ A باید در معادله زیر صدق کند.

$$A(t+1) = Ax + Bx$$

با خش حالت بعدی در جدول حالت در زیر ستون A دارای سه عدد 1 است که در قبال آنها حالت فعلی و مقدار ورودی شرایطی را که حالت فعلی A و ورودی x هر دو برابر 1 هستند و یا حالت فعلی B و ورودی x هر دو برابر 1 می‌باشند برآورده می‌سازند. به طور مشابه حالت بعدی فلیپ فلاپ B از معادله حالت زیر حاصل می‌گردد.

$$B(t+1) = A'x$$

و هنگامی برابر 1 است که حالت فعلی $A = 0$ و ورودی $x = 1$ باشد. ستون خروجی از معادله زیر حاصل می‌شود:

$$y = Ax' + Bx'$$

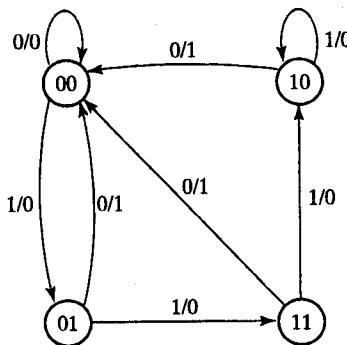
جدول حالت یک مدار ترتیبی با فلیپ فلاپ‌های نوع D با روال مشابهی بدست می‌آید. به طور کلی، یک مدار ترتیبی با m فلیپ فلاپ و n ورودی نیاز به 2^{m+n} سطر در جدول حالت دارد. اعداد دودویی از 0 تا $1 - 2^{m+n}$ در زیر ستون‌های حالت فعلی و ورودی لیست شده‌اند. با خش حالت بعدی دارای m ستون، یعنی یک ستون در ازاء هر فلیپ فلاپ، می‌باشد. مقادیر دودویی برای حالت بعدی مستقیماً از معادلات حالت حاصل می‌گردند. با خش خروجی دارای ستون‌هایی به تعداد خروجی هاست. مقدار دودویی این با خش مشابه با جدول درستی از مدار یا تابع بولی آن بدست می‌آید. گاهی بهتر است تا جدول حالت را با کمی تغییر نشان دهیم. در آرایشی دیگر، جدول حالت تنها سه با خش دارد که عبارتند از: حالت فعلی، حالت بعدی و خروجی. حالات ورودی در زیر ستون حالت بعدی و ستون خروجی ذکر می‌شود. جدول حالت ۵-۲ با توجه به این روش به جدول ۵-۳ تبدیل شده است. برای هر حالت فعلی، بسته به مقدار ورودی، دو حالت ممکن برای حالت بعدی و خروجی وجود دارد. بسته به نوع کاربرد هر یک از دو روش فوق بر دیگری ارجحیت دارد.

نمودار حالت

اطلاعات موجود در جدول حالت را می‌توان به صورت گرافیکی با نمودار حالت نشان داد. در این

جدول ۵-۳. فرم دیگر جدول حالت

حالت فعلی	حالت بعدی		خروجی	
	$x = 0$	$x = 1$	$x = 0$	$x = 1$
AB	AB	AB	y	y
00	00	01	0	0
01	00	11	1	0
10	00	10	1	0
11	00	10	1	0



شکل ۵-۱۶. نمودار حالت مدار شکل ۵-۱۵

نوع نمودار، یک حالت با یک دایره نشان داده می‌شود و گذر در بین حالت‌ها با خطوط جهت‌داری که دو دایره رابه هم وصل می‌کنند نمایش داده می‌شود. نمودار حالت مدار ترتیبی شکل ۵-۱۵ در شکل ۵-۲ یا ملاحظه می‌گردد. نمودار حالت همان اطلاعات جدول حالت را بیان می‌کند که مستقیماً از جدول ۵-۳ یا ۵-۴ بدست می‌آید. عدد دو دویی داخل هر دایره حالت فلیپ فلاب‌ها را بیان می‌نماید. خطوط جهت‌دار با دو عدد که با یک خط مورب از هم جدا شده‌اند، برجسب خورده‌اند. مقدار ورودی در حالت فعلی در سمت چپ این خط و عدد پس از خط مورب، خروجی را در حالت فعلی در قبال ورودی مربوطه‌اش نشان می‌دهد. باید توجه داشت مقدار خروجی ذکر شده در کنار خطوط جهت‌دار، در حین حالت فعلی و ورودی مربوطه رخ می‌دهد و هیچ ارتباطی به حالت بعدی ندارد. مثلاً خط واصل جهت‌دار که از حالت 00 به 01 می‌رود با 1/0 برجسب خورده است و به این معنی است که وقتی مدار ترتیبی در حالت فعلی 00 است ورودی 1 و خروجی 0 می‌باشد، در پالس ساعت بعدی، مدار به حالت بعدی 01 می‌رود. اگر ورودی به 0 تغییر یابد، آنگاه خروجی 1 می‌گردد ولی اگر ورودی در 1 باقی بماند، خروجی در 0 خواهد ماند. این اطلاعات از نمودار حالت و خطوط جهت‌دار که از دایره 01 سرچشممه گرفته، حاصل شده است. یک خط جهت‌دار که دایره را به خودش وصل کند، به معنی عدم وجود تغییر در حالت است. بین جدول حالت و نمودار حالت تفاوتی به جز نحوه ارائه وجود ندارد. جدول درستی به راحتی از یک معادله حالت و نمودار منطقی حاصل می‌گردد. نمودار حالت مستقیماً از جدول حالت بدست می‌آید. نمودار حالت تصویری از گذر حالات را مجسم می‌کند و برای تفسیر عملکرد مدار مناسب‌تر است. مثلاً، نمودار حالت شکل ۵-۱۶ به وضوح نشان می‌دهد که، با شروع از حالت 00، مادامی که ورودی در 1 باشد خروجی برابر 0 است. اولین ورودی 0 بعد از رشته‌ای از 1، خروجی 1 را تولید کرده و مدار را به 00 اولیه باز می‌گرداند.

معادلات ورودی فلیپ فلاب

نمودار منطقی یک مدار ترتیبی مشکل از فلیپ فلاب‌ها و گیت‌هاست. اتصالات میان گیت‌ها

مدار ترکیبی را می‌سازند و ممکن است با عبارات بولی نشان داده شوند. اگاهی از نوع فلیپ فلاپ‌ها و لیست عبارات بولی مدار ترکیبی، اطلاعات لازم را برای ترسیم نمودار منطقی مدار ترتیبی فراهم می‌سازد. بخشی از مدار ترکیبی که خروجی‌های بیرونی را تولید می‌کند و به صورت توابع بولی توصیف می‌گردد معادلات خروجی نامیده می‌شوند. بخشی از مدار که ورودی‌های فلیپ فلاپ‌ها را تولید می‌کنند با توابع بولی به نام معادلات ورودی فلیپ فلاپ نام‌گذاری شده‌اند (گاهی به آنها معادلات تحریک هم گویند). ما از سمبول ورودی فلیپ فلاپ برای نام‌گذاری متغیر معادله ورودی و نام خروجی فلیپ فلاپ‌ها به عنوان اندیس استفاده خواهیم کرد. مثلاً معادله ورودی زیر یک گیت OR، با ورودی‌های x و y که به ورودی D از فلیپ فلاپ متصلند و خروجی آن با Q نام‌گذاری شده است را نشان می‌دهد.

$$D_Q = x + y$$

مدار ترتیبی شکل ۵-۱۵ متشکل از دو فلیپ فلاپ A و B از نوع D ، یک ورودی x و یک خروجی y است. نمودار منطقی مدار می‌تواند به صورت جبری با دو معادله ورودی و یک معادله خروجی بیان شود:

$$D_A = Ax + Bx$$

$$D_B = A'x$$

$$y = (A + B)x'$$

سه معادله فوق اطلاعات لازم را برای ترسیم نمودار منطقی مدار ترتیبی فراهم می‌سازند. سمبول D_A یک فلیپ فلاپ D با نام A را مشخص می‌نماید. به همین ترتیب D_B فلیپ فلاپ B از نوع D است. عبارات بولی مربوط به این دو متغیر و عبارت خروجی y ، بخش ترکیبی مدار ترتیبی را معین می‌کنند. معادلات ورودی فلیپ فلاپ‌ها فرم جبری مناسبی را برای نمودار منطقی یک مدار ترتیبی تشکیل می‌دهند. آنها نوع فلیپ فلاپ را با توجه به سمبول فلیپ فلاپ مشخص می‌نمایند و مدار ترکیبی که فلیپ فلاپ‌ها را راه می‌اندازند هم با آنها مشخص می‌شود. توجه کنید که عبارت معادله ورودی با عبارت مربوط به معادله حالت یکی است. دلیل این است که معادله مشخصه با مقدار ورودی به D برابر است: یعنی $D_Q = Q(t+1)$.

تحلیل با کمک فلیپ فلاپ‌های D

در اینجا روال تحلیل یک مدار ترتیبی متشکل از فلیپ فلاپ‌های D را با یک مثال ساده خلاصه می‌کنیم. مداری که برای این هدف در نظر گرفته شده با معادله ورودی زیر توصیف گردیده است.

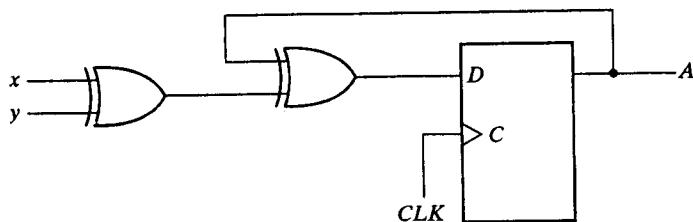
$$D_A = A \oplus x \oplus y$$

سمبل D_A یک فلیپ فلاپ نوع D با خروجی A را بیان می‌کند. متغیرهای x و y ، ورودی‌ها به مدار هستند. هیچ معادله خروجی مشخص نشده، بنابراین خروجی مدار از خروجی فلیپ فلاپ اخذ شده است. نمودار منطقی از معادله ورودی حاصل و در شکل ۵-۱۷ (الف) رسم شده است.

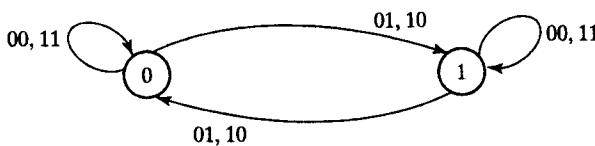
جدول حالت برای حالت فعلی یک ستون داشته و متعلق به فلیپ فلاپ A است، دو ستون هم برای ورودی‌ها و یک ستون برای حالت بعدی A لازم است. اعداد دو دویی زیر ستون Axy از 111 تا 000

حالات فعلی	ورودی‌ها	حالات بعدی
A	x y	A
0	0 0	0
0	0 1	1
0	1 0	1
0	1 1	0
1	0 0	1
1	0 1	0
1	1 0	0
1	1 1	1

(ب) جدول حالت



(الف) نمودار مدار



(پ) نمودار حالت

شکل ۵-۱۷. مدار ترتیبی با فلیپ فلاب D

مطابق شکل ۵-۱۷ (ب) لیست شده‌اند. مقادیر حالت بعد، از معادله حالت زیر حاصل می‌شوند:

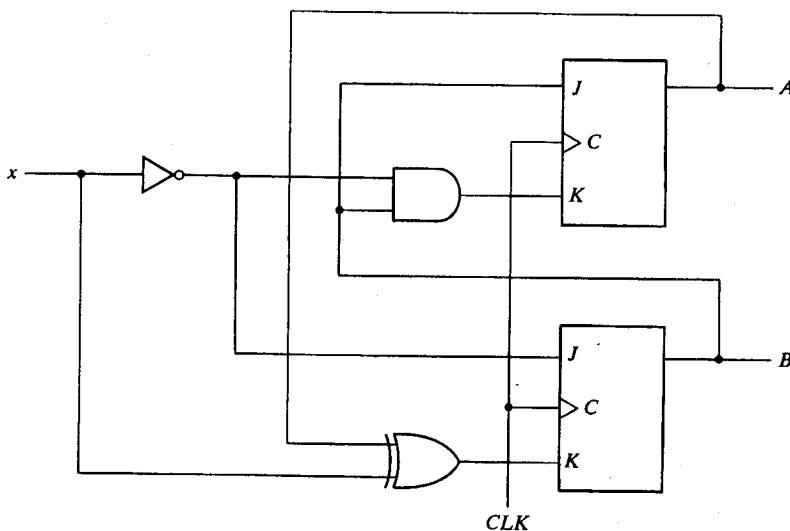
$$A(t+1) = A \oplus x \oplus y$$

این عبارت یک تابع فرد را بیان می‌دارد و هنگامی برابر 1 است که فقط یک یا سه متغیر برابر 1 باشد. این نکته در ستون حالت بعدی A قابل ملاحظه است.

مدار دارای یک فلیپ فلاب و دو حالت است. نمودار حالت از دو دایره که هر یک مطابق شکل ۵-۱۷ (ب) متعلق به یک حالت می‌باشد تشکیل گردیده است. حالت فعلی و خروجی، همانطور که با اعداد داخل دوایر نشان داده شده، می‌تواند 0 یا 1 باشد. روی خطوط جهت‌دار به خطوط مورب نیازی نیست زیرا برای مدار ترکیبی هیچ خروجی در نظر گرفته نشده است. دو ورودی، چهار ترکیب ممکن را برای هر حالت ممکن می‌سازند. دو ترکیب ورودی برای هر گذر حالت با یک ویرگول از هم جدا شده‌اند تا شکل مفهوم‌تر باشد.

تحلیل فلیپ فلاب‌های JK

یک جدول حالت متشکل از چهار بخش، حالت فعلی، ورودی‌ها، حالت بعدی و خروجی‌هاست. دو مورد اول با لیست حاصل از همه ترکیبات بدست می‌آیند. بخش خروجی از معادلات خروجی حاصل می‌شوند. مقادیر حالت بعدی از معادلات حالت ارزیابی می‌گردند. در فلیپ فلاب نوع D معادله



شکل ۵-۱۸. مدار ترتیبی با فلیپ فلاپ JK

حالت با معادله ورودی یکی است. هنگامی که فلیپ فلاپ‌هایی به جز JK یا T به کار روند، لازم است به جدول مشخصه یا معادله مشخصه آنها مراجعه شود تا مقادیر حالت بعدی بدست آیند. ما رویه را ابتدا با به کارگیری جدول مشخصه و سپس با معادله مشخصه تشریح خواهیم کرد.

مقادیر حالت بعدی یک مدار ترتیبی که از فلیپ فلاپ‌هایی چون نوع JK و T استفاده می‌کنند از رویه زیر بدست می‌آید.

۱- تعیین معادلات ورودی برحسب حالت فعلی و متغیرهای ورودی

۲- لیست مقادیر دودویی هر معادله ورودی

۳- استفاده از جدول مشخصه فلیپ فلاپ برای تعیین مقادیر حالت در جدول حالت.

به عنوان یک مثال، مدار ترتیبی متشکل از دو فلیپ فلاپ A و B از نوع JK و یک ورودی x را طبق شکل ۵-۱۸ ملاحظه نمایید. مدار دارای خروجی خاص نیست و بنا براین نیازی به ستون خروجی در جدول حالت وجود ندارد (خروجی‌های فلیپ فلاپ را می‌توان در این حالت به عنوان خروجی در نظر گرفت). می‌توان مدار را با معادلات ورودی زیر بیان کرد.

$$J_A = B \quad K_A = Bx'$$

$$J_B = x' \quad K_B = A'x + Ax' = A \oplus x$$

جدول حالت مدار ترتیبی در جدول ۵-۴ نشان داده شده است. ستون‌های حالت فعلی و ورودی، هشت حالت ممکن را لیست کرده‌اند. مقادیر دودویی زیرستون‌های "ورودی فلیپ فلاپ‌ها" بخشی از جدول حالت نیستند، ولی برای ارزیابی حالت بعدی که در مرحله ۲ از رویه ذکر شد لازم‌اند.

جدول ۴-۵. جدول حالت برای مدار تریشی با فلیپ فلاپ JK

حالت فعلی		ورودی		حالت بعدی		ورودی های فلیپ فلاپ			
A	B	x		A	B	J _A	K _A	J _B	K _B
0	0	0		0	1	0	0	1	0
0	0	1		0	0	0	0	0	1
0	1	0		1	1	1	1	1	0
0	1	1		1	0	1	0	0	1
1	0	0		1	1	0	0	1	1
1	0	1		1	0	0	0	0	0
1	1	0		0	0	1	1	1	1
1	1	1		1	1	1	0	0	0

این مقادیر دودویی مستقیماً از چهار معادله ورودی مشابه با آنچه برای جدول درستی یک عبارت بول حاصل می‌شوند، بدست آمده‌اند. حالت بعدی هر فلیپ فلاپ از ورودی‌های J و K و جدول مشخصه فلیپ فلاپ JK در جدول ۱-۵ حاصل می‌گردد. چهار حالت برای بررسی وجود دارد. وقتی $J = 1$ و $K = 0$ باشد، حالت بعدی ۱ است. وقتی $0 = J$ و $1 = K$ است، حالت بعدی ۰ می‌باشد. با $J = K = 0$ ، تغییری در حالت وجود ندارد و حالت بعدی با حالت فعلی یکی است. وقتی $J = K = 1$ باشد، بیت حالت بعدی متمم بیت حالت فعلی است. مثال‌های دو حالت فوق الذکر در جدول هنگام $AB = 10$ و $x = 0$ رخ می‌دهند. بنابراین $J_A = K_A = 0$ بوده و حالت فعلی ۱ است. به این ترتیب حالت بعدی A با حالت فعلی تفاوتی نداشته و مقدار آن ۱ است. در همان سطر از جدول $J_B = K_B = 1$ است. چون حالت فعلی $0 = B$ می‌باشد، حالت بعدی B متمم شده و به ۱ تغییر می‌یابد. می‌توان مقادیر حالت بعدی را از ارزیابی معادلات حالت در معادله مشخصه هم بدست آورد. این کار با دنبال کردن روال زیر میسر است.

- معادلات ورودی فلیپ فلاپ را بحسب حالت فعلی و متغیرهای ورودی بدست آورید.
- معادلات ورودی را در معادلات مشخصه فلیپ فلاپ جایگزین نمایید تا معادلات حالت حاصل شود.

۳- از معادلات حالت برای تعیین مقادیر حالت بعدی در جدول حالت استفاده نمایید.

معادلات ورودی فلیپ فلاپ JK شکل ۵-۱۸ در فوق ملاحظه گردید. معادلات مشخصه برای فلیپ فلاپ‌ها از جایگزینی A و B به جای اسم Q بدست می‌آیند:

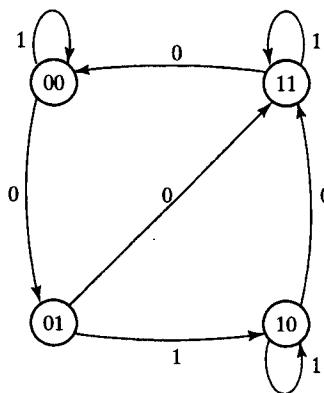
$$A(t+1) = JA' + K'A$$

$$B(t+1) = JB' + K'B$$

از جایگزینی J_A و K_A از معادلات ورودی، معادله حالت برای A بدست می‌آید:

$$A(t+1) = BA' + (Bx')'A = A'B + AB' + Ax$$

معادله حالت مقادیر بیتی ستون زیر "حالت بعدی" A را در جدول حالت فراهم می‌سازد. به طور مشابه،



شکل ۵-۱۹. نمودار حالت شکل ۵-۱۸

معادله حالت برای فلیپ فلاپ B با جایگزینی مقادیر J_B و K_B بدست می‌آید.

$$B(t+1) = x'B' + (A \oplus x)'B = B'x' + ABx + A'Bx'$$

معادله حالت مقادیر بیتی را برای ستون زیر "حالت بعدی" B در جدول حالت فراهم می‌نماید. توجه کنید که وقتی معادله حالت به کار رود ستون‌های زیر ورودی‌های "فلیپ فلاپ" در جدول ۵-۴ لازم نیستند.

نمودار حالت مدار ترتیبی در شکل ۵-۱۹ نشان داده شده است. چون مدار دارای خروجی نیست اعداد روی خطوط جهت دار خارج شده از دوایر، تنها مقادیر ورودی x را بیانگر هستند.

تحلیل با فلیپ فلاپ‌های T

تحلیل یک مدار ترتیبی با فلیپ فلاپ‌های T رواج یکسانی با نوع JK دارد. مقادیر حالت بعدی در جدول حالت با جدول مشخصه ۱-۵ یا با معادله مشخصه زیر بدست می‌آینند.

$$Q(t+1) = T \oplus Q = T'Q + TQ'$$

مدار ترتیبی شکل ۵-۲۰ را ملاحظه نمایید. این مدار دارای دو فلیپ فلاپ A و B، یک ورودی x و یک خروجی y است. این مدار با دو معادله ورودی و یک معادله خروجی قابل توصیف می‌باشد.

$$T_A = Bx$$

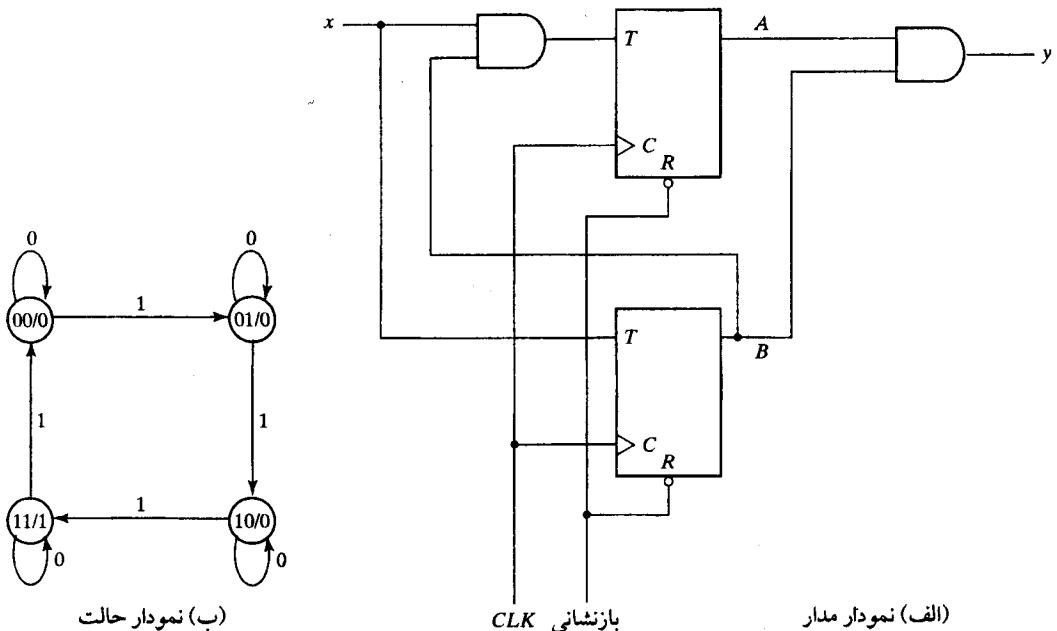
$$T_B = x$$

$$y = AB$$

جدول حالت برای مدار در جدول ۵-۵ لیست شده است. مقادیر y از معادله خروجی بدست می‌آینند. مقادیر حالت بعدی از معادلات حالت و با جایگزینی T_A و T_B در معادلات مشخصه حاصل می‌شوند، یعنی:

$$A(t+1) = (Bx)'A + (Bx)A' = AB' + Ax' + A'Bx$$

$$B(t+1) = x \oplus B$$



شکل ۵-۲۰. مدار ترتیبی با فلیپ فلاپ‌های T

مقادیر حالت بعدی در جدول حالت از عبارات مربوط به دو معادله حالت بدست می‌آید.

نمودار حالت مدار در شکل ۵-۲۰(ب) ملاحظه می‌شود. مادامی که ورودی x برابر ۱ است، مدار به عنوان یک شمارنده دودویی با رشته ۰۰، ۰۱، ۱۰ و ۱۱ عمل می‌کند و در نهایت به ۰۰ باز می‌گردد. وقتی $x = 0$ است، مدار در همان حال باقی می‌ماند. در حالت ۱۱، خروجی $y = 1$ است. در اینجا خروجی فقط به حالت فعلی وابسته بوده و مستقل از ورودی است. دو مقدار داخل هر دایره با یک خط مورب از هم جدا شده‌اند تا حالت فعلی و خروجی از هم تفکیک شوند.

جدول ۵-۵. جدول حالت برای مدار ترتیبی با فلیپ فلاپ‌های T

حالات فعلی $A \quad B$	ورودی x	حالات بعدی		خروجی y
		A	B	
۰ ۰	۰	۰	۰	۰
۰ ۰	۱	۰	۱	۰
۰ ۱	۰	۰	۱	۰
۰ ۱	۱	۱	۰	۰
۱ ۰	۰	۱	۰	۰
۱ ۰	۱	۱	۱	۰
۱ ۱	۰	۱	۱	۱
۱ ۱	۱	۰	۰	۱

مدل‌های میلی و مور

عمومی‌ترین مدل یک مدار ترتیبی دارای ورودی‌ها، خروجی‌ها و حالات داخلی است. معمولاً مدارهای ترتیبی به دو صورت مدل مور و میلی ارائه می‌شوند. تفاوت آنها در نحوه تولید خروجی است. در مدل میلی، خروجی تابعی از ورودی و حالت فعلی است. در مدل مور، خروجی فقط تابعی از حالت فعلی می‌باشد. وقتی این دو مدل در کتب و دیگر منابع تکنیکی مورد بحث قرار می‌گیرند، مدارهای ترتیبی را ماشین حالت متناهی یا FSM گویند. مدل میلی یک مدار ترتیبی را FSM میلی یا ماشین میلی نامند. مدل مور را نیز FSM مور یا ماشین مور خوانند.

مثالی از مدل میلی در شکل ۱۵-۵ نشان داده شد. خروجی عایقی از هر دو ورودی X و حالت فعلی A و B است. نمودار حالت مربوطه در شکل ۱۶-۵ نشان می‌دهد که مقادیر ورودی‌ها و خروجی‌ها با خط موربی در امتداد خطوط جهت دار بین حالت‌ها از یکدیگر جدا شده‌اند.

مثالی از مدل مور در شکل ۱۸-۵ نشان داده شد. در اینجا خروجی فقط تابعی از حالت فعلی است. نمودار حالت مربوطه در شکل ۱۹-۵ تنها دارای ورودی‌هایی است که در امتداد خطوط جهت دار ذکر شده‌اند. خروجی‌ها همان حالات فلیپ‌فلاب‌ها هستند که در داخل دوایر نشان داده شده‌اند. مثال دیگری از یک مدل مور در شکل ۲۰-۵ ملاحظه می‌شود. خروجی فقط به مقادیر موجود در فلیپ‌فلاب‌ها وابسته است و بنابراین تنها تابعی از حالت فعلی است. مقدار ورودی در نمودار حالت در امتداد خط جهت دار ذکر شده، ولی خروجی‌های مدار در داخل دایره همراه با حالت فعلی نشان داده شده‌اند.

در مدل مور، خروجی‌های مدار ترتیبی با ساعت همزمان است زیرا آنها تنها به خروجی‌های فلیپ‌فلاب بستگی دارند که به پالس ساعت وابسته‌اند. در مدل میلی، خروجی‌ها فقط هنگامی که ورودی‌ها در طول پالس ساعت تغییر کنند، عوض می‌شوند. به علاوه، خروجی‌ها ممکن است مقادیر غلط لحظه‌ای نیز داشته باشند زیرا بین لحظه ورود داده و تغییر خروجی‌ها تأخیر وجود دارد. برای همزمان کردن مدار نوع میلی، ورودی‌های مدار ترتیبی باید با پالس ساعت همزمان گردند و خروجی‌ها فقط باید در لبه پالس نمونه‌برداری شوند.

۵-۵ HDL برای مدارهای ترتیبی

زبان توصیف سخت‌افزاری Verilog HDL در بخش ۳-۹ معرفی شد. توصیف مدارهای ترکیبی و معرفی مدل‌سازی رفتاری در بخش ۴-۱۱ ارائه گردید. در این بخش بحث مدل‌سازی رفتاری را ادامه می‌دهیم و مثال‌هایی از فلیپ‌فلاب‌ها و مدارهای ترتیبی را ارائه خواهیم داد.

مدل‌سازی رفتاری

در Verilog HDL دو نوع عبارت رفتاری موجود است: initial و always. رفتار initial تنها یک بار و در $t = 0$ اجرا می‌شود. رفتار always مرتب‌آجا شده و تا پایان شبیه‌سازی تکرار می‌گردد. روند رفتاری با استفاده از کلمه کلیدی initial یا always آن عبارت یا بلوکی از عبارت در بین

كلمات کلیدی begin و end آغاز می شود. هر مدول می تواند حاوی تعداد دلخواهی عبارت initial و always باشد. این عبارات به صورت همروند نسبت به يكديگر از زمان ۰ آجرا می گردد.

عبارت initial فقط يك بار آجرا می شود. اين عبارت در شروع شبیه سازی آغاز و پس از تکمیل اجرای همه عبارات پایان می پذیرد. همانطور که در انتهای بخش ۴-۱۱ مطرح شد، عبارت initial برای تولید سیگنال های ورودی در شبیه سازی طرح مفید است. در هنگام شبیه سازی يك مدار ترتیبی، لازم است يك منبع ساعت برای تریگر کردن فلایپ ها تولید شود. در زیر دو راه تولید ساعت آزاد گرد (آزادکار) نشان داده شده است:

```
initial
begin
    clock = 1'b0 ;
    repeat (30)
        #10 clock = ~ clock;
    end
initial
begin
    clock = 1'b0;
    #300 $finish;
end
always
#10 clock = ~clock;
```

در نوع اول، بلوک initial بین کلمات کلیدی begin و end قرار دارد. ساعت در زمان ۰ در تنظیم می شود. ساعت هر ۱۰ واحد زمانی يك بار متمم شده و ۳۰ مرتبه تکرار می گردد. اين کار ۱۵ سیکل ساعت را با سیکل ۲۰ واحد زمانی تولید می نماید. در نوع دوم بلوک initial ساعت را در زمان ۰ در ۰ قرار می دهد. پس از ۱۰ واحد زمانی، عبارت always مرتبآ ساعت را هر ۱۰ واحد زمانی يك بار متمم می کند و در نتیجه زمان سیکل ۲۰ واحد زمانی خواهد بود. شبیه سازی در پاسخ به \$finish در زمان 300 پایان می پذیرد. عبارت always را می توان با تأثیرهایی که برای مدت معین رخ می دهد و یا صحت شرایط معین و رخداد وقایع کنترل کرد. در اینجا شرط براساس رخداد واقعه مورد بحث قرار گرفته است. نوع عبارت به شکل زیر است:

always @ (event control expression)
Procedural assignment statements.

عبارة کنترل واقعه، شرطی را که باید رخ دهد تا اجرای عبارات تخصیص اجرایی فعال شود، مشخص می کند. متغیرها در سمت چپ عبارات اجرایی باید از نوع داده reg و به همان ترتیب نیز باید اعلان شود. سمت راست می تواند هر عبارتی باشد که با عملگرهای تعریف شده در Verilog تولید مقدار بنماید. عبارت کنترل رخداد واقعه که به آن لیست حساسیت هم می گویند، وقایع را مشخص می کند که باید رخ دهد تا اجرای عبارات اجرایی واقع در بلوک always آغاز گردد. عبارات داخل بلوک به ترتیب اجرا می شوند و پس از آخرین اجرا، عملیات متوقف می گردد. آنگاه عبارت always متظر رخداد واقعه یا پدیده دیگری می گردد. در اینجا دو نوع رخداد واقعه وجود دارد: وقایع حساس به سطح و وقایع حساس به لبه. وقایع حساس به سطح در مدارهای ترکیبی و لجه ها رخ می دهند. مثلاً عبارت

always @ (A or B or Reset)

موجب اجرای عبارات اجرایی در بلوک always می گردد به شرطی که تغییری در A یا B یا ورودی

بازنشان (Reset) رخ دهد. در مدارهای ترتیبی همزمان، تغییرات باید فقط در پاسخ به یک گذر پالس ساعت رخ دهد. گذر می‌تواند در یک لبه مثبت یا لبه منفی بازنشانی اجرا می‌کند. Verilog HDL با دو کلمه کلیدی posedge و negedge مراقب این شرایط می‌باشد. مثلاً عبارت

always @ (posedge clock or negedge reset)

فقط عبارات اجرایی را در قبال یک گذر مثبت پالس ساعت و یا در لبه منفی بازنشانی اجرا می‌کند. تخصیص اجرایی تخصیصی است که در یک عبارت initial یا always ذکر می‌گردد. این برخلاف تخصیص مداوم یا پیوسته مورد بحث در بخش ۴-۱۱ همراه با مدل‌سازی روند داده است که در آن عبارت مرتبًا ارزیابی می‌شود. دو نوع تخصیص اجرایی وجود دارد: بلوکی و غیربلوکی. این دو با سمبول‌هایی که به کار می‌روند از یکدیگر تفکیک می‌گردند. تخصیص بلوکی از سمبول (=) به عنوان عملگر تخصیص استفاده می‌نماید و تخصیص‌های غیربلوکی سمبول (=) را به کار می‌برد.

عبارات تخصیص بلوکی به طور متواالی و برحسب لیست شدن در بلوک ترتیبی، اجرا می‌شوند. تخصیص‌های غیربلوکی عبارات را از سمت راست ارزیابی می‌کند و تخصیص را تا اتمام ارزیابی عبارات در سمت چپ پدید نمی‌آورند. دو نوع تخصیص را می‌توان با تشریح آن بهتر درک نمود. دو تخصیص بلوک اجرایی زیر را در نظر بگیرید:

$$B = A$$

$$C = B + 1$$

عبارت اول A را به B منتقل می‌کند. دومین عبارت مقدار جدیدی را با افزودن B به میزان یک واحد و انتقال آن به C انجام می‌دهد. در پایان C برابر با $A + 1$ است. اکنون دو عبارت تخصیص غیربلوکی را در

نظر بگیرید:

$$B <= A$$

$$C <= B + 1$$

وقتی عبارات اجرا شوند، عبارات سمت راست ارزیابی شده و در مکانی موقع نگهداری می‌شوند. مقدار A در یک مکان از حافظه نگهداری می‌شود در حالی که $B + 1$ در مکانی دیگر حفظ می‌گردد. در پایان عبارات در بلوک متواالی ارزیابی شده و ذخیره می‌شود، و تخصیص به مقصد سمت چپ صورت می‌گیرد. در این حال C حاوی مقدار اولیه B به علاوه ۱ است. اغلب مثال‌ها در این فصل و فصل بعد می‌توانند از تخصیص‌های بلوکی استفاده کنند. هنگامی که با طراحی سطح انتقال ثباتی، مثل فصل ۸، سروکار داریم تخصیص غیربلوکی بهتر و تحکم آمیز است.

فلیپ فلاب‌ها و لچ‌ها

مثال‌های ۱-۵ تا ۵-۴ HDL توصیفی از انواع فلیپ فلاب‌ها و لچ D را نشان داد. لچ D شفاف است و در حین فعال بودن کنترل ورودی، پاسخ لازم به یک تغییر در ورودی داده، را با یک تغییر در خروجی فراهم می‌سازد. توصیف مدولی یک لچ D در مثال ۵-۱ HDL نشان داده شد. این مدول دارای دو ورودی، D و کنترل C، و یک خروجی Q است. چون Q در یک عبارت اجرایی ارزیابی می‌شود، باید از نوع reg تصور شود. لچ‌ها به سطوح سیگنال ورودی پاسخ می‌دهند بنابراین ورودی‌ها در عبارت کنترل

مثال ۵-۱ HDL

```
//Description of D latch (See Fig. 5-6)
module D_latch (Q,D,control);
    output Q;
    input D,control;
    reg Q;
    always @ (control or D)
        if (control) Q = D;      //Same as: if (control == 1)
endmodule
```

واقعه بدون نشانه لبه و به دنبال @ در عبارت always ذکر می‌شوند. در اینجا تنها یک عبارت تخصیص اجرایی بلوکی وجود دارد و انتقال ورودی D را به خروجی Q اگر کنترل صحیح (در منطق 1) باشد مشخص می‌نماید. توجه کنید که این عبارت هر بار که تغییر در D رخ دهد و کنترل در 1 باشد، اجرا خواهد شد.

مثال ۵-۲ HDL دو فلیپ فلاب D را با دو مدول توصیف می‌کند. اولی فقط به پالس ساعت واکنش نشان می‌دهد و دومی دارای یک ورودی بازنشانی غیرهمزمان نیز هست. خروجی Q باید علاوه بر خروجی بودن به عنوان داده نوع reg هم اعلان شود. دلیل این است که در یک عبارت تخصیص اجرایی این خروجی، هدف می‌باشد. کلمه کلیدی posedge انتقال ورودی D را به Q فقط در لبه مثبت گذر CLK تصمین می‌نماید. هر تغییر در D در هر زمان دیگر Q را تغییر نخواهد داد.

مدول دوم علاوه بر ساعت همزمان کننده، دارای ورودی بازنشان غیرهمزمان نیز هست. برای تولید چنین فلیپ فلابی فرم خاصی از عبارت if به کار می‌رود. عبارت واقعه یارخداد پس از سمبل @ در عبارت always ممکن است هر تعداد از وقایع لبه از نوع posedge یا negedge یا negedge باشد. یکی از وقایع باید رخداد یک ساعت در نظر گرفته شود. بقیه وقایع شرایطی را مشخص می‌نمایند که تحت آن منطق غیرهمزمان اجرا

مثال ۵-۲ HDL

```
//D flip-flop
module D_FF (Q,D,CLK);
    output Q;
    input D,CLK;
    reg Q;
    always @ (posedge CLK)
        Q = D;
endmodule

//D flip-flop with asynchronous reset.
module DFF (Q,D,CLK,RST);
    output Q;
    input D,CLK,RST;
    reg Q;
    always @ (posedge CLK or negedge RST)
        if (~RST) Q = 1'b0;      // Same as: if (RST == 0)
        else Q = D;
endmodule
```

می شود، هر if یا else در عبارات تخصیص اجرایی مربوط به یک واقعه غیرهمزمان است. آخرین عبارت else مربوط به رخداد ساعت است. در مدول دوم مثال ۵-۲ دو رخداد لبه وجود دارد. واقعه negedge RST (بازنشانی) از نوع غیرهمزمان است زیرا با عبارت (\sim RST) if (~RST) انتباطق دارد. مادامی که $RST = 0$ است، Q به ۰ پاک می گردد. اگر CLK گذر مثبت داشته باشد، اثرش بلوکه می شود. تنها وقتی که $RST = 1$ است واقعه ساعت posedge به طور همزمان D را به Q منتقل می نماید. معمولاً لازم است فلیپ فلاب ها دارای سیگنال ورودی بازنشانی یا پیش تنظیم باشند، در غیر این صورت، حالت اولیه مدار ترتیبی را نمی توان معین کرد. یک مدار ترتیبی را نمی توان با HDL شبیه سازی کرد مگر این که حالت اولیه ای همراه با یک سیگنال ورودی به آن تخصیص یابد.

مثال ۵-۳ HDL ساخت فلیپ فلاب T یا JK را با فلیپ فلاب D و تعدادی گیت نشان می دهد. مدار با استفاده از معادلات مشخصه فلیپ فلاب ها توصیف شده است.

$$\begin{aligned} Q(t+1) &= Q \oplus T && \text{برای یک فلیپ فلاب } T \\ Q(t+1) &= JQ' + K'Q && \text{برای یک فلیپ فلاب } JK \end{aligned}$$

HDL . ۵-۳

```
//T flip-flop from D flip-flop and gates
module TFF (Q,T,CLK,RST);
    output Q;
    input T,CLK,RST;
    wire DT;
    assign DT = Q ^ T ;
//Instantiate the D flip-flop
    DFF TF1 (Q,DT,CLK,RST);
endmodule

//JK flip-flop from D flip-flop and gates
module JKFF (Q,J,K,CLK,RST);
    output Q;
    input J,K,CLK,RST;
    wire JK;
    assign JK = (J & ~Q) | (~K & Q);
//Instantiate D flipflop
    DFF JK1 (Q,JK,CLK,RST);
endmodule

//D flip-flop
module DFF (Q,D,CLK,RST);
    output Q;
    input D,CLK,RST;
    reg Q;
    always @ (posedge CLK or negedge RST)
        if (~RST) Q = 1'b0;
        else Q = D;
endmodule
```

مثال ۵-۴، HDL

```
// Functional description of JK flip-flop
module JK_FF (J,K,CLK,Q,Qnot);
  output Q,Qnot;
  input J,K,CLK;
  reg Q;
  assign Qnot = ~ Q ;
  always @ (posedge CLK)
    case ({J,K})
      2'b00: Q = Q;
      2'b01: Q = 1'b0;
      2'b10: Q = 1'b1;
      2'b11: Q = ~ Q;
    endcase
endmodule
```

مدول اول TFF یک فلیپ فلاب T ساخته شده با DFF را ذکر می‌کند. سیم DT طبق نیاز برای تبدیل فلیپ فلاب D به T به XOR مربوط به Q و T تخصیص یافته است. ذکر مقدار DT به جای D در مدول DFF، تولید فلیپ فلاب T موردنظر را می‌نماید. فلیپ فلاب JK هم به روشی مشابه با استفاده از معادله مشخصه آن انجام می‌شود تا به این ترتیب جایگزینی برای D در DFF باشد.

مثال ۵-۴ HDL روش دیگری برای توصیف یک فلیپ فلاب JK را نشان می‌دهد. در اینجا ما به جای معادله مشخصه از جدول مشخصه استفاده می‌کنیم. شرط انشعاب چندگانه case، عدد دو بیتی حاصل از بیت‌های J و K را چک می‌کند. مقدار case (J و K) ارزیابی شده و با مقادیر در لیست عباراتی که به دنبال می‌آیند مقایسه می‌شوند. اولین مقداری که با شرط صحیح تطابق داشته باشد اجرا می‌گردد. چون ترکیب J و K یک عدد دو بیتی را تولید می‌کند، عدد می‌تواند ۰۰، ۰۱، ۱۰ یا ۱۱ باشد. اولین عدد مقدار J و دومی مقدار K را بدست می‌دهد. چهار شرط ممکن مقدار حالت بعدی Q پس از اعمال لبه مثبت پالس ساعت را مشخص می‌نماید.

نمودار حالت

عملکرد مدارهای ترتیبی در HDL به وسیله قالب مشابهی با نمودار حالت توصیف می‌گردد. نمودار حالت مدل میلی در مثال ۵-۵ HDL ارائه شده است. ورودی، خروجی، ساعت و بازنشانی به روش معمولی اعلان می‌شوند. حالت فلیپ فلاب‌ها با شناسه Prstate و Nxtstate اعلان می‌گردد. این متغیرها مقدار حالت یک مدار ترتیبی رانگه می‌دارند. تخصیص دودویی حالت با استفاده از یک عبارت parameter صورت می‌گیرد. Verilog تعريف ثابت‌ها را در مدول با کلمه کلیدی parameter اجازه می‌دهد. به چهار حالت S0 تا S3 اعداد دودویی ۰۰ تا ۱۱ تخصیص داده شده است. عبارت $S2=2^7 b10$ بر ۲ = S2 ترجیح داده می‌شود. اولی از دو بیت برای ذخیره یک ثابت استفاده می‌کند. دومی اعداد دودویی ۳۲ (یا 64) بیت را نتیجه می‌دهد.

```

//Mealy state diagram (Fig. 5-16)
module Mealy_mdl (x,y,CLK,RST);
    input x,CLK,RST;
    output y;
    reg y;
    reg [1:0] Prstate, Nxtstate;
    parameter S0 = 2'b00, S1 = 2'b01, S2 = 2'b10, S3 = 2'b11;
    always @ (posedge CLK or negedge RST)
        if (~RST) Prstate = S0; //Initialize to state S0
        else Prstate = Nxtstate; //Clock operations
    always @ (Prstate or x)      //Determine next state
        case (Prstate)
            S0: if (x) Nxtstate = S1;
                  else Nxtstate = S0;
            S1: if (x) Nxtstate = S3;
                  else Nxtstate = S0;
            S2: if (~x)Nxtstate = S0;
                  else Nxtstate = S2;
            S3: if (x) Nxtstate = S2;
                  else Nxtstate = S0;
        endcase
    always @ (Prstate or x)      //Evaluate output
        case (Prstate)
            S0: y = 0;
            S1: if (x) y = 1'b0; else y = 1'b1;
            S2: if (x) y = 1'b0; else y = 1'b1;
            S3: if (x) y = 1'b0; else y = 1'b1;
        endcase
endmodule

```

توصیف HDL از سه بلوک always استفاده می‌نماید که به طور همروند اجرا می‌شوند و از طریق متغیرهای مشترک با هم واکنش نشان می‌دهند. اولین عبارت always مدار را به حالت اولیه $S0 = 00$ باز می‌نشاند و عملکرد ساعت دار همزمان را بیان می‌دارد. عبارت $Prstate = Nxtstate$ تنها در پاسخ به لب مثبت پالس ساعت اجرا می‌گردد. این بدان معنی است که هر تغییر در مقدار $Nxtstate$ در بلوک always دوم به عنوان یک واقعه $Prstate$ به $posedge$ منتقل می‌شود. دومین بلوک always حالت بعدی را به عنوان تابعی از حالت فعلی ورودی معین می‌نماید. شرط انشعاب چند مسیری، رشتہ حالات را در نمودار حالت شکل ۵-۶ نشان می‌کند. سومین بلوک always خروجی را به عنوان یک تابع از حالت فعلی و ورودی ارزیابی می‌نماید. هر چند این بلوک به طور جداگانه به خاطر وضوح لیست شده است، ولی می‌تواند همراه با بلوک دوم ذکر شود. توجه کنید که اگر ورودی X در هر حالتی تغییر کند، مقدار خروجی y ممکن است تغییر یابد.

مثالی از نمودار حالت مدل مور در مثال ۵-۶ HDL آورده شده است. این مثال نشان می‌دهد که می‌توان گذرهای حالت را تنها با یک بلوک always نشان داد. حالت فعلی مدار با متغیر state بیان

```
//Moore state diagram (Fig. 5-19)
module Moore_mdl (x,AB,CLK,RST);
    input x,CLK,RST;
    output [1:0]AB;
    reg [1:0] state;
    parameter S0 = 2'b00, S1 = 2'b01, S2 = 2'b10, S3 = 2'b11;
    always @ (posedge CLK or negedge RST)
        if (~RST) state = S0; //Initialize to state S0
        else
            case (state)
                S0: if (~x) state = S1; else state = S0;
                S1: if (x) state = S2; else state = S3;
                S2: if (~x) state = S3; else state = S2;
                S3: if (~x) state = S0; else state = S3;
            endcase
        assign AB = state;           //Output of flip-flops
endmodule
```

می شود. گذرهای حالت با لبه مثبت ساعت یعنی posedge CLK طبق شرایط عبارت case رخ می دهدند. خروجی مدار مستقل از ورودی است و مستقیماً از خروجی های فلیپ فلاپ اخذ می شوند. خروجی 2 بیت AB با عبارت assign معین می شود و برابر با مقدار حالت فعلی است.

توصیف ساختاری

مدارهای ترکیبی را می توان در HDL با استفاده از عبارات سطح گیت یا روند داده توصیف کرد. مدارهای ترتیبی از عبارات رفتاری استفاده می کنند تا عملکرد فلیپ فلاپ ها را توصیف نمایند. چون یک مدار ترتیبی از فلیپ فلاپ ها و گیت ها استفاده می کند، ساختارش با ترکیبی از عبارات روند داده و رفتاری توصیف می گردد. فلیپ فلاپ ها با عبارت always توصیف می شوند. بخش ترکیبی را می توان با عبارات assign و معادلات بول توصیف کرد. آنگاه می توان بلوک های جداگانه را با ذکر با هم ترکیب کرد. توصیف ساختاری یک مدار ترتیبی در مثال ۵-۷ HDL نشان داده شده است. در مثال دو مدول وجود دارد. اولی مدار شکل ۵-۲۰ (الف) را توصیف می کند. دومی فلیپ فلاپ T را توصیف می نماید. مدول دیگری نیز وجود دارد که نیروی محرکه لازم را برای تست عملکرد مدار فراهم می سازد. مدار ترتیبی یک شمارنده دودویی است که با ورودی X کنترل می شود. خروجی لاوقتی که شمارش دودویی به ۱۱ برسد، فعال می شود. فلیپ فلاپ های A و B نیز به عنوان خروجی ها به حساب آمده اند تا بتوان عملکرد آنها را چک کرد. معادلات ورودی فلیپ فلاپ ها و معادله خروجی با عبارات assign با توجه به عبارات بولی ارزیابی می شوند. آنگاه فلیپ فلاپ T با TA و TB و معادلات ورودی ذکر می گردد. مدول دوم فلیپ فلاپ T را توصیف می کند. ورودی RST فلیپ فلاپ را در لبه منفی به ۰ باز می نشاند. عملکرد مدار با معادله مشخصه اش، یعنی $T = Q(t+1) \oplus Q$ مشخص می شود.

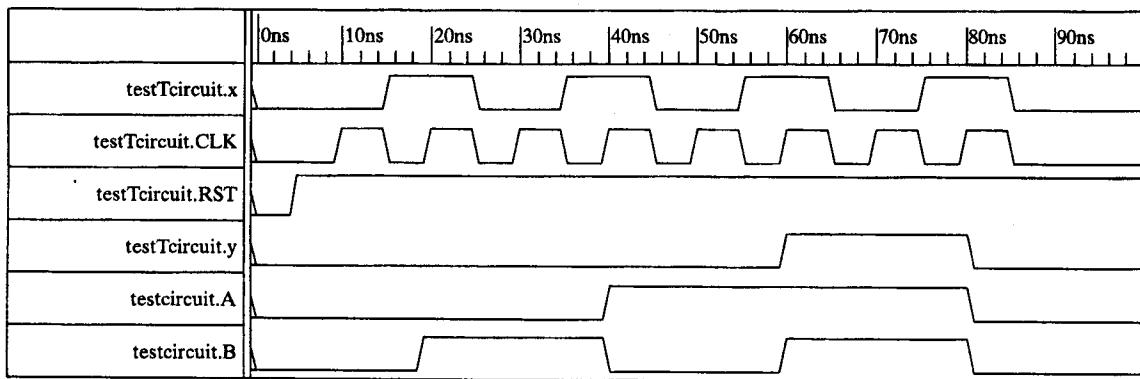
```

//Structural description of sequential circuit
//See Fig. 5-20(a)
module Tcircuit (x,y,A,B,CLK,RST);
    input x,CLK,RST;
    output y,A,B;
    wire TA,TB;
//Flip-flop input equations
    assign TB = x,
          TA = x & B;
//Output equation
    assign y = A & B;
//Instantiate T flip-flops
    T_FF BF (B,TB,CLK,RST);
    T_FF AF (A,TA,CLK,RST);
endmodule

//T flip-flop
module T_FF (Q,T,CLK,RST);
    output Q;
    input T,CLK,RST;
    reg Q;
    always @ (posedge CLK or negedge RST)
        if (~RST) Q = 1'b0;
        else Q = Q ^ T;
endmodule

//Stimulus for testing sequential circuit
module testTcircuit;
    reg x,CLK,RST; //inputs for circuit
    wire y,A,B; //output from circuit
    Tcircuit TC (x,y,A,B,CLK,RST); // instantiate circuit
    initial
        begin
            RST = 0;
            CLK = 0;
            #5 RST = 1;
            repeat (16)
                #5 CLK = ~CLK;
        end
    initial
        begin
            x = 0;
            #15 x = 1;
            repeat (8)
                #10 x = ~ x;
        end
endmodule

```



شکل ۵-۲۱. شبیه سازی خروجی با مثال ۵-۷ HDL

مدول محرک، ورودی ها به مدار را برای چک کردن پاسخ فراهم می سازد. اولین بلوک initial هشت سیکل ساعت را با پریود 10ns 10تیکه می کند. دو مین بلوک initial هر تغییر در ورودی X را که در لبه منفی پالس ساعت رخ دهد معین می سازد. نتیجه شبیه سازی در شکل ۵-۲۱ ملاحظه می گردد. خروجی A و B وارد رشته ای از ترکیبات دودویی 00 ، 01 ، 01 ، 10 و 11 و سپس به 00 می شود. تغییر در شمارش در هنگام لبه مثبت ساعت و با شرط $x = 1$ رخ می دهد. اگر $x = 0$ باشد شمارش تغییری نمی کند. وقتی هر دو A و B برابر 1 باشد خروجی y برابر 1 خواهد بود. این خود صحت عمل مدار را تأیید می نماید.

۵-۵ کاهش و تخصیص حالت

تحلیل مدارهای ترتیبی از نمودار مدار آغاز و به جدول یا نمودار حالت پایان می یابد. طراحی یک مدار ترتیبی با مجموعه ای از مشخصات و ویژگی ها شروع و به یک نمودار منطقی ختم می شود. روال های طراحی از بخش ۵-۷ به بعد ارائه خواهند شد. این بخش خواص معینی از مدارهای ترتیبی که ممکن است تعداد گیت ها و فلیپ فلاپ ها را در طراحی کاهش دهد مورد بحث قرار خواهد داد.

کاهش حالت

کاهش تعداد فلیپ فلاپ ها در یک مدار ترتیبی را کاهش حالت می نامند. الگوریتم های کاهش حالت رویه هایی را شامل می شود که در آن تعداد حالات در یک جدول حالت کاهش می یابد، ضمن این که نیازهای ورودی و خروجی حفظ می گردد. چون m فلیپ فلاپ، 2^m حالت را تولید می کنند، کاهش در تعداد حالات ممکن است گاهی به کاهش در تعداد فلیپ فلاپ ها منجر گردد. یک تأثیر پیش بینی نشده در کاهش تعداد فلیپ فلاپ ها این است که گاهی مدار معادل با چند فلیپ فلاپ کمتر ممکن است گیت های بیشتری در بخش ترکیبی لازم داشته باشد.

ما روال کاهش حالت را با مثالی تشریح می کنیم. برای این کار ویژگی های نمودار حالت شکل ۵-۲۲

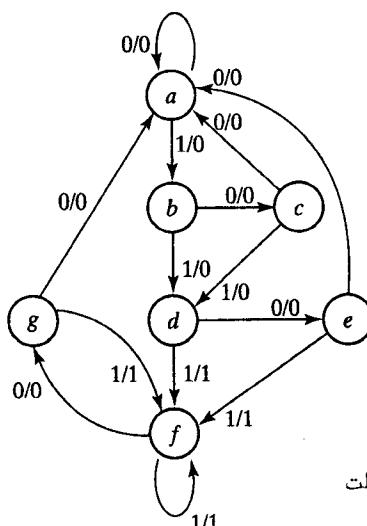
را برمی‌گریم. در این مثال تنها رشته‌های ورودی-خروجی اهمیت دارند؛ و از حالات داخلی فقط برای تهیه رشته موردنظر استفاده می‌شود. به این دلیل حالات درون دایره‌ها با سمبل‌های حرفی، به جای مقادیر دودویی ذکر شده‌اند. این بخلاف یک شمارنده دودویی است که در آن مقدار دودویی رشته حالات به عنوان خروجی به بیرون برده می‌شوند.

تعداد رشته‌های ورودی قابل اعمال به مدار بینهایت است؛ و هر کدام، رشته خروجی منحصر به فرد خود را دارد. مثلاً رشته ورودی 01010110100 را با حالت اولیه a در نظر بگیرید. هر ورودی 0 یا 1، یک خروجی 0 یا 1 تولید کرده و موجب می‌شود مدار به حالت بعدی برود. با توجه به نمودار حالت ملاحظه می‌شود که رشته خروجی و حالت برابر رشته ورودی مفروض به طریق زیر بست می‌آید. با فرض قرار داشتن مدار در حالت اولیه a ، یک ورودی 0 یک خروجی 0 تولید کرده و مدار در همان حالت a باقی می‌ماند. با حالت فعلی a اگر ورودی 1 باشد، خروجی 0 و حالت بعدی b است. با حالت فعلی b و ورودی 0، خروجی 0 و حالت بعدی c است. با ادامه این روند رشته کامل را مطابق زیر خواهیم یافت.

a	a	b	c	d	e	f	f	g	f	g	a	حالات
0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	ورودی
0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	خروجی

در هر ستون، حالت فعلی، مقدار ورودی و مقدار خروجی را داریم. حالت بعدی هر حالت در ستون بعدی نوشته شده است. باید متنذکر شد که در این مدار، حالات از درجه دوم اهمیت برخوردارند زیرا ما فقط به رشته خروجی حاصل از رشته ورودی علاقمندیم.

اکنون اجازه بدھید فرض کنیم که یک مدار ترتیبی را که نمودار حالت آن کمتر از 7 حالت دارد در اختیار داریم و مایلیم آن را با مداری که نمودار حالتش در شکل ۵-۲۲ داده شده است مقایسه نماییم. اگر ورودی یکسانی به هر دو مدار اعمال شود و خروجی‌های مشابهی برای تمام رشته ورودی تولید گردد،



شکل ۵-۲۲. نمودار حالت

جدول ۵-۶. جدول حالت

حالت فعلی	حالة بعدى		خروجى	
	$x = 0$	$x = 1$	$x = 0$	$x = 1$
a	a	b	0	0
b	c	d	0	0
c	a	d	0	0
d	e	f	0	1
e	a	f	0	1
f	g	f	0	1
g	a	f	0	1

می توان یکی را به جای دیگری جایگزین کرد. موضوع کاهش حالت یافتن راهی برای کاهش حالات در مدار ترتیبی بدون تغییر رابطه ورودی - خروجی است.

اکنون به منظور کاهش حالات این مثال به پیش می رویم. ابتدا به جدول حالت نیاز داریم. در اعمال رویه ها برای کاهش حالت استفاده از جدول، مناسب تر از استفاده از نمودار است. جدول حالت مدار در جدول ۵-۶ لیست شده و مستقیماً از نمودار حالت بدست آمده است. الگوریتم کاهش یک جدول حالت کامل در اینجا بدون اثبات ارائه شده است: یعنی "دو حالت را معادل گوییم اگر برای هر عنصر از مجموعه ورودی ها، دقیقاً خروجی یکسانی را تولید کنند و مدار را به همان حالت یا به یک حالت معادل ببرند". وقتی دو حالت معادل هستند، بدون تغییر رابطه ورودی - خروجی، می توان یکی از آن دورا حذف کرد.

حال این الگوریتم را به جدول ۵-۶ اعمال می نماییم. با مراجعه و پیش روی در جدول حالت به دنبال دو حالتی می گردیم که به حالت بعدی یکسانی بروند و به ازاء هر دو ترکیب، ورودی - خروجی یکسانی داشته باشند. حالت g و e این چنین حالت هایی هستند. هر دو به حالت a و f رفته و خروجی های 0 و 1 را برای $x = 0$ و $x = 1$ تولید می کنند. بنابراین حالات g و e معادلند و یکی از این حالات قابل حذف است. روال حذف یک حالت و جایگزینی با معادلش در جدول ۵-۷ ملاحظه می شود. سطري که حالت فعلی g را دارد حذف و حالت g در ستون حالت بعدی با e جایگزین می گردد. اکنون حالت فعلی f دارای حالت بعدی e و خروجی های 0 و 1 به ترتیب برای $x = 0$ و $x = 1$

جدول ۵-۷. کاهش جدول حالت

حالت فعلی	حالة بعدى		خروجى	
	$x = 0$	$x = 1$	$x = 0$	$x = 1$
a	a	b	0	0
b	c	d	0	0
c	a	d	0	0
d	e	f	0	1
e	a	f	0	1
f	e	f	0	1

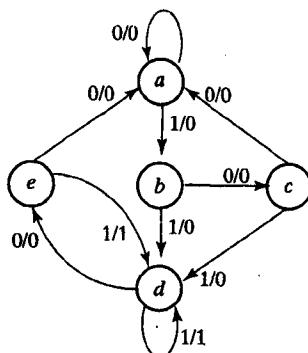
جدول ۵-۸. جدول حالت کاهش یافته

حالت فعلی	حالت بعدی		خروجی	
	$x = 0$	$x = 1$	$x = 0$	$x = 1$
a	a	b	0	0
b	c	d	0	0
c	a	d	0	0
d	e	d	0	1
e	a	d	0	1

می باشد. حالات بعدی و خروجی های یکسانی در سطر مربوطه به حالت فعلی d ملاحظه می شود. بنابراین حالات f و d معادلند و می توان حالت f را حذف و آن را با d جایگزین کرد. جدول کاهش یافته نهایی در جدول ۵-۸ ملاحظه می گردد. نمودار حالت برای جدول کاهش یافته فقط دارای پنج حالت بوده و در شکل ۵-۲۳ نشان داده شده است. این نمودار حالت مشخصات اولیه ورودی - خروجی را داراست و رشته خروجی موردنظر را برای هر رشته ورودی فراهم می سازد. لیست حاصل از نمودار حالت شکل ۵-۲۳ مربوط به رشته ورودی به کار رفته قبلی است. توجه کنید که گرچه رشته حالت متفاوت است، ولی رشته خروجی یکسانی تولید شده است.

a	a	b	c	d	e	d	d	e	d	e	a	حالت
0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	ورودی
0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	خروجی

در حقیقت اگر ما g را با e و f را با d جایگزین کنیم، این رشته همان رشته شکل ۵-۲۱ است. یافتن حالات معادل با چک کردن هر جفت حالت با روایی که از جدول ایجاب استفاده می کند صورت می گیرد. جدول ایجاب مشکل از مرتعاتی است که هر یک از این مرتعات به یک جفت حالت معادل تعلق دارد. با به کارگیری صحیح جدول، می توان همه حالات معادل را در جدول حالت بدست آورد. کاربرد جدول ایجاب در کاهش تعداد حالات در جدول حالت در بخش ۹-۵ نشان داده شده است. مدار ترتیبی این مثال تعداد حالات را از هفت به پنج کاهش داد. به طورکلی، کاهش در تعداد حالات در جدول حالت ممکن است به مداری با عنصر کمتر منجر شود. با این وجود کاهش حالات در جدول حالت، تضمینی در کاهش تعداد فلیپ فلاپ یا تعداد گیت ها ندارد.



شکل ۵-۲۳. نمودار حالت کاهش یافته

جدول ۹-۵. سه تخصیص ممکن دودویی حالت

حالت	تخصیص ۱ دودویی	تخصیص ۲ کد گری	تخصیص ۳ بک بارز
a	000	.000	00001
b	001	001	00010
c	010	011	00100
d	011	010	01000
e	100	110	10000

تخصیص حالت

هنگام طراحی یک مدار ترتیبی با عناصر فیزیکی، لازم است به حالات، مقادیر دودویی کد شده‌ای تخصیص یابد. برای مداری با m حالت، باید کدی n بیتی اختیار شود که در آن $m \geq 2^n$ است. مثلاً، با سه بیت می‌توان کدی را برای هشت حالت از 000 تا 111 تعریف کرد. اگر جدول حالت شکل ۵-۶ به کار برود، باید مقادیر دودویی را به هفت حالت اختصاص دهیم؛ تنها حالت باقیمانده هم مورد استفاده نیست. اگر جدول حالت ۵-۸ به کار برود، تنها پنج حالت به تخصیص دودویی نیاز دارند و در این مورد سه حالت به کار نرفته وجود خواهد داشت. در طراحی با حالات به کار نرفته به عنوان حالات بی‌همیت برخوردار می‌شود. چون حالات بی‌همیت معمولاً در یافتن مدار ساده‌تر مفیدند، به نظر می‌رسد مدار پنج حالت‌گیت‌های ترکیبی کمتری از مدار هفت حالته داشته باشد.

ساده‌ترین راه کد دادن به پنج حالت استفاده از پنج عدد صحیح در شمارش دودویی در تخصیص ۱ مطابق جدول ۹-۹ است. تخصیص مناسب دیگر کد گری در تخصیص ۲ است. در این ستون به هنگام تغییر از یک عدد به یک عدد دیگر تنها یک بیت تغییر می‌یابد. این کد استقرار توابع بول را در نقشه کارنو برای ساده‌سازی آسان‌تر می‌کند. تخصیص بعدی که در طراحی سیستم‌های کنترل به کار می‌رود تخصیص ۱ بارز است. در این آرایش تعداد بیت‌ها با تعداد حالات مدار برابر است. در هر زمان مشخص، تنها یک بیت برابر ۱ و بقیه بیت‌ها در ۰ نگهداری می‌شوند. در این تخصیص برای هر حالت یک فلیپ فلاپ به کار می‌رود. جدول ۹-۱۰، جدول حالت کاهش یافته با به کارگیری تخصیص ۱ به سمبول‌های حرفی حالات است. یک تخصیص متفاوت دیگر، جدول حالت دیگری با مقادیر دودویی متفاوت را نتیجه می‌دهد. فرم دودویی جدول حالت برای بخش ترکیبی مدار ترتیبی مورد استفاده است. پیچیدگی مدار ترکیبی به انتخاب تخصیص حالت دودویی بستگی دارد.

جدول ۹-۱۰. جدول حالت کاهش یافته با تخصیص ۱ ، دودویی

حالت فعلی	حالت بعدی		خروجی	
	$x = 0$	$x = 1$	$x = 0$	$x = 1$
000	000	001	0	0
001	010	011	0	0
010	000	011	0	0
011	100	011	0	1
100	000	011	0	1

گاهی نام جدول گزد رعوض جدول حالت به کار می‌رود. معمولاً نام جدول حالت در مواردی مورد استفاده قرار می‌گیرد که از حروف برای معرفی حالت استفاده بشود. در این کتاب، برای هر دو نوع جدول نام مشترکی را به کار خواهیم برد.

۵- روش طراحی

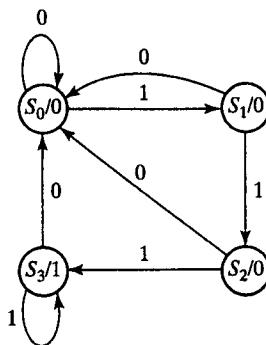
طراحی یک مدار ترتیبی ساعت دار با بیان مجموعه‌ای از مشخصات و ویژگی‌های شروع شده و با نمودار منطقی یا لیستی از توابع بول که از آنها نمودار منطقی حاصل می‌شود پایان می‌یابد. برخلاف یک مدار ترکیبی که کلاً با جدول درستی مشخص می‌گردد، مدار ترتیبی برای مشخصات خود نیاز به جدول حالت دارد. اولین قدم در طراحی مدارهای ترتیبی تهیه جدول حالت یا نمایش معادلی از آن، مانند نمودار حالت است.

یک مدار ترتیبی همزمان، از فلیپ فلاپ‌ها و گیت‌های ترکیبی ساخته می‌شود. طراحی مدار شامل انتخاب فلیپ فلاپ‌ها و سپس یافتن ساختار گیتی بخش ترکیبی آن است تا مداری که مشخصات موردنظر را داراست حاصل گردد. تعداد فلیپ فلاپ‌ها با توجه به تعداد حالات لازم در مدار بددست می‌آید. مدار ترکیبی هم با استفاده از جدول حالات و ارزیابی معادلات ورودی و خروجی آن معین می‌گردد. در واقع، به محض این که نوع و تعداد فلیپ فلاپ‌ها معین شد، روند طراحی از مدار ترتیبی به مدار ترکیبی تبدیل می‌شود. بدین ترتیب تکنیک‌های مدار ترکیبی را می‌توان به کار گرفت.
روال طراحی مدارهای ترتیبی همزمان را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد.

- ۱- با توجه به عبارات و مشخصات مربوط به عملکرد موردنظر، یک نمودار حالت برای مدار بددست آورید.
- ۲- در صورت لزوم تعداد حالات را کاهش دهید.
- ۳- به حالات مقادیر دودویی را تخصیص دهید.
- ۴- جدول حالت کد شده دودویی را بددست آورید.
- ۵- نوع فلیپ فلاپ‌های به کار رفته را مشخص کنید.
- ۶- معادلات ساده شده ورودی فلیپ فلاپ‌ها و نیز معادلات خروجی را بددست آورید.
- ۷- نمودار منطقی را ترسیم کنید.

در مشخصاتی که رفتار مدار بیان می‌شود معمولاً فرض بر این است که خواننده با مفهوم منطق دیجیتال آشنایی دارد. در رسیدن به یک تفسیر صحیح از مشخصات مدار، تجربه و هوشمندی طراح نقش عمده‌ای دارد، زیرا توصیف لفظی ممکن است غیرکامل و غیرواقعی باشد. به محض دستیابی به چنین مشخصات و نمودار حالت، می‌توان از روش‌های شناخته شده طراحی برای تکمیل آن استفاده کرد. گرچه روال‌های ویژه‌ای در کاهش حالت و نیز تخصیص آن موجود است، ولی کمتر به وسیله طراحان با تجربه مورد استفاده قرار می‌گیرند.

مراحل ۴ تا ۷ در طرحی را می‌توان با الگوریتم‌های موجود پیاده‌سازی کرد و بنابراین قابل



شکل ۵-۲۴. نمودار حالت برای آشکارساز رشتہ

خودکارسازی است. بخشی از طراحی که روالی منظم را دنبال کند، سنتز با ترکیب و یا ادغام می‌گویند. اولین بخش، پرچالش ترین بخش طراحی است. ما در اینجا مثال ساده‌ای را ارائه خواهیم کرد تا نشان دهیم چگونه یک نمودار حالت از بیان لفظی بدست می‌آید.

می‌خواهیم مداری طراحی کنیم که به کمک آن سه ۱ (و یا بیشتر) متوالی در یک رشته بیتی وارد از طریق یک خط ورودی شناسایی شوند. نمودار حالت مدار در شکل ۵-۲۴ نشان داده شده است. این نمودار با شروع از S_0 بدست آمده است. اگر ورودی ۰ باشد، مدار در همان حالت قبل باقی می‌ماند، ولی اگر ورودی ۱ شود، مدار به حالت S_1 می‌رود تا دریافت یک ۱ را مشخص کند. اگر ورودی بعدی هم ۱ باشد، تغییر به حالت S_2 به معنی دریافت دو ۱ متوالی است، ولی اگر ورودی ۰ باشد، به حالت قبلی S_0 باز می‌گردد. سومین ۱ متوالی، مدار را به S_3 می‌برد. اگر ۱‌های بیشتری تشخیص داده شود، مدار همچنان در S_3 باقی می‌ماند. هر ورودی ۰ مدار را در این حالت به S_0 باز می‌گرداند. و به این ترتیب در ازاء ۱‌های متوالی بیشتر مدار در همان S_3 باقی خواهد ماند. این مدار ترتیبی از نوع مدل مور است زیرا وقتی مدار در حالت S_3 است خروجی ۱ و در غیر این صورت ۰ است.

سنتز با فلیپ فلاپ‌های D

به محض این که نمودار حالت بدست آمد، بقیه طراحی از رویه سنتز سرراستی استفاده می‌کند. در واقع ما می‌توانیم مدار را به کمک توصیف HDL نمودار حالت و ابزارهای مناسب HDL برای یافتن یک netlist، طراحی کنیم. لازم به یادآوری است که توصیف HDL نمودار حالت مشابه با مثال ۵-۶ HDL در بخش ۵-۵ است. برای طراحی دستی مدار، باید کدهای دودویی را به حالات تشخیص دهیم و جدول حالت را لیست نماییم. این کار در جدول ۵-۱۱ انجام شده است. جدول از نمودار حالت شکل ۵-۲۴ با تخصیص مستقیم دودویی بدست می‌آید. برای نمایش چهار حالت از دو فلیپ فلاپ D استفاده می‌کنیم و آنها را با A و B نام‌گذاری می‌نماییم. در مدار یک ورودی \times و یک خروجی u وجود دارد. معادله مشخصه فلیپ فلاپ D برابر $D_Q = Q(t+1)$ است و به این معنی است که مقادیر حالت بعدی در جدول حالت همان حالت ورودی D در فلیپ فلاپ است. معادلات ورودی فلیپ فلاپ

جدول ۵-۱۱. جدول حالت برای آشکارساز رشتہ

حالت فعلی		وروودی <i>x</i>	حالات بعدی		خروجی <i>y</i>
<i>A</i>	<i>B</i>		<i>A</i>	<i>B</i>	
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1

مستقیماً از ستون‌های حالت بعدی *A* و *B* بدست آمده و بر حسب میترم به صورت زیر بیان می‌شوند.

$$A(t+1) = D_A(A, B, x) = \Sigma(3, 5, 7)$$

$$B(t+1) = D_B(A, B, x) = \Sigma(1, 5, 7)$$

$$y(A, B, x) = \Sigma(6, 7)$$

که در آن *A* و *B* حالت فعلی فلیپ فلاب‌های *A* و *B*، *x* ورودی، *D_A* و *D_B* معادلات ورودی‌اند. میترم‌های خروجی از ستون خروجی در جدول حالت بدست می‌آیند.

معادلات بولی که به کمک نقشه کارنو ساده شده‌اند در شکل ۵-۲۵ دیده می‌شوند. این معادلات

ubarند از:

$$D_A = Ax + Bx$$

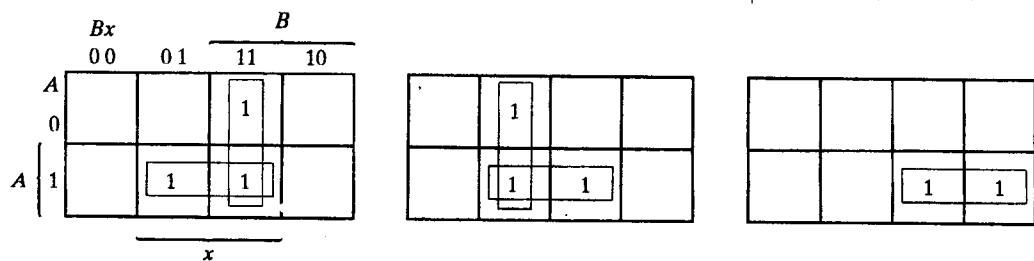
$$D_B = Ax + B'x$$

$$y = AB$$

نمودار منطقی مدار ترتیبی در شکل ۵-۲۶ ترسیم شده است.

جادوی تحریک

طراحی یک مدار ترتیبی با فلیپ فلاب‌هایی به جز نوع *D* پیچیده است زیرا معادلات ورودی برای مدار باید به طور غیر مستقیم از جدول حالت بدست آید. وقتی که فلیپ فلاب‌های *D* به کار می‌روند،

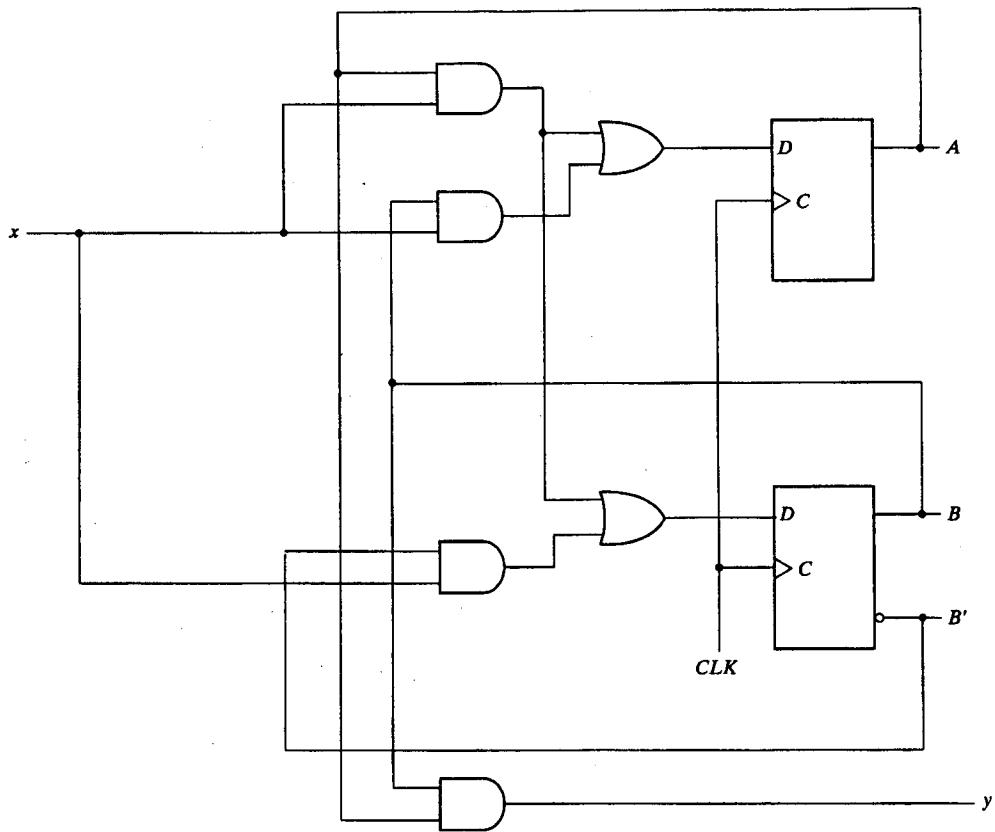


$$D_A = Ax + Bx$$

$$D_B = Ax + B'x$$

$$y = AB$$

شکل ۵-۲۵. نقشه‌ها برای آشکارساز رشتہ



شکل ۵-۲۶. نمودار منطقی آشکارساز رشته

معادلات ورودی مستقیماً از حالت بعدی بدست می‌آیند. این مطلب برای فلیپ فلاب‌های JK و T چنین نیست. برای تعیین معادلات حالت این فلیپ فلاب‌ها لازم است رابطه عملیاتی بین جدول حالت و معادلات ورودی را بدست آوریم.

جداوی مشخصه فلیپ فلاب‌ها که در جدول ۵-۱ مشاهده شد وقتی ورودی‌ها و حالات بعدی معلوم‌مند، مقدار حالت بعدی را فراهم می‌کنند. این جدواول در تحلیل مدارهای ترتیبی و تعریف کار فلیپ فلاب‌ها مفیدند. در حین فرآیند طراحی، ما معمولاً گذر از حالت فعلی به حالت بعدی را می‌دانیم و مایلیم وضعیت ورودی فلیپ فلاب که موجب این گذر می‌گردد را پیدا کنیم. به این دلیل جدولی را بدست می‌آوریم که در آن برای هر تغییر مورد نظری در حالت، ورودی‌های لازم لیست شده باشند. چنین جدولی را جدول تحریک می‌گویند.

جدول ۵-۱۲ جدواول تحریک را برای دو فلیپ فلاب نشان می‌دهد. هر جدول ستونی برای حالت فعلی $Q(t)$ ، حالت بعدی $Q(t+1)$ و نیز ستونی برای هر ورودی دارد تا چگونگی وقوع گذر

جدول ۵-۱۲. جداول تحریک فلیپ فلاپ

$Q(t)$	$Q(t+1)$	T	$Q(t)$	$Q(t+1)$	J	K
0	0	0	0	0	0	X
0	1	1	0	1	1	X
1	0	1	1	0	X	1
1	1	0	1	1	X	0

(ب)

(الف)

را نشان دهد. از حالت فعلی به حالت بعدی چهار گذر می‌تواند وجود داشته باشد. شرایط ورودی لازم برای هر چهار گذر از اطلاعات موجود در جدول مشخصه بدست می‌آید. سمبول X در جدول حالت بی‌همیت را نشان می‌دهد و به این معنی است که 1 یا 0 بودن ورودی اهمیتی ندارد.

جدول تحریک فلیپ فلاپ JK در بخش (الف) مشاهده می‌شود. وقتی که هر دو حالت فعلی و بعدی 0 باشند، ورودی J باید در 0 بماند ولی K می‌تواند 0 یا 1 باشد. به طور مشابه هرگاه هر دو حالت فعلی و بعدی 1 باشند، K در 0 ولی J می‌تواند 0 یا 1 باشد. اگر فلیپ فلاپ قرار باشد از حالت 0 به حالت 1 گذر کند، J باید 1 باشد زیرا ورودی J فلیپ فلاپ را در 1 می‌نشاند. با این وجود K ممکن است 0 یا 1 باشد. اگر 0 = K باشد، $J = \overline{JK}$ فلیپ فلاپ را مطابق میل در 1 می‌نشاند؛ اگر 1 = K و 1 = J باشد خروجی فلیپ فلاپ متمم شده و از حالت 0 به 1 می‌رود. بنابراین K با علامت بی‌همیت X برای باشد خروجی فلیپ فلاپ متمم شده و از حالت 1 به 0 می‌رود. بنابراین K با علامت بی‌همیت X گذر از 0 به 1، علامت خورده است. برای گذر از حالت 1 به حالت 0، باید 1 = K باشد، زیرا ورودی K فلیپ فلاپ را پاک می‌کند. با این وجود ورودی J می‌تواند 0 یا 1 باشد، زیرا 0 = J تأثیری ندارد و 1 = J همراه با 1 = K فلیپ فلاپ را متمم می‌کند که حاصل آن گذر از 1 به 0 است.

جدول تحریک برای فلیپ فلاپ T در بخش (ب) ملاحظه می‌شود. با توجه به جدول مشخصه، می‌بینیم که وقتی $1 = T$ است، فلیپ فلاپ متمم می‌گردد ولی اگر $0 = T$ باشد، حالت فلیپ فلاپ بی‌تغییر باقی خواهد ماند. بنابراین اگر قرار است فلیپ فلاپ بی‌تغییر بماند، لازم است $0 = T$ باشد و اگر قرار باشد حالت فلیپ فلاپ متمم شود $1 = T$ خواهد بود.

سنتز با استفاده از فلیپ فلاپ‌های JK

روال سنتز برای مدار ترتیبی حاوی فلیپ فلاپ JK مانند فلیپ فلاپ‌های D است، با این تفاوت که معادلات ورودی باید از حالت فعلی به بعدی ارزیابی شوند، که این کار با توجه به جدول تحریک صورت می‌گیرد. برای تشریح رووال، مدار ترتیبی معرفی شده با جدول ۵-۱۳ را طراحی می‌کنیم. علاوه بر ستون‌های حالت فعلی، ورودی و حالت خروجی در جدول حالت معمولی، این جدول وضعیت ورودی فلیپ فلاپ، که معادلات ورودی از آن بدست می‌آیند را نیز نشان می‌دهد. این ورودی‌ها از جدول حالت و به همراهی جدول تحریک فلیپ فلاپ J معین می‌گردند. مثلاً در اولین سطر جدول ۵-۱۳ برای فلیپ فلاپ A گذری از حالت فعلی 0 به حالت بعدی 0 داریم. در جدول ۵-۱۲ برای فلیپ فلاپ J، لازمه این گذر یا انتقال این است که $0 = J$ و $K = 0$ به صورت بی‌همیت باشد. بنابراین $0 = J$ در

جدول ۵-۱۳. جدول حالت ورودی‌های فلیپ فلاپ JK

حالت فعلی		ورودی	حالت بعدی		ورودی‌های فلیپ فلاپ			
A	B	x	A	B	J _A	K _A	J _B	K _B
0	0	0	0	0	0	X	0	X
0	0	1	0	1	0	X	1	X
0	1	0	1	0	1	X	X	1
0	1	1	0	1	0	X	X	0
1	0	0	1	0	X	0	0	X
1	0	1	1	1	X	0	1	X
1	1	0	1	1	X	0	X	0
1	1	1	0	0	X	1	X	1

اولین سطر زیر J_A و K_A وارد می‌شوند. چون در سطر اول فلیپ فلاپ B هم از حالت فعلی 0 به حالت بعدی 0 می‌رود، 0 و X به ترتیب زیر J_B و K_B وارد می‌شوند. سطر دوم جدول یک گذر از حالت فعلی 0 به حالت بعدی 1 در فلیپ فلاپ B را نشان می‌دهد. با توجه به جدول حالت، می‌بینیم که گذر از 0 به 1 لازم می‌دارد که $J = 1$ و $K = X$ باشد، بنابراین در سطر دوم و زیر ستون J_B و K_B ، مقادیر 1 و X وارد می‌شوند. این فرآیند در جدول برای هر سطر و برای هر فلیپ فلاپ ادامه می‌یابد و هر وضعیت ورودی از جدول تحریک در سطر مناسبی برای هر فلیپ فلاپ کپی می‌شود.

		Bx				B	
		00	01	11	10		
A						1	
0							
A	1	X	X	X	X		

$$J_A = Bx'$$

		Bx				B	
		00	01	11	10		
A						X	X
0							
A	1					1	

$$K_A = Bx$$

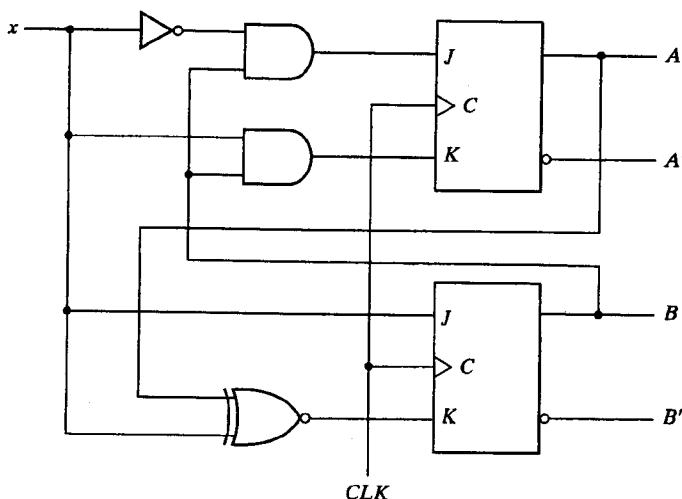
		Bx				B	
		00	01	11	10		
A						X	X
0							
A	1		1	X	X		

$$J_B = x$$

		Bx				B	
		00	01	11	10		
A						X	1
0							
A	1	X		X	1		

$$K_B = (A \oplus x)'$$

شکل ۵-۲۷. نقشه‌ها برای معادلات ورودی J و K

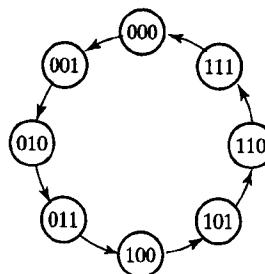


شکل ۵-۲۸. نمودار منطقی برای مدار ترتیبی با فلیپ فلپ‌های JK

وروودی‌های فلیپ فلپ‌ها در جدول ۵-۱۳، در واقع جدول درستی را برای معادلات ورودی به عنوان تابعی از حالت فعلی A و B و ورودی X به نمایش می‌گذارند. معادلات ورودی در نقشه‌های شکل ۵-۲۷ ساده شده‌اند. مقادیر حالت بعدی در ضمنن ساده‌سازی به کار نرفته‌اند زیرا معادلات ورودی فقط تابعی از حالات فعلی و ورودی بیرونی می‌باشند. به مزیت استفاده از فلیپ فلپ‌های JK در طراحی توجه نمایید. چون تعداد قابل توجهی حالت بی اهمیت در جدول وجود دارد، مدار ترکیبی برای معادلات ورودی ساده‌تر خواهد بود، زیرا می‌ترمزم های بی اهمیت معمولاً به ساده‌سازی کمک می‌کنند. اگر حالات بی استفاده‌ای در جدول حالت وجود داشته باشد، حالات بی اهمیت دیگری نیز در نقشه وجود خواهد داشت. چهار معادله ورودی برای دو فلیپ فلپ JK در زیر نقشه‌های شکل ۵-۲۷ لیست شده‌اند. نمودار منطقی مدار ترتیبی در شکل ۵-۲۸ مشاهده می‌شود.

سترنز با استفاده از فلیپ فلپ‌های T

سترنز مدارهای ترتیبی با فلیپ فلپ‌های T به وسیله طراحی یک شمارنده دودویی نشان داده خواهد شد. یک شمارنده دودویی n بیت مشکل از n فلیپ فلپ است که می‌تواند از 0 تا $1 - 2^n$ را بشمارد. نمودار حالت یک شمارنده 3 بیت در شکل ۵-۲۹ دیده می‌شود. با توجه به حالات دودویی در

شکل ۵-۲۹. نمودار حالت
شمارنده دودویی 3 بیت

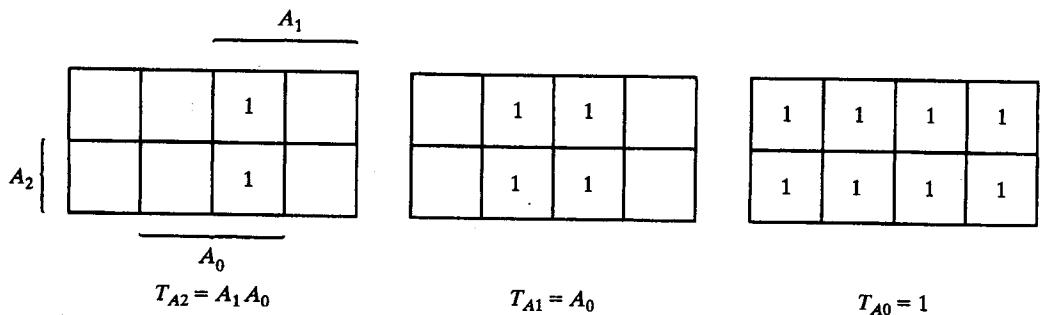
جدول ۵-۱۴. جدول حالت برای شمارنده ۳ بیت

حالت فعلی			حالت بعدی			وروودی‌های فلیپ‌فلاب		
A_2	A_1	A_0	A_2	A	A_0	T_{A2}	T_{A1}	T_{A0}
0	0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	1	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	1	1	1

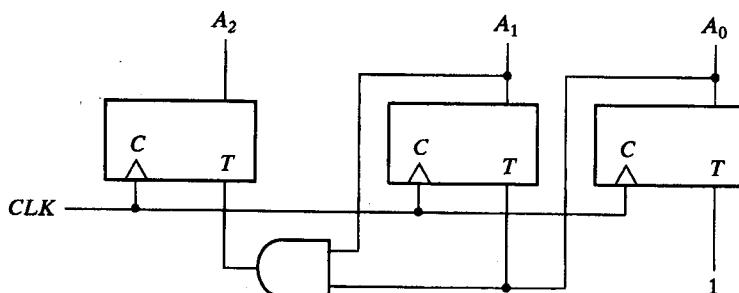
داخل دوایر، خروجی فلیپ‌فلاب‌ها پس از 111 با بازگشت به 000 تکرار می‌شوند. خطوط جهت‌دار بین دوایر با مقادیر ورودی و خروجی علامت‌زنی نشده‌اند. به خاطر بسیارید که گذار حالت در مدارهای ترتیبی ساعت‌دار در لبه پالس ساعت به عنوان یک متغیر ورودی جداگانه در نمودار حالت یا جدول حالت ظاهر نمی‌گردد. از این نظر، نمودار حالت شمارنده نیازی به نشان دادن مقادیر ورودی و خروجی در امتداد خطوط جهت‌دار ندارد. در واقع تنها ورودی به مدار همان ساعت و خروجی‌ها هم حالات فعلی فلیپ‌فلاب‌ها هستند. حالت بعدی شمارنده کلأً به حالت فعلی اش بستگی دارد و گذر حالت هر بار که پالس ساعت تغییر وضعیت دهد، رخ خواهد داد.

جدول ۵-۱۴، جدول حالت برای یک شمارنده دودویی 3 بیت است. سه فلیپ‌فلاب با A_2 و A_1 و A_0 نام‌گذاری شده‌اند. شمارنده‌های دودویی غالباً با فلیپ‌فلاب‌های T ساخته می‌شوند زیرا دارای خاصیت متمم‌سازی هستند. جدول تحریک برای ورودی‌های T از جدول تحریک فلیپ‌فلاب T و وارسی گذر از حالت فعلی به حالت بعدی حاصل می‌گردد. به منظور تشریح، ورودی‌های فلیپ‌فلاب را در سطر 001 ملاحظه کنید. حالت فعلی 001 و حالت بعدی 010 است که حالت بعدی مربوط به رشته شمارش است. از مقایسه این دو شماره مشاهده می‌شود که A_2 از 0 به 0 می‌رود، بنابراین T_{A2} با 0 نشان‌گذاری شده است، زیرا فلیپ‌فلاب A_2 نباید به هنگام رخداد پالس ساعت عوض شود. از 0 به 1 می‌رود بنابراین T_{A1} با 1 علامت زده شده است زیرا فلیپ‌فلاب باید باله پالس ساعت متمم شود. به طور مشابه A_0 از 1 به 0 می‌رود که بیانگر متمم شدن است و بنابراین T_{A0} با 1 نشان‌گذاری شده است. آخرين ردیف با حالت فعلی 111 با اولین مقدار شمارش یعنی 000 مقایسه می‌شود که در این هنگام حالت بعدی است. رفتن از تمام 1 به تمام 0 لازم می‌دارد تا هر سه فلیپ‌فلاب متمم گردد.

معادلات ورودی فلیپ‌فلاب در نقشه شکل ۵-۳۰ ساده شده است. توجه کنید که در T_{A0} همه میترم‌ها 1 هستند زیرا کم ارزش ترین بیت در هر شمارش متمم می‌گردد. تابع بولی که در آن همه میترم‌ها لحظه شود برابر مقدار ثابت 1 است. معادلات ورودی نوشته شده در زیر هر نقشه بخش ترکیبی شمارنده را مشخص می‌نماید. با استفاده از این توابع و سه فلیپ‌فلاب، نمودار منطقی شمارنده مطابق شکل ۵-۳۱ خواهد بود.



شکل ۵-۳۰. نقشه برای شمارنده دودویی



شکل ۵-۳۱. نمودار منطقی شمارنده دودویی ۳ بیت

مسائل

۱-۵ لج D شکل ۵-۶ با چهار گیت NAND و یک وارونگر ساخته شده است. سه راه دیگر ساخت آن را در زیر ملاحظه کنید. در هر حالت، نمودار منطقی را رسم و عملکرد مدار را اصلاح نمایید.

(الف) گیت های NOR برای بخش لج SR و گیت های AND برای دو گیت دیگر ممکن است به یک وارونگر هم نیاز داشته باشد.

(ب) از گیت های NOR برای هر چهار گیت استفاده نمایید. ممکن است وارونگر هم لازم داشته باشد.

(پ) فقط از چهار گیت NAND استفاده کنید (بدون وارونگر)، این کار را می توانید با اتصال خروجی گیت فوقانی در شکل ۶-۵ که به ورودی گیت پایینی می رود، در عوض خروجی وارونگر انجام دهید. (خروجی گیت بالایی به لج SR می رود).

۲-۵ با فلیپ فلاپ D یک فلیپ فلاپ JK مسازید. از یک مولتی پلکسر و یک وارونگر استفاده کنید.

۳-۵ نشان دهید که معادله مشخصه برای خروجی متمم شده فلیپ فلاپ JK مطابق زیر است.

$$Q'(t+1) = J'Q' + KO$$

- ۵-۴ یک فلیپ فلاپ PN چهار نوع عمل را دارد: پاک کردن به ۰، بدون تغییر، متمم و نشاندن به ۱. هر یک از موارد فوق به ترتیب با PN برابر با ۰۰، ۰۱، ۱۰ و ۱۱ انجام می‌شود.
- (الف) جدول مشخصه را پیاده کنید.
 - (پ) معادله مشخصه را بدست آورید.
 - (ت) نشان دهید که می‌توان فلیپ فلاپ PN را به فلیپ فلاپ D تبدیل کرد.

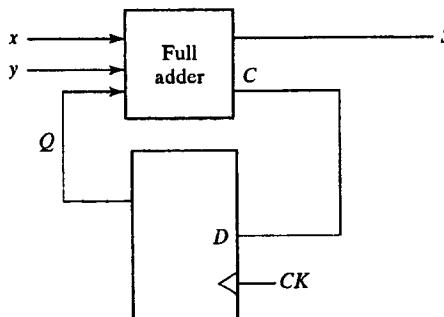
۵-۵ تفاوت جدول درستی، جدول حالت، جدول مشخصه و جدول تحریک را بیان کنید. همچنین تفاوت تابع بول، معادله حالت، معادله مشخصه و معادله ورودی فلیپ فلاپ را توضیح دهید.

۵-۶ یک مدار ترتیبی با دو فلیپ فلاپ A و B از نوع D؛ دو ورودی x و y، و یک خروجی z با معادلات حالت بعدی و خروجی مشخص شده است.

$$\begin{aligned}A(t+1) &= x'y + xA \\B(t+1) &= x'B + xA \\z &= B\end{aligned}$$

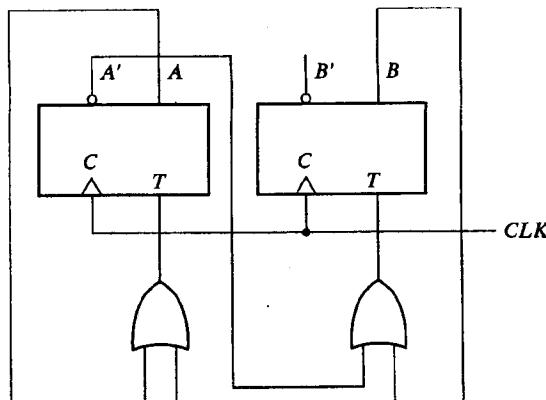
- (الف) نمودار منطقی مدار رارسم کنید.
- (ب) جدول حالت را برای مدار ترتیبی لیست کنید.
- (پ) نمودار حالت مربوطه را بکشید.

۵-۷ یک مدار ترتیبی دارای یک فلیپ فلاپ Q، دو ورودی x و y و یک خروجی S است. این مدار دارای یک جمع‌کننده کامل متصل به یک فلیپ فلاپ D است، شکل (م-۷) . جدول حالت و نمودار حالت مدار ترتیبی را بدست آورید.



شکل (م-۷)

۵-۸ جدول و نمودار حالت مدار ترتیبی شکل (م-۸) را بدست آورید. عملکرد مدار را توضیح دهید.



شکل (م-۸)

۵-۹ یک مدار ترتیبی دو فلیپ فلاپ A و B از نوع JK و یک ورودی x دارد. مدار با معادلات ورودی فلاپ زیر تعریف شده است.

$$\begin{array}{ll} J_A = x & K_A = B' \\ J_B = x & K_B = A \end{array}$$

(الف) معادلات حالت A(t+1) و B(t+1) را با جایگزینی معادلات ورودی در J و K بدست آورید.

(ب) نمودار حالت مدار را رسم کنید.

۵-۱۰ یک مدار ترتیبی دارای دو فلیپ فلاپ A و B از نوع JK، دو ورودی x و y و یک خروجی z است. معادلات ورودی فلیپ فلاپ و معادله خروجی عبارتند از:

$$\begin{array}{ll} J_A = Bx + B'y' & K_A = B'xy' \\ J_B = A'x & K_B = A + xy' \\ z = Ax'y' + Bx'y' \end{array}$$

(الف) نمودار منطقی مدار را رسم نمایید. (ب) جدول حالت را پایه کنید.

(پ) معادلات حالت را برای A و B بدست آورید.

۱۱-۵ با شروع از ۰۰ در شکل ۱۶-۵، گذار حالت و رشته خروجی حاصل از یک رشته ورودی ۰۱۰۱۱۰۱۱۰۱۱۰۱۱۱۰ را بدست آورید.

۱۲-۵ تعداد حالات را در جدول حالت زیر کاهش داده و جدول کاهش یافته را نشان دهید.

حالت فعلی	حالت بعدی		خروجی	
	$x = 0$	$x = 1$	$x = 0$	$x = 1$
a	f	b	0	0
b	d	c	0	0
c	f	e	0	0
d	g	a	1	0
e	d	c	0	0
f	f	b	1	1
g	g	h	0	1
h	g	a	1	0

۱۳-۵ با شروع از حالت a و رشته ورودی ۰۱۱۱۰۰۱۰۰۱۱، رشته خروجی را برای موارد زیر بدست آورید.

(الف) جدول حالت مسئله قبل.

(ب) جدول حالت کاهش یافته در مسئله قبل. نشان دهید که برای هر دو رشته خروجی یکسانی بدست می‌آید.

۱۴-۵ تخصیص دودویی ۲ را از جدول ۹-۵ در حالات جدول ۸-۵ جایگزین کنید و جدول حالت دودویی را بدست آورید.

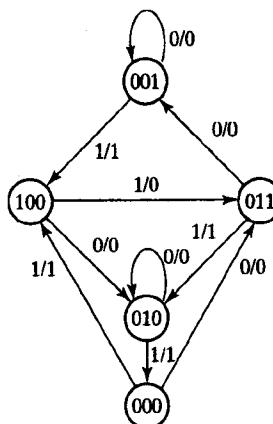
۱۵-۵ یک جدول حالت برای فلیپ فلاپ JK با Q به عنوان حالت فعلی و حالت بعدی و ورودی‌های J و K لیست نمایید. مدار ترتیبی حاصل از جدول حالت را طراحی کنید و نشان دهید که معادل با شکل ۱۲-۵ (الف) است.

۵-۱۶ یک مدار ترتیبی با دو فلیپ فلاپ A و B از نوع D و یک ورودی x طراحی نماید. وقتی $x = 0$ است، حالت مدار بدون تغییر باقی بماند. وقتی $x = 1$ است مدار وارد حالات 00، 01، 11 و 10 و بازگشت به 00 شده و کار را تکرار کند.

۵-۱۷ یک متمم 2 ساز یک ورودی، یک خروجی بسازید. مدار رشته‌ای از بیت‌ها را دریافت کرده و متمم 2 آن را در خروجی تولید می‌نماید. مدار قابل بازنشانی غیرهمزمان است تا عملیات را شروع و پایان دهد.

۵-۱۸ یک مدار ترتیبی با دو فلیپ فلاپ A و B نوع JK و دو ورودی E و x طراحی نماید. اگر $E = 0$ باشد، مدار بدون توجه به x در حالت فعلی خود می‌ماند. وقتی $E = 1$ است وارد حالت 00، 01، 10 و 11 و بازگشت به 00 گشته و کار را تکرار کند. وقتی $E = 0$ است مدار وارد حالات 00، 11، 00 و 01 و به 00 رفته و عمل را تکرار نماید.

۵-۱۹ یک مدار ترتیبی دارای سه فلیپ فلاپ A، B و C؛ یک ورودی x و یک خروجی y است. نمودار حالت در شکل (م-۱۹) مشاهده می‌گردد. قرار است مدار با استفاده از حالات بی‌اهمیت طراحی گردد. مدار طراحی شده را تحلیل کنید تا اثر حالات بی‌اهمیت ملاحظه شود.
 (الف) از فلیپ فلاپ D استفاده کنید.
 (ب) از فلیپ فلاپ JK استفاده نماید.



شکل (م-۱۹)

۵-۲۰ مدار ترتیبی نمودار حالت شکل (م-۱۹) را با فلیپ فلاپ‌های T طراحی کنید.

۵-۲۱ تفاوت اصلی بین یک عبارت initial و یک عبارت always در Verilog HDL چیست؟

۵-۲۲ شکل موج تولید شده با عبارت initial زیر را رسم کنید.

```
initial
begin
    w = 0; #20 w = 1; # 50 w = 0; # 30 w = 1; #10 w = 0;
end
```

۵-۲۳ عبارات زیر را با فرض این که Reg A در ابتدا مقدار 30 را دارد ملاحظه نماید.

(ب) $RegA \leq 125$
 $RegB \leq RegA$

(الف)
 $RegA = 125$
 $RegB = RegA$

پس از اجرا مقادیر Reg B و Reg A چه هستند.

۵-۲۴ یک توصیف رفتاری HDL برای فلیپ فلاپ D بنویسید. برای آن ورودی پیش تنظیم و پاک کردن پیش‌بینی نمایید (به شکل ۱۱-۱۳ مراجعه شود).

۵-۲۵ یک فلیپ فلاپ حساس به لبه مثبت خاص دو ورودی D1 و D2 و یک ورودی کنترل دارد که یکی از آن دو را انتخاب می‌کند. توصیف رفتاری HDL آن را بنویسید.

۵-۲۶ یک توصیف رفتاری HDL با استفاده از عبارت if-else-endif مبتنی بر مقدار حالت فعلی، برای فلیپ فلاپ JK بنویسید.

۵-۲۷ توصیف HDL مثال ۵-۵ را با ترکیب گذر حالات و خروجی در یک بلوک always بازنویسی کنید.

۵-۲۸ مدار ترتیبی شکل ۵-۱۷ را شبیه‌سازی نمایید.

(الف) توصیف HDL نمودار حالت را بنویسید.

(ب) توصیف HDL نمودار مدار را بنویسید.

(پ) یک HDL محرک با رشتهدی از ورودی‌های 00، 01، 11، 10 بنویسید. نشان دهید که پاسخ برای هر دو توصیف یکی است.

۵-۲۹ توصیف HDL یک شمارنده دودویی 2 بیت در شکل ۵-۲۰ نشان داده شد. از مدول محرک مثال ۵-۷ استفاده کنید و نشان دهید که پاسخ خروجی مشابه شکل موج ۵-۲۱ است.

۵-۳۰ نمودار منطقی را برای مدار ترتیبی توصیف شده با مدول HDL زیر رسم کنید.

```
module Seqcrt (A,B,C,Q,CLK);
    input A,B,C,CLK;
    output Q;
    reg Q,E;
    always @ (posedge CLK)
        begin
            E <= A & B;
            Q <= E | C;
        end
endmodule
```

چه تغییر، اگر لازم است، باید در مدار لحاظ شود اگر دو عبارت آخر از تخصیص بلوکی به جای غیربلوکی استفاده نماید.

مراجع

1. HAYES, J. P. 1993. *Introduction to Digital Logic Design*. Reading, MA: Addison-Wesley.
2. WAKERLY, J. F. 2000. *Digital Design: Principles and Practices*, 3rd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
3. KATZ, R. H. 1994. *Contemporary Logic Design*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
4. MANO, M. M. and C. R. KIME. 2000. *Logic and Computer Design Fundamentals*, 2nd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
5. NELSON V. P., H. T. NAGLE, J. D. IRWIN, and B. D. CARROLL. 1995. *Digital Logic Circuit Analysis and Design*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.



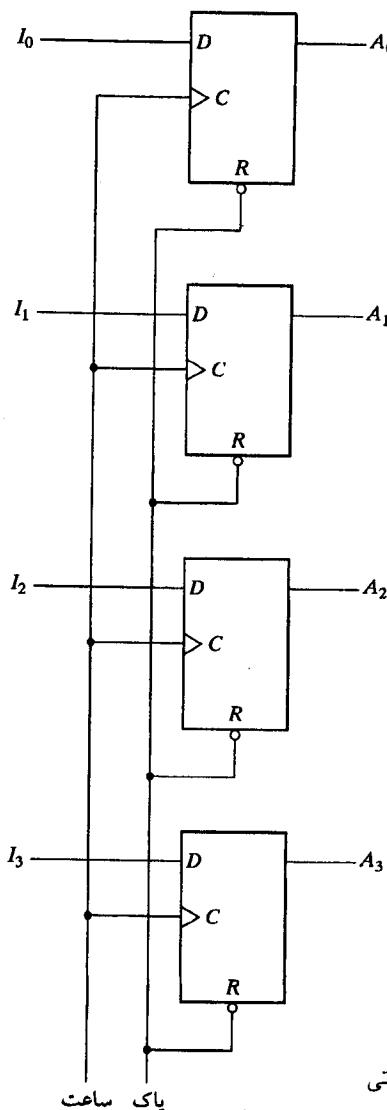
ثبات‌ها و شمارنده‌ها

۱-۶ ثبات‌ها

یک مدار ترتیبی ساعت دار متشکل از گروهی از فلیپ فلاپ‌ها و گیت‌های ترکیبی است که به منظور تشکیل یک مسیر پسخورد به هم متصل شده‌اند. فلیپ فلاپ‌ها عناصر ضروری مدار هستند زیرا در غیاب آنها، مدار به یک مدار ترکیبی محض تقلیل می‌یابد. (به شرطی که بین گیت‌ها هم مسیر پسخورد وجود نداشته باشد). اما مداری با فلیپ فلاپ حتی در نبود گیت‌های ترکیبی باز هم یک مدار ترتیبی است. مدارهای حاوی فلیپ فلاپ‌ها معمولاً بر حسب کارشان و نه با نام مدار ترتیبی دسته‌بندی می‌شوند. دو نوع از این مدارها ثبات‌ها و شمارنده‌ها هستند.

یک ثبات گروهی از فلیپ فلاپ‌هاست. هر فلیپ فلاپ قادر است یک بیت از اطلاعات را در خود ذخیره نماید. یک ثبات n بیت، مجموعه‌ای از n فلیپ فلاپ می‌باشد که قادر است n بیت از اطلاعات دودویی را در خود ذخیره نماید. علاوه بر فلیپ فلاپ، یک ثبات ممکن است گیت‌های ترکیبی را نیز برای اجرای کارهای پردازشی مختلف داشته باشد. در تعریف جامع‌تر، یک ثبات متشکل از یک گروه فلیپ فلاپ‌ها و گیت‌های است که در عمل انتقال با یکدیگر تشریک مساعی دارند. فلیپ فلاپ‌ها اطلاعات دودویی را نگه می‌دارند و گیت‌ها چگونگی انتقال اطلاعات را به ثبات معین می‌کنند.

یک شمارنده اساساً یک ثبات است که وارد یک رشته از حالات از پیش تعیین شده می‌شود. گیت‌ها در شمارنده‌ها چنان به هم متصل شده‌اند تا رشته از پیش تعیین شده‌ای از حالات را تولید نمایند. هر چند که شمارنده‌ها نوع خاصی از ثبات می‌باشند، معمولاً آنها را با نام‌های متفاوت از ثبات‌ها جدا می‌کنند. انواع متنوعی از ثبات‌ها در بازار وجود دارند. ساده‌ترین ثبات، فقط از فلیپ فلاپ‌ها و بدون هرگونه گیتی تشکیل شده است. شکل ۱-۶ چنین ثباتی راک از چهار فلیپ فلاپ D ساخته شده نشان می‌دهد. ساعت و رویدی مشترک همه فلیپ فلاپ‌ها را با لبه مثبت هر پالس تریگر می‌کند و به این ترتیب



شکل ۱-۶. ثبات ۴ بیتی

اطلاعات دودویی در چهار ورودی به داخل ثبات 4 بیت منتقل می‌گردند. می‌توان هر لحظه چهار خروجی را نمونه برداری کرده و اطلاعات دودویی ذخیره شده در ثبات را بدست آورد. ورودی پاک به ورودی بازنیشان (R) همه فلیپ فلاپ‌ها می‌رود. وقتی این ورودی به 0 رود، همه فلیپ فلاپ‌ها به طور غیرهمزمان بازنیشانی (0) می‌شوند. ورودی پاک کردن برای 0 کردن ثبات قبل از عمل ساعت زنی مفید است. در حین عمل معمول ساعت زنی، ورودی‌های R باید در منطق 1 قرار گیرند. توجه کنید که برای 0 کردن همه حالات در یک ثبات، می‌توان از پاک کردن، یا بازنیشانی استفاده کرد.

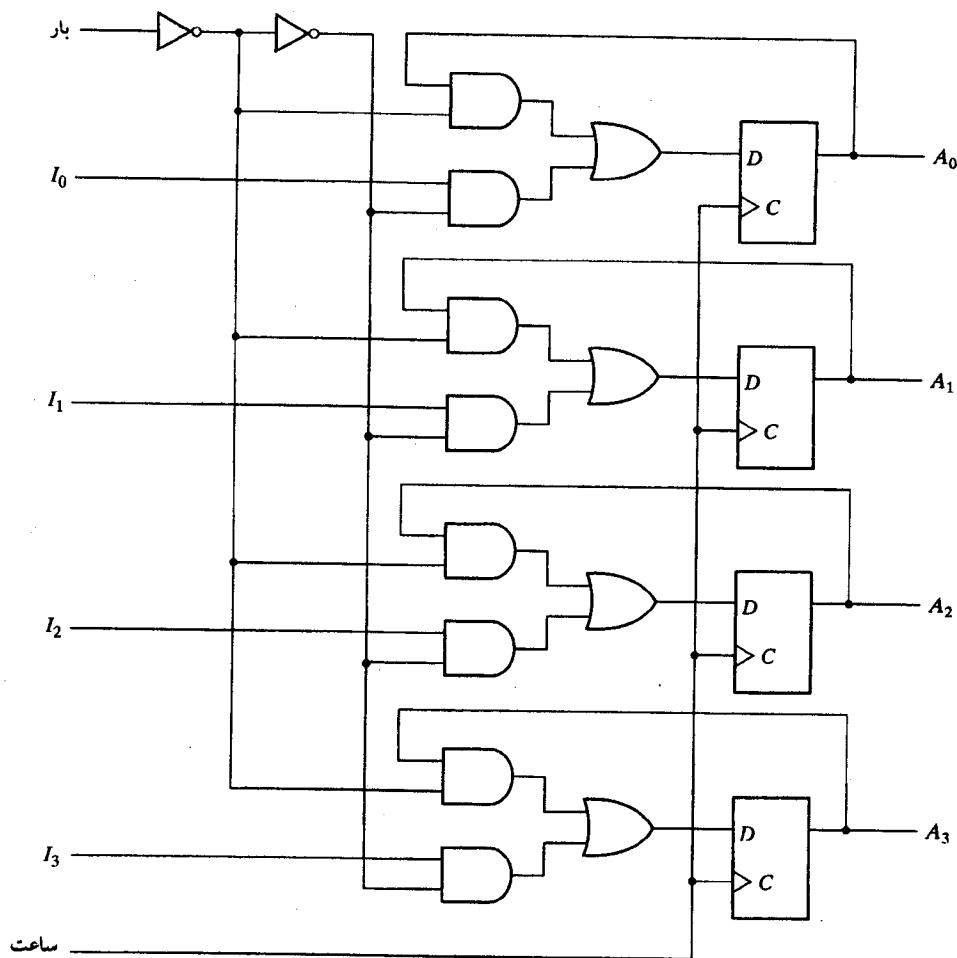
ثبتات با بار شدن موازی

سیستم‌های دیجیتال همزمان دارای یک مولد ساعت اصلی‌اند که رشته‌ای از پالس‌های ساعت را به طور پیوسته فراهم می‌سازند. پالس‌های ساعت به همه فلیپ‌فلاب‌ها و ثبات‌ها در سیستم اعمال می‌گردد. ساعت اصلی مانند پمپی است که ضربان ثابتی را برای همه بخش‌های سیستم فراهم می‌نماید. برای تأثیر یک پالس ساعت خاص بر روی یک ثبات خاص، باید یک کنترل جداگانه به کار بردشود. انتقال اطلاعات جدید به یک ثبات را بار شدن ثبات نامند. اگر همه بیت‌های ثبات به طور همزمان با یک پالس بار شوند گوییم بار شدن موازی است. لب ساعت اعمال شده به ورودی‌های C ثبات شکل ۱-۶ موجب می‌شود تا هر چهار ورودی به طور موازی بارگردند. در این آرایش اگر بخواهیم ثبات بدون تغییر رها شود، باید ساعت از مدار قطع گردد. این کار با کنترل سیگنال ورودی ساعت به وسیله گیت فعال‌ساز انجام می‌شود. با این وجود قرار دادن گیت‌ها در مسیر ساعت به این معنی است که یک کار منطقی صورت گرفته است. استقرار گیت‌ها موجب تولید تأخیرهای نابرابر در ورودی فلیپ‌فلاب‌ها می‌گردد. برای همزمانی کامل سیستم، باید مطمئن بود که همه پالس‌های ساعت به طور همزمان به هر نقطه از سیستم می‌رسد و بنا بر این همه فلیپ‌فلاب‌ها به طور همزمان تریگر می‌شوند. اعمال پالس ساعت از طریق گیت، تأخیرهای متغیری را موجب می‌شود و ممکن است سیستم را از همزمانی خارج کند. به این دلیل پیشنهاد می‌شود که کنترل عمل یک ثبات با ورودی‌های D به جای کنترل ساعت در ورودی‌های C فلیپ‌فلاب‌ها انجام گیرد.

یک ثبات ۴ بیتی با ورودی کنترل بار شدن که از طریق گیت‌ها به ورودی‌های D فلیپ‌فلاب هدایت شده در شکل ۲-۶ ملاحظه می‌گردد. ورودی بار شدن به ثبات عملی را که در هر پالس ساعت اتفاق می‌افتد مشخص می‌کند. وقتی که ورودی بار برابر با ۱ است، داده در چهار ورودی در لبه مثبت پالس ساعت بعدی به داخل ثبات منتقل می‌شود. وقتی ورودی بار شدن ۰ است، خروجی‌های فلیپ‌فلاب‌ها به ورودی‌های خودشان وصلند. اتصال پسخوردی از خروجی به ورودی لازم است زیرا فلیپ‌فلاب D دارای حالت "بی تغییر" نیست. در هر لبه پالس ساعت، ورودی D حالت بعدی فلیپ‌فلاب را مشخص می‌نماید. برای بدون تغییر نگهداشتن فلیپ‌فلاب، لازم است D را با حالت فعلی فلیپ‌فلاب یکسان نماییم. پالس‌های ساعت مرتبًا به ورودی‌های C اعمال می‌گردد. ورودی بار شدن، پذیرش اطلاعات جدید و یا حفظ اطلاعات فعلی را در ثبات معین می‌کند. انتقال اطلاعات از ورودی‌ها یا خروجی‌های ثبات در پاسخ به یک لبه ساعت به طور همزمان در هر چهار بیت انجام می‌گیرد.

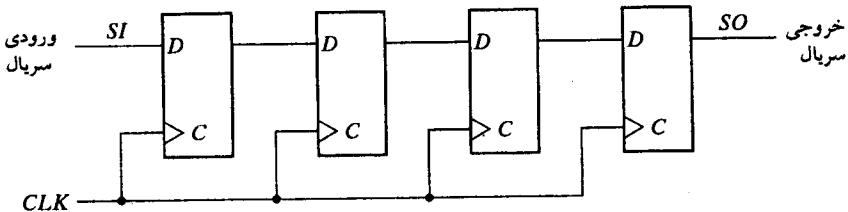
۲-۶ شیفت رجیسترها

ثباتی که بتواند اطلاعات دودویی اش را به سمت راست یا چپ شیفت یا جابجا کند، شیفت رجیستر یا ثبات جابجاگر نامیده می‌شود. ساختار منطقی یک شیفت رجیستر، از زنجیرهای از فلیپ‌فلاب‌ها تشکیل شده که در آن خروجی یک فلیپ‌فلاب به ورودی فلیپ‌فلاب دیگر متصل است. همه فلیپ‌فلاب‌ها پالس ساعت مشترکی دریافت می‌کنند. پالس‌های ساعت اطلاعات را از یک طبقه به طبقه دیگر جابجا می‌کنند.



شکل ۲-۶. ثبات ۴ بیتی با بار شدن موازی

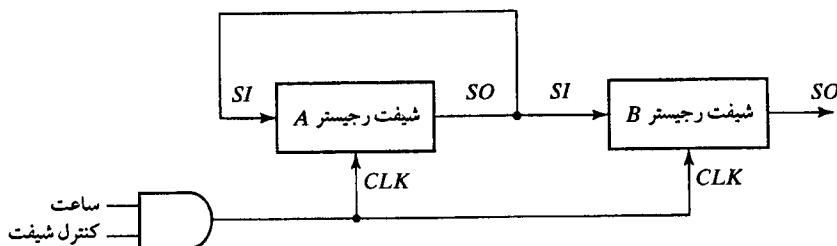
ساده‌ترین شیفت رجیستر طبق شکل ۳-۶ فقط از فلیپ فلاب‌ها استفاده می‌کند. خروجی یک فلیپ فلاب مفروض به ورودی D فلیپ فلاب سمت راست خود متصل است. هر پالس ساعت محتوای ثبات را یک بیت به راست جابجا می‌کند. ورودی سریال، تعیین کننده اطلاعاتی است که از منتهی الیه سمت چپ در حین جابجایی وارد می‌شود. خروجی سریال از خروجی سمت راست ترین فلیپ فلاب اخذ می‌گردد. گاهی لازم است تا جابجایی را طوری کنترل کنیم که فقط با پالس‌های معینی رخ دهد. این کار با ممانعت از پالس ساعت در رسیدن به ثبات امکان‌پذیر است. بعد نشان خواهیم داد که عمل جابجایی می‌تواند از طریق ورودی‌های D به جای ورودی ساعت ثبات کنترل گردد. در هر صورت اگر شیفت رجیستر شکل ۳-۶ به کار رود، می‌توان عمل جابجایی را به وسیله یک گیت AND و ورودی که جابجایی را کنترل می‌کند تحت کنترل در آورد.



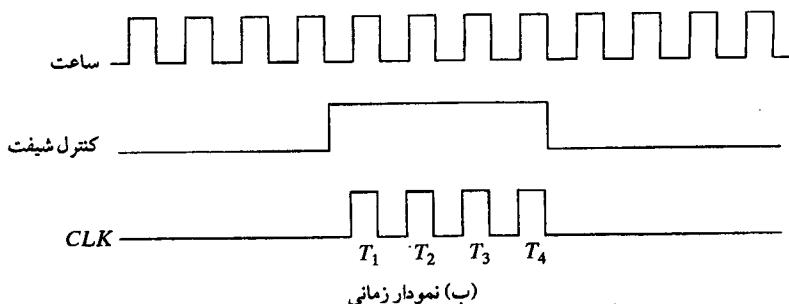
شکل ۶-۳. شیفت رجیستر 4 بیتی

انتقال سریال

اگر یک سیستم دیجیتال هر بار یک بیت را انتقال دهد و یا دستکاری نماید، گوییم در مد سریال کار می‌کنند. با جابجایی یک بیت به خارج ثبات مبدأ و ورود به ثبات مقصد، اطلاعات هر بار یک بیت را انتقال می‌یابد. این برخلاف انتقال موازی است که در آن همه بیت‌های ثبات به طور همزمان انتقال می‌یابند. انتقال سریال اطلاعات از ثبات A به ثبات B طبق نمودار بلوکی شکل ۶-۴ (الف) با شیفت رجیستر انجام می‌شود. خروجی سریال (SO) از ثبات A به ورودی سریال (SI) در ثبات B وصل است. برای پیشگیری در از دست دادن اطلاعات ذخیره شده در ثبات مبدأ، اطلاعات ثبات A از خروجی سریال به ورودی سریالش چرخانده می‌شود. در حین عمل جابجایی مقدار اولیه ثبات B به بیرون منتقل شده و از بین می‌رود، مگر این که به ثبات سومی انتقال یابد. ورودی کنترل جابجایی زمان و تعداد دفعاتی که ثبات‌ها جابجا می‌شوند را معین می‌سازد. این کار با یک گیت AND انجام می‌گردد و طی آن پالس‌های ساعت اجازه عبور به پایانه‌های CLK را به هنگام فعال بودن کنترل جابجایی خواهند داشت.



(الف) نمودار بلوکی



شکل ۶-۴. انتقال سریال از ثبات A به ثبات B

جدول ۱-۶. مثال انتقال سریال

پالس زمانی	شیفت رجیستر A	شیفت رجیستر B
مقدار اولیه	1 0 1 1	0 0 1 0
T_1 پس از	1 1 0 1	1 0 0 1
T_2 پس از	1 1 1 0	1 1 0 0
T_3 پس از	0 1 1 1	0 1 1 0
T_4 پس از	1 0 1 1	1 0 1 1

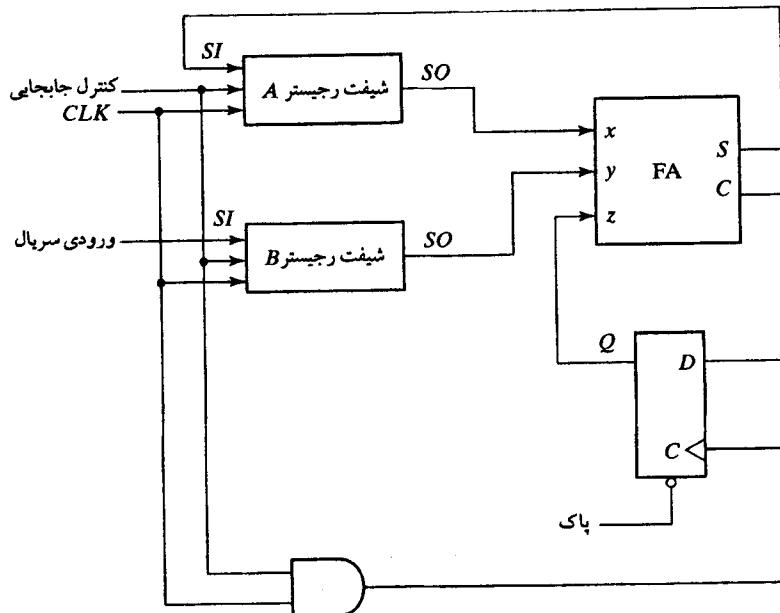
فرض کنید که شیفت رجیسترها هر کدام دارای چهار بیت باشند. واحد کنترلی که انتقال را مدیریت می‌کند باید طوری طراحی شود که شیفت رجیسترها را در طول سیگنال کنترل جابجایی برای مدت چهار پالس ساعت فعال‌سازد. این مطلب در نمودار زمانبندی شکل ۶-۴ (ب) ملاحظه می‌شود. سیگنال کنترل جابجایی با ساعت همگام است و مقدارش درست پس از لبه منفی پالس ساعت تغییر می‌یابد. در چهار پالس ساعت بعدی سیگنال کنترل جابجایی فعال است و خروجی گیت AND متصل به ورودی‌های CLK چهار پالس T_1 ، T_2 ، T_3 و T_4 را تولید می‌نماید. هر لبه بالا رونده پالس یک جابجایی را در هر ثبات انجام می‌دهد. چهارمین پالس کنترل جابجایی را ۰ نموده و موجب می‌شود تا شیفت رجیسترها غیرفعال شوند.

فرض کنید که محتوای دودویی A قبل از جابجایی 1011 و B برابر 0010 باشد. انتقال سریال از A به B در چهار مرحله رخ می‌دهد، جدول ۱-۶. با اولین پالس، T_1 ، سمت راست‌ترین بیت A به سمت چپ‌ترین بیت B منتقل می‌گردد و نیز به سمت چپ‌ترین بیت A می‌چرخد. در همان زمان تمام بیت‌های A و B یک مکان به راست جابجا می‌شوند. خروجی سریال قبلی از B در سمت راست‌ترین مکان از بین رفته و مقدار آن از 0 به 1 تبدیل می‌گردد. سه پالس بعدی اعمال مشابهی را انجام می‌دهند و بیت‌های A و B را هر بار یک بیت به راست جابجا می‌کنند. پس از چهارمین جابجایی، کنترل جابجایی به 0 رفته و هر دو ثبات A و B دارای مقدار 1011 خواهند بود. بنابراین محتوای A به B منتقل شده است، ضمن این که A همچنان بدون تغییر باقی می‌ماند.

با توجه به این مثال تفاوت بین مدهای سریال و موازی کاملاً آشکار است. در مدهای موازی، اطلاعات همه بیت‌های ثبات در دسترس است و همگی می‌توانند با یک پالس ساعت به طور همزمان انتقال یابند. در مدهای سریال ثبات‌ها دارای یک ورودی سریال و یک خروجی سریال هستند، اطلاعات هر بار یک بیت انتقال می‌یابد و ثبات‌ها در یک جهت جابجا می‌شوند.

جمع سریال

عملیات در کامپیوترهای دیجیتال معمولاً به صورت موازی صورت می‌گیرد زیرا این روش سریع‌ترین نوع است. عملیات سریال کندر است، ولی به قطعات کمتری نیاز دارد. برای ارائه مدهای سریال، در اینجا یک جمع‌کننده سریال را نشان می‌دهیم. نوع موازی آن در بخش ۶-۴ مشاهده شد. دو عددی که قرار است بطور سریال با هم جمع شوند در دو شیفت رجیستر ذخیره می‌شوند. بیت‌ها،



شکل ۵-۶. جمع کننده سریال

هر جفت یک بار به وسیله یک جمع کننده کامل سریال (FA)، با هم جمع می شوند، شکل ۵-۶. نقلی خروجی جمع کننده کامل به فلیپ فلاپ D انتقال می یابد. آنگاه خروجی این فلیپ فلاپ به عنوان نقلی ورودی به جفت بیت بالارزش تر بعدی اضافه می شود. با انتقال حاصل جمع به A، که با جابجایی A انجام می گردد، می توان از یک ثبات برای هر دو مقدار مضاف الیه و حاصل جمع استفاده کرد. ورودی سریال ثبات B می تواند برای انتقال یک مقدار دودویی جدید به کار رود و در همان زمان بیت های مضاف در حین جمع، به خارج جابجا می شوند.

طرز کار یک جمع کننده سریال به شرح زیر است. در ابتدا ثبات A مقدار مضاف الیه و ثبات B مقدار مضاف را نگه می دارند، ضمن این که فلیپ فلاپ نقلی به 0 پاک شده است. خروجی Q از فلیپ فلاپ نقلی ورودی در Z را تهیه می کند. کنترل جابجایی هر دو ثبات و فلیپ فلاپ نقلی را فعال می سازد، به نحوی که در پالس ساعت بعدی، هر دو ثبات یک بار به راست جابجا می شوند، بیت حاصل جمع از S به سمت چپ فلیپ فلاپ A می رود و رقم نقلی به فلیپ فلاپ Q منتقل خواهد شد. کنترل جابجایی ثبات ها را به تعداد پالس هایی برابر با تعداد بیت های ثبات ها فعال می کند. در قبال هر یک پالس ساعت جدید، یک بیت حاصل جمع جدید به A می رود. یک نقلی جدید به Q رفته و هر دو ثبات یک بار به سمت راست جابجا می گردند. این روند تا از کار افتادن کنترل جابجایی ادامه می یابد. بنابراین، جمع با عبور هر جفت بیت به همراه نقلی قبلی از یک جمع کننده کامل و انتقال حاصل جمع به ثبات A، در هر بار یک بیت، انجام می گردد.

در آغاز، ثبات A در فلیپ فلاپ نقلی به 0 پاک می‌شود و سپس اولین عدد از B به آن اضافه می‌گردد. ضمن جابجایی B به جمع کننده، دومین عدد از طریق ورودی سریال وارد می‌شود. این عدد به محتوای ثبات A اضافه می‌شود، و در همان هنگام سومین عدد وارد ثبات می‌گردد. این کار می‌تواند برای تشکیل جمع دو، سه یا چند عدد و ذخیره حاصل جمع در ثبات A تکرار شود.

از مقایسه جمع کننده سریال با موازی بخش ۴-۴، چندین تفاوت ملاحظه می‌گردد. جمع کننده موازی از ثبات‌هایی با امکان بار شدن موازی استفاده می‌کند، در حالی که جمع کننده سری شیفت رجیسترها را به کار می‌برد. تعداد جمع کننده‌های مدار موازی برابر تعداد بیت‌های اعداد دودویی است، در صورتی که جمع کننده سریال از یک جمع کننده کامل و یک فلیپ فلاپ برای ذخیره نقلی و خروجی استفاده می‌نماید. دلیل ذخیره نقلی این است که در اعمال سریال نتیجه یک جمع بیتی در هر زمان نه تنها به ورودی‌های فعلی بلکه به ورودی‌های قبلی که باید در فلیپ فلاپ‌ها ذخیره شوند نیز بستگی دارد. برای نمایش روش طراحی اعمال سریال با مدارهای ترتیبی دوباره جمع کننده سریال را با استفاده از جدول حالت طراحی می‌کنیم. ابتدا فرض می‌نماییم که دو شیفت رجیستر برای ذخیره اعدادی که قرار است با هم به طور سریال جمع شود موجود باشد. خروجی‌های سریال از ثبات‌ها را x و y می‌نامیم. مدار ترتیبی موردنظر در حال حاضر قادر شیفت رجیستر است ولی هنگام تکمیل آن به مدار اضافه خواهد شد. مدار ترتیبی دارای دو ورودی x و y است که دو بیت با ارزشتر دو عدد را برای مدار تهیه می‌کنند، یک خروجی S که بیت حاصل جمع را تولید می‌نماید و یک فلیپ فلاپ Q برای ذخیره رقم نقلی است. جدول حالتی که مدار ترتیبی را تعریف می‌کند در جدول ۶-۲ نشان داده شده است. حالت فعلی Q مقدار فعلی نقلی است. نقلی فعلی در Q با ورودی‌های x و y جمع می‌شود تا بیت جمع را در خروجی S تولید نماید. حالت بعدی Q برابر نقلی فعلی است. توجه کنید که واردۀ‌های جدول حالت، با واردۀ‌های جدول جمع کننده کامل یکی است جز این که نقلی ورودی اکنون حالت فعلی Q ، و نقلی خروجی اکنون حالت بعدی آنست.

جدول ۶-۲. جدول حالت یک جمع کننده سریال

حالت فعلی		ورودی‌ها		حالت بعدی		خروجی		ورودی‌های فلاپ	
Q		x	y	Q		S		J_Q	K_Q
0		0	0	0		0		0	X
0		0	1	0		1		0	X
0		1	0	0		1		0	X
0		1	1	1		0		1	X
1		0	0	0		1		X	1
1		0	1	1		0		X	0
1		1	0	1		0		X	0
1		1	1	1		1		X	0

اگر از فلیپ فلاپ D برای Q استفاده شود، مدار به شکل ۶-۵ کاهش می‌یابد. اگر برای Q از JK استفاده نماییم، لازم است مقادیر ورودی‌های J و K را با ارجاع به جدول تحریک (جدول ۵-۱۲) معنی کنیم. این کار در دو ستون آخر جدول ۶-۲ انجام شده است. دو معادله ورودی فلیپ فلاپ و معادله خروجی با نقشه به صورت زیر ساده می‌شوند.

$$J_Q = xy$$

$$K_Q = x'y' = (x + y)'$$

$$S = x \oplus y \oplus Q$$

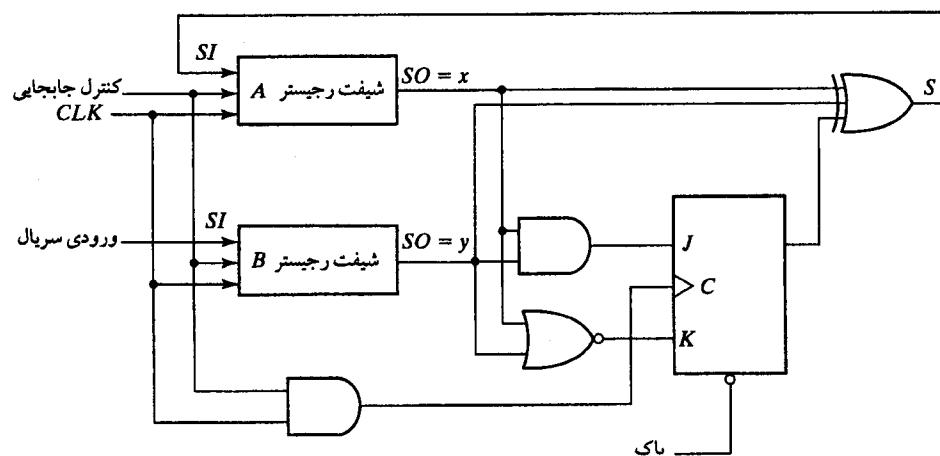
نمودار مدار در شکل ۶-۶ نشان داده شده است. مدار متشکل از سه گیت و یک فلیپ فلاپ JK می‌باشد. برای تکمیل جمع‌کننده سریال دو شیفت رجیستر هم به آن اضافه شده است. توجه کنید که خروجی S نه فقط تابعی از x و y است، بلکه تابعی از Q هم می‌باشد. حالت بعدی Q تابعی از حالت فعلی Q و مقادیر x و y رسیده از خروجی‌های شیفت رجیسترهاست.

شیفت رجیسترها یونیورسال

اگر خروجی فلیپ فلاپ‌های یک شیفت رجیستر قابل دسترسی باشد، آنگاه می‌توان اطلاعات وارد سریال را با جابجایی از خروجی فلیپ فلاپ‌ها به صورت موازی خارج کرد. اگر به شیفت رجیستر یک قابلیت بار شدن موازی اضافه شود، آنگاه داده وارد و موازی به ثبات را می‌توان با جابجایی به صورت سریال خارج کرد.

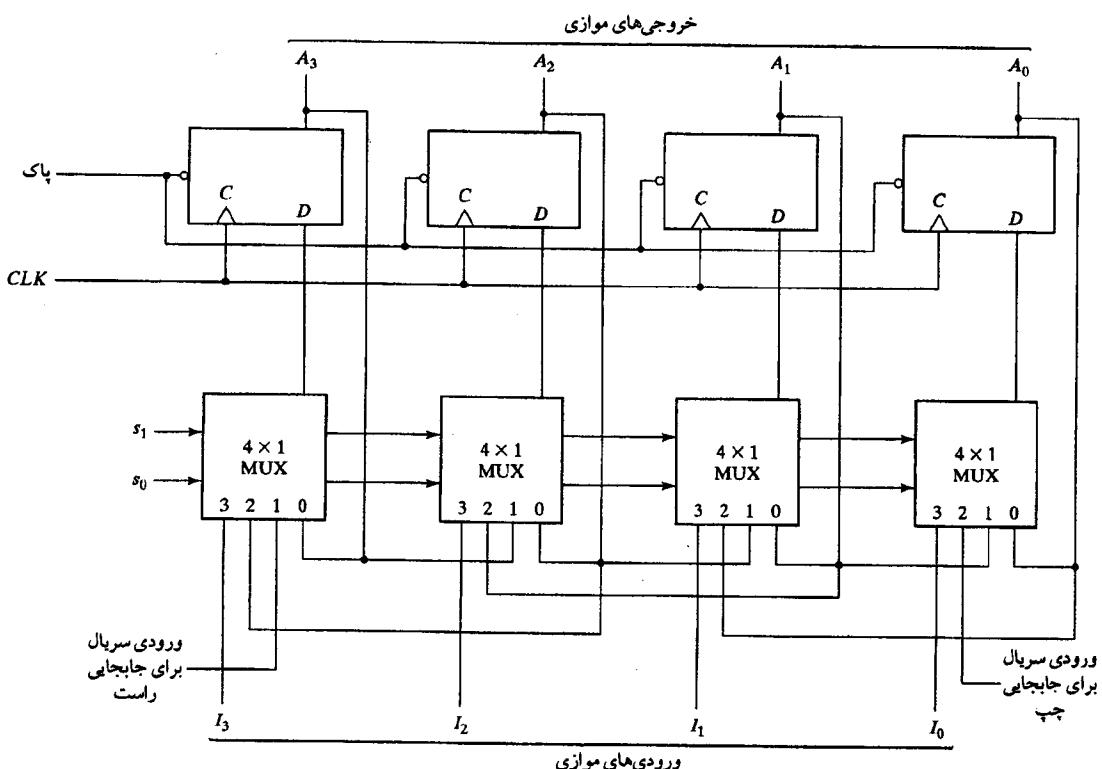
بعضی از شیفت رجیسترها پایانه‌های لازم را برای انتقال موازی دارا هستند. این مدارها ممکن است قابلیت جابجایی به چپ و راست را هم داشته باشند. عمومی‌ترین شیفت رجیستر دارای امکانات زیر است:

- ۱- کنترل پاک برای پاک کردن ثبات به ۰.
- ۲- ورودی ساعت برای همزمانی اعمال.



شکل ۶-۶. فرم دوم یک جمع کننده سریال

- ۳- کنترل جابجایی به راست برای فعال کردن عمل جابجایی به راست و خطوط ورودی و خروجی سریال مربوط به جابجایی به راست.
 - ۴- کنترل جابجایی به چپ برای فعال کردن عمل جابجایی به چپ و خطوط ورودی و خروجی سریال مربوط به جابجایی به چپ.
 - ۵- یک کنترل بارگذاری موازی برای فعال کردن انتقال موازی و n خط ورودی مربوط به انتقال موازی.
 - ۶- n خط خروجی موازی.
 - ۷- حالت کنترلی که علیرغم وجود پالس ساعت اطلاعات را در ثبات بدون تغییر نگه می‌دارد. دیگر شیفت رجیسترها ممکن است بعضی از امکانات فوق را با حداقل یک عمل جابجایی یا شیفت داشته باشد.
- ثباتی که فقط قادر به جابجایی داده در یک جهت باشد را شیفت رجیستر یک جهته گویند. اگر در دو جهت جابجا نماید آن را شیفت رجیستر دو جهته می‌نامند. اگر ثبات قادر به جابجایی دو جهته و بار شدن موازی باشد به آن شیفت رجیستر یونیورسال گویند.
- نمودار یک شیفت رجیستر ۴ بیت یونیورسال با همه فلیپ فلاپ‌های فوق الذکر در شکل ۶-۷ نشان داده شده است. این مدار از چهار مولتی پلکسor ساخته شده است. چهار مولتی پلکسor



شکل ۶-۷. شیفت رجیستر یونیورسال ۴ بیتی

جدول ۶-۳. جدول عملکرد ثبات شکل (۶-۷)

وضعیت کنترل		عملکرد ثبات
S_1	S_0	
0	0	پلاگییر
0	1	شیفت - راست
1	0	شیفت - چپ
1	1	بارگردان موازی

دو ورودی انتخاب مشترک S_1 و S_0 دارند. ورودی 0 در هر مولتی پلکسرو قتنی انتخاب می‌شود که $S_1S_0 = 00$ باشد، ورودی 1 با $S_1S_0 = 01$ انتخاب می‌گردد، و به طور مشابه دو ورودی باقیمانده انتخاب می‌گردد. ورودی‌های انتخاب مد عملیات ثبات را طبق وارده‌های جدول (۶-۳) کنترل می‌کنند. وقتی $S_1S_0 = 00$ است، مقدار فعلی ثبات به ورودی‌های D از فلیپ فلاپ‌ها اعمال می‌گردد. این وضعیت مسیری را از خروجی هر فلیپ فلاپ به ورودی اش ایجاد می‌نماید. لب ساعت بعدی، مقداری را که از قبل در آن ذخیره شده وارد فلیپ فلاپ می‌کند و بنابراین هیچ تغییری در حالت رخ نمی‌دهد. وقتی $S_1S_0 = 01$ است، پایه ورودی 1 از مولتی پلکسرو دارای مسیری به ورودی‌های D فلیپ فلاپ‌هاست. این موجب عمل جابجایی به راست می‌گردد، که در آن ورودی سریال به فلیپ فلاپ A₃ وارد می‌شود. وقتی $S_1S_0 = 10$ است، یک عمل جابجایی به چپ صورت می‌گیرد و طی آن دیگر ورودی به فلیپ فلاپ A₀ خواهد رفت. بالاخره وقتی $S_1S_0 = 11$ است، اطلاعات دودویی روی خطوط ورودی موازی به طور همزمان در لبه پالس بعدی وارد ثبات می‌گردد.

شیفت رجیسترها اغلب برای اتصال و ارتباط سیستم‌های دیجیتالی که با فواصل دوری از یکدیگر قرار دارند به کار می‌روند. مثلاً فرض کنید که بخواهیم کمیتی n بیتی را بین دو نقطه جابجا کنیم. اگر فاصله زیاد باشد، استفاده از n خط موازی گران تمام می‌شود. استفاده از یک خط و انتقال سریال اطلاعات به صورت یک بیت در هر بار اقتصادی‌تر است. فرستنده داده n بیتی را به صورت موازی وارد شیفت رجیستر کرده و داده را به صورت سریال در طول خط ارسال می‌دارد. گیرنده داده را به طور سریال وارد یک شیفت رجیستر می‌نماید. وقتی هر n بیت دریافت شد، می‌توان از خروجی‌های ثبات آنها را به صورت موازی دریافت کرد. بنابراین فرستنده یک عمل تبدیل موازی به سریال داده و گیرنده یک عمل تبدیل سریال به موازی را انجام می‌دهد.

۶-۴ شمارنده‌های موج‌گونه

ثباتی که براساس اعمال پالس‌های ورودی وارد رشته حالات از پیش تعیین شده‌ای می‌گردد، شمارنده نام دارد. پالس‌های ورودی ممکن است پالس‌های ساعت و یا از یک منبع بیرونی با توالی ثابت و یا متغیر باشند. رشته حالات ممکن است رشته اعداد دودویی و یا رشته حالات دیگری باشد. شمارنده‌ای که رشته اعداد دودویی را دنبال می‌کند، شمارنده دودویی نامیده می‌شود. یک شمارنده n بیتی متشكل

از n فلیپ فلاپ بوده و می‌تواند از ۰ تا 1^n را بشمارد.

شمارنده‌ها به دو صورت وجود دارند: شمارنده‌های موج‌گونه و شمارنده‌های همزمان. در یک شمارنده موج‌گونه، تغییر وضعیت خروجی فلیپ فلاپ به عنوان منبع تریگر کردن دیگر فلیپ فلاپ‌ها عمل می‌کند. به بیان دیگر، ورودی C بعضی از و یا همه فلیپ فلاپ‌ها با پالس‌های ساعت مشترکی تریگر یا راه اندازی نمی‌شوند. بر عکس در شمارنده همزمان، ورودی‌های C همه فلیپ فلاپ‌ها ساعت مشترکی، را دریافت می‌نمایند. شمارنده‌های همزمان در دو بخش بعد ارائه شده‌اند. در اینجا شمارنده‌های موج‌گونه BCD و دودویی را ارائه کرده و نحوه کار آنها را توضیح می‌دهیم.

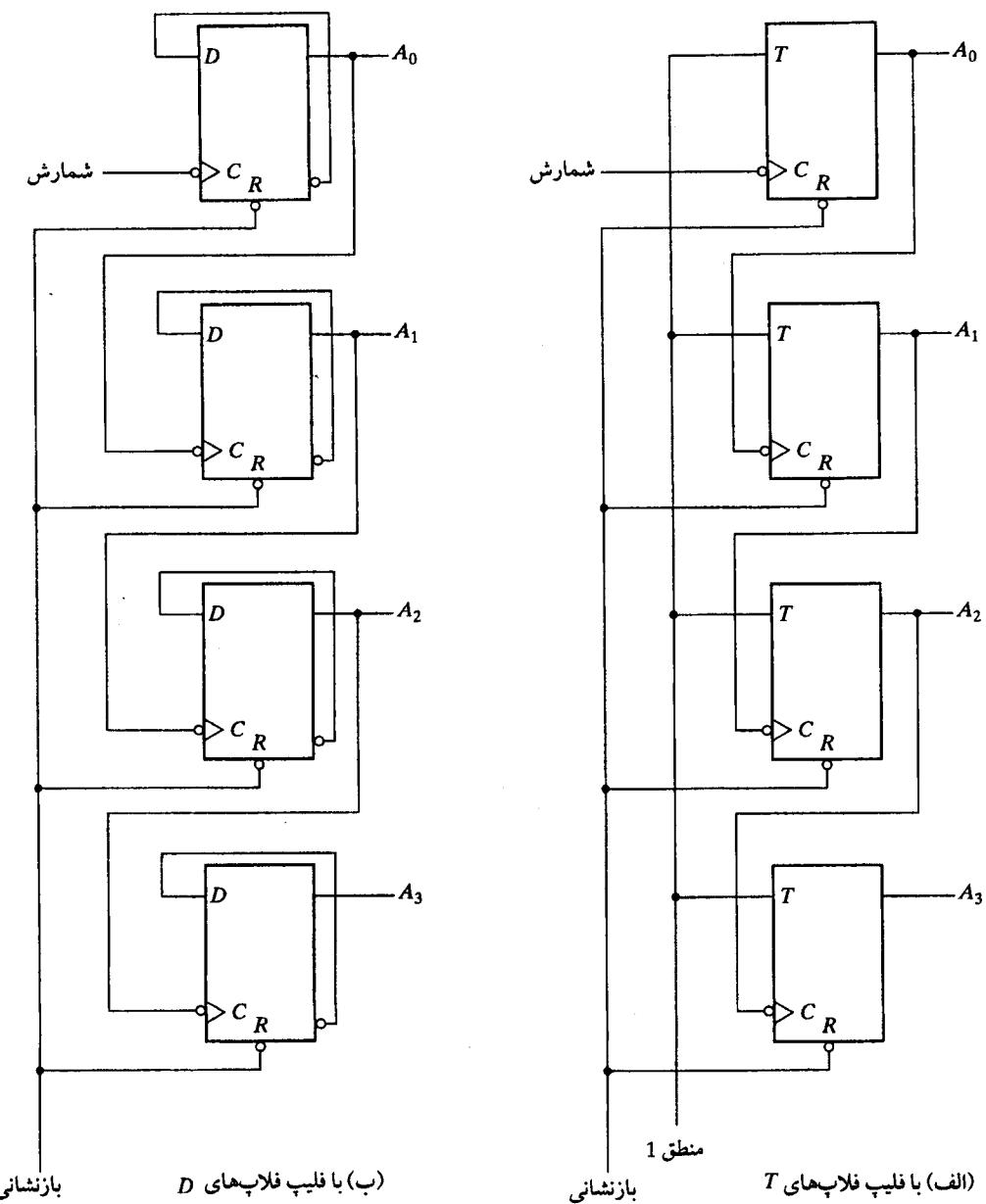
شمارنده موج‌گونه دودویی

یک شمارنده موج‌گونه دودویی از یک سری اتصال بین فلیپ فلاپ‌های متمم‌ساز تشکیل شده است. که خروجی هر فلیپ فلاپ به ورودی C فلیپ فلاپ مرتبه بالاتر وصل است. فلیپ فلاپی که کم ارزش‌ترین بیت را نگه می‌دارد، پالس‌های مورد شمارش را دریافت می‌کند. فلیپ فلاپ متمم‌ساز را می‌توان با یک فلیپ فلاپ JK که در آن J و K به هم وصل‌اند و یا از یک فلیپ فلاپ T ساخت. سومین امکان استفاده از فلیپ فلاپ D است که در آن خروجی متمم به ورودی D وصل است. به این ترتیب، ورودی D همواره متمم حالت فعلی بوده و پالس ساعت بعدی موجب متمم شدن خروجی اصلی آن خواهد شد. نمودار منطقی دو شمارنده دودویی 4 بیت در شکل ۶-۸ نشان داده شده است. شمارنده با فلیپ فلاپ‌های متمم‌ساز نوع T در بخش (الف) و نوع D در بخش (ب) ساخته شده است. خروجی هر فلیپ فلاپ به ورودی فلیپ فلاپ بعدی در رشته متصل است. همانطور که گفته شد فلیپ فلاپی که کم ارزش‌ترین بیت را نگه می‌دارد پالس‌های شمارش را دریافت می‌کند. ورودی‌های T همه فلیپ فلاپ‌ها در (الف) به طور دائم به منطق ۱ متصل‌اند. این شرایط موجب می‌شود تا با گذرا منفی در ورودی C فلیپ فلاپ متمم شود. حباب جلو نشانه گر دینامیک (\triangleright) در کنار C به این معنی است که فلیپ فلاپ‌ها به لبه منفی ورودی واکنش نشان می‌دهند. گذر منفی هنگامی رخ می‌دهد که خروجی فلیپ فلاپ قبل که به C وصل است از ۱ به ۰ برود.

برای درک عملکرد شمارنده دودویی 4 بیت، به ۹ عدد دودویی اول در جدول (۶-۴) مراجعه کنید.

جدول ۶-۴. رشته شمارش دودویی

A_3	A_2	A_1	A_0
0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	0	1
0	1	1	0
0	1	1	1
1	0	0	0



شکل ۸-۶. شمارنده موج گونه دودویی ۴ بیتی

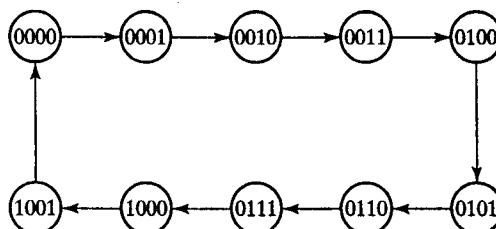
شمارش از ۰ دودویی شروع و با هر پالس در ورودی افزایش می‌یابد. پس از شماره ۱۵ شمارنده برای تکرار به ۰ باز می‌گردد. بیت کمارزش تر A_0 با هر پالس شمارش ورودی متمم می‌شود. هر بار که A_0 از ۱

به 0 برود، A_1 را متمم می‌سازد. هر بار که A_1 از 1 به 0 برود، A_2 را متمم می‌نماید. هر بار که A_2 از 1 به 0 برود، A_3 را متمم می‌کند. و به همین ترتیب بیت‌های بالاتر در شمارنده موج‌گونه تغییر می‌کنند. به عنوان مثال، گذر از 0011 به 0100 را در نظر بگیرید. A_0 با پالس ساعت متمم می‌شود. چون A_0 از 1 به 0 می‌رود، A_1 تریگر شده و متمم می‌گردد. در نتیجه A_1 از 1 به 0 می‌رود که به نوبه خود موجب متمم شدن A_2 گشته و آن را از 0 به 1 خواهد برد. A_2 نمی‌تواند A_3 را تریگر کند زیرا A_2 یک گذر مثبت را تولید می‌کند و فلیپ فلاب هم تنها به گذر منفی واکنش نشان می‌دهد.

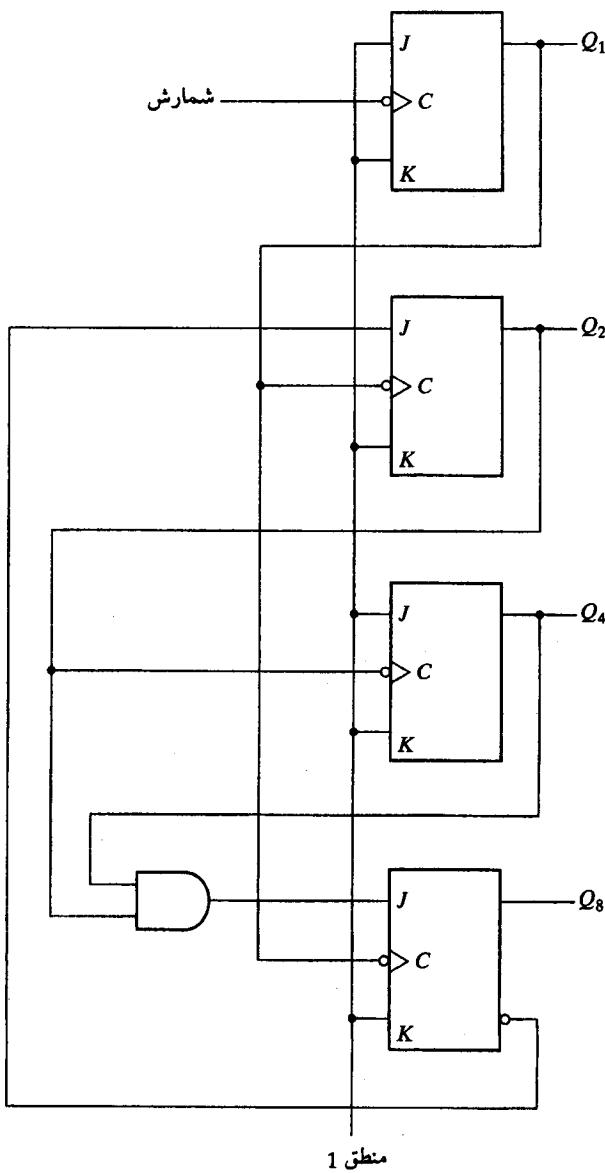
بنابراین شمارش از 0011 به 0100 با تغییر نوبتی بیت‌ها رخ می‌دهد، به طوری که شمارنده از 0011 به 0010، سپس به 0000 و بالاخره به 0100 خواهد رفت. هر بار یکی از فلیپ فلاب‌ها تغییر کرده و تغییر به پیش می‌رود و انتشار سیگنال در شمارنده از یک طبقه به طبقه دیگر مثل حرکت موج می‌ماند. یک شمارنده دودویی با شمارش معکوس را پایین شمار، شمارش با هر ورودی پالس شمارش، یک واحد کم می‌شد. شمارش یک پایین شمار 4 بیت از 15 شروع و به صورت 14، 13، 12، ...، 0، پایان یافته و سپس به 15 باز می‌گردد. لیستی از رشته شمارش یک شمارنده پایین شمار نشان می‌دهد که کم ارزش ترین بیت با هر پالس شمارش متمم شده است. هر بیت دیگر در رشته، اگر بیت کم ارزش تر قبل از آن از 0 به 1 برود، متمم می‌گردد. بنابراین نمودار یک پایین شمار مشابه شکل ۶-۸ خواهد بود، به شرطی که همه فلیپ فلاب‌ها باله مثبت ساعت تریگر شوند. (حباب در ورودی C باید حذف شود). اگر از فلیپ فلاب‌های حساس به لبه منفی استفاده شود، آنگاه ورودی C هر فلیپ فلاب باید به خروجی متمم فلیپ فلاب قبلی وصل گردد. آنگاه وقتی که خروجی غیر متمم از 0 به 1 برود، متمم از 1 به 0 رفته و فلیپ فلاب بعدی را آن طور که باید متمم خواهد کرد.

شمارنده BCD موج‌گونه

یک شمارنده ددهدی رشته‌ای از ده حالت را دنبال کرده و پس از 9 به 0 باز می‌گردد. چنین شمارنده‌ای باید حداقل چهار فلیپ فلاب برای نمایش هر رقم ددهدی داشته باشد، زیرا یک رقم ددهدی با کد چهار بیتی نشان داده می‌شود. رشته حالات در شمارنده ددهدی به وسیله کد دودویی مربوطه برای نمایش هر رقم دیجیتال معین می‌گردد. اگر BCD به کار رود، رشته حالات مطابق نمودار حالت شکل ۶-۹ خواهد بود. این جدول مشابه با جدول دودویی است. به جز این که پس از 1001 برای عدد ددهدی 9، 0000 را برای رقم ددهدی 0 خواهیم داشت.

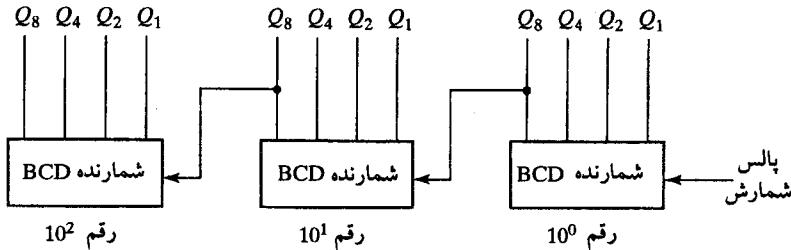


شکل ۶-۹. نمودار حالت یک شمارنده ددهدی



شکل ۶-۱۰. شمارنده موج گونه BCD

نمودار منطقی یک شمارنده BCD موج گونه با استفاده از فلیپ فلاپ JK در شکل ۶-۱۰ دیده می‌شود. چهار خروجی با حروف Q و اندیسی در زیر آن برای مشخص کردن وزن آن در BCD علامت‌گذاری شده است. توجه کنید که خروجی Q_1 به ورودی‌های C در هر دو ورودی Q_2 و Q_8 اعمال شده است و خروجی Q_2 هم به ورودی C از Q_4 وصل است. ورودی‌های J و K یا دائماً به ۱ وصلند و یا به خروجی



شکل ۶-۱۱. نمودار بلوکی یک شمارنده دهدی BCD با سه دهه

فلیپ فلاب های دیگر وصل شده اند. شمارنده موج گونه یک مدار غیر همزمان است. سیگنال ها بسته به ترتیبی که در آن از ۰ به ۱ می روند، روی فلیپ فلاب ها اثر می گذارند. عمل یک شمارنده با لیستی از حالات گذر هر فلیپ فلاب قابل تفسیر است. این حالات از نمودار منطقی و دانستن چگونگی عملکرد یک فلیپ فلاب JK حاصل می شود. به خاطر بسیارید وقتی که ورودی C از ۱ به ۰ می رود، اگر $J = 1$ باشد، فلیپ فلاب ۱ می شود و اگر $K = 1$ باشد به ۰ پاک می گردد، و نیز اگر $J = K = 0$ باشد متمم شده و بالاخره با $J = K = 0$ حالت فلیپ فلاب بی تغییر خواهد بود.

برای تحقیق و اطمینان از این که این حالات به ترتیب در شمارنده BCD رخ می دهند باید مطمئن شویم که گذر حالات فلیپ فلاب ها رشته ای را که به وسیله نمودار حالت شکل ۶-۹ مشخص شده دنبال می کند. حالت Q_1 پس از هر پالس ساعت عوض می شود. هر بار Q_1 از ۱ به ۰ برود و $Q_2 = Q_8$ باشد متمم می شود. وقتی $1 = Q_8$ شود، Q_2 در ۰ می ماند. هر بار Q_2 از ۰ به ۱ برود Q_4 متمم می گردد. مادامی که Q_2 و Q_4 در ۰ باشند، Q_8 در ۰ خواهد ماند. وقتی هر دو Q_2 و Q_4 برابر ۱ شوند، با تغییر ۱ به ۰ خروجی Q_1 ، خروجی Q_2 متمم می شود. با گذر بعدی Q_1 ، Q_8 پاک می شود.

شمارنده BCD شکل ۶-۱۰ یک شمارنده دهدی است، زیرا از ۰ تا ۹ می شمارد. برای شمارش از ۰ تا ۹۹ دو شمارنده دهدی لازم داریم. شمارش ۰ تا ۹۹۹ سه شمارنده دهدی لازم دارد. شمارنده های دهدی چند رقمی با اتصال سری شمارنده های BCD ساخته می شوند که هر کدام برای یک دهه است. یک شمارنده دهدی سه رقمی در شکل ۶-۱۱ در دیده می شود. ورودی ها به دو مین و سومین دهه از Q_8 دهه قبل وارد می شوند. وقتی Q_8 در یک دهه از ۱ به ۰ می رود، شمارنده دهه بالاتر را تریگر می کند، ضمن این که خودش از ۹ به ۰ باز می گردد.

۶- شمارنده های همزمان

شمارنده های همزمان در اعمال پالس ساعت به ورودی فلیپ فلاب ها با شمارنده های موج گونه تفاوت دارند. یک ساعت مشترک همه فلیپ فلاب ها را به طور همزمان تریگر می کند در صورتی که در نوع شمارنده های موج گونه هر بار فقط یک فلیپ فلاب تریگر می شود. تصمیم بر متمم شدن یک فلیپ فلاب از مقادیر داده های ورودی مانند T و J و K در لبه ساعت معین می شود. اگر $T=0$ یا $J=K=0$

باشد، حالت فلیپ فلاپ تغییر نمی‌نماید. اگر $T = 1$ یا $K = 1$ باشد، فلیپ فلاپ متمم می‌گردد. روال طراحی شمارنده‌های همزمان در بخش ۵-۷ ارائه شد و طراحی شمارنده دودویی ۳ بیت با توجه به شکل ۵-۳۱ انجام شد. در این بخش، تعدادی از مدارهای همزمان و عملکرد آنها را توضیح می‌دهیم.

شمارنده دودویی

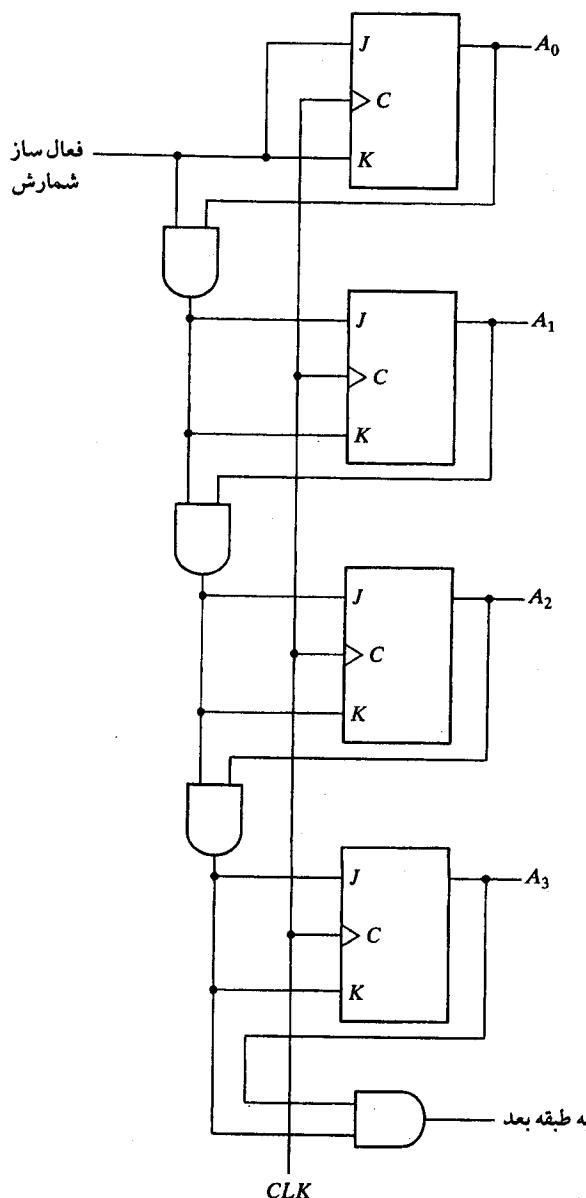
طراحی یک شمارنده دودویی آن قدر ساده است که نیازی به پیگیری مراحل طراحی را ندارد. در شمارنده دودویی همزمان، فلیپ فلاپ واقع در کم ارزش‌ترین مکان با هر پالس یکبار متمم می‌شود. فلیپ فلاپ‌های واقع در هر مکان هنگامی متمم می‌شود که همه فلیپ فلاپ‌های پایین‌تر ۱ باشند. مثلاً اگر حالت فعلی یک شمارنده ۴ بیت $A_0A_1A_2A_3 = 0011$ باشد، شماره بعدی ۰۱۰۰ خواهد بود. لازم به یادآوری است که در مثال فوق A_0 مرتبًا متمم می‌شود. A_1 هنگامی متمم می‌گردد که A_0 برابر ۱ باشد. A_2 هنگامی ۱ می‌شود که $A_1A_0 = 11$ باشد. با این وجود A_3 متمم نمی‌شود زیرا حالت فعلی $A_2A_1A_0 = 011$ است، چون حالت تمام ۱ وجود ندارد.

شمارنده‌های دودویی همزمان الگوی منظمی دارند و می‌توان آنها را با متمم کردن فلیپ فلاپ‌ها و گیت‌ها ساخت. نظم الگو را می‌توان با توجه به شکل ۶-۱۲ ملاحظه کرد. ورودی‌های C همه فلیپ فلاپ‌ها به ساعت مشترکی وصل‌اند. شمارنده با ورودی فعال‌ساز شمارش، فعال می‌گردد. اگر ورودی فعال‌ساز ۰ باشد، ورودی همه J‌ها و K‌ها برابر ۰ خواهد بود و بنابراین ساعت قادر نخواهد بود حالت شمارنده را عرض کند. در اولین طبقه، A_0 ، اگر شمارنده فعال شود $1 = K = J$ خواهد بود. در دیگر طبقات، J‌ها و K‌ها به شرطی ۱ هستند که همه طبقات کم ارزش‌تر آنها برابر ۱ و ورودی شمارش هم فعال شده باشد. در هر طبقه، زنجیره گیت‌های AND منطق لازم را برای ورودی‌های J و K فراهم می‌کنند. شمارنده را می‌توان به هر تعداد از طبقات گسترش داد که در آن هر طبقه یک گیت AND و یک فلیپ فلاپ اضافی خواهد داشت و هرگاه همه فلیپ فلاپ‌های طبقات قبل ۱ شوند خروجی AND برابر با ۱ خواهد بود.

توجه داشته باشید که فلیپ فلاپ‌ها در لبه مثبت ساعت تریگر می‌شوند. قطبیت ساعت، آنطور که در شمارنده‌های موج‌گونه مهم بود، در اینجا اهمیت ندارد. شمارنده همزمان با هر یک از دو لبه مثبت یا منفی پالس ساعت تریگر می‌گردد. فلیپ فلاپ‌های متمم‌ساز در یک شمارنده دودویی می‌توانند از نوع JK، T، D یا XOR باشند. هم‌ارزی سه نوع فلیپ فلاپ در شکل ۵-۱۳ مشخص شده است.

بالا-پایین شمار دودویی

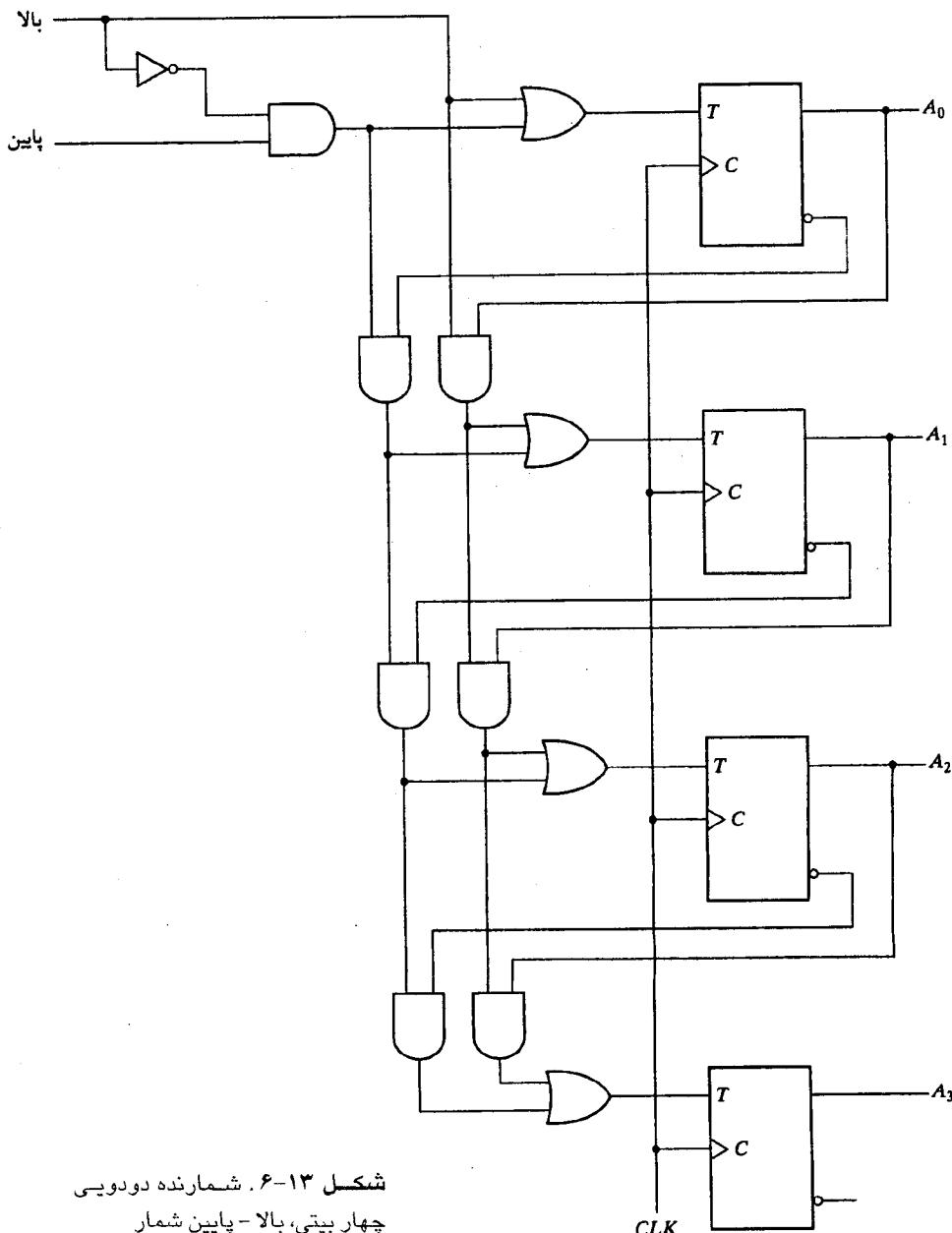
یک شمارنده پایین شمار دودویی همزمان وارد حالات معکوسی از ۱۱۱۱ به سمت ۰۰۰۰ و سپس به ۱۱۱۱ می‌شود تا شمارش را تکرار کند. می‌توان شمارنده پایین شماری به روش معمول ساخت، ولی نتایج از وارسی شمارش دودویی پایین شمار قابل پیش‌بینی هست. به این ترتیب که بیت مکان کم ارزش‌تر با هر پالس متمم می‌شود. هر بیت در هو مکان دیگر اگر همه بیت‌های کم ارزش‌تر ۰ باشند،



شکل ۶-۱۲. شمارنده دودویی همزمان ۴ بیتی

متمن می‌گردد. مثلاً پس از حالت فعلی 0100، حالت بعدی 0011 قرار دارد. کم‌ارزش‌ترین بیت همواره متمن می‌گردد. بیت بازرسی‌تر دوم چون بیت اول 0 است، متمن می‌شود. سومین بیت متمن می‌شود زیرا دو بیت اول برابر 0 اند. ولی چهارمین بیت تغییر نمی‌کند چون همه بیت‌های پایین رتبه 0 نیستند.

یک شمارنده پایین شمار می‌تواند مشابه شکل ۶-۱۲ ساخته شود، با این تفاوت که ورودی گیت‌ها از خروجی‌های متمم فلیپ فلاب‌های قبلی می‌آیند. می‌توان دو عمل بالا و پایین شمار را با هم ترکیب کرد و به این ترتیب بالا-پایین شمار ساخت. مدار چنین شمارنده‌ای که از فلیپ فلاب‌های T استفاده می‌کند در شکل ۶-۱۳ آمده است. این مدار دارای یک ورودی کنترل بالا و یک ورودی کنترل پایین



شکل ۶-۱۳. شمارنده دوبویس
چهار بیتی، بالا - پایین شمار

است. وقتی ورودی بالا برابر ۱ است، مدار رو به بالا می‌شمارد، زیرا ورودی‌های T سیگنال‌های خود را از مقادیر خروجی نرمال فلیپ‌ها دریافت می‌کنند. وقتی ورودی پایین برابر ۱ است ورودی بالا برابر ۰ است، مدار رو به پایین می‌شمارد زیرا خروجی‌های متمم شده فلیپ‌فلات‌های قبلی به ورودی‌های T اعمال شده‌اند. وقتی هر دو مقدار بالا و پایین ۰ باشند، مدار تغییر نکرده و شماره ثابت می‌ماند. وقتی هر دو ورودی بالا و پایین ۱ باشند، مدار رو به بالا می‌شمارد. این موجب می‌شود تا همیشه تنها یک عمل اجرا گردد.

شمارنده BCD

یک شمارنده BCD دهدۀ کد شده به دودویی از ۰۰۰۰ تا ۱۰۰۱ و بعد ۰۰۰۰ می‌شمارد. به دلیل بازگشت از ۹ به ۰، یک شمارنده BCD دارای الگوی منظمی همچون شمارنده دودویی نیست. برای راه‌اندازی مدار یک شمارنده همزمان BCD، لازم است از روال طراحی یک مدار ترتیبی استفاده شود. جدول حالت یک شمارنده BCD در جدول ۶-۵ لیست شده است. وضعیت ورودی فلیپ‌فلات‌های T از حالات فعلی و بعدی بدست می‌آیند. یک خروجی y هم در جدول دیده می‌شود. وقتی حالت فعلی ۱۰۰۱ باشد این خروجی برابر ۱ است. به این ترتیب y می‌تواند شمارش دهه بالا را از ۰۰۰۰ بروز کرده و به طور همزمان از ۱۰۰۱ به ۰۰۰۰ ببرد.

معادلات ورودی فلیپ‌فلات‌ها را می‌توان به کمک نقشه ساده کرد. حالات بی‌استفاده برای میترم‌های ۱۰ الی ۱۵ جملات بی‌اهمیت تلقی می‌شوند. توابع ساده شده عبارتند از:

$$\begin{aligned} T_{Q_1} &= 1 \\ T_{Q_2} &= Q'_8 Q_1 \\ T_{Q_4} &= Q_2 Q_1 \\ T_{Q_8} &= Q_8 Q_1 + Q_4 Q_2 Q_1 \\ y &= Q_8 Q_1 \end{aligned}$$

جدول ۶-۵. جدول حالت یک شمارنده BCD

حالت فعلی				حالت بعدی				خروجی	ورودی‌های فلیپ‌فلات			
Q_8	Q_4	Q_2	Q_1	Q_8	Q_4	Q_2	Q_1	y	TQ_8	TQ_4	TQ_2	TQ_1
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1

می توان مدار را به سادگی با چهار فلیپ فلاپ T و پنچ گیت AND و یک OR طراحی کرد. شمارندهای BCD همزمان را می توان برای شمارش اعداد دهدی با هر طول به صورت متواالی به یکدیگر متصل کرد. این نوع سری سازی در شکل ۱۱-۶ دیده شد، با این تفاوت که خروجی z باید به ورودی شمارش دهه بالارزش تر بعدی وصل گردد.

شمارنده دودویی با بار شدن موازی

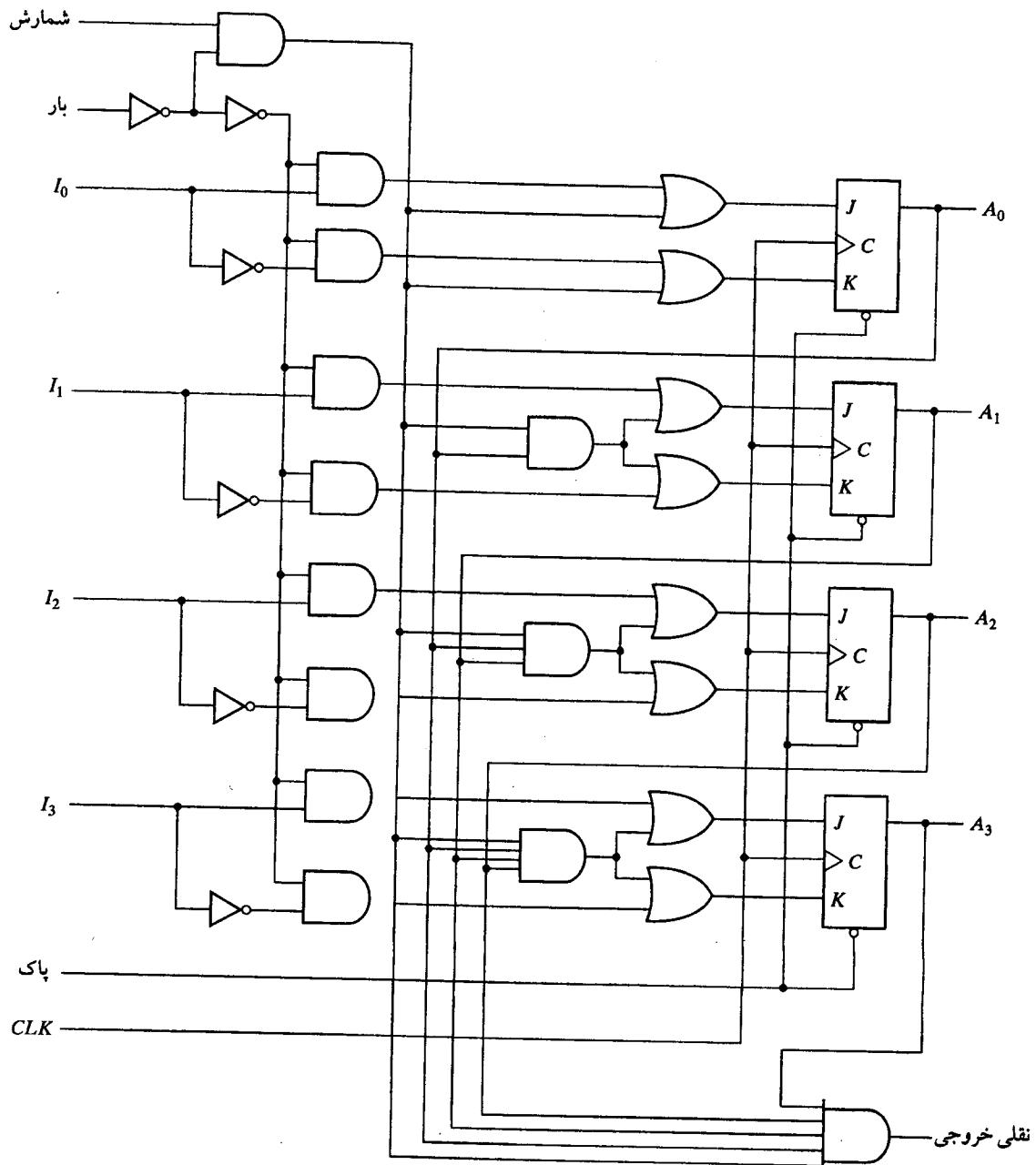
اغلب شمارندهایی که در سیستم‌های دیجیتال به کار می‌روند نیاز به قابلیت انتقال موازی یک عدد دودویی اولیه به داخل شمارنده، قبل از شروع دارند. شکل ۱۴-۶ نمودار منطقی یک ثبات ۴ بیت را نشان می‌دهد، که قابلیت بار شدن موازی دارد و می‌تواند به عنوان یک شمارنده به کار رود. اگر ورودی کنترل بار شدن در وضعیت ۱ باشد، عمل شمارش را غیرفعال می‌کند و موجب انتقال داده از چهار ورودی داده به چهار فلیپ فلاپ می‌گردد. اگر هر دو ورودی کنترل ۰ باشد، پالس‌های ساعت حالت ثبات را عوض نمی‌کند.

ضمن فعال بودن ورودی شمارش، اگر همه فلیپ فلاپ‌ها در ۱ باشند، خروجی نقلی ۱ می‌شود. این حالتی است که طی آن فلیپ فلاپ بیت بالارزش تر بعدی متمم می‌گردد. خروجی نقلی برای گسترش شمارنده به بیش از چهار بیت نیز مفید است. هنگام تولید مستقیم نقلی خروجی به دلیل کاهش تأخیر آن سرعت شمارنده افزایش می‌یابد. در رفتن از ۱۱۱۱ به ۰۰۰۰، تنها یک گیت تأخیر وجود دارد، در صورتی که در زنجیره گیت AND شکل ۱۲-۶، چهار گیت تأخیر موجود است. به طور مشابه هر فلیپ فلاپ به یک گیت AND مرتبط است که مستقیماً خروجی همه فلیپ فلاپ‌ها را دریافت می‌کند.

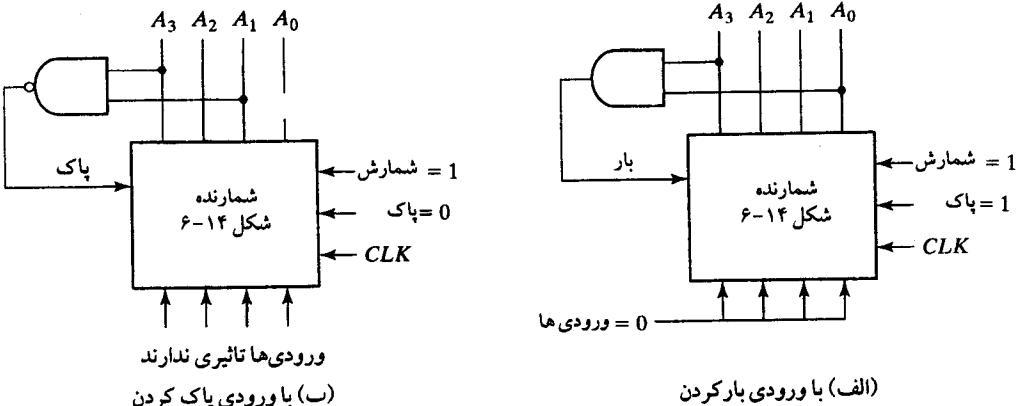
عملکرد شمارنده در جدول ۶-۶ خلاصه شده است. چهار ورودی کنترل، یعنی پاک، CLK، بار و شمارش حالت بعدی را معین می‌کنند. ورودی پاک غیرهمزمان است و هر وقت ۰ شود بدون توجه به وجود پالس ساعت یا دیگر ورودی‌ها، شمارنده را پاک می‌کند. این مطلب با وارده X در جدول ذکر شده که به معنی حالات بی‌اهمیت برای ورودی‌هاست. در دیگر حالات ورودی پاک در ۱ قرار دارد. با قرار داشتن ورودی‌های بار و شمارش در ۰، خروجی‌ها عوض نمی‌شوند. با ورودی بار در ۱، انتقال از $I_3 - I_0$ به ثبات در لبه مثبت پالس ساعت انجام می‌شود. مستقل از مقدار ورودی شمارش، داده ورودی در ثبات بار می‌شود، زیرا ورودی شمارش با فعال شدن ورودی بار، غیرفعال می‌شود. اگر ورودی شمارش کنترل شده باشد، ورودی بار در ۰ خواهد بود.

جدول ۶-۶. جدول عملکرد شمارنده شکل (۱۴-۶)

تابع	شمارش	بار	CLK	پاک کننده
به ۰ پاک می‌شود	X	X	X	۰
ورودی بالارشونده	X	۱	↑	۱
شمارش حالت دودویی بعدی	۱	۰	↑	۱
بلاتفیر	۰	۰	↑	۱



شکل ۱۴-۶. شمارنده دودویی ۴ بیتی با امکان بار شدن موازی



شکل ۶-۱۵. دو روش دسترسی به شمارنده BCD با امکان بار شدن موازی

یک شمارنده با بار شدن موازی را می‌توان برای تولید هر رشته شمارش مورد نظر به کار برد. شکل ۶-۱۵ دو راه تولید شمارش BCD با بار شدن موازی را نشان می‌دهد. در هر حال، برای فعال کردن شمردن از طریق ورودی CLK، کنترل شمارش در ۱ قرار داده می‌شود. همچنین به خاطر بسپارید که کنترل بار از شمردن جلوگیری می‌کند و عمل پاک مستقل از دیگر ورودی‌های کنترل است.

گیت AND در شکل ۶-۱۵ (الف) وقوع حالت 1001 را نشان می‌آورد. شمارنده در آغاز به ۰ پاک می‌شود و سپس ورودی‌های پاک و بار به ۱ برده می‌شوند بنابراین شمارنده همواره فعال خواهد بود. مادامی که خروجی گیت AND برابر ۰ است، هر لب ساعت مثبت، شمارنده را یک بار افزایش می‌دهد. وقتی که خروجی به ۱001 برسد، A₀ و A₃ برابر ۱ خواهند شد و بنابراین خروجی گیت AND برابر ۱ می‌گردد. این حالت ورودی بار را فعال می‌کند و بنابراین در لب ساعت بعدی ثبات نمی‌شمارد، ولی از طریق چهار ورودی بار خواهد شد. چون همه ورودی‌ها به منطق ۰ مرتبط هستند و همه مقادیر ۰ به دنبال شماره 1001، وارد ثبات می‌گردند، بنابراین طبق آنچه در BCD لازم است از 0000 تا 1001 شمرده و سپس به 0000 باز می‌گردد.

در شکل ۶-۱۵ (ب)، گیت AND شماره 1010 را تشخیص می‌دهد، و به محض وقوع آن، ثبات پاک می‌شود. شماره 1010 برای ماندن فرصت چندانی نمی‌باشد زیرا ثبات بالاصله به ۰ خواهد رفت. هنگام رفتن از 1010 به 1011 در خروجی A₀ یک جرقه کوچک رخ داده و بلافاصله به ۰ خواهد رفت. این جرقه لحظه‌ای ممکن است مطلوب نباشد و به این دلیل، این آرایش پیشنهاد نمی‌گردد. اگر شمارنده دارای ورودی پاک کردن باشد، می‌توان پس از 1001 آن را پاک کرد.

۵-۶ دیگر شمارنده‌ها

می‌توان شمارنده‌ها را برای تولید هر رشته از حالات طراحی کرد. یک شمارنده تقسیم بر N که به آن N شمار هم می‌گویند، شمارنده‌ای است که یک رشته N حالتی را تکرار می‌کند. رشته ممکن است

شمارش دودویی یا دیگر رشته‌های اختیاری را دنبال کند. از شمارنده‌ها برای تولید سیگنال‌های زمانبندی جهت کنترل یک رشته از اعمال در یک سیستم دیجیتال استفاده می‌شود. شمارنده را می‌توان با شیفت رجیسترها هم ساخت. به این دلیل، به معرفی چند شمارنده غیردودویی می‌پردازیم.

شمارنده با حالات بی استفاده

مداری با n فلیپ فلاپ دارای 2^n حالت دودویی است. مواردی وجود دارد که در آن یک مدار ترتیبی حالات کمتری از حداکثر فوق را به کار می‌برد. حالاتی که به کار نرونده در جدول حالت لیست نمی‌شوند. هنگام ساده کردن معادلات ورودی، حالات به کار نرفته را می‌توان به عنوان حالت بی اهمیت یا حالت خاص بعدی تلقی کرد. به محض طراحی و ساخت مدار عوامل خارجی ممکن است آن را وارد یکی از حالات به کار نرفته کنند. در این حال لازم است مطمئن شویم که مدار بالاخره وارد یکی از حالات معتبر خواهد شد و بنابراین عملکرد معمول خود را دنبال خواهد کرد. در غیر این صورت، اگر مدار ترتیبی در میان حالات به کار نرفته به عنوان حالات بی اهمیت تصور شوند، آنگاه پس از طراحی مدار، باید در مورد اثر آنها تحقیق به عمل آید. پس از طراحی می‌توان حالت بعدی حاصل از حالت به کار نرفته را با تحلیل مدار بدست آورد.

به منظور تشریح، شمارنده مربوط به جدول ۶-۷ را ملاحظه کنید. شمارش، رشته‌ای تکراری از شش حالت است، که فلیپ فلاپ‌های B و C شماره‌های دودویی ۰۰، ۰۱ و ۱۰ را تکرار می‌کنند و A نیز هر سه شماره یک بار از ۰ به ۱ و بالعکس تغییر می‌نماید. رشته شمارش شمارنده دودویی سر راست نیست و دو حالت ۰۱۱ و ۱۱۱ در شمارش لحظه نشده‌اند. انتخاب فلیپ فلاپ‌های JK شرایط ورودی جدول را به دنبال خواهد داشت. ورودی‌های K_B و K_C تنها ۱ و X را در ستون‌های خود دارند، بنابراین این حالات همیشه برابر ۱ هستند. معادلات ورودی دیگر را می‌توان با میترم‌های ۳ و ۷ به عنوان بی اهمیت مشخص کرد. معادلات ساده شده به قرار زیراند:

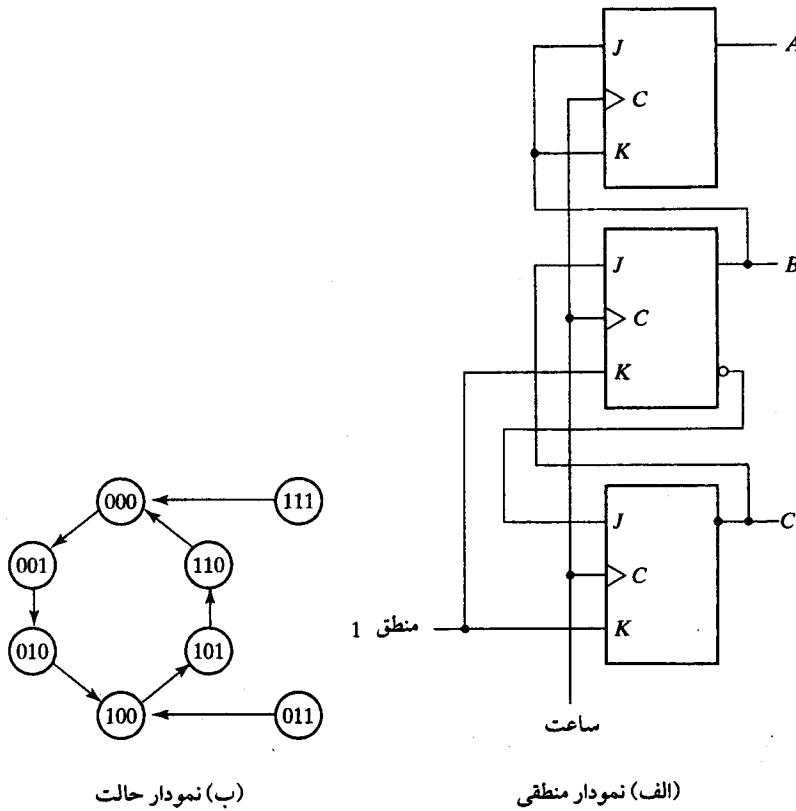
$$J_A = B \quad K_A = B$$

$$J_B = C \quad K_B = 1$$

$$J_C = B' \quad K_C = 1$$

جدول ۶-۷. جدول حالت شمارنده

حالات فعلی			حالات بعدی			ورودی‌های فلیپ فلاپ					
A	B	C	A	B	C	J_A	K_A	J_B	K_B	J_C	K_C
0	0	0	0	0	1	0	X	0	X	1	X
0	0	1	0	1	0	0	X	1	X	X	1
0	1	0	1	0	0	1	X	X	1	0	X
1	0	0	1	0	1	X	0	0	X	1	X
1	0	1	1	1	0	X	0	1	X	X	1
1	1	0	0	0	0	X	1	X	1	0	X



شکل ۶-۱۶. شمارنده‌ای با حالات به کار رفته

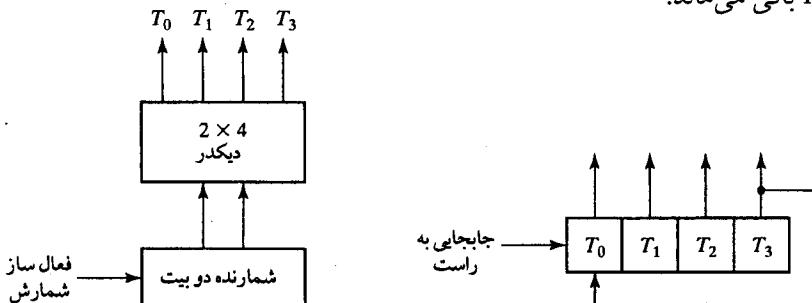
نمودار منطقی شمارنده در شکل ۶-۱۶ (الف) دیده می‌شود. چون دو حالت به کار نرفته وجود دارد، مدار را برای تعیین اثر آن‌ها تحلیل می‌کنیم. اگر مدار به علت وقوع یک سیگنال خطا به حالت 011 برود، پس از اعمال یک پالس ساعت به 100 خواهد رفت. با بررسی نمودار منطقی و توجه به این که با $B = 1$ لبه ساعت بعدی A متمم و C به 0 می‌رود، وقتی $1 = C$ باشد لبه پالس بعدی B را متمم می‌کند، این نتیجه‌گیری به عمل آمده است. به طریقی مشابه، می‌توان حالت بعدی را از حالت فعلی 111 به 000 ارزیابی کرد.

نمودار حالت همراه با حالات به کار نرفته در شکل ۶-۱۶ (ب) ملاحظه می‌شود. اگر مدار به علت عوامل خارجی وارد یکی از حالات بی‌استفاده شود، پالس شمارش بعدی آن را به یکی از حالات معتبر خواهد برد و آنگاه مدار به طور صحیحی به شمارش خود ادامه خواهد داد. بنابراین، مدار خود تصحیح است. یک شمارنده خود تصحیح اگر در یکی از حالات به کار نرفته برود، نهایتاً پس از یک یا چند پالس ساعت به رشتۀ شمارش طبیعی باز خواهد گشت.

شمارنده حلقوی

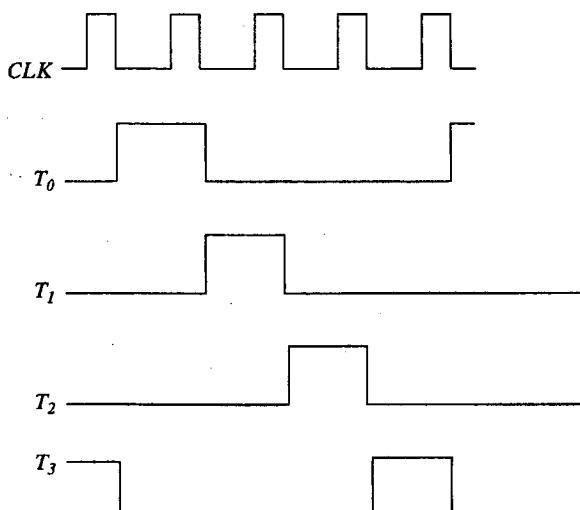
سیگنال‌های زمانبندی که رشته عملیاتی را در یک سیستم دیجیتال کنترل می‌کنند با یک شیفت رجیستر یا یک شمارنده و یک دیکدر قابل تولیدند. یک شمارنده حلقوی یک شیفت رجیستر چرخشی است که در آن هر بار تنها یک فلیپ فلاب در حالت ۱ است و همه دیگر فلیپ فلاب‌ها صفراند. تنها بیت نشانده (۱) به فلیپ فلاب بعدی جابجا می‌شود تا رشته‌ای از سیگنال‌های زمانبندی تولید گردد.

شکل ۶-۱۷ (الف) یک شیفت رجیستر ۴ بیت متصل به یک شمارنده حلقوی را نشان می‌دهد. مقدار اولیه ثبات ۱۰۰۰ است. تنها بیت فوق الذکر با هر پالس ساعت به سمت راست جابجا می‌شود و چرخش هم از T_3 به T_0 اتفاق می‌افتد. هر چهار پالس ساعت یک بار یکی از فلیپ فلاب‌ها در حالت ۱ قرار می‌گیرد. هر خروجی پس از یک گذر لبه منفی پالس ساعت، ۱ می‌گردد و در طول سیکل ساعت بعدی در ۱ باقی می‌ماند.



(ب) شمارنده و دیکدر

(الف) شمارنده حلقوی (مقدار اولیه = 1000)



(پ) رشته‌ای از چهار سیگنال زمانی

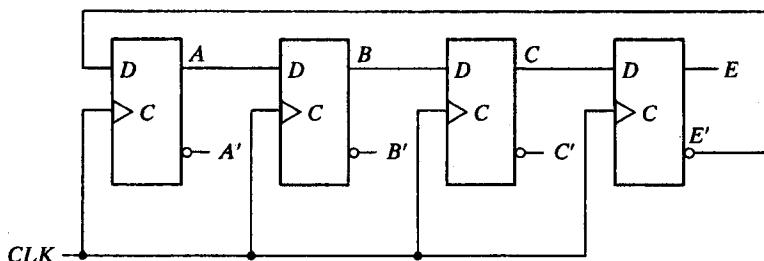
شکل ۶-۱۷. تولید سیگنال‌های زمانی

سیگنال‌های زمانبندی با یک شمارنده 2 بیت که به چهار حالت جدا از هم می‌رود نیز تولید می‌گردد. دیکدر شکل ۶-۱۷ (ب) چهار حالت شمارنده را دیکد می‌کند و رشته سیگنال‌های زمانبندی لازم را ایجاد می‌نماید.

برای تولید 2^n سیگنال، به یک شیفت رجیستر با 2^n فلیپ فلاپ و یا به یک شمارنده دودویی n بیتی همراه با یک دیکدر n به 2^n نیاز است. مثلاً 16 سیگنال زمانبندی می‌تواند با یک شیفت رجیستر 16 بیتی به عنوان یک شمارنده حلقوی یا یک شمارنده 4 بیت و یک دیکدر 4 به 16 تولید گردد. در حالت اول، به 16 فلیپ فلاپ نیاز است. در دومی، 4 فلیپ فلاپ و 16 گیت AND چهار ورودی برای دیکدر لازم می‌باشد. در این حالت تعداد فلیپ فلاپ‌ها کمتر از شمارنده حلقوی است و دیکدر تنها گیت دو ورودی نیاز دارد. این ترکیب را شمارنده جانسون نامند.

شمارنده جانسون

یک شمارنده حلقوی k بیتی، یک بیت را بین k فلیپ فلاپ گردش می‌دهد تا بدین وسیله k حالت قابل تفکیک تولید شود. اگر شیفت رجیستر به صورت یک شمارنده حلقوی دنباله چرخان در آید، تعداد این حالات دو برابر می‌شود. شمارنده حلقوی دنباله چرخان یک شیفت رجیستر دور است که خروجی متمم آخرین فلیپ فلاپ به ورودی اولین فلیپ فلاپ متصل شده است. شکل ۶-۱۸ (الف) چنین شیفت رجیستری را نشان می‌دهد. اتصال پسخوردنی از خروجی متمم سمت راست ترین فلیپ فلاپ به



(الف) شمارنده حلقوی چهار طبقه دنباله چرخان

رشته اعداد	خروجی‌های فلیپ فلاپ				گیت AND لازم برای خروجی
	A	B	C	E	
1	0	0	0	0	$A'E'$
2	1	0	0	0	AB'
3	1	1	0	0	BC'
4	1	1	1	0	CE'
5	1	1	1	1	AE
6	0	1	1	1	$A'B$
7	0	0	1	1	$B'C$
8	0	0	0	1	$C'E$

(ب) رشته شمارش و دیکد کردن مورد نیاز

شکل ۶-۱۸. ساختار یک شمارنده جانسون

ورودی سمت چپ ترین فلیپ فلاپ ایجاد می‌گردد. شیفت رجیستر مزبور محتوای خود را با هر پالس ساعت یک بار به سمت راست جابجا می‌کند، و در همان زمان مقدار متمم فلیپ فلاپ E به فلیپ فلاپ A منتقل می‌گردد. با شروع از حالت پاک شده، شمارنده حلقوی وارد رشته حالات هشتگانه‌ای می‌شود، شکل ۶-۱۸ (ب). به طور کلی، یک شمارنده حلقوی دنباله چرخان k بیتی یک رشته $2k$ حالت را دنبال می‌نماید. این شمارنده از حالتی که همه بیت‌های آن ۰ است شروع می‌نماید و هر عمل شیفت یک ۱ را از سمت چپ وارد می‌کند تا همه ثبات‌ها با ۱ پر شود. در دنباله عملیات ۰ ها از سمت چپ وارد می‌شوند تا وقتی که همه بیت‌های ثبات مجدداً با ۰ پر شوند.

شمارنده جانسون، شمارنده حلقوی دنباله چرخان k بیتی به همراه $2k$ گیت برای دیکدر کردن و تهیه $2k$ سیگنال زمانبندی خروجی است. گیت‌های دیکدر در شکل ۶-۱۸ نشان داده نشده‌اند، اما در آخرین ستون جدول مشخص گردیده‌اند. پس از وصل هشت گیت لیست شده در جدول، ساختار شمارنده جانسون کامل خواهد بود. نظر به این که هر گیت در هین یک حالت ویژه توانا می‌شود، خروجی گیت‌ها، به ترتیب هشت سیگنال زمانبندی را تولید خواهند کرد.

دیکدر کردن یا رمزگشایی یک شمارنده k بیتی حلقوی دنباله چرخان در بسته آورن $2k$ دنباله زمانی، از یک الگوی منظم پیروی می‌کند. حالتی که همه بیت‌ها ۰ هستند توسط خروجی‌های متمم دو فلیپ فلاپ واقع در منتهی‌الیه دیکد می‌شود. کلیه حالات دیگر با الگوی ۰ و ۱ یا ۰ مجاور دیکد می‌شوند. به عنوان مثال، دنباله ۷ دارای یک الگوی ۰ و ۱ در فلیپ فلاپ‌های B و C است. بنابراین خروجی دیکد شده با گرفتن متمم B و خروجی طبیعی C یعنی C' بسته می‌آید.

یکی از معایب مدار شکل ۶-۱۸ (الف) این است که اگر مدار به حالت بی‌استفاده وارد شود، شروع به دنبال کردن حالات نامعتبر کرده و هرگز راهش را به یک حالت معتبر نخواهد یافت. این شکل را می‌توان با تصحیح مدار به صورتی که از حالت نامعتبر دوری جوید، رفع کرد. یکی از روش‌های اصلاح، قطع خروجی فلیپ فلاپ B است که به ورودی D فلیپ فلاپ C می‌رود

$$D_C = (A + C)B$$

که معادله ورودی فلیپ فلاپ برای ورودی D در فلیپ فلاپ C است. شمارنده جانسون را می‌توان با هر طول زمانی ساخت. تعداد فلیپ فلاپ‌های لازم نصف تعداد سیگنال‌های زمانبندی است. تعداد گیت‌ها برای ساخت آن نصف تعداد سیگنال‌های زمانبندی بوده و فقط گیت دو ورودی نیاز دارد.

۶-۶ HDL برای ثبات‌ها و شمارنده‌ها

ثبات‌ها و شمارنده‌ها را می‌توان در هر یک از سطوح رفتاری و ساختاری توصیف کرد. در سطح رفتاری، ثبات با انواع عملیاتی که مشابه جدول تابع انجام می‌دهد مشخص می‌گردد. یک توصیف ساختاری مدار را برحسب مجموعه‌ای از اجزاء مانند گیت‌ها، فلیپ فلاپ‌ها و مولتی پلکسراها نشان می‌دهد. انواع عناصر برای تشکیل توصیف سلسله مراتبی طرح، مشابه یک نمودار منطقی ذکر می‌گردد. در این فصل سه مدار را برای تشریح دو نوع توصیف به کار خواهیم برد.

شیفت رجیستر

شیفت رجیستر یونیورسال که در بخش ۶-۶ ارائه شد، یک شیفت رجیستر دو جهته با بار شدن موازی است. چهار عملی که به وسیله ثبات ساعت دار اجرا شده اند در جدول (۶-۶) دیده می شوند. می توان ثبات را به طور غیرهمزمان هم پاک کرد. توصیف رفتاری یک شیفت رجیستر یونیورسال در مثال ۶-۱ HDL نشان داده شده است. در مجموع، دو ورودی انتخاب، دو ورودی سریال، یک ورودی موازی ۴ بیت و یک خروجی موازی ۴ بیت وجود دارند. بلوک always پنج عملی که با ثبات قابل اجرا است را توصیف می نماید. ورودی Clr ثبات را به طور غیرهمزمان پاک می کند. برای این که ثبات به لبه مشیت ساعت واکنش نشان دهد، Clr باید در سطح منطقی بالا باشد. چهار عمل ساعت دار ثبات از مقادیر دو ورودی انتخاب در عبارت case مشخص می گردند (S1 و S0 بعد از کلمه کلیدی case به ترتیب در داخل کروشه قرار گرفته اند). عمل جابجایی با عملیات زنجیره ای ورودی سریال و سه فلیپ فلاپ انجام می شود. مثلاً عبارت

$$A = \{rtin, A[3:1]\}$$

به معنی جابجایی زنجیره ورودی سریال به سمت راست (rtin) با فلیپ فلاپ های A₃، A₂ و A₁ است تا یک عدد ۴ بیتی تشکیل شده و به [0 : 3] A انتقال یابد. این موجب تولید یک عمل جابجایی به راست می گردد. توجه کنید که عمل مدار مستقل از هر سخت افزاری بیان شد.

ساختر ثبات با مراجعه به نمودار منطقی شکل ۶-۷ قابل توصیف است. نمودار نشان می دهد که ثبات با چهار مولتی پلکسر و چهار فلیپ فلاپ D ساخته شده است. توصیف ساختاری ثبات در

مثال ۶-۱

```
//Behavioral description of
//Universal shift register
// Fig. 6-7 and Table 6-3
module shftreg (s1,s0,Pin,lfin,rtin,A,CLK,Clr);
    input s1,s0;                                //Select inputs
    input lfin, rtin;                            //Serial inputs
    input CLK,Clr;                               //Clock and Clear
    input [3:0] Pin;                             //Parallel input
    output [3:0] A;                            //Register output
    reg [3:0] A;
    always @ (posedge CLK or negedge Clr)
        if (~Clr) A = 4'b0000;
        else
            case ({s1,s0})
                2'b00: A = A;                      //No change
                2'b01: A = {rtin,A[3:1]};          //Shift right
                2'b10: A = {A[2:0],lfin};          //Shift left
                2'b11: A = Pin;                   //Parallel load input
            endcase
endmodule
```

```

//Structural description of
//Universal shift register(see Fig. 6-7)
module SHFTREG ( I,select,lfin,rtin,A,CLK,Clr);
    input [3:0] I;           //Parallel input
    input [1:0] select;      //Mode select
    input lfin,rtin,CLK,Clr; //Serial inputs,clock,clearn
    output [3:0] A;          //Parallel output
//Instantiate the four stages
    stage ST0 (A[0],A[1],lfin,I[0],A[0],select,CLK,Clr);
    stage ST1 (A[1],A[2],A[0],I[1],A[1],select,CLK,Clr);
    stage ST2 (A[2],A[3],A[1],I[2],A[2],select,CLK,Clr);
    stage ST3 (A[3],rtin,A[2],I[3],A[3],select,CLK,Clr);
endmodule

//One stage of shift register
module stage(i0,i1,i2,i3,Q,select,CLK,Clr);
    input i0,i1,i2,i3,CLK,Clr;
    input [1:0] select;
    output Q;
    reg D;
//4x1 multiplexer
    always @ (i0 or i1 or i2 or i3 or select)
        case (select)
            2'b00: D = i0;
            2'b01: D = i1;
            2'b10: D = i2;
            2'b11: D = i3;
        endcase
//D flip-flop
    always @ (posedge CLK or negedge Clr)
        if (~Clr) Q = 1'b0;
        else Q = D;
endmodule

```

مثال ۶-۲ HDL نشان داده شده است. در این مثال دو مدول وجود دارد. اولین مدول ورودی‌ها، خروجی‌ها و ساعت سپس طبقات ثبات را مشخص می‌کند. چهار بخش فوق ارتباطات درونی بین چهار طبقه را معین می‌سازد و جزئیات ساخت ثبات را طبق نمودار منطقی مهیا می‌سازد. دومین مدول دو بلوك always دارد. اولین بلوك always، مولتی پلکسر و دومی فلیپ‌فلاپ را توصیف می‌نمایند. روی هم رفته آنها یک مرحله از ثبات را تعریف می‌نمایند.

شمارنده همزمان

مثال ۳-۶ HDL شمارنده همزمان را با بار شدن موازی، شکل ۶-۱۴، توصیف می‌کند. شمارش

```
//Binary counter with parallel load
//See Figure 6-14 and Table 6-6
module counter (Count,Load,IN,CLK,Clr,A,CO);
    input Count,Load,CLK,Clr;
    input [3:0] IN;                      //Data input
    output CO;                          //Output carry
    output [3:0] A;                     //Data output
    reg [3:0] A;
    assign CO = Count & ~Load & (A == 4'b1111);
    always @ (posedge CLK or negedge Clr)
        if (~Clr) A = 4'b0000;
        else if (Load) A = IN;
        else if (Count) A = A + 1'b1;
        else A = A;
endmodule
```

(بار شدن) count و (load) (clk) و (clr) را طبق جدول ۶-۶ هستند که کار ثبات را می‌نمایند. شمارنده چهار ورودی دارد، چهار خروجی دارد و یک خروجی نقلی دارد. نقلی خروجی CO با یک مدار ترکیبی تولید می‌شود و با یک عبارت assign مشخص می‌گردد. اگر شمارش CO = 15 برسد CO = 1 می‌شود و در این حال شمارنده در وضعیت شمارش است. بنابراین CO = 0 خواهد بود به شرطی که Count = 1 و Load = 0 و A = 1111 باشد؛ در غیر این صورت CO = 0 است. بلوک always عملی را که بسته به مقادیر Clr، Load و Count مشخص می‌شود انجام می‌دهد. یک سیگنال منفی در Clr، A را به 0 می‌نشاند. در غیر این صورت اگر Clr = 1 باشد، یکی از سه عمل به هنگام لبه مثبت ساعت انجام می‌گیرد. عبارت if، else if و else به صورت زیر عمل تصمیم‌گیری را اجرا می‌کنند.

if Clr = 0	Clear A to 0
else if (Clr = 1 and) Load = 1	Load inputs to A
else if (Clr = 1 and Load = 0 and) Count = 1	Increment A
else (Clr = 1 and Load = 0 and Count = 0)	No change in A

سلسله مراتب مربوط به عبارات if-else با آنچه در جدول ۶-۶ ملاحظه شد مطابقت دارد.

شمارنده موج‌گونه

توصیف ساختاری یک شمارنده موج‌گونه در مثال ۶-۴ HDL نشان داده شده است. اولین مدول چهار فلیپ فلاب متمم‌ساز را که در مدل دوم به صورت CF(Q, CLK, Reset) تعریف شده ذکر می‌کند. ساعت (ورودی C) اولین فلیپ فلاب به ورودی Count بیرونی وصل است (count) جایگزین F0 در شده است). ورودی ساعت فلیپ فلاب دوم به خروجی اول متصل است (A0) جایگزین CLK

```

//Ripple counter (See Fig. 6-8(b))
module ripplecounter (A0,A1,A2,A3,Count,Reset);
    output A0,A1,A2,A3;
    input Count,Reset;
//Instantiate complementing flip-flop
    CF F0 (A0,Count,Reset);
    CF F1 (A1,A0,Reset);
    CF F2 (A2,A1,Reset);
    CF F3 (A3,A2,Reset);
endmodule

//Complementing flip-flop with delay
//Input to D flip-flop = Q'
module CF (Q,CLK,Reset);
    output Q;
    input CLK,Reset;
    reg Q;
    always @ (negedge CLK or posedge Reset)
        if (Reset) Q = 1'b0;
        else Q = #2 (~Q);      // Delay of 2 time units
endmodule

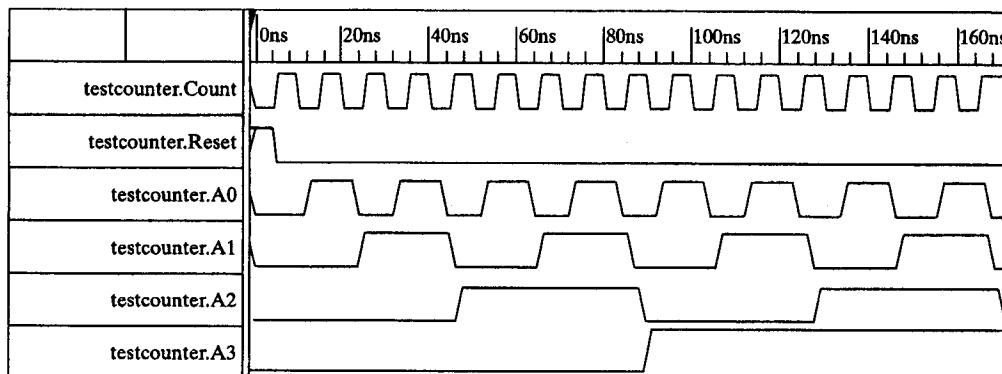
//Stimulus for testing ripple counter
module testcounter;
    reg Count;
    reg Reset;
    wire A0,A1,A2,A3;
//Instantiate ripple counter
    ripplecounter RC (A0,A1,A2,A3,Count,Reset);
always
    #5 Count = ~Count;
initial
begin
    Count = 1'b0;
    Reset = 1'b1;
    #4 Reset = 1'b0;
    #165 $finish;
end
endmodule

```

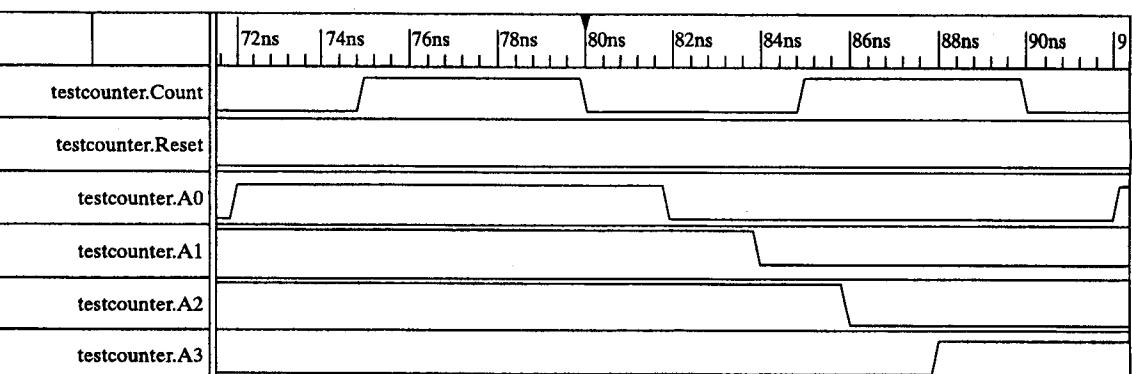
CLK در F1 شده است). به طور مشابه، ساعت هر فلیپ فلاپ دیگر به خروجی فلیپ فلاپ قبلی وصل می باشد. به این ترتیب فلیپ فلاپ ها زنجیروار به هم متصل اند تا یک شمارنده موج گونه طبق شکل ۶-۸ (ب) بدست آید.

دومین مدول فلیپ فلاپ متمم سازی را با تأخیر نشان می دهد. مدار فلیپ فلاپ متمم ساز با اتصال خروجی متمم به ورودی D ایجاد می شود. یک ورودی reset (بازنشانی) در فلیپ فلاپ لحاظ شده است

تا شمارنده مقداردهی اولیه شود. شبیه‌سازهای HDL بدون مقداردهی اولیه قادر به تهیه مقادیر خروجی نیستند. به فلیپ فلاپ تأخیری برابر 2 واحد زمانی تخصیص یافته است و این تأخیر از لحظه اعمال ساعت تا لحظه متمم ساعت محاسبه می‌شود. این تأخیر بصورت عبارت $(Q \sim Q) = \#2$ نشان داده می‌شود. مدول سوم در مثال ۶-۴ محرك شبیه‌سازی و تست شمارنده موج‌گونه را فراهم می‌نماید. عبارت always ساعتی با سیکل 10 واحد زمانی تولید می‌کند. فلیپ فلاپ‌ها در لبه منفی ساعت تریگر می‌شوند، که در زمان‌های $t = 10, 20, 30$ و هر 10 واحد زمانی یک بار رخ می‌دهد. شکل موج‌های حاصل برای این شبیه‌سازی در شکل ۶-۱۹ نشان داده شده است. Count هر 10ns یک بار منفی می‌شود. A0 با هر لبه منفی Count و با 2ns تأخیر متمم می‌گردد. هر فلیپ فلاپ، وقتی فلاپ فلاپ قبلی اش از 1 به 0 برود، متمم می‌گردد. پس از $t = 80\text{ns}$ همه فلیپ فلاپ‌ها متمم شده‌اند زیرا شمارنده از 1111 به 0111 رود. هر خروجی به اندازه 2ns تأخیر دارد و به علت آن A3 در $t = 88\text{ns}$ از 0 به 1 و در $t = 168\text{ns}$ از 1 به 0 خواهد رفت.



(الف) از 0 تا 170 ns



(ب) از 72 ns تا 90 ns

شکل ۶-۱۹. شبیه‌سازی خروجی مثال ۶-۴

- ۶-۱ در ثبات شکل ۶-۱ یک گیت NAND دو ورودی را لاحاظ نماید و خروجی گیت را به ورودی C همه فلیپ فلاپ‌ها وصل کنید. یکی از ورودی‌های گیت NAND پالس‌های ساعت را از مولد ساعت دریافت می‌کند و ورودی دیگر گیت NAND کنترل بارشدن موازی را مهیا می‌سازد. عملکرد ثبات اصلاح شده را توضیح دهید.
- ۶-۲ یک ورودی پاک همزمان به ثبات شکل ۶-۲ اختفای کنید. ثبات اصلاح شده قابلیت بارشدن موازی و پاک کردن همزمان را دارد. وقتی که ساعت از لبه مثبت می‌گذرد و ورودی پاک برابر ۱ است، ثبات بطور همزمان پاک می‌گردد.
- ۶-۳ تفاوت بین انتقال موازی و سری چیست؟ چگونگی تبدیل داده سریال به موازی و بالعکس را توضیح دهید.
چه نوع ثباتی لازم است؟
- ۶-۴ محتوای یک ثبات ۴ بیتی در آغاز ۱۱۰۱ است. ثبات شش بار با ورودی سریال ۱۰۱۱۰۱ به راست جابجا می‌شود. محتوای ثبات پس از هر جابجائی چیست؟
- ۶-۵ یک شیفت رجیستر ۴ بیت یونیورسال شکل ۶-۷ در یک بسته IC قرار دارد.
(الف) نمودار بلوکی IC را بکشید و همه خروجی‌ها و ورودی‌ها را نشان دهید. برای منبع تغذیه دو پایه در نظر بگیرید.
(ب) نمودار بلوکی را با دو آی‌سی برای تولید یک شیفت رجیستر ۸ بیت بکشید.
- ۶-۶ یک شیفت رجیستر ۴ بیت با بارشدن موازی با فلیپ فلاپ D طراحی کنید. دو ورودی کنترل Load و shift وجود دارد. وقتی $shift = 1$ است، محتوای ثبات یک مکان جابجائی می‌شود. وقتی $shift = 0$ و $load = 1$ داده جدید وارد شیفت رجیستر می‌گردد. اگر هر دو ورودی کنترل برابر ۰ باشند، محتوای ثبات تغییر نمی‌نماید.
- ۶-۷ نمودار منطقی یک ثبات ۴ بیتی با چهار فلیپ فلاپ D و چهار مولتی پلکسر و ورودی‌های انتخاب مد S1 و S0 را رسم نمایید. ثبات طبق جدول تابع زیر عمل می‌کند:

S ₁	S ₀	عملکرد ثبات
0	0	بلاتقییر
0	1	متهم چهار خروجی
1	0	پاک کردن ثبات به ۰ (همزمان با پالس ساعت)
1	1	بار کردن داده موازی

- ۶-۸ جمع کننده سریال شکل ۶-۶ دو ثبات ۴ بیت را به کار می‌برد. ثبات A عدد دو دوی ۰۱۰۱ و ثبات B هم ۰۱۱۱ را نگه می‌دارد. فلیپ فلاپ نقلی در ابتدا ۰ است. مقادیر دو دوی درون ثبات A و فلیپ فلاپ نقلی را پس از هر جابجائی معین کنید.
- ۶-۹ دوراه پیاده سازی جمع کننده سریال (A + B) در بخش ۶-۲ نشان داده شد. برای تبدیل به تفریق گر (A - B) باید آن را اصلاح کرد.
(الف) با استفاده از شکل ۶-۵ تغییرات لازم برای انجام تفریق $A + \bar{B}$ را نشان دهید.
(ب) با استفاده از شکل ۶-۶، نشان دهید که با اصلاح جدول ۶-۲ جمع کننده به تفریق گر تبدیل می‌شود.

۶-۱۰ یک متمم ۲ ساز با شیفت رجیستر و یک فلیپ فلاپ بسازید. عدد دودویی از یک سمت آن خارج و متمم ۱۲ از سمت دیگر وارد آن می‌گردد.

۶-۱۱ یک شمارنده موج گونه دودویی از فلیپ فلاپ هایی که در لبه مثبت ساعت تریگر می‌شوند استفاده می‌کند. اگر (الف) خروجی های معمولی فلیپ فلاپ ها به ساعت و (ب) متمم خروجی ها به ساعت وصل شوند، شمارش چگونه است.

۶-۱۲ نمودار منطقی یک پایین شمار موج گونه دودویی ۴ بیت را (الف) با فلیپ فلاپ هایی که در لبه مثبت ساعت و (ب) در لبه منفی ساعت تریگر می‌شوند، رسم نمایید.

۶-۱۳ نشان دهید که یک شمارنده موج گونه BCD با یک شمارنده موج گونه ۴ بیت و پاک کننده غیرهمزان و یک گیت AND که موقع ۱۰۱۰ را شناسایی کند، قابل ساخت است.

۶-۱۴ چند فلیپ فلاپ در یک شمارنده موج گونه دودویی ۱۰ بیت پس از رسیدن به شمارش های زیر متمم خواهد شد.
 (الف) 1111111111
 (ب) 0011111111

۶-۱۵ یک فلیپ فلاپ از لحظه لبه پالس تا متمم شدن خروجی دارای تأخیر ۵ns است. حداکثر تأخیر در یک شمارنده موج گونه دودویی ۱۰ بیت که از آن استفاده کند، چقدر است؟ حداکثر فرکانس شمارش مورد استفاده چقدر است؟

۶-۱۶ شمارنده موج گونه شکل ۶-۱۰ دارای چهار فلیپ فلاپ و ۱۶ حالت است که تنها ۱۰ حالت آن به کار رفته است. مدار را تحلیل کنید و حالت بعدی را برای هر یک از شش حالت به کار نرفته معین نمایید. اگر یک سیگنال پارازیت مدار را به حالات به کار نرفته بفرستد، چه پیش می‌آید.

۶-۱۷ یک شمارنده همزمان دودویی ۴ بیتی را با فلیپ فلاپ های D طراحی نمایید.

۶-۱۸ در بالا - پایین شمار شکل ۶-۱۳، وقتی هر دو ورودی بالا و پایین فعال شوند، چه رخ می‌دهد؟ مدار را طوری اصلاح کنید که هر دو ورودی ۱ باشند ولی شمارنده تغییر حالت ندهد و در همان حال باقی بماند.

۶-۱۹ معادلات ورودی فلیپ فلاپ برای یک شمارنده BCD با فلیپ فلاپ های T در بخش ۶-۴ ملاحظه شد. معادلات ورودی را برای این شمارنده (الف) با فلیپ فلاپ های JK و (ب) فلیپ فلاپ های D بنویسید. سه طرح را مقایسه نمایید و بگویید کدام یک اقتصادی تر است.

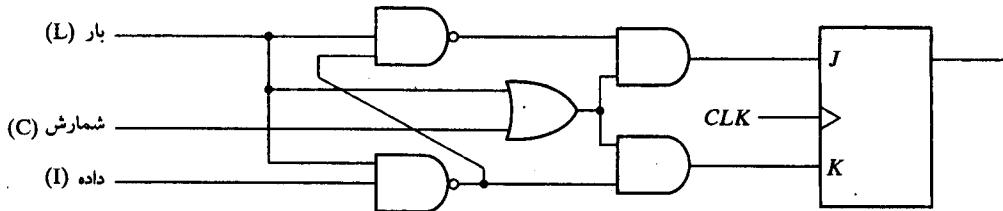
۶-۲۰ شمارنده دودویی با بار شدن موازی شکل ۶-۱۴ را در یک نمودار بلوکی قرار دهید و همه ورودی ها و خروجی های آن را نشان دهید.

(الف) اتصالات چهار عدد از این بلوک ها را برای تولید یک شمارنده ۱۶ بیت با بار شدن موازی نشان دهید.
 (ب) یک شمارنده دودویی بسازید که از ۰ تا ۶۴ را بشمارد.

۶-۲۱ شمارنده شکل ۶-۱۴ دو ورودی کنترل بار شدن (L) و شمارش (C) و یک ورودی داده (I) است.
 (الف) معادلات ورودی فلیپ فلاپ را برای J و K از اولین طبقه بر حسب L و C و I بنویسید.

(ب) نمودار منطقی اولین طبقه یک مدار مجتمع (74161) در شکل (م ۶-۲۱) دیده می‌شود. نشان دهید که این مدار معادل با مدار بخش (الف) است.

۶-۲۲ با استفاده از مدار شکل ۶-۱۴، سه روش دیگر برای شمارنده مد ۱۲ را بدست آورید:



شکل (م) ۶-۲۱

(الف) با استفاده از گیت AND و ورودی بار شدن

(ب) با استفاده از نقلی خروجی

(پ) با استفاده از گیت NAND و ورودی پاک کردن غیرهمزن

۶-۲۳ یک مدار زمانبندی که یک سیگنال خروجی را به مدت هشت پالس ساعت ثابت نگهادارد، طراحی نمایید. سیگنال شروع حالت ۱ را خارج می‌کند و پس از هشت سیکل ساعت سیگنال به حالت ۰ باز می‌گردد.

۶-۲۴ شمارندهای را با فلیپ فلاب‌های T بازیزد تا رشته زیر را تکرار کند: ۰، ۱، ۳، ۷، ۶، ۴. نشان دهید که وقتی حالات ۱۰۱ و ۱۰۱ حالات بی‌همیتی تصور شوند، شمارنده به درستی کار نمی‌کند. راهی برای اصلاح آن بیاید.

۶-۲۵ لازم است تا شش سیگنال تکرار شونده T_0 تا T_5 را مشابه شکل ۶-۱۷ (پ) تولید کنیم. مدار را با توجه به موارد زیر طراحی نمایید.

(الف) فقط فلیپ فلاب (ب) یک شمارنده و یک دیکدر

۶-۲۶ یک سیستم دیجیتال دارای مولد ساعتی است که پالس‌ها را با فرکانس ۸۰MHz تولید می‌کند. مداری طراحی کنید که یک پالس ساعت با زمان سیکل ۵۰ns را تولید نماید.

۶-۲۷ شمارندهای با رشته دودویی ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ طراحی کنید. از فلیپ فلاب JK استفاده نمایید.

۶-۲۸ شمارندهای که رشته ۰، ۱، ۲، ۴ و ۶ را تکرار کند طراحی نمایید از فلیپ فلاب D استفاده کنید.

۶-۲۹ هشت حالت به کار نرفته در شمارنده حلقوی دنباله چرخان شکل ۶-۱۸ (الف) را لیست کنید. حالت بعدی را برای هر یک از این حالات معین نمایید. نشان دهید که اگر شمارنده خود را در یک حالت نامعتبر بیاخد، به حالت معتبر باز نمی‌گردد. مطابق متن کتاب آن را اصلاح کنید و نشان دهید که شمارنده حالات یکسانی را تولید می‌کند ضمن این که با رسیدن به حالت به کار نرفته، به یک حالت معتبر خواهد رفت.

۶-۳۰ نشان دهید که یک شمارنده جانسون با ۵ فلیپ فلاب یک رشته ۲ n حالتی تولید می‌کند. ۱۰ حالت مربوط به شمارنده ۵ فلیپ فلابی را لیست نمایید و عبارت بولی هر یک از خروجی‌های ۱۰ عدد گیت AND را معین کنید.

۶-۳۱ توصیف رفتاری و ساختاری HDL ثبات ۴ بیت شکل ۶-۱ را بنویسید.

۶-۳۲ (الف) توصیف رفتاری HDL یک ثبات ۴ بیت با بار شدن موازی و پاک شدن غیرهمزن را بنویسید.

(ب) توصیف ساختاری HDL یک ثبات ۴ بیت با بار شدن موازی در شکل ۶-۲ را بنویسید. از یک مولتی پلکسر 1×2 برای ورودی فلیپ فلاب‌ها استفاده نمایید. ورودی پاک شدن را نیز لحاظ کنید.

(پ) هر دو توصیف را به کمک برنامه تست چک کنید.

۶-۳۳ ۶-برنامه محرك زير برای شبیه سازی يك شمارنده دودویی با بار شدن موازی در مثال ۶-۳ HDL به کار رفته است. با توجه به برنامه، خروجی شمارنده و خروجی نقلی را از $t = 0$ تا 155ns پیش بینی کنید.

```
//Stimulus for testing counter
//of Example 6-3
module testcounter;
    reg Count, Load, CLK, Clr;
    reg [3:0] IN;
    wire CO;
    wire [3:0] A;
    counter cnt (Count, Load, IN, CLK, Clr, A, CO);
    always
        #5 CLK = ~CLK;
    initial
        begin
            Clr = 0;
            CLK = 1;
            Load = 0; Count = 1;
            #5 Clr = 1;
            #50 Load = 1; IN = 4'b1100;
            #10 Load = 0;
            #70 Count = 0;
            #20 $finish;
        end
    endmodule
```

۶-۳۴ ۶-تصیف رفتاری HDL را بری شیفت رجیستر 4 بیت شکل ۶-۳ بنویسید.

۶-۳۵ ۶-تصیف رفتاری و ساختاری يك بالا-پایین شمار 4 بیت که در شکل ۶-۱۳ ملاحظه شد را بنویسید.

۶-۳۶ ۶-تصیف رفتاری يك بالا-پایین شمار با بار شدن موازی را برای ورودی های کنترل زیر بنویسید.

(الف) شمارنده سه خط کنترل برای سه عمل دارد: بالا، پایین و بار شدن. ترتیب اولویت عبارت است از: بار، بالا و پایین.

(ب) شمارنده برای چهار حالت بالا، پایین، بار و بدون تغییر دو خط انتخاب دارد.

۶-۳۷ ۶-تصیف HDL را برای يك شمارنده حلقوی 8 بیتی مشابه با شکل ۶-۱۷ (الف) بنویسید.

۶-۳۸ ۶-تصیف HDL را برای يك شمارنده حلقوی دنباله چرخان (شکل ۶-۱۸ (الف)) بنویسید.

۶-۳۹ ۶-تصیف رفتاری و ساختاری شمارنده شکل ۶-۱۶ را بنویسید.

مراجع

1. MANO, M. M. and C. R. KIME. 2000. *Logic and Computer Design Fundamentals*, 2nd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
2. NELSON V. P., H. T. NAGLE, J. D. IRWIN, and B. D. CARROLL. 1995. *Digital Logic Circuit Analysis and Design*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
3. HAYES, J. P. 1993. *Introduction to Digital Logic Design*. Reading, MA: Addison-Wesley.



حافظه و منطق برنامه‌پذیر

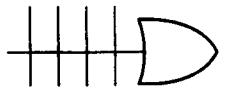
۱- مقدمه

یک واحد حافظه وسیله‌ای است که اطلاعات دودویی جهت ذخیره شدن به آن منتقل و یا اطلاعاتی که برای پردازش لازم است از آن دریافت می‌شود. وقتی که پردازش داده رخ می‌دهد، اطلاعات از حافظه به ثبات‌های انتخابی در واحد پردازش انتقال می‌یابد. نتایج میانی و پایانی حاصل در واحد پردازش برای ذخیره شدن به واحد حافظه بازگردانده می‌شوند. اطلاعات دودویی و اصله از وسیله ورودی هم در حافظه ذخیره می‌گردد و اطلاعات ارسالی به خروجی هم از حافظه برداشته می‌شود. واحد حافظه مجموعه‌ای از سلول‌های است که قادر است حجم زیادی از اطلاعات دودویی را در خود جمع کند.

در سیستم‌های دیجیتال دو نوع حافظه مورد استفاده قرار می‌گیرد: حافظه با دستیابی تصادفی (RAM) و حافظه فقط خواندنی (ROM). اطلاعات جدید را برای ذخیره می‌پذیرد تا بعد مورد استفاده قرار گیرد. عمل ذخیره کردن اطلاعات جدید در حافظه را عمل نوشتن در حافظه می‌گویند. فرآیند انتقال اطلاعات ذخیره شده در حافظه به بیرون را خواندن نامند. حافظه با دستیابی تصادفی هر دو عمل خواندن و نوشتن را انجام می‌دهد. حافظه فقط خواندنی عمل خواندن را اجرا می‌نماید. این بدان معنی است که اطلاعات دودویی ذخیره شده قبلی در حافظه در هر زمان قابل بازیابی است. با این وجود، اطلاعات موجود را نمی‌توان در حافظه فقط خواندنی نوشت، بلکه فقط می‌توان آن را خواند.

حافظه فقط خواندنی یک وسیله منطقی برنامه‌پذیر است. اطلاعات دودویی که در یک وسیله منطقی برنامه‌پذیر ذخیره می‌شود، به نوعی آرایش یافته و سپس در سخت‌افزار ذخیره می‌شود. این فرآیند را برنامه‌ریزی وسیله گویند. کلمه "برنامه‌ریزی" به یک روال سخت‌افزاری گویند که طی آن بیت‌ها در آرایش سخت‌افزار وسیله وارد می‌شوند.

حافظه فقط خواندنی (ROM) نوعی وسیله منطقی برنامه‌پذیر است. وسیله‌های دیگری از این نوع



(ب) نماد منطقی آرایه‌ای



(الف) نماد معمولی

شکل ۱-۷. نمودارهای منطقی معمولی و آرایه‌ای برای گیت OR

عبارتند از آرایه منطقی برنامه‌پذیر (PLA)، منطق آرایه‌ای برنامه‌پذیر (PAL)، و آرایه گیتی برنامه‌پذیر (FPGA). یک وسیله منطقی برنامه‌پذیر مداری مجتمع با گیت‌های منطقی داخلی است که از طریق مسیرهای الکترونیک به هم وصل شده و مثل فیوز عمل می‌کند. در ابتدای کار، همه فیوزها دست نخورده هستند. برنامه‌ریزی وسیله به معنی سوزاندن آن دسته از فیوزهاست که باید برای یک آرایش خاصی از تابع منطقی مورد نظر، سوزانده شوند. در این فصل، آرایش و سایل منطقی برنامه‌پذیر را معرفی کرده و روال‌های استفاده از آنها را در طراحی سیستم‌های دیجیتال مشخص خواهیم کرد.

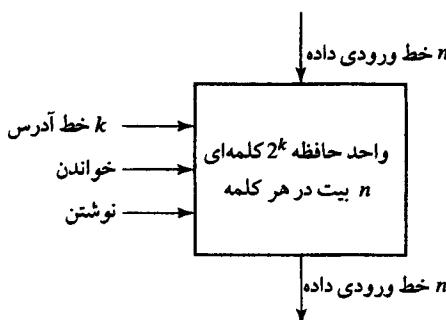
در بعضی از وسایل منطقی برنامه‌پذیر ممکن است صدھا میلیون گیت مرتبط از طریق صدھا هزار مسیر درونی به هم وصل شده باشند. برای این که نمودار منطقی داخلی را به فرم مختصراً نشان دهیم، لازم است از یک سمبول گیت خاص قابل اعمال در منطق آرایه استفاده کنیم. شکل ۱-۷ سمبول معمول و آرایه‌ای را برای گیت OR چند ورودی نشان می‌دهد. به جای داشتن چندین خط ورودی به گیت، تنها یک خط به گیت وصل می‌کنیم. خطوط ورودی عمود بر این خط بوده و از طریق فیوزها به آن وصل می‌شوند. به طریقی مشابه می‌توانیم منطق آرایه را برای گیت AND ترسیم کنیم. این نوع نمایش گرافیکی برای ورودی گیت‌ها در ترسیم نمودارهای منطقی آرایه‌ای به کار خواهد رفت.

۷-۲ حافظه با دستیابی تصادفی RAM

واحد حافظه مجموعه‌ای از سلول‌های ذخیره‌سازی به همراه مدارهای مربوطه لازم برای انتقال اطلاعات به داخل یا به خارج وسیله است. زمان لازم برای هر انتقال اطلاعات و یا از هر مکان مورد نظر همواره یکسان است، و به این علت نام حافظه با دستیابی تصادفی به صورت خلاصه RAM به کار رفته است. یک واحد حافظه اطلاعات دودویی را به صورت گروهی از بیت‌ها به نام کلمه ذخیره می‌نماید. کلمه حافظه گروهی از بیت‌های است که به صورت واحد حافظه وارد یا خارج می‌شود. کلمه حافظه ترکیبی از ۱ ها و ۰ هاست و ممکن است، یک عدد، یک دستور، یک یا چند کاراکتر الفبا عددی، یا هر اطلاعات دودویی که شده را نمایش دهد. یک گروه هشت بیتی را بایت نامند.

بسیاری از کامپیوترها کلماتی را به کار می‌برند که طولشان مضری از هشت بیت، یا بایت است. بنابراین کلمه 16 بیتی دو بایت، کلمه 32 بیتی از چهار بایت ساخته می‌شود. ظرفیت یک واحد حافظه براساس تعداد کل بایت‌هایی است که می‌تواند ذخیره کند.

محاوره بین حافظه و محیط از طریق خطوط داده ورودی و خروجی، خطوط انتخاب آدرس و خطوط کنترلی که جهت انتقال را مشخص می‌کند، صورت می‌گیرد. نمودار بلوکی واحد حافظه در



شکل ۷-۲. دیا گرام بلوکی یک واحد حافظه

شکل ۷-۲ ملاحظه می‌گردد. n خط داده ورودی اطلاعات ذخیره شونده را مهیا می‌سازند و n خط داده خروجی هم اطلاعات خروجی را تهیه می‌نمایند. k خط آدرس کلمه خاص انتخابی را در میان چند کلمه مشخص می‌نماید. دو ورودی کنترل، جهت انتقال موردنظر را تعیین می‌کنند. ورودی خواندن موجب شود تا واردۀ به داخل حافظه برود و ورودی خواندن سبب انتقال داده به خارج از حافظه می‌گردد. واحد حافظه با تعداد کلمات و تعداد بیت‌ها در هر کلمه مشخص می‌شود. خطوط آدرس یک کلمه خاص را انتخاب می‌کنند. به هر کلمه در حافظه یک عدد شناسایی به نام آدرس تخصیص می‌یابد، که از 0 شروع و تا $2^k - 1$ ادامه دارد و در آن k تعداد خطوط آدرس است. انتخاب یک کلمه خاص در حافظه با عامل آدرس k بیتی به خطوط آدرس صورت می‌گیرد. یک دیکدر این آدرس را پذیرفته و مسیرهای لازم را برای انتخاب کلمه موردنظر باز می‌کند. حافظه‌ها از لحاظ سایز بسیار متغیرند و ممکن است از 1024 کلمه، که به 10 خط آدرس نیاز دارد، تا 2^{32} کلمه که 32 خط آدرس را داراست در دسترس باشند. مرسوم است که تعداد کلمات (یا بایت) در حافظه با یکی از حروف K (کیلو)، M (مگا)، یا G (گیگا) ذکر شود. K برابر 2^{10} ، M برابر با 2^{20} و G برابر 2^{30} است. بنابراین $64K = 2^{21}$ ، $2M = 2^{21}$ و $4G = 2^{32}$ خواهد بود. به عنوان مثال واحد حافظه‌ای با ظرفیت K کلمه و 16 بیت در هر کلمه را در نظر بگیرید. چون $2^{10} = 1024$ و 16 بیت هم دو بایت را تشکیل می‌دهد، می‌توان گفت که حافظه قادر است $2K = 2048$ بایت را در خود جای دهد. شکل ۷-۳ محتوای سه کلمه اول و سه کلمه آخر این حافظه را

آدرس حافظه

دودویی	دهدهی	محطویات حافظه
0000000000	0	1011010101011101
0000000001	1	1010101110001001
0000000010	2	0000110101000110
⋮	⋮	⋮
1111111101	1021	1001110100010100
1111111110	1022	0000110100011110
1111111111	1023	1101111000100101

شکل ۷-۳. محتویات یک حافظه 16×1024

نشان می‌دهد. کلمات با آدرس دهدهی از 0 تا 1023 شناخته می‌شوند. آدرس دودویی معادل شامل 10 بیت است. اولین آدرس با ده عدد 0 مشخص می‌شود و آخرین آدرس هم با ده عدد 1 معین می‌گردد. دلیل این است که 1023 در دودویی برابر 1111111111 می‌باشد. یک کلمه در حافظه با آدرس دودویی اش انتخاب می‌گردد. وقتی کلمه‌ای نوشته و یا خوانده شود، حافظه روی هر 16 واحد به صورت یکجا عمل می‌نماید. حافظه $10 \times 64K$ دارای 10 بیت خط آدرس و 16 بیت در هر کلمه است. به عنوان مثالی دیگر، یک حافظه $10 \times 64K$ دارای 16 بیت آدرس (چون $2^{16} = 64K$ است) و هر کلمه متšکل از 10 بیت می‌باشد. تعداد بیت‌های آدرس در حافظه وابسته به تعداد کل کلماتی است که قابل ذخیره شدن در حافظه می‌باشد و مستقل از تعداد بیت‌های هر کلمه است. تعداد بیت‌ها در آدرس از رابطه $m^k \geq 2^k$ بدست می‌آید، که m تعداد کل کلمات و k تعداد بیت‌های آدرس لازم برای برقراری رابطه فوق است.

اعمال نوشتن و خواندن

دو عملی که یک حافظه RAM می‌تواند انجام دهد عبارتند از نوشتن و خواندن. سیگنال نوشتن عمل انتقال به داخل و سیگنال خواندن یک عمل انتقال به بیرون را مشخص می‌نماید. برای پذیرش یکی از این سیگنال‌های کنترل، مدارهای درونی داخل حافظه عمل موردنظر را مهیا می‌سازند. مراحل مربوط به وارد کردن یک کلمه به حافظه به قرار زیر است:

- ۱- آدرس دودویی کلمه موردنظر به خطوط آدرس اعمال می‌گردد.
- ۲- بیت‌های داده‌ای که باید در حافظه ذخیره شوند به خطوط ورودی داده اعمال می‌گردد.
- ۳- ورودی نوشتن فعال می‌شود.

آنگاه واحد حافظه بیت‌ها را از خطوط ورودی داده برداشت و آنها را در مکانی که به وسیله خطوط آدرس معین می‌گردد ذخیره می‌نماید.

مراحل مربوط به خارج کردن یک کلمه از حافظه به قرار زیر است.

- ۱- آدرس دودویی کلمه موردنظر به خطوط آدرس اعمال می‌شود.
- ۲- ورودی خواندن فعال می‌گردد.

آنگاه واحد حافظه کلمه انتخابی به وسیله آدرس را برداشت و به خطوط داده خروجی اعمال می‌کند. محتوا کلمه انتخابی پس از خوانده شدن تغییر نمی‌نماید.

گاهی قطعات حافظه تجاری موجود در تراشه‌های مدار مجتمع دو خط کنترل خواندن و نوشتن را با آرایش‌های متفاوت دارا هستند. در عوض داشتن دو خط خواندن و نوشتن جداگانه برای کنترل دو عمل، بسیاری از مدارهای مجتمع دو ورودی کنترل مجزا دارند: یکی ورودی قطعه را انتخاب می‌کند و دیگری عمل آن را کنترل می‌نماید. عملیات حافظه‌ای که از این ورودی‌های کنترل حاصل می‌شود در جدول ۱-۷ مشخص شده‌اند.

فعال‌ساز حافظه (گاهی به آن انتخاب‌گر تراشه گویند) برای توانا کردن یک تراشه خاص حافظه از میان چند تراشه موجود به کار می‌رود. وقتی که فعال‌ساز حافظه غیرفعال باشد، تراشه حافظه انتخاب

جدول ۷-۱. ورودی‌های کنترل به تراشه حافظه

فعال ساز حافظه	نوشتن / خواندن	عملکرد حافظه
0	X	هیچ
1	0	نوشتن در کلمه منتخب
1	1	خواندن از کلمه منتخب

نشده و هیچ عملی اجرا نمی‌گردد. پس از فعال شدن ورودی نوشتن / خواندن عمل مورد اجرا را مشخص خواهد کرد.

توصیف حافظه در HDL

حافظه در Verilog HDL به وسیله آرایه‌ای از ثبات‌ها مدل‌سازی می‌شود. حافظه با کلمه کلید reg و با استفاده از آرایه دو بعدی اعلان می‌گردد. اولین عدد در آرایه تعداد بیت‌ها در یک کلمه و دومی تعداد کلمات در حافظه است. مثلاً یک حافظه 1024 کلمه‌ای با 16 بیت در هر کلمه به صورت زیر اعلان می‌شود.

```
reg[15:0] memword[0:1023];
```

این عبارت یک آرایه 1024 ثباتی را با 16 بیت در هر یک توصیف می‌کند. عدد داخل memword بیانگر تعداد کل کلمات حافظه بوده و برابر با آدرس حافظه است. مثلاً [512] به کلمه حافظه‌ای 16 بیتی در آدرس 512 اشاره می‌نماید. عمل یک واحد حافظه در مثال ۷-۱ HDL تشریح شده است. حافظه دارای 64 کلمه چهار بیتی است. دو ورودی کنترل وجود دارد: Enable و ReadWrite .

خطوط DataOut و DataIn هر یک چهار بیتی‌اند. ورودی Address باید شش بیتی ($2^6 = 64$)

مثال ۷-۱ HDL

```
//Read and write operations of memory.
//Memory size is 64 words of 4 bits each.
module memory (Enable,ReadWrite,Address,DataIn,DataOut);
    input Enable,ReadWrite;
    input [3:0] DataIn;
    input [5:0] Address;
    output [3:0] DataOut;
    reg [3:0] DataOut;
    reg [3:0] Mem [0:63];           //64 x 4 memory
    always @ (Enable or ReadWrite)
        if (Enable)
            if (ReadWrite)
                DataOut = Mem[Address]; //Read
            else
                Mem[Address] = DataIn; //Write
            else DataOut = 4'bz;      //High impedance state
endmodule
```

باشد، حافظه به صورت یک آرایه ثباتی دو بعدی با Mem اعلان می شود که آدرس 64 کلمه را مشخص می نماید. عملیات حافظه هنگامی شروع می شود که ورودی Enable فعال باشد. ورودی ReadWrite نوع عمل را مشخص می سازد. اگر $ReadWrite = 1$ باشد، حافظه عمل خواندن را با عبارت زیر نمادین می کند.

DataOut \leftarrow Mem [Address];

این عمل موجب می شود تا چهار بیت کلمه حافظه انتخابی مشخص شده با Address به خطوط DataOut منتقل شود. اگر $ReadWrite = 0$ باشد، حافظه عمل نوشتمن را که با عبارت زیر نشان داده شده اجرا خواهد کرد.

Mem [Address] \leftarrow DataIn;

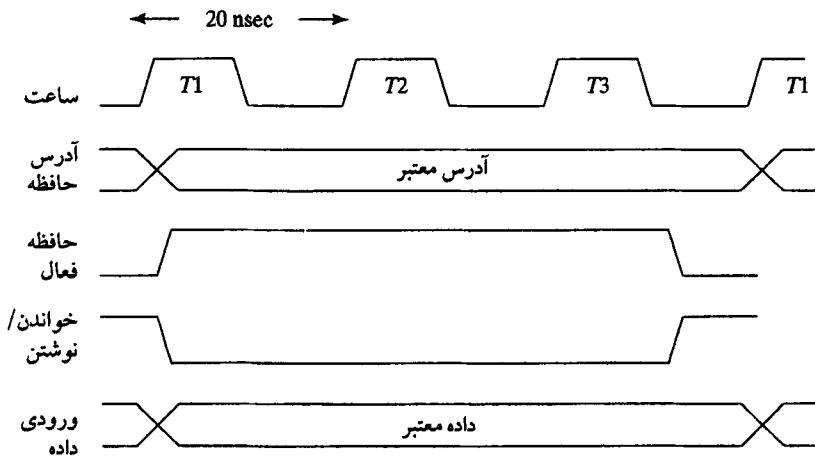
این عبارت سبب انتقال 4 بیت از خطوط DataIn به داخل کلمه حافظه انتخاب شده با Address می شود. وقتی که $Enable = 0$ شود، حافظه از کار افتاده و فرض می شود که خروجی ها به حالت امپدانس بالا می روند. این حالت با کلمه کلیدی Z مشخص شده و نشان می دهد که حافظه دارای خروجی های سه حالت است.

شکل موج های زمان بندی

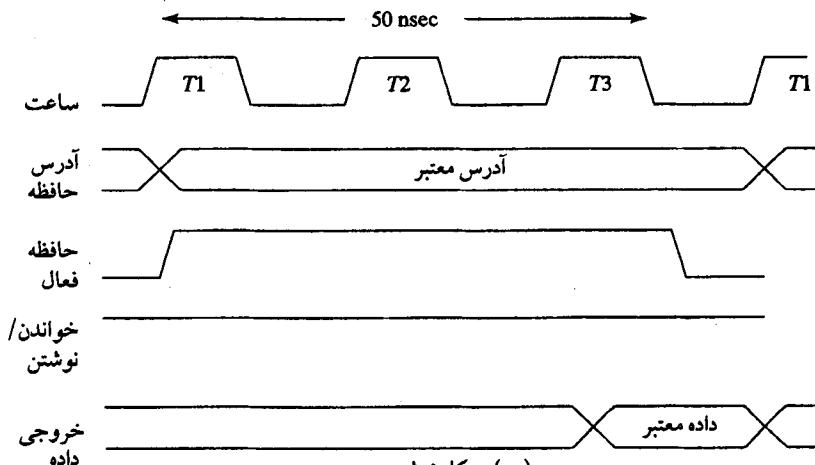
عملکرد یک واحد حافظه با یک وسیله خارجی مانند واحد مرکزی پردازش (CPU) کنترل می گردد. CPU معمولاً با ساعتش معرفی می شود. با این وجود، حافظه دارای ساعت درونی نیست. عمل خواندن و نوشتمن نیز با خطوط کنترل مشخص می گردد. زمان دستیابی یک حافظه زمانی است که برای انتخاب یک کلمه و خواندن آن لازم است. زمان سیکل یک حافظه زمان لازم برای تکمیل نوشتمن می باشد. CPU باید سیگنال های کنترل حافظه را تولید کند به نحوی که عملیات ساعت دار داخلی با عملیات خواندن و نوشتمن همزمان شود. این بدان معنی است که زمان دستیابی و زمان سیکل یک حافظه باید در فاصله ای از زمان که مضربی از سیکل های ساعت CPU است قرار گیرند.

به عنوان مثال فرض کنید که یک ساعت 50MHz با یک کار کند که در نتیجه پریود آن 20ns خواهد شد. اکنون تصور کنید که CPU با حافظه ای تبادل داده نماید که زمان دستیابی اش و زمان سیکل آن از 50ns تجاوز نکند. این بدان معنی است که سیکل نوشتمن کلمه در حافظه باید در یک دوره 50ns قرار داشته باشد و نیز سیکل خواندن، داده انتخابی را در 50ns یا کمتر خارج کند. (البته دو عدد همیشه یکی نیستند). چون پریود سیکل CPU برابر 20ns است، لازم است دو و نیم و یا سه پالس ساعت برای هر تقاضای حافظه به کار گرفته شود.

زمان بندی حافظه که در شکل ۷-۴ دیده می شود برای یک CPU با ساعت 50MHz و حافظه ای با زمان سیکل حداقل 50ns ترسیم شده است. سیکل نوشتمن در بخش (الف) سه سیکل T_1 ، T_2 ، T_3 را نشان می دهد. برای عمل نوشتمن، CPU آدرس و داده ورودی را برای حافظه فراهم می نماید. این کار در آغاز T_1 انجام می شود. (دو خط متقاطع در خطوط آدرس و داده، تغییر احتمالی در مقدار خطوط چندگانه را بیان می دارد). پس از تثبیت سیگنال های آدرس، سیگنال های فعل ساز و نوشتمن / خواندن



(الف) سیکل خواندن



شکل ۷-۴. شکل موج‌های زمانبندی سیکل حافظه

فعال می‌گردند تا به این ترتیب داده‌ها در دیگر حافظه‌ها تخریب نگردند. سیگنال فعال‌ساز حافظه به سطح بالا و سیگنال خواندن/نوشتن به سطح پایین سوئیچ می‌کنند تا عمل نوشتن انجام شود. دو سیگنال کنترل باید حداقل به مدت 50ns با تبats باقی بمانند. سیگنال‌های داده و آدرس باید برای مدت کوتاهی پس از غیرفعال شدن سیگنال‌های کنترل، بدون تغییر باقی بمانند. در پایان سومین سیکل ساعت، عمل نوشتن در حافظه تکمیل شده و CPU می‌تواند در سیکل T₁ بعدی دوباره به حافظه دست یابد. سیکل خواندن در شکل ۷-۴ (ب) دارای آدرسی است که به وسیله CPU برای حافظه مهیا شده

است. سیگنال‌های فعال‌ساز حافظه و خواندن/نوشتن برای خواندن باید در سطح بالا باشند. حافظه باید، داده کلمه انتخابی به وسیله آدرس را در کمتر از 50ns از لحظه فعال شدن حافظه، روی خطوط داده خروجی قرار دهد. CPU در حین گذر منفی T_3 ، داده را به یکی از ثبات‌های داخلی انتقال می‌دهد. سیکل T_1 بعدی برای یک تقاضای حافظه دیگر در اختیار است.

أنواع حافظة‌ها

طرز دستیابی به یک سیستم حافظه به نوع قطعات به کار رفته بستگی دارد. در یک حافظه RAM، مکان‌های حافظه را می‌توان در فضای مجاز از یکدیگر تصور کرد، که در آن هر کلمه یک مکان خاص را اشغال کرده است. در یک حافظه با دستیابی ترتیبی، اطلاعات ذخیره شده در محیط بلافاصله قابل دسترسی نیستند و بلکه پس از مدتی بدست می‌آیند. یک دیسک یا نوار مغناطیسی حافظه‌ای از این نوع است. هر مکان از حافظه از زیر هدهای خواندن و نوشتن به ترتیب عبور می‌کنند، ولی اطلاعات فقط وقتی خوانده می‌شود که کلمه مورد تقاضا فرا برسد. در یک حافظه RAM، زمان دستیابی مستقل از مکان یک کلمه خاص بوده و همیشه کوتاه است. در حافظه با دستیابی ترتیبی، زمان دستیابی به یک کلمه به محل کلمه نسبت به محل هد خواندن وابسته است، بنابراین زمان دستیابی متغیر خواهد بود. واحدهای مدار مجتمع RAM در دو نوع موجودند: نوع استاتیک و نوع دینامیک. RAM استاتیک (SRAM) اساساً از لچ‌های درونی تشکیل شده و اطلاعات دودویی را ذخیره می‌نمایند. اطلاعات ذخیره شده مادامی که تغذیه به واحد اعمال شده باشد معتبر خواهد ماند. RAM دینامیک (DRAM) اطلاعات دودویی را به فرم بارهای الکتریکی در خازن ذخیره می‌نماید. خازن‌ها به وسیله ترانزیستورهای MOS در داخل تراشه ساخته می‌شوند. بار ذخیره شده در خازن‌ها به تدریج تخلیه می‌گردد و بنابراین با تازه‌سازی حافظه دینامیکی باید خازن‌ها را بازسازی کرد. عمل تازه‌سازی هر چند میلی ثانیه یک بار با چرخش در کلمات برای بازسازی خازن‌ها انجام می‌شود. حافظه DRAM مصرف انرژی کمتر و ظرفیت ذخیره‌سازی بیشتری در تراشه حافظه دارد. SRAM کاربرد ساده‌تر و سیکل خواندن و نوشتن کوتاه‌تری را دارد.

واحدهای حافظه‌ای را که به هنگام قطع برق اطلاعات خود را از دست می‌دهند حافظه فرار می‌گویند. مدارهای مجتمع RAM، چه استاتیک و چه دینامیک، از این رده محسوب می‌شوند زیرا سلول‌های دودویی برای حفظ اطلاعات نیاز به تغذیه بیرونی دارند. بر عکس، یک حافظه غیر فرار، مانند دیسک مغناطیسی، اطلاعات ذخیره شده خود را حتی بعد از حذف تغذیه حفظ می‌نماید. دلیل این است که داده ذخیره شده در عناصر مغناطیسی با جهت مغناطیسی شدن آن تعیین می‌گردد، که پس از حذف منبع تغذیه، باز هم باقی خواهد ماند. نوع دیگر حافظه غیر فرار، حافظه فقط خواندنی ROM است. خاصیت غیر فراری در کامپیوترهای دیجیتال به هنگام خاموشی لازم می‌باشد. داده‌ها و برنامه‌هایی که تغییر نمی‌کنند در ROM ذخیره می‌شوند. برنامه‌های بزرگ معمولاً روی دیسک‌های مغناطیسی نگهداری می‌شود. وقتی که تغذیه روشن شود، کامپیووتر برنامه‌های ROM را می‌تواند استفاده کند. دیگر

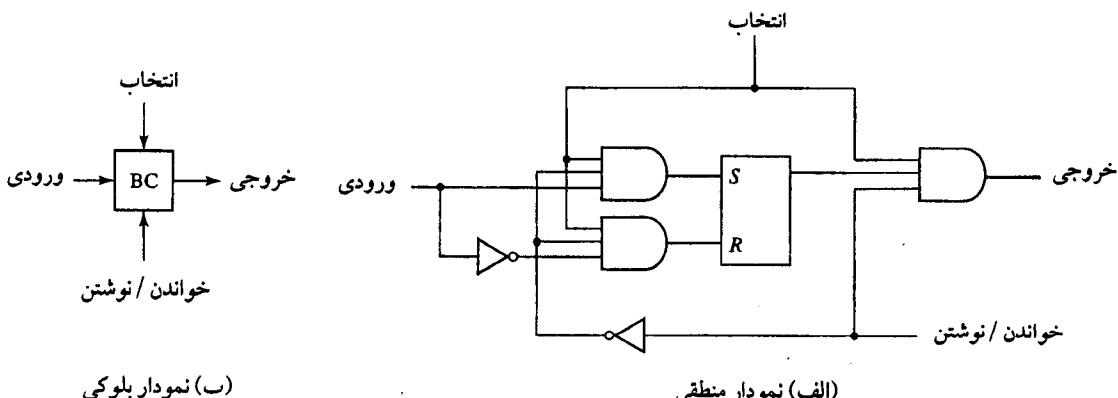
برنامه‌های موجود در یک دیسک مغناطیسی پس از آن به RAM کامپیوتر انتقال می‌یابد. قبل از خاموش کردن کامپیوتر اطلاعات موجود در RAM جهت حفظ و نگهداری به دیسک منتقل می‌گردد.

۷-۳ دیکد کردن حافظه

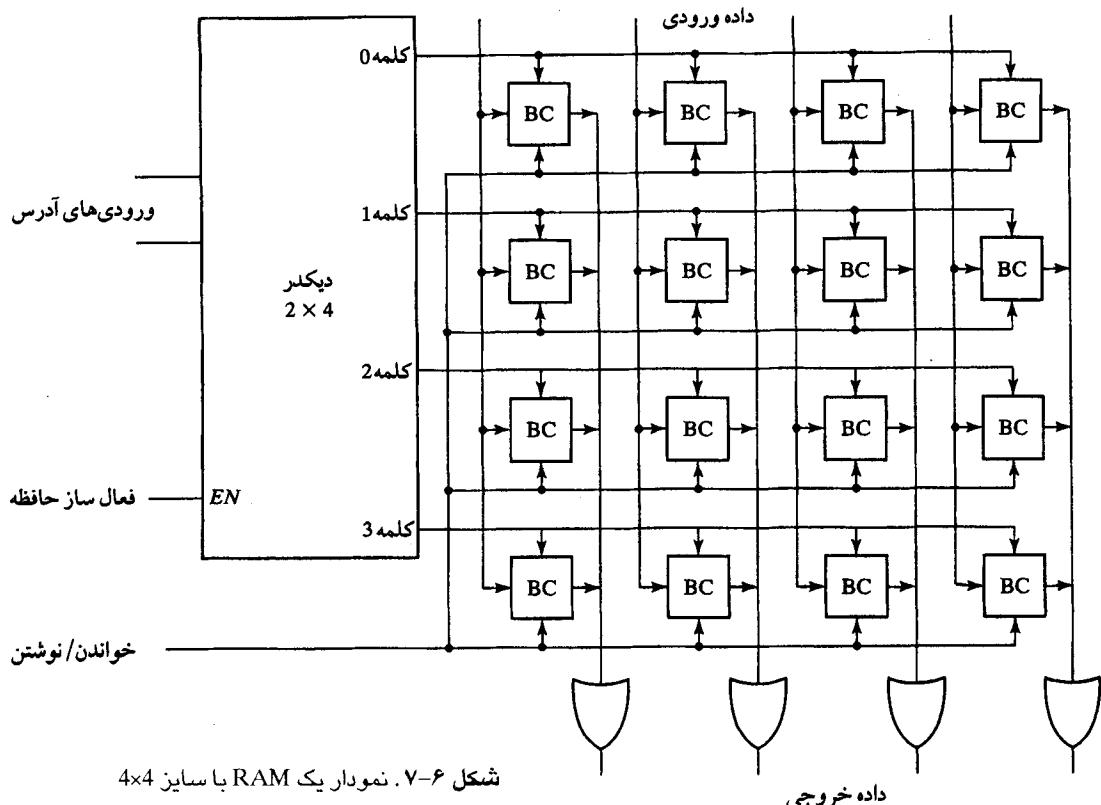
علاوه بر عناصر ذخیره‌سازی در یک واحد حافظه، برای انتخاب کلمه حافظه مشخص شده با آدرس ورودی، به یک دیکدر نیاز است. در این بخش ساختمان داخلی یک حافظه با دستیابی تصادفی را ارائه می‌کنیم و عملکرد دیکدر را نشان خواهیم داد. برای این که بتوان تمام حافظه را در یک نمودار جای داد واحد حافظه دارای 16 بیت حافظه با 4 بیت در هر کلمه فرض شده است. مثالی از آرایش دیکد کردن دو بعدی، برای درک بهتر حافظه‌های بزرگ‌تر آورده شده است. آنگاه مولتی پلکس کردن آدرس را که در مدارهای مجتمع DRAM به کار می‌رود نشان خواهیم داد.

ساختار درونی

ساختار درونی یک حافظه با دستیابی تصادفی m کلمه‌ای با n بیت در هر کلمه از یک مجموعه ذخیره‌سازی $m \times n$ و مدارهای دیکد کردن برای انتخاب هر کلمه تشکیل شده است. سلول ذخیره‌سازی دودویی بلوك ساختاری پایه واحد حافظه است. مدار معادل یک سلول دودویی که یک بیت از اطلاعات را ذخیره کند در شکل ۷-۵ نشان داده شده است. بخش ذخیره‌سازی آن نیز یک لج SR به همراه گیت‌های مربوطه است. در واقع سلول یک مدار الکترونیکی ساخته شده از چهار تا شش ترانزیستور می‌باشد. با این وجود بهتر است که آن را با سمبول‌های منطقی مدل‌سازی نماییم. یک سلول ذخیره‌سازی دودویی باید خیلی کوچک باشد تا بتوان سلول‌های بیشتری را در یک فضای کوچک در تراشه جای داد. سلول دودویی یک بیت را در هر لج داخلی ذخیره می‌نماید. ورودی انتخاب، سلول را برای خواندن یا نوشتمن فعال می‌کند و ورودی خواندن/نوشتن نوع عملکرد سلول را پس از انتخاب تعیین می‌نماید. یک 0 در ورودی خواندن/نوشتن عمل خواندن را با ایجاد مسیری از لج به پایانه بیرونی فراهم می‌نماید. یک 1 در ورودی خواندن/نوشتن عمل نوشتمن را با ایجاد مسیری از پایانه ورودی به لج ممکن می‌سازد.



شکل ۷-۵. سلول حافظه



شکل ۷-۶. نمودار یک RAM با سایز 4x4

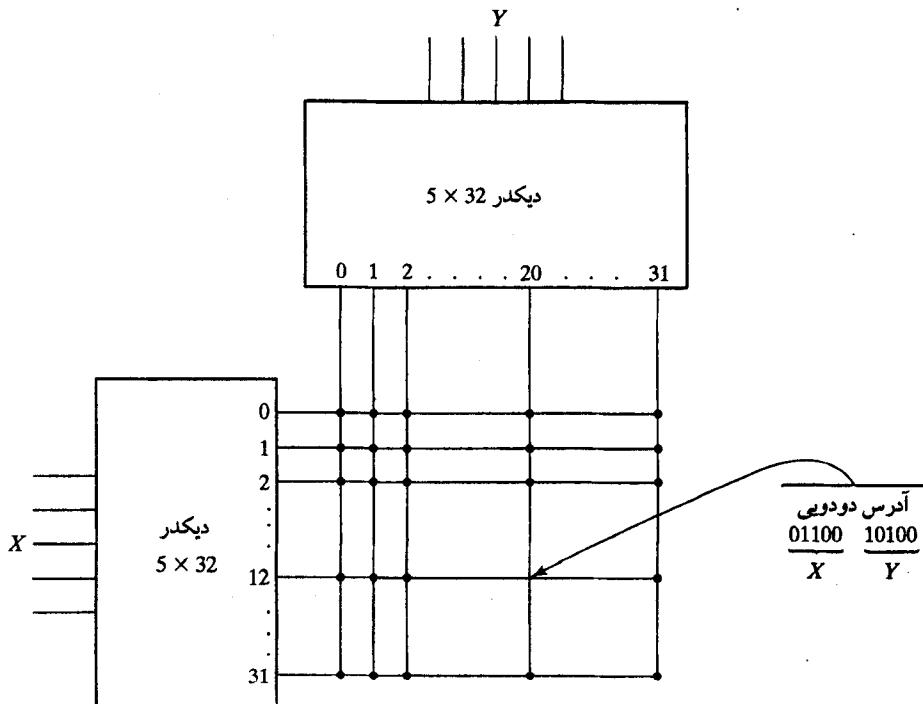
داده خروجی

ساختار منطقی یک RAM کوچک در شکل ۷-۶ نشان داده شده است. این مدار چهار کلمه چهار بیت و جمیاً ۱۶ سلوول دودویی دارد. بلوک‌های کوچک برچسب خورده با BC، سلوول دودویی را با سه ورودی و یک خروجی طبق شکل ۷-۵ (ب) نمایش می‌دهند. یک حافظه چهار کلمه‌ای به دو خط آدرس نیاز دارد. دو ورودی آدرس از یک Diyekdar 4×2 برای انتخاب یکی از چهار کلمه عبور می‌نمایند. Diyekdar با ورودی فعال‌ساز حافظه، فعال می‌شود. وقتی فعال‌ساز حافظه ۰ باشد، همه خروجی‌های Diyekdar ۰ و هیچ یک از کلمات حافظه انتخاب نمی‌شود. با ۱ شدن انتخاب حافظه بنا به مقدار دو خط آدرس، یکی از چهار کلمه حافظه انتخاب می‌گردد. پس از انتخاب کلمه، ورودی خواندن/نوشتن عمل را معین می‌نماید. در حین خواندن، چهار بیت کلمه انتخابی از گیت‌های OR به پایانه‌های خروجی منتقل می‌شوند (توجه کنید که گیت‌های OR مطابق با قرارداد منطق آرایه‌ای شکل ۷-۱ ترسیم شده‌اند). در هنگام نوشتن، داده موجود در خطوط ورودی به چهار سلوول دودویی کلمه انتخابی وارد می‌گردد. سلوول‌های دودویی انتخاب نشده غیرفعال شده و مقدار قبلی آنها دست نخورده باقی می‌ماند. وقتی ورودی انتخاب حافظه وارد به Diyekdar ۰ شود، هیچ یک از کلمات انتخاب نمی‌شوند و محتواهی همه

سلول‌ها مستقل از مقدار ورودی خواندن/نوشتن بدون تغییر باقی می‌مانند.
 حافظه‌های RAM تجاری می‌توانند تا هزاران کلمه در هر تراشه و از ۱ تا ۶۴ بیت در هر کلمه داشته باشند. ساختار منطقی یک حافظه با ظرفیت بالا توسعه مستقیمی از آرایش شکل ۷-۶ است. حافظه‌ای با 2^k کلمه n بیتی در هر کلمه نیاز به k خط آدرس دارد تا وارد دیکدر $2^k \times k$ گردد. هر یک از خروجی‌های دیکدر یک کلمه n بیتی را برای نوشتن و یا خواندن انتخاب می‌نماید.

دیک درن متقارن

یک دیکدر با k ورودی و 2^k خروجی به 2^k گیت AND و k ورودی در هر گیت نیاز دارد. با انتخاب طرح دو بعدی و استفاده از دو دیکدر می‌توان تعداد کل گیت‌ها و تعداد ورودی‌های گیت‌ها را کاهش داد. ایده اولیه در دیکد کردن دو بعدی، آرایش سلول‌های حافظه در یک آرایه است که تا حد ممکن به یک مربع نزدیک باشد. در این آرایش، دو دیکدر با $k/2$ ورودی در عوض دیکدر k ورودی به کار می‌رود. یک دیکدر انتخاب سطر و دیگری انتخاب ستون را در آرایش ماتریسی دو بعدی به عنده دارد. الگوی انتخاب دو بعدی برای یک حافظه $1k$ کلمه‌ای در شکل ۷-۷ نشان داده شده است. در عوض استفاده از یک دیکدر 1024×10 ، دو دیکدر 32×5 به کار رفته است. هنگام استفاده از دو دیکدر، ۶۴ گیت AND و با ۵ ورودی در هر کدام لازم می‌باشد. پنج بیت بالرژش‌تر آدرس به ورودی X و پنج بیت



شکل ۷-۷. ساختار دیک درن دو بعدی برای حافظه ۱K کلمه‌ای

کم ارزش تر به وروودی Y می‌رود. هر کلمه در آرایه حافظه با تلاقي یکی از 32 سطر، با یکی از 32 ستون از 1024 کلمه موجود، انتخاب می‌گردد. توجه کنید که هر تقاطع یک کلمه را با هر تعداد بیت نشان می‌دهد. به عنوان مثال، کلمه‌ای با آدرس 404 را در نظر بگیرید. معادل دودویی 10 بیت عدد 404 برابر با 10100 01100 است. در نتیجه $X = 12$ (دودویی) و $Y = 10100$ (دودویی 20) خواهد بود. کلمه n بیتی انتخابی در خروجی شماره 12 دیکدر X و خروجی شماره 20 دیکدر Y قرار دارد. همه بیت‌های کلمه برای خواندن یا نوشتن به کار می‌رود.

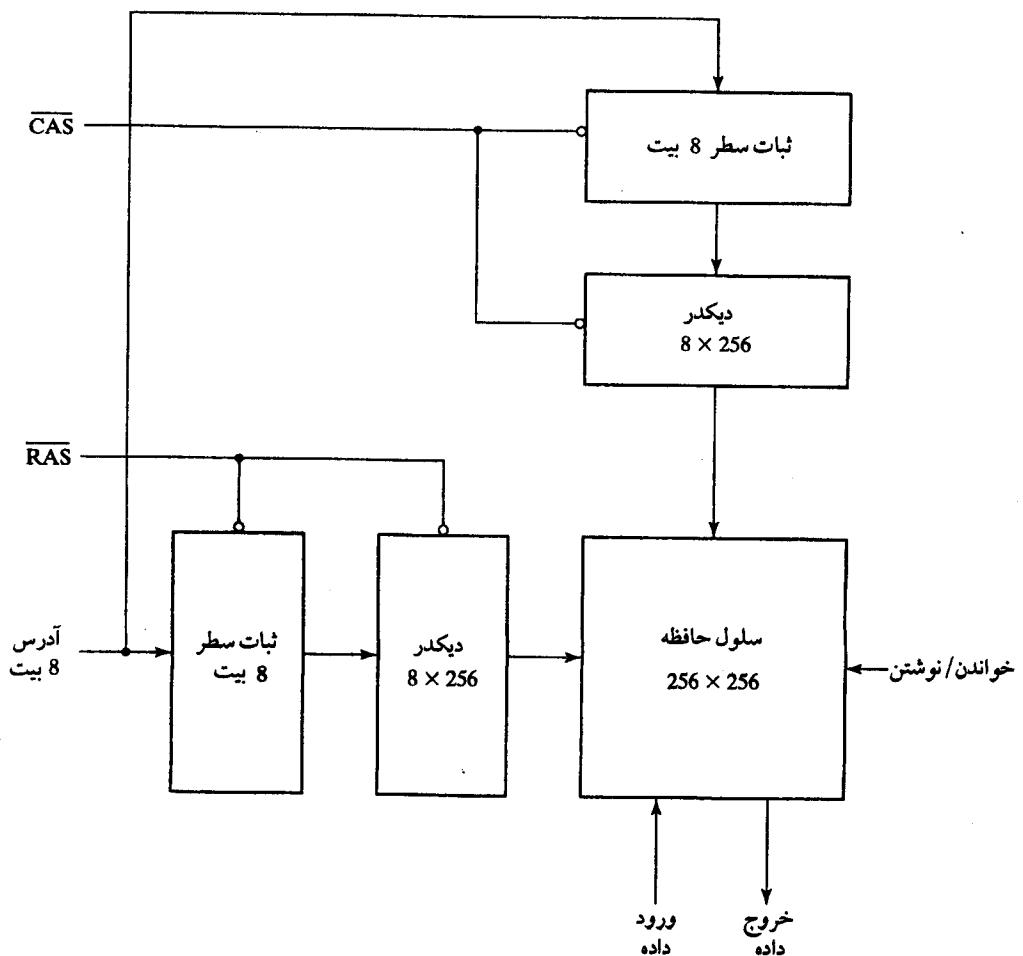
مولتی پلکس کردن آدرس

سلول حافظه SRAM که در شکل ۷-۵ مدل‌سازی شد معمولاً دارای شش ترانزیستور است. در ساخت حافظه‌های با ظرفیت بالاتر، لازم است تعداد ترانزیستورها را در هر سلول کاهش دهیم. سلول DRAM دارای یک ترانزیستور MOS و یک خازن است. بار ذخیره شده روی خازن با زمان تخلیه می‌شود و بنابراین حافظه به صورت پریودیک باید تازه‌سازی گردد. در DRAM‌ها به دلیل سادگی ساختار، چگالی سلول‌ها چهار برابر چگالی SRAM است. این قابلیت موجب می‌شود تا ظرفیت آن نسبت به حافظه SRAM چهار برابر گردد. قیمت هر بیت DRAM سه یا چهار برابر کمتر از SRAM می‌باشد. صرفه‌جویی دیگر به دلیل توان لازم کمتر در سلول‌های DRAM است. این مزایا موجب شده است تا DRAM در حافظه‌های بزرگ، تکنولوژی ارجح باشد. تراشه‌های DRAM با ظرفیت‌های 64K تا 256M بیت وجود دارند. بسیاری از DRAM‌ها سایز کلمه 1 بیتی دارند، بنابراین برای افزایش سایز کلمه باید چندین تراشه با هم ترکیب گردند.

به دلیل ظرفیت زیاد، دیکد کردن آدرس به صورت آرایه دو بعدی بوده و حافظه‌های بزرگتر حتی چندین آرایه دارند. برای کاهش تعداد پایه‌های بسته تراشه، طراحان از مولتی پلکس کردن آدرس استفاده می‌کنند که به وسیله یک مجموعه از پایه‌های وروودی آدرس عناصر آدرس را در خود جای دهند. در آرایه دو بعدی آدرس به دو بخش تقسیم شده و در زمان‌های مختلف بخش سطر آدرس ابتداء و سپس بخش ستون اعمال می‌گردد. چون برای هر دو بخش آدرس از یک مجموعه پایه استفاده می‌شود، سایز بسته به شدت کاهش می‌یابد.

برای تشریح ایده مولتی پلکس کردن از حافظه 64K کلمه‌ای استفاده شده است. نمودار آرایش دیکد کردن در شکل ۷-۸ دیده می‌شود. حافظه متشكل از آرایه دو بعدی سلول‌ها با 256 سطر در 256 ستون می‌باشد که جمعاً $2^{16} \times 2^8 = 64K$ خواهد بود. تنها یک خط ورود داده، و یک کنترل خواندن نوشتن وجود دارد. هشت بیت ورودی آدرس و دو آگاه‌گر آدرس موجود است. آگاه‌گرهای آدرس برای فعال کردن ثبات‌های مربوطه‌شان در سطر و ستون در نظر گرفته شده‌اند. آگاه‌گر آدرس سطر (RAS)، ثبات 8 بیت سطر را فعال می‌کند و آگاه‌گر ستون CAS، ثبات 8 بیتی ستون را فعال می‌نماید. خط بار روی سمبول آگاه‌گر به معنی فعال شدن ثبات‌ها در سطح منفی سیگنال است.

16 بیت آدرس با استفاده از RAS و CAS طی دو مرحله به DRAM اعمال می‌شود. در آغاز هر دو



شکل ۷-۸. مولتی پلکس کردن آدرس برای یک 64K DRAM

اگاه گر در حالت 1 هستند. آدرس سطر 8 بیتی به ورودی های RAS اعمال شده و 0 = RAS می گردد. این موجب خواهد شد تا آدرس سطر در ثبات آدرس سطر بار شود. RAS دیکدر سطر را هم فعال می کند به نحوی که آدرس سطر دیکد شده و یکی از سطرهای آرایه انتخاب گردد. پس از گذشت زمان نشست انتخاب سطر، RAS به سطح 1 باز می گردد. سپس آدرس ستون 8 بیتی به ورودی های آدرس اعمال شده و CAS به 0 برده می شود. این موجب می گردد تا آدرس ستون در ثبات آدرس ستون بار شود و دیکدر ستون را فعال نماید. در این هنگام دو بخش آدرس در ثبات های مربوطه هستند، و دیکدرها آنها را رمزگشایی کرده اند تا یک سلول انتخاب شود، و آنگاه عمل خواندن یا نوشتن بر روی سلول قابل اجرا خواهد بود. قبل از آغاز اجرای عمل روی حافظه بعدی، CAS به 1 باز گردانده می شود.

۷-۴ تشخیص و تصحیح خطأ

سطح پیچیدگی یک آرایه حافظه ممکن است هر از چندگاه خطاهایی را در ذخیره و بازیابی اطلاعات دودویی موجب شود. قابلیت اطمینان یک واحد حافظه را با استفاده از کدهای تشخیص و تصحیح خطأ می‌توان بهبود بخشید. مرسم ترین روش تشخیص خطأ، بیت توازن است (بخش ۳-۸ ملاحظه شود). پس از خواندن کلمه از حافظه، توازن آن چک می‌شود. اگر توازن بیت‌های خوانده شده صحیح باشد کلمه داده پذیرفته خواهد شد. اگر حاصل توازن چک شده معکوس باشد، خطای اعلام می‌شود ولی قابل اصلاح نیست.

یک کد تصحیح خطأ، بیت‌های تست توازن چند بیتی تولید می‌کند که همراه با کلمه داده در حافظه ذخیره می‌گردد. هر بیت تست توازن مربوط به گروهی از بیت‌ها در کلمه داده است. وقتی که کلمه از حافظه بازخوانی می‌شود، بیت‌های توازن نیز از حافظه خوانده شده و با مجموعه جدیدی از بیت تست تولید شده که از داده خوانده شده بدست می‌آید مقایسه می‌گردد. اگر بیت‌های تست صحیح باشند، بیانگر عدم وقوع خطاست. اگر بیت‌های تست با توازن ذخیره شده همخوانی نداشته باشد، یک الگوی منحصر به فردی به نام نشانه (syndrome) تولید می‌کند که می‌توان از آن برای تشخیص بیت خط استفاده کرد. هر وقت یک خط در یک بیت رخ دهد، به این معنی است که مقدار آن در حین خواندن و نوشتن از ۱ به ۰ یا از ۰ به ۱ تغییر یافته است. اگر بیت خطای خاصی شناسایی شد، می‌توان با متمم کردن آن بیت خط را اصلاح کرد.

کدهمینگ

یکی از رایج‌ترین کدهای تصحیح خطأ که در حافظه‌های RAM به کار می‌رود به وسیله R.W.Hamming پیشنهاد گردید. در کدهمینگ، k بیت توازن به کلمه داده n بیتی اضافه می‌شود تا یک کد جدید $n + k$ بیتی بدست آید. مکان بیت‌ها از ۱ تا $n + k$ شماره‌گذاری می‌شود. مکان‌هایی که توانی از 2 هستند برای بیت‌های توازن رزرو شده‌اند. بیت‌های باقیمانده، بیت‌های داده هستند. کد می‌تواند با کلماتی با هر طول به کار برده می‌شود. قبل از ارائه مشخصات عمومی کد، عمل را با یک کد هشت بیتی تشریح می‌نماییم.

به عنوان مثال کلمه داده 8 بیتی 11000100 را در نظر بگیرید. برای کلمه هشت بیتی چهار بیت توازن را لاحظ می‌کنیم و دوازده بیت حاصل را به صورت زیر مرتب می‌نماییم.

موقعیت بیت	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	P_1	P_2	1	P_4	1	0	0	P_8	0	1	0	0

چهار بیت توازن P_1 ، P_2 ، P_4 و P_8 به ترتیب در مکان‌های ۱، ۲، ۴ و ۸ قرار دارند. 8 بیت کلمه داده در بقیه مکان‌ها قرار گرفته‌اند. هر بیت توازن به طریق زیر محاسبه می‌شود.

$$P_1 = \text{XOR of bits } (3, 5, 7, 9, 11) = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$P_2 = \text{XOR of bits } (3, 6, 7, 10, 11) = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

$$P_4 = \text{XOR of bits } (5, 6, 7, 12) = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$P_8 = \text{XOR of bits } (9, 10, 11, 12) = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

توجه داشته باشید که تابع XOR یک تابع فرد است. این تابع در ازاء تعداد فردی از 1 در متغیرها برابر 1 و در ازاء تعداد زوجی از 1 برابر 0 است. بنابراین، هر بیت توازن طوری تنظیم می شود که تعداد کل 1 ها در متغیرهایی تست، از جمله بیت توازن همیشه زوج باشد.

کلمه داده هشت بیتی به همراه چهار بیت توازن به صورت یک کلمه مرکب 12 بیتی در حافظه ذخیره می گردد. با جایگزینی چهار بیت P در مکان های صحیح یک کلمه مرکب 12 بیتی بدست می آوریم.

0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	: موقعیت بیت

وقتی که 12 بیت فوق الذکر از حافظه خوانده می شود، برای وجود خطاهای ممکن جستجو می گردد. توازن روی ترکیب بیت های فوق و بیت توازن چک شده و چهار بیت چک به طریق زیر ارزیابی می شود.

$$C_1 = \text{XOR of bits } (1, 3, 5, 7, 9, 11)$$

$$C_2 = \text{XOR of bits } (2, 3, 6, 7, 10, 11)$$

$$C_4 = \text{XOR of bits } (4, 5, 6, 7, 12)$$

$$C_8 = \text{XOR of bits } (8, 9, 10, 11, 12)$$

یک بیت چک 0 به معنی توازن زوج روی بیت های چک شده و یک 1 به معنی توازن فرد است. چون بیت ها با توازن زوج ذخیره شده بودند، نتیجه $C = C_8C_4C_2C_1 = 0000$ بیانگر عدم وجود خطاست. با این وجود اگر $C \neq 0$ باشد، آنگاه عدد دو دویی 4 بیت تشکیل شده با بیت های چک یا تست، محل بیت خط را مشخص خواهد کرد. مثلاً سه حالت زیر را در نظر بگیرید.

1	2	3	4	5	6	7	.8	9	10	11	12
0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0
1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0

در حالت اول خطایی در کلمه 12 بیتی وجود ندارد. در حالت دوم خطایی در مکان شماره 1 وجود دارد زیرا از 0 به 1 تبدیل شده است. حالت سوم خطایی را در محل بیت 5 نشان می دهد که از 1 به 0 تبدیل شده است. با ارزیابی XOR بیت های مربوطه، چهار بیت چک را به طریق زیر محاسبه می کنیم:

C_8	C_4	C_2	C_1	بدون خطأ
0	0	0	0	
0	0	0	1	خطأ در بیت 1
0	1	0	1	خطأ در بیت 5

بنابراین برای حالت بدون خطأ $C = 0000$ ؛ با یک خطأ در بیت 1، $C = 0001$ ؛ و با یک خطأ در محل بیت 5، $C = 0101$ را داریم. عدد دو دویی C ، وقتی که برابر 0000 نباشد، محل بیت خط را مشخص می کند. خط را می توان با متمم کردن بیت مذکور تصحیح کرد. توجه کنید که خط می تواند در

جدول ۷-۲. محدوده بیت‌های داده برای n بیت چک

داده، n	محدوده های بیت چک، k	تعداد بیت‌های بیت چک
3	2-4	
4	5-11	
5	12-26	
6	27-57	
7	58-120	

یکی از کلمات داده و یا در یکی از بیت‌های توازن باشد.
 کد همینگ را می‌توان برای کلمات داده‌ای با هر طول استفاده کرد. به طور کلی، این کد متشکل از k بیت چک، و n بیت داده بوده و مجموعاً $k + n$ بیت را شامل می‌شود. مقدار نشانه، C ، متشکل از k بیت و در محدوده $2^k - 1$ از ۰ تا $2^k - 1$ می‌باشد. یکی از این مقادیر که معمولاً غیرصفر است، برای شناسایی عدم وجود خطأ مورد استفاده قرار می‌گیرد، و $2^k - 1$ مقدار باقیمانده برای تعیین $n + k$ بیت خطأ وارد می‌باشد. هر یک از این $2^k - 1$ مقدار را می‌توان برای توصیف منحصر وجود یک بیت خطأ به کار برد. بنابراین محدوده $2^k - 1$ باید بزرگتر از $n + k$ باشد.

$$2^k - 1 \geq n + k$$

با حل n بر حسب k داریم:

$$2^k - 1 - k \geq n$$

این رابطه فرمولی برای ایجاد تعداد بیت‌های داده‌ای که همراه با k بیت چک به کار می‌روند، را نشان می‌دهد. مثلاً وقتی $3 = k$ باشد، تعداد بیت‌های داده قابل استفاده برابر با $4 = 2^3 - 1 - 3$ است. $n \leq (2^3 - 1) - 3 = 4$ خواهد بود. برای $4 = k$ داریم $11 = 4 - 4 = 2^4 - 1$ و بنابراین $11 \leq n$ می‌باشد. کلمه داده ممکن است از ۱۱ بیت کمتر باشد ولی باید حداقل ۵ بیت داشته باشد، در غیر این صورت تنها ۳ بیت چک نیاز خواهد بود. این خود وجود ۴ بیت چک را در مثال داده ۸ بیتی قبلی توجیه می‌نماید. محدوده n برای مقادیر مختلف k در جدول ۷-۲ لیست شده است.

گروه‌بندی بیت‌ها برای تولید توازن و چک کردن از لیستی از اعداد دودویی بین ۰ تا $2^k - 1$ معین می‌شود. کم ارزش‌ترین بیت در اعداد دودویی ۱، ۳، ۵، ۷ و غیره برابر ۱ است. دومین بیت با ارزش‌تر در اعداد دودویی ۲، ۳، ۶، ۷ و غیره نیز برابر ۱ است. با مقایسه این اعداد با مکان بیت‌های به کار رفته در تولید و چک بیت‌های توازن در کد همینگ رابطه‌ای بین گروه‌بندی بیت‌ها در یک کد و مکان بیت‌های ۱ در رشته شمارش ملاحظه می‌شود. توجه کنید که هر گروه از بیت‌ها با عددی که توانی از ۲، مانند ۱، 2، 4، 8، 16 و غیره است آغاز می‌شود. این اعداد مکان بیت‌های توازن نیز هستند.

تصحیح تک خطأ، تشخیص جفت خطأ

کد همینگ فقط قادر است یک کد را شناسایی و تصحیح کند. خطاهای چندگانه قابل تشخیص نیستند. با افزودن یک بیت توازن دیگر به کلمه کد شده، کد همینگ را برای تصحیح یک خطأ و تشخیص

دو خطای می‌توان به کار برد. اگر این بیت اضافی را الحاظ نماییم، آنگاه کد 12 بیتی قبلی تبدیل به 001110010100P₁₃ خواهد شد که در آن XOR از 13 بیت دیگر ارزیابی می‌شود. این موجب می‌شود تا کد به صورت سیزده بیت 0011100101001 درآید (توازن زوج). وقتی که کد 13 بیت از حافظه خوانده شد، بیت‌های تست یا چک و نیز بیت P در تمام 13 بیت ارزیابی می‌گردد. اگر 0 = P باشد، توازن صحیح (توازن زوج) است، اما اگر 1 = P باشد، آنگاه توازن در 13 بیت غیرصحیح است (توازن فرد). چهار حالت زیر ممکن است اتفاق بیفتد.

اگر 0 = C و 0 = P باشد، خطای وجود ندارد.

اگر 0 ≠ C و 1 = P باشد، یک خطای رخ داده که قابل اصلاح است.

اگر 0 ≠ C و 0 = P باشد، یک جفت خطای رخ داده که قابل شناسایی است ولی قابل اصلاح نیست.

اگر 0 = C و 1 = P باشد، یک خطای در بیت 13 رخ داده است.

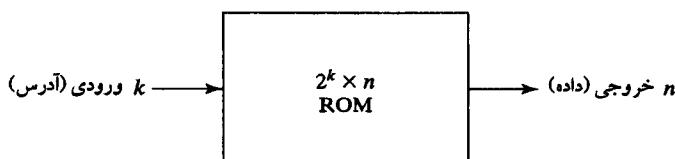
این روال ممکن است بیش از دو خطای شناسایی کند ولی تصحیح آنها تضمین نمی‌شود.

مدارهای مجتمع از کد همینگ اصلاح شده برای تولید و تست بیت‌های توازن در اصلاح یک خطای شناسایی دو خطای استفاده می‌کنند. کد اصلاح شده از آرایش توازن کاراکتری برخوردار است و در آن تعداد بیت‌های به کار رفته در محاسبه اعمال XOR بالا نس شده است. نمونه‌ای از این آی‌سی که از کلمه داده 8 بیت و کلمه تست 5 بیت استفاده می‌نماید نوع 74637 است. مدارهای مجتمع دیگری هم برای کلمات 16 و 32 بیتی وجود دارند. این مدارها می‌توانند در کنار حافظه‌ها برای تصحیح یک خطای شناسایی دو خطای در حین نوشتن و خواندن به کار روند.

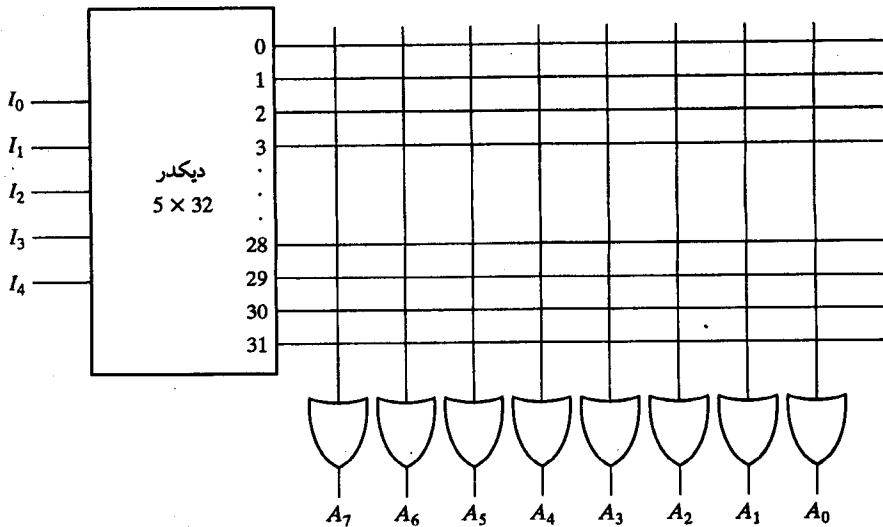
7-5 حافظه فقط خواندنی ROM

حافظه فقط خواندنی (ROM) اساساً یک وسیله ذخیره‌سازی است که در آن اطلاعات دودویی به طور دائم نگهداری می‌شود. اطلاعات داده باید توسط طراح مشخص شود و سپس برای ایجاد الگوی اتصالات داخلی به واحد حافظه وارد گردد. به محض ایجاد الگو، حتی با قطع و وصل منع تغذیه، اطلاعات در آن باقی خواهد ماند.

نمودار بلوکی ROM در شکل 7-9 دیده می‌شود. این حافظه دارای k ورودی و n خروجی است. ورودی‌ها آدرس حافظه را مهیا می‌کنند و خروجی‌ها بیت‌های داده کلمه ذخیره شده انتخابی به وسیله آدرس را فراهم می‌نمایند. تعداد کلمات در حافظه با توجه به k بیت خط آدرس برابر 2^k کلمه است. توجه دارید که ROM قادر ورودی داده است زیرا عمل نوشتن را انجام نمی‌دهد. تراشهای مدار مجتمع



شکل 7-9. نمودار بلوکی ROM

شکل ۷-۱۰. منطق درونی 32×8 ROM

ROM دارای یک یا چند ورودی فعال‌ساز هستند و گاهی هم با خروجی سه حالته عرضه می‌گردند تاساخت آرایه‌های بزرگتر ROM را امکان‌پذیر سازند.

به عنوان مثال 32×8 ROM را در نظر بگیرید. واحد دارای 32 کلمه 8 بیتی است. پنج خط ورودی اعداد دو دویی 0 تا 31 را برای آدرس تشکیل می‌دهند. شکل ۷-۱۰ ساختار منطقی درونی ROM را نشان می‌دهد. پنج ورودی به وسیله دیکدر 5×32 به 32 خروجی جدا دیکد می‌شوند. هر یک از خروجی‌های دیکدر یک آدرس حافظه را نشان می‌دهند. 32 خروجی دیکدر به هر یک از هشت گیت OR متصل است. در نمودار، قرارداد منطق آرایه‌ای که برای مدارهای پیچیده به کار می‌رود ملاحظه می‌گردد. هر یک OR باید با 32 ورودی در نظر گرفته شود. هر خروجی دیکدر به یکی از ورودی‌های هر گیت OR وصل است. چون هر گیت OR دارای 32 اتصال درونی است. به طور کلی یک $2^k \times n$ ROM دارای دیکدر داخلی $2^k \times k$ و n گیت OR دارای 2^k ورودی است. هر گیت OR دارای 2^k خروجی های دیکدر متصل می‌باشد.

تمام 256 تقاطع در شکل ۷-۱۰ قابل برنامه‌ریزی‌اند. یک اتصال قابل برنامه‌ریزی دو خط در عمل به معنی کلیدی است که می‌تواند به هر یک از دو حالت بسته (یعنی خط به هم وصلند) و باز (به معنی دو خط از هم جدا) تغییر وضع دهد. تقاطع قابل برنامه‌ریزی بین دو خط را گاهی نقطه تقاطع هم می‌گویند. برای پیاده‌سازی نقاط تقاطع وسایل فیزیکی متفاوتی وجود دارد. یکی از ساده‌ترین تکنولوژی‌ها از فیوز استفاده می‌کند که معمولاً دو نقطه را به هم وصل می‌نماید، و با اعمال یک پالس ولتاژ شدید به فیوز، اتصال باز یا سوزاننده می‌شود.

ذخیره‌سازی درونی یک ROM با جدول درستی که محتوای کلمه را در هر آدرس نشان می‌دهد،

جدول ۷-۳. جدول درستی ROM (ناقص)

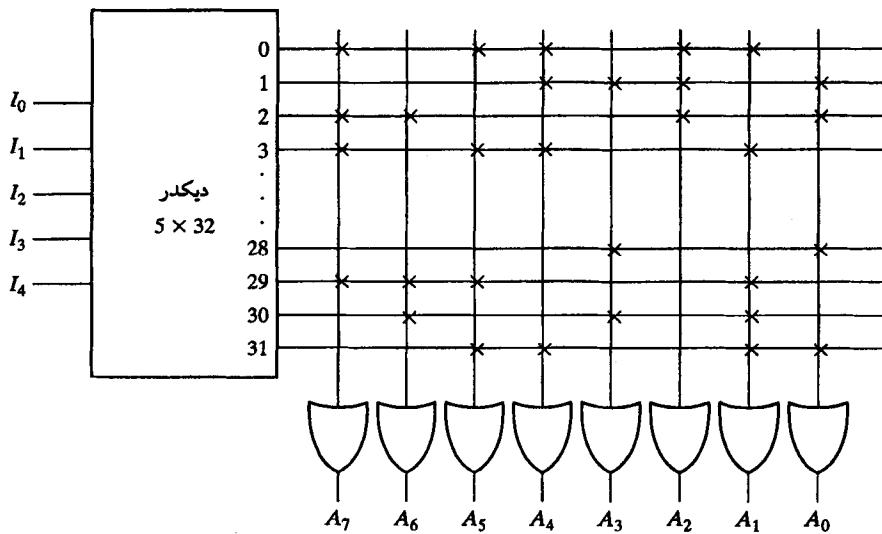
وروودی‌ها					خروجی‌ها							
I4	I3	I2	I1	I0	A7	A6	A5	A4	A3	A2	A1	A0
0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1
0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1
0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0
⋮					⋮							
1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0
1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1

صورت می‌گیرد. مثلاً، محتوای یک 8×32 ROM ممکن است با یک جدول درستی مشابه جدول ۷-۳) مشخص می‌گردد. در جدول پنج ورودی که در زیر آنها همه ۳۲ آدرس آمده دیده می‌شود. در هر آدرس یک کلمه ۸ بیتی ذخیره شده است که در زیر ستون خروجی‌ها لیست شده است. جدول، تنها چهار کلمه اول و چهار کلمه آخر را در ROM نشان می‌دهد. جدول کامل حاوی ۳۲ کلمه خواهد بود.

روش ساخت افزاری برنامه‌ریزی ROM سوزاندن فیوزها طبق یک جدول درستی است. مثلاً برنامه‌ریزی ROM بر طبق جدول درستی (۷-۳) آرایش شکل ۷-۱۱ را نتیجه می‌دهد. هر ۰ موجود در جدول به معنی عدم وجود اتصال و هر ۱ مسیری راکه به وسیله اتصال به دست می‌آید، نشان می‌دهد. به عنوان مثال، جدول کلمه ۸ بیت 10110010 را در آدرس 3 نشان می‌دهد. چهار عدد ۰ واقع در کلمه با سوزاندن فیوزهای بین خروجی 3 دیکدر و ورودی‌های گیت‌های OR مربوطه به خروجی‌های A₃, A₆، A₀ و A₂، برنامه‌ریزی می‌شود. چهار 1 در کلمه در نمودار با \times علامت زنی شده‌اند تا اتصالی را در نمودار منطقی بیان نمایند. وقتی ورودی ROM برابر 00011 می‌باشد، همه خروجی‌های دیکدر 0 اند به جز خروجی 3 که در منطق 1 است. سیگنال معادل با منطق 1 در خروجی 3 دیکدر از میان اتصالات عبور کرده و به خروجی‌های A₇, A₅, A₄, A₁ می‌رود. چهار خروجی دیگر در 0 باقی می‌مانند. نتیجه این است که کلمه ذخیره شده 10110010 به هشت خروجی داده ارسال می‌گردد.

پیاده‌سازی مدارهای ترکیبی

در بخش ۴-۸ دیدیم که یک دیکدر، 2^k میترم را برای k متغیر ورودی تولید می‌کند. با نصب گیت‌های OR برای بدست آوردن جمع میترم‌های توابع بول توانستیم هر مدار ترکیبی را تولید نماییم. ROM اساساً وسیله‌ای است که هر دو بخش دیکدر و گیت‌های OR را در خود دارد. با انتخاب اتصالات برای میترم‌های تابع، خروجی‌های ROM برای نمایش متغیرهای خروجی تابع بول در مدار ترکیبی، قابل برنامه‌ریزی خواهد بود.



شکل ۷-۱۱. برنامه‌ریزی ROM بر طبق جدول ۷-۲

عملکرد درونی ROM را به دو طریق می‌توان تفسیر کرد. اول این که ROM حافظه‌ای است حاول الگوی ثابتی از کلمات ذخیره شده. تفسیر دوم این است که این واحد یک مدار ترکیبی را پیاده‌سازی می‌نماید. از این دیدگاه هر پایانه خروجی به طور جداگانه یک خروجی برای تابع بول تلقی می‌شود که برحسب جمع مینترم‌ها بیان گشته است. مثلاً ROM شکل ۷-۱۱ را می‌توان یک مدار ترکیبی با هشت خروجی تصور کرد که هر یک تابعی از پنج متغیر ورودی است. خروجی A_7 را می‌توان به صورت جمع مینترم‌های زیر نوشت:

$$A_7 (I_4, I_3, I_2, I_1, I_0) = \Sigma(0, 2, 3, \dots, 29)$$

اتصالی که در شکل بالا \times علامت زده شده است مینترمی را برای مجموع تولید می‌کند. دیگر نقاط تقاطع اتصال ندارند و بنابراین در جمع لحاظ نشده‌اند.

در عمل، وقتی یک مدار ترکیبی به وسیله ROM طراحی می‌شود، لزومی ندارد اتصال درونی گیت‌ها را نشان دهیم. آنچه که یک طراح باید انجام دهد این است که ROM را با شماره‌اش مشخص نماید و جدول درستی ROM را نیز مهیا سازد. جدول درستی همه اطلاعات لازم برای برنامه‌ریزی ROM را دارد. هیچگونه نمودار منطقی درونی برای تکمیل و همراهی جدول درستی مورد نیاز نیست.

مثال ۷-۱

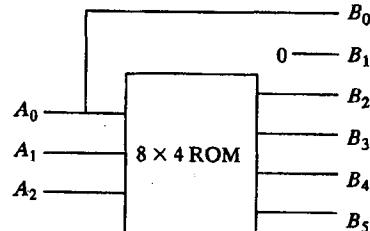
با استفاده از ROM یک مدار ترکیبی طراحی نمایید. مدار یک عدد 3 بیت را پذیرفته و یک عدد دودویی معادل با مرجع عدد ورودی تولید می‌نماید.

وروودی‌ها			خرجی‌ها						دهله‌ی
A_1	A_2	A_0	B_5	B_4	B_3	B_2	B_1	B_0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
0	1	0	0	0	0	1	0	0	4
0	1	1	0	0	1	0	0	1	9
1	0	0	0	1	0	0	0	0	16
1	0	1	0	1	1	0	0	1	25
1	1	0	1	0	0	1	0	0	36
1	1	1	1	1	0	0	0	1	49

اولین قدم بدست آوردن جدول درستی مدار ترکیبی است. در بسیاری از موارد بدست آوردن جدول درستی کافی است. در بعضی از حالات هم جدول درستی کوچکتری را برای ROM با توجه به خواص متغیرهای خروجی تعریف می‌کنند. جدول ۷-۴ جدول درستی مدار ترکیبی است. برای لحاظ همه اعداد ممکن دو دویی، سه ورودی و شش خروجی لازم است. با توجه به جدول ملاحظه می‌شود که خروجی B_0 همواره با ورودی A_0 برابر است، بنابراین نیازی به تولید B_0 توسط ROM نیست. به علاوه خروجی B_1 همواره ۰ است، بنابراین خروجی یک ثابت شناخته شده است. در نتیجه لازم است فقط چهار خروجی را با ROM تولید نماییم، و دو خروجی دیگر به راحتی قابل حصول می‌باشند. به این ترتیب حداقل سایزی که ROM به آن نیاز دارد سه ورودی و چهار خروجی است که سه ورودی هشت کلمه را مشخص می‌کنند و بنابراین ROM باید دارای سایز 4×8 باشد. پیاده‌سازی ROM این تابع در شکل ۷-۱۲ مشاهده می‌شود که در آن سه ورودی مدار هشت کلمه چهار بیتی را معین می‌نمایند. جدول درستی شکل ۷-۱۲ (ب) حاوی اطلاعات لازم برای برنامه‌ریزی ROM است. نمودار بلوکی شکل ۷-۱۲ (الف) اتصالات مورد نیاز را برای مدار ترکیبی نشان می‌دهد.

A_2	A_1	A_0	B_5	B_4	B_3	B_2
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	1
0	1	1	0	0	1	0
1	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1	0
1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	0	0

(ب) جدول درستی ROM



(الف) نمودار بلوکی

شکل ۷-۱۲. پیاده‌سازی ROM

انواع ROM

مسیرهای لازم در یک ROM به چهار روش مختلف برنامه‌ریزی می‌شوند. اولین روش که برنامه‌ریزی ماسک نامیده می‌شود به وسیله سازنده در آخرین مرحله ساخت قطعه صورت می‌گیرد. در

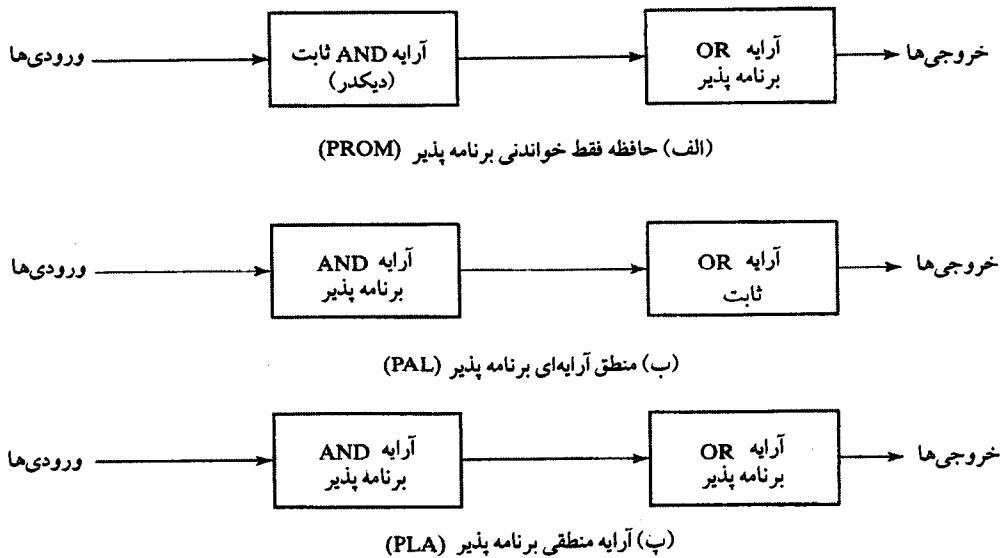
این روش، ساخت ROM مستلزم پر شدن جدول درستی مربوطه به وسیله سفارش دهنده است. این جدول ممکن است روی فرم مخصوصی که توسط سازنده ارائه می شود، و یا با قالب خاصی، روی خروجی های کامپیوتر ایجاد گردد. بر طبق جدول مشتری، سازنده ماسک مربوطه را برای تولید ۱ ها و ۰ ها برای مسیرها می سازد. این روش بسیار پرهزینه است زیرا سازنده مبلغ خاصی را برای ماسک کردن ROM از مشتری می گیرد. به همین دلیل، برنامه ریزی ماسک هنگامی اقتصادی است که تعداد زیادی از یک نوع ROM سفارش داده شود.

برای تعداد کم، نوع دوم آن به نام حافظه فقط خواندنی برنامه پذیر (PROM) اقتصادی تر است. هنگام سفارش، همه فیوزهای PROM دست نخورده و همه بیت های کلمه در منطق ۱ هستند. سوزاندن فیوزها در PROM با استفاده از یک پالس ولتاژ قوی و از طریق پایه خاصی صورت می گیرد. فیوز سوخته منطق ۰ و دست نخورده منطق ۱ را ایجاد می نمایند. این امکانات به کاربر اجازه می دهد تا PROM را در آزمایشگاه برنامه ریزی کرده و به رابطه بین آدرس های ورودی و کلمات ذخیره شده دست یابد. دستگاه خاصی به نام برنامه نویس PROM برای انجام این کار به صورت تجاری در اختیار قرار دارد. در هر حال، همه رویه ها برای برنامه ریزی ROM ها روال های سخت افزاری اند حتی اگر برنامه نویسی کلمات صورت گیرد.

روال برنامه نویسی یا برنامه ریزی سخت افزاری ROM ها یا PROM ها برگشت ناپذیرند و به محض انجام آن، الگویی ثابت و دائمی در آن ایجاد می شود که تغییر ناپذیر است. به محض ایجاد الگویی بیتی، کل قطعه هنگام تغییر الگو دور ریخته می شود. سومین نوع ROM، به نام PROM پاک شونده یا EPROM است. می توان PROM را دوباره به حالت اولیه اش در آورد، حتی اگر قبلاً برنامه نویسی شده باشد. وقتی EPROM را برای مدت معینی تحت تابش اشعه ماوراء بنفش قرار دهیم اشعه موجود کوتاه مذکور گیت های شناور درونی که نقش اتصالات برنامه ریزی شده را دارند، تخلیه می کند. پس از پاک شدن، EPROM به حالت اولیه خود بازگشته و با مقادیر جدیدی قابل برنامه ریزی است. نوع چهارم PROM، ROM، پاک شونده الکتریکی (EEPROM) یا EPROM است. این حافظه شبیه EPROM است با این تفاوت که اتصالات برنامه ریزی شده قبلی را به صورت الکتریکی در عوض اشعه ماوراء بنفش می توان پاک کرد. مزیت این کار این است که حافظه بدون نیاز به خارج کردن آن از سوکت پاک می شود.

PLD های ترکیبی

PROM یک وسیله منطقی برنامه پذیر ترکیبی در یک مدار مجتمع است که گیت های برنامه پذیر آن به دو بخش آرایه AND و آرایه OR تفکیک شده است تا جمع حاصل ضرب ها با AND-OR پیاده سازی شود. سه نوع PLD ترکیبی وجود دارند و اختلاف آنها در ایجاد اتصالات برنامه پذیر در آرایه AND-OR است. شکل ۷-۱۳ آرایش سه PLD را نشان می دهد. حافظه فقط خواندنی برنامه پذیر در آرایه (PROM) دارای آرایه AND ثابت به عنوان دیکدر است ولی آرایه OR آن برنامه پذیر است. گیت های



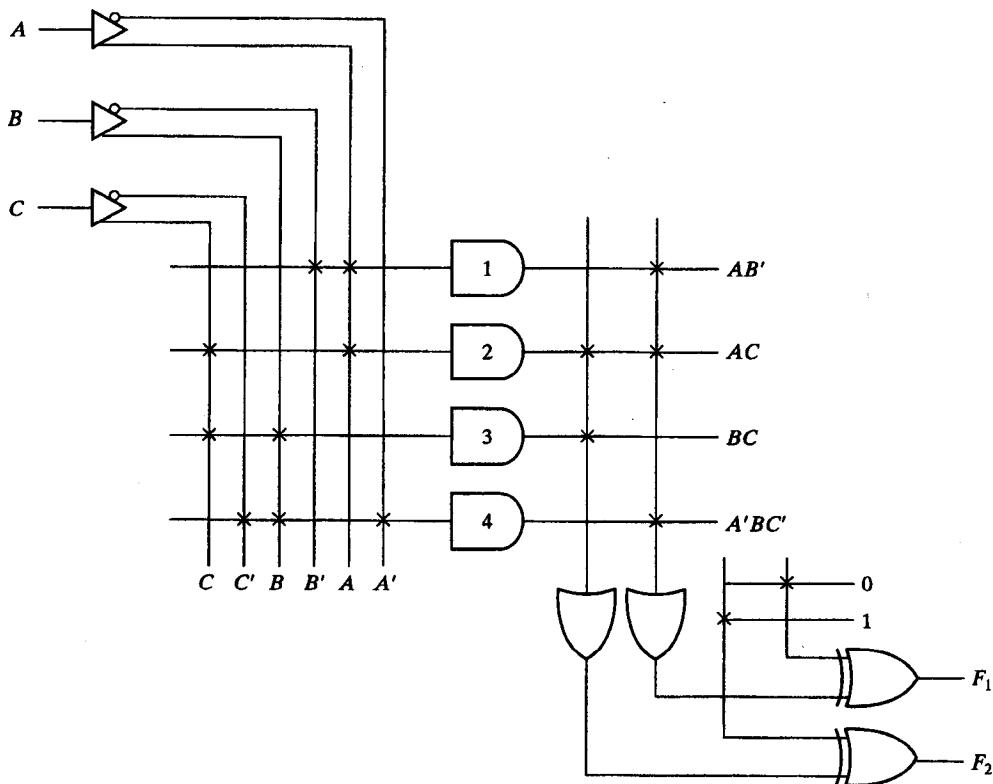
شکل ۷-۱۳. آرایش پایه سه نوع PDL

OR برنامه پذیر توابع بول را به صورت جمع حاصلضرب ها پیاده سازی می کنند. منطق آرایه برنامه پذیر (PAL) دارای آرایه AND برنامه پذیر و آرایه OR ثابت است. گیت های AND در تهیه جملات ضرب برای تابع بول برنامه ریزی می شوند که به صورت منطقی در هر گیت OR جمع شده اند. با انعطاف پرین PLD، آرایه منطقی برنامه پذیر (PLA) است که در آن هر دو آرایه AND و OR برنامه پذیرند. جملات ضرب در آرایه AND قابل استفاده مشترک با هر گیت OR برای پیاده سازی جمع حاصلضرب موردنظر است. نامهای PLA و PAL از دو سازنده مختلف در حین ساخت و سایل منطقی برنامه پذیر متفاوت اعلان شد. پیاده سازی مدارهای ترکیبی با PROM در این بخش نشان داده شد. طراحی این مدارها با PLA و PAL در دو بخش بعد مطرح شده است.

۷-۶ آرایه منطقی بوفاهمه پذیر PLA

آرایه منطقی برنامه پذیر (PLA) از نظر مفهوم شبیه PROM است. به جز این که PLA دیکد کامل متغیرها را فراهم نکرده و بنابراین همه میترم ها را تولید نمی کند. در این مدار دیکدر با آرایه های از گیت های AND جایگزین شده و می تواند برای تولید هر جمله ضرب متغیر های ورودی برنامه ریزی شود. سپس جملات ضرب به گیت های OR وصل می شود تا جمع حاصلضرب ها برای تابع بول موردنظر تهیه شود.

منطق درونی یک PLA با سه ورودی و دو خروجی در شکل ۷-۱۴ دیده می شود. از لحاظ تجاری این قطعه به علت کوچکی مقرون به صرفه نیست، ولی در اینجا به منظور نمایش آرایش منطقی PLA



شکل ۷-۱۴. PAL با سه ورودی، چهار جمله ضرب و دو خروجی

نمونه مطرح شده است. نمودار، سمبل‌های گرافیکی آرایه‌ای را برای مدار مجتمع پیچیده به کار می‌برد. هر ورودی وارد یک بافر و یک وارونگر می‌شود که در نمودار هم با سمبلی مرکب نشان داده شده است. این سمبل دارای هر دو خروجی صحیح و متمم شده است. هر ورودی و متنم آن به ورودی‌های هر گیت AND وصل است. این اتصال با تقاطع خطوط عمودی و افقی انجام گردیده است. خروجی‌های گیت‌های AND به ورودی‌های هر گیت وصلند. خروجی گیت OR به یک گیت XOR رفته است. گیت‌های XOR به دریافت ۱ یا ۰ برنامه‌ریزی شده‌اند. وقتی ورودی XOR به ۱ وصل باشد خروجی معکوس می‌شود (چون $x' = x \oplus 1$) هنگامی که ورودی XOR به ۰ وصل باشد خروجی تغییر نمی‌کند، (چون $x = x \oplus 0$). توابع بول خاصی که در شکل ۷-۱۴ برای PLA پیاده‌سازی شده است عبارتند از:

$$F_1 = AB' + AC + A'BC'$$

$$F_2 = (AC + BC)'$$

جملات ضرب تولید شده در کنار خروجی هر گیت AND در نمودار نوشته شده است. جمله ضرب از

جدول ۵-۷. جدول برنامه ریزی PAI.

جمله ضرب	وروودی ها			خروجی ها	
	A	B	C	(T)	(C)
	F ₁	F ₂			
AB'	1	1	0	-	1
AC	2	1	-	1	1
BC	3	-	1	1	-
A'BC'	4	0	1	0	1

روی نقاط تقاطع متصلی که با \times علامت خورده معین می شود. خروجی یک گیت OR جمع منطقی جملات ضرب انتخابی را تهیه می کند. بسته به اتصال یکی از ورودی های گیت XOR ، فرم متمم یا غیرمتمم خروجی حاصل می گردد.

نقشه فیوز PLA به شکل جدول می تواند نشان داده شود. جدول برنامه ریزی مربوط به PLA شکل ۷-۱۴ در جدول ۷-۵ ملاحظه می گردد. جدول برنامه ریزی از سه بخش تشکیل شده است. اولین بخش جملات ضرب را به صورت عدد لیست کرده است. بخش دوم مسیرهای لازم بین ورودی ها و گیت های AND را مشخص می نماید. سومین بخش مسیرهای بین گیت های AND و OR را معین می کند. برای هر متغیر خروجی، از T (به معنی صحیح یا متمم نشده) و یا C (به معنی متمم) برای برنامه ریزی گیت XOR استفاده می نماییم. جملات ضرب لیست شده در سمت چپ بخشی از جدول نیستند، بلکه فقط به منظور داشتن مرجع لحاظ شده اند. برای هر جمله ضرب ورودی ها با 1، 0 یا - (خط تیره) علامت زنی شده اند. اگر متغیری در جمله ضرب متمم نشده ظاهر شود متغیر ورودی مربوطه با 1 علامت گذاری می شود. اگر متمم باشد آن را با 0 علامت می زنیم. اگر متغیر در جمله ضرب وجود نداشته باشد با علامت خط تیره علامت زده خواهد شد. مسیرهای بین ورودی ها و گیت های AND در جدول برنامه ریزی زیرستون "ورودی ها" ذکر شده اند. هر 1 از ستون ورودی اتصال را از متغیر ورودی به گیت AND نشان می دهد. هر 0 در ستون ورودی، اتصالی را از متمم متغیر به ورودی گیت AND نشان می دهد. خط تیره به معنی فیوز سوخته ای در هر دو ورودی متغیر و متمم آن است. ضمناً هر پایانه باز، به معنی مطق 1 فرض می شود.

مسیرهای بین گیت های AND و OR زیر ستون "خروجی ها" ذکر شده اند. مسیرهای خروجی برای جملات ضرب موجود در تابع با 1 علامت زنی می شوند. هر جمله ضربی که در ستون خروجی اش 1 دارد به مسیری از خروجی گیت AND به ورودی گیت OR احتیاج دارد. مکان هایی که با خط تیره علامت زده شده فیوزهای سوخته شونده را مشخص می کنند. فرض بر این است که پایانه های باز در ورودی گیت OR، همچون 0 عمل کنند. بالاخره یک خروجی غیرمتمم، T، لازم می دارد که دیگر ورودی های گیت XOR مربوطه به 0 وصل شوند، ولی خروجی متمم، C، اتصال به 1 را بیانگر است. سایز یک PLA با تعداد ورودی ها، جملات ضرب و تعداد خروجی ها معین می گردد. نوعی مدار

مجتمع PLA ممکن است 16 ورودی، 4 جمله ضرب و 8 خروجی داشته باشد. برای n ورودی، k جمله ضرب و m خروجی، منطق درونی PLA متشكل از n بافر-وارونگر، k AND، $m \times m$ Gیت اتصال بین آرایه AND و OR و m اتصال مربوط به Gیت های XOR می باشد.

هنگام طراحی سیستم های دیجیتال با PLA، نیازی به نمایش اتصالات درونی آن، همچون شکل ۷-۱۴ وجود ندارد. آنچه لازم است، یک جدول برنامه ریزی است که PLA به وسیله آن برنامه ریزی می گردد. همچون ROM، PLA هم ممکن است به صورت ماسک برنامه پذیر، یا برنامه پذیر موردنی باشد. با برنامه ریزی ماسک، مشتری جدول برنامه PLA خود را به سازنده ارائه می کند. این جدول به وسیله سازنده استفاده شده و PLA سفارشی که منطق درونی اش طبق سفارش مشتری است، تولید می گردد. نوع دوم PLA موجود، آرایه منطقی برنامه پذیر موردنی (FPLA) نامیده می شود.

می تواند با یک دستگاه برنامه نویس ساخت افزاری تجاری به وسیله کاربر برنامه نویس گردد.

هنگام پیاده سازی یک مدار ترکیبی با PLA، باید بررسی های دقیقی به عمل آید تا جملات ضرب جدا از هم کاهاش یابد، زیرا PLA دارای تعداد Gیت های محدودی است. این کار با حداقل کردن تعداد جملات در هر تابع بول امکان پذیر است. تعداد لیترال در یک جمله اهمیت ندارد زیرا همه متغیر های ورودی به هر ترتیب در دسترسند. هر دو نوع تابع خروجی، یعنی متمم یا غیر متمم باید مشخص گردد تا بینیم کدام یک با تعداد کمتری جمله ضرب بیان می شود و کدام جمله نیز در دیگر توابع مشترک است.

۷-۲ مثال

دو تابع بول زیر را با PLA پیاده سازی کنید.

$$F_1(A, B, C) = \Sigma(0, 1, 2, 4)$$

$$F_2(A, B, C) = \Sigma(0, 5, 6, 7)$$

دو تابع در نقشه ۷-۱۵ ساده شده اند. هر دو فرم متمم و غیر متمم تابع بر حسب جمع حاصل ضرب ها ساده شده اند. ترکیبی که حداقل جملات ضرب را می دهد عبارت است:

$$F_1 = (AB + AC + BC)'$$

و

$$F_2 = AB + AC + A'B'C'$$

در این دو تابع چهار جمله ضرب مستقل وجود دارد که عبارتند از AB ، AC ، $A'B'C'$ و BC . جدول برنامه ریزی PLA برای این ترکیب در شکل نشان داده شده است. توجه کنید که خروجی F_1 خروجی غیر متمم است هر چند که روی حرف متمم (C) نوشته شده است. دلیل این است که F_1 با یک مدار AND-OR تولید شده و در خروجی Gیت OR در دسترس است. Gیت XOR، تابع را متمم می کند تا خروجی صحیح F_1 بدست آید.



		BC		B	
		00	01	11	10
A		0	1	1	0
		1	1	0	0
C					

		BC		B	
		00	01	11	10
A		0	1	0	0
		1	0	1	1
C					

$$F_1 = A'B' + A'C' + B'C'$$

$$F_1 = (AB + AC + BC)'$$

$$F_2 = AB + AC + A'B'C'$$

$$F_2 = (A'C + A'B + AB'C)'$$

جدول برنامه ریزی PLA

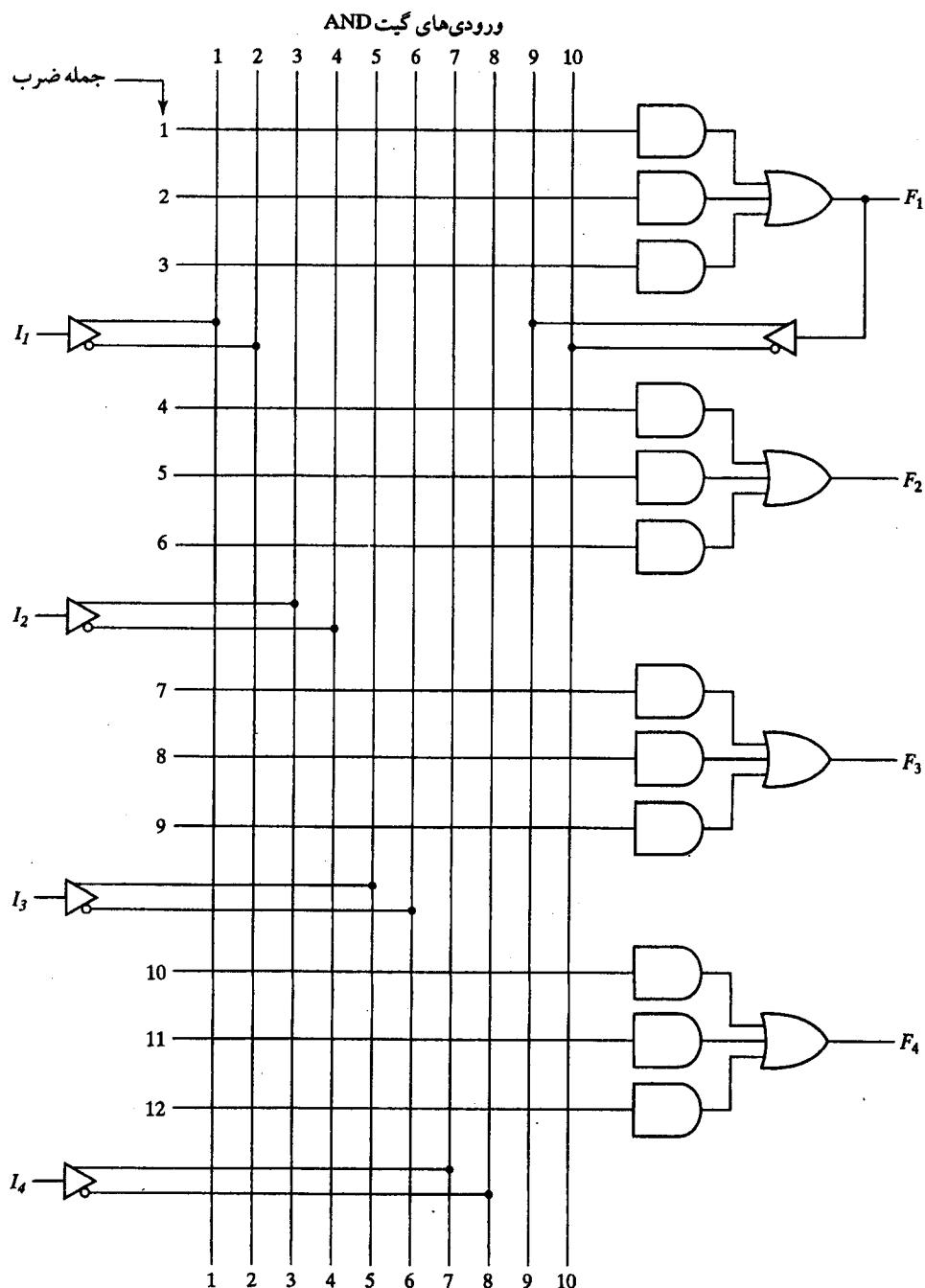
	AB	خروجی ها			ورودی ها		(C)	(T)
		جمله ضرب	A	B	C			
	1	1	1	-	-	1	1	1
	2	1	-	1	-	1	1	
	3	-	1	1	1	1	-	
	4	0	0	0	-	-	1	

شکل ۷-۱۵. حل مثال ۷-۲.

مدار ترکیبی به کار رفته در مثال ۷-۲ برای پیاده سازی با یک PLA بسیار ساده است. این مثال صرفاً به خاطر تشریح اهداف ارائه شد. PLA های موجود معمولاً تعداد زیادی ورودی و جملات ضرب دارند. ساده سازی توابع با تعداد زیادی متغیر باید به کمک روال های کامپیوترا انجام شود. برنامه های طراحی CAD در این زمینه هر تابع و متمم آن را از نظر تعداد جملات ساده می کند. آنگاه برنامه همه توابع را به فرم معمول یا متمم با توجه به حداقل جملات ضرب انتخاب می کند. سپس جدول برنامه ریزی PLA تولید می گردد و نقشه فیوزها فراهم می شود. نقشه فیوزها به یک برنامه نویس که از یک روال سخت افزاری در سوزاندن استفاده می کند اعمال می گردد تا مدار مورد نظر بدست آید.

۷-۷ منطق آرایه ای برنامه پذیر PAL

منطق آرایه ای برنامه پذیر (PAL) وسیله ای است با آرایه OR ثابت و آرایه AND برنامه پذیر. چون تست های گیت های AND برنامه پذیراند، PAL برای برنامه ریزی ساده تر است ولی به اندازه PLA انعطاف پذیر نیست. شکل ۷-۱۶ آرایش منطقی یک PAL نمونه را نشان می دهد. این مدار چهار ورودی و چهار خروجی دارد. هر ورودی به یک گیت بافر - وارونگر وصل است و هر خروجی با یک گیت OR ثابت تولید می گردد. در مدار چهار بخش موجود است که هر یک از آرایه AND-OR سه و جهی



شکل ۷-۱۶. PAL با چهار ورودی، چهار خروجی AND-OR سه رده‌ی فعالی

تشکیل شده است. این جمله به این دلیل بکار رفته است تا مشخص شود که سه گیت AND برنامه پذیر در هر بخش و نیز یک گیت OR ثابت وجود دارد. هر گیت AND 10 اتصال ورودی برنامه پذیر است. این ویژگی با 10 خط عمودی که هر خط افقی را قطع می‌کند نشان داده شده است. خطوط افقی نمایشگر آرایش چند ورودی گیت AND می‌باشند. یکی از خروجی‌ها به گیت بافر- وارونگر وصل و سپس به دو ورودی گیت AND پسخورد شده است.

PAL‌های تجاری حامل گیت‌های بیشتری از آنچه در شکل ۷-۱۶ ملاحظه شد، هستند. بعضی از آنها تا هشت ورودی، هشت بخش هر یک با سه آرایه AND-OR سه وجهی دارند. پایانه‌های خروجی گاهی با بافرهای سه حالت و وارونگرها راه‌اندازی می‌شوند.

هنگام طراحی با PAL، توابع بول، تا حدی که در هر بخش قابل پیاده‌سازی شدن باشند، باید ساده شوند. برخلاف PLA، یک جمله ضرب نمی‌تواند میان دو یا چند گیت OR به اشتراک باشد. بنابراین، هر تابع بدون توجه به وجود اشتراک در جملات ضرب ساده می‌گردد. تعداد جملات ضرب در هر بخش ثابت است، و اگر تعداد جملات در تابع زیاد باشد، ممکن است برای پیاده‌سازی یک تابع بول از دو بخش استفاده شود.

به عنوان مثال از کاربری یک PAL در طراحی یک مدار ترکیبی، توابع بولی زیر را که بر حسب مجموع میترم‌ها داده شده است ملاحظه نمایید.

$$w(A, B, C, D) = \Sigma(2, 12, 13)$$

$$x(A, B, C, D) = \Sigma(7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15)$$

$$y(A, B, C, D) = \Sigma(0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 15)$$

$$z(A, B, C, D) = \Sigma(1, 2, 8, 12, 13)$$

با ساده کردن چهار تابع فوق به حداقل تعداد جملات، توابع بولی زیر نتیجه می‌شود

$$w = ABC' + A'B'CD'$$

$$x = A + BCD$$

$$y = A'B + CD + B'D'$$

$$z = ABC' + A'B'CD' + AC'D' + A'B'C'D$$

$$= w + AC'D' + A'B'C'D$$

توجه کنید که تابع Z دارای چهار جمله ضرب است. جمع منطقی دوتای آن برابر w است. با به کارگیری w می‌توان تعداد جملات در Z را از چهار به سه رساند.

جدول برنامه‌ریزی PLA مشابه PAL است با این تفاوت که فقط ورودی گیت‌های AND باید برنامه‌ریزی شوند. جدول برنامه‌ریزی PLA را برای چهار تابع بول نشان می‌دهد. جدول به چهار بخش با سه جمله ضرب در هر کدام تقسیم شده است تا شکل ۷-۱۶ همخوانی داشته باشد. دو بخش اول تنها دو جمله ضرب لازم دارند تا تابع بول پیاده‌سازی شود. بخش آخر برای خروجی Z چهار جمله ضرب لازم دارد. با استفاده از خروجی W، می‌توانیم جملات را به سه برسانیم.

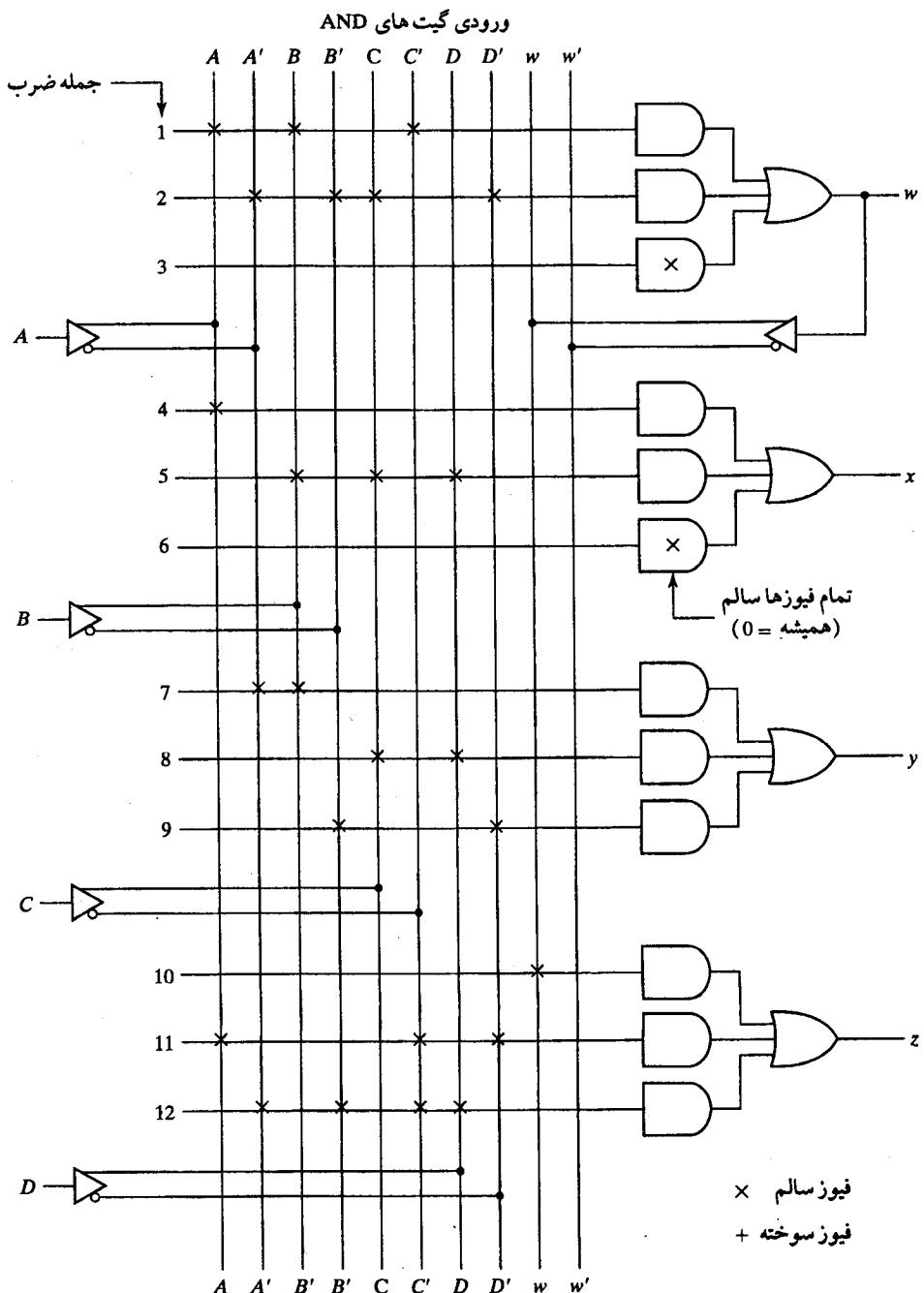
جمله حاصلضرب	ورودی‌های AND					خروجی‌ها
	A	B	C	D	W	
1	1	1	0	-	-	$w = ABC'$
2	0	0	1	0	-	$+ A'B'CD'$
3	-	-	-	-	-	
4	1	-	-	-	-	$x = A$
5	-	1	1	1	-	$+ BCD$
6	-	-	-	-	-	
7	0	1	-	-	-	$y = A'B$
8	-	-	1	1	-	$+ CD$
9	-	0	-	0	-	$+ B'D'$
10	-	-	-	-	1	$z = w$
11	1	-	0	0	-	$+ AC'D'$
12	0	0	0	1	-	$+ A'B'C'D$

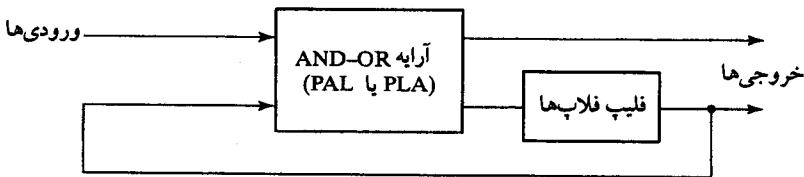
نقشه فیوزها برای PAL طبق جدول برنامه ریزی در شکل ۷-۱۷ ملاحظه می‌شود. برای هر ۱ یا ۰ تقاطع را روی نمودار با فیوز سالم علامت می‌زنیم. برای هر خط تبره، نمودار با فیوز سوخته برای هر دو ورودی صحیح (غیرمتتم) و متتم علامت زنی می‌شود. اگر گیت AND به کار نرود، همه فیوزهای ورودی سالم رها می‌شوند. چون ورودی مربوطه هر دو فرم متتم و غیرمتتم هر متغیر ورودی را دریافت می‌کند، داریم $0 = AA'$ و خروجی گیت AND همیشه ۰ است. طراحی PAL‌ها مانند همه PLD‌ها با استفاده از تکنیک‌های کامپیوتراً ساده شده است. سوزاندن فیوزهای داخلی یک روال سخت‌افزاری است که به کمک تجهیزات خاص انجام می‌گردد.

۷-۸ وسایل برنامه‌پذیر ترتیبی

سیستم‌های دیجیتال با استفاده از فلیپ فلاپ‌ها و گیت‌ها طراحی می‌شوند. چون PLD ترکیبی فقط از گیت‌های ساخته می‌شود، لازم است به هنگام استفاده از آنها در مدارهای ترتیبی، از فلیپ فلاپ‌های بیرونی استفاده شود. وسایل برنامه‌پذیر ترتیبی هر دو نوع مدارهای گیتی و فلیپ فلاپ را دارا هستند. به این ترتیب، مدار را برای اجرای انواع توابع ترتیبی می‌توان برنامه ریزی کرد. وسایل برنامه‌پذیر تجاری متعددی در دسترسند و هر وسیله هم تنوع خاص سازنده را دارد. منطق درونی این وسایل برای نمایش بسیار پیچیده است. بنابراین، سه نوع اصلی را بدون تشریح ساختار آن توصیف می‌کنیم.

- ۱- وسیله منطقی برنامه‌پذیر ترتیبی (SPLD) یا ساده
- ۲- وسایل منطقی برنامه‌پذیر پیچیده (CPLD)
- ۳- آرایه گیتی برنامه‌پذیر موردنی (FPGA)





شکل ۷-۱۸. وسیله منطقی ترتیبی برنامه پذیر

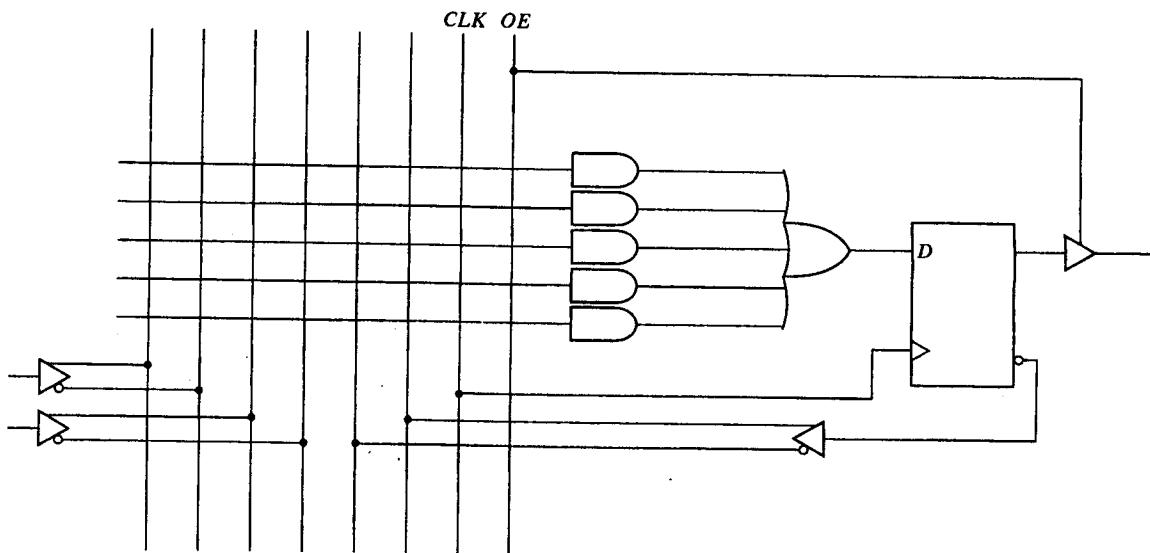
PLD ترتیبی را گاهی PLD ساده (SPLD) هم می‌گویند تا آن را از نوع PLD پیچیده تفکیک کنند. علاوه بر آرایه AND-OR حاوی فلیپ فلاپ‌ها در تراشه مدار مجتمع هم می‌باشد. نتیجه این SPLD ترکیب مدار ترکیبی شکل ۷-۱۸ است. در PAL یا PLA برای ایجاد یک ثبات، فلیپ فلاپ‌ها لحاظ شده‌اند. خروجی‌های مدار را از گیت‌های OR یا از خروجی‌های فلیپ فلاپ می‌توان دریافت کرد. مقداری اتصالات برنامه‌پذیر نیز برای ایجاد جملات ضرب حاصل از خروجی فلیپ فلاپ‌ها به کمک آرایه AND لحاظ شده است. فلیپ فلاپ‌ها می‌توانند از نوع D یا JK باشند.

اولین وسیله برنامه‌پذیری که پیاده‌سازی مدار ترتیبی را پشتیبانی می‌کند توالی گر منطقی برنامه‌پذیر موردنی (FPLS) است. نمونه‌ای از FPLS حول یک PLA با چند خروجی که فلیپ فلاپ‌ها را راه می‌اندازند تشکیل شده است. به لحاظ این که فلیپ فلاپ‌ها می‌توانند به عنوان نوع D یا JK کار کنند، انعطاف‌پذیرند. FPLS از نظر تجاری موقوتی نداشت زیاد تعداد اتصالات برنامه‌پذیر آن فوق العاده زیاد بود. رایج‌ترین نوع SPLD، PAL ترکیبی همراه با فلیپ فلاپ‌های D است.

PAL حاوی فلیپ فلاپ را PAL ثبات دار گویند تا بدین وسیله مشخص شود که وسیله علاوه بر آرایه AND-OR دارای فلیپ فلاپ نیز هست. هر بخش از یک SPLD را ماکروسیل گویند. ماکروسیل مداری است که حاوی جمع حاصل ضرب، تابع منطقی ترکیبی و یک فلیپ فلاپ اختیاری است. در اینجا فرض خواهیم کرد که جمع حاصل ضرب AND-OR به کار رفته باشد ولی در عمل می‌تواند هر یک از پیاده‌سازی‌های دو سطحی، بخش ۳-۷، به کار گرفته شود.

شکل ۷-۱۹ نمودار منطقی یک ماکروسیل را نشان می‌دهد. آرایه AND-OR PAL مثل آنچه در شکل ۷-۱۶ دیدیم می‌باشد. خروجی به وسیله یک فلیپ فلاپ D حساس به لبه راه‌اندازی می‌شود. فلیپ فلاپ به یک ورودی ساعت متصل است و حالتش با لبه ساعت تغییر می‌کند. خروجی فلیپ فلاپ به بافر سه حالته متصل است (یا وارونگر) که این بافر نیز با یک سیگنال فعال‌ساز خروجی به نام OE کنترل می‌شود. خروجی فلیپ فلاپ به یکی از ورودی‌های گیت‌های AND برنامه‌پذیر برای تهیه حالت فعلی مدار ترتیبی پسخورد شده است. نمونه‌ای از SPLD دارای 8 تا 10 ماکروسیل در یک بسته آی سی است. همه فلیپ فلاپ‌ها به یک ورودی CLK مشترک و صلنده و همه بافرهای سه حالته با ورودی OE کنترل می‌شوند. با برنامه‌ریزی ورودی‌های انتخاب می‌توان از مولتی پلکسراها برای انتخاب دو یا چهار مسیر مجزا، استفاده کرد.

علاوه بر آرایه AND، یک ماکروسیل دارای امکانات برنامه‌ریزی دیگری نیز هست. انتخاب‌هایی از

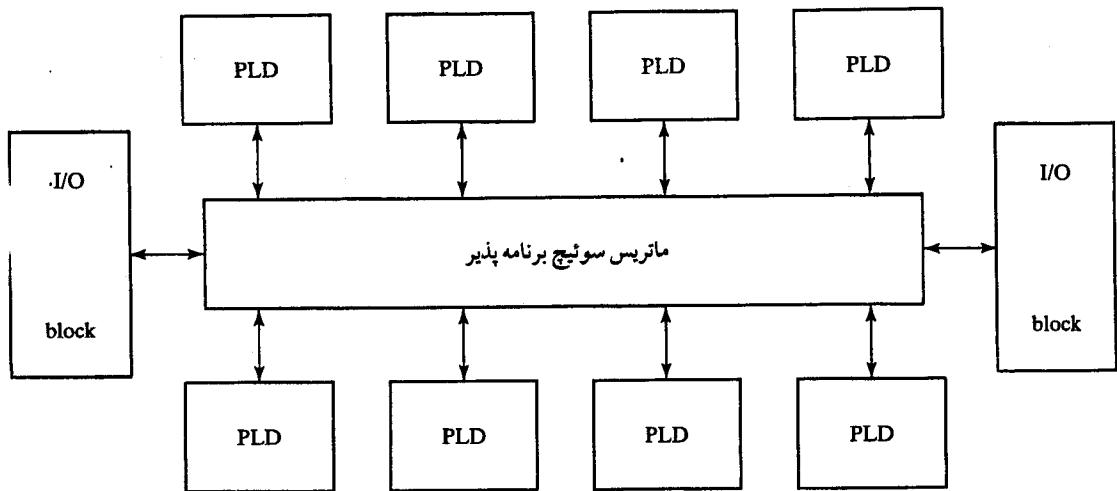


شکل ۷-۱۹. مدار منطقی ماکروسل پایه

این نوع امکانات شامل توانایی در استفاده یا نادیده گرفتن فلیپ فلاپ، انتخاب لبه ساعت، انتخاب پاک کردن و پیش تنظیم برای ثبات، و انتخاب خروجی صحیح یا متمم است. یک گیت XOR برای برنامه ریزی حالت صحیح / متمم بکار رفته است.

طراحی یک سیستم دیجیتال با استفاده از PLD اغلب نیاز به اتصال چندین وسیله برای تکمیل ویژگی‌ها دارد. برای این نوع کاربرد، اقتصادی‌تر است از یک وسیله منطقی برنامه‌پذیر پیچیده (CPLD) استفاده شود. CPLD مجموعه‌ای از PLD‌های منفرد روی یک مدار مجتمع می‌باشد. ساختار اتصالات برنامه‌پذیر ارتباط PLD را به یکدیگر به همان طریق PLD‌های منفرد امکان پذیر می‌سازد.

شکل ۷-۲۰ آرایش کلی یک CPLD است. این مدار از چند PLD مرتبط به هم که از طریق یک ماتریس سوئیچ برنامه‌ریزی می‌شود تشکیل شده است. بلوک‌های ورودی / خروجی (I/O) اتصالات به پایه‌های آی‌اسی رامهای می‌سازد. هر پایه I/O با یک بافر سه حالت راه اندازی می‌شود و می‌تواند به عنوان خروجی یا ورودی برنامه‌ریزی شود. ماتریس سوئیچ ورودی‌ها را از بلوک I/O دریافت می‌کند و آن را به سمت ماکروسل خاصی هدایت می‌نماید. به همین طریق، خروجی‌های انتخابی از ماکروسل را به داخل هر PLD معمولاً به طور کامل وصلند. اگر ماکروسلی جملات ضرب به کار نرفته‌ای داشته باشد می‌توان از آنها در ماکروسل‌های مجاور استفاده کرد. در بعضی از موارد فلیپ فلاپ ماکروسل را می‌توان به عنوان D ، JK یا T برنامه‌ریزی کرد. سازندگان مختلف، راه‌های متفاوتی را برای معماری کلی CPLD‌ها به کار گرفته‌اند. زمینه‌های اختلاف عبارتند از PLD‌های درونی خاص (گاهی به آنها



شکل ۷-۲۰. آرایش کلی CPLD

بلوک‌های تابعی می‌گویند)، نوع ماکروسل، بلوک‌های I/O و ساختار اتصالات درونی برنامه‌پذیر. بهترین راه شناسایی وسیله خاص یک سازنده مطالعه مقالات سازنده است.

قطعه اصلی به کار رفته در طراحی VLSI آرایه‌گیتی است، یک آرایه‌گیتی از الگویی از گیت در یک ناحیه از سیلیکان ساخته شده و هزاران بار تکرار شده است تا تمام تراشه با گیت پوشش یابد. ابعاد آرایه از یک هزار تا دارد تا مشتری الگوی موردنظر خود را برای سازنده فراهم کند. چند سطح اول فرآیند ساخت مشترک بوده و مستقل از تابع منطقی نهایی است. مراحل بعدی ساخت لازم می‌دارد تا اتصالات درونی گیت‌ها طبق مشخصات داده شده به وسیله طراح به هم وصل شوند.

آرایه‌گیتی برنامه‌پذیر موردی (FPGA) یک مدار VLSI است که قابل برنامه‌نویسی در محل کاربر است. بعضی از آنها آرایه‌ای متشكل از هزاران بلوک منطقی دارند، که به وسیله بلوک‌های ورودی و خروجی برنامه‌پذیر محصور شده‌اند و از طریق اتصالات قابل برنامه‌ریزی به هم متصل می‌گردند. آرایش‌های داخلی بسیار متنوعی در این گروه از وسایل وجود دارد. رفتار هر وسیله به مدار داخل بلوک و راندمان اتصالات برنامه‌ریزی شده بستگی دارد.

نوعی از بلوک منطقی FPGA از جداول نظاره، مولتی پلکسرهای، گیت‌ها و فلیپ فلاپ‌ها ساخته شده است. جداول نظاره نوعی جدول درستی ذخیره شده در SRAM است و توابع مدار ترکیبی را برای بلوک منطقی فراهم می‌کند. این توابع از جداول درستی ذخیره شده در SRAM و شبیه به روش پیاده‌سازی مدارهای ترکیبی با ROM تحقق می‌یابند، بخش ۷-۵. مثلاً یک 2×16 می‌تواند جدول درستی یک مدار ترکیبی که چهار ورودی و دو خروجی دارد را ذخیره نماید. بخش منطق ترکیبی همراه با تعدادی مولتی پلکسرهای برنامه‌پذیر برای بدست آوردن معادلات ورودی به فلیپ فلاپ و

خروجی بلوک منطقی به کار می‌رود.

مزیت استفاده از RAM به جای ROM در ذخیره جدول درستی این است که جدول با نوشتمن در حافظه قابل برنامه‌نویسی است. عیب آن هم این است که حافظه فرار بوده و هنگام قطع برق باید محتوای جدول نظاره دوباره بار شود. برنامه را می‌توان از کامپیوتر مرکزی یا از PROM‌های روی بورد بار کرد. برنامه تا برنامه‌ریزی مجدد FPGA و یا تا قطع برق در SRAM باقی می‌ماند. هر بار که برق وصل شود وسیله باید دوباره برنامه‌ریزی گردد. قابلیت برنامه‌ریزی مجدد FPGA کاربردهای زیادی را با پیاده‌سازی مدارهای منطقی مختلف در آن ممکن می‌سازد.

طراحی با PLD، FPGA یا CPLD نیاز به ابزارهای قوی طراحی کامپیوترا CAD دارد تا روال طراحی آسان شود. ابزارهای متعددی مانند بسته‌های ورود شماتیک و زیان‌های توصیف سخت‌افزاری (HDL) مانند ABEL، VHDL و Verilog موجودند. ابزارهای طراحی موجود بلوک‌های منطقی را مستقر، آرایش و به هم وصل می‌کنند تا با یک زیان سطح بالا در HDL تحقق یابد.

مسائل

- ۱-۷ واحدهای حافظه زیر با تعداد کلمات و تعداد بیت در هر کلمه مشخص می‌شود. در هر حالت چند خط آدرس و چند خط ورودی - خروجی داده وجود دارد؟
 - (الف) $16 \times 4K$ ، (ب) $8 \times 2G$ ، (پ) $32 \times 16M$ ، (ت) $64 \times 256K$
- ۲-۷ تعداد بایت‌های ذخیره شده در حافظه‌های مسئله ۱-۷ را مشخص کنید.
- ۳-۷ شماره کلمه 723 حافظه در شکل ۷-۳، حاوی معادل دودویی 3451 است. آدرس 10 بیتی و محتوای حافظه 16 بیتی کلمه را لیست نماید.
- ۴-۷ شکل موج زمانبندی سیکل حافظه برای اعمال نوشتن و خواندن را نشان دهید. ساعت CPU را 25MHz و سیکل حافظه را 60ns در نظر بگیرید.
- ۵-۷ یک برنامه تست برای حافظه توصیف شده در مثال ۷-۱ HDL بنویسید. برنامه تست عدد دودویی 7 را در آدرس 0، و 14 دودویی را در آدرس 60 ذخیره می‌کند. آنگاه دو آدرس برای اطمینان از ذخیره شدن خوانده می‌شوند.
- ۶-۷ حافظه $4 \times 4 \times 4$ RAM شکل ۷-۶ را در یک نمودار بلوکی محصور کنید و تمام ورودی‌ها و خروجی‌ها را نشان دهید. با فرض خروجی‌های سه حالت، یک حافظه $8 \times 8 \times 4$ RAM با تقسیم 4 بسازید.
- ۷-۷ یک حافظه $4 \times 4 \times 16K$ از یک روش دیکد کردن متقاضان (coincident) با تقسیم دیکدر داخلی به دو بخش X و Y استفاده می‌کند.
 - (الف) سایز هر دیکدر چقدر است و چند گیت AND برای دیکدر آدرس لازم است؟
 - (ب) وقتی آدرس ورودی معادل 6000 دودویی است خطوط انتخاب X و Y فعال شده را معین کنید.
- ۸-۷ (الف) چند تراشه RAM $8 \times 32K$ برای تهیه یک حافظه با ظرفیت 256K لازم است؟

(ب) چند خط آدرس برای دستیابی به 256K بایت لازم است؟ چند خط از آنها به ورودی‌های آدرس همه تراشه‌ها متصل می‌شوند.

(پ) برای ورودی‌های انتخاب تراشه چند خط باید دیکد گردد.

۷-۹ یک تراشه DRAM از مولتی پلکس کردن دو بعدی استفاده می‌کند. این تراشه دارای 13 خط آدرس مشترک است که در آن آدرس سطر 1 بیت بیشتر است. ظرفیت حافظه چقدر است.

۷-۱۰ با فرض کلمه داده 8 بیت 01011011، یک کلمه مرکب 13 بیت برای کد همینگ تولید کنید تا یک خطا را اصلاح و دو خطا را تشخیص دهد.

۷-۱۱ کد همینگ 15 بیت را برای کلمه داده 11 بیت 11001001010 بدست آورید.

۷-۱۲ یک کد همینگ 12 بیت حاوی 8 بیت داده و 4 بیت توازن از حافظه خوانده شده است. اگر کلمه 12 بیت خوانده شده برابر زیر باشد کلمه داده 8 بیت اولیه نوشته در حافظه چیست:

(الف) 101111110100 (ب) 101110000110 (پ) 000011101010

۷-۱۳ چند بیت چک یا تست توازن باید در کلمه داده لحاظ شود تا برای موارد زیر یک خطا تصحیح و دو خطا تشخیص داده شود (الف) 16 بیت (ب) 32 بیت (پ) 48 بیت.

۷-۱۴ در صورت لزوم کد همینگ را برای چهار بیت D₃، D₆، D₅ و D₇ همراه با سه بیت توازن P₁، P₂ و P₄ فرموله کنید.

(الف) کلمه کد مرکب را برای کلمه داده 0010 بدست آورید.

(ب) سه بیت تست C₄، C₂ و C₁ را با فرض نبود خطا ارزیابی نمایید.

(پ) فرض کنید هنگام نوشتن در حافظه خطای در بیت 5 رخ داده باشد. نشان دهید که چگونه خطا در این بیت شناسایی و اصلاح شده است.

(ت) بیت توازن P₈ را برای تشخیص دو بیت خطا در کد لحاظ کنید. فرض کنید که خطاهای در بیت‌های 5 و D₅ و P₂ رخ دهد. نشان دهید که چگونه دو خطا تشخیص داده می‌شوند.

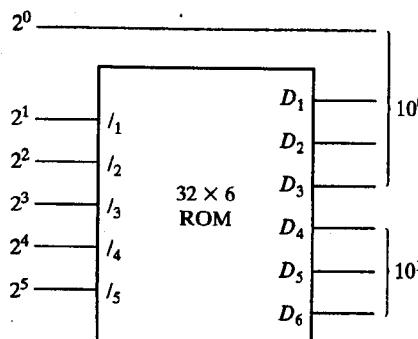
۷-۱۵ با فرض تراشه ROM 8 × 32 با یک ورودی فعال‌ساز، اتصالات بیرونی لازم برای ساخت یک ROM 8 × 128 را نشان دهید. از چهار تراشه و یک دیکدر استفاده کنید.

۷-۱۶ یک تراشه ROM با 8 × 4096 بیت دارای دو ورودی انتخاب تراشه بوده و با یک منبع تغذیه 5V کار می‌کند. برای بسته مدار مجتمع چند پایه لازم است؟ نمودار بلوکی را ترسیم کنید و همه ورودی‌ها و پایانه‌ها را در ROM علامت بزنید.

۷-۱۷ یک ROM 6 × 32 همراه با خط⁰ مطابق شکل (۷-۱۷) ، یک عدد دودویی 6 بیت را به عدد BCD متناظر ش تبدیل می‌کند. مثلاً 100001 (33 دهدهی به 011 0011 در BCD تبدیل می‌شود) جدول درستی ROM را مشخص نمایید.

۷-۱۸ سایز ROM (تعداد کلمات و تعداد بیت در هر کلمه) لازم که بتواند جدول درستی برای مدارهای ترکیبی زیر را در خود جای دهد چیست:

(الف) یک ضرب کننده که دو عدد 4 بیت را در هم ضرب کند.



شکل (م) ۷-۱۷

- (ب) یک جمع-تفرین‌گر 4 بیت
 (پ) یک مولتی پلکسor 2 به 1 چهارتایی با ورودی‌های فعال‌ساز و انتخاب مشترک
 (ت) یک دیکدر BCD به هفت قسمتی با یک ورودی فعال‌ساز
- ۷-۱۹ جدول درستی یک ROM 4×8 را که توابع بولی زیر را پیاده‌سازی کند ایجاد کنید.

$$A(x, y, z) = \Sigma(1, 2, 4, 6)$$

$$B(x, y, z) = \Sigma(0, 1, 6, 7)$$

$$C(x, y, z) = \Sigma(2, 6)$$

$$D(x, y, z) = \Sigma(1, 2, 3, 5, 7)$$

اگر با فرض ROM به عنوان یک حافظه، محتوای آدرس‌های 1 و 4 را معین نمایید.

- ۷-۲۰ جدول برنامه‌سازی PLA برای چهار تابع بولی لیست شده در مسئله ۷-۱۹ را ایجاد کنید. تعداد جملات ضرب را حداقل کنید.

- ۷-۲۱ جدول برنامه‌ریزی PLA را برای یک مدار ترکیبی که مربع 3 بیت را تولید کند مشخص کنید. تعداد جملات ضرب را حداقل نمایید. (شکل ۷-۱۲ برای پیاده‌سازی ROM معادل ملاحظه شود).

- ۷-۲۲ جدول برنامه‌ریزی PLA برای تبدیل BCD به افروزی 3 با توابع بولی ساده شده در شکل ۴-۳ را لیست کنید.

- ۷-۲۳ مسئله ۷-۲۲ را با PAL تکرار نمایید.

- ۷-۲۴ در زیر جدول درستی یک مدار ترکیبی 3 ورودی، 4 خروجی نشان داده شده است. جدول برنامه‌ریزی PLA را برای مدار نشان دهید و نقشه فیوز در نمودار PAL را مشابه شکل ۷-۱۷ علامت بزنید.

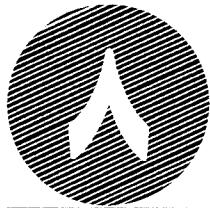
ورودی‌ها			خروجی‌ها			
x	y	z	A	B	C	D
0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1	0
1	1	1	0	1	1	1

۷-۲۵ با به کارگیری ماکروسل ثباتی شکل ۷-۱۹، نقشه فیوز برای مدار ترتیبی حاوی دو ورودی x و y و یک فلیپ فلاپ A که با معادله $D_A = x \oplus y \oplus A$ ورودی زیر تعریف شده را نشان دهد.

۷-۲۶ نمودار PAL شکل ۷-۱۶ را با لحاظ سه فلیپ فلاپ ساعت دار D بین گیت های OR و خروجی ها طبق ۷-۱۹ اصلاح کنید. نمودار باید با نمودار بلوکی مدار ترتیبی همخوانی داشته باشد. برای انجام این کار سه گیت بافر- وارونگر و سه خط عمودی برای خروجی های فلیپ فلاپ هایی که از طریق اتصالات برنامه پذیر به آرایه AND وصل می شوند لازم است. با به کارگیری نمودار PAL ثباتی اصلاح شده، نقشه فیوزی که سه شمارنده آرایهای ۳ بیت و یک نقلی خروجی را پیاده کند نشان دهد.

مراجع

1. TOCCI, R. J. and N. S. WIDMER. 2001. *Digital Systems Principles and Applications*, 8th ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
2. KITSON, B. 1984. *Programmable Array Logic Handbook*. Sunnyvale, CA: Advanced Micro Devices.
3. WAKERLY, J. F. 2000. *Digital Design: Principles and Practices*, 3rd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
4. NEILSON, V. P., H. T. NAGLE, J. D. IRWIN, and B. D. CARROLL. 1995. *Digital Logic Circuit Analysis and Design*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
5. HAMMING, R. W. 1950. Error Detecting and Error Correcting Codes. *Bell Syst. Tech. J.* 29: 147-160.
6. LIN, S., and D. J. COSTELLO, JR. 1983. *Error Control Coding*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
7. 1988. *Programmable Logic Data Book*. Dallas: Texas Instruments.
8. TRIMBERGER, S. M. 1994. *Field Programmable Gate Array Technology*. Boston: Kluwer Academic Pub.
9. 1994. *The Programmable Logic Data Book*, 2nd ed. San Jose, CA: Xilinx, Inc.
10. 1986. *Memory Components Handbook*. Santa Clara, CA: Intel.



سطح انتقال ثباتی

۱- نمایش در سطح انتقال ثباتی

یک سیستم دیجیتال مداری است ترتیبی که از فلیپ فلاپ‌ها و گیت‌ها ساخته می‌شود. مدارهای ترتیبی را می‌توان با جداول حالت فصل ۵ نمایش داد. نمایش سیستم‌های دیجیتال با یک جدول درستی اگر غیرممکن نباشد، مشکل هست، زیرا تعداد حالات بسیار زیاد خواهد بود. برای غلبه بر این مشکل، سیستم‌های دیجیتال با روش مدولی طراحی می‌شوند. کل سیستم به چند زیرسیستم مدولی تقسیم می‌شود، که هر یک کار معینی را انجام می‌دهد. مدول‌ها از وسایل دیجیتالی همچون، ثبات‌ها، دیکدرها، مولتی پلکسرا، عناصر محاسباتی و مدارکنترل ساخته می‌شوند. این مدول‌ها با مسیرهای داده یا همان پردازشگر و کنترل مشترک به هم وصل می‌شوند تا یک سیستم دیجیتال به وجود آید. مدول‌های دیجیتال در بهترین فرم براساس ثبات‌ها و عملیاتی که روی داده‌های ذخیره شده در آنها انجام می‌شود تعریف می‌گردند. مثال‌هایی از عملیات ثباتی عبارتند از شیفت یا جابجایی، شمارش، پاک کردن و بار شدن است. فرض بر این است که ثبات‌ها عنصر مبنای سیستم دیجیتال باشند. جریان اطلاعات و پردازش روی داده‌های ذخیره شده را عملیات انتقال ثباتی (RTL) گویند. یک سیستم دیجیتال هنگامی در سطح انتقال ثباتی نمایش داده شده است که با سه عنصر زیر مشخص شده باشد.

۱- مجموعه‌ای از ثبات‌ها در سیستم

۲- عملیات انجام شده روی داده‌های ذخیره شده در ثبات‌ها

۳- کنترلی که رشته عملیات را در سیستم نظارت کند

ثبات مجموعه‌ای از فلیپ فلاپ‌هاست که اطلاعات دودویی را ذخیره می‌کند و قادر به انجام یک یا چند عمل جزئی است. یک ثبات می‌تواند اطلاعات جدیدی را بار کند، یا آن را به راست و چپ جابجا کند. یک شمارنده ثباتی است که یک عدد را یکی بکنی افزایش می‌دهد. یک فلیپ فلاپ به تنها یک ثبات

1 بیت است، که می‌تواند به 1 نشانده شده یا به 0 پاک شود و یا این که متمم گردد. در واقع، فلیپ فلاپ‌ها و گیت‌های مربوط به آنها در هر مدار ترتیبی را می‌توان بنا به تعریف ثبات خواند.

عملیات اجرائی روی اطلاعات ذخیره شده در ثبات‌ها اعمالی ساده است که به طور موازی روی رشته‌ای از بیت‌ها در یک سیکل ساعت انجام می‌شود. نتیجه حاصل از یک عمل ممکن است جایگزین اطلاعات قبلی در یک ثبات شود. به همین ترتیب نتیجه ممکن است به ثبات دیگری رفته و داده قبلی را در ثبات خود بدون تغییر رها کند. مدارهای دیجیتالی که در فصل 6 معرفی شدنده ثبات‌هایی هستند که عملیاتی ابتدایی را انجام می‌دهند. یک شمارنده با بار شدن موازی قادر است افزایش و بار شدن را اجرا نماید. یک شیفت رجیستر دو طرفه، می‌تواند جابجایی به راست و چپ را انجام دهد. عامل کنترل که رشته عملیات را آغاز می‌نماید، متشكل از سیگنال‌های زمانبندی است و عملیات را به ترتیب و براساس روشی از پیش تعیین شده اجرا می‌کند. شرایط خاصی که به نتایج عملیات قبلی وابسته می‌باشد ممکن است رشته عملیات بعدی را تعیین کند. خروجی‌های مدار کنترل متغیرهای دودویی می‌باشند و انواع عملیات را در ثبات آغاز می‌کنند.

انتقال اطلاعات از یک ثبات به ثباتی دیگر به صورت نمادین با استفاده از عملگر جایگزینی مشخص می‌شود. عبارت

$$R2 \leftarrow R1$$

بیانگر یک انتقال از ثبات R_1 به ثبات R_2 است. این عبارت جایگزین شدن محتوای R_2 را با R_1 بیان می‌نماید. بنا به تعریف محتوای ثبات R_1 پس از انتقال تغییری نمی‌کند. فلش بیان‌کننده انتقال و جهت آن است.

عبارتی که انتقال ثباتی را بیانگر است بر این دلالت دارد که مدارهایی از خروجی‌های ثبات مبدأ به ورودی‌های ثبات مقصد وجود دارند و نیز ثبات مقصد دارای قابلیت بار شدن موازی است. معمولاً هدف این نیست که انتقال با هر پالس ساعت رخ دهد، بلکه می‌باید تحت شرایط از پیش تعیین شده‌ای صورت گیرد. یک عبارت شرطی براساس if–then مانند زیر بیان می‌شود.

$$\text{If } (T1 = 1) \text{ then } (R2 \leftarrow R1)$$

که در آن T_1 یک سیگنال کنترل تولید شده در بخش کنترل است. توجه کنید که ساعت به عنوان یک متغیر در نظر گرفته نشده است. فرض بر این است که همه انتقال‌ها در یک گذر لبه ساعت رخ دهنند. گرچه یک شرط کنترل ممکن است قبل از لبه ساعت، به وقوع پیوندد، ولی تا گذر ساعت تکمیل نگردد، انتقال واقعی رخ نخواهد داد.

برای جدایی دو یا چند عمل که به طور همزمان اجرا شوند از ویرگول استفاده می‌کنیم. عبارت زیر را در نظر بگیرید.

$$\text{If } (T3 = 1) \text{ then } (R2 \leftarrow R1, R1 \leftarrow R2)$$

این عبارت تعویض محتوای دو ثبات را در لبه ساعت با شرایط $T_3 = 1$ بیان می‌کند. این گونه اعمال همزمان با ثبات‌هایی امکان‌پذیر است که فلیپ فلاپ‌های حساس به لبه دارند. دیگر انتقال‌های ثباتی

نمونه در زیر معرفی شده‌اند.

$$R1 \leftarrow R1 + R2$$

$$R3 \leftarrow R3 + 1$$

$$R4 \leftarrow \text{shr } R4$$

$$R5 \leftarrow 0$$

جمع با جمع کننده موازی دودویی انجام می‌شود، افزایش با یک شمارنده و جابجایی به کمک شیفت رجیستر صورت می‌گیرد. انواع عملیاتی که معمولاً در سیستم‌های دیجیتال با آن مواجه می‌شویم به چهار گروه زیر دسته‌بندی می‌شوند:

- ۱- عملیات انتقال که داده را از یک ثبات به ثبات دیگر منتقل می‌نماید.
- ۲- عملیات حسابی که محاسبات را روی داده‌های ثبات‌ها اجرا می‌نمایند.
- ۳- عملیات منطقی که اعمال بیتی داده‌های غیر عددی را در ثبات‌ها انجام می‌دهند.
- ۴- عملیات شیفت یا جابجایی که داده را در ثبات جابجا می‌کنند.

عملیات انتقال محتوای اطلاعاتی داده جابجا شده از ثبات مبدأ به ثبات مقصد را تغییر نمی‌دهد. سه نوع دیگر محتوای اطلاعاتی را در حین جابجایی عوض می‌کنند. علائم و نشانه‌های انتقال ثبات به کار رفته در عملیات انتقال داده استاندارد نیستند. در اینجا دو نوع از نشانه‌ها معرفی شده تا سیستم‌های دیجیتال در سطح انتقال ثباتی توصیف گردند. بخش بعدی سمبول‌های RTL به کار رفته در Verilog HDL را معرفی می‌کنند.

۸-۲ سطح انتقال ثباتی (RTL)

سیستم‌های دیجیتال در سطح انتقال ثباتی با استفاده از زبان توصیف سخت‌افزاری توصیف می‌گردند. در Verilog HDL ، توصیف‌های سطح انتقال ثباتی (RTL) ترکیبی از ساختار رفتاری و جریان داده را به کار می‌برند. انتقال‌های ثباتی با عبارات تخصیص اجرایی مشخص می‌شدند. توابع مدارهای ترکیبی با تخصیص مداوم یا عبارات تخصیص اجرایی مشخص شدند. سمبول به کار رفته برای یک انتقال یک علامت مساوی یا فلش است. همزمانی با ساعت با استفاده از عبارت always همراه با کنترل واقعه negedge یا Posedge یا حاصل می‌گردد. مثال‌های زیر راههای ممکن موجود برای یک انتقال در HDL Verilog را نشان می‌دهد.

assign S = A + B;	Continuous assignment	تخصیص مداوم
always @ (A or B) S = A + B;	Procedural assignment (without a clock)	تخصیص اجرایی
always @ (posedge clock) begin RA = RA + RB; RD = RA; end	Blocking procedural assignment	تخصیص اجرایی بلوکی

```
always @ (negedge clock) Non-blocking procedural assignment
begin
    RA <= RA + RB;
    RD <= RA;
end
```

تخصیص اجرایی غیربلوکی

تخصیص‌های مداوم یا پیوسته برای مدارهای ترکیبی به کار می‌روند. عبارت تخصیص قبلی یک جمع دودویی، با ورودی‌های A و B و خروجی S را نشان می‌دهد. عملوند هدف در یک عبارت تخصیص (در اینجا S) نمی‌تواند یک ثبات باشد. خروجی‌های مدارهای ترکیبی نمی‌توانند با عبارت اجرایی ساعت دار به یک ثبات انتقال یابند. تخصیص‌های اجرایی غیرساعت دار در مثال دوم راه دیگری را برای مشخص کردن یک مدار ترکیبی نشان می‌دهد.

دو نوع تخصیص اجرایی وجود دارد: بلوکی و غیربلوکی. این دو با سمبول‌های مربوطه شان از یکدیگر تفکیک می‌شوند. تخصیص‌های بلوکی از سمبول (=) به عنوان عملگر انتقال و تخصیص‌های غیربلوکی از (= >) به عنوان عملگر استفاده می‌نمایند. عبارات تخصیص بلوکی به طور متواتی طبق لیست در بلوک ترتیبی اجرا می‌شوند. تخصیص‌های غیربلوکی عبارات را از سمت راست ارزیابی می‌کنند ولی تا تمام عبارات ارزیابی نشوند تخصیصی به سمت چپ اختصاص نمی‌دهند. دو مثال فوق را در نظر بگیرید. در تخصیص اجرایی بلوکی، اولین عبارت حاصل جمع را به RA و دومین عبارت مقدار جدید RA را به RD منتقل می‌کند. در پایان، هر دو RA و RD مقدار یکسانی دارند. در تخصیص اجرایی غیربلوکی، دو عمل به طور همزمان انجام می‌گردد بنابراین RD مقدار اولیه RA را دریافت خواهد کرد.

برای اطمینان از عملیات همزمان در طراحی RTL، لازم است تخصیص‌های اجرایی غیربلوکی برای متغیرهایی به کار روند که عبارت always-clocked را دنبال می‌کنند. دلیل این است که از احتمال تفاصیل بین مدل طراحی و توصیف HDL جلوگیری شود. تخصیص غیربلوکی ظاهر شده در عبارت always-clocked رفتار یک مدار ترتیبی همزمان را به دقت مدل‌سازی می‌کند.

عملگرهای HDL

عملگرهای Verilog-HDL و سمبول‌های به کار رفته آنها در طراحی RTL در جدول ۱-۸ لیست شده‌اند. عملگرهای حسابی، منطقی و جابجایی برای توصیف عملیات انتقال ثباتی لازمند. عملگرهای منطقی و ارتباطی برای مشخص کردن شرایط کنترل مورد نیازند. عملیات حسابی با اعداد دودویی انجام می‌شوند. اعداد منفی به صورت متمم ۲ معرفی می‌گردند. عملگر modulus با قیمانده و حاصل از تقسیم دو عدد را تولید می‌نماید. مثلاً با قیمانده ۳ \div ۱۴ برابر ۲ خواهد بود.

دو نوع عملگر منطقی وجود دارد: بیتی و کاهشی. عملگرهای بیتی عمل منطقی بیت به بیت را روی دو عملوند انجام می‌دهند. آنها یک بیت را از یک عملوند بدست آورده و عمل را با بیت متناظرش در عملوند دیگر، اجرا می‌کنند. عملگرهای کاهشی اعمال را روی یک عملوند تک انجام می‌دهند. آنها عمل را بیت به بیت از راست به چپ اجرا می‌کنند و نتیجه ۱ بیت را بدست می‌آورند. مثلاً (~) NOR با

جدول A-1. عملگرهای Verilog HDL

عمل اجرای شده	سمبل	نوع عملگر
جمع	+	حسابی
تفريق	-	
ضرب	*	
تقسيم	/	
مدولوس	%	
(نفي) (متمم)	~	منطقی
AND	&	بیتی
OR		or
OR (XOR)	^	کاهش
نفي	!	منطقی
AND	&&	
OR		
جابجایی به راست سمت	>>	جابجایی
جابجایی به چپ پ	<<	
ادغام	{ , }	
بزرگتر از	>	نسی (ارتباطی)
کوچکتر از	<	
تساوي	==	
نامساوی	!=	
بزرگ تر از یا مساوی	>=	
کوچکتر از یا مساوی	<=	

عملوند 000101 نتیجه 0 و با عملوند 000000 نتیجه 1 رامی دهد. از دستور Negate به عنوان یک عملگر کاهشی در اینجا استفاده نشده است. جدول درستی عملگرهای بیتی در جدول ۴-۹ بخش ۱-۴ ملاحظه شد.

عملیات منطقی و ارتباطی می‌توانند از متغیرها یا عبارات به عنوان عملوند استفاده کنند. این اعمال اصولاً برای تعیین حالات صحیح و غلط به کار می‌روند. این عملیات اگر شرایط صحیح باشد 1 و اگر غلط باشند، مقدار 0 را نتیجه می‌دهند. اگر شرط نامعین باشد X را خواهند داد. وقتی عملوند یک عدد است، اگر عدد برابر 0 باشد، 0 را تولید می‌نمایند و اگر غیر صفر باشد 1 را بدست می‌دهند. مثلاً اگر $A = 1010$ و $B = 0000$ باشد، آنگاه A به عنوان 1 (عدد غیر صفر است) و B به عنوان 0 تلقی می‌شوند. نتایج دیگر اعمال با این مقادیر عبارتند از:

$$\begin{aligned} A \&\& B &= 0 \\ A || B &= 1 \\ !A &= 0 \\ !B &= 1 \\ (A > B) &= 1 \\ (A == B) &= 0 \end{aligned}$$

عملگرهای جابجایی یک عملوند برداری را به دفعات مشخص شده‌ای به راست یا چپ جابجا می‌کنند. بیت‌های تخلیه شده با صفرها پر می‌گردند. مثلاً اگر $R = 11010$ باشد، عبارت

$$R = R \gg 1;$$

R را یک بار به راست جابجا می‌کند. مقدار جدید R برابر 01101 است. عملگر ادغام مکانیزمی برای عملگرهای چندگانه ضمیمه فراهم می‌نماید. از این عملگرها می‌توان برای جابجایی و از جمله، بیت‌های انتقالی به مکان‌های خالی در شیفت رجیستر استفاده کرد. این نکته در مثال ۶-۱ برای HDL شیفت رجیستر نشان داده شده است.

عبارات حلقه‌زنی

Verilog HDL چهار نوع حلقه دارد که امکان اجرای مکرر عبارات اجرایی را میسر می‌سازد. این عملگرها عبارتند از: `repeat`، `forever` و `for`. همه عبارات حلقه‌زنی باید در بلوک `initial` یا `always` قرار گیرند.

حلقه `repeat` عبارات مربوطه را به دفعات مشخصی اجرا می‌کند. در زیر مثالی که قبلًا به کار رفته است ملاحظه می‌گردد:

```
initial
begin
    clock = 1'b0;
repeat (16)
    #5 clock = ~ clock;
end
```

این بلوک هشت سیکل ساعت را با سیکل زمانی 10 واحد زمانی تولید می‌نماید. حلقه `forever` اجرای مداوم یک عبارت اجرا را ایجاد می‌نماید. مثلاً حلقه زیر یک ساعت دائمی ایجاد می‌نماید:

```
initial
begin
    clock = 1'b0;
forever
    # clock = ~ clock;
end
```

حلقه `while` اجرای یک عبارت یا بلوکی از عبارات را تکرار می‌نماید به شرطی که عبارتی صحت داشته باشد. در صورت غلط بودن شرط، عبارت هرگز اجرا نمی‌شود. در زیر استفاده از حلقه `while` نشان داده شده است.

```
integer count;
initial
begin
    count = 0;
    while (count < 64)
        count = count + 1;
end
```

مقدار شمارش از 0 تا 63 افزایش می‌باید. حلقه در شماره 64 خارج می‌شود. هنگام برخورد با عبارات حلقه، بهتر است از داده نوع صحیح برای دستکاری کمیت‌ها استفاده شود. اعداد صحیح با کلمه کلیدی integer اعلان می‌شوند و در مثال قبل نیز مشاهده گردید. گرچه از کلمه کلیدی reg می‌توان برای متغیرها استفاده کرد، ولی بهتر است از متغیرهای صحیح در شمارش استفاده شود. متغیرهایی که از نوع داده reg هستند، به عنوان اعداد بی علامت ذخیره می‌شوند. آنها باید از نوع integer هستند به صورت اعداد علامت دار و به فرم متمم 2 ذخیره می‌گردند. عرض پیش فرض یک عدد صحیح حداقل 32 بیت است.

حلقه for حاوی سه بخش است که با دو نقطه ویرگول از هم جدا شده‌اند.

- یک مقدار یا شرایط اولیه
- عبارتی برای تست پایان شرط
- عبارتی برای تغییر متغیر کنترل

در زیر مثالی برای حلقه for ارائه شده است.

```
for(i = 0; i < 8; i + 1)
procedural statements
```

عبارت حلقه، عبارات اجرایی را هشت بار تکرار می‌کند. متغیر کنترل i است و مقدار اولیه $i = 0$ می‌باشد، و حلقه مادامی که i کوچکتر از 8 باشد، تکرار خواهد شد. هر بار حلقه تکرار شود i یک واحد اضافه می‌شود. توصیف یک دیکدر با 2 به 4 با استفاده از حلقه for در مثال ۸-۱ HDL نشان داده شده است. چون خروجی Y در یک عبارت اجرایی ارزیابی شده است، باید به صورت reg اعلان شود. متغیر کنترل برای حلقه یک عدد صحیح است. وقتی که حلقه گسترش یابد چهار حالت زیر را بدست خواهیم آورد (IN و Y دودویی و اندیس Y دهدی است):

```
if IN = 00 then Y(0) = 1 else Y(0) = 0
if IN = 01 then Y(1) = 1 else Y(1) = 0
if IN = 10 then Y(2) = 1 else Y(2) = 0
if IN = 11 then Y(3) = 1 else Y(3) = 0
```

مثال ۸-۱ HDL

```
//description of 2x4 decoder
//using for loop statement
module decoder (IN, Y);
    input [1:0] IN;           //Two binary inputs
    output [3:0] Y;          //Four binary outputs
    reg [3:0] Y;
    integer I;              //control variable for loop
    always @ (IN)
        for (I = 0; I <= 3; I = I + 1)
            if (IN == I) Y[I] = 1;
            else Y[I] = 0;
endmodule
```

سنتز منطقی

سنتز منطقی یک فرآیند اتوماتیک در انتقال یک توصیف زبان سطح بالا مانند HDL به یک netlist بهینه شده از گیت‌ها است که عملیات مشخص شده با کد منبع (source code) را اجرا می‌نمایند. تکنولوژی‌های موردنظر متعددی در پیاده‌سازی طرح وجود دارد. استفاده مؤثر از یک توصیف HDL لازم می‌دارد تا طراحان یک سبک خاص فروشنده را پیش گیرند تا به عنوان ابزار طراحی خاص مناسب باشد. نوع آی‌اسی‌هایی که طرح را پیاده می‌کنند ممکن است مدار مجتمع از نوع کاربرد خاص (ASIC)، یک وسیله منطقی برنامه‌پذیر (PLD)، یا یک آرایه گیتی برنامه‌پذیر منطقی (FPGA) باشد.

ابزار طراحی منطقی برنامه‌هایی هستند که کد منبع، یک زبان توصیف ساخت افزاری را تفسیر کرده و آن را به یک ساختار گیتی ترجمه یا بدل می‌کنند. طراحی‌های نوشته شده در HDL برای اهداف طراحی منطقی در سطح انتقال ثباتی می‌باشند. دلیل این است که ساختارهای HDL به کار رفته در توصیف RTL به راحتی قابل تبدیل به توصیف سطح گیتی می‌باشند.

عبارت assign برای توصیف مدارات ترکیبی به کار می‌رود. یک عبارت assign با توابع بولی به فرم مدار گیتی مربوطه تفسیر می‌گردد. یک عبارت با یک علامت بعلاوه (+) به صورت یک جمع دودویی با مدار جمع کننده کامل تفسیر می‌شود. عبارتی با علامت منها (-) به تفیریگری متشكل از جمع کننده کامل و گیت‌های XOR (شکل ۴-۱۳) تبدیل می‌گردد.

یک عبارت با عملگر شرطی مثل

```
assign Y = S ? I1 : I0;
```

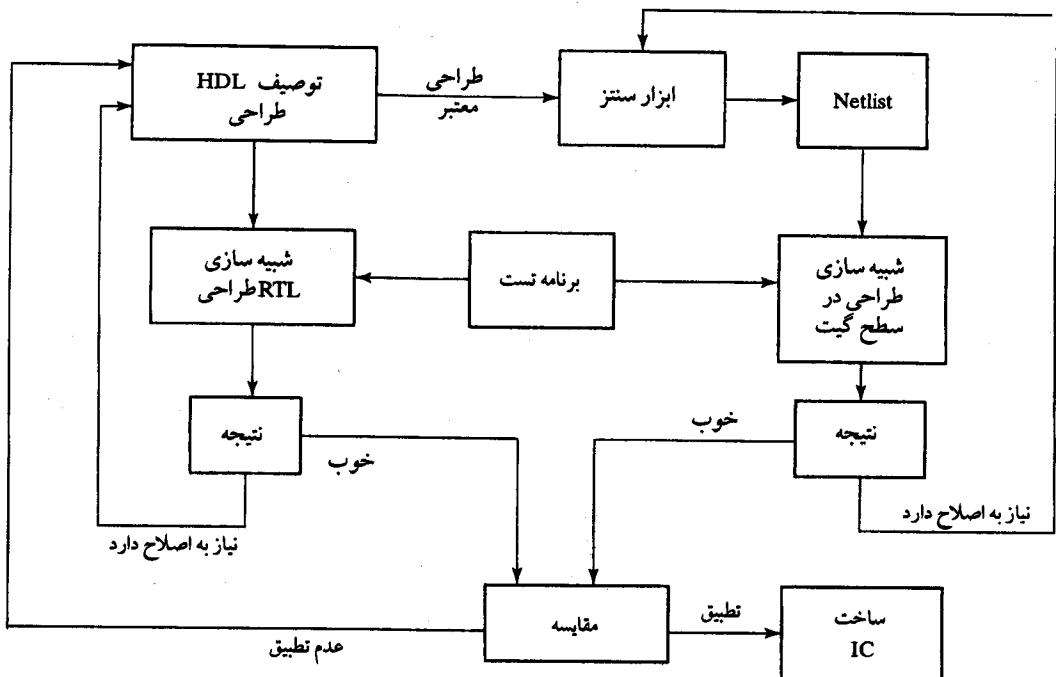
به یک مولتی پلکسر با ورودی کنترل S و ورودی‌های داده I₁ و I₀ برگردانده می‌شود. عبارت با عملگرهای شرطی چندگانه مولتی پلکسرهای بزرگتر را مشخص می‌نماید.

عبارت always ممکن است مداری ترکیبی یا ترتیبی را تداعی کند. برای مدارهای ترتیبی، کنترل واقعه باید لبه negedge یا posedge ساعت باشد، در غیر این صورت عبارت اجرایی یک مدار ترکیبی را مشخص خواهد کرد. مثلاً

```
always @ (I1 or I0 or S)
  if (S) Y = I1;
  else Y = I0;
```

به یک مولتی پلکسر 2 به 1 ترجمه می‌گردد. عبارت case برای مولتی پلکسرهای بزرگتر به کار می‌رود. ساعت negedge یا posedge always @ مدار ترتیبی ساعت دار را مشخص می‌نماید. مدارهای مربوطه متشكل از فلیپ فلáp‌های D و گیت‌هایی هستند که عملیات انتقال ثبات را پیاده می‌کنند. مثال‌هایی از اینگونه مدارها، ثبات‌ها و شمارنده‌ها می‌باشند. یک عبارت توصیف مدار ترتیبی، به یک مدار کنترل با فلیپ فلáp D و گیت‌ها ترجمه می‌شود. بنابراین هر عبارت در یک توصیف RTL با سنتزگر تفسیر شده و به مدار گیتی و فلیپ فلáp مربوطه تخصیص می‌یابد.

فلوچارت ساده شده فرآیند طراحی در شکل ۸-۱ نشان داده شده است. توصیف RTL طرح شبیه‌سازی شده و برای اطمینان از صحت عملکرد چک می‌شود. برنامه تست سیگنال تحریک را برای



شکل ۸-۱. فرآیند شبیه سازی و سنتز HDL

شبیه سازی فراهم می نماید. اگر نتیجه شبیه سازی رضایت بخش نباشد، توصیف HDL اصلاح شده و دوباره چک می گردد. وقتی که نتایج شبیه سازی یک طرح معتبری را نشان دهد، توصیف RTL به سنتزگر (سیستم طراحی) منطقی اعمال می شود. ابزار سنتزگر، یک netlist معادل با توصیف سطح گیت طرح را تولید می کند. مدار سطح گیت، با همان محرك طرح RTL شبیه سازی می گردد. اگر تصحیحاتی لازم باشد، عمل شبیه سازی تا دستیابی به یک شبیه سازی مطلوب ادامه می یابد. نتایج دو شبیه سازی با هم مقایسه می گردند تا تطابق آنها مشاهده گردد. اگر به هم نزدیک نباشند طراح برای تغییر توصیف HDL بازگشته و هر خطایی را اصلاح می نماید. آنگاه دوباره توصیف به سنتزگر منطقی بردۀ می شود تا یک توصیف سطح گیت جدید تولید گردد. به محض رضایت طراح از نتایج همه شبیه سازی ها، مدار قابل ساخت با یک مدار مجتمع است.

سنتزگر منطقی چندین مزیت را دارد. زمان کمتری در نوشتن یک توصیف HDL نیاز دارد و مدار سطح گیت آن مداری را بدست می دهد که از روی واردۀ های نمودار طرح آن قابل تهیه است. سادگی در تغییر توصیف امکان تغییر طراحی ها را عملی می سازد. تست اعتبار توصیف با شبیه سازی، ساده تر از ارزیابی نمونه سخت افزاری تولیدی است. بانک اطلاعاتی برای ساخت مدار مجتمع به طور خودکار با ابزار سنتزگر تولید می شود.

۸-۳ ماشین‌های حالت الگوریتمی (ASM)

اطلاعات دودویی ذخیره شده در یک سیستم دیجیتال را می‌توان به دو صورت اطلاعات داده و کنترل دسته‌بندی کرد. داده عناصر گسته‌ای از اطلاعات است که برای انجام اعمال حسابی، منطقی، جابجایی و دیگر عملیات پردازش داده دستکاری می‌شود. این عملیات با عناصر دیجیتالی چون جمع‌کننده‌ها، دیکدرها، مولتی پلکسرا، شمارنده‌ها و شیفت رجیسترها پیاده‌سازی می‌شوند. اطلاعات کنترلی، سیگنال‌های فرمانی که انواع عملیات را در بخش داده مدیریت می‌کنند تولید می‌نمایند تا کار پردازش داده مورد نظر انجام شود. طراحی منطقی یک سیستم دیجیتال را می‌توان به دو بخش تقسیم کرد. یک بخش متعلق به مدارهای دیجیتال است که عملیات پردازش داده را انجام می‌دهند. بخش دیگر مربوط به طراحی مدارهای کنترلی است که عملیات مختلف و توالی آنها را مدیریت می‌نماید.

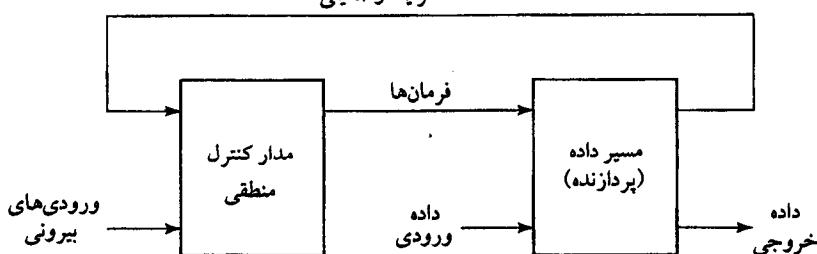
رابطه بین منطق کنترل و پردازش داده در یک سیستم دیجیتال در شکل ۸-۲ مشاهده می‌شود. مسیر پردازش داده، که به آن عموماً مسیر داده می‌گویند، بر حسب نیازهای سیستم، داده را در ثبات دستکاری می‌کند. مدار کنترل یک رشته از فرامین را به مسیر داده صادر می‌نماید. مدار کنترل شرایط وضعیت را از مسیر داده دریافت کرده و برای تعیین رشته سیگنال‌های کنترل از آنها استفاده می‌کند.

مدار کنترلی که سیگنال‌هایی را برای توالی عملیات در مسیر داده تولید می‌کند یک مدار ترتیبی است که حالات داخلی اش فرامین کنترل را به سیستم دیکته می‌نماید. در هر زمان، حالت کنترل ترتیبی مجموعه‌ای از فرامین از پیش تعیین شده‌ای را آغاز می‌کند. بسته به شرایط وضعیت و دیگر ورودی‌های بیرونی، کنترل ترتیبی به حالت بعدی می‌رود تا اعمال دیگری را در مسیر داده آغاز کند و نیز حالت بعدی خود زیر سیستم کنترل را معین نماید.

وظایف رشته کنترل و مسیر داده سیستم دیجیتال با الگوریتم‌های سخت‌افزاری مشخص می‌گردد. یک الگوریتم متشكل است از تعداد معینی از مراحل اجرایی یا رویه‌ای، که چگونگی تهیه یک حل را برای یک مسئله با یک مقدار تجهیزات پیاده‌سازی می‌کند. ابتکاری ترین و مشکل‌ترین بخش از طراحی فرموله کردن الگوریتم‌های سخت‌افزاری برای رسیدن به اهداف است.

فلوچارت روشنی مناسب برای مشخص کردن رشته مراحل اجرایی و مسیرهای تصمیم‌گیری در یک الگوریتم است. فلوچارت برای الگوریتم سخت‌افزاری جملات را به یک نمودار اطلاعاتی تبدیل

شرایط وضعیتی



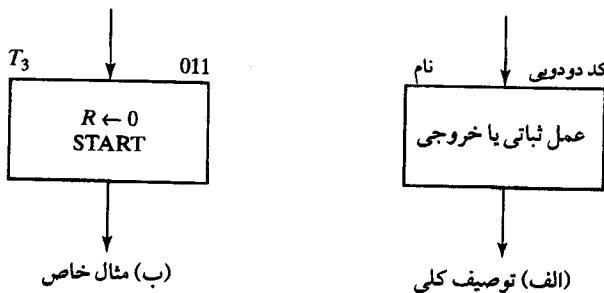
شکل ۸-۲. واکنش بین کنترل و مسیر داده

می‌کند که رشته عملیات آنها را به همراه شرایط لازم‌الاجرا، یک به یک می‌شمارد. یک فلوچارت خاص که فقط برای تعریف الگوریتم‌های سخت‌افزاری به وجود آید چارت ماشین حالت الگوریتمی (ASM) نام دارد. ماشین حالت نیز نام دیگری برای یک مدار ترتیبی است که ساختار مبنا برای یک سیستم دیجیتال می‌باشد. چارت ASM ظاهراً همان چارت معمولی است، ولی تفسیر متفاوتی دارد. فلوچارت معمولی رشته مراحل اجرایی و مسیرهای تصمیم‌گیری را برای یک الگوریتم به ترتیب و بدون ملاحظه ارتباط زمانی آنها، توصیف می‌کند. چارت ASM رشته وقایع به همراه ارتباط زمانی بین حالات یک کنترل‌گرو و قایعی که ضمن رفتن از یک حالت به حالت بعدی رخ می‌دهند را توصیف می‌نماید. این چارت خصوصاً برای مشخص کردن دقیق رشته کنترل و عملیات مسیر داده (واحد پردازش) در یک سیستم دیجیتال انتخاب شده است، ضمن این که محدودیت‌های سخت‌افزار دیجیتال نیز لحاظ شده است.

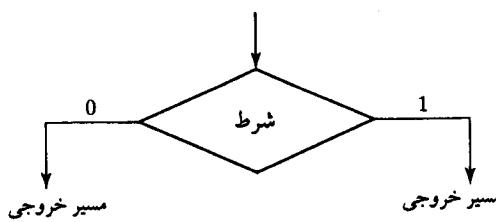
چارت ماشین حالت الگوریتمی

چارت ماشین حالت الگوریتمی (ASM) نوع خاصی از چارت است که برای توصیف عملیات ترتیبی یک سیستم دیجیتال مناسب می‌باشد. چارت از سه جزء مبنا ساخته شده است: جعبه حالت، جعبه تصمیم و جعبه شرط. یک حالت در رشته کنترل با جعبه حالت نشان داده می‌شود، شکل ۸-۳. جعبه حالت مستطیل شکل است و در داخل آن عملیات ثباتی یا نام سیگنال خروجی که کنترل تولید می‌کند نیز در این جعبه قرار دارند. به حالت نام سمبولیکی داده شده که در سمت چپ بالای جعبه نوشته می‌شود، کد تخصیص یافته به حالت در سمت راست بالا قرار می‌گیرد. شکل ۸-۳(ب) مثال خاصی از یک جعبه حالت را نشان می‌دهد. حالت، نام سمبولیک T_3 را داشته و کد دو دویی ۰۱۱ به آن اختصاص یافته است. در داخل جعبه، عمل ثباتی $0 \leftarrow R$ نوشته شده و به معنی پاک شدن ثبات R به ۰، در حالت T_3 است. نام START در داخل جعبه، می‌تواند مثلاً، یک سیگنال خروجی باشد که عمل خاصی را آغاز می‌نماید.

جعبه تصمیم تأثیر یک ورودی را روی زیر سیستم کنترل توصیف می‌کند. جعبه مربوط به آن طبق شکل ۸-۴ به فرم لوزی است که دو یا چند مسیر خروجی را دارد. شرط تست ورودی در داخل جعبه نوشته می‌شود. یکی از خروجی‌ها متعلق به صحت شرط و دیگری متعلق به عدم صحت آن است.

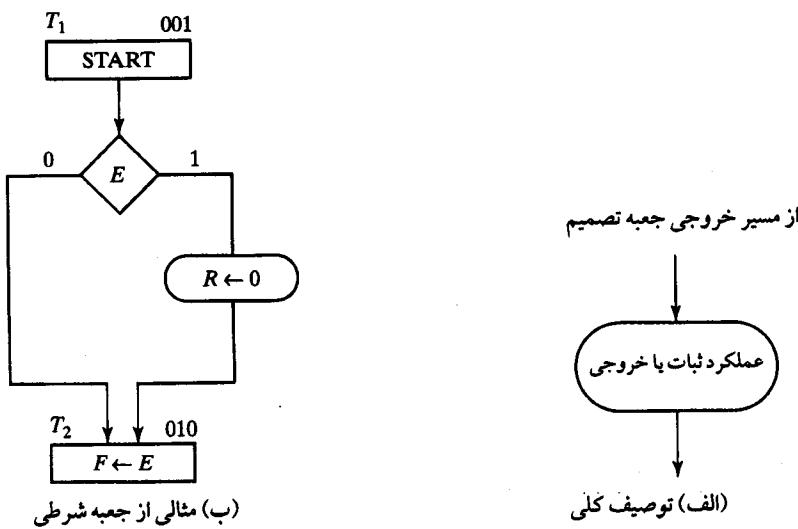


شکل ۸-۳. جعبه حالت



شکل ۸-۴. جعبه تصمیم

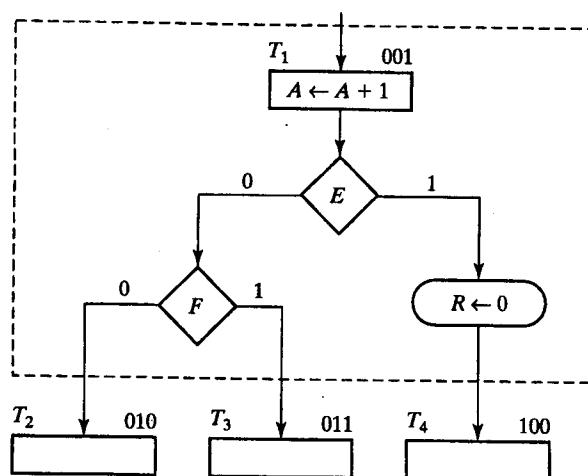
اگر به یک ورودی شرط مقدار دودویی اختصاص دهیم، دو مسیر با ۰ و ۱ مشخص می‌شوند. جعبه‌های حالت و تصمیم با توجه به فلوچارت‌های معمولی، آشنا به نظر می‌رسند. سومین عنصر یعنی جعبه شرطی تنها منحصر به چارت ASM است. شکل بیضی مانند جعبه شرطی در شکل ۸-۵ مشاهده می‌شود. گوشه‌های قوسی شکل، آن را از جعبه حالت متمايز می‌سازد. مسیر ورودی به جعبه شرطی باید از یک مسیر خروجی در جعبه تصمیم بیاید. عملیات ثباتی و خروجی‌های لیست شده در جعبه شرطی در طول یک حالت مفروض به شرط برآورده شدن شرط، صورت می‌پذیرد. شکل ۸-۵ (ب) مثالی را با یک جعبه شرطی نشان می‌دهد. کنترل یک سیگنال خروجی START را در حالت T_1 تولید می‌کند. کنترل حالت ورودی E را چک می‌کند. اگر $E = 1$ باشد، آنگاه $R = 0$ خواهد شد، در غیر این صورت R بدون تغییر می‌ماند. در هر دو صورت حالت بعدی T_2 خواهد بود.



شکل ۸-۵. جعبه شرطی

بلوک ASM

یک بلوک ASM ساختاری است متشكل از یک جعبه حالت و تمام جعبه‌های تصمیم و شرطی که به خروجی آن وصل شده‌اند. یک بلوک ASM دارای یک ورودی و تعداد نامشخصی از مسیرهای

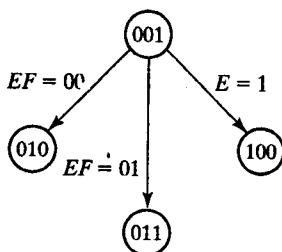


شکل ۸-۶. بلوک ASM

خروجی است که به وسیله ساختار جعبه‌های تصمیم نشان داده می‌شود. مثالی از یک بلوک ASM در شکل ۸-۶ ملاحظه می‌گردد. در ارتباط با حالت T_1 دو جعبه تصمیم و یک جعبه شرطی وجود دارد. خطوط نقطه‌چین حول تمام مجموعه، آن را از بقیه چارت جدا می‌سازد ولی معمولاً این عمل صورت نمی‌گیرد زیرا حالت ASM هر بلوک را منحصاراً با توجه به ساختار آن توصیف می‌نماید. یک جعبه حالت بدون جعبه تصمیم و یا شرطی، یک بلوک ساده می‌باشد.

هر بلوک در چارت ASM یک حالت از سیستم را در یک پالس ساعت توصیف می‌نماید. عملیات درون جعبه‌های حالت و شرط در شکل ۸-۶ در یک پالس ساعت مشترک و در حالی که سیستم در T_1 است اجرا می‌گردد. همان پالس ساعت نیز کنترل گر سیستم را با توجه به مقادیر دودویی E و F به حالت‌های T_2 ، T_3 و T_4 خواهد برداشت.

چارت ASM خیلی شبیه به نمودار حالت است. هر بلوک حالت معادل با یک حالت در مدار ترتیبی است. جعبه تصمیم معادل با اطلاعات دودویی نوشته شده در امتداد فلشی است که دو حالت را در نمودار حالت بهم وصل می‌کند. در نتیجه گاهی بهتر است چارت را به نمودار حالت تبدیل نموده و سپس روش مدار ترتیبی را برای طراحی مدار کنترل دنبال نماییم. به منظور تشریح، چارت شکل ۸-۶ به صورت نمودار شکل ۸-۷ کشیده شده است. حالات با دوایری همراه با مقادیر دودویی شان که در



شکل ۸-۷. نمودار حالت معادل با چارت ASM در شکل ۸-۶

داخل هر یک از دوایرنوشه شده، نشان داده شده‌اند. خطوط جهت دار شرایطی را نشان می‌دهند که حالت بعدی را معین می‌کنند. عملیات شرطی و غیرشرطی که باید اجرا شوند در نمودار حالت آورده نشده‌اند.

بررسی‌های زمانبندی

زمانبندی همه ثبات‌ها و فلیپ‌فلاب‌ها به وسیله یک مدار ساعت اصلی کنترل می‌گردد. پالس‌های ساعت نه فقط به بخش مسیر داده بلکه به تمام فلیپ‌فلاب‌های مدار کنترل نیز اعمال می‌گردد. ورودی‌ها نیز با پالس‌های ساعت همزمانند زیرا این ورودی‌ها، خروجی‌های مدار دیگری هستند که از همان پالس‌های ساعت استفاده می‌کنند. اگر سیگنال ورودی در یک زمان دلخواه و مستقل از پالس ساعت تغییر یابد آن را ورودی غیرهمzman یا آسنکرون می‌نامیم. ورودی‌های غیرهمzman ممکن است موجب بروز انواع مشکلات، طبق آنچه در فصل ۹ خواهیم دید، گردند. برای ساده کردن طراحی، فرض خواهیم کرد که تمام ورودی‌ها نسبت به پالس ساعت همزمان بوده و بالبه پالس ساعت تغییر حالت می‌دهند.

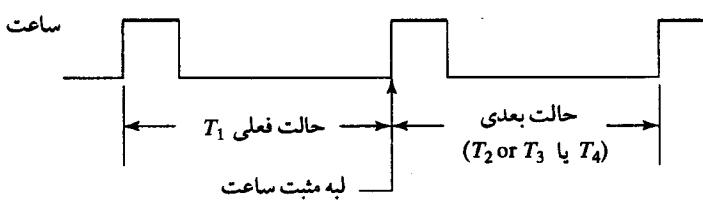
تفاوت عمدی بین یک فلوچارت و یک ASM چارت در تفسیر زمانی روابط بین عملیات مختلف است. مثلاً اگر شکل ۸-۶ یک چارت معمولی باشد، عملیات لیست شده در آن یکی پس از دیگری با ترتیب زمانی دنبال می‌شود. با این فرض ابتدا ثبات A افزایش یافته و آنگاه E اضافه می‌گردد. اگر $E = 1$ باشد آنگاه ثبات R پاک شده و کنترل به حالت T_4 می‌رود در غیر این صورت با $E = 0$ در قدم بعدی F ارزیابی شده و به حالت T_3 یا T_2 خواهد رفت. بر عکس یک چارت ASM کل بلوک را یک جا و به طور واحد در نظر می‌گیرد. تمام اعمالی که در داخل بلوک باشند به طور همزمان و در لحظه گذر لبه پالس ساعت و در لحظه انتقال سیستم از حالت T_1 به حالت بعدی اتفاق خواهد افتاد. این نکته به طور مصور در شکل ۸-۸ نشان داده شده است. فرض بر این است که لبه مثبت ساعت همه فلیپ‌فلاب‌ها را تریگر کند. اولین انتقال مثبت ساعت مدار کنترل را به حالت T_1 می‌برد. ضمن قرار گرفتن سیستم در حالت T_1 مدار کنترل ورودی‌های F و E را چک کرده و سیگنال‌های مناسبی را بر طبق آنها تولید می‌نماید. عملیات زیر در لحظه گذر لبه پالس مثبت بعدی به طور همزمان رخ می‌دهد:

۱- ثبات A افزایش می‌یابد

۲- اگر $E = 1$ باشد ثبات R پاک می‌شود

۳- بسته به مقدار E و F، کنترل به حالت بعدی T_2 یا T_3 یا T_4 منتقل می‌گردد

توجه کنید که دو عمل در بخش مسیر داده و یک تغییر حالت در مدار کنترل به طور همزمان اتفاق می‌افتد.



شکل ۸-۸. انتقال بین حالت

۴-۸ مثال طراحی

اکنون اجزاء یک چارت ASM و نمایش انتقال ثبات را با مروری بر یک مثال طراحی نشان خواهیم داد. مثال را با مشخصات اولیه آغاز کرده و کار را با تشکیل یک ASM مناسب که از آن طراحی سخت افزار دیجیتال حاصل می‌شود، دنبال می‌کنیم.

می‌خواهیم سیستم دیجیتالی با دو فلیپ فلاپ E و F و یک شمارنده دودویی 4 بیت A طراحی کنیم. فلیپ فلاپ‌های A با A₄, A₃, A₂ و A₁ نام‌گذاری شده‌اند که در آن A₄ بالارزش‌ترین بیت شمارش را نگه می‌دارد. یک سیگنال شروع S، عمل سیستم را با پاک کردن شمارنده A و فلیپ فلاپ F آغاز می‌کند. آنگاه شمارش با پالس ساعت بعدی شروع و تا پایان عملیات این افزایش ادامه دارد. بیت‌های A₄ و A₃ توالی عمل را معین می‌کنند.

- اگر 0 = A₃ باشد، 0 = E شده و شمارش ادامه می‌یابد.
- اگر 1 = A₃ باشد E شده؛ سپس اگر 0 = A₄ باشد شمارش ادامه می‌یابد، ولی اگر مقدار 1 = A₄ باشد در لبه پالس ساعت بعدی 1 = F خواهد بود.

سپس اگر 0 = S باشد، سیستم در حالت شروع باقی می‌ماند، ولی اگر 1 = S شود سیکل عمل تکرار می‌گردد.

چارت ASM

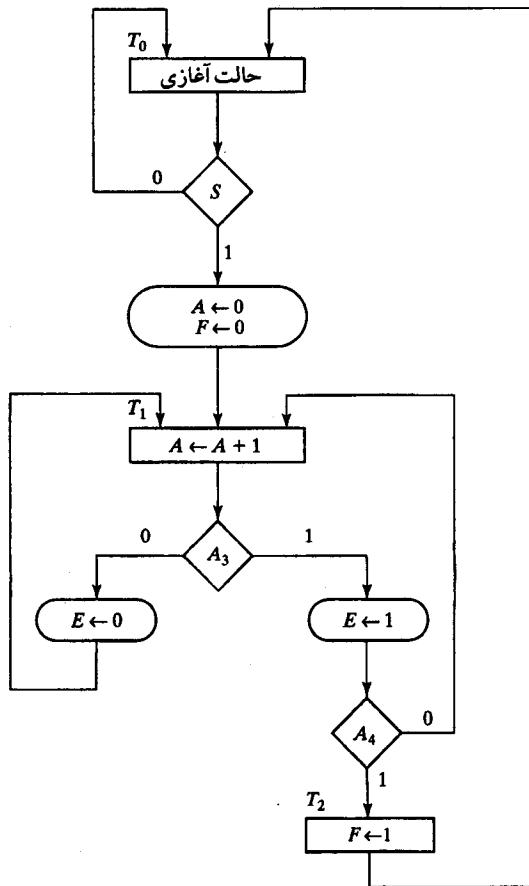
چارت ASM در شکل ۴-۹ دیده می‌شود. وقتی عملی اجرا نشود، سیستم در حالت اولیه T₀ بوده و منتظر سیگنال شروع S می‌باشد. وقتی ورودی S برابر 1 باشد، شمارنده A و فلیپ فلاپ F به 0 پاک می‌شود و کنترل‌گر به حالت T₁ می‌رود. توجه کنید که جعبه شرطی به دنبال جعبه تصمیم S آمده است. این بدان معنی است که اگر 1 = S باشد شمارنده و فلیپ فلاپ در T₀ پاک خواهند شد و در همان زمان کنترل به حالت T₁ خواهد رفت.

بلوک مربوط به حالت T₁ دارای دو جعبه تصمیم‌گیری و دو جعبه شرطی است. شمارنده با هر پالس ساعت افزایش می‌یابد. در همان زمان سه عمل دیگر رخ می‌دهد:

- E = 0 شده و کنترل در T₁ می‌ماند (0 = A₃) ؛ یا
- E = 1 شده و کنترل در T₁ باقی خواهد ماند (10 = A₃A₄) ؛ یا
- E = 1 شده و کنترل به حالت T₂ می‌رود (11 = A₃A₄) .

وقتی کنترل در حالت T₂ است، فلیپ فلاپ 1 = F شده و مدار به حالت اولیه T₀ باز می‌گردد. چارت ASM از سه حالت و سه بلوک تشکیل شده است. بلوک متعلق به T₀ متشکل از جعبه حالت، یک جعبه تصمیم و یک جعبه شرطی است. بلوک T₂ فقط جعبه حالت دارد. کنترل منطقی یک ورودی بیرونی، S، و دو ورودی حالت A₃ و A₄ دارد.

در اینجا راه ترجمه یا برگرداندن یک توصیف کلمه‌ای را به چارت ASM نشان خواهیم داد. باید توجه داشت که مثال طراحی در چارت ASM کاربرد عملی ندارد و بسته به تفسیر ممکن است ساده و یا فرموله شود. با این وجود، پس از ایجاد چارت ASM، روش طراحی مدار بسیار ساده خواهد بود.



شکل ۸-۹. چارت ASM برای مثال طراحی

ترتیب زمانبندی

هر بلوک در چارت ASM بیانگر عملیاتی است که قرار است در طول یک پالس ساعت صورت گیرد. عملیات مشخص شده در داخل یک جعبه حالت و جعبه‌های شرطی در بخش مسیر داده انجام می‌شود. تغییر از یک حالت به حالت بعدی در مدار کنترل اتفاق می‌افتد. برای درک روابط زمانی موجود، عملیات را از ابتدای پالس شروع (استارت) تا بازگشت به حالت اولیه قدم به قدم پس از هر پالس ساعت لیست خواهیم کرد.

جدول ۸-۲ مقادیر دودویی شمارنده و دو فلیپ فلاپ را پس از هر پالس ساعت نشان می‌دهد. جدول به طور جداگانه وضعیت A_3 و A_4 را به همراه حالت فعلی کنترل‌گر نیز دارد. ما با حالت T_1 و T_2 درست پس از این که سیگنال ورودی S شمارنده و فلیپ فلاپ F را پاک می‌کند آغاز می‌کنیم. فرض بر

جدول ۸-۲. رشته‌ای از عملیات برای مثال طراحی

شمارنده				فلیپ فلابها		شرایط	حالت
A_4	A_3	A_2	A_1	E	F		
0	0	0	0	1	0	$A_3 = 0, A_4 = 0$	T_1
0	0	0	1	0	0		
0	0	1	0	0	0		
0	0	1	1	0	0		
0	1	0	0	0	0	$A_3 = 1, A_4 = 0$	
0	1	0	1	1	0		
0	1	1	0	1	0		
0	1	1	1	1	0		
1	0	0	0	1	0	$A_3 = 0, A_4 = 1$	
1	0	0	1	0	0		
1	0	1	0	0	0		
1	0	1	1	0	0		
1	1	0	0	0	0	$A_3 = 1, A_4 = 1$	
1	1	0	1	1	0		T_2
1	1	0	1	1	1		T_0

این است که مقدار E برابر 1 باشد زیرا E در T_0 برابر 1 است (در انتهای جدول نشان داده شده است) و مقدار آن در گذر T_0 به عوض نمی‌شود. سیستم در طول 13 پالس ساعت بعدی در T_1 باقی می‌ماند. هر پالس شمارنده را افزایش داده و E را 0 یا 1 می‌کند. به ارتباط لحظه‌ای که $A_3 = 1$ و $A_4 = 0$ باقی می‌شود توجه نمایید. وقتی $A = 0011$ است، پالس ساعت بعدی شمارنده را به 0100 افزایش می‌دهد، و در همان لحظه $A_3 = 0$ بوده و بنابراین $E = 0$ می‌گردد. پالس بعدی شمارنده را از 0100 به 0101 می‌برد، که در آن $A_3 = 1$ بوده و بنابراین $E = 1$ خواهد شد. به طور مشابه E = 0 می‌شود ولی نه هنگامی که شمارش از 0111 به 1000 می‌رود بلکه موقعی که از 1000 به 1001 برود و در این حالت فعلی شمارنده $A_3 = 0$ است.

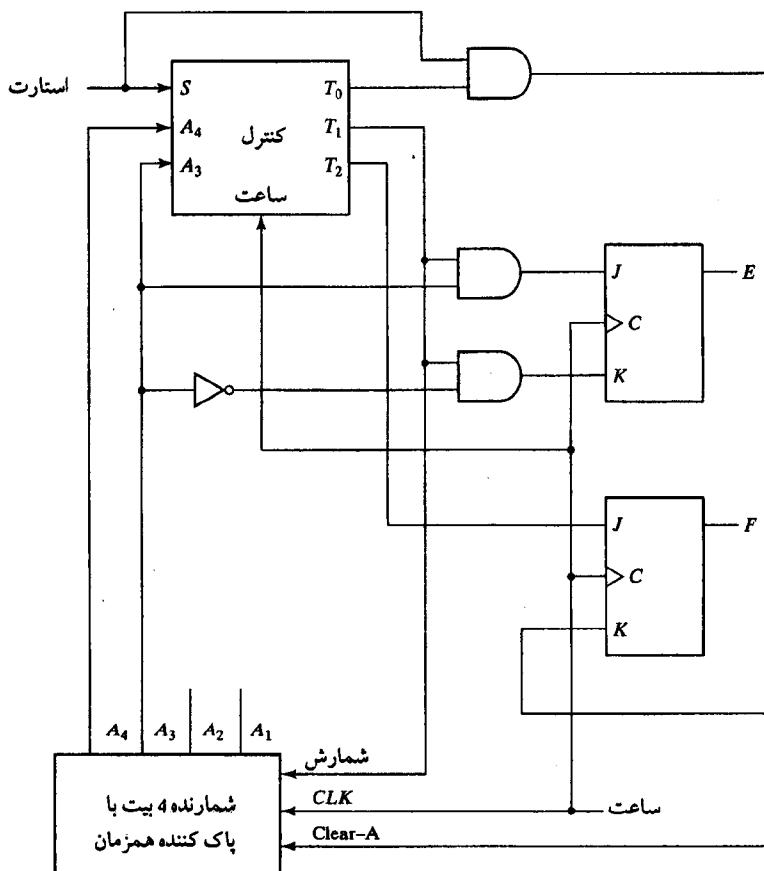
وقتی شمارش به 1100 برسد هر دو مقدار A_3 و A_4 برابر 1 خواهند بود. پالس ساعت بعدی A را یک واحد افزایش داده، E را برابر 1 نموده و کترول را به حالت T_2 منتقل می‌کند. کترول برای مدت یک پریود ساعت در T_2 می‌ماند. لب ساعت متعلق به T_2 فلیپ فلاب F را 1 می‌کند و کترول به T_0 باز می‌گردد. سیستم مدامی که $S = 0$ باشد در T_0 باقی خواهد ماند.

با ملاحظه جدول ۸-۲، مشاهده می‌شود که عملیات انجام شده روی E به اندازه یک پالس ساعت به تعویق می‌افتد. این اختلاف بین یک چارت ASM و فلوچارت عادی است. اگر شکل ۸-۹ یک چارت معمولی می‌بود، می‌توانستیم فرض کنیم که ابتدا A افزایش یافته و مقدار افزایش یافته برای چک کردن وضعیت A_3 به کار برده می‌شود. عملیاتی که در سخت افزار دیجیتال رخ می‌دهند، همانطور که در بلوک ASM مشخص شده است در یک پالس ساعت بوده و مشابه با آنچه در فلوچارت معمولی بود به

صورت متوالی اتفاق نمی‌افتد. بنابراین مقدار مورد بررسی A_3 در جعبه تصمیم از وضعیت فعلی شمارنده و قبل از افزایش اختیار می‌شود. به این علت است که جعبه تصمیم متعلق به همان بلوکی است که T_1 در آن قرار دارد. مدارات دیجیتال در کنترل، سیگنال‌هایی را برای تمام عملیات مشخص شده در بلوک فعلی و قبل از ورود به بلوک بعدی تولید می‌کنند. لب ساعت بعدی همه عملیات را در ثبات‌ها، فلیپ فلاب‌ها، از جمله فلیپ فلاب کنترل‌گر اجرا می‌کند و حالت بعدی را معین خواهد کرد.

طراحی مسیر داده

چارت ASM همه اطلاعات لازم را برای طراحی سیستم دیجیتال فراهم می‌سازد. نیازهای طراحی مسیر داده در داخل جعبه‌های حالت شرطی مشخص می‌گردد. مدار کنترل از جعبه‌های تصمیم و گذرهای حالت لازم بدست می‌آید. نموداری که ساخت افزار مثال را نشان می‌دهد در شکل ۸-۱۰ ملاحظه می‌شود. زیر سیستم کنترل با ورودی‌ها و خروجی‌هایی نشان داده شده است. طراحی مشروح کنترل بعداً بررسی شده است. مسیر داده یا همان پردازشگر از شمارنده‌ای چهار بیتی، دو فلیپ فلاب، و



شکل ۸-۱۰. پردازشگر داده برای مثال طراحی

تعدادی گیت تشکیل شده است. شمارنده مشابه با آنچه در شکل ۸-۶ دیدیم می‌باشد، به جز این که برای پاک کردن همزمان نیاز به گیت‌های اضافی است. شمارنده هر بار که کنترل در T_1 است با هر پالس ساعت افزایش می‌یابد. واضح است که وقتی کنترل در حالت T_0 و کلید S در ۱ باشد شمارنده پاک می‌شود. این عملکرد شرطی به یک گیت AND نیاز دارد تا هر دو شرط را تضمین کند. دو عملکرد شرطی دیگر از دو گیت AND دیگر برای نشاندن یا پاک کردن فلیپ فلاپ E استفاده می‌کند. فلیپ فلاپ F بدون شرط در T_2 به ۱ نشانده می‌شود. توجه کنید که همه فلیپ فلاپ‌ها و ثبات‌ها از جمله فلیپ فلاپ‌های کنترل از ساعت مشترکی استفاده می‌کنند.

نمایش انتقالی ثباتی

یک سیستم دیجیتال، با مشخص کردن ثبات‌ها در سیستم، عملیات اجرایی و رشته کنترل، در سطح انتقال ثباتی (RTL) نمایش داده می‌شود. عملیات ثباتی و اطلاعات کنترلی را می‌توان با چارت ASM مشخص کرد. گاهی بهتر است تا مدار کنترل و عملیات ثباتی را از مسیر داده جدا کنیم. اطلاعات کنترل و عملیات انتقال ثباتی را می‌توان طبق شکل ۸-۱۱ به طور جداگانه نشان داد. نمودار حالت رشته کنترل و عملیات ثباتی با علائم معرفی شده در بخش ۸-۱ نمایش داده می‌شوند. این نمایش راه دیگری نسبت به روش چارت ASM در شکل ۸-۹ می‌باشد. اطلاعات برای نمودار حالت مستقیماً از چارت ASM بدست می‌آید. نام حالت در هر جعبه حالت ذکر شده است. شرایطی که تغییر حالتی را سبب می‌شوند در داخل جعبه‌های تصمیم مشخص شده‌اند. خطوط جهت دار بین حالات و شرایط مربوط به آنها مسیر مشابهی را با چارت ASM دنبال می‌کنند. عملیات انتقال ثباتی برای هر یک از سه حالت به دنبال نام حالت و یک جفت نقطه (:) آمده است. زیرا این عملیات از جعبه‌های حالت مستطیلی و جعبه‌های حالت بیضی شکل در چارت ASM حاصل شده است.

جدول حالت

می‌توان نمودار حالت را به جدول حالت تبدیل کرد که از آن مدار ترتیبی کنترل‌گر قابل طراحی است. ابتدا باید مقادیری دودویی را به هر حالت در چارت ASM تخصیص دهیم. برای n فلیپ فلاپ در مدار

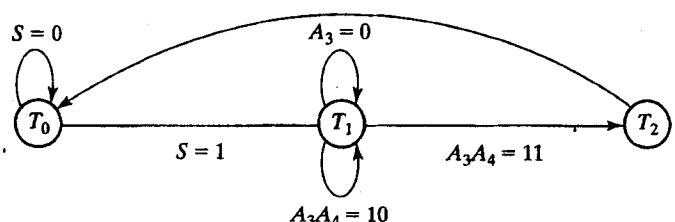
T_0 : if ($S = 1$) then $A \leftarrow 0, F \leftarrow 0$

T_1 : $A \leftarrow A + 1$

if ($A_3 = 1$) then $E \leftarrow 1$

if ($A_3 = 0$) then $E \leftarrow 0$

T_2 : $F \leftarrow 1$



(ب) عملیات انتقال ثبات

(الف) نمودار حالت کنترل

شکل ۸-۱۱. توصیف سطح انتقال ثباتی

کنترل ترتیبی چارت ASM می‌تواند تا 2^n حالت را دارا باشد. چارتی با سه یا چهار حالت به یک مدار ترتیبی به دو فلیپ فلاپ نیاز دارد. با چهار تا هشت حالت، سه فلیپ فلاپ احتیاج است. هر ترکیبی از مقادیر فلیپ فلاپ‌ها یک عدد دودویی را برای یکی از حالات نشان می‌دهد.

یک جدول حالت برای یک کنترل‌گر، لیستی از حالات فعلی و مقادیر متناظرشان در حالت بعدی و خروجی‌هاست. در بسیاری از موارد، شرایط ورودی بی‌اهمیت وجود دارند که باید لحاظ شوند، بنابراین پیشنهاد می‌شود تا جدول حالت تشکیل و این حالات در نظر گرفته شوند. ما مقادیر دودویی زیر را به سه حالت تخصیص می‌دهیم: $T_0 = 00$ ، $T_1 = 01$ ، $T_2 = 11$. حالت دودویی 10 به کار نرفته است و به عنوان حالت بی‌اهمیت تلقی می‌گردد. جدول حالت مربوط به نمودار حالت در جدول ۸-۳ نشان داده شده است. دو فلیپ فلاپ مورد نیازند و با G_1 و G_0 نشان‌گذاری شده‌اند. سه ورودی و سه خروجی نیز وجود دارند. ورودی‌ها از شرایط درون جعبه‌های تصمیم اخذ می‌شوند. خروجی‌ها معادل با حالت فعلی کنترل‌اند. توجه کنید که در جدول سط्रی برای هر گذر ممکن بین حالات در نظر گرفته شده است. حالت اولیه 00 بسته به ورودی S به حالت 01 می‌رود یا در 00 می‌ماند. دو ورودی دیگر با علامت X مشخص شده‌اند و در تعیین حالت بعدی نقشی ندارند. ضمن قرارگرفتن سیستم در حالت دودویی 00، کنترل خروجی T_0 را تولید می‌کند تا عملیات ثباتی موردنظر آغاز گردد. گذر از حالت دودویی 01 به ورودی‌های A_3 و A_4 وابسته است. سیستم هنگامی به حالت دودویی 11 خواهد رفت که $A_3A_4 = 11$ باشد؛ در غیر این صورت در حالت دودویی 01 باقی خواهد ماند. بالاخره، حالت دودویی 11 مستقل از متغیرهای ورودی، در پالس ساعت بعدی به 00 خواهد رفت.

مدار کنترل

روال طراحی یک مدار ترتیبی در فصل ۵ با شروع از جدول حالت ملاحظه شد. اگر این روش به جدول ۸-۳ اعمال شود، لازم است از یک جدول پنج متغیره برای ساده کردن معادلات ورودی استفاده کنیم. دلیل این است که در زیر ستون حالت فعلی و ورودی، پنج متغیر وجود دارد. در عوض استفاده از نقشه برای ساده کردن معادلات ورودی، می‌توانیم آنها را با بررسی جدول حالت بدست آوریم. برای

جدول ۸-۳. جدول حالت برای کنترل شکل ۸-۱۰

سمبل حالت فعلی	حالات فعلی		ورودی‌ها			حالات بعدی		خروجی‌ها		
	G_1	G_0	S	A_3	A_4	G_1	G_0	T_0	T_1	T_2
T_0	0	0	0	X	X	0	0	1	0	0
T_0	0	0	1	X	X	0	1	1	0	0
T_1	0	1	X	0	X	0	1	0	1	0
T_1	0	1	X	1	0	0	1	0	1	0
T_1	0	1	X	1	1	1	1	0	1	0
T_2	1	1	X	X	X	0	0	0	0	1

طراحی مدار ترتیبی با فلیپ فلاپ های D، لازم است به ستون های حالت بعدی در جدول حالت رفته و همه شرایطی که توسط آنها هر فلیپ فلاپ به 1 می رود را مشخص نماییم. از جدول ۸-۳، توجه دارید که ستون حالت بعدی G₁ تنها یک 1 در پنجمین ستون دارد. ورودی D فلیپ فلاپ G₁ باید در حین حالت فعلی T₁ وقتی هر دو ورودی A₃ و A₄ برابر 1 هستند، برابر 1 گردد. این نکته با معادله ورودی فلیپ فلاپ D چنین نشان داده می شود.

$$D_{G1} = T_1 A_3 A_4$$

به طور مشابه ستون حالت بعدی G₀ دارای چهار 1 بوده و شرط 1 شدن آن چنین است.

$$D_{G0} = T_0 S + T_1$$

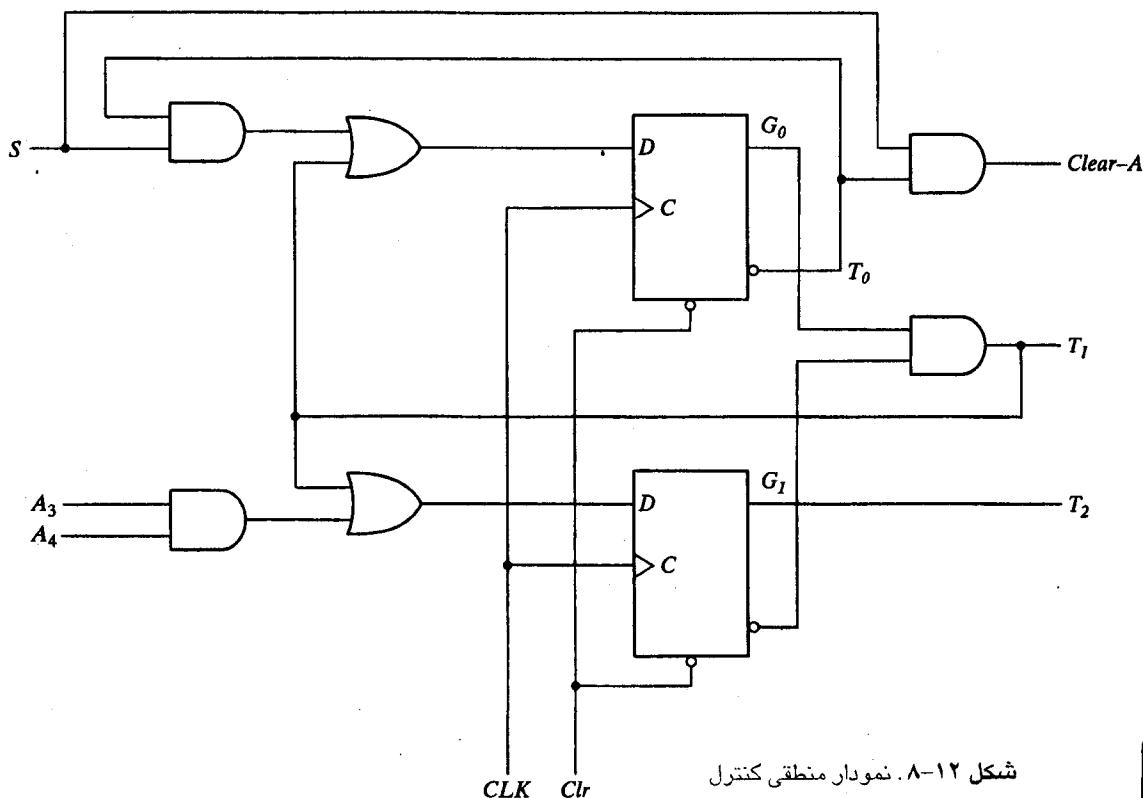
برای بدست آوردن سه تابع خروجی، از حالت بی استفاده 10 می توان استفاده کرد و معادلات خروجی زیر را بدست آورد.

$$T_0 = G'_0$$

$$T_1 = G'_1 G_0$$

$$T_2 = G_1$$

نمودار منطقی کنترل در شکل ۸-۱۲ ملاحظه می گردد. این مدار ساختار درونی بلوک کنترل در شکل ۸-۱۰ را نشان می دهد که همراه با گیت AND که سیگنال clear A را تولید می کند، نشان می دهد.



شکل ۸-۱۲. نمودار منطقی کنترل

۸-۵ توصیف HDL مثال طراحی

در فصل های قبل، مثال توصیف HDL را برای مدارهای ترکیبی، ترتیبی و قطعات استانداردی چون مولتی پلکسرا و شمارندها و ثباتها نشان دادیم. اکنون در موقعیتی هستیم تا این اجزاء را در توصیف یک طرح خاص لحاظ کنیم. همانطور که قبلاً اشاره شد یک طرح می تواند در سطح ساختاری یا رفتاری باشد. توصیف های رفتاری را می توان بصورت سطح انتقال ثباتی یا سطح الگوریتمی خلاصه دسته بندی کرد. در نتیجه اکنون سه سطح طراحی را مطالعه می کنیم: توصیف ساختاری، توصیف RTL و توصیف رفتاری مبتنی بر الگوریتم.

توصیف ساختاری، پایین ترین و مشروح ترین سطح است. سیستم دیجیتال بر حسب اجزاء فیزیکی و اتصالات درونی شان مشخص می شوند. انواع اجزاء موجود عبارتند از گیت‌ها، فلیپ‌فلاب‌ها و مدارهای استانداردی مثل مولتی پلکسرا و شمارندها. طراحی بطور سلسه مراتبی به واحدهای عملیاتی تفکیک می شود و هر واحد با مدول HDL توصیف می گردد. یک مدول سطح بالاکل سیستم را با ذکر همه مدول‌های سطح پایین تر ترکیب می کند.

توصیف RTL، سیستم دیجیتال را بر حسب ثبات‌ها، عملیات انجام شده، و کنترلی که ترتیب عملیات را کنترل می کند، مشخص می نماید. این نوع توصیف متشکل از عبارات اجرایی است که رابطه بین انواع عملیات طرح را بدون ارجاع به ساختار خاص معین می کند. توصیف RTL وجود آرایشی سخت افزاری را در میان ثبات‌ها تعیین می کند. این کار به طرح اجازه می دهد که طرحی را خلق کند که با عناصر دیجیتال استاندارد قابل ساخت است.

توصیف رفتاری مبتنی بر الگوریتم، خلاصه‌ترین سطح است. این روش کار طرح را به فرم یک الگوریتم اجرایی مثل زبان برنامه نویسی توصیف می نماید. در این روش هیچ اشاره‌ای به چگونگی پیاده شدن طرح با ساخت افزار وجود ندارد. روش فوق الذکر، مناسب‌ترین راه شبیه‌سازی سیستم‌های پیچیده برای تحقیق در مورد ایده‌های طرح است. توصیف‌های این سطح برای درک کاربرهای غیر فنی که زبان برنامه نویسی را بدانند در اختیار قرار می گیرد. بعضی نتایج ساخت در این سطح ممکن است قابل ترکیب و طراحی نباشد.

اکنون توصیف‌های RTL و ساختاری را با مثال طراحی بخش قبل پی می گیریم. یک توصیف مبتنی بر الگوریتم در بخش ۸-۸ تشریح شده است.

توصیف RTL

توصیف HDL یک طرح RTL را می توان به سه بخش تقسیم کرد. بخش اول ورودی‌ها، خروجی‌ها و ثبات‌ها را در طراحی تعریف می کند. دومین بخش رشته کنترل را مشخص می نماید. سومین بخش عملیات انتقال ثباتی و خروجی‌ها را فراهم می سازد. توصیف RTL مثال طراحی در مثال ۸-۲ نشان داده شده است. به دنبال آن چارت ASM شکل ۸-۹ و ویژگی‌های انتقال ثباتی شکل ۸-۱۱ آمده است. ورودی‌ها عبارتند از CLK، S، Clr (ساعت، و Clr (پاک)). ورودی پاک کردن برای مقداردهی اولیه

```

//RTL description of design example (Fig.8-11)
module Example_RTL (S,CLK,Clr,E,F,A);
//Specify inputs and outputs
//See block diagram Fig. 8-10
    input S,CLK,Clr;
    output E,F;
    output [4:1] A;
//Specify system registers
    reg [4:1] A;                      //A register
    reg E, F;                         //E and F flip-flops
    reg [1:0] pstate, nstate;         //control register
//Encode the states
    parameter T0 = 2'b00, T1 = 2'b01, T2 = 2'b11;
//State transition for control logic
//See state diagram Fig. 8-11(a)
    always @ (posedge CLK or negedge Clr)
        if (~Clr) pstate = T0;      //Initial state
        else pstate <= nstate;     //Clocked operations
    always @ (S or A or pstate)
        case (pstate)
            T0: if(S) nstate = T1; else nstate = T0;
            T1: if(A[3] & A[4]) nstate = T2; else nstate = T1;
            T2: nstate = T0;
        endcase
//Register transfer operations
//See list of operations Fig.8-11(b)
    always @ (posedge CLK)
        case (pstate)
            T0: if(S)
                begin
                    A <= 4'b0000;
                    F <= 1'b0;
                end
            T1:
                begin
                    A <= A + 1'b1;
                    if (A[3]) E <= 1'b1;
                    else E <= 1'b0;
                end
            T2: F <= 1'b1;
        endcase
    endmodule

```

حالت کنترل با T_0 مورد نیاز است. خروجی‌ها عبارتند از فلیپ فلاب‌های E و F و ثبات A. ثبات کنترل با یک بردار 2 بیت که شرایط فعلی و بعدی را نگه می‌دارد مشخص شده است. به سه شرط کنترل نام سبمیلیک داده شده و به مقادیر دودویی انکد شده است.

بخش بعدی توصیف RTL رشتہ کنترل را با دو عبارت always مشخص می‌نماید. اولین بلوک always دو عمل را مهیا می‌کند: ورودی Clr حالت فعلی را به T_0 مقداردهی اولیه می‌نماید، و لبه مثبت CLK (posedge) گذر حالت را با ساعت همگام یا همزمان می‌کند. دومین بلوک always شامل یک شرط case است که گذر از حالت فعلی به حالت بعدی را مشخص می‌کند. مثلاً اگر حالت فعلی T_0 و باشد حالت بعدی T_1 خواهد بود. اگر $S = 0$ باشد، T_0 تغییر نخواهد کرد. تغییر از T_0 به T_1 (با $S = 1$) فقط در لبه مثبت CLK اجرا خواهد شد که با اولین عبارت always دیکته شده است.

سومین بخش توصیف RTL عمل انتقال ثباتی را در هر سه حالت کنترل معین می‌سازد. این بخش عملیات انتقال ثباتی لیست شده در شکل ۱-۱۱ را دنبال می‌نماید. توجه کنید که برای عملیات انتقال ثباتی از عبارات غیربلوکی ($= >$) استفاده شده است. این کاربری خصوصاً در حین حالت کنترل T_1 حیاتی است. در این حالت، A یک واحد افزایش می‌یابد و مقدار [A] برای تعیین حالت E چک می‌شود. اگر از تخصیص بلوکی استفاده شود، باید دو عبارت یکی برای چک کردن E و سپس افزایش عبارت A به کار رود. با این وجود با استفاده از تخصیص‌های غیربلوکی، باید همزمانی لازم بدون توجه به رتبه عبارات لیست شده ایجاد شود.

تست توصیف طرح

رشته عملیات مثال طراحی در بخش قبل بررسی شد. جدول ۲-۸ مقادیر E و F را ضمن افزایش A نشان می‌دهد. در اینجا توصیف می‌شود برنامه تستی پیاده شود تا اعتبار توصیف HDL مشخص شود. برنامه تست (test bench) در مثال ۸-۳ HDL چنین مدولی را تهیه می‌نماید. (روال نوشتن یک برنامه تست در بخش ۴-۱۱ ملاحظه شد). مدول تست سیگنال‌هایی برای S، Clr، CLK، TOL یعنی تولیدکرده و نتایج حاصل از ثبات‌های A، E و F را چک می‌کند. در آغاز سیگنال Clr در ۰ فوار می‌گیرد تا کنترل آغاز گردد و نیز S و CLK برابر ۰ می‌شوند. در $t = 5$ با تنظیم آن در ۱ غیرفعال می‌شود، با ۱ کردن ورودی S، این ورودی فعال می‌شود، و ساعت برای ۱۶ سیکل تکرار می‌گردد. عبارت \$monitor، A و F را هر 10ns یک بار نشان می‌دهد. خروجی شبیه‌سازی که در مثال لیست شده، به صورت لگاریتم است. در آغاز، $t = 0$ ، مقدار ثبات‌ها نامعلوم‌مند بنا براین با سمبول X علامت‌زنی شده‌اند. اولین گذر لبه مثبت ساعت در $t = 0$ A، t = 0 F را پاک می‌کند، ولی E را تغییر نمی‌دهد، پس در این زمان نامعلوم است. بقیه جدول مثل جدول ۸-۲ است. توجه کنید که چون S در $t = 160 = 1$ هنوز برابر ۱ است آخرین واردۀ در جدول نشان می‌دهد که A و F برابر ۰ شده ولی E تغییری نکرده و در ۱ باقی می‌ماند. این حالت در دومین گذر از T_0 به T_1 رخ می‌دهد.

```

//Test bench for design example
module test_design_example;
    reg S, CLK, Clr;
    wire [4:1] A;
    wire E, F;
//Instantiate design example
    Example_RTL dsexp (S,CLK,Clr,E,F,A);
    initial
        begin
            Clr = 0;
            S = 0;
            CLK = 0;
#5 Clr = 1; S = 1;
            repeat (32)
                begin
                    #5 CLK = ~ CLK;
                end
        end
    initial
        $monitor("A = %b E = %b F = %b time = %0d", A,E,F,$time);
endmodule

```

Simulation log:

```

A = xxxx E = x F = x time = 0
A = 0000 E = x F = 0 time = 10
A = 0001 E = 0 F = 0 time = 20
A = 0010 E = 0 F = 0 time = 30
A = 0011 E = 0 F = 0 time = 40
A = 0100 E = 0 F = 0 time = 50
A = 0101 E = 1 F = 0 time = 60
A = 0110 E = 1 F = 0 time = 70
A = 0111 E = 1 F = 0 time = 80
A = 1000 E = 1 F = 0 time = 90
A = 1001 E = 0 F = 0 time = 100
A = 1010 E = 0 F = 0 time = 110
A = 1011 E = 0 F = 0 time = 120
A = 1100 E = 0 F = 0 time = 130
A = 1101 E = 1 F = 0 time = 140
A = 1101 E = 1 F = 1 time = 150
A = 0000 E = 1 F = 0 time = 160.

```

توصیف ساختاری

توصیف RTL یک طرح متشکل از عبارات اجرایی است که رفتار عملیاتی یک مدار دیجیتال را معین می‌کند. این نوع نمایش می‌تواند به وسیله ابزار سنتز (طراحی) HDL مورد استفاده قرار گیرد تا

مدار معادل سطح گیت طرح مشخص گردد. می‌توان طرح را بر حسب ساختارش به جای عملکرد توصیف کرد. توصیف ساختاری طرح منشکل از ذکر اجزایی است که ساختار اتصالات میان آنها را تعریف می‌کند. از این لحاظ یک توصیف ساختاری با نمودار طرح یا نمودار بلوکی مدار برابر است. نمودار بلوکی شکل ۸-۱۰ اطلاعات مورد نیاز توصیف ساختاری را تعریف می‌کند. برای سادگی مدار به سه بخش زیر تفکیک می‌شود.

- ۱- بلوک کنترل
- ۲- فلیپ فلاپ‌های E و F و گیت‌های مربوطه
- ۳- شمارنده با پاک کننده همزمان

توصیف سلسله مراتبی می‌تواند با ذکر تودرتو یا لانهای سه بخش ایجاد شود. مثال ۸-۴ HDL توصیف ساختاری مثال طراحی را نشان می‌دهد. این توصیف از شش مدول تشکیل شده است که با چهار بخش زیر قابل توصیف است.

۱- اولین مدول سه عنصر را ذکر می‌کند.

- ۲- دو مدول بعدی کنترل و فلیپ فلاپ D را توصیف می‌نمایند.
- ۳- دو مدول بعدی E و F و فلیپ فلاپ JK آنها را توصیف می‌کند.
- ۴- آخرین مدول شمارنده را توصیف می‌نماید.

اولین مدول ورودی‌ها و خروجی‌ها به مدار را اعلان می‌نماید. لیست پورت با لیست توصیف RTL یکی است. در اینجا خروجی‌ها به صورت reg اعلان نمی‌شوند، زیرا در مدول‌های سطح پایین تر با reg معرفی شده‌اند. مدول سطح بالا همه طرح را با ذکر سه جزء سطح پایین در بر می‌گیرد. بعضی از پورت‌ها در مدول‌های ذکر شده ورودی‌ها یا خروجی‌های مدارند. دیگر پورت‌ها ورودی‌های تولیدی از دیگر مدول‌ها یا خروجی‌های مورد لزوم دیگر مدول‌ها هستند. مثلاً مدول کنترل ct1 دارای ورودی‌های A[3] و A[4] است که از خروجی [1 : 0] counter ctr مدول A[4] می‌آید. خروجی‌های T₁ و T₂ در مدول ct1 به عنوان ورودی در مدول EF استفاده شده است.

مدول کنترل مدار شکل ۸-۱۲ را توصیف می‌نماید. خروجی‌های دو فلیپ فلاپ G₁ و G₀ و ورودی‌های DG1 و DG0 نمی‌توانند به صورت reg اعلان شوند زیرا در عبارات تخصیص مداوم به کار رفته‌اند. پنج عبارت assign بخش ترکیبی مدار را مشخص می‌نمایند. دو معادله ورودی فلیپ فلاپ و سه معادله خروجی وجود دارد. خروجی‌های فلیپ فلاپ‌های G₁ و G₀ و معادلات ورودی 1 و DG1 و جایگزین خروجی Q و ورودی D دو فلیپ فلاپ‌های فوق الذکر شده‌اند. آنگاه فلیپ فلاپ D در مدول بعدی توصیف شده است. مدول EF الگوی یکسانی با دو فلیپ فلاپ JK را دنبال می‌کند. معادلات ورودی فلیپ فلاپ ابتدا بدست می‌آیند و فلیپ فلاپ JK با این مقادیر به عنوان ورودی‌ها ذکر می‌شود. آخرین مدول شمارنده را با پاک کننده همگام توصیف می‌نماید.

توصیف ساختاری با برنامه تست مثال ۸-۳ تست شد. تنها تغییر لازم جایگزینی ذکر مثال از

```

//Structural description of design example
//See block diagram Fig. 8-10
module Example_Structure (S,CLK,Clr,E,F,A);
    input S,CLK,Clr;
    output E,F;
    output [4:1] A;
//Instantiate control circuit
    control ctl (S,A[3],A[4],CLK,Clr,T2,T1,clear);
//Instantiate E and F flip-flops
    E_F EF (T1,T2,clear,CLK,A[3],E,F);
//Instantiate counter
    counter ctr (T1,clear,CLK,A);
endmodule

//Control circuit (Fig. 8-12)
module control (Start,A3,A4,CLK,Clr,T2,T1,clear);
    input Start,A3,A4,CLK,Clr;
    output T2,T1,clear;
    wire G1,G0,DG1,DG0;
//Combinational circuit
    assign DG1 = A3 & A4 & T1,
        DG0 = (Start & ~G0) | T1,
        T2 = G1,
        T1 = G0 & ~G1,
        Clear = Start & ~G0;
//Instantiate D flip-flop
    DFF G1F (G1,DG1,CLK,Clr),
        G0F (G0,DG0,CLK,Clr);
endmodule

//D flip-flop
module DFF (Q,D,CLK,Clr);
    input D,CLK,Clr;
    output Q;
    reg Q;
    always @ (posedge CLK or negedge Clr)
        if (~Clr) Q = 1'b0;
        else Q = D;
endmodule

//E and F flip-flops
module E_F (T1,T2,clear,CLK,A3,E,F);
    input T1,T2,clear,CLK,A3;
    output E,F;
    wire E,F,JE,KE,JF,KF;

```

```

//Combinational circuit
    assign JE = T1 & A3,
          KE = T1 & ~A3,
          JF = T2,
          KF = Clear;
//Instantiate JK flip-flop
    JKFF EF (E,JE,KE,CLK),
          FF (F,JF,KF,CLK);
endmodule

//JK flip-flop
module JKFF (Q,J,K,CLK);
    input J,K,CLK;
    output Q;
    reg Q;
    always @ (posedge CLK)
        case ({J,K})
            2'b00: Q = Q;
            2'b01: Q = 1'b0;
            2'b10: Q = 1'b1;
            2'b11: Q = ~Q;
        endcase
endmodule

//counter with synchronous clear
module counter (Count, Clear, CLK, A);
    input Count, Clear, CLK;
    output [4:1] A;
    reg [4:1] A;
    always @ (posedge CLK)
        if (Clear) A<= 4'b0000;
        else if (Count) A <= A + 1'b1;
        else A <= A;
endmodule

```

است. نتیجه شبیه‌سازی برای توصیف ساختاری مثل Example_Structure به Example_RTL شبیه‌سازی خروجی حاصل از توصیف RTL می‌باشد.

۶-۸ ضرب کننده دودویی

این بخش دومین طراحی را معرفی می‌کند. مدار یک الگوریتم سخت‌افزاری را برای ضرب کننده دودویی نمایش داده و آرایش ثبات را برای پیاده‌سازی آن پیشنهاد نموده و سپس برای نمایش طراحی مسیر داده و کنترل به کمک چارت ASM به پیش می‌رود. سیستمی که معرفی خواهیم کرد دو عدد دودویی بی علامت را در هم ضرب می‌کند. در بخش ۶-۶،

ضرب کننده دودویی

یک الگوریتم ساخت افزاری برای اجرای ضرب ایجاد شد که نتیجه‌اش یک مدار ترکیبی ضرب با چند جمع‌کننده و گیت‌های AND بود. بر عکس در این بخش، الگوریتم ساخت افزاری یک ضرب کننده ترتیبی که فقط از یک جمع‌کننده و یک شیفت رجیستر ساخته شده را بدهست می‌دهد.

ضرب دو عدد دودویی با کاغذ و قلم با جمع و شیفت متواالی انجام می‌گردد. این فرآیند با یک مثال عددی بهتر تشریح می‌شود. اکنون ضرب دو عدد دودویی 10111 و 10011 را در نظر بگیرید:

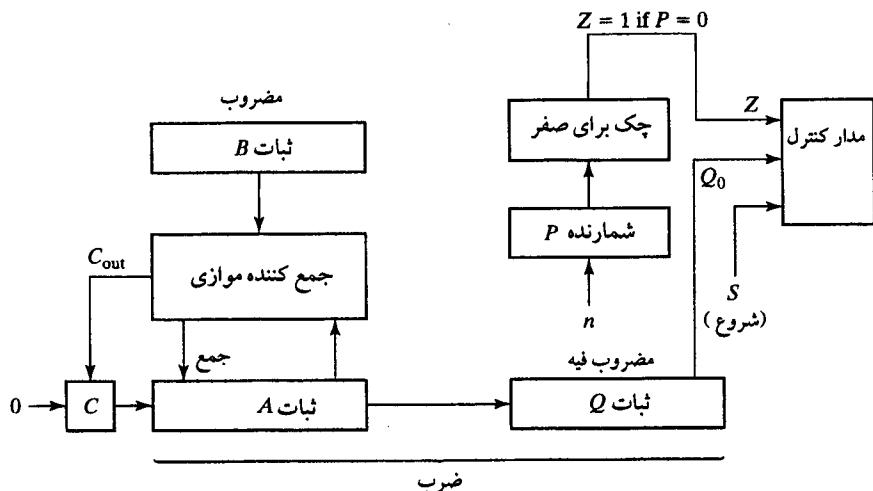
$$\begin{array}{r}
 & 23 & 10111 & \text{مضروب} \\
 & 19 & \underline{10011} & \text{مضروب به} \\
 & & 10111 & \\
 & & 10111 & \\
 & & 00000 & \\
 & & 00000 & \\
 & & \underline{10111} & \\
 & 437 & \underline{110110101} & \text{حاصلضرب}
 \end{array}$$

فرآیند شامل نگاه به بیت‌های متواالی مضروب فیه از سمت کم‌ارزش‌ترین بیت است. اگر بیت مضروب فیه 1 است، مضروب در پایین کپی می‌شود؛ در غیر این صورت 0 کپی می‌گردد. اعدادی که در خطوط متواالی کپی می‌شوند نسبت به قبل یک مکان به چپ جابجا می‌شوند. بالاخره اعداد با هم جمع شده و حاصل جمع آنها، حاصلضرب را تشکیل خواهد داد. حاصلضرب حاصل از ضرب دو عدد n بیتی می‌تواند تا $2n$ بیت فضای اشغال نماید.

وقتی که روال ضرب با ساخت افزار دیجیتال پیاده شود، بهتر است تا فرآیند کمی تغییر کند. ابتدا در عوض تهیه مدار دیجیتال برای ذخیره و جمع همزمان به تعداد 1 ها در مضروب فیه، بهتر است مداری فراهم گردد که فقط جمع دو عدد دودویی محاسبه شده و به طور متواالی حاصلضرب‌های جزی حاصل در یک ثبات انبار شود. دوم، در عوض جابجایی مضروب به چپ حاصلضرب جزی به راست جابجا می‌شود. این موجب می‌شود تا مضروب و حاصلضرب جزی در کنار هم قرار گیرند. سوم، وقتی بیت مورد نظری در مضروب فیه 0 است، نیاز به جمع 0 ها به حاصلضرب جزی نیست زیرا مقدار حاصل را تغییر نمی‌دهد.

آرایش ثبات

نمودار بلوکی برای مضروب فیه دودویی در شکل ۸-۱۳ نشان داده شده است. مضروب در ثبات B، مضروب فیه در ثبات Q و حاصلضرب جزی در ثبات A ایجاد و در A و Q ذخیره می‌گردد. یک جمع کننده موازی محتوای ثبات B را به ثبات A اضافه می‌کند. فلیپ فلاپ C، رقم نقلی را پس از جمع ذخیره می‌نماید. شمارنده P در آغاز با یک عدد که برابر تعداد 1 ها در مضروب فیه است پر می‌شود. این شمارنده پس از هر بار تشکیل حاصلضرب جزی یک واحد کم می‌شود. وقتی محتوای شمارنده به صفر برسد، حاصل ضرب کل در جفت ثبات A و B تشکیل شده است و بنابراین فرآیند متوقف می‌گردد.

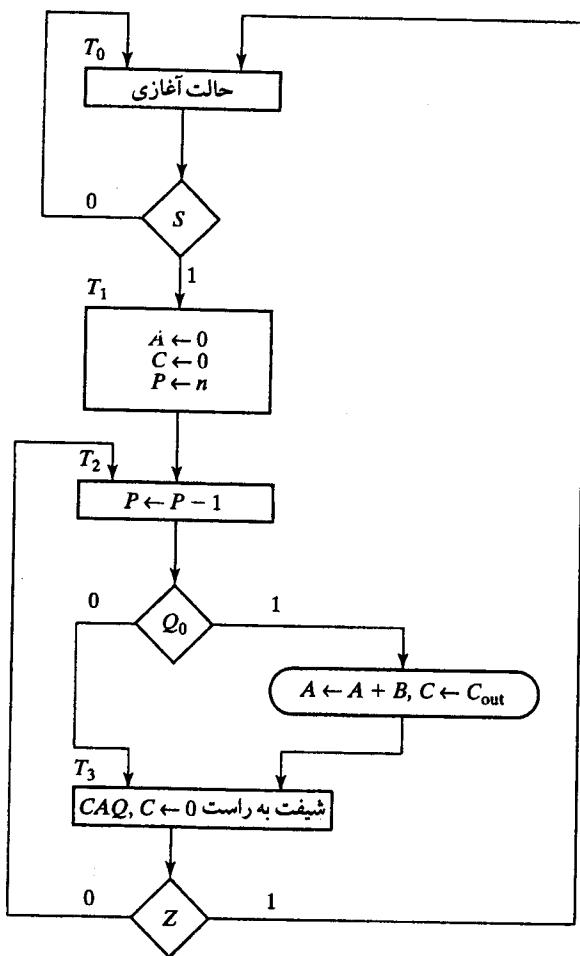


شکل ۸-۱۳. نمودار بلوکی ضرب کننده دودویی

مدار کنترل تا سیگنال شروع S برابر 1 شود در حالت اولیه باقی می‌ماند. آنگاه سیستم عمل ضرب را انجام می‌دهد. حاصل جمع A و B ، بیت بالارزش تر حاصل ضرب جزیی را تولید می‌کند که به A منتقل می‌گردد. نقلی خروجی از جمع، چه 0 و چه 1 به C منتقل می‌گردد. هر دو مقدار ضرب جزیی در A و مضروب فیه در Q به راست جابجا می‌شوند. بیت کم ارزش تر A به بالارزش ترین بیت در Q منتقل می‌گردد؛ نقلی از C به بالارزش ترین مکان در A می‌رود؛ و 0 به C وارد می‌شود. پس از عمل جابجا می‌یابی به راست، یک بیت از حاصل ضرب جزیی وارد Q می‌گردد ضمن این که بیت‌های مضروب فیه در Q یک مکان به راست می‌روند. به این ترتیب کم ارزش ترین بیت ثبات Q که به آن Q_0 می‌گوییم بیتی از مضروب فیه را نگه می‌دارد که در مرحله بعدی برای ادامه کار باید مورد وارسی قرار گیرد. مدار کنترل، جمع کردن یا نکردن را بر حسب این بیت ورودی معین خواهد کرد. این مدار سیگنال Z را هم از مداری که شمارنده P را برای وجود صفر چک می‌کند دریافت می‌نماید. Q_0 و Z ورودی‌های وضعیت واحد کنترل هستند. ورودی شروع S یک ورودی بیرونی به کنترل است. خروجی‌های مدار کنترل عملیات لازم را در ثبات‌ها فعال می‌کنند.

چارت ASM

چارت ASM برای ضرب کننده دودویی در شکل ۸-۱۴ ملاحظه می‌شود. در آغاز مضروب در B و مضروب فیه در Q است. مادامی که مدار در حالت شروع و $0 = S$ است، هیچ اتفاقی رخ نمی‌دهد و سیستم در حالت اولیه T_0 باقی خواهد ماند. فرآیند ضرب با $1 = S$ شروع شده و کنترل به حالت T_1 می‌رود. ثبات A و فلیپ فلاپ C به 0 پاک می‌شوند و شمارنده دفعات، با عدد n مقداردهی می‌شود که n تعداد بیت‌ها در مضروب فیه است. آنگاه سیستم به T_2 می‌رود. بیت مضروب فیه در Q_0 چک می‌شود



شکل ۸-۱۴. چارت ASM برای ضرب دودویی

و اگر برابر ۱ بود، مضروب در B به حاصلضرب جزیی در A اضافه می‌شود. رقم نقلی حاصل از جمع به C منتقل می‌گردد. حاصلضرب جزیی در A و C اگر $Q_0 = 0$ باشد، دست نخورده باقی می‌مانند. شمارنده P بدون توجه به مقدار Q_0 یک واحد کم می‌شود. در هر حال حالت بعدی T_3 است. ثبات‌های A، C و Q در یک ثبات مرکب CAQ تصور خواهد شد و محتوای آن یک بار به راست جابجا می‌شود تا حاصلضرب جزیی جدیدی حاصل گردد. این عمل شیفت در فلوچارت به فرم عبارت زیر نمایش شده است

Shift right CAQ, $C \leftarrow 0$

با استفاده از سمبول‌های ثباتی جداگانه، عمل جابجایی با عملیات ثباتی زیر توصیف می‌گردد

$$\begin{aligned} A &\leftarrow \text{shr } A, A_{n-1} \leftarrow C \\ Q &\leftarrow \text{shr } Q, Q_{n-1} \leftarrow A_0 \\ C &\leftarrow 0 \end{aligned}$$

هر دو ثبات A و Q به راست جابجا شده‌اند. سمت چپ‌ترین بیت A که با A_{n-1} نشان داده می‌شود رقم نقلی C را دریافت می‌کند. سمت چپ‌ترین بیت Q، یا Q_{n-1} سمت راست‌ترین بیت A یعنی A_0 را دریافت می‌نماید و C به 0 بازنگشانی می‌گردد. به بیان دیگر این یک جابجایی طویل در ثبات مركب CAQ است با یک 0 که از ورودی سریال متصل به C وارد آن می‌شود.

مقدار موجود در شمارنده P پس از تشکیل هر حاصلضرب جزیی چک می‌شود. اگر محتوای P صفر نباشد بیت وضعیت Z برابر 0 بوده و فرآیند برای تشکیل یک حاصلضرب جزیی تکرار می‌گردد. فرآیند با رسیدن شمارنده P به 0 پایان یافته و در این حال ورودی کنترل برابر 1 خواهد بود. توجه کنید که حاصلضرب جزیی تشکیل شده در A به اندازه یک بیت در هر بار به Q منتقل می‌شود و نهایتاً جایگزین مضروب فیه خواهد شد. حاصلضرب نهایی در A و Q خواهد بود که A بیت‌های بالارزش‌تر و Q بیت‌های کم‌ارزش‌تر حاصل ضرب است.

مثال عددی قبلی در جدول ۸-۴ برای شفافیت روند ضرب تکرار شده است. روال مراحل ذکر شده در چارت ASM را دنبال می‌کند.

نوع ثبات‌های لازم برای زیر سیستم پردازش داده از عملیات ثباتی لیست شده در چارت ASM بدست می‌آید. ثبات A یک شیفت رجیستر با امکان بارشدن موازی برای پذیرش جمع از جمع‌کننده است و باید قابلیت پاک شدن همزمان را داشته باشد تا ثبات به 0 بازنگشانی شود. ثبات Q هم یک شیفت رجیستر است. شمارنده P یک پایین شمار دودویی با امکان بارشدن موازی یک ثابت دودویی است. فلیپ‌فلاپ

جدول ۸-۴. مثال عددی ضرب دودویی

Mضرب	C	A	Q	P
مضروب فیه در Q B : با $Q_0 = 1$ جمع کن	0	00000	10011	101
ضرب جزئی اول CAQ به راست	0	10111		100
جابجایی به راست B : با $Q_0 = 1$ جمع کن	0	01011	11001	
ضرب جزئی دوم CAQ به راست	1	00010		011
جابجایی به راست $Q_0 = 0$	0	10001	01100	
جابجایی به راست $Q_0 = 0$	0	01000	10110	010
جابجایی به راست B : با $Q_0 = 1$ جمع کن	0	00100	01011	001
پنجین ضرب جزئی CAQ به راست	0	11011		
جابجایی به راست CAQ	0	01101	10101	000
حاصلضرب نهایی در $AQ = 0110110101$				

ضرب کننده دودویی

C باید طوری طراحی شود تا نقلی ورودی و پاک شدن همزمان را بپذیرد. ثبات‌های B و Q دارای قابلیت بار شدن موازی هستند تا مضروب و مضروب فیه را قبل از شروع فرآیند ضرب، دریافت نمایند.

۸-۷ مدار کنترل

طراحی یک سیستم دیجیتال را می‌توان به دو بخش تفکیک کرد: طراحی انتقال ثباتی در مسیر داده و طراحی مدار کنترل. طراحی مدار کنترل یک طراحی مدار ترتیبی است. در این صورت بهتر است نمودار کنترل ترتیبی را بدست آوریم. یک چارت ASM مشابه یک نمودار حالت است. بلوک‌های مستطیلی که جعبه‌های حالت را تداعی می‌کنند حالات مدار ترتیبی هستند. بلوک‌های لوزی شکلی که جعبه تصمیم‌گیری را تداعی می‌نمایند، شرایط را برای گذر به حالت بعدی در نمودار حالت مشخص می‌کنند. به عنوان مثال، نمودار حالت کنترل برای ضرب کننده دودویی که در بخش قبل بدست آمد. در شکل ۸-۱۵ نشان داده شده است. اطلاعات نمودار مستقیماً از چارت ASM شکل ۸-۱۴ حاصل شده است. چهار حالت T_0 تا T_3 از جعبه‌های حالت مستطیلی بدست آمده‌اند. ورودی‌های S و Z از جعبه‌های تصمیم لوزی اخذ شده‌اند. عملیات انتقال ثباتی برای هر چهار حالت در زیر نمودار حالت آمده است. آنها از حالت متناظر و جعبه‌های شرطی در چارت ASM فراهم شده‌اند.

به هنگام پیاده‌سازی یک مدار کنترل دو دیدگاه مورد بحث وجود دارد. یکی ایجاد رشته حالات موردنظر و تهیه سیگنال‌های کنترل عملیات ثباتی است. رشته حالات در نمودار حالت مشخص می‌گردد. سیگنال‌های کنترل عملیات در ثبات‌ها در عبارات انتقال ثبات مشخص می‌شوند. در ضرب کننده، این سیگنال‌ها T_1 (برای پاک کردن A و C و بار کردن یک عدد در P)، T_2 (برای کاهش P)، T_3 (برای شیفت رجیستر CAQ)، و T_0 (جهت افزودن B به A و یا نیفزودن آن می‌باشد). نمودار بلوکی کنترل در شکل ۸-۱۶ دیده می‌شود. ورودی‌های مدار کنترل ترتیبی S و Z هستند و طبق نمودار حالت خروجی‌ها نیز T_0 ، T_1 ، T_2 و T_3 می‌باشند. گیت AND مولده $L = T_2 Q_0 \text{ AND } T_2 Q_1$ حاصل جمع در ثبات A به شرط $Q_0 = 1$ در حالت T_2 است.

یکی از مراحل با اهمیت در طراحی، تخصیص کد دودویی به حالات است. ساده‌ترین تخصیص،

T_0 : Initial state

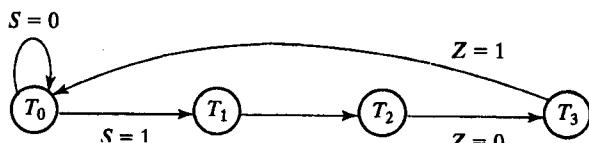
$T_1: A \leftarrow 0, C \leftarrow 0, P \leftarrow n$

$T_2: P \leftarrow P - 1$

if ($Q_0 = 1$) then ($A \leftarrow A + B, C \leftarrow C_{out}$)

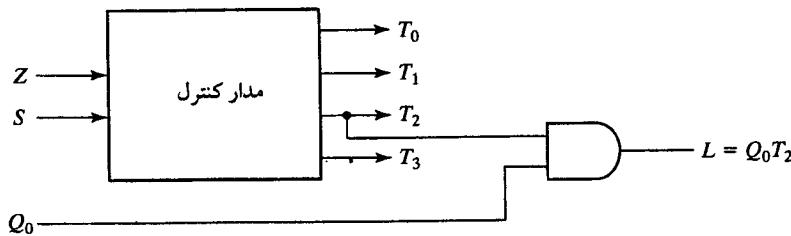
$T_3: \text{shift right CAQ}, C \leftarrow 0$

(ب) عملیات انتقال ثباتی



(الف) نمودار حالت

شکل ۸-۱۵. مشخصات کنترل برای ضرب دودویی



شکل ۸-۱۶. نمونه بلوکی کنترل

اختصاصی مستقیم اعداد دودویی، طبق جدول ۸-۵ می‌باشد. تخصیص مشابه دیگر، کدگری است که در آن هنگام رفتن از یک عدد به بعدی، فقط یک بیت تغییر می‌نماید. تخصیص حالتی که اغلب در طراحی کنترل به کار می‌رود تخصیص ۱-بارز است. این تخصیص به تعداد حالات مدار از بیت استفاده می‌کند. در هر لحظه از زمان، تنها یک بیت برابر ۱ است (۱ بارز) در حالی که دیگر بیت‌ها در ۰ نگهداشته می‌شوند. این نوع تخصیص برای هر حالت از یک فلیپ فلاب استفاده می‌کند.

چون کنترل یک مدار ترتیبی است، می‌توان طبق مطالب فصل ۵، آن را با روش مدار ترتیبی طراحی کرد. با این وجود در بسیاری از موارد این روش عملاً پیچیده است زیرا این گونه مدارهای کنترل دارای تعداد زیادی حالات و ورودی هستند. در نتیجه، لازم است از روش‌های خاصی برای طراحی کنترل استفاده شود. اکنون دو نمونه از این گونه مدارها را ارائه می‌کنیم. یکی از آنها از یک ثبات و دیکدر و دیگری از فلیپ فلاب برای هر حالت استفاده می‌کند.

ثبات و دیکدر

همانطور که از نام این روش پیداست، روش ثبات و دیکدر از یک ثبات برای کنترل حالات و یک دیکدر برای تهیه یک خروجی متعلق به هر حالت استفاده می‌کند. ثباتی با n فلیپ فلاب، می‌تواند 2^n حالت داشته و دیکدر n نیز دارای 2^n خروجی است. یک ثبات اساساً مداری با n فلیپ فلاب همراه با گیت‌های متعلقه برای تأثیر بر گذر حالت است.

نمودار حالت کنترل برای ضرب دودویی دارای چهار حالت و دو ورودی است. برای پیاده‌سازی آن با یک ثبات و دیکدر، لازم است دو فلیپ فلاب برای ثبات و یک دیکدر ۲ به ۴ انتخاب کنیم. گرچه مثال

جدول ۸-۵. تخصیص حالت برای کنترل

حالت	دودویی	کدگری	یک بارز
T_0	00	00	0001
T_1	01	01	0010
T_2	10	11	0100
T_3	11	10	1000

جدول ۶-۸. جدول حالت برای مدار کنترل

حالت فعلی		ورودی		حالت بعدی		خروجی‌ها			
G_1	G_0	S	Z	G_1'	G_0	T_0	T_1	T_2	T_3
0	0	0	X	0	0	1	0	0	0
0	0	1	X	0	1	1	0	0	0
0	1	X	X	1	0	0	1	0	0
1	0	X	X	1	1	0	0	1	0
1	1	X	0	1	0	0	0	0	1
1	1	X	1	0	0	0	0	0	1

تقریباً ساده است، ولی روال را می‌توان به مدارهای پیچیده‌تر هم تعمیم داد.

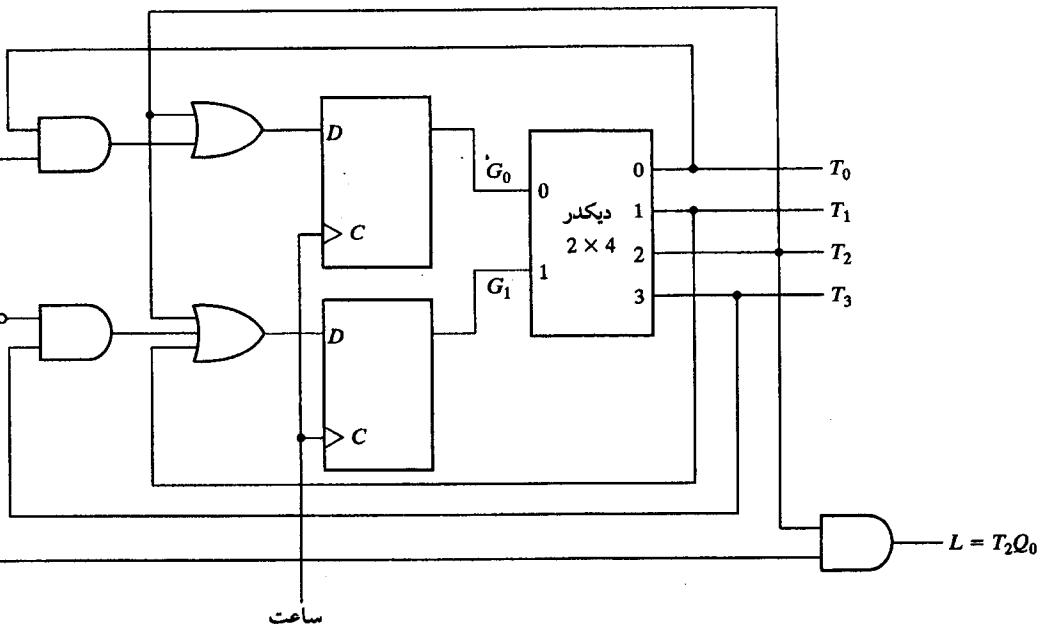
جدول حالت کنترل ترتیبی در جدول ۶-۸ نشان داده شده است. این جدول مستقیماً از نمودار شکل ۱-۱۵ (الف) حاصل شده است. در اینجا دو فلیپ فلاپ را G_1 و G_0 می‌نامیم و حالات ۰۰، ۰۱، ۱۰ و ۱۱ را به ترتیب T_0 ، T_1 ، T_2 ، T_3 می‌خوانیم. توجه کنید که ستون ورودی‌ها دارای وارددهای بی‌همیت‌اند. این حالات بی‌همیت متعلق به مواردی است که ورودی برای تعیین حالت بعدی به کار نمود. خروجی‌های مدار کنترل با نام حالات معین شده‌اند. حالت ۱ برای هر متغیر خروجی خاص در هر زمان از مقدار حالت فعلی اش حاصل می‌گردد. بنابراین وقتی حالت فعلی $G_1G_0 = 00$ است، خروجی T_0 باید ۱ و دیگر خروجی‌ها باید ۰ باشند. چون خروجی‌ها فقط تابعی از حالت فعلی هستند، می‌توان آنها را با مدار دیکدری که دارای دو ورودی G_1 و G_0 و چهار خروجی T_0 ، T_1 ، T_2 و T_3 می‌باشند، تولید کرد. با استفاده از روش کلاسیک فصل ۵ می‌توان مدار ترتیبی را از جدول حالت طراحی کرد. این مثال دارای تعداد کمی حالت و ورودی است و بنابراین می‌توان از نقشه کارنو برای ساده کردن تابع بول استفاده نمود. در بسیاری از کاربردهای مدار کنترل، تعداد ورودی‌ها و حالات بسیار زیادتر است. در تهیه معادلات ورودی ساده شده برای فلیپ فلاپ‌ها، به کارگیری روش کلاسیک کار زیادی را می‌طلبید. چنانچه فرض کنیم خروجی‌های دیکدر برای استفاده در طراحی در دسترسند طراحی بسیار ساده‌تر خواهد شد. در عوض به کارگیری نقشه برای ساده کردن معادلات فلیپ فلاپ‌ها، می‌توانیم آنها را مستقیماً با وارسی جدول حالت بدست آوریم. مثلاً، با توجه به شرایط حالت بعدی در جدول حالت، در می‌یابیم که حالت بعدی G_1 به شرطی ۱ می‌باشد که حالت فعلی T_1 یا T_2 یا T_3 همراه با $Z=0$ باشد. این شرایط را می‌توان با معادله زیر بیان کرد.

$$D_{G_1} = T_1 + T_2 + T_3 Z'$$

که در آن D_{G_1} ورودی D فلیپ فلاپ G_1 است. به طور مشابه ورودی D مربوط به G_0 برابر است با

$$D_{G_0} = T_0 S + T_2$$

البته با روش بررسی جدول حالت نمی‌توان مطمئن شد که توابع بول به بهترین وجه ساده شده‌اند. به این دلیل، توصیه می‌شود برای اطمینان از صحت معادلات، تحلیل‌های لازم صورت گیرد، تا بدین وسیله گذر حالات لازم تولید شود.



شکل ۸-۱۷. نمودار منطقی کنترل برای ضرب دودویی با استفاده از یک ثبات و دیکدر

نمودار منطقی مدار کنترل در شکل ۸-۱۷ ترسیم شده است. این مدار متشکل از یک ثبات با دو فلیپ فلاپ G_1 و G_0 و یک دیکدر 4×2 است. خروجی‌های دیکدر برای تولید ورودی‌ها به مدار حالت بعدی و خروجی‌های کنترل به کار رفته‌اند. خروجی‌های کنترل‌گر باید برای فعال کردن عملیات ثباتی لازم به مسیر داده (بخش پردازش) متصل گردند.

یک فلیپ فلاپ برای هر حالت

روش ممکن دیگر در طراحی مدار کنترل استفاده از تخصیص 1 بارز است که یک مدار ترتیبی با یک فلیپ فلاپ را نتیجه می‌دهد. هر بار تنها یکی از فلیپ فلاپ‌ها در 1 و بقیه در وضعیت 0 هستند. انتشار یک 1 از یک فلیپ فلاپ به دیگری کنترل مدار تضمین‌گیری صورت می‌گیرد. در این آرایش هر فلیپ فلاپ یک حالت را نمایش می‌دهد و فقط هنگامی که بیت کنترل به آن منتقل شود وجود دارد. این روش بیشترین تعداد فلیپ فلاپ را بکار می‌برد. مثلاً یک مدار ترتیبی با 12 حالت به حداقل چهار فلیپ فلاپ نیاز دارد. با روش یک فلیپ فلاپ برای هر حالت، مدار نیاز به 12 فلیپ فلاپ خواهد داشت. در نگاه اول چنین به نظر می‌رسد که به علت وجود تعداد زیادی فلیپ فلاپ، هزینه این سیستم افزایش خواهد یافت. ولی مدار مزایایی را داراست که نمی‌توان آنها را نادیده گرفت. یکی از این مزایا این است که مدار را با وارسی چارت ASM یا نمودار حالت می‌توان طراحی کرد. اگر فلیپ فلاپ‌های نوع D به کار گرفته شود نیازی به جداول حالت و تحریک نیست. دیگر مزایای قابل ذکر، صرفه‌جویی در

تلاش‌هایی است که در طراحی صورت می‌گیرد، افزایش سادگی اعمال، و احتمالاً کاهش در تعداد کل گیت‌ها به دلیل عدم نیاز به دیکدر است.

روال طراحی را می‌توان با مدار کنترل نمودار حالت شکل ۸-۱۵ (الف) نشان داد. چون در نمودار حالت چهار حالت وجود دارد، چهار فلیپ فلاپ D اختیار کرده و خروجی آنها را T_0 ، T_1 ، T_2 و T_3 می‌نامیم. معادلات ورودی برای ۱ کردن هر فلیپ فلاپ از حالت فعلی و شرایط ورودی در روی خطوط جهت‌داری که به حالت بعدی می‌رود مشخص می‌گردد. مثلًاً فلیپ فلاپ T_0 هنگامی بالبه پالس ساعت بعدی ۱ می‌شود که مدار در حالت فعلی T_3 و ورودی Z برابر ۱ یا اگر مدار در حالت فعلی T_0 است $S = 0$ باشد. این شرایط با معادله ورودی زیر نشان داده می‌شود.

$$D_{T_0} = T_0 S' + T_3 Z$$

که در آن D_{T_0} ورودی D فلیپ فلاپ T_0 است. در واقع، شرط ۱ کردن یک فلیپ فلاپ مستقیماً از نمودار حالت و از خطوط جهت‌دار متصل به فلیپ فلاپ مربوطه که با حالت بعدی فلیپ فلاپ AND شده بددست می‌آید. اگر تعداد خطوطی که به یک حالت می‌روند بیش از یکی باشد، همه حالات باید OR شوند. با استفاده از این روال برای سه فلیپ فلاپ دیگر معادلات ورودی چنین خواهد بود.

$$D_{T_1} = T_0 S$$

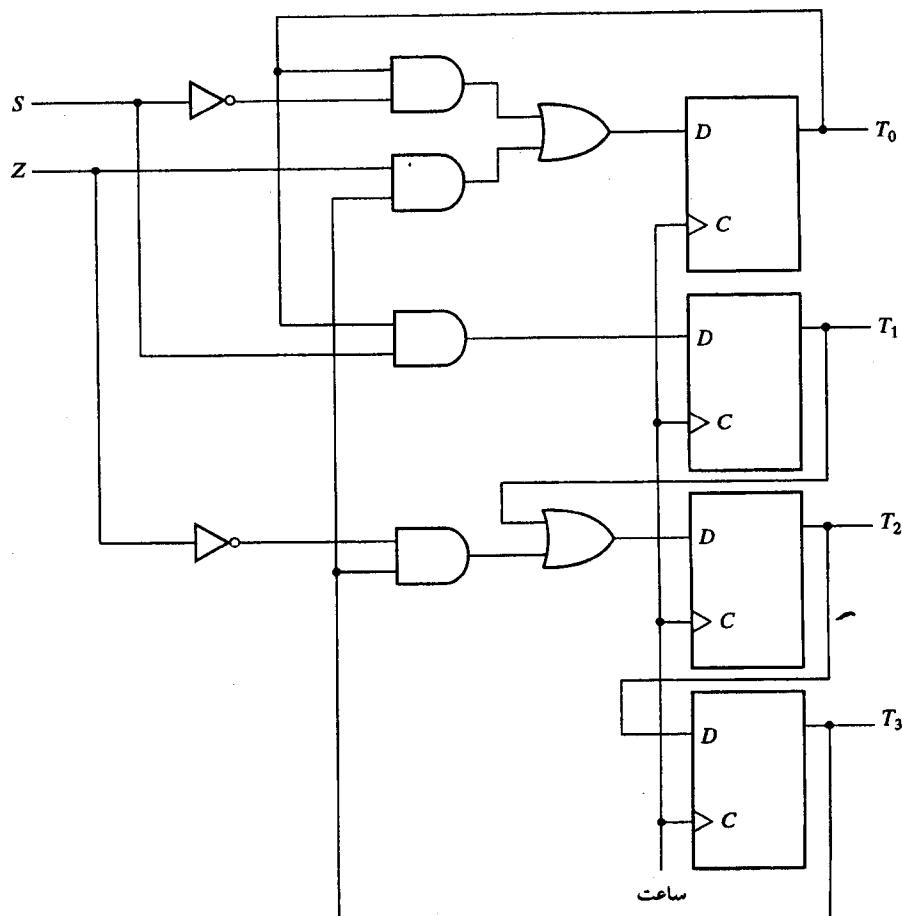
$$D_{T_2} = T_1 + T_3 Z'$$

$$D_{T_3} = T_2$$

نمودار منطقی کنترل گر در شکل ۸-۱۸ دیده می‌شود. این شکل دارای چهار فلیپ فلاپ D از T_0 تا T_3 و گیت‌های مربوطه است که با معادلات ورودی نشان داده شده‌اند. در ابتدا T_0 باید در ۱ نشانده شود. همه فلیپ فلاپ‌های دیگر باید ۰ گردند، به این ترتیب فلیپ فلاپی که حالت آغازین را نشان می‌دهد فعال می‌گردد. این کار را می‌توان با به کارگیری یک پیش تنظیم غیرهمزمان روی فلیپ فلاپ T_0 و یک پاک کردن غیرهمزمان برای دیگر فلیپ فلاپ‌ها تحقق بخشد. به محض این که مدار شروع به کار کند، کنترل گر یک فلیپ فلاپ بر هر حالت شروع به انتشار حالت موجود خواهد کرد. در هر لبه پالس ساعت تنها یک فلیپ فلاپ در ۱ و بقیه در ۰ خواهد بود، زیرا ورودی آنها ۰ است.

۸-۸ توصیف HDL ضرب کننده دودویی

دومین مثال برای توصیف HDL یک طرح HDL، در مثال ۸-۵ نشان داده شده است. مثال مربوط به طراحی ضرب کننده دودویی بخش ۸-۶ می‌باشد. می‌توان توصیف را به پنج بخش که هر بخش با توضیحاتی همراه است تقسیم کرد. بخش اول همه ورودی‌ها و خروجی‌ها را طبق شکل ۸-۱۳ لیست می‌کند. ورودی‌های داده به B و Q و خروجی‌های حاصل از A و Q بردارهای ۵ بیتی هستند. دلیل انتخاب ۵ بیت برای این مثال این است که بتوانیم نتایج را با مثال عددی جدول ۸-۴ مقایسه کنیم. بخش دوم همه ثبات‌ها از جمله ثبات کنترل، همراه با انکد کردن چهار حالت را اعلان می‌کند. بخش سوم مداری ترکیبی را با عبارت assign مشخص می‌نماید. در ضرب کننده دو مدار ترکیبی وجود دارد. یکی



شکل ۸-۱۸. نمودار منطقی کنترل با استفاده از یک فلیپ فلاب در هر مرحله

از آنها خروجی شمارنده را برای یافتن صفر خروجی وارسی می‌کند؛ و دیگری یک جمع‌کننده موازی است. مبدأ جمع‌کننده به عنوان بخشی از عملگر انتقال ثباتی که مضروب را با حاصلضرب جزیی جمع می‌کند در نظر گرفته خواهد شد. شناسایی صفر با یک گیت NOR پنج ورودی انجام می‌گردد.

بخش چهارم گذر حالت را برای کنترل توصیف کرده و نمودار حالت شکل ۸-۱۵ (الف) را دنبال می‌نمایید. آخرین بخش توصیف عملیات انتقال ثباتی برای بخش مسیر داده است. به دنبال آن اعمال لیست شده در چارت ASM شکل ۸-۱۵ (ب) آمده است. در چارت ASM ورودی‌های داده لیست نشده‌اند، ولی در اینجا برای چک کردن عمل مدار باید لحاظ شوند. در حین حالت آغازین، مضروب به ثبات B انتقال می‌یابد. مضروب فيه در زمان T_1 منتقل می‌شود. در T_2 ، مضروب به حاصلضرب جزیی اضافه می‌شود به شرطی که $Q[0] = 1$. در T_3 ، حاصلضرب جزیی به راست جابجا می‌شود.

```

//RTL description of binary multiplier
//Block diagram Fig. 8-13 and ASM chart Fig. 8-14
//n = 5 to compare with Table 8-4
module mltp(S,CLK,Clr,Binput,Qininput,C,A,Q,P);
    input S,CLK,Clr;
    input [4:0] Binput,Qininput;           //Data inputs
    output C;
    output [4:0] A,Q;
    output [2:0] P;
//System registers
    reg C;
    reg [4:0] A,Q,B;
    reg [2:0] P;
    reg [1:0] pstate, nstate;           //control register
    parameter T0=2'b00, T1=2'b01, T2=2'b10, T3=2'b11;
//Combinational circuit
    wire Z;
    assign Z = ~|P;                    //Check for zero
//State transition for control
//See state diagram Fig. 8-15(a)
    always @ (negedge CLK or negedge Clr)
        if (~Clr) pstate = T0;
        else pstate <= nstate;
    always @ (S or Z or pstate)
        case (pstate)
            T0: if (S) nstate = T1; else nstate = T0;
            T1: nstate = T2;
            T2: nstate = T3;
            T3: if (Z) nstate = T0;
                  else nstate = T2;
        endcase
//Register transfer operations
//See register operation Fig. 8-15(b)
    always @ (negedge CLK)
        case (pstate)
            T0: B <= Binput;           //Input multiplicand
            T1: begin
                A <= 5'b00000;
                C <= 1'b0;
                P <= 3'b101;
                Q <= Qininput;          //Initialize counter to n=5
                end                      //Input multiplier
            end
            T2: begin
                P <= P - 3'b001;         //Decrement counter
                if (Q[0])
                    (C,A) <= A + B;    //Add multiplicand
                end
            T3: begin
                C <= 1'b0;              //Clear C
                A <= {C,A[4:1]};       //Shift right A
                Q <= {A[0],Q[4:1]};    //Shift right Q
                end
        endcase
endmodule

```

تست ضرب کننده

مثال ۸-۶ HDL یک برنامه تست را برای تست ضرب کننده نشان می‌دهد. ورودی‌ها عبارتند از: مضروب و مضروب فیه در B و Q. خروجی حاصلضرب در A و Q قرار دارد. ما مقدار نقلی C و شمارنده P را هم چک می‌کنیم. ورودی‌های دودویی ۵ بیتی همان ورودی‌های به کار رفته در جدول ۴-۴ هستند. دومین عبارت آغازین ۱۳ پالس ساعت را ۱۰ واحد زمانی برای هر کدام فراهم می‌نماید. بررسی گذر حالات نشان می‌دهد که سیکل‌های T_2 و T_3 ، در حلقه ۵ بار تکرار می‌شوند (برای هر حاصلضرب جزئی یک بار). این خود ۱۰ پالس ساعت را لازم دارد. به هنگام $Z = 1$ ، سه سیکل ساعت دیگر هم برای T_0 و T_1 بازگشت به T_0 لازم است.

نتایج محاسبات با استفاده از تکلیف سیستم \$strobe نمایش داده شده است. این تکلیف مشابه تکلیف‌های \$monitor و \$display تشریح شده در بخش ۴-۱۱ می‌باشد. تکلیف \$strobe یک مکانیزم همزمانی را برای اطمینان از نمایش داده پس از اجرای همه عبارات در یک مرحله از زمان فراهم می‌کند. این مکانیزم در مدارهای ترتیبی همزمانی که در آنها هر مرحله زمانی بالبه ساعت آغاز می‌شود اهمیت دارد. استفاده از عبارت \$strobe پس از always @ negedge CLK به این معنی است که صفحه نمایش مقادیر سیگنال را پس از لبه منفی ساعت نشان خواهد داد.

مدول test_mltp در مثال ۸-۶ HDL مدل mltp در مثال ۵-۸ را ذکر می‌نماید. هنگام شبیه‌سازی Verilog HDL هر دو مدل باید لحاظ شوند. نتیجه این شبیه‌سازی اعدادی مشابه با جدول ۴-۴ را نمایش خواهد داد.

مثال ۸-۶

```
//Testing binary multiplier
module test_mltp;
//Inputs for multiplier
    reg S,CLK,Clr;
    reg [4:0] Binput,Qininput;
//Data for display
    wire C;
    wire [4:0] A,Q;
    wire [2:0] P;
//Instantiate multiplier
    mltp mp(S,CLK,Clr,Binput,Qininput,C,A,Q,P);
initial
begin
    S=0; CLK=0; Clr=0;
    #5 S=1; Clr=1;
    Binput = 5'b10111;
    Qininput = 5'b10011;
    #15 S = 0;
end
```

```

initial
begin
    repeat (26)
        #5 CLK = ~CLK;
    end
//Display computations and compare with Table 8-4
always @ (negedge CLK)
    $strobe ("C=%b A=%b Q=%b P=%b time=%0d", C, A, Q, P, $time);
endmodule

```

Simulation log:

C=x	A=xxxxxx	Q=xxxxxx	P=xxxx	time=10
C=0	A=000000	Q=10011	P=101	time=20
C=0	A=10111	Q=10011	P=100	time=30
C=0	A=01011	Q=11001	P=100	time=40
C=1	A=000010	Q=11001	P=011	time=50
C=0	A=10001	Q=01100	P=011	time=60
C=0	A=10001	Q=01100	P=010	time=70
C=0	A=01000	Q=10110	P=010	time=80
C=0	A=01000	Q=10110	P=001	time=90
C=0	A=00100	Q=01011	P=001	time=100
C=0	A=11011	Q=01011	P=000	time=110
C=0	A=01101	Q=10101	P=000	time=120
C=0	A=01101	Q=10101	P=000	time=130

توصیف رفتاری ضرب کننده

می‌توان یک ضرب کننده دودویی را در سطح رفتاری مانند مثال ۸-۷ HDL موصیف کرد. دو ورودی به عنوان بردارهای ۸ بیت و خروجی به عنوان بردار ۱۶ بیت اعلان شده‌اند. در اینجا سخت‌افزار خاصی مانند آنچه در توصیف‌های RTL یا ساختاری ملاحظه شد، مورد نیاز نیست. اجرا فقط با یک عبارت ضرب صورت می‌گیرد. در این حال، اگر نرم‌افزار سنتز (طراحی) طراحی شده باشد، توصیف ممکن است برای یک مدار ترکیبی ضرب ایجاد گردد. به طور کلی، توصیف‌های مبتنی بر الگوریتم همیشه قابل سنتز یا ترکیب نیستند.

مثال ۸-۷

```

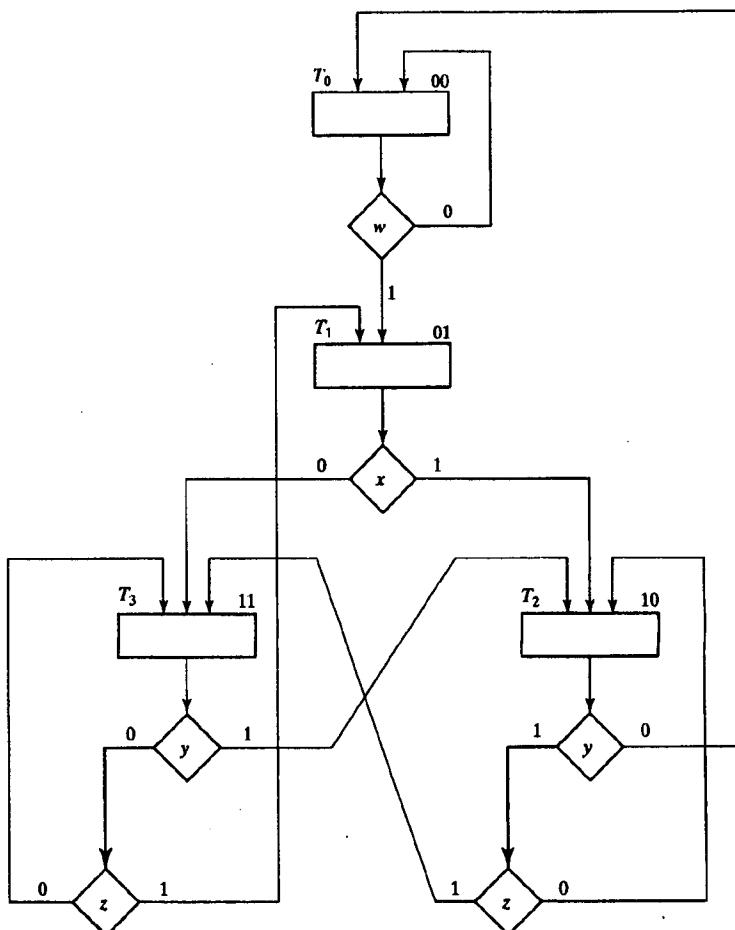
//Behavioral description of multiplier (n = 8)
module Mult (A,B,Q);
    input [7:0] B,Q;
    output [15:0] A;
    reg [15:0] A;
    always @ (B or Q)
        A = B * Q;
endmodule

```

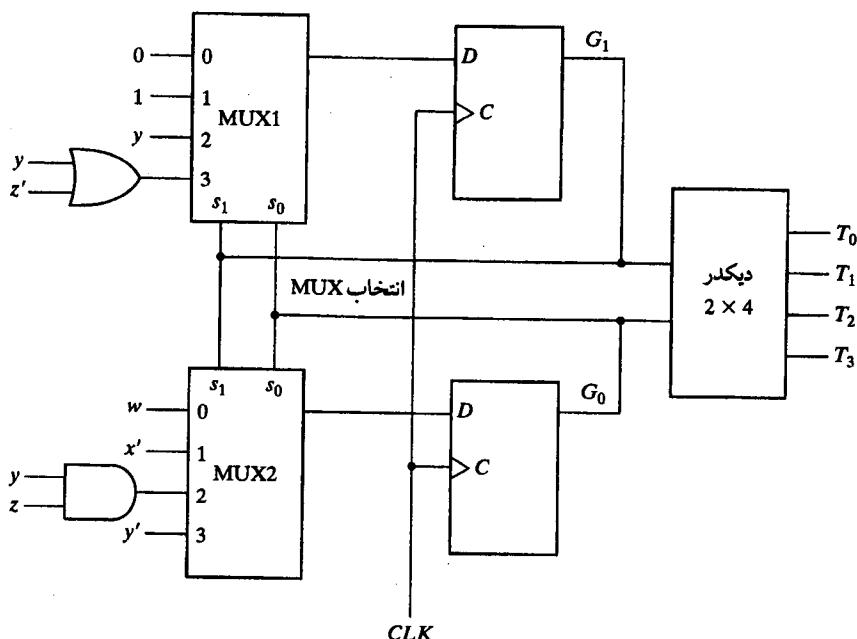
۸-۹ طراحی با مولتی پلکس

کنترل ثبات و دیکدر از سه عنصر تشکیل شده بود: فلیپ فلاپ‌ها که مقدار حالت دودویی را رانگه می‌دارند، دیکدر که خروجی‌های کنترل را فراهم می‌کنند، و گیت‌ها که حالت بعدی و سیگنال‌های خروجی را تولید می‌نمایند. در بخش ۴-۱۰ نشان داده شده که یک مدار ترکیبی را می‌توان به جای گیت با مولتی پلکس پیاده‌سازی کرد. از جایگزینی گیت‌ها با مولتی پلکس‌ها الگوی منظمی از سه طبقه عناصر حاصل می‌گردد. اولین سطح متشکل از مولتی پلکس‌هایی است که حالت بعدی ثبات را معین می‌کنند. دومین سطح حاوی ثباتی است که حالت دودویی فعلی رانگه می‌دارد. سومین سطح دیکدری دارد که خروجی جداگانه‌ای را برای هر حالت کنترل فراهم می‌کند. این سه عنصر سلول‌های استاندارد از پیش تعریف شده در بسیاری از مدارهای مجتمع می‌باشد.

به عنوان مثال، چارت ASM شکل ۸-۱۹ را ملاحظه کنید. این چارت از چهار حالت و چهار ورودی کنترل تشکیل شده است. جعبه‌های حالت خالی در اینجا گذاشته شده‌اند زیرا ما فقط علاقمند به



شکل ۸-۱۹. مثالی از چارت ASM با چهار ورودی کنترل



شکل ۸-۲۰. پیاده سازی کنترل با مولتی پلکسرو

رشته کنترلی هستیم که مستقل از عملیات ثباتی است. تخصیص دودویی برای هر حالت در گوشه سمت راست بالای جعبه‌های حالت مشخص شده است. جعبه‌های تصمیم، گذرهای حالت را به صورت تابعی از چهار ورودی کنترل w ، x ، y و z مشخص می‌نمایند. پیاده سازی کنترل سه طبقه‌ای در شکل ۸-۲۰ نشان داده شده است. این مدار شامل مولتی پلکسرهای ۱ MUX 1، ۲ MUX 2 با یک ثبات متشکل از دو فلیپ فلاب G_1 و G_0 و یک دیکدر با چهار خروجی است. خروجی‌های ثبات به ورودی‌های دیکدر و نیز ورودی‌های انتخاب مولتی پلکسرا وصل شده است. به این ترتیب حالت فعلی ثبات برای انتخاب یکی از ورودی‌های هر مولتی پلکسرا به کار برد می‌شود. آنگاه خروجی‌های مولتی پلکسرا به ورودی‌های D فلیپ فلاب‌های G_1 و G_0 وصل می‌شود. هدف از کاربرد مولتی پلکسرا تهیه ورودی برای فلیپ فلاب مریوطه اش می‌باشد به نحوی که برابر با مقدار دودویی حالت بعدی باشد. ورودی مولتی پلکسرا از جعبه‌های تصمیم‌گیری و گذر حالت موجود در چارت ASM بسته به مقدار دودویی w در ۰۰ می‌ماند و یا به ۰۱ می‌رود. چون حالت حاصل می‌گردد. مثلاً حالت ۰۰ بسته به مقدار ورودی w در ۰۰ می‌ماند و یا به ۰۱ می‌رود. چون حالت بعدی G_1 در هر حال ۰ است یک ۰ در ورودی شماره ۰ مولتی پلکسرا قرار می‌دهیم. اگر $w = ۰$ باشد حالت بعدی G_0 برابر ۰ و اگر $w = ۱$ باشد $G_0 = ۱$ خواهد بود. چون حالت بعدی G_0 برابر w است، ورودی کنترل w را به ورودی ۰ از ۲ MUX وصل می‌نماییم. معنی این کار این است که وقتی ورودی‌های انتخاب مولتی پلکسرا برابر حالت فعلی ۰۰ است، خروجی مولتی پلکسرا مقداری را به دودویی تولید می‌کنند که در پالس ساعت بعدی به ثبات منتقل می‌گردد.

حالت فعلی		حالت بعدی		شرایط ورودی	ورودی‌ها	
G_1	G_0	G_1	G_0		MUX1	MUX2
0	0	0	0	w'		
0	0	0	1	w	0	w
0	1	1	0	x		
0	1	1	1	x'	1	x'
1	0	0	0	y'		
1	0	1	0	yz'	$yz' + yz = y$	yz
1	0	1	1	yz		
1	1	0	1	$y'z$		
1	1	1	0	y		
1	1	1	1	$y'z'$	$y + y'z' = y + z'$	$y'z + y'z' = y'$

برای ایجاد امکان ارزیابی ورودی‌های مولتی پلکس جدولی را آماده می‌کنیم تا شرایط ورودی را برای هر گذر ممکن در چارت ASM نشان دهد. جدول ۷-۸ این اطلاعات را برای چارت ASM شکل ۱-۹-۸ ارائه می‌کند. از حالت فعلی ۰۰ یا ۰۱ دو گذر و از حالت فعلی ۱۰ یا ۱۱ سه گذر یا انتقال وجود دارد. این حالات در جدول با خطی افقی از یکدیگر جدا شده‌اند. شرایط ورودی در جدول از جعبه‌های تصمیم در چارت ASM بست آمده‌اند. مثلاً در شکل ۱-۹ می‌بینیم که اگر $1 = x$ باشد حالت فعلی ۰۱ به ۱۰ خواهد رفت و اگر $0 = x$ باشد حالت بعدی ۱۱ است. در جدول این شرایط را به ترتیب با x و x' علامت می‌زنیم. دو ستون زیر "ورودی‌های مولتی پلکس" در جدول مقادیر ورودی را که باید به MUX 1 و MUX 2 اعمال شوند مشخص می‌کنند. ورودی مولتی پلکس برای هر حالت فعلی از شرایط ورودی وقتی که حالت بعدی فلیپ فلاب برابر ۱ است بست می‌آید. بنابراین بعد از حالت فعلی ۰۱، حالت بعدی G_1 همواره برابر با ۱ و حالت بعدی G_2 برابر با متمم x است. بنابراین هنگام حالت فعلی ۰۱ ثبات، ورودی ۱ MUX به ۱ و ۲ MUX به x' وصل می‌شوند. به عنوان مثالی دیگر، پس از حالت فعلی ۱۰، حالت بعدی G_1 باید برابر ۱ باشد به شرطی که شرایط ورودی yz و یا yz' باقی خواهد ماند. اگر شرایط ۱۱ = yz در ورودی برقرار باشد، حالت بعدی G_0 برابر ۱ خواهد بود. اگر حالت بعدی G_1 پس از حالت مفروضی در ۰ باقی بماند، ما یک ۰ در ورودی مولتی پلکس طبق آنچه در حالت فعلی ۰۰ برای مولتی پلکس ۱ MUX نشان داده شده قرار می‌دهیم. همانطور که در حالت فعلی ۰۰ برای ۲ MUX دیده شد، اگر حالت بعدی G_1 همواره ۱ باشد، در ورودی مولتی پلکس، ۱ قرار می‌دهیم. این کار برای حالت فعلی ۰۱ برای ۱ MUX نشان داده شده است. سایر عناصر جدول برای ۱ MUX و ۲ MUX به طور مشابه حاصل می‌شوند. آنگاه ورودی‌های مولتی پلکس‌ها از جدول، در پیاده‌سازی کنترل شکل ۸-۲۰ به کار می‌رود. توجه کنید که اگر حالت بعدی یک فلیپ فلاب تابعی از دو یا چند متغیر باشد، ممکن است مولتی پلکس به یک یا چند گیت در ورودی‌اش نیاز داشته باشد. در غیر این صورت ورودی مولتی پلکس برابر با متغیر کنترل، یا متمم آن، یا ۰ و یا ۱ است.

مثال طراحی - شمارش تعداد ۱ هادر یک ثبات

ما پیاده‌سازی یک کنترل مولتی پلکسروی را با یک مثال نشان خواهیم داد. مثال، فرموله شدن چارت ASM و پیاده‌سازی زیرسیستم مسیر داده (پردازشگر) را نشان خواهد داد.

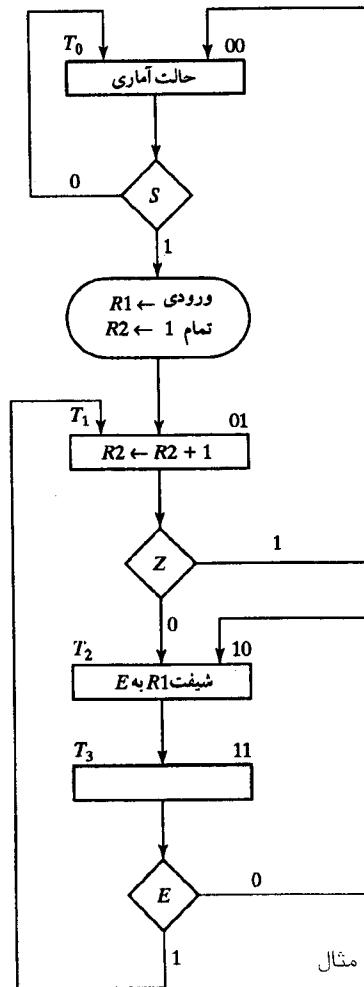
سیستم دیجیتالی که قرار است طراحی شود متشکل از دو ثبات R_1 و R_2 و یک فلیپ فلاپ E می‌باشد. سیستم تعداد ۱ های عدد بار شده در ثبات R_1 را می‌شمارد و ثبات R_2 را با تعداد شمارش شده پر می‌کند. به عنوان مثال، اگر عدد دودویی بار شده در ثبات R_1 برابر 10111001 باشد، مدار ۵ عدد ۱ را در R_1 شمرده و ثبات R_2 را با عدد دودویی 101 پر خواهد کرد. این عمل هر بار با جابجاگایی هر بیت از R_1 به فلیپ فلاپ E صورت می‌گیرد. مقدار E بعداً به وسیله کنترل چک شده و هر دفعه که برابر با ۱ باشد ثبات R_2 یک واحد افزایش می‌یابد.

کنترل از یک ورودی بیرونی S برای شروع عملیات و دو ورودی وضعیت E و Z از پردازشگر استفاده می‌کند. E خروجی فلیپ فلاپ و Z خروجی مداری است که محتوای ثبات R_1 را برای یافتن حالت تمام ۰ چک می‌کند. وقتی ۰ = R_1 باشد خروجی ۱ = تولید خواهد شد.

چارت ASM برای مدار در شکل ۸-۲۱ نشان داده شده است. عدد دودویی در R_1 بار می‌شود و R_2 با مقدار تمام ۱ پر می‌شود. توجه کنید که عدد تمام ۱ در یک ثبات وقتی افزایش یابد حالت تمام ۰ را تولید می‌نماید. در حالت T_1 ، ثبات R_2 افزایش می‌یابد و محتوای R_1 مورد وارسی قرار می‌گیرد. اگر محتوا ۰ باشد، آنگاه $Z = 1$ شده و نشان می‌دهد که در ثبات R_1 ، ۱، وجود ندارد، بنابراین عملیات پایان یافته و محتوای R_2 برابر ۰ خواهد بود. اگر محتوای R_1 غیر صفر باشد، آنگاه $Z = 0$ شده و به این معنی است که تعدادی ۱ در ثبات ذخیره شده است. آنگاه عدد موجود در R_1 جابجا شده و سمت چپ‌ترین بیت آن به E منتقل می‌گردد. این عمل به دفعاتی که برای انتقال ۱ به E لازم باشد تکرار می‌گردد. برای هر ۱ یافت شده در E ثبات R_2 یک واحد افزایش یافته و ثبات R_1 برای یافتن ۱ های بیشتر وارسی می‌شود. حلقه بزرگتر آن قدر تکرار می‌گردد تا تمام ۱ های موجود در R_1 شمرده شوند. دقت کنید که جعبه حالت T_3 دارای عملیات ثباتی نیست، ولی بلوك متعلق به آن حاوی جعبه تصمیم برای E است. و نیز توجه کنید که ورودی سریال به شیفت رجیستر R_1 باید معادل ۰ باشد زیرا نمی‌خواهیم ۱ های بیرونی وارد R_1 شوند.

نمودار بلوکی مدار در شکل ۸-۲۲ نشان داده شده است. کنترل سه ورودی و چهار خروجی دارد. فقط سه خروجی توسط پردازشگر یا مسیر داده استفاده شده است. ثبات R_1 یک شیفت رجیستر است. ثبات R_2 یک شمارنده با امکان بار شدن موازی می‌باشد. برای پرهیز از پیچیدگی نمودار ساعت نشان داده نشده، ولی باید به دو ثبات، فلیپ فلاپ E و فلیپ فلاپ E کنترل اعمال گردد.

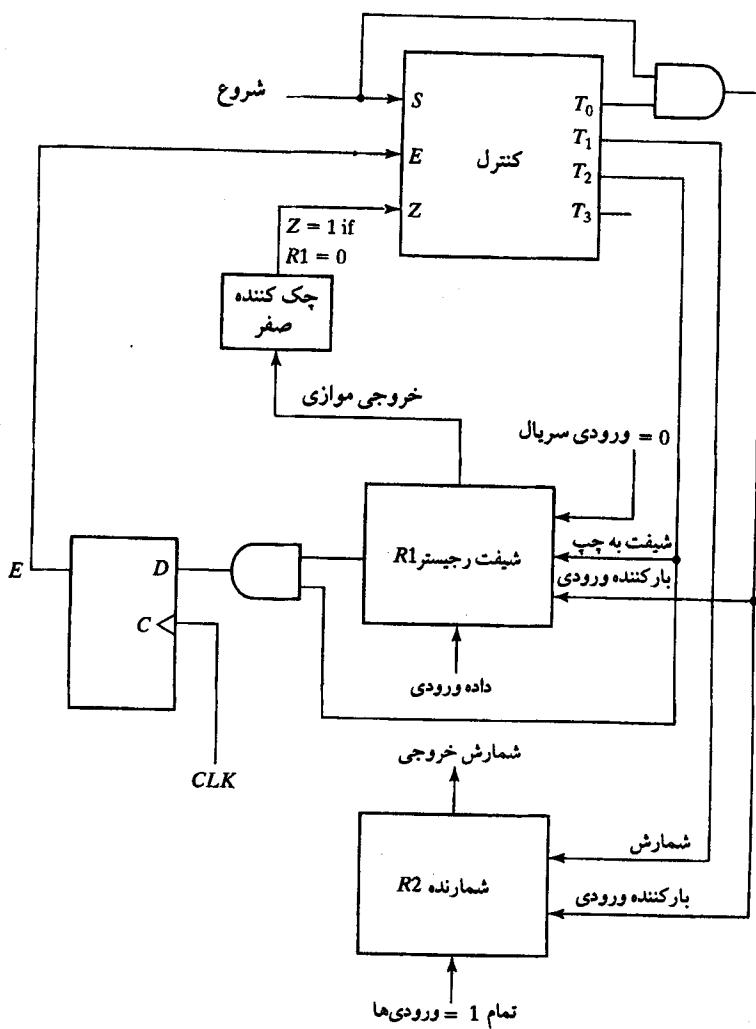
شرایط ورودی مولتی پلکسروی برای کنترل از جدول ۸-۸ معین می‌گردد. این شرایط برای هر گذر حالت دودویی ممکن از جدول ASM فراهم می‌شود. به چهار حالت چهار مقدار ۰۰ تا ۱۱ تخصیص یافته است. گذر از حالت فعلی ۰۰ به S وابسته است. گذر از ۰۱ به Z و گذر از حالت فعلی ۱۱ به E بستگی دارد. حالت فعلی ۱۰ بدون شرط در پالس ساعت بعدی به ۱۱ می‌رود. مقادیر زیر ستون‌های



شکل ۸-۲۱. چارت ASM برای مثال

جدول ۸-۸. شرایط ورودی مولتی پلکسer برای مثال طراحی

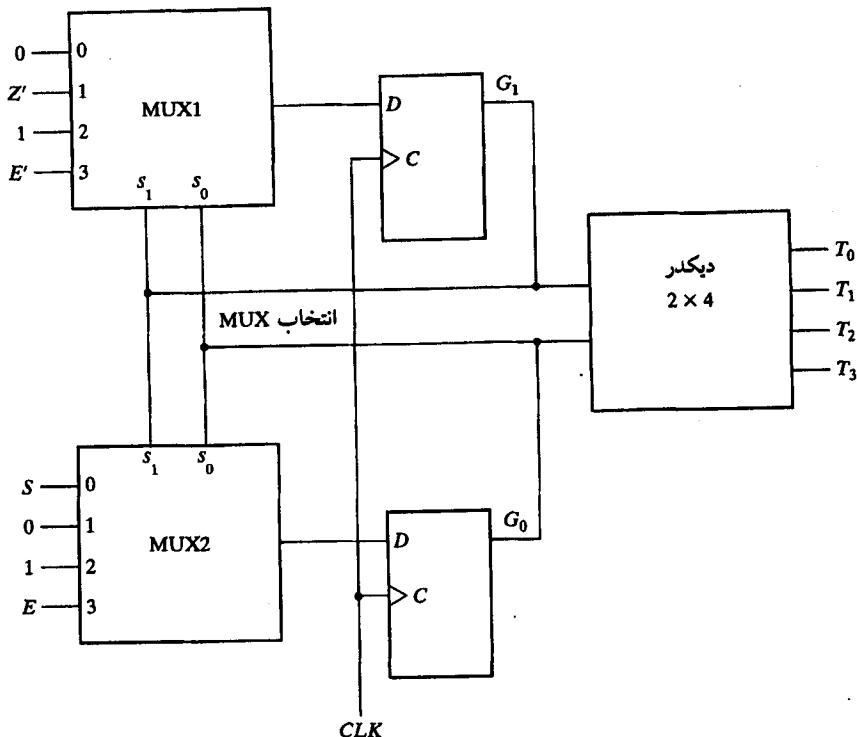
حالت فعلی		حالت بعدی		شرابط ورودی	ورودی‌های مولتی پلکسer	
G ₁	G ₀	G ₁	G ₀		MUX1	MUX2
0	0	0	0	S'		
0	0	0	1	S	0	S
0	1	1	0	Z		
0	1	1	1	Z'	Z'	0
1	0	1	1	None	1	1
1	1	1	0	E'	E'	
1	1	0	1	E		E



شکل ۸-۲۲. نمودار بلوکی شمارش ۱ها

MUX 1 و MUX 2 در جدول به ترتیب از شرایط بولی ورودی برای حالت بعدی G_1 و G_0 فراهم می‌گردد.

پیاده سازی کنترل مثال طراحی در شکل ۸-۲۳ ملاحظه می‌شود. این مدار یک پیاده سازی سطحی است که در آن مولتیپلکسرهای در سطح اول قرار گرفته‌اند. ورودی‌ها به مولتیپلکسرهای از جدول ۸-۸ بدست آمده‌اند.



شکل ۸-۲۳. پیاره سازی کنترل در مثال طراحی

مسائل

۸-۱ به زبان خود عملیات انتقال ثباتی زیر را توصیف نماید.

(الف)

$$R2 \leftarrow R2 + 1, R1 \leftarrow R2$$

(ب)

$$R3 \leftarrow R3 - 1$$

(پ)

$$\text{If } (T_1 = 1) \text{ then } (R0 \leftarrow R1) \text{ else if } (T_2 = 1) \text{ then } (R0 \leftarrow R2)$$

۸-۲ بخش آغازین یک چارت ASM را رسم کنید. دو سیگنال کنترل x و y وجود دارد. اگر $xy = 10$ باشد، ثبات R یک واحد اضافه می شود و کنترل به حالت دوم می رود. اگر $xy = 01$ شد، ثبات R صفر شده و کنترل از حالت آغازین به حالت سوم می رود. در غیر این صورت، کنترل در حالت آغازین می ماند.

۸-۳ چارت های ASM را برای گذرهای حالت زیر بنویسید:

(الف) اگر $x = 0$ باشد، کنترل از T_1 به T_2 می رود؛ اگر $x = 1$ باشد یک حالت شرطی تولید کرده و از T_2 به T_1 می رود.

- (ب) اگر $x = 0$ باشد، کنترل از T_1 به T_2 و سپس به T_3 می‌رود؛ اگر $x = 1$ باشد، کنترل از T_1 به T_3 می‌رود.
 (پ) با شروع از T_1 ؛ آنگاه اگر $xy = 00$ باشد به T_2 برود؛ اگر $xy = 01$ باشد به T_3 برود؛ اگر $xy = 10$ باشد به T_3 برود؛ اگر $xy = 11$ باشد به T_1 برود؛ در غیر این صورت به T_3 برود.

۸-۴ هشت میز خروجی از بلوک ASM که از جعبه‌های تصمیم‌گیری بیرون می‌آیند را رسم کنید تا هشت حالت دودویی ممکن برای سه متغیر x و y و z را چک نماید.

۸-۵ تفاوت یک چارت ASM را از چارت معمولی بیان کنید. این تفاوت را با به کارگیری شکل ۸-۵ نشان دهید.

۸-۶ برای یک سیستم دیجیتال یک چارت ASM بنویسید تا تعداد افراد داخل یک اطاق را بشمارد. افراد از یک درب وارد می‌شوند و هر وقت نور فتوسلی به وسیله فردی قطع شود خروجی آن تغییری از ۱ به ۰ در سیگنال x ایجاد می‌نماید. افراد از درب دومی اطاق را ترک می‌کنند و خروجی فتوسل مشابهی، y ، از ۱ به ۰ تغییر می‌یابد. مدار شامل یک بالا-پایین شمار است و نمایشگر آن تعداد افراد داخل اطاق را نشان می‌دهد.

۸-۷ یک چارت ASM برای یک مدار با دو ثبات 8 بیت RA و RB که دو عدد دودویی بی علامت را دریافت می‌کنند و تفربیت زیر را انجام می‌دهند رسم نماید.

$$RA \leftarrow RA - RB$$

از روش بخش ۵-۱ برای تفربیت استفاده کنید و اگر جواب منفی بود یک فلیپ فلاپ قرض را به ۱ بنشانید.

۸-۸ یک مدار دیجیتال با سه ثبات 16 بیتی AR ، BR و CR طراحی کنید تا عملیات زیر را انجام دهد.

(الف) دو عدد علامت دار 16 بیتی (به متمم ۲) را به AR و BR منتقل نماید.

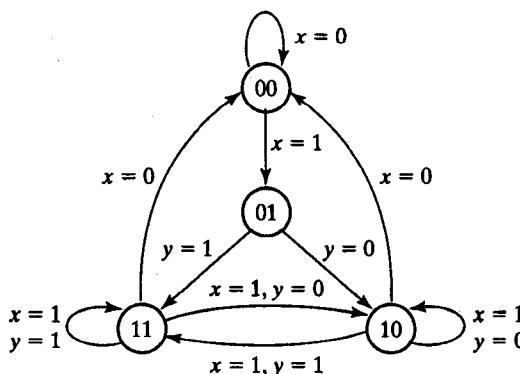
(ب) اگر عدد درون AR منفی است، عدد موجود در AR را برابر 2 تقسیم کرده و نتیجه را به CR بپرید.

(پ) اگر عدد در AR مثبت ولی غیر صفر است، عدد درون BR را در 2 ضرب و نتیجه را به CR منتقل کنید.

(ت) اگر عدد درون AR صفر است ثبات CR را صفر نماید.

۸-۹ کنترل نمودار شکل ۸-۱۱ (الف) را با استفاده از یک فلیپ فلاپ بر هر حالت (تخصیص 1 بارز) طراحی کنید.

۸-۱۰ نمودار حالت واحد کنترلی در شکل (م ۱۰-۸) نشان داده شده است. این نمودار چهار حالت و دو ورودی x و y دارد. چارت ASM معادل آن را رسم نماید و درون جعبه‌های حالت را خالی کنید.



شکل (م ۱۰-۸). نمودار حالت کنترل برای مسائل ۸-۱۰ و ۸-۱۱

۸-۱۱ کنترلی طراحی کنید که نمودار حالت شکل (م ۸-۱۰) باشد. از فلیپ فلاپ D استفاده نمایید.

۸-۱۲ فرض کنید R_1 در شکل ۸-۲۲ یک شیفت رجیستر ۴ بیت مطابق شکل ۶-۷ باشد. نشان دهید که چگونه ورودی های جابجایی و بار شدن به ورودی های S_1 و S_0 شیفت رجیستر وصل می شوند.

۸-۱۳ یک شمارنده ۴ بیت با ورودی همزمان پاک شدن که در شکل ۸-۱۰ نشان داده شده است طراحی نمایید.

۸-۱۴ یک مدار دیجیتال که دو عدد دودویی را با روش جمع مکرر در هم ضرب کند طراحی نمایید. مثلاً برای ضرب 5×4 ، سیستم ضرب را با چهار بار جمع مضروب انجام می دهد: یعنی $20 = 5 + 5 + 5 + 5$. اکنون تصور کنید که مضروب در BR، مضروب فیه در AR و حاصلضرب در ثبات PR باشد. یک مدار جمع کننده محظوظ BR را با PR جمع می کند. یک مدار تشخیص صفر، پس از هر بار کاهش AR، Z را چک می کند.

۸-۱۵ ثابت کنید که ضرب دو عدد n بیتی حاصلضربی با طول کمتر یا برابر ۲n بیت تولید می کند.

۸-۱۶ در شکل ۸-۱۳، ثبات Q مضروب فیه و B مضروب را نگه می دارد. هر عدد را ۱۶ بیتی تصور کنید.
(الف) در حاصلضرب، چند بیت انتظار دارید و در کجا در دسترس است؟

(ب) شمارنده P چند بیت است، و عدد اولیه بار شده در آن چند است.

(پ) مداری طراحی کنید که صفر موجود در P را شناسایی نماید.

۸-۱۷ محظوظی ثبات های A، C و P را مشابه جدول ۸-۴ در حین عمل ضرب برای دو عدد ۱۱۱۱ (مضروب) و ۱۰۱۰ (مضروب فیه)، لیست کنید.

۸-۱۸ زمان عمل ضرب دودویی بخش ۸-۶ را بدست آورید. فرض کنید که ثبات Q دارای n بیت بوده و سیکل ساعت هم τ نانو ثانیه است.

۸-۱۹ مدار کنترل یک ضرب کننده دودویی با نمودار حالت شکل ۸-۱۵ را طراحی کنید. از مولتی پلکسر، دیکدر و یک ثبات استفاده نمایید.

۸-۲۰ چارت ASM شکل (م ۸-۲۰) را ملاحظه کنید. عملیات ثباتی مشخص نشده است زیرا ما فقط به طراحی مدار کنترل علاقمندیم.

(الف) نمودار حالت معادل را رسم نمایید.

(ب) کنترل را با یک فلیپ فلاپ در هر حالت طراحی کنید.

(پ) جدول حالت را برای کنترل لیست نمایید.

(ت) کنترل را با سه فلیپ فلاپ D، یک دیکدر و گیت طراحی کنید.

(ث) جدولی را بدست آورید که شرایط ورودی مولتی پلکسر را برای کنترل نشان دهد.

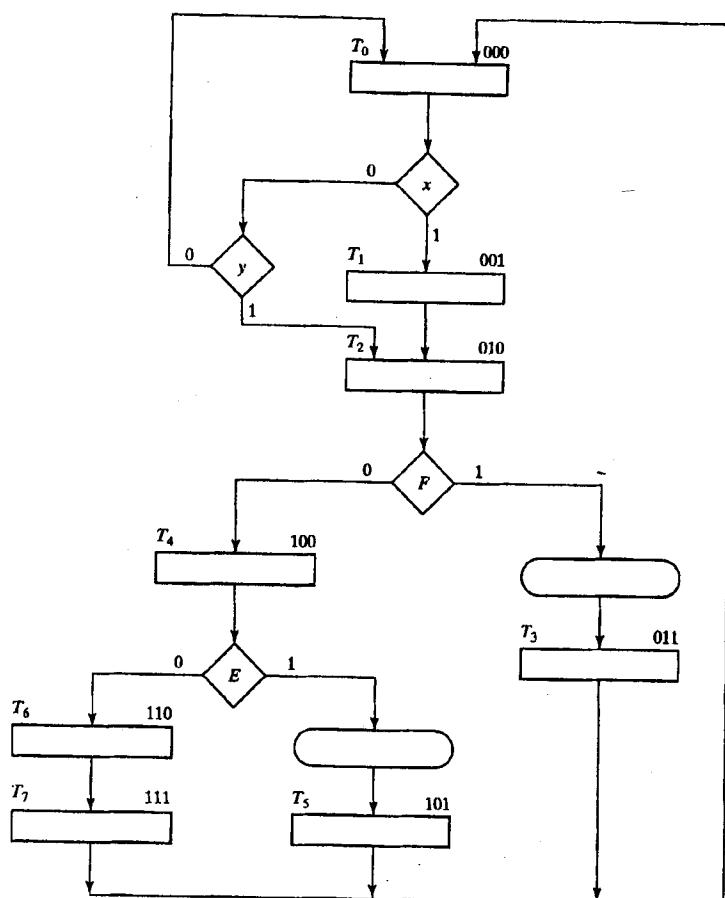
(ج) کنترل را با سه مولتی پلکسر، یک ثبات با سه فلیپ فلاپ و یک دیکدر 8×3 طراحی کنید.

۸-۲۱ در هر بلوک HDL مقدار E چقدر است. فرض کنید $RA = 1$ است.

```
RA <= RA - 1;           (ب)
if (RA == 0) E <= 1;
else E <= 0;
```

```
RA = RA - 1;           (الف)
if (RA == 0) E = 1;
else E = 0;
```

۸-۲۲ با به کارگیری عملگرهای Verilog HDL در جدول ۸-۱، عملیات زیر را ارزیابی کنید. فرض شود



شکل (۸-۲۰) م

$C = 4'b0000$, $B = 4'b0010$, $A = 4'b0110$ باشد.

$A * B$; $A + B$; $A - B$; $-C$; $A & B$; $A | B$; $A ^ B$; $& A$; $\sim C$; $A || B$;
 $A \&& C$; $|A$; $A < B$; $A > B$; $A != B$;

۸-۲۳- بلوک always زیر را ملاحظه کنید.

```

always @ (posedge CLK)
if (T1) R1 <= R1 + R2;
else if (T2) R1 <= R1 + 1;
else R1 <= R1;
  
```

با استفاده از یک شمارنده 4 بیت با بار شدن موازی برای R1 (طبق شکل ۶-۱۴) و یک جمع کننده 4 بیت، نمودار بلوکی نشان دهنده اتصالات اجزاء و سیگنال های کنترل را برای یک طراحی، رسم نماید.

۸-۲۴- یک عبارت case چند سطحی اغلب به وسیله یک طراح منطقی به صورت مولتی پلکسر های سخت افزاری برگردانده می شود. بلوک case زیر را چگونه به سخت افزار بر می گرددانید؟ هر ثبات را 8 بیت تصور کنید.

```

case (state)
T0: R4 = R0;
T1: R4 = R1;
T2: R4 = R2;
T3: R4 = R3;
endcase

```

۸-۲۵ مداری طراحی کنید که تعداد ۱ ها را در یک ثبات همچون بخش ۸-۹ بشمارد. چارت ASM برای این مدار در شکل ۸-۲۱ و نمودار بلوکی در شکل ۸-۲۲ دیده می شود.

(الف) توصیف HDL سطح انتقال ثباتی مدار را بنویسید.

(ب) مدار کنترل را با استفاده از یک فلیپ فلاپ در هر حالت (تخصیص ۱ بارز) طراحی کنید. معادلات ورودی را برای هر چهار فلیپ فلاپ بنویسید.

(پ) توصیف ساختاری HDL مدار را با استفاده از کنترل طراحی شده در بخش (ب) و نمودار بلوکی شکل ۸-۲۲ بنویسید.

(ت) یک برنامه تست برای تست مدار بنویسید. برای اطمینان از صحت عملکرد مدار در هر دو برنامه ساختاری و RTL، آن را شبیه‌سازی کنید.

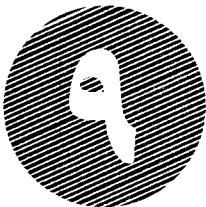
۸-۲۶ توصیف ساختاری HDL ضرب کننده طراحی شده در بخش ۸-۶ را بنویسید. نمودار بلوکی شکل ۸-۱۳ و مدار کنترل شکل ۸-۱۷ را به کار ببرید. طرح را شبیه‌سازی کنید و عملکرد آن را با استفاده از برنامه تست مثال ۸-۶ چک کنید.

۸-۲۷ جمع دو عدد دودویی علامت دار در نمایش مدار - علامت از قوانین حساب معمولی تعیت می کند. اگر هر دو عدد علامت یکسانی داشته باشند، دو مدار با هم جمع می شوند و علامت هم یکی از علامت است. اگر دو عدد علامت مخالف داشته باشند مدار کوچکتر از بزرگتر کسر می شود و نتیجه با علامت عدد بزرگتر خواهد بود. سمت چپ ترین بیت علامت و ۷ بیت دیگر مدار را نگاه می دارند.

۸-۲۸ توصیف HDL مدار مسئله ۸-۱۶ را بنویسید.

مراجع

1. PALNIKAR, S. 1996. *Verilog HDL: A Guide to Digital Design and Synthesis*. SunSoft Press (A Prentice Hall Title).
2. BHASKER, J. 1997. *A Verilog HDL Primer*. Allentown, PA: Star Galaxy Press.
3. BHASKER, J. 1998. *Verilog HDL Synthesis*. Allentown, PA: Star Galaxy Press.
4. THOMAS, D. E., and P. R. MOORBY. 1998. *The Verilog Hardware Description Language* 4th ed. Boston: Kluwer Academic Publishers.
5. CRETTE, M. D. 1999. *Modeling, Synthesis, and Rapid Prototyping with Verilog HDL*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
6. ARNOLD, M. G. 1999. *Verilog Digital Computer Design*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
7. SMITH, D. J. 1996. *HDL Chip Design*. Madison, AL: Doone Publications.



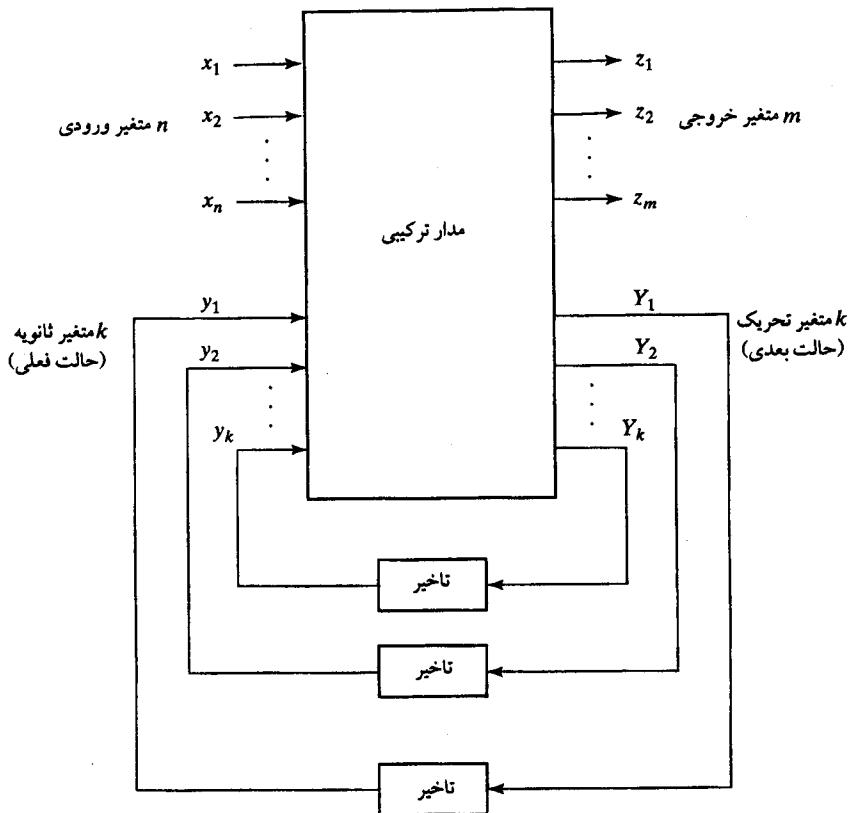
مدارهای ترتیبی غیرهمزمان

۹- مقدمه

یک مدار ترتیبی با دنباله‌ای از ورودی‌ها، خروجی‌های وابسته به زمان و حالات داخلی اش مشخص می‌شود. در مدارهای ترتیبی همزمان (سنکرون) تغییر حالت داخلی به وسیله اعمال پالس‌های ساعت زمانبندی شده صورت می‌گیرد. مدارهای ترتیبی غیرهمزمان (آسنکرون) از پالس‌های ساعت استفاده نمی‌کنند. در این گونه مدارها تغییر حالت به هنگام تغییر در ورودی‌ها رخ می‌دهد. عناصر حافظه در مدارهای ترتیبی همزمان، فلیپ فلاپ‌های ساعت دار می‌باشند. عناصر حافظه در مدارهای ترتیبی غیرهمزمان، فلیپ فلاپ‌های بدون ساعت و یا عناصر تأخیر زمانی هستند. توانایی حفظ اطلاعات در یک قطعه تولید کننده تأخیر زمانی از این حقیقت ناشی می‌شود که این قطعه برای انتشار یک سیگنال از داخل گیت‌های دیجیتال، زمان محدودی را نیاز دارد. یک مدار ترتیبی غیرهمزمان در بسیاری از موارد شبیه به یک مدار ترکیبی پسخوردی (فیدبک) عمل می‌کند.

به دلیل مسائل و مشکلات زمانی مربوط به مسیر پسخورد، طراحی مدارهای ترتیبی غیرهمزمان، بسیار مشکل‌تر از طراحی مدارهای همزمان است. در یک سیستم همزمان که به درستی طراحی شده باشد مشکلات زمانی با راهاندازی همزمان (تریگر) کلیه فلیپ فلاپ‌ها باله پالس از بین می‌رود. تغییر از یک حالت و رفتن به حالت بعدی، طی زمان کوتاه تغییر وضعیت پالس، که همان گذر پالس می‌باشد، صورت می‌گیرد. نظر به این که مدارهای غیرهمزمان از پالس ساعت استفاده نمی‌کنند، تغییر حالت سیستم بلافصله پس از هر تغییر در ورودی رخ می‌دهد. در این گونه سیستم‌ها باید مراقب بود که با توجه به وجود پسخورد، هر حالت جدید، مدار را در یک وضعیت پایدار نگهداز.

مدارهای ترتیبی غیرهمزمان در کاربردهای متنوعی مورد استفاده قرار می‌گیرند. از این مدارها هنگامی استفاده می‌شود که سرعت عملیات مدنظر است، و به ویژه در حالت‌هایی که سیستم دیجیتال



شکل ۱-۹. نمودار بلوکی یک مدار ترتیبی همزمان

باید به سرعت و بد ون انتظار برای پالس ساعت عکس العمل نشان دهد، این مدارها مورد توجه‌اند. مدارهای غیرهمزمان در سیستم‌های کوچکی که فقط نیاز به تعداد کمی قطعه دارند و هزینه تهییه یک مدار جداگانه برای تولید پالس ساعت مقرر به صرفه نیست بسیار اقتصادی‌اند. این مدارها در کاربردهایی که سیگنال‌های ورودی به سیستم ممکن است در هر لحظه و مستقل از یک ساعت داخلی تغییر کنند، مفید می‌باشند. اتصال دو واحد که هر یک دارای پالس ساعت مستقل خودش است باید به وسیله مدارهای غیرهمزمان صورت گیرد. طراحان دستگاه‌های دیجیتال اغلب یک سیستم مختلط تولید می‌کنند به نحوی که بعضی از قسمتهای دستگاه همزمان دارای ویژگی‌های یک مدار غیرهمزمان است. آگاهی از عملکرد یک مدار ترتیبی غیرهمزمان می‌تواند در اطمینان از صحت عملکرد آن مفید باشد.

شکل ۱-۹ نمودار بلوکی یک مدار ترتیبی غیرهمزمان را نشان می‌دهد. این مدار شامل یک بخش ترکیبی و عناصر تأخیری برای تشکیل حلقه‌های تأخیر است. مدار دارای n متغیر ورودی، m متغیر خروجی، و k حالت داخلی است. عناصر تأخیر زمانی را در مدارهای ترتیبی می‌توان به صورت حافظه‌های کوتاه‌مدت تجسم کرد. در یک مدار گیتی، تأخیر انتشار موجود در مسیر ورودی به خروجی

به اندازه کافی تأخیر در حلقه پسخورد تولید می‌کند. بنابراین هیچ عنصر تأخیر زمانی در مسیر پسخورد لحظه نمی‌شود. معمولاً متغیرهای حالت فعلی و حالت بعدی در مدارهای ترتیبی غیرهمزمان به ترتیب، متغیرهای ثانوی و متغیرهای تحریک نامیده می‌شوند. متغیرهای تحریک را باید با متغیرهای جدول تحریک به کار رفته در طراحی مدارهای ترتیبی ساعت دار اشتباه کرد.

وقتی که مقدار یک متغیر ورودی تغییر می‌کند، متغیرهای ثانوی z به طور آنی تغییر نمی‌کند. انتشار سیگنال از ورودی و از طریق مدار ترکیبی به متغیرهای تحریک Y برای تولید حالت بعدی جدید، به مقدار معینی زمان نیاز دارد. این مقادیر از طریق عناصر تأخیر انتشار می‌باشد تا تبدیل به حالت فعلی جدیدی برای متغیرهای ثانوی شوند. به اختلاف بین z ها و Y ها $Y = z_1, z_2, \dots, z_k$. در حالت پایدار، آنها یکی هستند، ولی در حین گذر یکسان نمی‌شوند. برای مقدار مفروضی از متغیرهای ورودی، اگر مدار مذکور به یک حالت با ثبات یا پایدار برسد به نحوی که $Y = z$ باشد، سیستم موردنظر پایدار است، در غیر این صورت به طور مداوم در حال گذر پیوسته‌ای بوده و ناپایدار خواهد بود. در مدارهای غیرهمزمان درک این مطلب که گذر از یک حالت پایدار به حالتی دیگر فقط در پاسخ به یک تغییر در متغیرهای ورودی است حائز اهمیت می‌باشد. بر عکس در مدارهای همزمان انتقال حالت در پاسخ به اعمال یک پالس ساعت صورت می‌گیرد.

به منظور اطمینان از یک عملکرد صحیح، باید اجازه داد تا مدار ترتیبی غیرهمزمان قبل از هر تغییر جدید در ورودی‌هایش، به یک حالت با ثبات و پایداری برسد. به دلیل وجود تأخیر در سیم‌ها و گیت‌های مدار، داشتن دو تغییر همزمان و یا بیشتر غیرممکن است و حتی به این که کدام اول رخ داده است اطمینان چنانی نیست. بنابراین تصور تغییر همزمان دو یا چند متغیر ورودی منع می‌شود. این قید به این معنی است که در هر لحظه از زمان فقط یک متغیر ورودی مجاز به تغییر است و زمان بین دو تغییر هم باید از زمان رسیدن مدار به یک حالت پایدار طولانی تر باشد. این نوع عملیات به عنوان عملیات اساسی خوانده می‌شوند. در عملیات اساسی فرض بر این است که سیگنال‌های ورودی یک به یک و هنگام پایداری مدار تغییر می‌کنند.

۹-۲ روش تحلیل

تحلیل مدارهای ترتیبی غیرهمزمان به معنی تهیه جدول یا نموداری است که رشته حالات داخلی و خروجی‌ها را به صورت تابعی از تغییرات متغیرهای ورودی توصیف نماید. اگر یک مدار ترتیبی غیرهمزمان دارای یک یا چند حلقه پسخورد باشد و یا از فلیپ فlap هایی که به پالس ساعت حساس نیستند تشکیل شده باشد نمودار منطقی آن را نشان خواهد داد. در این بخش رفتار مدارهای ترتیبی غیرهمزمانی که دارای مسیرهای پسخورد هستند و از فلیپ فlap ها استفاده نمی‌کنند را مورد بررسی قرار می‌دهیم. به فلیپ فlap های بدون ساعت لج هم می‌گویند و استفاده از آنها در مدارهای ترتیبی غیرهمزمان در بخش بعد تشریح خواهد شد.

روش تحلیل همراه با سه مثال خاص ارائه می‌شود. مثال اول جدول گذر را معرفی می‌کند. دومین

مثال جدول روند را معرفی می نماید. در مثال سوم ثبات مدارهای ترتیبی غیرهمزمان مورد تفحص قرار می گیرد.

جدول کذر

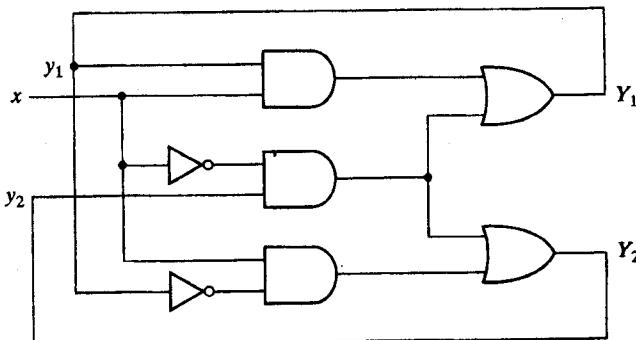
مثالی از یک مدار ترتیبی غیرهمزمان که فقط با گیت ها ساخته شده باشد در شکل ۹-۲ دیده می شود. این نمودار به وضوح دو حلقه پسخورده را از خروجی گیت های OR به ورودی گیت های AND نشان می دهد. مدار شامل یک متغیر ورودی x و دو حالت داخلی است. حالات داخلی شامل دو متغیر تحریک Y_1 و Y_2 و دو متغیر ثانویه y_1 و y_2 می باشند. تأخیر مربوط به هر حلقه پسخورد از تأخیر انتشار بین هر ورودی x و خروجی Y مربوط به آن بدست می آید. هر گیت منطقی در مسیر، تأخیر انتشاری حدود 2 تا 10ns را تولید می کند. سیم هایی که سیگنال های الکترونیکی را هدایت می کنند تقریباً یک نانو ثانیه تأخیر را در هر فوت ایجاد می نمایند. بنابراین وقتی که مدار ترکیبی و سیم های مسیر پسخورد تأخیر کافی را به وجود می آورند، نیازی به عناصر اضافی تولید کننده تأخیر نیست.

تحلیل یک مدار با ملاحظه متغیرهای تحریک به عنوان خروجی ها و متغیرهای ثانویه به عنوان ورودی ها شروع می شود. آنگاه عبارات بولی را برای متغیرهای تحریک به صورت تابعی از ورودی ها و متغیرهای ثانویه بدست می آوریم. این عبارات به راحتی از نمودار منطقی بدست می آیند.

$$Y_1 = xy_1 + x'y_2$$

$$Y_2 = xy'_1 + x'y_2$$

قدم بعد ترسیم توابع Y_1 و Y_2 ، طبق شکل ۹-۳ (الف) و (ب) در یک نقشه است. مقادیر دودویی انکد شده متغیرهای x برای نامگذاری سطراها و متغیر ورودی x برای ستون ها به کار رفته اند. این آرایش با کمی اختلاف از نقشه سه متغیرهای که در فصل های قبل به کار رفت، نتیجه می شود. با این وجود، علیرغم اعتبار نقشه، این نوع آرایش هنگام بررسی مدارهای ترتیبی غیرهمزمان مناسب تر است. توجه کنید که متغیرهای متعلق به مربع های مربوطه در امتداد اضلاع نقشه، آن طور که در فصل های قبل دیدیم، ذکر نشده اند.



شکل ۹-۲. مثالی از مدار ترکیبی غیرهمزمان

$y_1 y_2$	0	1
00	(00)	01
01	11	(01)
11	(11)	10
10	00	(10)

(پ) جدول گذر

$y_1 y_2$	0	1
00	0	1
01	1	1
11	1	0
10	0	0

(ب) نقشه برای

$$Y_2 = xy'_1 + x'y_2$$

$y_1 y_2$	0	1
00	0	0
01	1	0
11	1	1
10	0	1

(الف) نقشه برای

$$Y_1 = xy_1 + x'y_2$$

شکل ۹-۲. نقشه‌ها و جدول گذر مدار شکل ۹-۲

جدول گذر شکل ۹-۳ (پ) با ترکیب مقادیر دودویی مریع‌های مربوطه، در نقشه‌های فوق حاصل می‌شود. این جدول در داخل هر مریع مقدار $Y_1 Y_2 = Y$ را نشان می‌دهد. اولین بیت Y از مقدار Y_1 و دومین بیت از Y_2 در همان مریع بدست می‌آید. برای داشتن یک حالت پایدار، مقدار Y باید برابر با $y_1 y_2 = y$ باشد. واردۀ‌هایی از جدول که در آنها $y = Y$ است با دایره محصور شده‌اند تا حالات پایدار مشخص شوند. واردۀ‌هایی که با دایره محصور نشده‌اند، حالات‌های ناپایدارند.

اکنون به تأثیر یک تغییر در متغیر ورودی توجه کنید. مریع مربوط به $0 = x$ و $00 = y$ در جدول گذر نشان می‌دهد که $00 = Y = 0$ است. چون Y حالت بعدی y را نشان می‌دهد، این حالت یک حالت پایدار است. اگر هنگام $00 = y$ ، $x = 0$ به 1 تغییر کند، مدار مقدار Y را به 01 تغییر خواهد داد. این وضعیت یک حالت موقت ناپایدار را نشان می‌دهد زیرا Y با مقدار فعلی y برابر نیست. آنچه که بعد از این اتفاق می‌افتد این است که به محض انتشار سیگنال برای تولید $01 = Y$ ، مسیر پسخورد موجب می‌شود تا $01 = y$ شود. این مطلب با یک گذر یا انتقال از اولین سطر ($y = 00$) به سطر دوم که در آن $01 = y$ است، نشان داده می‌شود. اکنون $Y = 01$ است و مدار با $1 = y$ به یک حالت پایدار رسیده است. به طور کلی اگر یک ورودی مدار را به حالت ناپایداری بکشاند، ضمن ثابت ماندن x ، مقدار y آنقدر تغییر می‌کند تا به یک حالت باثبات (محصور در دایره) برسد. با استفاده از این تحلیل برای بقیه مریعات جدول گذر، در می‌یابیم که مدار شبیه حالات $00, 01, 11, 10, 10$ را وقتی x -متناوی^۱ و 1 شود تولید خواهد کرد. به اختلاف بین یک مدار ترتیبی همزمان و غیرهمزمان توجه نمایید. در یک سیستم همزمان حالت فعلی کلاً با مقادیر فلایپ فلایپ‌ها مشخص می‌شود و اگر ساعت غیرفعال باشد در ازاء تغییر ورودی، این حالت تغییری نمی‌کند. در یک مدار غیرهمزمان، حالت داخلی بلافاصله پس از تغییر در ورودی، عوض می‌شود. به این علت گاهی بهتر است حالت داخلی را با مقدار ورودی ترکیب کرده و آن را حالت کلی مدار بنامیم. مداری که جدول گذر آن در شکل ۹-۳ (پ) نشان داده شده است چهار حالت کلی پایدار $y_1 y_2 x = 000, 011, 110$ و 101 را دارد.

جدول ۹-۱. جدول حالات مدار شکل ۹-۲

حالت فعلی	حالت بعدی	
	$x = 0$	$x = 1$
0 0	0 0 0	1
0 1	1 1 0	1
1 0	0 0 1	0
1 1	1 1 1	0

جدول گذر مدارهای ترتیبی غیرهمzman مشابه با جدول حالت در مدارهای ترتیبی همزمان است. اگر متغیرهای ثانویه را به عنوان حالت فعلی و متغیرهای تحریک را حالت بعدی تصور کنیم، جدول حالت ۹-۱ را بدست خواهیم آورد. این جدول اطلاعات مشابهی را همچون جدول گذر فراهم می‌کند. در حالت غیرهمzman یک محدودیت وجود دارد که در حالت همزمان دیده نمی‌شود. در جدول گذر غیرهمzman، معمولاً حداقل یک وارده حالت بعدی مثل مقدار حالت فعلی در هر سطر است. در غیر این صورت همه حالات کلی در آن سطر بی ثبات خواهند بود.

روش تهیه جدول گذر از نمودار یک مدار ترتیبی غیرهمzman به طریق زیر است:

- ۱- همه حلقه‌های پسخورد را در مدار معین کنید.
- ۲- خروجی هر حلقه را با متغیر Y_i و ورودی مربوطه اش را با y_i مشخص نمایید به طوری که $i = 1, 2, \dots, k$ باشد که در آن k تعداد حلقه‌های پسخورد در مدار است.
- ۳- توابع بولی همه Y_i ها را به عنوان تابعی از ورودی‌های بیرونی و y_i ها بدست آورید.
- ۴- با استفاده از متغیرهای y_i برای سطراها و ورودی‌های بیرونی برای ستون‌ها، هر تابع Y_i را در یک نقشه ترسیم کنید.
- ۵- همه نقشه‌ها را در یک جدول با هم ترکیب نمایید به نحوی که مقدار هر $Y_k = Y_1 Y_2 \dots Y_{k-1}$ را در هر مربع نشان دهد.
- ۶- مقداری از Y_i در هر مربع که با مقدار y_k, \dots, y_2, y_1 در همان ردیف برابر است رادر دایره محصور کنید.

پس از تکمیل جدول گذر، رفتار مدار با مشاهده گذر حالت به عنوان تابعی از تغییرات در متغیرهای ورودی قابل تحلیل است.

جدول روند

در حین طراحی مدارهای ترتیبی غیرهمzman، بهتر است بدون ذکر مقادیر دودویی، حالت‌ها را با سمبل‌های حرفی نام‌گذاری کنیم. چنین جدولی را جدول روند نامند. جدول روند مشابه با جدول گذر است با این تفاوت که حالات داخلی به جای اعداد دودویی با حروف نشان داده شده‌اند. جدول روند شامل مقادیر خروجی مدار برای هر حالت پایدار نیز هست.

		$x_1 x_2$			
		00	01	11	10
a	00	(a , 0)	(a , 0)	(a , 0)	(b , 0)
	01	a , 0	a , 0	(b , 1)	(b , 0)
b	11				
	10				

(ب) دو حالت با دو ورودی و یک خروجی

		x	1
a	0	(a)	b
	1	c	(b)
c	0	(c)	d
	1	a	(d)

(الف) چهار حالت با یک ورودی

شکل ۹-۴. مثالهایی از جدولهای روند

چند مثال از جدول روند در شکل ۹-۴ (الف) چهار حالت a , b , c , d را ملاحظه می‌کنید. اگر مقادیر $00 = a$, $01 = b$, $11 = c$ و $10 = d$ را به حالات آن تخصیص دهیم شکل ۹-۳ (پ) نتیجه خواهد شد. جدول شکل ۹-۴ (الف) را جدول روند اصلی می‌نامند زیرا در هر سطر فقط دارای یک حالت پایدار می‌باشد. شکل ۹-۴ (پ) جدول روند را نشان می‌دهد که در همان سطر بیش از یک حالت پایدار را داراست. این جدول دو حالت a و b , دو ورودی x و y و یک خروجی Z دارد. مقدار دودویی متغیر خروجی در داخل مربع و مجاور سمتی حالت مدار مشخص شده و با یک ویرگول تفکیک شده است. از روی جدول روند، رفتار زیر قابل استنباط است. اگر $x_1 = 0$ باشد، مدار در حالت a است. اگر $x_1 = 1$ برود و $x_2 = 0$ باشد، مدار به حالت b می‌رود. با $x_1 x_2 = 11$, مدار ممکن است در حالت a یا حالت b باشد. اگر در حالت a قرار داشته باشد، خروجی 0 و اگر در حالت b باشد، خروجی 1 است. اگر ورودی‌ها از 10 به 11 تغییر کنند حالت b حفظ می‌شود. اگر ورودی‌ها از 01 به 11 بروند مدار در حالت a باقی خواهد ماند. به خاطر دارید که در حالت اساسی، دو متغیر ورودی به طور همزمان نمی‌توانند تغییر کنند و بنابراین، اجازه تغییر 00 به 11 را نخواهیم داد.

برای بدست آوردن مدار توصیف شده با یک جدول روند، لازم است به هر حالت مقدار دودویی منحصر به فردی نسبت دهیم. این تخصیص، جدول روند را به جدول گذار تبدیل خواهد کرد و از آن می‌توان نمودار منطقی را بدست آورد. این کار برای جدول روند شکل ۹-۴ (ب) در شکل ۹-۵ نشان داده شده است، 0 دودویی را به حالت a , 1 دودویی را به حالت b نسبت می‌دهیم. نتیجه این کار جدول گذار شکل ۹-۵ (الف) خواهد بود. نقشه خروجی شکل ۹-۵ (ب) مستقیماً از مقادیر خروجی در جدول روند فراهم شده است. تابع تحریک Z و تابع خروجی Z به وسیله دو نقشه ساده شده‌اند. نمودار منطقی هم در شکل ۹-۵ (پ) ملاحظه می‌گردد.

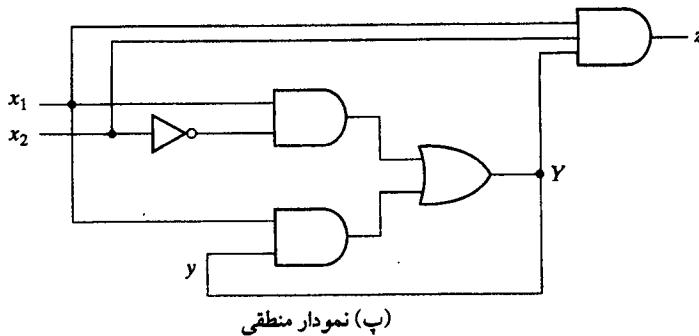
این مثال روال تهیه نمودار منطقی را از یک جدول روند نشان می‌دهد. البته نباید فراموش کرد که روال کار همیشه به این سادگی نیست. در تخصیص مقادیر حالت و خروجی‌های حالات ناپایدار مشکلات متعددی وجود دارد. این مشکلات به تفصیل در بخش‌هایی که به دنبال می‌آیند بحث شده‌اند.

	$x_1 x_2$			
y	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0

(ب) نقشه برای خروجی
 $z = x_1 x_2 y$

	$x_1 x_2$			
y	00	01	11	10
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1

(الف) جدول گذرهای
 $Y = x_1 x_2' + x_1 y$



شکل ۹-۵. تعیین مدار مشخص شده بوسیله جدول روند شکل (۹-۴ ب)

وضعیت‌های رقابتی

در یک مدار ترتیبی غیرهمزمان اگر دو یا چند متغیر حالت دودویی در پاسخ به یک متغیر در یک ورودی تغییر کنند، یک وضعیت رقابتی وجود خواهد داشت. هنگامی که مدار با تأخیرهای نامساوی مواجه شود، وضعیت رقابتی موجب می‌گردد تا متغیرهای حالت به طور ناخواسته‌ای تغییر کنند. مثلاً اگر قرار باشد متغیرهای حالت از ۰۰ به ۱۱ تغییر نمایند، تفاوت تأخیرها ممکن است سبب شود تا متغیر اول زودتر از دومی تغییر کند و در نتیجه متغیرهای حالت از ۰۰ به ۱۰ و سپس به ۱۱ بروند. اگر متغیر حالت دوم سریع‌تر از اولی تغییر نماید متغیرهای حالت از ۰۰ به ۰۱ و سپس به ۱۱ تغییر خواهند نمود. بنابراین می‌توان نحوه تغییر متغیرهای حالت را از قبل پیش‌بینی کرد. اگر حالت پایدار نهایی که مدار به آن می‌رسد، مستقل از ترتیب متغیرهای حالت باشد، رقابت مذکور را رقابت غیربحاری نامند. ولی اگر حالات پایدار نهایی دو یا چند حالت متفاوت باشند و این تفاوت به ترتیب تغییر متغیرهای حالت وابسته باشد، در این صورت رقابت بحاری خواهد بود. اگر عملیات صحیحی از مدار مورد نظر باشد باید از رقابت‌های بحاری پرهیز شود.

دو مثال شکل ۹-۶ رقابت‌های غیربحاری را تشریح می‌کنند. ما با حالت پایدار کل $x = 000 y_1 y_2 = 0$ آغاز می‌کنیم و سپس ورودی را از ۰ به ۱ تغییر می‌دهیم. متغیرهای حالت باید از ۰۰ به ۱۱ تغییر کنند که گویای وجود یک وضعیت رقابتی است. گذرهای لیست شده در زیر هر جدول سه امکان تغییر

$y_1 y_2$	0	1	$y_1 y_2$	0	1
00	(00)	11	00	(00)	11
01		(01)	01		11
11		01	11		(11)
10		11	10		11

(ب) گذرهای ممکن

$00 \rightarrow 11 \rightarrow 01$
 $00 \rightarrow 01$
 $00 \rightarrow 10 \rightarrow 11 \rightarrow 01$

(الف) گذرهای ممکن

$00 \rightarrow 11$
 $00 \rightarrow 01 \rightarrow 11$
 $00 \rightarrow 10 \rightarrow 11$

شکل ۹-۶. مثالهایی از رقابت‌های غیربحرانی

متغیرهای حالت را نشان می‌دهند. این گذرها یا انتقال‌ها می‌توانند به طور همزمان از 00 به 11 بروند و یا به ترتیبی از 00 به 10 و سپس به 11 بروند. در هر صورت، حالت پایدار نهایی یکسان و از نوع وضعیت رقابتی غیربحرانی است. در (الف) حالت کلی نهایی $x = y_1 y_2 y_1 y_2$ در (ب) برابر با 011 می‌باشد.

جدول گذر شکل ۹-۷ رقابت‌های بحربانی را نشان می‌دهند. ما در اینجا هم با حالت کلی $x = y_1 y_2 y_1 y_2$ می‌کنیم و سپس ورودی را از 0 به 1 تغییر خواهیم داد. متغیرهای حالت پایدار از 00 به 11 تغییر نمایند. اگر آنها به طور همزمان عوض شوند، حالت پایدار کل نهایی 111 خواهد بود. در جدول گذر (الف)، اگر به دلیل تأخیر انتشار نابرابر Y_2 قبل از Y_1 عوض شود، آنگاه مدار به حالت پایدار کل 011 رفته و در آن باقی می‌ماند. از طرف دیگر، اگر ابتدا Y_2 تغییر کند حالت داخلی 10 شده و مدار در حالت پایدار کل 101 باقی خواهد ماند. از این رو، رقابت بحربانی است زیرا مدار، بسته به ترتیب تغییر

$y_1 y_2$	0	1	$y_1 y_2$	0	1
00	(00)	11	00	(00)	11
01		11	01		(01)
11		(11)	11		(11)
10		(10)	10		(10)

(ب) گذرهای ممکن :

$00 \rightarrow 11$
 $00 \rightarrow 01 \rightarrow 11$
 $00 \rightarrow 10$

(الف) گذرهای ممکن :

$00 \rightarrow 11$
 $00 \rightarrow 01$
 $00 \rightarrow 10$

شکل ۹-۷. مثالهایی از رقابت‌های بحربانی

	x	
$y_1 y_2$	0	1
00	(00)	01
01		11
11		10
10		01

(پ) ناپایدار
 $\rightarrow 01 \rightarrow 11 \rightarrow 10$

	x	
$y_1 y_2$	0	1
00	(00)	01
01		11
11		(11)
10		(10)

(ب) گذر حالت
 $00 \rightarrow 01 \rightarrow 11$

	x	
$y_1 y_2$	0	1
00	(00)	01
01		11
11		10
10		(10)

(الف) گذر حالت
 $00 \rightarrow 01 \rightarrow 11 \rightarrow 10$

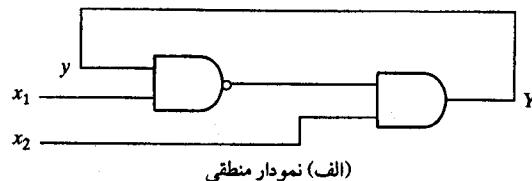
شکل ۹-۸. مثالهای از سیکل

متغیرهای حالت به حالات پایدار متفاوتی می‌رود. جدول گذر شکل ۹-۷ (ب) یک نمونه رقابت بحرانی دیگری را نشان می‌دهد، که در آن دو گذر ممکن یک حالت پایدار کلی را نتیجه می‌دهند، ولی گذر سوم به حالت کلی دیگری می‌رود. با انتساب صحیح دودویی به متغیرهای حالت می‌توان از وضعیت رقابتی پرهیز کرد. اعداد دودویی باید طوری به متغیرهای حالت تخصیص یابند که در هنگام یک گذر در جدول حالت هر بار تنها یک متغیر حالت عرض شود. موضوع تخصیص حالت بدون رقابت در بخش ۹-۶ مورد بحث قرار گرفته است.

با هدایت مدار به حالات بی ثبات میانی و با یک تغییر حالت منحصر می‌توان از رقابت اجتناب کرد. وقتی که مدار از میان یک رشته حالات بی ثبات عبور می‌کند، گوییم مدار دارای چرخه یا سیکل است. شکل ۹-۸ وقوع چرخه‌ها را نشان می‌دهد. در اینجا هم با $y_1 y_2 = 00$ آغاز می‌کنیم و سپس ورودی را از ۰ به ۱ تغییر می‌دهیم. جدول گذر بخش (الف) دنباله منحصر به فردی را نشان می‌دهد که به حالت کلی ۱01 ختم می‌گردد. جدول (ب) نشان می‌دهد که هر چند متغیرهای حالت از ۰۰ به ۱۱ تغییر می‌کنند، ولی گذر منحصر به فردی را از ۰۰ به ۰۱ و سپس به ۱۱ فراهم می‌نمایند. وقتی که از چرخه برای یک مدار استفاده می‌شود باید دقت کرد تا به یک حالت ناپایدار منتهی گردد. اگر یک چرخه به یک حالت پایدار ختم نشود، مدار از یک حالت ناپایدار به حالت ناپایدار دیگری رفته و کل سیستم ناپایدار خواهد بود. این مطلب در شکل ۹-۸ (پ) و نیز مثال زیر نشان داده شده است.

ملاحظات مربوط به پایداری

به دلیل وجود پسخورد موجود در مدارهای ترتیبی غیرهمزان، باید مراقب بود تا مدار ناپایدار نشود. یک وضعیت ناپایدار موجب می‌گردد تا مدار بین حالات ناپایدار نوسان کند. روش تحلیل جدول گذر می‌تواند در تشخیص وقوع بی ثباتی مفید باشد.



(الف) نمودار منطقی

	$x_1 x_2$			
y	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	1	0	0

(ب) جدول گذر

شکل ۹-۹. مثالی از مدار ناپایدار

به عنوان مثال مدار شکل ۹-۹ (الف) را ملاحظه کنید.تابع تحریک برابر است با

$$Y = (x_1 y)' x_2 = (x'_1 + y') x_2 = x'_1 x_2 + x_2 y'$$

جدول گذر برای مدار در شکل ۹-۹ (ب) نشان داده شده است. مقادیری از Y که با y برابر است در دایره محصور شده و حالات پایدار را نشان می‌دهند. واردهای محصور نشده وضعیت‌های ناپایدارند. توجه کنید که ستون 11 دارای حالت پایداری نیست. این بدان معنی است که با ثابتی x_2 در 11، مقادیر Y و هرگز یکسان نمی‌شوند. اگر $0 = y$ باشد آنگاه $1 = Y$ می‌شود، که این خود نیز موجب گذره سطر دوم جدول با $1 = y$ و $0 = Y$ خواهد شد. این وضعیت مجدداً بازگشت به سطر اول را سبب می‌گردد. در نتیجه تا وقتی که ورودی 11 باشد متغیر حالت به میزان نامتناهی بین 0 و 1 نوسان خواهد کرد.

وضعیت ناپایدار را می‌توان مستقیماً از نمودار منطقی شناسایی کرد. اجازه بدید تا $x_1 = 1$ ، $x_2 = 1$ و $y = 0$ باشد. خروجی گیت NAND برابر 0، خروجی گیت AND برابر 0 و بنابراین $Y = 1$ خواهد شد و در نتیجه $y \neq Y$ است. اگر $0 = y$ باشد، خروجی گیت NAND برابر 1 و خروجی گیت AND برابر 1 می‌گردد و بنابراین $y \neq Y$ خواهد شد. اگر فرض کنیم که هر گیت دارای تأخیر در انتشار 5ns باشد (همراه با تأخیر سیم‌ها) در می‌یابیم که Y در 10ns برابر 0 و در 10ns بعد در 1 قرار خواهد داشت. این وضعیت باعث تولید یک موج مربعی با پریود 20ns خواهد شد. فرکانس نوسان عکس پریود بوده و برابر 50MHz می‌گردد. ناپایداری در مدارهای ترتیبی غیرهمzman نامطلوب است و باید از آن پرهیز کرد، مگر این که مدار به منظور تولید موج مربعی طراحی شود.

۹-۳ مدارهای لجع دار

به لحاظ تسلیل، مدارهای ترتیبی غیرهمzman قبل از مدارهای همزمان شناخته شده و مورد استفاده بوده‌اند. اولین مدار دیجیتال کاربردی با رله‌ها که با عملیات غیرهمzman سازگارترند، ساخته شد. به این

دلیل روش سنتی آرایش مدار غیرهمزمان با قطعاتی انجام می‌شد تا به هم متصل و یک یا چند مدار پسخورد را به وجود آورند. هنگامی که مدارهای دیجیتال با اجزاء الکترونیک ساخته می‌شوند، استفاده از لج SR (بخش ۹-۲) به عنوان عنصر حافظه آسان‌تر است. به کارگیری لج‌های SR در مدارهای ترتیبی الگوی منظمی در نمودارهای منطقی ایجاد می‌نماید که در آن بخش حافظه کلاً قابل رویت است. در این بخش عملکرد لج SR با تکنیک بخش قبل تحلیل خواهد شد. آنگاه روالی را برای پیاده‌سازی مدارهای ترتیبی غیرهمزمان با لج SR نشان خواهیم داد.

لج SR

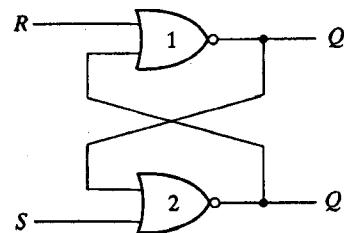
لج SR مداری دیجیتال با دو ورودی S و R و دو گیت NOR متقاطع یا دو گیت NAND متقاطع است. مدار ساخته شده با گیت NOR در شکل ۹-۱۰ (ت) دیده می‌شود. این مدار و جدول درستی اش از شکل ۹-۳ بدست آمده است. به منظور تحلیل مدار با استفاده از روش جدول گذر، آن را دوباره در شکل ۹-۱۰ (پ) ترسیم کرده‌ایم تا مسیر پسخورد از خروجی گیت ۱ به ورودی گیت ۲ ملاحظه شود. خروجی Q معادل با متغیر تحریک Y و متغیر ثانویه y است.تابع بول خروجی برابر است با

$$Y = [(S + y)' + R]' = (S + y)R' = SR' + R'y$$

با تهییه جدول Y طبق شکل ۹-۱۰ (ت) جدول گذر را برای مدار بدست خواهیم آورد. اکنون می‌توانیم رفتار لج SR را با استفاده از جدول گذر بررسی کنیم. با ۱۰ = SR، خروجی

S	R	Q	Q'
1	0	1	0
0	0	1	0 (پس از ۱۰)
0	1	0	1
0	0	0	1 (پس از ۰۱)
1	1	0	0

(ب) جدول درستی



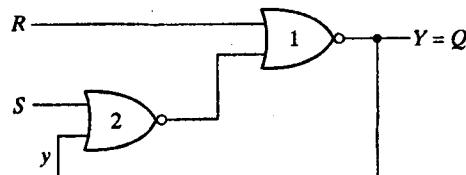
(الف) مدار با کوپل متقاطع

SR			
y	00	01	11
0	0	0	0
1	1	0	0

$$Y = SR' + R'y$$

$$Y = S + R'y \text{ when } SR = 0$$

(ت) جدول گذر



(پ) مدار با نمایش فیدبک

شکل ۹-۱۰. لج SR با گیتهای NOR

$Q = Y = 1$ خواهد شد و در این حال گوییم لج به 1 نشانده شده است. اگر S را به 0 بازگردانیم مدار در همان حال باقی می‌ماند. با $01 = SR = Q = Y = 0$ شده و در این حال گوییم لج به 0 بازنشانی شده است. با تغییر R به 0 مدار در همان حالت بازنشانی باقی خواهد ماند. این حالات در جدول درستی هم لیست شده‌اند. وقتی که S و R هر دو در 1 باشند مدار مشکل خواهد داشت. با توجه به جدول درستی ملاحظه می‌شود که هر دو خروجی Q و Q' برابر 0‌اند. این حالت قانون متمم بودن این دو خروجی را زیر سؤال می‌برد. به علاوه با توجه به جدول گذر می‌بینیم که رفتن از $SR = 11$ به $SR = 00$ نتیجه غیرقابل پیش‌بینی را تولید می‌کند. اگر S ابتدا به 0 برود، خروجی در 0 باقی می‌ماند ولی اگر R زودتر به 0 برود خروجی به 1 خواهد رفت. در یک عملکرد عادی باید مطمئن باشیم که مقدار 1 به طور همزمان به S و R اعمال نمی‌شود. این شرط را می‌توانیم باتابع بولی $0 = SR$ نشان دهیم که بیان می‌دارد AND (ضرب منطقی) S و R همیشه باید 0 باشد.

اگر به تابع تحریک بازگردیم، در می‌باییم که اگر عبارت بولی' SR' و SR را OR کنیم نتیجه تک متغیر خواهد بود.

$$SR' + SR = S(R' + R) = S$$

از این رابطه نتیجه می‌شود که اگر $0 = SR'$ باشد $S = SR$ خواهد بود. بنابراین تابع تحریک قبلی حاصل

$$Y = SR' + R'y$$

را می‌توان به صورت زیر بیان کرد

$$Y = S + R'y \quad \text{و} \quad SR = 0$$

برای تحلیل یک مدار با لج SR ، ابتدا باید شرط بولی $0 = SR$ را چک کنیم. آنگاه تابع تحریک کاهش یافته را برای تحلیل مدار به کار خواهیم برد. با این وجود، اگر S و R را به طور همزمان برابر 1 بیاییم، آنگاه لازم است از همان تابع تحریک اولیه و ساده نشده استفاده کنیم.

تحلیل لج SR با گیت‌های NAND در شکل ۱۱-۹ انجام شده است. ورودی‌های لج SR به طور معمول در 1 هستند، مگر این که حالت لج را بخواهیم عوض کنیم. اعمال 0 به R موجب می‌شود تا $Q = 0$ برود و به این ترتیب لج در حالت بازنشانی قرار خواهد گرفت. پس از بازگشت R به 1، تغییر S به 0 سبب نشاندن لج خواهد شد. حالتی که در اینجا باید از آن پرهیز کرد 0 شدن همزمان S و R است. ممانعت از این حالت با $0 = S'R'$ میسر است. تابع تحریک برای مدار عبارت است از

$$Y = [S(Ry)']' = S' + Ry$$

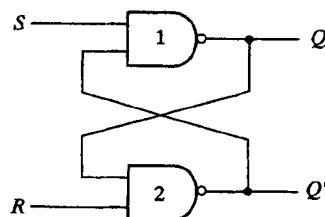
از مقایسه این رابطه با تابع تحریک لج NOR ملاحظه می‌کیم که S با S' و R با R' جایگزین شده است. از این رو متغیر ورودی برای لج NAND، متمم ورودی‌های لج NOR می‌باشد. به این دلیل لج NAND راگاهی لج $S'R'$ هم می‌خوانند (یا لج $\bar{S}\bar{R}$).

مثال تحلیل

مدارهای ترتیبی غیرهمzman را با لج‌های SR ، با یا بدون مسیرهای پسخورد بیرونی هم می‌توان

S	R	Q	Q'
1	0	0	1
1	1	0	1 (پس از 10)
0	1	1	0
1	1	1	0 (پس از 01)
0	0	1	1

(ب) جدول درستی

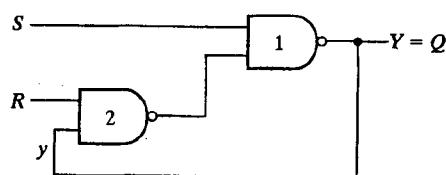


(الف) مدار متقاطع دو تایی

SR			
00	01	11	10
0	1 1	1 0	0 0
1	1 0	1 1	0 0

$Y = S' + Ry \text{ when } S'R' = 0$

(ت) جدول گذر

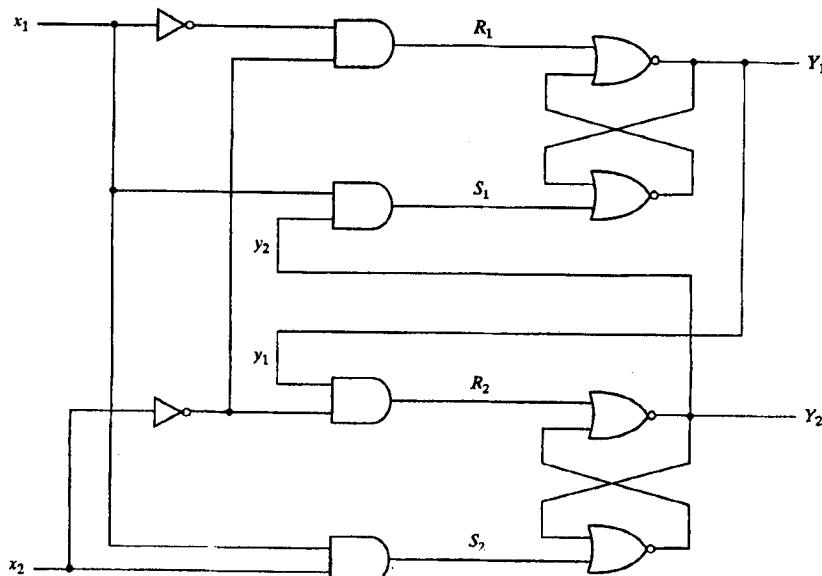


(پ) مدار نشان دهنده فیدبک

شکل ۹-۱۱. لج SR با گیتهای NAND

ساخت. البته، همیشه مسیر حلقه پسخوردنی در خود لج وجود دارد. تحلیل مداری که با لج ساخته شده باشد با مثالی نشان داده خواهد شد. با توجه به این مثال، می‌توان روال را تعمیم داده قدم‌های مؤثر بعدی را برای طراحی دیگر مدارهای مشابه برداشت.

مدار شکل ۹-۱۲ دارای دو لج Y_1 و Y_2 است. دو ورودی x_1 و x_2 و دو حلقه



شکل ۹-۱۲. مثالی از یک مدار با لجهای SR

مدارهای لج دار

پسخورد بیرونی وجود دارند که متغیرهای ثانویه y_1 ، y_2 از آنها اخذ شده‌اند. توجه دارید که این مدار شبیه به یک مدار ترتیبی معمولی است که در آن لچ‌ها همچون فیلپ فلاپ‌های بدون ساعت عمل می‌کنند. برای تحلیل مدار، ابتدا توابع بول را برای ورودی‌های S و R هر لچ بدست می‌آوریم.

$$S_1 = x_1 y_2 \quad S_2 = x_1 x_2$$

$$R_1 = x'_1 x'_2 \quad R_2 = x'_2 y_1$$

آنگاه شرط $0 = SR$ را برای اطمینان از عملکرد مدار برسی می‌کنیم:

$$S_1 R_1 = x_1 y_2 x'_1 x'_2 = 0$$

$$S_2 R_2 = x_1 x_2 x'_2 y_1 = 0$$

نتیجه ۰ است زیرا $x_I x'_I = x_2 x'_2 = 0$ می‌باشد.

قدم بعدی بدست آوردن جدول گذر مدار است. به یاد دارید که جدول گذر، مقدار Y را به صورت تابعی از u و x بدست می‌دهد. تابع تحریک از رابطه $Y = S + R'y$ حاصل می‌گردد.

$$Y_1 = S_1 + R'_1 y_1 = x_1 y_2 + (x_1 + x_2)y_1 = x_1 y_2 + x_1 y_1 + x_2 y_1$$

$$Y_2 = S_2 + R'_2 y_2 = x_1 x_2 + (x_2 + y'_1)y_2 = x_1 x_2 + x_2 y_2 + y'_1 y_2$$

اکنون یک نقشه مركب برای $Y_1 Y_2 = Y$ بدست می‌آوریم. همانطور که در شکل ۹-۱۳ ملاحظه می‌شود متغیرهای y به سطرهای نقشه و متغیر x به ستون‌ها تخصیص یافته‌اند. تابع بول Y_1 و Y_2 که در فوق بیان شدند برای ترسیم نقشه مركب استفاده می‌شوند. در هر سطر واردۀایی از Y که دارای مقداری برابر u هستند در دایره محصور شده و حالات پایداری را نمایش می‌دهند. با بررسی جدول گذر، نتیجه می‌گیریم که مدار با ثبات است. اگر مدار در آغاز در $1101 = y_1 y_2 x_1 x_2$ باشد و از ۰ به ۱ تغییر کند، یک وضعیت رقابت بحرانی به وجود خواهد آمد. اگر Y_1 قبل از Y_2 به ۰ برود، مدار به جای ۰۱۰۰ به ۰۰۰۰ خواهد رفت. با این وجود، با تأخیرهای تقریباً مساوی در گیت‌ها و لچ‌ها، به نظر نمی‌رسد که چنین وضعیت نامطلوبی رخ دهد.

روال تحلیل یک مدار ترتیبی غیرهمزان با لچ‌های SR را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد.

		$x_1 x_2$			
		00	01	11	10
$y_1 y_2$	00	(00)	(00)	01	(00)
	01	(01)	(01)	11	11
11	00	(11)	(11)	(11)	10
10	00	(10)	(10)	11	(10)

شکل ۹-۱۳. جدول گذر مدار (۹-۱۲)

- ۱- خروجی هر لج را با y_i و مسیر فیدبک خارجی اش را (اگر وجود داشته باشد) با z_i مشخص کنید که در آن $k = 1, 2, \dots$ می‌باشد.
- ۲- توابع بولی را برای ورودی‌های S_i و R_i هر لج بدست آورید.
- ۳- برای هر لج $SR = 0$ و برای هر لج $NAND = 0$ ، $S'R' = 0$ را چک کنید. اگر این شرایط صادق نبودند، ممکن است مدار به درستی کار نکند.
- ۴- رابطه $y = S + R'$ را برای هر لج NOR ، یا $S' + Ry = Y$ را برای هر لج $NAND$ ارزیابی کنید.
- ۵- نقشه‌ای برای y ها در سطر و ورودی‌های X در ستون بسازید.
- ۶- مقدار $k = Y_1Y_2, \dots, Y_k = Y$ را در نقشه پیاده کنید.
- ۷- همه حالات با ثبات را که در آن $y = Y$ است در دایره محصور نمایید. نقشه حاصل همان جدول گذراست.

جدول تحریک لج

جدول گذر لج SR برای تحلیل و تعریف عملکرد لج بسیار مفید است. این جدول وقتی متغیر ثانویه y و ورودی‌های S و R معلوم‌مند متغیر Y را مشخص می‌کند. در حین روند پیاده‌سازی، جدول گذر مدار معلوم می‌باشد و ما علاقمند به یافتن مقادیر S و R هستیم. به این دلیل به جدولی نیاز داریم تا ورودی‌های S و R را برای هر گذر ممکن از y به Y لیست نماییم. چنین سیستمی را جدول تحریک گوییم. جدول تحریک لج SR در شکل ۹-۱۴ (ب) ملاحظه می‌شود. دو ستون اول چهار گذر ممکن از y به Y را نشان می‌دهد. دو ستون بعدی مقادیر ورودی لازمی را مشخص می‌کنند که گذر را موجب می‌شوند. مثلاً برای گذر از $0 = y = 1$ ، لازم است ورودی $1 = S$ و ورودی $0 = R$ باشد. این مطلب در سطر دوم جدول گذر نشان داده شده است.

شرایط ورودی لازم برای هر چهار گذر در جدول تحریک را مستقیماً از جدول گذر لج شکل ۹-۱۴ (ت) و پس از حذف حالت ناپایدار $SR = 11$ می‌توان بدست آورد. مثلاً، برای تغییر از $0 = y$ به $0 = Y$ ، جدول گذرنشان می‌دهد که SR می‌تواند ۰۰ یا ۰۱ باشد. این بدان معنی است که باید $1 = R$ می‌تواند ۰ یا ۱ باشد. بنابراین اولین سطر در جدول تحریک نشان می‌دهد که $0 = S$ و $0 = X$ است که X حالت بی‌اهمیت بوده و می‌تواند ۰ یا ۱ باشد.

مثال پیاده‌سازی

پیاده‌سازی یک مدار ترتیبی با لج‌های SR روشی برای تهیه نمودار منطقی از یک جدول گذر می‌باشد. در این روش لازم است تا تابع بول را برای ورودی‌های S و R هر لج معین نماییم. سپس نمودار منطقی با رسم لج‌های SR و گیت‌های منطقی که توابع S و R را پیاده‌سازی می‌کنند، بدست می‌آید. برای تشریح این روش، پیاده‌سازی مثال شکل ۹-۵ را تکرار خواهیم کرد. مدار خروجی تغییر نمی‌کند و بنابراین دوباره تکرار نمی‌شود.

y	Y	S	R
0	0	0	X
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	X	1

(ب) جدول تحریک لج

x_1x_2	00	01	11	10
y	0	0	0	1
	0	1	1	1

(الف) جدول گذر

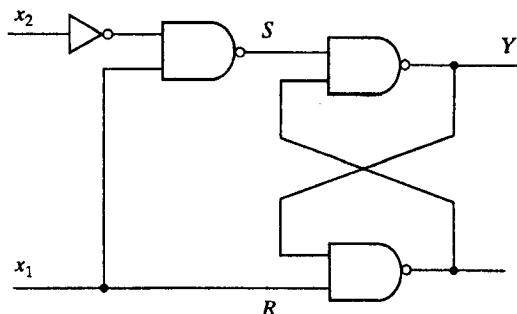
$$Y = x_1x'_2 + x_1y$$

y	00	01	11	10
x_1x_2	X	X	X	0
0	1	1	0	0
1				

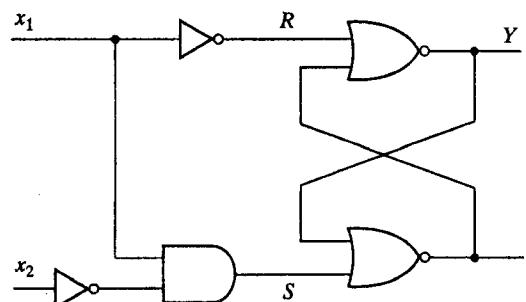
$$R = x'_1$$

y	00	01	11	10
x_1x_2	0	0	0	1
0	0	0	X	X
1				

$$S = x_1x'_2$$



(ج) مدار لج با NAND



(ث) مدار لج با NOR

شکل ۹-۱۴. بدست آوردن مداری با لج، از یک جدول انتقال

جدول گذر شکل ۹-۵ (الف) مجدداً در شکل ۹-۱۴ (الف) آمده است. با توجه به اطلاعات مفروض در جدول گذر و شرایط موجود در جدول تحریک لج در شکل ۹-۱۴ (پ)، می‌توانیم نقشه‌های ورودی‌های S و R لج را طبق شکل ۹-۱۴ (پ) و (ت) بدست آوریم. مثلاً، مربع سطر دوم و ستون سوم ($yx_1x_2 = 111$) در شکل ۹-۱۴ (الف) به گذر 1 برابر $y = 1$ نیاز دارد. جدول تحریک برای این تغییر $X = S = R = 0$ را مشخص می‌کند. بنابراین مربع مربوطه در نقشه S با X و در نقشه R با 0 علامت زده شده است. دیگر مربع‌ها همگی به همین روش با مقادیر مربوطه پر شده‌اند. آنگاه نقشه‌ها برای بدست آوردن توابع بول ساده شده به کار می‌روند.

$$S = x_1x'_2 \quad \text{و} \quad R = x'_1$$

فصل نهم : مدارهای ترتیبی غیرهمزان

نمودار منطقی از یک لج SR و گیت‌های مربوطه برای پیاده‌سازی تابع بولی S و R تشکیل شده است. وقتی که لج NOR به کار رود مدار مطابق شکل ۹-۱۴ (ث) است. با لج NAND باید مقادیر متمم شده را برابی S و R به کار ببریم.

$$S = (x_1 x'_2)' \quad \text{و} \quad R = x_1$$

این مدار در شکل ۹-۱۴ (ج) نشان داده شده است.

اکنون می‌توان روش کلی پیاده‌سازی مدار با لچ‌های SR با استفاده از یک جدول گذر را به صورت زیر خلاصه کرد.

-۱ با فرض داشتن جدول گذر که تابع تحریک $Y_k = Y_1 Y_2 \dots Y_k = Y$ را مشخص کند، جفت

نقشه‌هایی برای S_i و R_i با $k = 1, 2, \dots$ بددست آورید. این کار با استفاده از شرایط مشخص

شده در جدول تحریک شکل ۹-۱۴ (پ) انجام می‌شود.

-۲ تابع بول ساده شده را برابی هر S_i و R_i بددست آورید. دقت کنید که S_i و R_i در مربع‌های متناظر برابر ۱ نشوند.

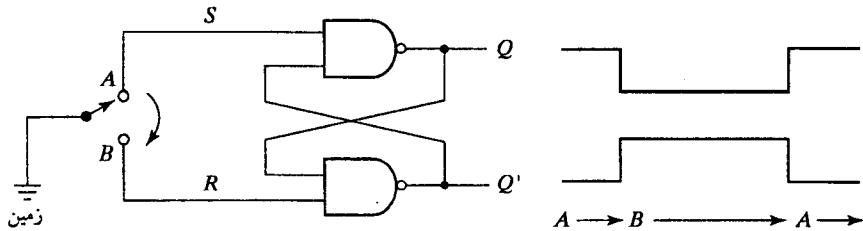
-۳ نمودار منطقی را با استفاده از k لج همراه با گیت‌های لازم برای تولید تابع بول S و R رسم کنید. برای لچ‌های NOR، از تابع بول S و R بددست آمده در مرحله ۲ استفاده کنید.

مثال مفید دیگری از پیاده‌سازی لج را می‌توان در بخش ۹-۷ در ارتباط با شکل ۹-۳۸ بددست آورد.

مدار نوسان‌گیر

اطلاعات دودویی ورودی در یک سیستم دیجیتال را می‌توان بصورت دستی با سوئیچ‌های مکانیکی، تولید کرد. یک وضعیت سوئیچ، ولتاژ معادل با منطق ۱، و دیگری ولتاژ دوم معادل منطق ۰ را فراهم می‌سازد. از سوئیچ‌های مکانیکی برای شروع، ختم یا بازنمانی سیستم دیجیتال هم استفاده می‌شود. هنگام تست مدارهای دیجیتال در آزمایشگاه، سیگنال‌های ورودی معمولاً از سوئیچ‌ها می‌آیند. خصیصه معمول یک سوئیچ مکانیکی این است که وقتی اهرم آن از یک سو به سوی دیگر پرتاب می‌شود، اتصال سوئیچ قبل از استقرار نهایی، چندین بار نوسان می‌کند. در نوعی از یک سوئیچ ممکن است این نوسانات چندین میلی ثانیه طول بکشند. نوسانات مذکور ممکن است به دفعات موجب تغییر سیگنال منطقی بین ۰ و ۱ گردد.

مدار نوسان‌گیر، وظیفه حذف رشته پالس‌هایی را به عهده دارد که از نوسان اتصال مکانیکی حاصل می‌شود و بدین وسیله یک گذر یکنواختی برای سیگنال از ۰ به ۱ و از ۱ به ۰ فراهم می‌سازد. یک چنین مداری، طبق شکل ۹-۱۵، از یک سوئیچ دو حالتی یک قطبی متصل به لج SR تشکیل شده است. مرکز اتصال به زمین وصل است تا سیگنالی معادل ۰ منطقی تولید کند. وقتی یکی از دو اتصال A یا B از طریق سوئیچ به زمین وصل نشده باشد یک سیگنال ۱ منطقی تولید می‌کند. گاهی هر یک از این اتصالات از طریق یک مقاومت به یک ولتاژ ثابت متصل می‌شوند تا بدین وسیله یک سیگنال ۱ منطقی ثابت و مناسبی تولید گردد. وقتی که سوئیچ، مطابق شکل از حالت A به حالت B پرتاب و سپس باز



شکل ۹-۱۵. مدار نوسان گیر

می‌گردد، لج یک تک پالس منفی برای Q و مثبت برای Q' تولید می‌نماید. سوئیچ معمولاً از نوع فشاری است که حالت ثابت آن در وضعیت A قرار دارد. هنگام فشردن کلید، اتصال به B رفته و وقتی رها شود به وضعیت A باز می‌گردد.

عملکرد مدار نوسان گیر مطابق زیر است. هنگام اتصال سوئیچ به نقطه A، ما شرایط $S = 0$ ، $R = 1$ و $Q = 0 = Q'$ را داریم، شکل ۹-۱۱ (ب). هنگام اتصال آن به نقطه B، اتصال به زمین سبب رفتن R به 0 و S به 1 می‌گردد زیرا اتصال A باز است. این وضعیت سبب رفتن خروجی Q به 0 و Q' به 1 می‌شود. سوئیچ پس از اولین اتصال به B چندین بار نوسان می‌کند، ولی باید به منظور داشتن یک عملکرد صحیح تصور کنیم که این بازگشت آنقدرها نیست تا به نقطه A برسد. خروجی لج به علت باقی ماندن Q' در 1 (و Q در 0) بی تغییر خواهد ماند زیرا در ازاء 0 یا 1 بودن R (اتصال با زمین و عدم اتصال با زمین) Q' در 1 باقی می‌ماند. وقتی که سوئیچ به وضعیت A بازگردد، S برابر 0 و Q به 1 برمی‌گردد. مجددآ خروجی یک گذر صافی را علاوه بر وجود نوسان در وضعیت A، از خود به نمایش می‌گذارد.

۹-۴ روش طراحی

طراحی یک مدار غیر همزمان با صورت مسئله آغاز و با نمودار منطقی پایان می‌باید. برای بهینه‌سازی پیچیدگی مدار و تولید یک مدار با ثبات و بدون رقابت تعدادی مراحل طراحی وجود دارد. بطرور خلاصه مراحل طراحی بقرار زیرند:

از مشخصات طراحی، یک جدول روند اصلی بدست می‌آوریم. این جدول به حداقل حالات کاهش می‌باید. آنگاه به حالات مقادیری دودویی تخصیص یافته و از آن جدول گذر بدست می‌آید. بالاخره از جدول گذر، نمودار منطقی مدار ترکیبی همراه با پسخورده که در آن لجهای SR قرار دارند حاصل می‌گردد. فرآیند طراحی با ارائه یک مثال نمایش داده می‌شود. پس از حل مثال، درک مراحل طراحی ساده‌تر خواهد بود. بعضی از مراحل روش‌های مستدل‌تری را لازم دارند که در بخش‌های بعد مفصل‌اً تشریح شده است.

مثال طراحی

می‌خواهیم یک مدار لج گیت را با دو ورودی G و D و یک خروجی Q بسازیم. اطلاعات دودویی حاضر در ورودی D وقتی که G برابر 1 باشد به خروجی Q منتقل می‌گردد. مادامی که $G=1$ است

خروجی Q ورودی D را دنبال خواهد کرد. وقتی که D به 0 برود اطلاعات موجود در ورودی D پس از گذر ساعت در خروجی Q باقی می‌ماند. لج‌گیت‌دار عنصر حافظه‌ای است که مقدار D را وقتی 1 است پذیرفته و این مقدار را پس از رفتن G به 0 حفظ می‌نماید. به محض $0 = G$ ، هر تغییر در D مقدار خروجی Q را عوض نمی‌کند.

جدول روند اصلی

همانطور که قبلاً تعریف شد، یک جدول روند اصلی جدولی است با تنها یک حالت کلی پایدار در هر سطر. به یاد می‌آورید که یک حالت کل از ترکیب حالت داخلی با ورودی ایجاد می‌شود. اگر ابتدا جدولی را با همه حالت‌های کلی سیستم تشکیل دهیم، بدست آوردن جدول روند اصلی ساده می‌گردد. این کار برای لج‌گیت‌دار در شکل ۹-۲ نشان داده شده است. هر سطر از جدول بیانگر یک حالت کلی است، که متشکل از یک حرف برای بیان حالت داخلی و ترکیبی از ورودی برای D و G است. خروجی Q هم برای هر حالت کلی نشان داده شده است. ما با دو حالت کلی که $1 = G$ دارند آغاز می‌کنیم. با توجه به ویژگی‌های طراحی، می‌دانیم که اگر $01 = DG$ باشد $0 = Q$ و اگر $11 = DG$ باشد، $1 = Q$ است زیرا با $1 = D$ ، $G = 0$ باید با Q برابر باشد. ما این حالات را به a و b تخصیص می‌دهیم. وقتی که $0 = G$ به 0 برود، خروجی به آخرین مقدار D بستگی دارد. بنابراین اگر، گذر DG از 01 به 00 و به 10 رخ دهد، آنگاه Q باید در 0 باقی بماند زیرا در زمان گذر G از 1 به 0، D برابر 0 است. اگر گذر DG از 11 به 10 به 00 باشد، آنگاه Q در 1 باقی خواهد ماند. این اطلاعات شش حالت کلی را مطابق جدول نتیجه می‌دهد. توجه کنید که گذر همزمان دو متغیر ورودی، مانند گذر از 01 به 10 یا از 11 به 00 دو عملکرد حالت اساسی مجاز نیست. جدول روند اصلی برای لج‌گیتی در شکل ۹-۱۶ دیده می‌شود. این جدول برای هر حالت دارای یک سطر و برای ترکیب ورودی یک ستون دارد. ابتدا یک مربع در هر سطر متعلق به حالت پایدار در آن سطر

DG				
	00	01	11	10
a	$c, -$	(a), 0	$b, -$	- , -
b	- , -	$a, -$	(b), 1	$e, -$
c	(c), 0	$a, -$	- , -	$d, -$
d	$c, -$	- , -	$b, -$	(d), 0
e	$f, -$	- , -	$b, -$	(e), 1
f	(f), 1	$a, -$	- , -	$e, -$

شکل ۹-۱۶. جدول روند اصلی

جدول ۹-۲. حاتنهای کلی لج گینتیدار

حالت	ورودی		خروجی Q	توضیحات
	D	G		
a	0	1	0	$G = 1$ زیرا $D = Q$
b	1	1	1	$G = 1$ زیرا $D = Q$
c	0	0	0	پس از حالت a یا d
d	1	0	0	پس از حالت c
e	1	0	1	پس از حالت b یا f
f	0	0	1	پس از حالت e

را پر می‌کنیم. این واردہا از جدول ۹-۲ معین می‌شوند. مثلاً وقتی ورودی 01 باشد حالت a با ثبات و خروجی 0 است. این اطلاعات در جدول روند، سطر اول ستون دوم وارد می‌شود. به طور مشابه، پنج حالت دیگر، همراه با خروجی آنها در ستون‌های مربوطه وارد می‌گردند.

سپس، چون تغییر همزمان دو ورودی مجاز نیست، می‌توانیم در سطrix که نسبت به متغیرهای ورودی حالت پایدار در دو یا بیشتر متغیر اختلاف دارد خط تیره بگذاریم. مثلاً، اولین سطر در جدول روند حالت پایداری با ورودی 01 را نشان می‌دهد. چون در هر لحظه از زمان تنها یک متغیر مجاز به تغییر است، ورودی می‌تواند به 00 یا 11 تغییر نماید. بنابراین در سطر a ستون 10 دو خط تیره وارد می‌کنیم. این کار نهایتاً به معنی حالت بی‌اهمیت برای حالت بعدی در این مریع است. به دنبال این عمل، دومین مریع در هر سطر جدول روند پرخواهد شد.

آنگاه باید در هر سطر دو مریع دیگر را تعیین تکلیف کنیم. اظهار نظر موجود در جدول ۹-۲ می‌تواند در بدست آوردن اطلاعات لازم به ما کمک کند. مثلاً حالت c مربوط به ورودی 00 است و پس از یک تغییر ورودی از حالت a یا d فرامی‌رسد. به این دلیل یک حالت c ناپایدار در ستون 00 و سطرهای a و d از جدول روند نشان داده شده است. خروجی با خط تیره نشان داده شده است تا حالت بی‌اهمیت را بیانگر باشد. تفسیر این است که اگر مدار در حالت پایدار a باشد و ورودی از 01 به 00 برود، مدار ابتدا به یک حالت ناپایدار بعدی c می‌رود که در این صورت حالت فعلی a به c تبدیل می‌شود و در نتیجه گذری به سطر سوم ستون اول جدول روند را خواهیم داشت. مقادیر حالات ناپایدار دیگر که به طریقی مشابه بدست می‌آیند با خط تیره مشخص شده و به معنی حالات بی‌اهمیت تلقی می‌گردند. تخصیص مقادیر واقعی به خروجی‌ها بعد و پس از تکمیل یک مثال مورد بحث قرار خواهد گرفت.

کاهش جدول روند اصلی

یک جدول روند اصلی تنها یک حالت پایدار در هر سطر دارد. اگر دو یا چند حالت در یک سطر قرار گیرند جدول به تعداد کمتری از سطرهای کاهش می‌یابد. جمع کردن حالات پایدار در یک سطر به زیر یک ستون را ادغام می‌کویند. ادغام کردن تعدادی از حالات پایدار واقع در یک سطر به این معنی است که متغیر حالت دودویی که نهایتاً به سطر ادغام شده تخصیص می‌یابد، با تغییر متغیرهای ورودی تغییر

	DG			
	00	01	11	10
a	c, -	(a) 0	b, -	- , -
c	(c), 0	a, -	- , -	d, -
d	c, -	- , -	b, -	(d), 0

	DG			
	00	01	11	10
b	- , -	a, -	(b), 1	e, -
e	f, -	- , -	b, -	(e), 1
f	(f), 1	a, -	- , -	e, -

(الف) حالت های منتخب برای ادغام

	DG			
	00	01	11	10
a, c, d	(c), 0	(a) 0	b, -	(d), 0
b, e, f	(f), 1	a, -	(b), 1	(e), 1

	DG			
	00	01	11	10
a	(a) 0	(a) 0	b, -	(a) 0
b	(b), 1	a, -	(b), 1	(b), 1

(ب) جدول کاهش یافته (دو انتخاب دیگر)

شکل ۹-۱۷. کاهش جدول روند اصلی

نخواهد کرد. دلیل این است که در یک جدول روند اصلی، متغیر حالت در ازاء هر تغییر ورودی، تغییر می‌کند، ولی در یک جدول روند کاهش یافته، اگر حالت با ثبات بعدی با قبلی در یک سطر قرار داشته باشند، متغیر حالت تغییر نخواهد کرد.

رووال کاهش یک جدول روند در بخش بعدی داده شده است. برای تکمیل مثال طراحی بدون پیگیری یک رووال مشخص، فرآیند ادغام را با به کارگیری قواعد ساده شده ادغام اعمال خواهیم کرد. در جدول روند می‌توان دو یا چند سطر را در یک سطر ادغام کرد به شرطی که حالات و خروجی در هر یک از ستون‌ها در تضاد نباشند، اگر یک سمبول حالت و واردہ‌های بی‌اهمیت در یک ستون ظاهر شوند، حالت در سطر ادغام شده لیست می‌گردد. به علاوه اگر حالت در یکی از سطرها در دایره محصور شده باشد، در سطر ادغام شده هم محصور می‌شود. مقدار خروجی هم در هر حالت پایدار در سطر ادغام شده لحاظ می‌گردد.

اکنون این قواعد را به جدول روند شکل ۹-۱۶ اعمال می‌کنیم. برای این که ببینیم چگونه این کار صورت می‌گیرد، جدول روند به دو بخش و هر بخش به سه سطر، طبق شکل ۹-۱۷ (الف) تقسیم می‌شود. هر بخش سه حالت با ثبات را نشان می‌دهد که قابل ادغامند زیرا هیچ واردہ متضادی در هر یک از چهار ستون ملاحظه نمی‌شود. ستون اول حالت ۰ را در همه سطراها و ۰ و خط تیره را برای خروجی نشان می‌دهد. چون هر خط تیره بیانگر حالت بی‌اهمیت است، می‌تواند مربوط به هر حالت یا خروجی باشد. دو خط تیره در ستون اول را می‌توان به عنوان خروجی ۰ تلقی کرد تا هر سه سطر مشابه با سطرا نشان دهد که در آن حالت با ثبات ۰ و خروجی ۰ است. دو مین ستون نشان می‌دهد که خطوط تیره را می‌توان

به حالت پایدار a با خروجی 0 تخصیص داد. توجه کنید که اگر حالت در یکی از سطراها محصور باشد، در سطر ادغام شده نیز محصور خواهد بود. به طور مشابه ستون سوم را می‌توان به یک حالت بی ثبات b و خروجی بی اهمیت ادغام نمود و چهارمین ستون به حالت پایدار d و خروجی 0 ادغام می‌شود. بنابراین سه سطر a ، c و d را می‌توان به صورت یک سطر با سه حالت پایدار و یک حالت ناپایدار ادغام کرد. سطر اول شکل ۹-۱۷ (ب) این ادغام را نشان می‌دهد. سطر دوم جدول ادغام شده، از ادغام سطرهای b ، e و f در جدول روند بدست می‌آید. برای ترسیم جدول کاهش یافته دو راه وجود دارد. سمبلهای حرفی برای حالات را می‌توان حفظ کرد تا رابطه بین جداول روند اصلی و کاهش یافته مشخص شود. روش دیگر این است که برای جداول روند اصلی و کاهش یافته برای همه حالات پایدار در سطرهای ادغام شده سمبلهای حرفی مشترکی تعریف کنیم. بنابراین حالات c و d با حالت a و حالات e و f با حالت b جایگزین می‌شوند. هر دو روش در شکل ۹-۱۷ (ب) مشاهده می‌شود.

جدول گذر و نمودار منطقی

برای بدست آوردن مداری که با جدول روند کاهش یافته تعریف شده باشد، لازم است به هر حالت مقدار دودویی جداگانه‌ای اختصاص یابد. این تخصیص جدول روند را به جدول گذر مبدل می‌سازد. در حالت کلی، برای مصنون بودن مدار از رقابت‌های بحرانی، تخصیص حالت دودویی باید صورت گیرد. مسئله تخصیص حالت در مدارهای ترتیبی غیرهمzman در راه حل‌های آن در بخش ۹-۶ مورد بحث قرار گرفته است. خوشبختانه در جدول روند دو سطرهای حالت رقابت وجود ندارد، و بنابراین، می‌توانیم طراحی لج گیت‌دار را قبل از بخش ۹-۶ مطالعه کنیم. با تخصیص 0 به حالت a و 1 به حالت b در جدول روند کاهش یافته شکل ۹-۱۷ (ب)، جدول گذر شکل ۹-۱۸ (الف) بدست می‌آید. در واقع جدول گذر نقشه‌ای برای متغیر تحریک Y است. آنگاه تابع بول ساده شده برای Y از نقشه به صورت زیر بدست می‌آید.

$$Y = DG + G'y$$

در جدول روند ساده شده نهایی دو خروجی بی اهمیت وجود دارد. اگر مقادیر خروجی را مطابق شکل ۹-۱۸ (ب) اختیار کنیم، ممکن است خروجی Q را برابر تابع تحریک Y نمود. اگر دیگر مقادیر ممکن را به خروجی بی اهمیت نسبت دهیم، خروجی Q را برابر y خواهیم کرد. در هر یک از دو حال،

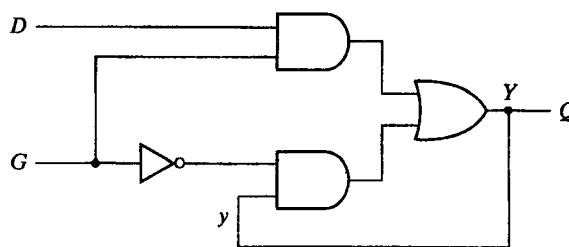
		DG			
		00	01	11	10
y	0	0	0	1	0
	1	1	0	1	1

$$Q = Y \quad (\text{ب})$$

		DG			
		00	01	11	10
y	0	0	0	1	0
	1	1	0	1	1

$$Y = DG + G'y \quad (\text{الف})$$

شکل ۹-۱۸. جدول گذر و نقشه خروجی لج گیت دار



شکل ۹-۱۹. نمودار منطقی لج گیت دار

نمودار منطقی لج گیت دار مطابق شکل ۹-۱۹ خواهد بود.
نمودار را بالج SR هم می‌توان پیاده‌سازی کرد. با توجه به روال بخش ۹-۳ ابتدا توابع بول را برای S و R، طبق شکل ۹-۲۰ (الف) بدست می‌آوریم. نمودار منطقی با گیت‌های NAND در شکل ۹-۲۰ (ب) دیده می‌شود. توجه کنید که لج گیت دار یک لج D حساس به سطح است که در شکل ۵-۶ بخش ۵-۶ معرفی شد.

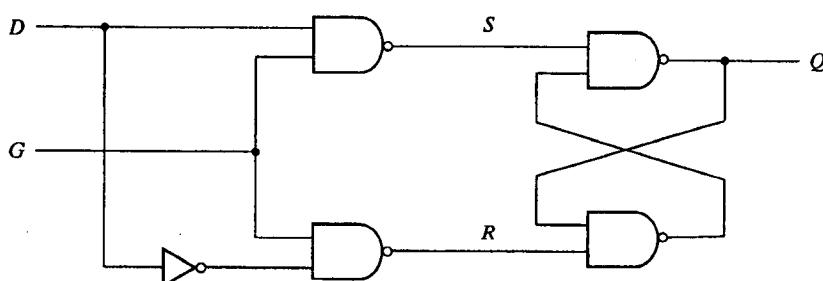
تخصیص خروجی‌ها به حالت ناپایدار

حالات پایدار در یک جدول روند دارای مقادیر خروجی خاص مربوط به خود هستند. حالات ناپایدار

DG				DG					
y	00	01	11	10	y	00	01	11	10
0	0	0	1	0	0	X	X	0	X
1	X	0	X	X	1	0	1	0	0

(a) $S = DG$

(الف) نقشه‌های S و $R = D'G$



(ب) نمودار منطقی

شکل ۹-۲۰. نمودار بالج SR

0	0
X	0
1	1
X	1

(ب) تخصیص خروجی

a	(a), 0	b, -
b	c, -	(b), 0
c	(c), 1	d, -
d	a, -	(d), 1

(الف) جدول روند

شکل ۹-۲۱. انتساب مقادیر خروجی به حالت‌های ناپایدار

دارای وارده‌های نامشخص می‌باشند که با خطوط تیره نشان داده شده‌اند. مقادیر خروجی برای حالات ناپایدار باید طوری انتخاب شوند که حین گذر بین دو حالت، خروجی‌های لحظه‌ای غلط را تولید نکنند. این بدان معنی است که در نتیجه یک گذر بین دو حالت قرار نیست که یک متغیر خروجی تغییر نماید. در این صورت یک حالت بی‌ثبات بین دو حالت پایدار باید خروجی یکسانی با خروجی حالات پایدار داشته باشد. به عنوان مثال جدول حالت شکل ۹-۲۱ (الف) را در نظر بگیرید. گذر از حالت پایدار a به حالت پایدار b از طریق حالت ناپایدار b صورت می‌گیرد. اگر خروجی مربوط به حالت بی‌ثبات b برابر ۱ باشد، آنگاه یک پالس کوتاه لحظه‌ای ضمن جابجایی مدار از خروجی ۰ در حالت a به خروجی ۱ برای حالت بی‌ثبات b رفته و ضمن رفتن به حالت پایدار b دوباره به ۰ باز می‌گردد. بنابراین خروجی مربوط به حالت ناپایدار b باید ۰ در نظر گرفته شود تا خروجی لحظه‌ای غلط تولید نشود. اگر یک متغیر خروجی به دلیل تغییر حالت، عوض شود، آنگاه به این متغیر یک حالت بی‌اهتمام اختصاص می‌یابد. مثلاً گذر از حالت پایدار b به حالت پایدار c در شکل ۹-۲۱ (الف)، خروجی را از ۰ به ۱ تغییر مقدار می‌دهد. اگر برای حالت بی‌ثبات c خروجی ۰ در نظر گرفته شود، آنگاه متغیر خروجی تا انتهای گذر تغییر نخواهد کرد. اگر یک ۱ وارد کنیم، تغییر در آغاز گذر رخ می‌دهد. چون فرقی نمی‌کند که تغییر خروجی چه زمانی اتفاق بیفتد بنابراین برای خروجی حالت ناپایدار c یک X می‌گذاریم. شکل ۹-۲۱ (ب) تخصیص خروجی را برای جدول روند نشان می‌دهد. این جدول چهار حالت ممکن را در تغییر خروجی نمایش می‌دهد. روال تخصیص مقادیر به خروجی‌های مربوط به حالات بی‌ثبات در زیر خلاصه شده است.

۱- به متغیر خروجی که مربوط به حالت ناپایدار بین دو حالت پایدار با متغیر خروجی ۰ و ۱ را اختصاص دهد.

۲- به متغیر خروجی که مربوط به حالت ناپایدار بین دو حالت پایدار با متغیر خروجی ۱ و ۰ را منتب کنید.

۳- به متغیر خروجی که مربوط به حالت ناپایدار بین دو حالت پایدار با متغیرهای متفاوتند (۰ و ۱ یا ۰ و ۱) مقدار بی‌اهتمام را نسبت دهید.

خلاصه روش طراحی

طراحی مدارهای ترتیبی غیرهمزمان با استفاده از روش تشریح شده در مثال قبل قابل اجراست. بعضی از مراحل طراحی نیاز به تشریح بیشتری دارند که در بخش‌های زیر توضیح داده شده است. مراحل عبارتند از:

- از مشخصات طراحی مفروض، یک جدول روند اصلی بدست آورید. این مشکل‌ترین بخش طراحی است زیرا باید در آن تجربه و تبحر را برای رسیدن به یک تفسیر صحیح از مشخصات مسئله به کار برد.
- با ادغام سطرها در جدول روند اصلی، جدول روند کاهش یافته را بدست آورید. یک روال مستدل برای ادغام سطرها در بخش ۹-۵ ارائه شده است.
- به هر سطر جدول روند کاهش یافته متغیرهای حالت دودویی را نسبت دهید تا جدول گذر حاصل شود، روش تخصیص حالتی که روابط‌های بحرانی احتمالی را حذف می‌کند در بخش ۹-۶ داده شده است.
- به خطوط تیره مربوط به حالات ناپایدار مقادیر خروجی را نسبت دهید تا نقشه خروجی تهیه شود. این کار قبلًا توضیح داده شد.
- توابع بولی تحریک و متغیرهای خروجی را ساده کنید و نمودار منطقی آنها را طبق بخش ۹-۲ رسم نمایید. نمودار منطقی را با لچ‌های SR طبق بخش ۹-۲ و نیز انتهای بخش ۹-۷ می‌توان ترسیم کرد.

۹-۵ کاهش جداول حالت و روند

روال کاهش تعداد حالات داخلی در یک مدار ترتیبی غیرهمزمان، روش به کار رفته در مدارهای همزمان را به خاطر می‌آورد. الگوریتم کاهش حالت یک جدول حالت کامل در بخش ۹-۶ داده شد. ما این الگوریتم را مرور کرده و آن را به روش کاهش حالتی که از یک جدول ایجاب استفاده می‌کند اعمال می‌نماییم. سپس الگوریتم و جدول ایجاب اصلاح می‌شود تا کاهش حالت مربوط به جداول حالت غیرکامل را پوشش دهد. این الگوریتم اصلاح شده برای تشریح روال کاهش جدول روند مدارهای ترتیبی غیرهمزمان به کار خواهد رفت.

جدول ایجاب

روال کاهش حالت جداول حالت کامل بر این اساس استوار است که اگر دو حالت در جدول حالت معادل باشند می‌توان آنها را ترکیب کرده و با یک حالت نشان داد. دو حالت را معادل گوییم اگر به ازاء هر ورودی ممکن، دقیقاً خروجی یکسانی تولید کنند و به حالت بعدی یکسان و یا حالات بعدی معادلی هم بروند. جدول ۹-۶ مثالی از حالات معادلی را نشان می‌دهد که دارای خروجی و حالات بعدی

جدول ۹-۳. جدول حالات برای نشان دادن حالت‌های معادل

حالت فعلی	حالت بعدی		خروجی	
	$x = 0$	$x = 1$	$x = 0$	$x = 1$
a	c	b	0	1
b	d	a	0	1
c	a	d	1	0
d	b	d	1	0

یکسانی در قبال هر ترکیبی از ورودی‌هاست. مواردی وجود دارد که جفت حالت، حالات بعدی یکسانی ندارند، ولی کم و بیش به حالت بعدی معادلی می‌روند. مثلاً جدول حالت ۹-۳ را ملاحظه نمایید. حالات فعلی a و b به ازاء ورودی‌های یکسان، خروجی یکسانی دارند. حالت بعدی آنها برای $x = 0$ برابر c و d و بازاء $x = 1$ برابر a و b است. اگر بتوانیم نشان دهیم که جفت حالت (d و c) معادلند، جفت حالت (b و a) هم معادل خواهد بود، زیرا آنها حالت بعدی یکسان یا معادلی خواهند داشت. وقتی چنین رابطه‌ای برقرار باشد، گوییم زوج (b و a) زوج (d و c) را موجب است. با توجه به دو سطر آخر جدول ۹-۳، می‌بینیم که جفت حالت (d و c) موجب (b و a) است. ویژگی حالات معادل این است که اگر (d و c) موجب (b و a) و (d و c) نیز (b و a) را موجب شوند، آنگاه جفت حالات معادلند؛ یعنی a و b معادلند و نیز c و d معادلند. در نتیجه چهار سطر جدول ۹-۳ را می‌توان با ترکیب a و b به یک حالت و c و d به دومین حالت کاهش داد.

بررسی جفت حالات برای یافتن معادل‌های احتمالی در یک جدول که در آن تعداد قابل توجهی حالت وجود دارد، به طور سیستماتیک توسط جدول ایجاب قابل انجام است. جدول ایجاب چارتی مشکل از خانه‌های مریعی شکل است که هر یک متعلق به یک جفت حالت بوده و فضایی را برای لیست کردن هر حالت ممکن فراهم می‌سازد. با به کارگیری صحیح جدول، می‌توان همه جفت حالات معادل را پیدا کرد. جدول حالت ۹-۴، برای تشریح این روال به کارگرفته خواهد شد. جدول ایجاب در شکل ۹-۲۲ ملاحظه می‌شود. در ضلع سمت چپ عمودی همه حالتی که در جدول حالت تعریف

جدول ۹-۴. جدول حالتی که قرار است کاهش یابد

حالت فعلی	حالت بعدی		خروجی	
	$x = 0$	$x = 1$	$x = 0$	$x = 1$
a	d	6	0	0
b	e	a	0	0
c	g	f	0	1
d	a	d	1	0
e	a	d	1	0
f	c	b	0	0
g	a	e	1	0

<i>b</i>	<i>d, e ✓</i>					
<i>c</i>	X	X				
<i>d</i>	X	X	X			
<i>e</i>	X	X	X	✓		
<i>f</i>	<i>c, d ✗</i>	<i>c, e ✗</i> <i>a, b</i>	X	X	X	
<i>g</i>	X	X	X	<i>d, e ✓</i>	<i>d, e ✓</i>	X
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>

شکل ۹-۲۲. جدول ایجاب

شده‌اند، به جز اولی، لیست شده‌اند. در ضلع پایین جدول هم متغیرها به جز آخربه لیست شده‌اند. نتیجه این کار نمایش همه ترکیبات ممکن از دو حالت با مربعی است که در محل تقاطع یک سطر و یک ستون واقع است و در آنها معادلهای تست خواهند شد.

در مربعات مربوط به دو حالتی که معادل نیستند علامت ضریبدر (✗) زده شده است، در حالی که معادلهای علامت تأیید (✓) خورده‌اند. بعضی از مربعات واردۀایی از حالات موجب دارند که باید بیشتر مورد بررسی قرار گیرند تا معین شود آیا معادلندهای خیر. روال قدم به قدم در پر کردن مربعات به شرح زیر است. ابتدا ضریبدری در مربع جفت حالتی قرار می‌دهیم که خروجی‌های آنها در قبال هر ورودی یکی نیست. در این راستا، حالت *c* خروجی متفاوتی با دیگر حالات دارد و به این علت علامت ضریبدر در دو مربع سطر *c* و چهار مربع ستون *c*، زده می‌شود. به همین ترتیب *ن*ه مربع دیگر در این جدول وجود دارند که ضریبدر زده شده‌اند.

سپس در مربع‌های باقیمانده جفت حالتی را وارد می‌کنیم که بوسیله جفت حالات بیانگر مربع موجب شده‌اند. این کار را از مربع فوقانی در سمت چپ به پایین انجام می‌دهیم. و سپس کار را با ستون بعدی ادامه داده و به سمت راست پیش می‌رویم. با توجه به جدول حالات، می‌بینیم که معادل بودن (*b*) و (*a*) دلالت بر معادل بودن (*e*) و (*d*) دارد. بنابراین (*e*) و (*d*) در مربعی که به وسیله ستون *a* و سطر *b* تعریف می‌شود ثابت می‌گردد. به همین ترتیب کار را تا تکمیل شدن همه جدول ادامه می‌دهیم. دقت کنید که حالات (*e* و *d*) با هم معادلندهای زیرا به حالت بعدی یکسانی رفته و خروجی برابری دارند. در نتیجه یک علامت تأیید (✓) در مربعی می‌گذاریم که به وسیله ستون *d* و سطر *e* تعریف می‌شود. این کار بدان معنی است که دو حالت معادلندهای متواالی در جدول است که برای تعیین مربع‌هایی که باید (✗) بخورند به قدم بعدی ساختن مسیرهای متواالی در جدول اینست.

کار می‌روند. هر مریعی از جدول که حداقل حاوی یک جفت موجب نا معادل است ضربدر می‌خورد. مثلاً مریعی که به وسیله a و f تعریف می‌شود، بعد از c و d ضربدر خورده است زیرا جفت (d, c) مریعی را تعریف می‌کنند که حاوی یک ضربدر است. این روال تا جایی ادامه می‌باید که دیگر مریعی برای ضربدر زدن وجود نداشته باشد. بالاخره در همه مریعاتی که ضربدر نخورده‌اند، علامت تأیید زده می‌شود. این مریعات جفت حالات معادل را تعریف می‌کنند. در این مثال حالات معادل عبارتند از

$$(a, b) \quad (d, e) \quad (d, g) \quad (e, g)$$

اکنون جفت حالات را به گروه حالات معادل بزرگتری تبدیل می‌نماییم. سه جفت آخر را می‌توان به یک گروه حالت معادل سه‌تایی (d, e, g) تبدیل کرد زیرا هر یک از حالات در گروه با دو حالت دیگر معادل است. آخرین بخش حالات مشکل از حالات معادلی است که از جدول ایجاب همراه با حالات باقیمانده در جدول حالت بدست می‌آیند و با دیگر حالات معادل نیستند، یعنی

$$(a, b) \quad (c) \quad (d, e, g) \quad (f)$$

این بدان معنی است که جدول ۹-۴ قابل کاهش از هفت حالت به چهار حالت است که هر حالت متعلق به یکی از پرانترهاست. جدول کاهش یافته از جایگزینی b با a و حالات e و g با d حاصل می‌گردد. این جدول در شکل ۹-۵ مشاهده می‌شود.

ادغام جدول روند

مواردی وجود دارد که در آن جدول حالت برای یک مدار ترتیبی به طور غیرکامل یا ناقص بیان شده است. این مورد هنگامی پیش می‌آید که بعضی از ترکیبات ورودی‌ها یا رشته‌های ورودی به دلیل محدودیت‌ها هرگز رخ نمی‌دهند. در یک چنین حالتی، حالات بعدی و خروجی‌هایی که به شرط وقوع ورودی‌ها می‌باید رخ می‌دادند، هرگز اتفاق نمی‌افتد و بنابراین به عنوان حالات بسی اهمیت تلقی می‌شوند. هر چند که مدارهای ترتیبی همزمان گاهی با جداول حالت ناقص نمایش داده می‌شوند، ولی، در اینجا علاقمند به بررسی مدارهای ترتیبی غیرهمزمانی هستیم که جدول روند اصلی آنها همیشه به صورت ناقص تعریف شده است.

حالات ناقص را می‌توان برای کاهش حالات جدول روند با یکدیگر ترکیب کرد. چنین حالتی را

جدول ۹-۵. جدول حالات کاهش یافته

حالت فعلی	حالت بعدی		خروجی	
	$x = 0$	$x = 1$	$x = 0$	$x = 1$
a	d	a	0	0
c	d	f	0	1
d	a	d	1	0
f	c	a	0	0

نمی‌توانیم معادل بخوانیم زیرا تعریف قبلی معادل لازم می‌دارد تا همه خروجی‌ها و حالات بعدی برای همه ورودی‌ها مشخص باشند. در عوض دو حالت ناقصی که بتوانند با یکدیگر ترکیب شوند سازگار خواهد می‌شوند. دو حالت هنگامی سازگارند که برای هر ورودی ممکن خروجی یکسان و حالت بعدی آنها به محض اینکه مشخص شدند سازگار باشند. همه حالات بی‌همیتی که با خط تیره معین شده‌اند حالات نامشخص را بیان می‌کنند و هنگام جستجوی حالات سازگار تأثیری ندارند. فرآیندی که باید برای یافتن گروه‌های سازگار در راستای ادغام یک جدول روند اعمال گردد قابل تفکیک به سه مرحله زیر است:

- با استفاده از جدول ایجاب همه جفت‌های سازگار را معین کنید.
- با استفاده از نمودار ادغام، سازگاری‌های ماکریمال را بدست آورید.
- مجموعه‌ای از سازگارهای مینیمال را پیدا کنید که کلیه حالات را دربرگیرد و نیز مجموعه‌ای بسته باشد.

آنگاه این مجموعه مینیمال برای ادغام سطرهای جدول روند مورد استفاده قرار می‌گیرد. اکنون با استفاده از روند اولیه مثال بخش قبل، سه مرحله فوق را تشریح خواهیم کرد.

زوج‌های سازگار

روال یافتن زوج‌های سازگار در شکل ۹-۲۳ تشریح شده است. جدول روند اصلی در (الف) همانند شکل ۹-۶ می‌باشد. واردہا در هر مربع، حالت بعدی و خروجی را بیان می‌کند. خطوط تیره (-) حالات یا خروجی‌های نامشخص را نمایش می‌دهند. جدول ایجاب، همچون موردنی که در یافتن

<i>b</i>	✓			
<i>c</i>	✓	<i>d, e X</i>		
<i>d</i>	✓	<i>d, e X</i>	✓	
<i>e</i>	<i>c, f X</i>	✓	<i>d, e X</i>	X
<i>f</i>	<i>c, f X</i>	✓	X	<i>d, e X</i>

(ب) جدول ایجاب

	00	01	11	10
<i>a</i>	<i>c, -</i>	(<i>a</i> , 0)	<i>b, -</i>	- , -
<i>b</i>	- , -	<i>a, -</i>	(<i>b</i> , 1)	<i>e, -</i>
<i>c</i>	(<i>c</i> , 0)	<i>a, -</i>	- , -	<i>d, -</i>
<i>d</i>	<i>c, -</i>	- , -	<i>b, -</i>	(<i>d</i> , 0)
<i>e</i>	<i>f, -</i>	- , -	<i>b, -</i>	(<i>c</i> , 1)
<i>f</i>	(<i>f</i> , 1)	<i>a, -</i>	- , -	<i>e, -</i>

(الف) جدول روند اصلی

شکل ۹-۲۳. جدولهای روند و ایجاب

حالات معادل در وضعیت کامل به کار رفت، برای بدست آوردن حالات سازگار نیز مورد استفاده است. تنها تفاوت این است که وقتی سطراها را مقایسه می‌کنیم، آزادیم تا خطوط تیره را برای تطبیق هر حالت موردنظر تنظیم کنیم.

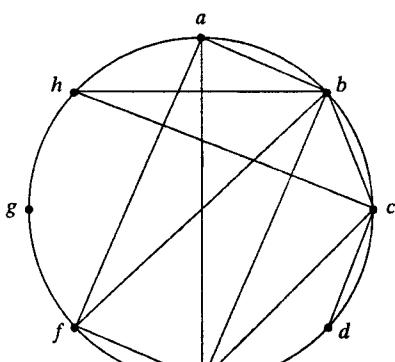
دو حالت را سازگار گوییم اگر در هر ستون از سطر مربوطه در جدول روند، حالات یکسان یا سازگار وجود داشته و تضاد و تنافقی در مقادیر خروجی نباشد. مثلاً سطراهای a و b در جدول روند سازگارند ولی سطراهای a و c فقط اگر c و f سازگار باشند، سازگار خواهند بود. معهداً سطراهای c و f سازگار نیستند زیرا در ستون اول دارای خروجی‌های متفاوتی می‌باشند. این اطلاعات در جدول ایجاب ثبت می‌شود. علامت تأیید (✓) مربعی را مشخص می‌کند که جفت حالات آن سازگارتند. حالاتی که سازگار نباشند با (✗) علامت خورده‌اند. مربع‌های باقیمانده با زوج‌های موجب پر می‌شوند و بررسی بیشتری را نیاز دارند.

جدول ایجاب اولیه به محض پر شدن، مجدداً مروء می‌گردد تا حالات موجبی که ناسازگارند ضربدر بخورند. مربع‌های باقیمانده که دارای علامت (✗) می‌باشند جفت‌های سازگار را مشخص می‌نمایند. در مثال شکل (۹-۲۳) زوج‌های سازگار عبارتند از:

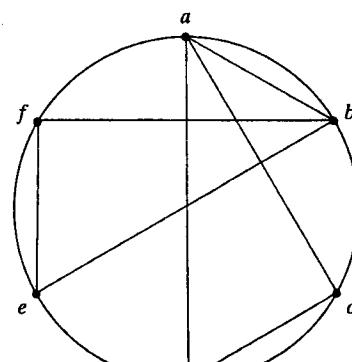
$$(a, b) \quad (a, c) \quad (a, d) \quad (b, e) \quad (b, f) \quad (c, d) \quad (e, f)$$

سازگارهای ماکزیمال

پس از یافتن زوج‌های سازگار، پیدا کردن بزرگترین مجموعه‌ها از مجموعه‌های سازگار، قدم بعدی است. سازگار ماکزیمال گروهی از سازگارها هستند که حاوی همه ترکیبات ممکن از حالات سازگار باشند. سازگار ماکزیمال را از نمودار ادغام طبق شکل ۹-۲۴، می‌توان بدست آورد. نمودار ادغام گرافی است که در آن هر حالت با یک نقطه بر روی یک دایره مشخص می‌شود. بین دو نقطه که یک زوج سازگار



(ب) سازگارهای ماکزیمال
 $(a, b, e, f) (b, c, h) (c, d) (g)$



(الف) سازگارهای ماکزیمال
 $(a, b) (a, c, d) (b, e, f)$

شکل ۹-۲۴. نمودارهای ادغام

را تشکیل دهنده یک خط رسم می‌شود. کلیه سازگارهای ممکن را می‌توان از روی نمودار ادغام با مشاهده شکل‌های هندسی که در آنها حالات به یکدیگر متصل هستند، بدست آورد. یک نقطه جدا مانده که به دیگر نقاط وصل نباشد حالت است که با هیچ حالت دیگر سازگار نیست. یک خط، نشان دهنده یک زوج سازگار است. یک مثلث سه حالت سازگار را مشخص می‌کند. در نمودار ادغام، n حالت سازگار با یک کثیر الاضلاع n ضلعی که کلیه قطراهای آن وصل باشند، مشخص می‌شوند.

نمودار ادغام شکل ۹-۲۴ (الف) از روی لیست جفت‌های سازگار مشتق از جدول ایجاب شکل ۹-۲۳ بدست می‌آید. در این شکل هفت خط مستقیم وجود دارد که نقاط را به هم وصل می‌کنند و هر یک متعلق به یک زوج سازگار می‌باشند. الگوی هندسی حاصل از این خطوط شامل دو مثلث (a, c, d) و (b, e, f) و یک خط (a, b) می‌باشد. سازگارهای ماکزیمال عبارتند از:

$$(a, b) \quad (a, c, d) \quad (b, e, f)$$

شکل ۹-۲۴ (پ) نمودار ادغام یک جدول روند هشت حالت را نشان می‌دهد. در این شکل الگوی هندسی شامل مستطیلی است که قطراهایش رسم شده است تا چهار حالت سازگار (a, b, e, f)، یک مثلث (b, c, h)، یک خط (c, d) و یک حالت منفرد g که با هیچ حالت دیگری سازگار نیست، به وجود آید. سازگارهای ماکزیمال عبارتند از:

$$(a, b, e, f) \quad (b, c, h) \quad (c, d) \quad (g)$$

مجموعه سازگار ماکزیمال می‌تواند برای ادغام جدول روند استفاده شود به این ترتیب که در جدول کاهش یافته به هر عضو مجموعه سطری منتبث می‌گردد. در بسیاری از موارد سازگارهای ماکزیمال لزوماً مجموعه سازگارهای مینیمال را تشکیل نمی‌دهند. غالباً تهیه مجموعه کوچکتری از سازگارها که شرط ادغام سطرها را دارا باشند، امکان‌پذیر است.

شرط پوششی بسته

شرطی که برای ادغام سطر وجود دارد این است که مجموعه سازگارهای منتخب باید همه حالات را پوشش داده و بسته باشند. مجموعه‌ای تمام حالات را پوشش می‌دهد که همه حالات جدول اولیه را دارا باشد. شرط بسته بودن هنگامی برقرار است که حالات موجب وجود نداشته باشد و یا این حالات در داخل خود مجموعه باشند. یک مجموعه بسته از سازگارها که شامل همه حالات باشد، مجموعه پوششی بسته نامیده می‌شود. شرط پوششی بسته، با دو مثال زیر توضیح داده شده‌اند.

به سازگارهای ماکزیمال شکل ۹-۲۴ (الف) توجه کنید. اگر (a, b) را حذف کنیم، دو مجموعه سازگار را خواهیم داشت.

$$(a, c, d) \quad (b, e, f)$$

همه حالات ششگانه جدول روند شکل ۹-۲۳ در این مجموعه وجود دارند. این خود حالت پوششی را می‌رساند. با توجه به جدول ایجاب شکل ۹-۲۳ (ب) حالات موجبی برای (a, c)؛ (a, d)؛ (c, d)؛ (a, b)؛ (b, e) و (b, f) وجود ندارند، بنابراین شرط بسته بودن برقرار است. به این ترتیب جدول روند

اصلی قابل ادغام به دو سطرو هر یک برای یکی از سازگارها خواهد بود. جزئیات ساختن جدول کاهش یافته برای این مثال خاص در بخش قبل انجام و در شکل ۹-۱۷ (ب) نشان داده شد.

مثال دوم از یک جدول روند اصلی است (در اینجا نشان داده نشده است) که جدول ایجاب آن در شکل ۹-۵ (الف) دیده می شود. زوج سازگارهای حاصل از جدول ایجاب عبارتند از:

$$(a, b) (a, d) (b, c) (c, d) (c, e) (d, e)$$

با توجه به نمودار ادغام شکل ۹-۲۵ (ب)، سازگارهای ماکزیمال را معین می کنیم:

$$(a, b) \quad (a, d) \quad (b, c) \quad (c, d, e)$$

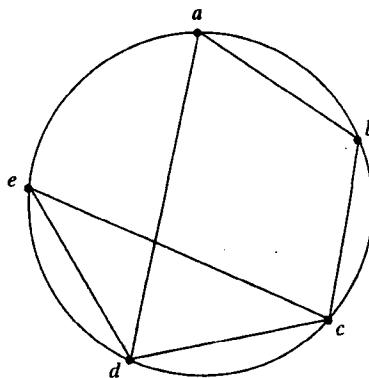
اگر دو سازگار

$$(a, b) \quad (c, d, e)$$

را انتخاب کنیم در مجموعه مذبور هر پنج حالت جدول اصلی را می پوشاند. شرط بسته بودن را به کمک جدول بسته بودن شکل ۹-۲۵ (پ) می توان چک کرد. جفت های موجب که برای هر سازگار لیست شده مستقیماً از جدول ایجاب حاصل شده اند. حالات موجب برای (a), (b), (c)، حالات (b, c) می باشند. ولی (b, c) در مجموعه انتخابی (a, b) (c, d, e) وجود ندارد، در نتیجه مجموعه سازگارها بسته نیست. مجموعه ای از سازگارها که شرط پوششی بسته را اغناء می کنند عبارتند از:

$$(a, d) \quad (b, c) \quad (c, d, e)$$

این یک مجموعه پوششی است زیرا دارای هر پنج حالت می باشد. توجه کنید هر حالت می تواند بیش از



(ب) نمودار ادغام

	a	b	c	d
b	b, c ✓			
c	x	d, e ✓		
d	b, c ✓	x	a, d ✓	
e	x	x	✓	b, c ✓

(الف) جدول ایجاب

سازگارها	(a, b)	(a, d)	(b, c)	(c, d, e)
حالات موجب	(b, c)	(b, c)	(d, e)	(a, d,) (b, c,)

(پ) جدول بسته بودن

شکل ۹-۲۵. انتخاب مجموعه ای از سازگارها

یک بار تولید شود. مجموعه شرط بسته بودن را هم دارد زیرا حالات موجب (a) و (d) و (b, c) (d, e) می‌باشند که در مجموعه لحاظ شده‌اند. جدول روند اصلی (که در اینجا نشان داده نشده است) را می‌توان با ادغام سطرهای a و d؛ b و c و با e از 5 سطر به 3 سطر کاهش داد. توجه کنید انتخاب دیگری که سازگارهای پوششی بسته را شامل می‌شود عبارت است از (a, b) (d, e) . به طور کلی، ممکن است هنگام کاهش جدول روند اصلی پیش از یک راه ادغام وجود داشته باشد.

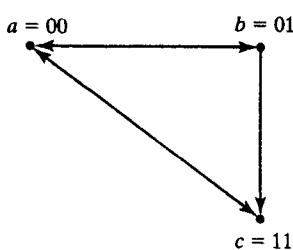
۶-۹ تخصیص حالت فاقد رقابت

به محض این که یک جدول روند کاهش یافته برای یک مدار ترتیبی غیرهمزان بدست آمد، قدم بعدی در طراحی، تخصیص مقادیر دودویی به هر حالت پایدار است. این تخصیص موجب تبدیل جدول روند به جدول گذر معادلش می‌شود. هدف اصلی در انتخاب یک تخصیص دودویی صحیح ممانت از رقابت‌های بحرانی است. موضوع رقابت‌های بحرانی در بخش ۹-۲ به همراه شکل ۹-۷ توضیح داده شد. از رقابت‌های بحرانی می‌توان اجتناب کرد به این ترتیب که تخصیص حالت دودویی طوری صورت گیرد که در هر لحظه از زمان که گذر حالتی در جدول روند رخ می‌دهد تنها یک متغیر عوض شود. برای حصول به این تفکر، لازم است تا بین حالتی که گذر اتفاق می‌افتد تخصیص‌های همچوار را نسبت دهیم. دو مقدار دودویی را همچوار گوییم اگر فقط در یک متغیر با هم اختلاف داشته باشند. مثلاً ۰10 و ۰11 مجاورند زیرا فقط در بیت سوم با هم اختلاف دارند.

برای اطمینان از داشتن یک گذر فاقد رقابت‌های بحرانی، لازم است هر گذر ممکن بین دو حالت پایدار تست شده و اطمینان حاصل کنیم که هر بار یک متغیر حالت دودویی تغییر می‌کند. البته این کار خسته کننده است، به خصوص اگر سطرها و ستون‌های جدول متعدد باشند. برای ساده کردن موضوع، ماروال تخصیص حالت دودویی را با چند مثالی که فقط سه یا چهار سطر دارند توضیح خواهیم داد. این مثال‌ها را ولی کلی را که باید دنبال شوند نشان می‌دهند تا یک تخصیص حالت فاقد رقابت تضمین شود. آنگاه می‌توان روال را به جداول روندی با هر تعداد سطر و ستون تعیین داد.

مثال جدول روند سه سطری

انتساب یک متغیر دودویی به یک جدول روند دو سطری مشکل رقابت بحرانی را دربرنداخت. یک جدول روند سه سطری به تخصیص دو متغیر نیاز دارد. اگر تخصیص مقادیر دودویی به حالات پایدار به درستی انجام نشود ممکن است سبب بروز رقابت‌های بحرانی گردد. مثلاً به جدول روند کاهش یافته شکل ۹-۲۶ (الف) توجه کنید. به منظور سادگی خروجی‌ها از جدول حذف شده‌اند. بررسی سطر a نشان می‌دهد که از حالت a به b در ستون ۰1 و از حالت a به c در ستون ۱1 گذری وجود دارد. طبق شکل ۹-۲۶ (ب) این اطلاعات به نمودار گذر انتقال می‌یابد. خطوط مستقیم بین a و b، و نیز بین a و c دو انتقال فوق را نشان می‌دهند. به طور مشابه گذر از دو سطر دیگر نیز با خطوط جهت دار در نمودار گذر نمایش داده شده است. نمودار گذر، نمایشی مصور از کلیه انتقال‌های موجود بین سطرهای است.



(ب) نمودار انتقال

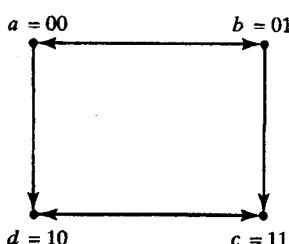
	x_1	x_2		
a	00	01	11	10
b	a	b	b	c
c	a	c	c	c

(الف) جدول روند

شکل ۹-۲۶. مثال جدول روند سه سطحی

برای اجتناب از رقابت‌های بحرانی باید تخصیص حالتی دودویی را بیابیم که در هر گذر حالت آن تنها یک متغیر عوض شود. تلاشی در راستای یافتن چنین تخصیصی در نمودار گذر نشان داده شده است. به حالت a ، مقدار دودویی 00 و به حالت c مقدار دودویی 11 منتسب شده است. این تخصیص به هنگام گذر از a به c یک رقابت بحرانی ایجاد خواهد کرد زیرا در متغیرهای حالت دودویی دو تغییر وجود دارد. توجه کنید که گذر از c به a هم موجب بروز رقابت می‌گردد ولی غیر بحرانی است.

با افزودن یک سطر اضافی به جدول روند می‌توانیم یک تخصیص فاقد رقابت را بدست آوریم. استفاده از یک سطر اضافی چهارم تعداد متغیرهای حالت را افزایش نمی‌دهد، بلکه سیکل‌هایی را بین دو حالت پایدار به وجود خواهد آورد. به جدول روند اصلاح شده در شکل ۹-۲۷ توجه کنید. سه سطر اول همان وضعیت جدول سه سطحی را دارند. به سطر چهارم، که با d نام‌گذاری شده و مجاور به a و c است 10 تخصیص یافته است. اکنون گذر از a به c باید از طریق d انجام شود، به این صورت که متغیرهای دودویی از $a = 00$ به $d = 10$ به $c = 11$ تغییر می‌نمایند. و بنابراین حالت رقابت پرهیز می‌شود. این کار با تغییر سطر a ، ستون 11 به d و سطر d ، ستون 11 به c انجام می‌شود به همین ترتیب گذر از b به c علیرغم وجود رقابت غیربحرانی در ستون 00 از طریق حالت ناپایدار d انجام می‌گردد.



(ب) نمودار گذر

	x_1x_2			
a	00	01	11	10
b	a	b	d	a
c	d	c	c	c
d	a	-	c	-

(الف) جدول روند

شکل ۹-۲۷. جدول روند با یک سطر اضافی

		x_1x_2			
		00	01	11	10
$a = 00$	00	00	01	10	(00)
	01	00	(01)	(01)	11
$c = 11$	10	10	(11)	(11)	(11)
	11	00	-	11	-

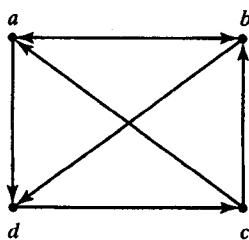
شکل ۹-۲۸. جدول گذار

جدول گذار مربوط به جدول روند همراه با تخصیص حالت دودویی در شکل ۹-۲۸ نشان داده شده است. دو خط تیره در سطر b بیانگر حالات نامشخصی هستند که می‌توانند به عنوان حالات بی‌همیت تلقی شوند. البته باید مراقب بود که تخصیص 10 به این مربعات صورت نگیرد تا بدین وسیله از ایجاد یک حالت پایدار ناخواسته در سطر چهارم جلوگیری به عمل آید.

این مثال، استفاده از یک سطر اضافی در جدول روند را به منظور بدست آوردن یک انتساب فاقد رقابت نشان داد. این سطر اضافی به هیچ حالت پایدار خاصی منسوب نشد بلکه در عوض برای تبدیل یک رقابت بحرانی به سیکل مورد استفاده قرار گرفت که از میان حالات همچوار عبور می‌نمود. گاهی ممکن است وجود یک سطر اضافی برای جلوگیری از رقابت‌های بحرانی کافی نباشد و مجبور شویم دو یا چند سطر را به جدول روند اضافه کنیم. این کار در مثال بعدی نشان داده شده است.

مثال جدول روند چهار سطري

یک جدول روند با چهار سطر به حداقل دو متغیر نیاز دارد. هر چند دستیابی به یک تخصیص فاقد رقابت گاهی فقط با دو متغیر حالت دودویی امکان‌پذیر است، ولی در بسیاری از موارد نیاز به سطرهای اضافی برای اجتناب از رقابت‌های بحرانی، استفاده از سه متغیر حالت دودویی را دیکته می‌کند. به عنوان مثال جدول روند و نمودار گذار مربوطه اش را در شکل ۹-۲۹ ملاحظه نمایید. اگر گذاری در جهت

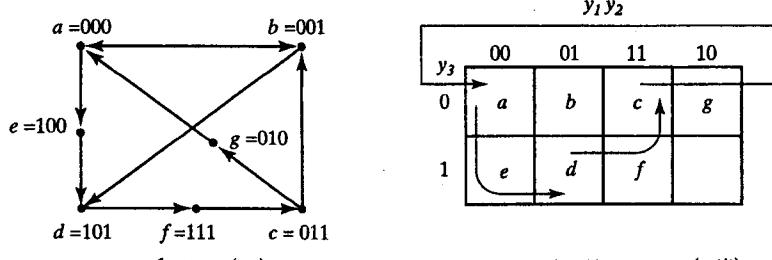


(ب) نمودار گذار

		00	01	11	10
a	b	b	(a)	d	(a)
	b	(b)	d	(b)	a
c	c	(c)	a	b	(c)
	d	c	(d)	(d)	c

(الف) جدول روند

شکل ۹-۲۹. مثال جدول روند چهار سطري



شکل ۹-۳۰. انتخاب سطرهای اضافی برای جدول روند

قطب (از b به d یا از c به a) وجود نداشته باشد یافتن یک تخصیص هم‌جاوار برای چهار گذر باقیمانده امکان‌پذیر است. با یک یا دو گذر قطري، برای تخصیص دو متغیر دودویی که نیاز هم‌جاواری را برآورده سازد، راهی وجود ندارد. بنابراین حداقل سه متغیر حالت دودویی لازم است.

شکل ۹-۳۰ یک نقشه تخصیص حالت را نشان می‌دهد که برای هر جدول روند چهار سطري مناسب است. حالات a , b , c و d حالات اصلی اند و حالات e , f و g حالات اضافي اند. حالاتی که در مربعات هم‌جاوار واقعند، تخصیص‌های هم‌جاوار خواهند داشت. عدد دودویی 001 به حالت b منتبث شده و هم‌جاوار با سه حالت اصلی دیگر است. گذر از a به d باید از طریق حالت اضافی e صورت گیرد تا چرخه یا سیکلی ایجاد شود به نحوی که هر بار تنها یک متغیر دودویی عوض شود. به طور مشابه گذر از c به a از طریق g انجام می‌گردد و گذر از d به c هم از f هدایت می‌شود. با توجه به تخصیص مربوط به نقشه، می‌توان طبق شکل ۹-۳۱ جدول چهار سطري را به جدول هفت سطري فاقد رقابت گسترش داد.

	00	01	11	10
000 = a	b	(a)	e	(a)
001 = b	(b)	d	(b)	a
011 = c	(c)	g	b	(c)
010 = g	-	a	-	-
110 -	-	-	-	-
111 = f	c	-	-	c
101 = d	f	(d)	(d)	f
100 = e	-	-	d	-

شکل ۹-۳۱. انتساب حالات برای اصلاح جدول روند

توجه کنید که با وجود بودن هفت سطر، تنها چهار حالت پایدار وجود دارد. حالاتی که در سه سطر بدون دایره مشخص شده‌اند صرفاً برای ایجاد یک گذر بدون رقابت بین حالت‌های پایدار آمده‌اند. مثال فوق روش انتخاب سطرهای اضافی در یک جدول روند برای دستیابی به یک تخصیص بی‌رقابت را نشان داد. یک نقشه انتساب حالت شبیه به نقشه شکل ۹-۳۰ (الف) می‌تواند در غالب موارد مفید باشد. گاهی می‌توان از واردۀ‌های نامعین در جدول روند سود برد. در عوض اضافه کردن سطرهای جدول، ممکن است بتوان با هدایت بعضی از گذرهای حالت از طریق واردۀ‌های بی‌اهمیت، رقابت‌های بحرانی را حذف نمود. تخصیص واقعی تا رسیدن به یک تخصیص رضایت‌بخش فاقد رقابت با روش سعی و خطأ اجرا می‌شود.

روش چند سطري

روشی که با اضافه کردن سطرهای اضافی برای دستیابی به یک گذر فاقد رقابت در جدول روند در دو مثال قبل تشریح شد را گاهی روش سطر مشترک می‌گویند. برای این دستیابی روش دومی نیز وجود دارد که البته به اندازه روش سطر مشترک کارایی ندارد ولی کاربرد آن آسانتر است. این روش، روش چند سطري نامیده می‌شود. در تخصیص چند سطري، هر حالت از جدول روند اولیه با دو یا چند ترکیب از متغیرهای حالت جایگزین می‌گردد. نقشه تخصیص حالت شکل ۹-۳۲ (الف) چنین انتسابی را نشان می‌دهد که قابل استفاده در جدول روند چهار سطري است. برای هر حالت پایدار دو متغیر حالت دودویی وجود دارد که هر یک متمم منطقی دیگری است. مثلاً حالت اولیه a با دو حالت معادل $a_1 = 000$ و $a_2 = 111$ جایگزین شده است. مقادیر خروجی که در اینجا نشان داده نشده‌اند، باید در a_1

	00	01	11	10
000 = a_1	b_1	(a_1)	d_1	(a_1)
111 = a_2	b_2	(a_2)	d_2	(a_2)
001 = b_1	(b_1)	d_2	(b_1)	a_1
110 = b_2	(b_2)	d_1	(b_2)	a_2
011 = c_1	(c_1)	a_2	b_1	(c_1)
100 = c_2	(c_2)	a_1	b_2	(c_2)
010 = d_1	c_1	(d_1)	(d_1)	c_1
101 = d_2	c_2	(d_2)	(d_2)	c_2

(ب) جدول روند

	00	01	11	10
y_1	a_1	b_1	c_1	d_1
0	a_1	b_1	c_1	d_1
1	c_2	d_2	a_2	b_2

(الف) انتساب دودویی

شکل ۹-۳۲. انتساب چند سطري

a_1 و a_2 یکسان باشند. توجه کنید که a_1 مجاور به b_1 ، c_2 و d_1 ، و a_2 مجاور به c_1 ، b_2 و d_2 و به طور مشابه هر حالت مجاور به سه حالت با حروف متفاوت است. رفتار مدار در قبال حالت داخلی a_1 و یا a_2 یکسان است و به همین ترتیب دیگر حالات نیز چنین خواصی دارند.

شکل ۹-۳۲ (ب) یک تخصیص چند سطحی را برای جدول روند اولیه شکل ۹-۲۹ (الف) نشان می‌دهد. جدول گسترش یافته، از جایگزینی هر سطح از جدول روند اصلی با دو سطربه وجود می‌آیند. مثلاً سطر b با سطرهای b_1 و b_2 جایگزین شده و حالت پایدار b در هر دو سطربه b_1 و b_2 در ستون‌های ۰۰ و ۱۱ آورده شده است. پس از این که همه حالت‌های باثبتات وارد شدند، حالات ناپایدار با مراجعه به تخصیص‌های مشخص شده در نقشه قسمت (الف) پر می‌شوند. هنگام انتخاب حالت بعدی برای یک حالت فعلی، حالتی که مجاور حالت فعلی است انتخاب می‌شود. در جدول اولیه، حالات بعدی b برای ورودی‌های ۰۱ و ۰۰ به ترتیب a و d هستند. در جدول گسترش یافته حالات بعدی b_1 عبارتند از a_1 و d_2 زیرا این حالات مجاور b می‌باشند. به طور مشابه حالات بعدی b_2 هم a_2 و d_1 می‌باشند زیرا این حالات با b_2 مجاورند.

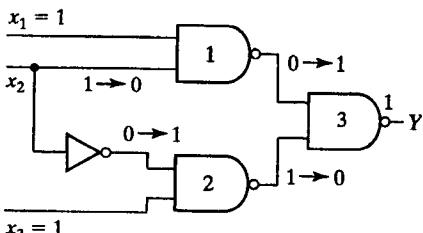
در تخصیص چند سطحی، تغییر از یک حالت پایدار به حالت پایدار دیگر، همواره موجب تغییر فقط یک متغیر حالت دودویی می‌شود. هر حالت با ثبات دارای دو انتساب دودویی با خروجی‌های دقیقاً یکسان است. در هر لحظه از زمان تنها یکی از تخصیص‌ها به کار گرفته می‌شود. مثلاً اگر با حالت a_1 و ورودی ۰۱ شروع کنیم و سپس ورودی را به ۱۱، ۰۱ و ۰۰ تغییر دهیم و پس از آن به ۰۱ بازگردیم، رشته حالات داخلی عبارت از a_1 ، d_1 ، c_1 و a_2 خواهد بود. اگر چه مدار با حالت a_1 شروع و در حالت a_2 خاتمه می‌یابد، ولی از دید رابطه ورودی- خروجی دو حالت a_1 و a_2 معادل a در جدول روند اصلی‌اند.

۹-۷ هزارد (HAZARD)

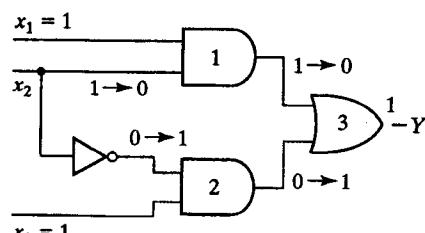
هنگام طراحی مدارهای ترتیبی غیرهمزان، برای دستیابی به عملکردهای صحیح، باید محدودیت‌ها و احتیاط‌های لازم را در نظر گرفت. مدار باید در حالت اساسی کارکند، یعنی در هر لحظه فقط یک ورودی عوض شود و فاقد رقبه‌های بصرانی باشد. به علاوه، یک پدیده دیگر به نام هزارد hazard یا خروجی‌های تصادفی هم وجود دارد که ممکن است موجب اشکال در کار مدار گردد. هزاردها گذرهای سوئیچینگ ناخواسته‌ای هستند که ممکن است در خروجی مدارها ظاهر شوند زیرا مسیرهای مختلف در مدار دارای تأخیرهای انتشار متفاوت می‌باشند. هزاردها در مدارهای ترکیبی رخ می‌دهند و سبب تولید مقدار خروجی غلط موقت می‌گردند. هنگام وقوع این وضعیت احتمال گذرهایی که یک حالت پایدار غلط وجود دارد، بنابراین لازم است مدار به لحاظ وقوع هزاردها مورد بررسی قرار گیرد تا مشخص شود آیا آنها موجب یک عملکرد نادرست می‌شوند یا خیر. برای حذف تأثیر آنها باید اقداماتی را به عمل آوردد.

هزاردها در مدارهای ترکیبی

هزارد یا "خروجی تصادفی" وضعیتی است که در آن یک تغییر آنی در خروجی ایجاد کند در زمانی



(ب) مدار NAND



(الف) مدار AND-OR

شکل ۹-۳۳. مدارهای با هزارد

که نباید ایجاد کند. مدار شکل ۹-۳۳ (الف) رخداد یک هزارد را نشان می‌دهد. فرض کنید هر سه ورودی در ابتدا برابر ۱ هستند. این وضعیت موجب می‌شود تا خروجی گیت شماره ۱ برابر ۱، خروجی گیت شماره ۲ برابر ۰ و بنابراین خروجی مدار برابر ۱ گردد. اکنون فرض کنید \$x_2\$ از ۱ به ۰ برود. خروجی گیت شماره ۱ به ۰ و خروجی گیت شماره ۲ به ۱ تغییر خواهد کرد ولی خروجی کل در همان ۱ باقی خواهد ماند. با این وجود اگر تأخیر انتشار گیت وارونگر لحظه شود، خروجی ممکن است برای یک لحظه به ۰ برود. تأخیر انتشار در وارونگر ممکن است سبب شود تا قبل از این که خروجی گیت ۲ به ۱ تغییر کند، خروجی گیت ۱ برابر ۰ شود. در این لحظه هر دو ورودی گیت ۳ برابر ۰ هستند و این باعث می‌شود تا برای یک لحظه کوتاه، یعنی در مدت زمان تأخیر انتشار سیگنال ورودی \$x_2\$ در وارونگر، خروجی مدار ۰ شود.

مدار شکل ۹-۳۳ (ب)، پیاده‌سازی NAND همان تابع بول است. این مدار نیز به دلیل مشابه دارای هزارد است. چون گیت‌های ۱ و ۲ از نوع NAND هستند، خروجی آنها متمم گیت‌های AND نظیرشان است. وقتی \$x_2\$ از ۱ به ۰ می‌رود، هر دو ورودی گیت ۳ ممکن است برابر ۱ گردند و بنابراین تولید یک تغییر لحظه‌ای ۰ را در وضعیت ۱ بنمایند.

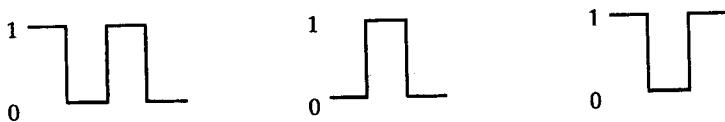
دو مدار شکل ۹-۳۳ تابع بول را به صورت جمع حاصلضرب‌ها پیاده‌سازی کرده‌اند:

$$Y = x_1 x_2 + x'_2 x_3$$

این نوع پیاده‌سازی ممکن است موجب رفتار غلط خروجی به ۰ به هنگام ۱ بودن گردد. اگر مدار به صورت حاصل جمع‌ها پیاده‌سازی شود (بخش ۳-۵)، یعنی

$$Y = (x_1 + x'_2)(x_2 + x_3)$$

آنگاه خروجی ممکن است به طور لحظه‌ای به هنگام ۰ بودن به ۱ برود. حالت اول را هزارد-۱ ایستا و دومی را هزارد ۰ ایستا می‌نامند. سومین نوع هزارد که هزارد پویا نام دارد موجب می‌شود تا خروجی به جای تغییر از ۰ به ۱ و یا ۱ به ۰، سه بار یا بیشتر تغییر حالت دهد. شکل ۹-۳۴ هر سه نوع هزارد را نشان می‌دهد. وقتی مداری به فرم جمع حاصلضرب‌ها یا گیت‌های AND-OR یا با NAND پیاده‌سازی می‌شود، حذف هزارد ۱ ایستا عدم وقوع هزارد ۰ ایستا و هزارد پویا را تضمین می‌کند.



(پ) هزارد پویا

(ب) هزارد ۰ ایستا

(الف) هزارد ۱ ایستا

شکل ۹-۳۴. انواع هزارد

رخداد خروجی‌های هزارد را می‌توان با بررسی نقشه مدار آن آشکار کرد. برای تشریح موضوع، نقشه شکل ۹-۳۵ (الف) را ملاحظه نمایید که ترسیمی ازتابع پیاده‌سازی شده در شکل ۹-۳۳ است. تغییر x_2 از ۱ به ۰ مدار را از میترم 111 به میترم 101 می‌برد. در اینجا هزارد وجود دارد زیرا متغیر ورودی، جمله حاصلضرب متفاوتی که دو میترم را می‌پوشاند تولید خواهد کرد. میترم 111 با جمله ضرب پیاده شده در گیت ۱، و میترم 101 به وسیله جمله ضرب پیاده شده در گیت ۲ از شکل ۹-۳۳ پوشش یافته است. هر وقت مدار بخواهد از یک جمله ضرب به جمله ضرب دیگری برود، وقتی که هیچ یک از خروجی‌ها ۱ نیستند، موجب تولید خروجی لحظه‌ای ناخواسته ۰ می‌گردد.

چاره کار برای حذف هزارد پوشش دادن دو میترم با جمله ضرب دیگری است که هر دو را در برگیرد. این کار در شکل ۹-۳۵ (ب) نشان داده شده است و در آن دو میترمی که هزارد را تولید می‌کنند در یک جمله ضرب با یکدیگر ترکیب شده‌اند. مدار فاقد هزارد حاصل از این آرایش در شکل ۹-۳۶ دیده می‌شود. گیت اضافی در مدار جمله حاصلضرب x_1x_3 تولید می‌کند. به طور کلی هزاردها را در مدارهای ترکیبی می‌توان حذف کرد، به این ترتیب که دو میترمی را که موجب هزارد می‌شوند با جمله ضرب مشترک در هر دو پوشش دهیم. لازمه حذف هزارد افزودن گیت‌های اضافی به مدار است.

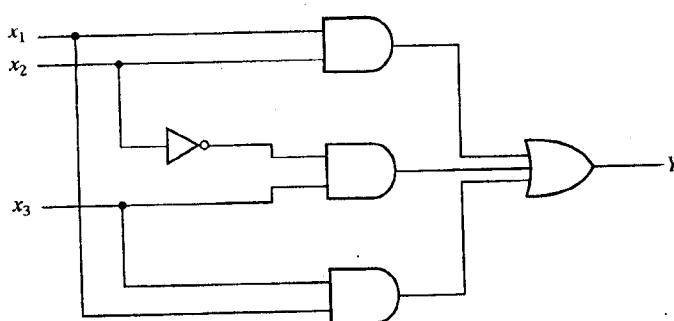
	x_2x_3		
x_1	00	01	11
0		1	
1		1	1

$$(ب) Y = x_1x_2 + x'_2x_3 + x_1x_3$$

	x_2x_3		
x_1	00	01	11
0		1	
1		1	1

$$(الف) Y = x_1x_2 + x'_2x_3$$

شکل ۹-۳۵. نقشه‌های نشان دهنده هزارد و حذف آن



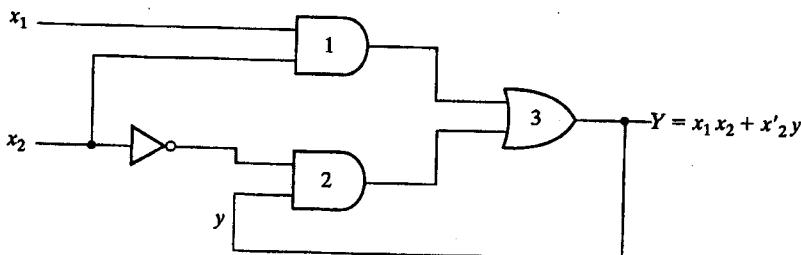
شکل ۹-۳۶. مدار فاقد هزارد

هزارد در مدارهای ترتیبی

در طراحی مدارهای ترکیبی معمولی که به همراه مدارهای ترتیبی همگام می‌آیند، چون سیگنال‌های لحظه‌ای خطأ کلاً مشکل ساز نمی‌باشند، هزاردها مورد توجه نیستند. با این وجود اگر یک سیگنال لحظه‌ای نادرست در مدار ترتیبی غیرهمزمان پسخورد شود ممکن است سیستم را به حالت پایدار غلطی هدایت نماید. این مطلب در مثال شکل ۹-۳۷ نشان داده شده است. اگر مدار در حالت پایدار کلی $y = x_1x_2$ باشد و ورودی x_2 از ۱ به ۰ تغییر نماید حالت پایدار کلی بعدی ۱۱۰ خواهد بود. با این وجود، به علت هزارده، خروجی Y ممکن است یک لحظه به ۰ برود. اگر قبل از این که خروجی وارونگر ۱ شود، این سیگنال غلط به گیت ۲ پسخورد گردد، خروجی گیت ۲ در ۰ مانده و مدار به حالت پایدار کل ۰۱۰ خواهد رفت. این عملکرد نادرست را می‌توان با اضافه کردن یک گیت، طبق شکل ۹-۳۶، حذف کرد.

پیاده‌سازی بالج SR

روشی دیگر برای اجتناب از هزارد در مدارهای ترتیبی غیرهمزمان، پیاده‌سازی بالج‌های SR است. اعمال یک سیگنال آنی ۰ به ورودی‌های S یا R در یک لج NOR، تأثیری بر حالت مدار ندارد. به همین ترتیب اعمال یک سیگنال آنی ۱ به ورودی‌های S و R روی حالت لج تأثیر نخواهد داشت. در شکل ۹-۳۳ (ب) دیدیم که اگر هر دو ورودی گیت ۳، ۱ شوند، جمله جمع حاصلضرب‌های دو طبقه که با گیت‌های NAND پیاده‌سازی شده ممکن است هزارد ۱ استا داشته و برای یک لحظه خروجی مدار را از ۰ ببرد. اما اگر گیت ۳ قسمتی از لج باشد، سیگنال لحظه ۱، اثری روی خروجی نخواهد داشت زیرا ورودی سومی از سمت متمم شده به گیت مذکور می‌آید و چون برابر ۰ است خروجی در ۱ باقی



(الف) نمودار منطقی

	x_1x_2	00	01	11	10
y	0	1	1	1	1
	y	1	1	1	1
	y	1	1	1	1

(پ) نقشه برای Y

	x_1x_2	00	01	11	10
y	0	0	0	1	0
	y	0	0	1	0
	y	0	0	1	0

(ب) جدول گذر

شکل ۹-۳۷. هزارد در مدار ترتیبی همزمان

خواهد ماند. برای روشن شدن مطلب، لج SR ساخته شده از NAND را با توابع بول زیر برای S و R در نظر بگیرید:

$$S = AB + CD$$

$$R = A'C$$

چون این یک لج NAND است، باید متمم مقادیر را به ورودی‌ها اعمال کنیم:

$$S = (AB + CD)' = (AB)'(CD)'$$

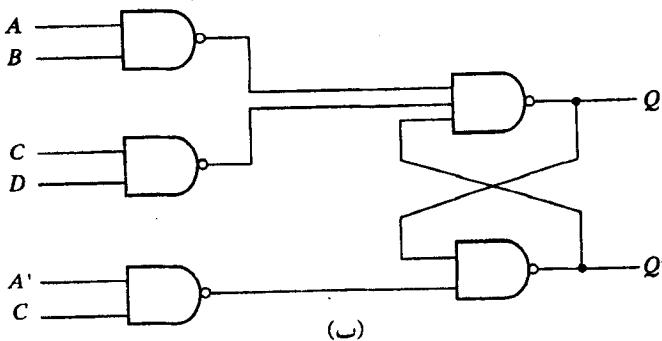
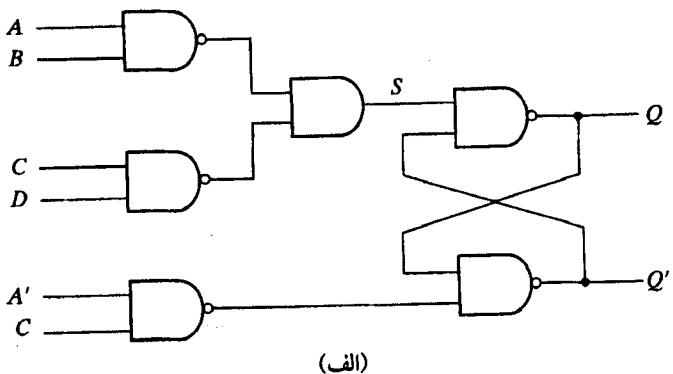
$$R = (A'C)'$$

این پیاده‌سازی در شکل ۹-۳۸ (الف) دیده می‌شود. به کمک دو گیت NAND و یک گیت AND تولید می‌شود. تابع بول برای خروجی Q برابرست با

$$Q = (Q'S)' = [Q'(AB)'(CD)']'$$

این تابع در شکل ۹-۳۸ (ب) با گیت‌های NAND دو طبقه تولید شده است. اگر خروجی Q برابر ۱ باشد، آنگاه Q' برابر ۰ است. اگر دو ورودی از سه ورودی یک لحظه به ۱ بروند، گیت NAND مربوط به خروجی Q در ۱ باقی خواهد ماند زیرا Q' در ۰ باقی می‌ماند.

شکل ۹-۳۸ (ب) نمونه مداری را نشان می‌دهد که در ساخت مدارهای ترتیبی غیرهمزان به کار



شکل ۹-۳۸. باده سازی لج

می‌رود. دو گیت NAND تشکیل دهنده لج معمولاً دو ورودی‌اند. با این وجود اگر توابع S و R حاوی دو جمله ضرب یا بیشتر در نمایش جمع حاصلضرب‌ها باشند، آنگاه گیت NAND متعلق به لج SR سه یا چند ورودی خواهد داشت. به این ترتیب دو جمله در عبارت جمع حاصلضرب‌های اولیه عبارتند از AB و CD که هر یک با گیت NAND پیاده‌سازی شده‌اند و خروجی آنها به ورودی NAND لج اعمال شده است. بنابراین هر متغیر حالت یک مدار دو طبقه با گیت‌های NAND است که هر جمله ضرب را در عبارت بولی اولیه S و R پیاده‌سازی می‌کند. طبقه دوم، اتصال تقاطعی لج SR را با ورودی‌هایی که از خروجی هر گیت NAND در اولین طبقه می‌آیند، تشکیل می‌دهد.

هزاردهای اساسی

آنچه را که تاکنون بررسی نمودیم هزاردهای ایستا و پویا بودند. نوع دیگری از هزاردها در مدارهای ترتیبی غیرهمزن و وجود دارند که به آن هزارد اساسی می‌گویند. هزارد اساسی توسط تأخیرهای نابرابر که در طی دو یا چند مسیر از یک ورودی سرچشمه می‌گیرند، تولید می‌گردد. تأخیری بیش از حد در یک وارونگر در مقایسه با تأخیر ناشی از پسخورد می‌تواند عامل تولید چنین هزاردهایی باشد. هزاردهای اساسی را نمی‌توان همچون هزاردهای ایستا با افزودن گیت اصلاح کرد. مشکل مربوط به آنها را می‌توان با تنظیم تأخیر در مسیر مربوطه حل کرد. برای اجتناب از هزاردهای اساسی، هر حلقه پسخورد باید با دقیق خاص مورد بررسی قرار گیرد و اطمینان حاصل شود که مسیر پسخورد به اندازه کافی در مقایسه با تأخیرهای دیگر سیگنال‌های واصله از پایانه‌های ورودی، طولانی است. به نظر می‌رسد این مشکل با توجه به وابستگی اش به مدار خاص و تأخیرهای متفاوت در مسیرهای مختلف، راه حل خاص در هر مدار را دارد.

۹-۸ مثال طراحی

اکنون در موقعیتی هستیم تا یک مثال طراحی، برای مدار ترتیبی غیرهمزن را به طور کامل بررسی کنیم. این مثال می‌تواند به عنوان مرجعی برای طراحی مدارهای مشابه دیگر مورد استفاده قرار گیرد. ما روش طراحی را با اجرای مراحل پیشنهادی زیر که در انتهای بخش ۹-۴ لیست شده نشان خواهیم داد.

- ۱- بیان ویژگی‌ها یا مشخصات طرح
- ۲- ایجاد جدول روند اصلی
- ۳- کاهش جدول روند با ادغام سطرها
- ۴- تخصیص حالت دودویی فاقد رقابت
- ۵- تهیه جدول گذر و نقشه خروجی
- ۶- تهیه نمودار منطقی به کمک لج‌های SR

ویژگی‌های طرح

می‌خواهیم یک فیلپ قلاب T که در لبه منفی تریگر شود را طراحی کنیم. مدار دارای دو ورودی، T،

جدول ۹-۶. مشخصات حالت‌های کلی

حالت	ورودی‌ها		خروجی Q	توضیحات
	T	C		
a	1	1	0	خروجی اولیه 0 است
b	1	0	1	بعد از حالت a
c	1	1	1	خروجی اولیه 1 است
d	1	0	0	بعد از حالت c
e	0	0	0	بعد از حالات d یا f
f	0	1	0	بعد از حالات e یا a
g	0	0	1	بعد از حالات b یا h
h	0	1	1	بعد از حالات g یا c

C و یک خروجی Q است. اگر $T = 1$ باشد و پالس ساعت C از 1 به 0 تغییر کند (تریگر باله منفی)، خروجی متمم می‌شود. در غیر این صورت تحت هر وضعیت ورودی دیگر، خروجی بدون تغییر باقی می‌ماند. اگرچه این مدار می‌تواند به عنوان یک فیلپ فلاپ در مدارهای ترتیبی ساعت دار مورد استفاده قرار گیرد، ولی طراحی درونی آن یک مسئله غیرهمzman است.

جدول روند اصلی

اگر در ابتدا جدولی از کلیه حالات ممکن در مدار تهیه کنیم، ایجاد جدول روند اولیه می‌تواند ساده‌تر شود. این کار در جدول ۹-۶ نشان داده شده است. ما با حالت $TC = 11$ شروع و آن را به حالت a متناسب می‌کنیم. وقتی که C از 1 به 0 می‌رود ولی T در 1 ثابت است، مدار به حالت b ارفته و خروجی Q از 0 به 1 متمم می‌شود. تغییر دیگر در خروجی وقتی رخ می‌دهد که مدار از حالت c به حالت d برود. در این حالت $TC = 1$ از 1 به 0 و خروجی از 1 به 0 متمم می‌شود. چهار حالت دیگر در جدول خروجی Q را عرض نمی‌کنند زیرا T برابر 0 است. اگر Q از ابتدا 0 باشد، در 0 باقی می‌ماند، و اگر در 1 باشد حتی با تغییر ورودی ساعت در همان 1 باقی خواهد ماند. این اطلاعات شش حالت کلی را نتیجه می‌دهند. توجه داشته باشید که گذر همزمان دو متغیر ورودی مثل 01 به 10 به حساب نیامده‌اند زیرا آنها شرایط عملکرد مدد اساسی را زیر سؤال می‌برند.

جدول روند اصلی در شکل ۹-۳۹ دیده می‌شود. اطلاعات جدول روند را می‌توان مستقیماً از شرایط لیست شده در جدول ۹-۶ بدست آورد. ما ابتدا یک مربع مربوط به هر حالت با ثبات در هر سطر را، طبق جدول، پر می‌کنیم. سپس در مربع‌هایی که ورود آنها با ورودی‌های متناظر در حالت پایدار دو اختلاف دارد خط تیره می‌گذاریم. آنگاه شرایط بی ثباتی با استفاده از اطلاعات لیست شده در زیر ستون توضیحات در جدول ۹-۶ معین می‌شود.

ادغام جدول روند

برای ادغام سطرهای جدول روند اصلی، ابتدا همه جفت حالات سازگار بدست می‌آیند. این کار با به

	TC			
	00	01	11	10
a	-,-	f,-	(a),0	b,-
b	g,-	-,-	c,-	(b),1
c	-,-	h,-	(c),1	d,-
d	e,-	-,-	a,-	(d),0
e	(e),0	f,-	-,-	d,-
f	e,-	(f),0	a,-	-,-
g	(g),1	h,-	-,-	b,-
h	g,-	(h),1	c,-	-,-

شکل ۹-۳۹. جدول روند اصلی

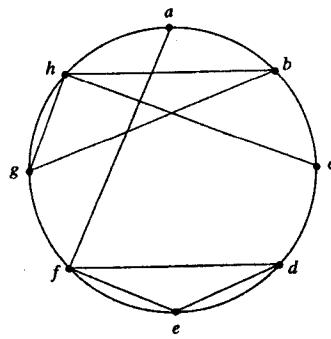
کارگیری جدول ایجاب شکل ۹-۴۰ انجام می‌شود. مربعاتی که دارای علامت تأیید (✓) هستند جفت‌های سازگار را تعریف می‌کنند:

(a,f) (b,g) (b,h) (c,h) (d,e) (d,f) (e,f) (g,h)

سازگارهای ماکزیمال از روی نمودار ادغام شکل ۹-۴۱ بدست می‌آیند. الگوهای هندسی موجود در

b	a,c X						
c	X b,d X						
d	b,d X	X a,t X					
e	b,d X	e,g X b,d X	f,h X	✓			
f	✓ e,g X a,c X	f,h X a,c X		✓	✓		
g	f,h X	✓ b,d X	e,g X b,d X	X	e,g X f,h X		
h	f,h X a,c X	✓	✓ d,e X c,f X	e,g X f,h X	X	✓	
a	b	c	d	e	f	g	

شکل ۹-۴۰. جدول ایجاب



شکل ۹-۴۱. نمودار ادغام

نمودار مذکور شامل دو مثلث و دو خط راست است. مجموعه سازگار ماکزیمال عبارت است از:

$$(a, f) \quad (b, g, h) \quad (c, h) \quad (d, e, f)$$

در این مثال خاص، مجموعه سازگارهای مینیمال، همان مجموعه سازگارهای ماکزیمال است. توجه کنید که شرط بسته بودن برقرار است زیرا هر چند h و f تکرار شده‌اند، ولی مجموعه فوق شامل هشت حالت اصلی جدول روند می‌باشد. شرط پوششی بودن نیز بر آورده شده است زیرا کلیه زوج‌های سازگار، طبق جدول ایجاب، دارای حالات موجب نیستند.

جدول کاهشی یافته در شکل ۹-۴۲ دیده می‌شود. شکل (الف) سمبل‌های حالت اولیه را داراست و لی سطرهای مربوطه را ادغام نموده است. مثلاً، حالت a و f سازگارند و به یک سطر کاهش یافته‌اند و لی سمبل‌های حرفی اولیه در آن حفظ شده است. به طور مشابه مجموعه سازگار دیگر حالات برای ادغام جدول روند در چهار سطر به کار رفته‌اند و هشت سمبل اولیه را نگهداشته‌اند. روش دیگر ترسیم جدول روند ادغام شده است که در قسمت (ب) شکل ملاحظه می‌شود. ما در اینجا به کلیه حالات پایدار در سطر ادغام شده یک سمبل حرفی مشترک نسبت داده‌ایم. بنابراین، سمبل f با a ، g و h با b جایگزین و به همین ترتیب در سطرهای بعدی عمل شده است. دومین جدول بهوضوح یک جدول روند چهار حالت را فقط با چهار سمبل حرفی نشان می‌دهد.

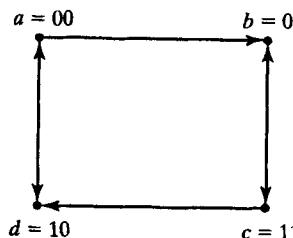
	00	01	TC	11	10
a	$d, -$	$(a, 0)$	$(a, 0)$	$(b, -)$	
b	$(b, 1)$	$(b, 1)$	$c, -$	$(b, 1)$	
c	$b, -$	$(c, 1)$	$(c, 1)$	$d, -$	
d	$(d, 0)$	$(d, 0)$	$a, -$	$(d, 0)$	

(ب)

	00	01	TC	11	10
a, f	$e, -$	$(f, 0)$	$(a, 0)$	$b, -$	
b, g, h	$(g, 1)$	$(h, 1)$	$c, -$	$(b, 1)$	
c, h	$g, 1$	$(h, 1)$	$(c, 1)$	$d, -$	
d, e, f	$(e, 0)$	$(f, 0)$	$a, -$	$(d, 0)$	

(الف)

شکل ۹-۴۲. جدول روند کاهشی یافته



شکل ۹-۴۳. نمودار گذر

تخصیص حالت و جدول گذر

قدم بعدی در طراحی یافتن تخصیص بی رقابت برای چهار حالت پایدار موجود در جدول روند کاهش یافته است. برای یافتن یک تخصیص هم‌جوار مناسب، ما نمودار گذر آن را طبق شکل ۹-۴۳ رسم می‌کنیم. در این مثال چون خطوط قطری وجود ندارد بدون نیاز به حالات اضافی می‌توان یک تخصیص هم‌جوار مناسب بدست آورد.

با جایگزینی تخصیص دودویی نمودار گذر در جدول روند کاهش یافته، جدول گذر شکل ۹-۴۴ بدست می‌آید. نقشه خروجی از جدول روند کاهش یافته حاصل می‌شود. خطوط تیره در بخش خروجی مقادیر تخصیصی بر طبق قواعد بربا شده در بخش ۹-۴ است.

نمودار منطقی

مداری که باید طراحی شود دارای دو متغیر حالت Y_1 و Y_2 و یک خروجی Q است. نقشه خروجی شکل ۹-۴۴ نشان می‌دهد که Q برابر با متغیر حالت Y_2 عالمی باشد. پیاده‌سازی مدار به دو لج SR نیاز دارد که هر کدام متعلق به یک متغیر حالت است. نقشه ورودی‌های S و R دو لج در شکل ۹-۴۵ آورده

		TC			
		00	01	11	10
$y_1 y_2$	00	0	0	0	X
	01	1	1	1	1
11	1	1	1	X	
10	0	0	0	0	

(ب) نقشه خروجی $Q = y_2$

		TC			
		00	01	11	10
$y_1 y_2$	00	10	(00)	(00)	01
	01	(01)	(01)	11	(01)
c = 11	01	(11)	(11)	10	
d = 10	(10)	(10)	00	(10)	

(الف) جدول گذر

شکل ۹-۴۴. جدول گذر و نقشه خروجی

		TC			
		00	01	11	10
y_1y_2	00	0	X	(X)	X
	01	(X)	X	0	X
y_1y_2	11	1	0	0	0
	10	0	0	(1)	0

$$R_1 = y_2 T' C' + y'_2 T C \quad (\text{ب})$$

		TC			
		00	01	11	10
y_1y_2	00	(1)	0	0	0
	01	0	0	(1)	0
y_1y_2	11	0	X	(X)	X
	10	(X)	X	0	X

$$S_1 = y_2 T C + y'_2 T' C' \quad (\text{الف})$$

		TC			
		00	01	11	10
y_1y_2	00	X	X	X	0
	01	0	0	0	0
y_1y_2	11	0	0	0	(1)
	10	X	X	X	(X)

$$R_2 = y_1 T C' \quad (\text{ت})$$

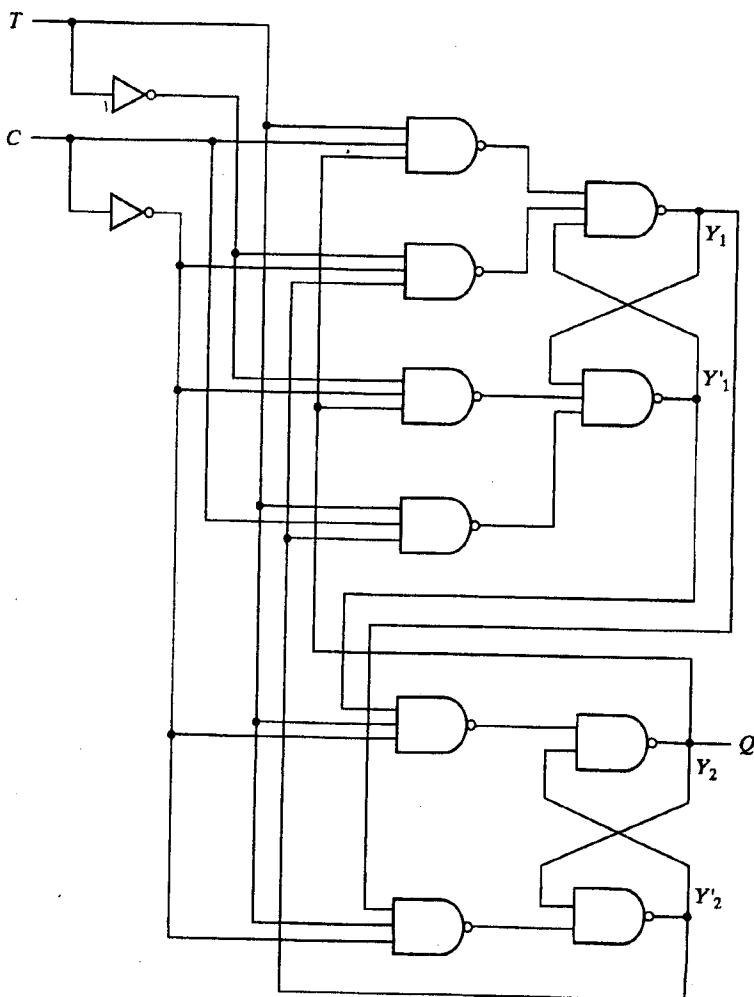
		TC			
		00	01	11	10
y_1y_2	00	0	0	0	(1)
	01	X	X	X	(X)
y_1y_2	11	X	X	X	0
	10	0	0	0	0

$$S_2 = y'_1 T C' \quad (\text{پ})$$

شکل ۹-۴۵. نقشه‌های ورودی‌های لج

شده‌اند. نقشه‌ها از اطلاعات موجود در جدول گذر و با استفاده از شرایط مشخص شده در جدول تحریک لج در شکل ۹-۱۴ (ب) بدست آمده‌اند. نمودار منطقی مدار در شکل ۹-۴۶ رسم شده است. در اینجا دو لج NAND با دو یا سه ورودی در هر گیت به کار رفته است. این پیاده‌سازی، مطابق با الگوی ایجاد شده در بخش ۹-۷ همراه با شکل ۹-۳۸ (ب) انجام شده است.

این مثال، پیچیدگی موجود در طراحی مدارهای ترتیبی همگام را نشان می‌دهد. برای بدست آوردن نمودار نهایی مدار می‌بایست ده نمودار تهیه کنیم. اگر چه بیشتر مدارهای دیجیتال همزمان هستند اما گاهی با عملیات غیرهمزن هم مواجه می‌شویم. خصوصیات مبنای ارائه شده در این فصل برای درک کامل نحوه عملکرد داخلی مدارهای دیجیتال ضروری می‌باشد.

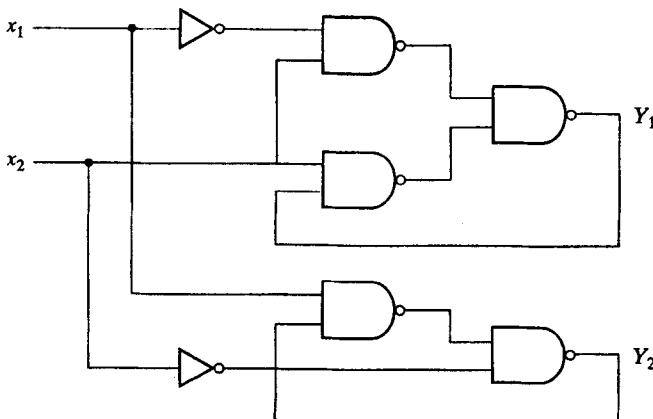


شکل ۹-۴۶. نمودار منطقی یک فلیپ فلاپ T که در لب منفی تریگر می‌شود.

مسائل

- ۱-۹ (الف) تفاوت بین مدارهای ترتیبی همزمان و غیرهمزمان را شرح دهد.
 (ب) عملیات مذ اساسی را تعریف کنید.
 (پ) تفاوت بین حالات پایدار و ناپایدار را شرح دهد.
 (ت) تفاوت بین یک حالت داخلی و یک حالت کلی چیست؟

۹-۲ جدول گذار مدار ترتیبی غیرهمزمان شکل (م ۹-۲) را بدست آورید. رشته حالات داخلی $Y_1 Y_2$ را برای رشته ورودی‌های زیر مشخص کنید.
 $x_1 x_2 : 00, 10, 11, 01, 11, 10, 00$



شکل (م ۹-۲)

۹-۳ یک مدار ترتیبی غیرهمزمان با توابع تحریک و خروجی زیر تعریف شده است:

$$Y = x_1 x_2' + (x_1 + x_2')y$$

$$z = y$$

(الف) نمودار منطقی مدار را بکشید.

(ب) جدول گذار و نقشه خروجی را بکشید.

(پ) جدول روند دو حالتی را تهیه کنید.

(ت) رفتار مدار را شرح دهید.

۹-۴ یک مدار ترتیبی غیرهمزمان دارای دو حالت داخلی و یک خروجی است توابع تحریک و خروجی توصیف کننده مدار به این شرح هستند.

$$Y_1 = x_1 x_2 + x_1 y_2' + x_2' y_1$$

$$Y_2 = x_2 + x_1 y_1' y_2 + x_1' y_1$$

$$z = x_2 + y_1$$

(الف) نمودار منطقی مدار را رسم کنید.

(ب) جدول گذار و نقشه خروجی را بدست آورید.

(پ) جدول روند را برای مدار بدست آورید.

		00	01	11	10	
		a	(a), 0	b , -	c , -	(a), 1
		b	a , -	(b), 0	(b), 0	c , -
		c	a , -	b , -	(c), 1	(c), 0

شکل (م ۹-۵)

۹-۵ جدول روند شکل (م-۵) را با تخصیص مقادیر دودویی $a = 11$ ، $b = 01$ و $c = 00$ به جدول گذر تبدیل کنید.

(الف) به چهارمین حالت اضافی مقادیری تخصیص دهید تا از رقابت بحرانی اجتناب شود.

(ب) به حالات بی اهمیت خروجی هایی تخصیص دهید تا از خروجی های نادرست لحظه ای جلوگیری شود.

(پ) نمودار منطقی مدار را بدست آورید.

۹-۶ جدول (م-۶) را بررسی کرده و همه شرایط رقابت را معین نماید و بگویید بحرانی آند یا غیر بحرانی. آیا چرخه یا سیکلی هم در جدول وجود دارد یا خیر.

		x_1x_2			
		00	01	11	10
y_1y_2	00	10	(00)	11	10
	01	(01)	00	10	10
11	01	01	00	(11)	(11)
	10	11	00	(10)	(10)

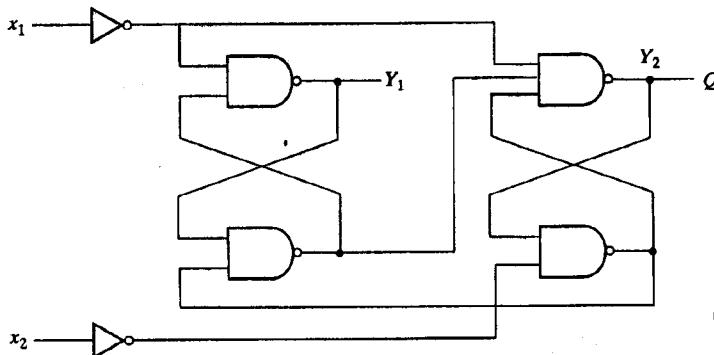
شکل (م-۶)

۹-۷ لج SR را همراه با کنترل در شکل ۵-۵ تحلیل نمایید. جدول گذر را بدست آورده و نشان دهید که وقتی هر سه ورودی ۱ باشند مدار بی ثبات یا ناپایدار است.

۹-۸ نمودار شکل ۵-۵ (الف) را برای تبدیل به یک لج نوع JK اصلاح کنید. برای انجام این کار دو مسیر پسخورد از خروجی ها به ورودی ها وصل نمایید. نشان دهید که وقتی $1 = K = J$ و $C = 1$ است مدار ناپایدار می باشد.

۹-۹ برای مدار ترتیبی غیر همزمان شکل (م-۹)،
(الف) توابع بول را برای خروجی های Y_1 ، Y_2 دو لج SR بدست آورید. وقتی که ورودی S دومین لج ۱'ا نداشته باشد.

(ب) جدول گذر و نقشه خروجی مدار را بدست آورید.



شکل (م-۹)

۹-۱۰ مدار تعریف شده در مسئله ۳-۹ را با لج SR نوع NOR پیاده سازی کنید. پیاده سازی را با لج SR نوع NAND هم تکرار نمایید.

۹-۱۱ مدار تعریف شده در مسئله ۹-۴ را با لج های SR نوع NAND پیاده سازی نماید.

۹-۱۲ یک جدول روند اصلی برای یک مدار با دو ورودی x_1 و x_2 و دو خروجی z_1 و z_2 بدست آورید به نحوی که چهار شرط زیر برقرار باشد:

(الف) وقتی $00 = x_1x_2 = 0$ است، خروجی $00 = z_1z_2 = 0$ باشد.

(ب) اگر $1 = x_1 = x_2$ باز $0 = 1$ تغییر نماید، خروجی $01 = z_1z_2 = 1$ باشد.

(پ) اگر $1 = x_2 = x_1$ باز $0 = 1$ عوض شود دو خروجی $10 = z_1z_2 = 0$ خواهد بود.

۹-۱۳ یک چراغ ترافیک در تقاطع یک جاده با راه آهن نصب شده است. این چراغ با دو کلید که روی ریل به فاصله یک مایلی از نقطه تقاطع نصب اند کنترل می شود. وقتی قطار روی کلیدی واقع می شود، آن کلید وصل می گردد، در غیر این صورت قطع خواهد شد. در یک مایلی قطار از تقاطع، چراغ از سبز (منطق ۰) به قرمز (منطق ۱) تبدیل می گردد. وقتی که قطار یک مایل از تقاطع دور شد لامپ به رنگ سبز باز می گردد. توجه کنید که طول قطار کمتر از ۲ مایل است.

(الف) جدول روند اصلی را برای مدار بدست آورید.

(ب) نشان دهید که جدول روند قابل کاهش به ۴ سطر است.

۹-۱۴ می خواهیم یک مدار ترتیبی با دو ورودی x_1 و x_2 و یک خروجی z طراحی کنیم. ابتدا هر دو ورودی برابر ۰ اند. وقتی x_1 یا x_2 برابر ۱ شوند، $z = 1$ می گردد. اگر دو مین ورودی هم ۱ شود، خروجی به ۰ تغییر می کند. بازگشت مدار به حالت اولیه، خروجی در ۰ باقی میماند.

(الف) برای مدار یک جدول روند اصلی بدست آورید و نشان دهید که این جدول قابل کاهش به شکل (۹-۱۴) است.

(ب) طراحی مدار را تکمیل نمایید.

	00	01	11	10
a	(a), 0	(a), 1	b, -	(a), 1
b	a, -	(b), 0	(b), 0	(b), 0

شکل (۹-۱۴)

۹-۱۵ مقادیر خروجی را به حالات بی اهمیت در جدول روند شکل (۹-۱۵) طوری تخصیص دهید که از

	00	01	11	10
a	(a), 0	b, -	b, -	(a), 0
b	a, -	(b), 0	(b), 1	c, -
c	b, -	d, -	(c), 1	(c), 1
d	(d), 0	(d), 1	c, -	a, -

(ب)

	00	01	11	10
a	(a), 0	b, -	- , -	d, -
b	a, -	(b), 1	(b), 1	c, -
c	b, -	- , -	b, -	(c), 0
d	c, -	(d), 1	c, -	(d), 1

(الف)

شکل (۹-۱۵)

پالس های گزرا در خروجی اجتناب شود.

- ۱۶- با استفاده از روش جدول ایجاب، نشان دهید که جدول حالت ۵-۷ بیش از این کاهش نمی‌یابد.
- ۱۷- تعداد حالات جدول حالت مسئله ۵-۱۲ را کاهش دهید. از جدول ایجاب استفاده کنید.
- ۱۸- هر یک از جدول روند اصلی در شکل (م ۹-۱۸) را ادغام کنید. این کار را به طریق زیر اجرا نمایید.
- (الف) همه جفت‌های سازگار را به کمک جدول ایجاب بدست آورید.
- (ب) سازگارهای ماکریمال را با نمودار ادغام بدست آورید.
- (پ) مجموعه مینیمال از سازگارهایی که همه حالات را پوشش داده و بسته باشند، پیدا کنید.

	00	01	11	10
a	(a) 1	f, -	- , -	e, -
b	c, -	- , -	j, -	(b) 0
c	(c) 0	d, -	- , -	b, -
d	c, -	(d) 0	g, -	- , -
e	a, -	- , -	g, -	(e) 1
f	a, -	(f) 1	g, -	- , -
g	- , -	d, -	(g) 0	k, -
h	(h) 0	d, -	- , -	k, -
j	- , -	f, -	(j) 1	b, -
k	a, -	- , -	j, 1	(k) 0

(ب)

	00	01	11	10
a	(a) 0	b, -	- , -	e, -
b	a, -	(b) 0	c, -	- , -
c	- , -	d, -	(c) 0	h, -
d	a, -	(d) 1	- , -	- , -
e	a, -	- , -	f, -	(e) 0
f	- , -	g, -	(f) 0	h, -
g	a, -	(g) 0	- , -	- , -
h	a, -	- , -	- , -	(h) 0

(الف)

(م ۹-۱۸)

- ۱۹- (الف) یک انتساب حالت دودویی برای جدول روند کاهش یافته شکل (م ۹-۱۹) بدست آورید. از شرایط بحرانی دوری نمایید.

x_1x_2

	00	01	11	10
a	(a) 0	(a) 1	b, -	d, -
b	a, -	(b) 0	(b) 0	c, -
c	a, -	- , -	d, -	(c) 0
d	a, -	a, -	(d) 1	(d) 1

(م ۹-۱۹)

مسائل

۹-۲۰ یک تخصیص حالت فاقد رقابت بحرانی برای جدول روند شکل (م ۹-۲۰) پیدا کنید.

	00	01	11	10
a	(a)	d	(a)	c
b	a	(b)	(b)	d
c	d	(c)	b	(c)
d	(d)	(d)	e	(d)
e	f	c	(e)	c
f	(f)	b	a	(f)

شکل (م ۹-۲۰)

۹-۲۱ جدول روند شکل (م ۹-۲۱) را ملاحظه نمایید.

(الف) نمودار گذر را بدست آورده و نشان دهید که برای یک تخصیص حالت دودویی فاقد رقابت سه متغیر لازم است.

(ب) با کمک تخصیص روش چندسطربی جدول روندگسترش یافته را طبق شکل (م ۹-۳۲) بدست آورید.

۹-۲۲ مداری پیدا کنید که فاقد هزارد استا یا استاتیک بوده وتابع بولی زیر را پیاده سازی نمایید.

$$F(A, B, C, D) = \Sigma(0, 2, 6, 7, 8, 10, 12)$$

۹-۲۳ نمودار منطقی عبارت ضرب حاصل جمع های زیر رارسم کنید.

$$Y = (x_1 + x'_2)(x_2 + x_3)$$

نشان دهید که وقتی x_1 و x_3 هر دو برابر 0 اند و x_2 از 0 به 1 می رود یک هزارد 0 استا تولید می شود. با افزودن یک گیت OR راهی برای حذف آن بدست آورید.

۹-۲۴ عبارات بولی یک لج SR به قرار زیراند:

$$S = x'_1 x'_2 x_3 + x_1 x_2 x_3$$

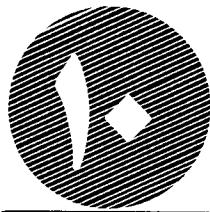
$$R = x_1 x'_2 + x_2 x'_3$$

نمودار مدار را با استفاده از حداقل گیت های NAND مشخص کنید.

۹-۲۵ طراحی مدار مسئله ۹-۱۳ را تکمیل نمایید.

مراجع

1. Hill, F. J., and G. R. PETERSON. 1981. *Introduction to Switching Theory and Logical Design*, 3rd Ed. New York: John Wiley.
2. KOHAVI, Z. 1978. *Switching and Automata Theory*, 2nd Ed. New York: McGraw-Hill.
3. MCCLUSKEY, E. J. 1986. *Logic Design Principles*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.



مدارهای مجتمع دیجیتال

۱۰-۱ مقدمه

در بخش ۲-۸ مدار مجتمع (IC) و خانواده‌های منطقی دیجیتال معرفی شدند. این فصل مدارهای الکترونیک را در هر مدار مجتمع منطقی مورد بررسی قرار داده عملکرد الکتریکی آنها را مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌دهد. در ادامه بحث اطلاعات اولیه‌ای در مورد مدارهای الکتریکی لازم است.

خانواده‌های مدارهای مجتمع مورد مطالعه به قرار زیرند:

RTL	منطق مقاومت ترانزیستور
DTL	منطق دیود ترانزیستور
TTL	منطق ترانزیستور- ترانزیستور
ECL	منطق کوپل‌آزمایتر
MOS	فلز- اکسید نیمه‌هادی
CMOS	فلز- اکسید نیمه‌هادی متمم (یامکمل)

دو خانواده اول، RTL و DTL دارای ارزش تاریخی اند زیرا در حال حاضر در طراحی سیستم‌های دیجیتال به کار نمی‌روند. RTL اولین خانواده تجاری بود که به صورت گسترش‌ای مورد استفاده قرار گرفت و چون نقطه شروع خوبی برای تشریح اعمال گیت‌های منطقی می‌باشد از آن استفاده شده است. مدارهای DTL با TTL جایگزین شدند. در واقع TTL فرم اصلاح شده گیت DTL است. طرز کار گیت TTL پس از تحلیل گیت DTL قابل فهم تر است. TTL، ECL، CMOS و TTL تعداد زیادی از مدارهایSSI، VLSI، LSI و MSI را شامل می‌شوند.

مدار پایه در هر یک از خانواده‌ها، گیت NOR یا NAND است. این مدار پایه بلوک ساختار اصلی است که دیگر اجزاء دیجیتال پیچیده‌تر از آن بدست می‌آیند. هر خانواده از مدارهای مجتمع دارای برگه

ورودی ها		خروجی
x	y	z
L	L	H
L	H	H
H	L	H
H	H	L



شکل ۱۰-۱. گیت NAND منطق مثبت

اطلاعاتی است که همه مدارهای مجتمع را لیست می‌نماید. اختلاف بین توابع منطقی حاصل از هر
خانواده منطقی به اندازه اختلاف در مشخصات یک گیت پایه نیست.

گیت‌های NOR و NAND معمولاً به وسیله توابع بولی تعریف می‌شوند و این توابع عباراتی از
متغیرهای دودویی را پیاده‌سازی می‌کنند. هنگام تحلیل این گیت‌ها به عنوان مدارهای الکترونیک، لازم
است رابطه ورودی- خروجی آنها بر حسب ولتاژ سطح بالاکه با H نشان داده می‌شود و سطح پایین که با L
نمایش داده می‌شود، مورد تفحص قرار گیرد. همانطور که در بخش ۲-۸ ذکر شد تخصیص ۱ به H،
سیستم منطق مثبت و تخصیص ۰ به L، سیستم منطقی منفی را تعریف می‌کند. جدول درستی رفتار
گیت NAND بر حسب H و L با منطق مثبت در شکل ۱۰-۱ ملاحظه می‌شود. توجه دارید، مدامی که
یک یا چند ورودی در سطح پایین است، خروجی در سطح بالاست. رفتار یک گیت NAND با منطق
مثبت در مقابل یک سیگنال بالا و پایین به طریق زیر بیان می‌شود:

اگر هر یک از ورودی‌های گیت NAND در سطح پایین باشد، خروجی در سطح منطقی بالاست.
اگر همه ورودی‌های گیت NAND بالا باشد، خروجی پایین است.

جدول درستی یک گیت NOR با منطق مثبت در شکل ۱۰-۲ دیده می‌شود.

خروجی گیت NOR هنگامی پایین است که یک یا چند ورودی آن بالا باشد. خروجی هنگامی
بالاست که همه ورودی‌ها پایین باشد. رفتار یک گیت NOR با منطق مثبت بر حسب سطح سیگنال‌ها را
چنین می‌توان بیان کرد:

اگر هر یک از ورودی‌های گیت NOR در سطح بالا باشد، خروجی پایین است.

اگر همه ورودی‌های گیت NOR در سطح پایین باشند خروجی بالاست.

این عبارات را برای NAND و NOR باید به خاطر سپرده زیرا از آنها در طول تحلیل گیت‌های
الکترونیک در این فصل استفاده خواهد شد.

ورودی		خروجی
x	y	z
L	L	H
L	H	L
H	L	L
H	H	L



شکل ۱۰-۲. گیت NOR منطق منفی

یک ترانزیستور پیوندی دو قطبی (BJT) می‌تواند از نوع pnp یا npn باشد. بر عکس ترانزیستورهای اثر میدان (FET) را تک قطبی می‌گویند. عملکرد ترانزیستور دو قطبی براساس جریان دو نوع حامل بار یعنی الکترون و حفره است. ترانزیستور تک قطبی به جریان یک نوع بار که ممکن است الکترون (کانال n) یا حفره‌ها (کانال P) باشد وابسته است. چهار خانواده اول یعنی RTL، DTL، ECL و TTL از ترانزیستورهای دو قطبی استفاده می‌کنند. دو خانواده آخر، یعنی MOS و CMOS، نوعی از ترانزیستور تک قطبی به نام ترانزیستور اثر میدان فلز-اکسید-نیمه‌هادی را به کار می‌برند و به طور خلاصه به آن MOSFET یا خلاصه‌تر MOS گویند.

در این فصل، رایج‌ترین مشخصه‌های خانواده‌های منطقی را با هم مقایسه می‌کنیم. آنگاه خواص ترانزیستور را توصیف کرده و گیت‌های پایه را در خانواده‌های منطقی تحلیل می‌نماییم. سپس عملکرد ترانزیستور MOS را توضیح داده و گیت‌های پایه دو خانواده را معرفی خواهیم کرد.

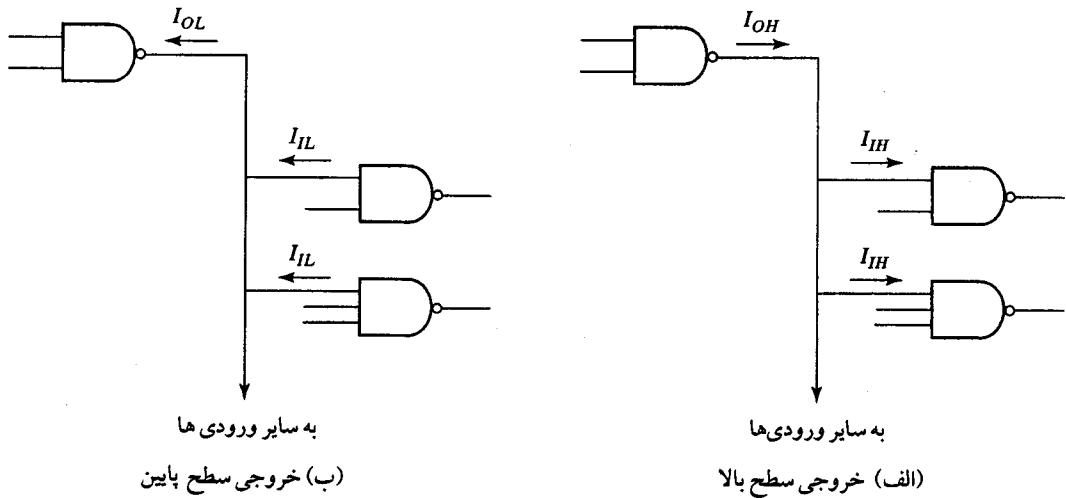
۱۰-۲ مشخصات ویژه

مشخصات خانواده‌های منطقی دیجیتال معمولاً با تحلیل مدار گیت پایه در هر خانواده با هم مقایسه می‌شوند. مهمترین پارامترهای مورد ارزیابی و مقایسه عبارتند از گنجایش خروجی، توان مصرفی، تأخیر انتشار و حد پارازیتی. ما ابتدا خصوصیات این پارامترها را شرح داده و سپس آنها را برای مقایسه خانواده‌های منطقی مجتمع به کار خواهیم برد.

گنجایش خروجی

گنجایش خروجی یک گیت نشان دهنده تعداد بارهای استانداردی است که بدون تخریب عملکرد معمولی آن به خروجی گیت وصل شود. معمولاً بار استاندارد به عنوان جریان لازم به وسیله گیت بعدی از همان خانواده تعریف می‌گردد. گاهی اوقات جمله بارشدن به جای گنجایش خروجی به کار می‌رود. جمله فوق به این علت به کار رفته که خروجی یک گیت مقدار محدودی از جریان را تهیه می‌نماید و بیش از آن قادر به ادامه کار صحیح نمی‌باشد. در این حالت گوییم خروجی فرابار شده است. معمولاً خروجی یک گیت به ورودی گیت دیگر وصل می‌شود. هر ورودی مقدار معینی جریان را از خروجی مصرف می‌کند در نتیجه هر اتصال اضافی به مقدار بار گیت منبع خواهد افزود. قوانین بارشدن حد اکثر بار مجاز را برای خروجی هر گیت از یک خانواده تعریف می‌کنند. تجاوز از مقدار بار حد اکثر ممکن است سبب آسیب دیدگی شود زیرا مدار قادر به تحویل توان تقاضا شده نمی‌باشد. گنجایش خروجی تعداد حد اکثر ورودی‌هایی است که به یک خروجی قابل اتصال می‌باشد و با یک عدد بیان می‌شود.

گنجایش خروجی را با توجه به جریان موجود در خروجی یک گیت و مقدار جریان لازم برای ورودی محاسبه می‌کنند. به اتصالات شکل ۱۰-۳ توجه نمایید. خروجی یک گیت به یک یا چند ورودی گیت دیگر وصل شده است. خروجی گیت در شکل ۱۰-۳ (الف) در سطح بالای ولتاژ قرار دارد. این خروجی یک منع جریان I_{OH} را برای همه ورودی‌های گیت‌های دیگر فراهم می‌نماید. هر ورودی،



شکل ۱۰-۳. محاسبه گنجایش خروجی

برای انجام کار صحیح نیاز به یک جریان I_{IH} دارد. به طور مشابه در شکل ۱۰-۳ (ب) خروجی گیت در سطح پایین ولتاژ است. در این حالت جریان فروکشی از تمام ورودی‌های گیت‌ها به خروجی گیت منبع به وجود خواهد آمد. هر ورودی گیت جریان I_{IL} خود را فراهم می‌سازد. گنجایش خروجی یک گیت از نسبت کوچکتر I_{OH}/I_{IH} یا I_{OL}/I_{IL} محاسبه می‌شود (هر کدام که کوچکتر باشد). مثلاً گیت‌های TTL استاندارد دارای مقادیر زیر برای جریان‌ها هستند:

$$I_{OH} = 400 \mu\text{A}$$

$$I_{IH} = 40 \mu\text{A}$$

$$I_{OL} = 16 \text{ mA}$$

$$I_{IL} = 1.6 \text{ mA}$$

در این حالت هر دو نسبت، یک عدد را بدست می‌دهند.

$$\frac{400 \mu\text{A}}{40 \mu\text{A}} = \frac{16 \text{ mA}}{1.6 \text{ mA}} = 10$$

بنابراین گنجایش خروجی TTL استاندارد 10 است. این بدان معنی است که خروجی یک گیت TTL را نمی‌توان به بیش از 10 ورودی از گیت‌های همان خانواده منطقی وصل کرد. در غیر این صورت گیت قادر نخواهد بود جریان لازم برای ورودی‌های متصل به خود تولید و یا فروکش کند.

توان مصرفی

هر مدار الکترونیک کار به توان معینی نیاز دارد. توان مصرفی پارامتری است که بر حسب میلی وات (mW) بیان شده و مقدار توان لازم هر گیت را نشان می‌دهد. عددی که این پارامتر را نشان می‌دهد

به معنی توان انتقال یافته از گیت دیگر نیست، بلکه به معنی توان منتقله از منبع تغذیه متصل به همان گیت است. یک مدار مجتمع با چهار گیت چهار برابر توانی را لازم دارد که یک گیت مصرف می‌کند. توان مصرفی در هر گیت از ولتاژ تغذیه V_{CC} و جریان کشیده شده به وسیله مدار I_{CC} محاسبه می‌گردد. در واقع توان حاصلضرب $I_{CC} \times V_{CC}$ است. جریان کشیده شده از منبع تغذیه به حالت منطقی گیت بستگی دارد. این جریان وقتی که خروجی گیت در سطح بالای ولتاژ است I_{CCH} نامیده می‌شود. در سطح پایین ولتاژ، جریان I_{CCL} است. جریان متوسط برابر است با

$$I_{CC}(\text{avg}) = \frac{I_{CCH} + I_{CCL}}{2}$$

و برای محاسبه توان مصرفی به کار می‌رود:

$$P_D(\text{avg}) = I_{CC}(\text{avg}) \times V_{CC}$$

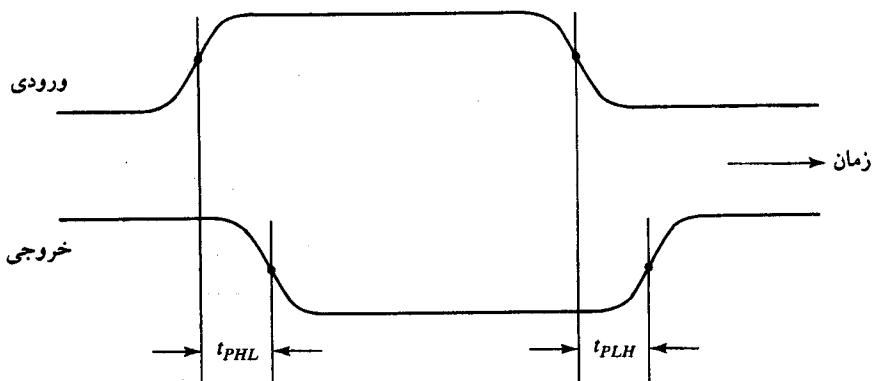
مثالاً یک گیت TTL NAND از یک ولتاژ تغذیه $V_{CC} = 5V$ استفاده می‌کند و جریان فروکش آن $I_{CC} = 1mA$ و $I_{CCL} = 3mA$ است. متوسط جریان $\frac{3+1}{2} = 2mA$ خواهد بود. توان متوسط مصرفی $5 \times 2 = 10mW$ خواهد شد. مدار مجتمعی که دارای چهار گیت است جمماً $10 \times 4 = 40mW$ توان لازم دارد. در یک سیستم دیجیتال نوعی، تعداد قابل توجهی مدار مجتمع وجود دارد و توان مصرفی به وسیله هر آی سی باید مورد ملاحظه قرار گیرد. توان کل مصرفی در یک سیستم جمع کل توانهای مصرفی در همه مدارهای مجتمع است.

تأخیر انتشار

تأخیر انتشار یک گیت، متوسط تأخیر انتشار زمانی است که طی آن تغییر حالت سیگنال در ورودی، به خروجی منتقل می‌گردد. انتشار سیگنال‌ها از ورودی به خروجی یک گیت مدت زمان معینی طول می‌کشد. این فاصله زمانی همان تأخیر انتشار است. این زمان بر حسب نانو ثانیه محاسبه می‌شود. هر نانو ثانیه 10^{-9} ثانیه است.

سیگنال‌ها حين انتقال از ورودی‌ها به خروجی‌های یک مدار دیجیتال، از یک سری گیت‌ها می‌گذرند. مجموع تأخیرهای انتشار از گیت‌ها برابر با کل تأخیر در مدار است. هنگامی که سرعت عمل اهمیت دارد، هر گیت باید تأخیر انتشار کوتاهی داشته و مدار دیجیتال هم باید حداقل تعداد گیت‌ها را بین ورودی و خروجی دارا باشد.

زمان تأخیر انتشار متوسط هر گیت با توجه به شکل موج‌های ورودی و خروجی، مطابق شکل ۴-۱۰ محاسبه می‌گردد. زمان تأخیر سیگنال بین ورودی و خروجی به هنگام تغییر خروجی از ۱ به ۰ را t_{PHL} نامند. بطور مشابه وقتی خروجی از ۰ به ۱ می‌رود، تأخیر را t_{PLH} خوانند. رسم بر این است که تا فاصله زمانی بین ۵۰ درصد از تغییر حالت در ورودی و خروجی اندازه‌گیری شود. به طور کلی این دو تأخیر با یکدیگر برابر نیستند و هر دو با تغییر شرایط بار تغییر می‌کنند. زمان متوسط تأخیر انتشار به عنوان متوسط دو تأخیر در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۱۰-۴. اندازه گیری تأخیر زمانی

به عنوان مثال، تأخیرها در یک گیت TTL استاندارد عبارتند از $t_{PLH} = 7\text{ns}$ ، $t_{PHL} = 11\text{ns}$. این کمیت‌ها در کتابچه‌های اطلاعات TTL وارد شده و با بار 400Ω و ظرفیت خازنی 15PF در نظر گرفته شده است. زمان متوسط تأخیر انتشار گیت TTL برابر $9\text{ns} = \frac{1}{2}(7 + 11)$ می‌باشد.

تحت شرایطی خاص، دانستن حداکثر زمان تأخیر یک گیت از مقدار متوسط آن اهمیت بیشتری دارد. در کتابچه‌های اطلاعات، تأخیرهای انتشار برای یک گیت NAND برابر با $t_{PLH} = 15\text{ns}$ و $t_{PHL} = 22\text{ns}$ اعلام شده است. وقتی که سرعت از اهمیت بالاتری برخوردار است باید تأخیر ماکزیمم را در نظر گرفت تا از عملکرد صحیح اطمینان حاصل شود.

سیگنال‌های ورودی در بسیاری از مدارهای دیجیتال، به طور همزمان به بیش از یک گیت اعمال می‌گردد. همه گیت‌های متصل به ورودی‌های پیرونی، سطح منطقی اول را تشکیل می‌دهند. گیتی که حداقل یک ورودی از خروجی گیت‌های سطح اول دریافت کند، در سطح دوم قرار دارد و به همین ترتیب گیت‌های سطوح بالاتر می‌باشند. تأخیر انتشار کل مدار برابرست با تأخیر انتشار یک گیت ضرب در تعداد سطوح منطقی مدار. بنابراین کاهش در تعداد سطوح منطقی موجب کاهش زمان تأخیر سیگنال و بنابراین سریع تر شدن آن خواهد شد. در مواردی که سرعت عمل اهمیت دارد کاهش تأخیر انتشار در مدارها مهمتر از کاهش تعداد کل گیت‌هاست.

حد پارازیت

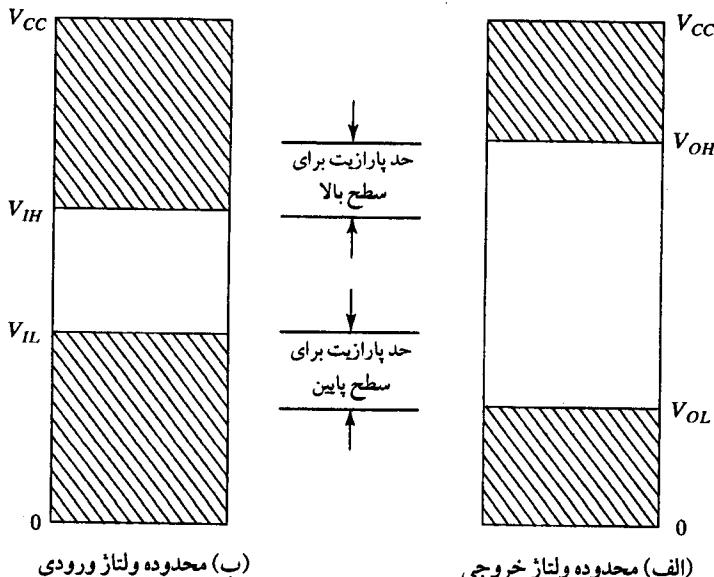
در صنعت و دیگر فعالیت‌های مشابه، سیگنال‌های الکتریکی قادرند ولتاژهای القایی نامطلوبی را در سیستم‌های رابط بین مدارهای منطقی ایجاد کنند. این سیگنال‌های ناخواسته را پارازیت می‌نامند. دو نوع سیگنال قابل بررسی وجود دارد. یکی پارازیت DC است که به علت انحراف سطوح ولتاژ یک سیگنال ایجاد می‌شود و دیگری پارازیت AC است که ممکن است توسط تغییر سطح سیگنال‌های دیگر تولید گردد. بنابراین پارازیت کلمه‌ای است که برای درک وجود یک سیگنال ناخواسته بر روی یک

سیگنال معمول در مدار به کار می‌رود. حد پارازیت حداکثر ولتاژ پارازیتی است که به سیگنال ورودی اضافه شده ولی سبب تغییر ناخواسته‌ای در خروجی مدار نمی‌گردد. توان کار یک مدار در یک محیط پارازیت دار از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. حد پارازیت برسانید ولت بیان شده و بیانگر حداکثر ولتاژی است که به وسیله گیت قابل تحمل است.

حد پارازیت با آگاهی از سیگنال ولتاژ موجود در خروجی و سیگنال ولتاژ در ورودی گیت قابل محاسبه است. شکل ۱۰-۵ سیگنال‌های مورد استفاده در حد پارازیت را نشان می‌دهد. بخش (الف) محدوده ولتاژهای خروجی که در یک گیت نمونه رخ می‌دهد، را نمایش می‌دهد. هر ولتاژ خروجی واقع در بین V_{OH} و V_{CC} به عنوان حالت سطح بالا و هر ولتاژ بین ۰ و V_{OL} در خروجی گیت به عنوان سطح پایین تلقی می‌گردد. ولتاژهای بین V_{OH} و V_{OL} نامعین هستند و تحت شرایط عادی به جزء هنگام گذرنمایش دو سطح ظاهر نمی‌گردند. محدوده دو سطح ولتاژ قابل تشخیص به وسیله ورودی گیت، در شکل ۱۰-۵ (ب) دیده می‌شوند. برای جبران هر سیگنال پارازیت، مدار باید طوری طراحی شود که V_{IL} بزرگتر از V_{OL} و V_{IH} کمتر از V_{OH} باشند. حد پارازیت تفاضل کوچکتر دو مقدار $V_{OH} - V_{IH}$ یا $V_{IL} - V_{OL}$ است.

همانگونه که در شکل ۱۰-۵ تشریح شد، V_{OL} حداکثر ولتاژی است که خروجی می‌تواند در سطح پایین دارا باشد. مدار قادر است تا هر سیگنال پارازیت کمتر از حد پارازیت ($V_{IL} - V_{OL}$) را تحمل کند زیرا ورودی سیگنال را در سطح پایین تشخیص خواهد داد. هر سیگنال بزرگتر از V_{OL} به علاوه حد پارازیت، ورودی را به ناحیه نامعین می‌فرستد و ممکن است سبب بروز خطأ در خروجی گردد. به طریق مشابه، یک پارازیت منفی بزرگتر از $V_{IH} - V_{OL}$ ، ولتاژ ورودی را به ناحیه نامعین خواهد فرستاد.

پارامترهای حد پارازیت در گیت TTL، NAND استاندارد $V_{IH} = 2V$ ، $V_{OL} = 0.4V$ ، $V_{OH} = 2.4V$



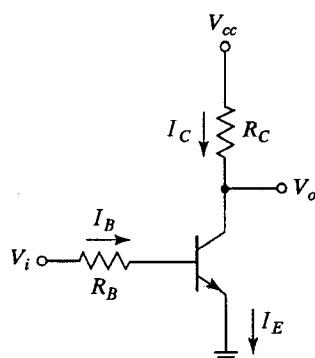
شکل ۱۰-۵. سیگنال‌ها برای ارزیابی حد پارازیت

$V_{IL} = 0.8V$ می باشند. حد پارازیت سطح بالا $= 0.4V$ و حد پایین آن $= 0.4V - 0.8V = 0.4V$ است. در این حالت هر دو مقدار یکی هستند.

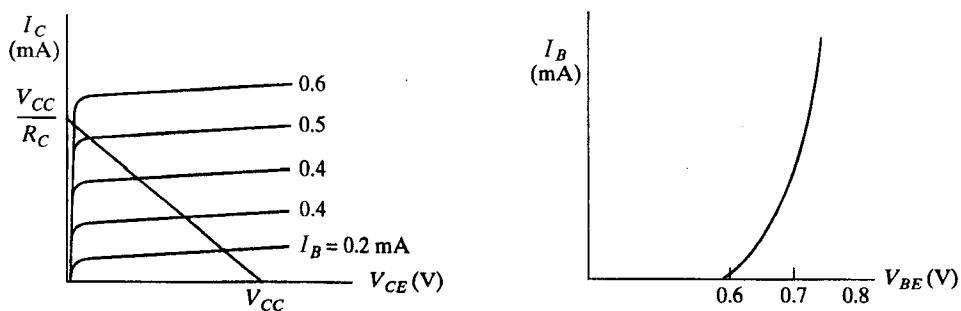
۱۰-۳ مشخصه های ترانزیستور دوقطبی

این بخش به مروری بر ترانزیستور دوقطبی به کار رفته در مدارهای دیجیتال اختصاص یافته است. این اطلاعات برای تحلیل مدار پایه مورد استفاده در چهار خانواده منطقی دوقطبی به کار می رود. ترانزیستورهای دوقطبی ممکن است از نوع $n-p-n$ یا $p-n-p$ باشند. به علاوه، آنها از مواد نیمه هادی سیلیکان یا ژرمانیوم ساخته شده‌اند. معمولاً ترانزیستورهای مدار مجتمع (IC) با سیلیکان ساخته شده و اغلب از نوع $n-p-n$ هستند.

اطلاعات اولیه مورد نیاز جهت تحلیل مدارهای دیجیتال را می‌توان با بررسی منحنی‌های ترانزیستور امیتر مشترک نوع سیلیکان با پیوند $n-p-n$ شکل ۱۰-۶، بدست آورده. مدار (الف) یک وارونگر ساده با دو مقاومت و یک ترانزیستور است. جریان I_C از مقاومت R_C و کلکتور ترانزیستور عبور می‌کند. جریان I_B از مقاومت R_B و بیس ترانزیستور می‌گذرد. امیتر به زمین وصل است و جریان آن $I_E = I_C + I_B$ می‌باشد. ولتاژ تغذیه بین V_{CC} و زمین قرار دارد. ورودی هم بین V_i و زمین است، و بالآخره خروجی بین V_0 و زمین می‌باشد.



(الف) مدار وارونگر



(ب) مشخصه بیس ترانزیستور

شکل ۱۰-۶. ترانزیستور $n-p-n$ سیلیکان

ما جریان مثبت مدار را مطابق شکل تصور می‌کنیم. این جهت‌ها معمولاً به یک ترانزیستور npn تعلق دارد. جریان امیتر I_E وقتی مثبت فرض می‌شود که از ترانزیستور خارج شود. سمبول V_{CE} به معنی افت ولتاژ دو سر کلکتور و امیتر بوده و همیشه مثبت تلقی می‌گردد. به همین ترتیب افت ولتاژ دو سر پیوند بیس-امیتر است. این پیوند با V_{BE} مثبت، به طور مستقیم و با V_{BE} منفی، به طور معکوس تغذیه می‌شود. مشخصه گرافیکی بیس-امیتر در شکل ۱۰-۶ (ب) نشان داده شده است که عبارت است از نمودار V_{BE} در برابر I_B . اگر ولتاژ بیس-امیتر کمتر از $0.6V$ باشد، گوییم ترانزیستور در حالت قطع است. هنگام تغذیه مستقیم با ولتاژی بزرگتر از $0.6V$ ، ترانزیستور هدایت کرده و I_B به سرعت افزایش می‌یابد ضمن آن که V_{BE} تغییر کمی دارد. ولتاژ V_{BE} دو سر یک ترانزیستور در حال هدایت به ندرت از $0.8V$ تجاوز می‌کند. مشخصه‌های گرافیکی کلکتور-امیتر، همراه با خط بار، در شکل ۱۰-۶ (پ) آمده است. وقتی I_B کمتر از $0.6V$ است، ترانزیستور با $I_B = 0$ در حالت قطع است و در این هنگام جریان ناچیزی از کلکتور عبور می‌کند. بنابراین مدار کلکتور-امیتر همچون یک مدار باز عمل می‌نماید. در ناحیه فعل ولتاژ کلکتور، V_{CE} ، می‌تواند در هر جایی بین $0.8V$ تا $0.0V$ باشد. در این ناحیه جریان کلکتور I_C را می‌توان با رابطه تقریبی $I_B h_{FE}$ محاسبه کرد، که در آن h_{FE} پارامتری از ترانزیستور به نام بهره جریان dc است. جریان حداقل کلکتور به I_B وابسته نیست، بلکه به مدار بیرونی متصل به کلکتور بستگی دارد. دلیل این است که V_{CE} همیشه مثبت و کمترین مقدار آن $0V$ است. مثلاً در وارونگری که ملاحظه شد، حداقل جریان با $V_{CE} = 0$ برابر با $I_C = V_{CC}/R_C$ می‌باشد.

قبل‌آیان شد که در ناحیه فعل $I_C = h_{FE} I_B$ است. پارامتر h_{FE} در محدوده نقطه کار ترانزیستور تعییرات وسیعی دارد، ولی باز هم برای اهداف تحلیلی استفاده از مقدار متوسط آن مفید است. در یک بازه عمل نمونه، h_{FE} حدود ۵۰ است، ولی تحت شرایط می‌تواند تا I_C از $h_{FE} I_B$ بزرگتر گردد. اگر چنین حالتی فرا بررسد در ناحیه اشباع خواهیم بود. بنابراین، شرط اشباع از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$I_B \geq \frac{I_{CS}}{h_{FE}}$$

که در آن I_{CS} حداقل جریان کلکتور در هنگام اشباع است. V_{CE} در ناحیه اشباع دقیقاً صفر نیست بلکه حدود ۰.۲ می‌باشد.

اطلاعات پایه برای تحلیل مدارهای دیجیتال ترانزیستوری دو قطبی در جدول ۱۰-۱ لیست شده است. در ناحیه قطع، V_{BE} کمتر از $0.6V$ است، V_{CE} به صورت یک مدار باز عمل می‌کند، و هر دو جریان قابل چشم‌پوشی‌اند. در ناحیه فعل، V_{BE} حدود $0.7V$ است، V_{CE} ممکن است در محدوده

جدول ۱۰-۱. پارامترهای یک نمونه ترانزیستور npn سیلیکان

ناحیه	V_{BE} (V)	V_{CE} (V)	رابطه جریان
قطع	< 0.6	مدار باز	$I_B = I_C = 0$
فعال	$0.6\text{--}0.7$	> 0.8	$I_C = h_{FE} I_B$
اشباع	$0.7\text{--}0.8$	۰.۲	$I_B \geq I_{CS}/h_{FE}$

وسيعى تغيير کند، و I_C به صورت تابعی از I_B قابل محاسبه است. در ناحیه اشباع، V_{BE} به سختی قابل تغيير است، ولی V_{CE} به $0.2V$ افت می‌کند. جريان بيس باید به حد کافی بزرگ باشد یا در نامساوی فوق صدق کند. برای سادگی تحليل $V_{BE} = 0.7V$ را براي حالت اشباع يا هدايت ترانزيستور فرض خواهيم کرد. تحليل مدارهای ديجيتال ممکن است با استفاده از روشاهای از پيش تعين شده زير باشد: برای هر ترانزيستور در مدار بيبيند آيا $V_{BE} = 0.6V$ است یا خير. اگر اين طور باشد، ترانزيستور قطع است و مدار کلکتور به اميتر به صورت يك مدار باز در نظر گرفته می‌شود. اگر V_{BE} بزرگتر از $0.6V$ باشد، ترانزيستور ممکن است در ناحیه اشباع يا فعال باشد. جريان بيس را با فرض $V_{BE} = 0.7V$ ، محاسبه نمایيد. سپس حداکثر ميزان ممکن جريان کلکتور I_{CS} را با فرض $V_{CE} = 0.2V$ محاسبه کنيد. اين محاسبات باید برحسب ولتاژ و مقادير مقاومت‌ها باشند. سپس اگر جريان بيس به اندازه کافی بزرگ بود تا رابطه $I_B \geq I_{CS}/h_{FE}$ برقرار باشد، آنگاه ترانزيستور در ناحیه اشباع با $V_{CE} = 0.2V$ خواهد بود. به هر حال، اگر جريان بيس کمتر و رابطه فوق برقرار نباشد، ترانزيستور در ناحیه فعال است و جريان I_C را از رابطه $I_C = h_{FE}I_B$ بدست خواهيم آورد.

برای اثبات اين مطلب، مدار وارونگر شکل ۶ (الف) را با پaramترهای زير در نظر بگيريد.

$$R_C = 1 k\Omega$$

(ولتاژ تغذیه)

$$R_B = 22 k\Omega$$

(ولتاژ سطح بالا)

$$h_{FE} = 50$$

(ولتاژ سطح پایین)

با ولتاژ ورودی $V_i = L = 0.2V$ داريم $V_{BE} < 0.6V$ و ترانزيستور خاموش است. مدار کلکتور-

اميتر همچون يك مدار باز عمل می‌نماید، به نحوی که $V_0 = 5V = H$

با يك ولتاژ ورودی $V_i = H = 5V$ ، نتيجه می‌گيريم که $V_{BE} > 0.6V$. با فرض $V_{BE} = 0.7V$.

جريان بيس را محاسبه می‌کنيم:

$$I_B = \frac{V_i - V_{BE}}{R_B} = \frac{5 - 0.7}{22 k\Omega} = 0.195 \text{ mA}$$

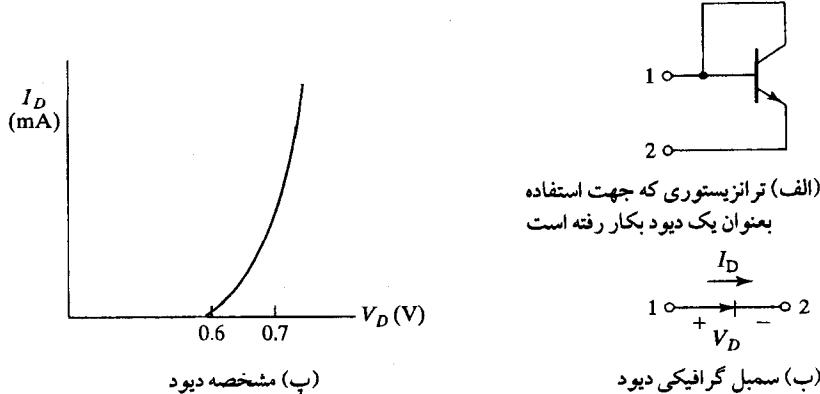
حداکثر جريان کلکتور با فرض $V_{CE} = 0.2V$ برابر است با

$$I_{CS} = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_C} = \frac{5 - 0.2}{1 k\Omega} = 4.8 \text{ mA}$$

سپس وجود حالت اشباع را از رابطه زير چك می‌نمایيم

$$0.195 = I_B \geq \frac{I_{CS}}{h_{FE}} = \frac{4.8}{50} = 0.096 \text{ mA}$$

و در می‌يابيم که نامساوی برقرار است، زيرا $0.195 > 0.096$ بوده و نتيجه می‌گيريم که ترانزيستور در حالت اشباع است و ولتاژ خروجي $L = V_0 = 0.2V$ می‌باشد. بنابراین مدار به صورت يك وارونگر عمل می‌کند.



شکل ۱۰-۷. سمبول و مشخصه دیود سیلیکان

روال توصیف شده فوق، به طور گسترده‌ای در تحلیل مدارهای بخش‌های بعدی استفاده خواهد شد. این کار با تحلیل کیفی، یعنی بدون نوشتن معادلات عددی صورت خواهد گرفت. تحلیل کمی و محاسبات خاص به عنوان تمرین در بخش مسائل انتهای فصل ارائه شده است.

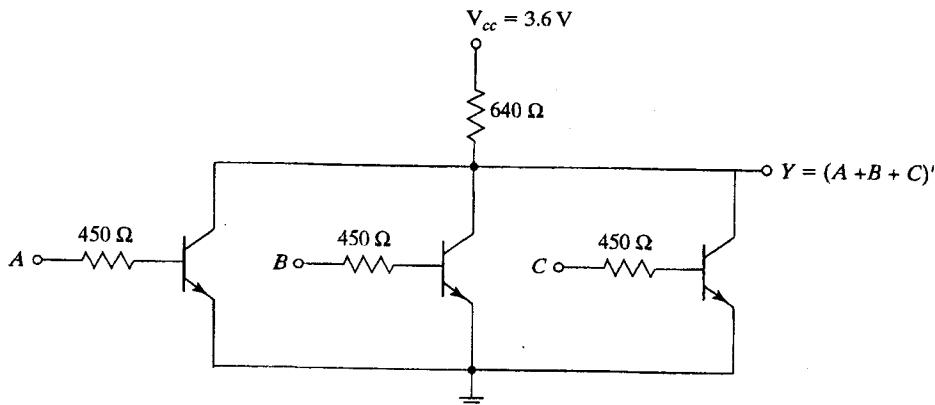
مواردی وجود دارد که نه تنها ترانزیستور بلکه دیودها نیز در مدارهای دیجیتال به کار می‌روند. یک دیود مدار مجتمع (IC) معمولاً از یک ترانزیستور که کلکتور آن به بیس وصل شده ساخته می‌شود، شکل ۱۰-۷ (الف). سمبول گرافیکی به کار رفته برای یک دیود در شکل ۱۰-۷ (ب) ملاحظه می‌شود. دیود اساساً همانند پیوند بیس-امیتر یک ترانزیستور کار می‌کند. مشخصه‌های گرافیکی آن که در شکل ۱۰-۷ (پ) دیده می‌شود، مشابه مشخصه‌های بیس امیتر ترانزیستور است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که وقتی ولتاژ مستقیم آن، V_D ، کمتر از ۰.۶V باشد دیود قطع بوده و هدایت نخواهد گرد. هنگام هدایت دیود، جریان I_D در جهتی که در شکل ۱۰-۷ (ب) نشان داده شده، جاری شده و V_D در حدود ۰.۷V ثابت خواهد ماند. برای محدود کردن جریان در دیود باید مقاومتی را با آن سری کرد، زیرا ولتاژ در حدود چیزی کمتر از یک ولت ثابت می‌ماند.

۱۰-۴ مدارهای RTL و DTL

گیت پایه RTL

مدار پایه خانواده منطقی دیجیتال RTL گیت NOR است که در شکل ۱۰-۸ نشان داده شده است. هر ورودی این خانواده با یک مقاومت و یک ترانزیستور مرتبط است. کلکتور همه ترانزیستورها در خروجی به هم وصل شده‌اند. سطوح منطقی برای مدار برابر ۰.۲V برای سطح پایین و از ۱ الی ۳.۶V برای سطح بالاست.

تحلیل گیت RTL بسیار ساده است و بحث مطرح شده بخش قبل را دنبال می‌کند. اگر هر یک از ورودی‌های گیت RTL بالا باشد، ترانزیستور مربوط به آن ورودی به حالت اشباع کشانده می‌شود. این



شکل ۱۰-۸. گیت NOR پایه RTL

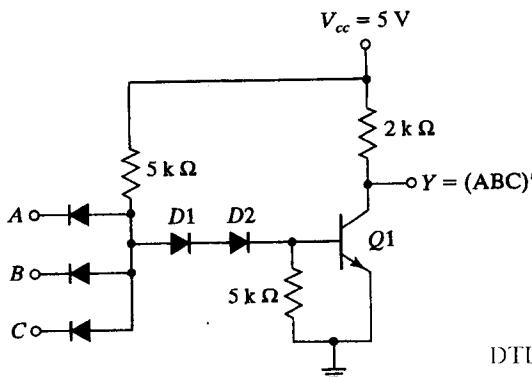
وضعیت موجب می‌گردد تا خروجی بدون توجه به حالت دیگر ترانزیستورها به سطح پایین منطقی برود. اگر همه ورودی‌ها در $0.2V$ باشند، همه آنها خاموش خواهند بود، زیرا در همه آنها $V_{BE} < 0.6V$ است. این وضعیت موجب می‌شود تا خروجی مدار به سطح منطقی بالا و به سمت ولتاژ تغذیه برود. این حالات، وضعیت‌های بیان شده گیت NOR در شکل ۱۰-۲ را تأیید می‌کند. توجه داشته باشید که حد پارازیت برای سیگنال سطح پایین $0.4V = 0.2 - 0.6$ است.

گنجایش خروجی گیت RTL وقتی در ولتاژ خروجی بالاست، محدود نمی‌باشد. با بار شدن خروجی توسط ورودی گیت‌های دیگر، جریان بیشتری مصرف می‌شود. این جریان باید از مقاومت 640Ω بگذرد. یک محاسبه ساده (رجوع به مسئله ۱۰-۲) نشان می‌دهد که اگر h_{FE} به ۲۰ تنزل کند، ولتاژ خروجی برای گنجایش ۵، به $1V$ می‌رسد. هر ولتاژ کمتر از $1V$ در خروجی قادر نخواهد بود تا ترانزیستور بعدی را آن طور که باید به اشباع ببرد. توان تلف شده در گیت RTL حدود $12mW$ و متوسط تأخیر انتشار حدود $25ns$ می‌باشد.

گیت پایه DTL

مدار پایه خانواده منطقی دیجیتال DTL گیت NAND شکل ۱۰-۹ است. هر ورودی متصل به یک دیود است. دیودها و مقاومت $5K\Omega$ تشکیل یک گیت AND را می‌دهند. ترانزیستور نقش تقویت کننده جریان را به عهده دارد. ضمن این که سیگنال را معکوس هم می‌کند. سطوح ولتاژ عبارتند از $0.2V$ برای سطح منطقی پایین و بین ۴ الی ۵ ولت برای سطح منطقی بالا.

تحلیل گیت DTL باید مطابق شرایط گیت NAND موجود در شکل (۱۰-۱) باشد. اگر هر یک از ورودی‌های گیت در سطح پایین $0.2V$ باشد، دیود ورودی مربوطه، جریان را از V_{CC} و از طریق مقاومت $5K\Omega$ به گره ورودی هدایت می‌نماید. ولتاژ در نقطه P برابر با ولتاژ ورودی $0.2V$ به علاوه افت ولتاژ $0.7V$ در دو سر دیود است که جمعاً $0.9V$ می‌شود. برای این که ترانزیستور شروع به هدایت کند ولتاژ در نقطه



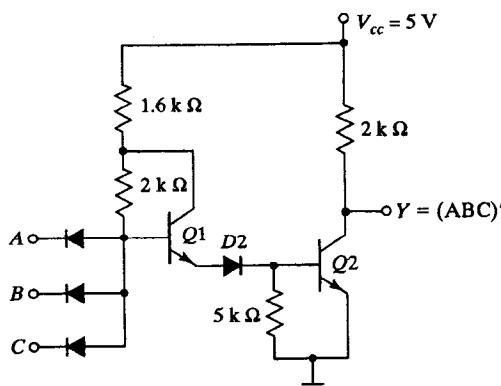
شکل ۱۰-۹. گیت NAND پایه DTL

باید بیشتر از یک افت V_{BE} در $Q1$ بعلاوه دو افت دیود در دیودهای $D1$ و $D2$ یا $3 \times 0.6 = 1.8V$ باشد. از آنجایی که ولتاژ در نقطه P به وسیله دیود ورودی در $0.9V$ ثابت می‌ماند، ترانزیستور خاموش شده و ولتاژ خروجی در سطح بالای ۵ ولت خواهد بود.

اگر همه ورودی‌های گیت در سطح بالا باشند، ترانزیستور به ناحیه اشباع کشانده می‌شود. اکنون ولتاژ در P برابر V_{BE} بعلاوه دو افت ولتاژ دو سر دیودهای $D1$ و $D2$ یا $2.1V$ یا $0.7 \times 3 = 2.1V$ است. چون همه ورودی‌ها در ولتاژ سطح بالای $5V$ هستند و $V_P = 2.1V$ است، دیودهای ورودی تغذیه معکوس شده و خاموش می‌مانند. جریان بیس برابر با تفاضل جریان‌های عبوری از دو مقاومت $5K\Omega$ می‌باشد و برای اشباع شدن ترانزیستور کافی است (رجوع به مسئله ۱۰-۳). با اشباع شدن ترانزیستور، خروجی به $V_{CE} = 0.2V$ می‌گیرد.

توان تلف شده در یک گیت DTL حدود $12mW$ و متوسط تأخیر انتشار $30ns$ است. حد پارازیت حدود $1V$ و گنجایش خروجی تا ۸ امکان‌پذیر است. گنجایش خروجی گیت DTL با حداکثر جریان اشباع در کلکتور ترانزیستور محدود شده است (رجوع به مسئله ۱۰-۴).

اگر یکی از دیودهای موجود در بیس را با یک ترانزیستور عوض کنیم، گنجایش خروجی گیت DTL افزایش می‌یابد، شکل ۱۰-۱۰. وقتی که خروجی $Q2$ اشباع شود، ترانزیستور $Q1$ در ناحیه فعال



شکل ۱۰-۱۰. گیت تصویح شده DTL

نگهداری می‌شود. در نتیجه، مدار اصلاح شده می‌تواند جریان بیشتری را به پایه ترانزیستور خروجی اعمال کند. اکنون ترانزیستور خروجی می‌تواند مقدار بیشتری جریان کلکتور را قبل از رفتن به اشباع دارا باشد. بخشی از جریان کلکتور از دیودهای هادی موجود در گیت‌های بار شده به هنگام اشباع Q2 می‌آید. بنابراین افزایش مجاز جریان اشباع شده کلکتور اجازه می‌دهد تا بارهای بیشتری به خروجی وصل شوند که به معنی افزایش گنجایش خروجی است.

۱۰-۵ منطق ترانزیستور- ترانزیستور TTL

گیت TTL پایه اولیه، تنها فرم تکمیل شده گیت DTL بود. با پیشرفت تکنولوژی TTL، اصلاحات اضافی تا حدی افزایش یافته‌ند که این خانوادگی منطقی به طور گسترده در طراحی سیستم‌های دیجیتال به کار گرفته شد. در حال حاضر چندین نوع یا سری از خانواده TTL وجود دارد. نام و مشخصات هشت نوع TTL در جدول ۱۰-۲ ملاحظه می‌شود. آی‌سی‌های TTL تجاری با شماره‌ای که اول آن با 74 شروع می‌شود مشخص می‌گردند و بدنبال آن نام سری آمده است. مثال‌هایی از آن عبارت است از 7404 ، 74ALS161 و 74S86 . گنجایش خروجی، توان تلف شده و تأخیر در انتشار در بخش ۱۰-۲ تعریف شدند. حاصلضرب سرعت - توان پارامتر مهم دیگری در مقایسه انواع سری‌های TTL است. این حاصلضرب تأخیر انتشار و مصرف بوده و بر حسب پیکوژول اندازه‌گیری می‌شود. مقادیر کمتر برای این پارامتر مطلوب‌تر است زیرا به این معنی است که می‌توان بدون صرف انرژی به تأخیر انتشار مورد نظری دسترسی پیدا کرد.

اولین نوع از خانواده TTL، نوع TTL استاندارد بود. سپس این گیت پایه با مقادیر متفاوتی از مقاومت طراحی گردید تا گیت‌هایی با توان مصرفی کم یا با سرعت بالاتر تولید شوند. تأخیر انتشار یک

جدول ۱۰-۲ . انواع TTL و مشخصات آنها

نام سری TTL	پیشوند	گنجایش خروجی	توان مصرفی (mW)	تأخیر انتشار (ns)	حاصلضرب (pj)	توان سرعت
استاندارد	74	10	10	9	90	
توان پایین	74L	20	1	33	33	
سرعت بالا	74H	10	22	6	132	
شوتونکی	74S	10	19	3	57	
شوتونکی توان پایین	74LS	20	2	9.5	19	
شوتونکی پیشرفت	74AS	40	10	1.5	15	
شوتونکی پیشرفت توان پایین	74ALS	20	1	4	4	
سریع	74F	20	4	3	12	

ترانزیستور در حالت اشباع عمدتاً به دو عامل وابسته است: زمان ذخیره‌سازی و ثابت‌های زمانی RC . کاهش زمان ذخیره‌سازی موجب کم شدن تأخیر در انتشار می‌گردد. البته ماحصل این کار، اتلاف توان بیشتری است، زیرا مقاومت کمتر جریان بیشتری را از مبنع می‌کشد. سرعت گیت متناسب با عکس تأخیر انتشار است.

در گیت TTL با توان پایین مقادیر مقاومت، بیشتر از مقادیر مشابه در گیت نوع استاندارد می‌باشند تا بدین ترتیب توان مصرفی کاهش یابد ولی تأخیر انتشار افزایش یافته است. در گیت TTL سریع، مقادیر مقاومت کاهش یافته تا زمان تأخیر کم شود، ولی توان مصرفی افزایش یافته است. گیت TTL شوتکی اصلاح بعدی در تکنولوژی بود. تأثیر ترانزیستور شوتکی، کاهش زمان تأخیر ذخیره‌سازی با ممانعت از اشباع شدن ترانزیستور بود. این سری، سرعت عمل را بدون افزودن توان مصرفی بالا می‌برد. نوع TTL شوتکی با توان پایین، مقداری از سرعت را فدای کاهش توان تلف شده نموده است. از نظر تأخیر، این نوع مشابه با نوع استاندارد است ولی توان مصرفی آن $\frac{1}{5}$ می‌باشد. اصلاحات منجر به ساخت سری شوتکی پیشرفت شده است. این نمونه دارای تأخیر انتشار کمتر و نیز توان مصرفی پایین تر نسبت به نوع استاندارد است. نوع شوتکی پیشرفت دارای حاصلضرب سرعت- توان کوچکتر بوده و کارترین نوع است. خانواده TTL سریع بهترین انتخاب برای طراحی‌های سریع است.

همه سری‌های TTL به صورت SSI و نیز فرم‌های پیچیده‌تر MSI و LSI در دسترسند. تفاوت میان سری‌های TTL در منطق دیجیتال آنها نیست، بلکه ساختار داخلی گیت پایه NAND آنها با هم اختلاف دارد. در هر حال گیت‌های TTL در همه سری‌ها دارای سه نوع آرایش خروجی‌اند:

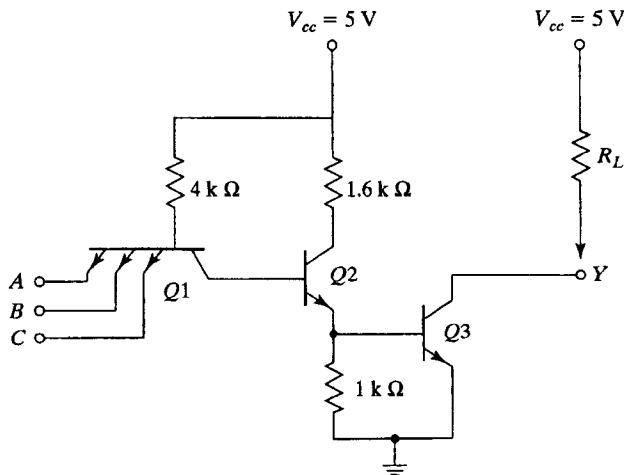
- ۱- خروجی کلکتور باز
- ۲- خروجی تاتم پل (totem - pole)
- ۳- خروجی سه حالت

این نوع خروجی همراه با توصیف گیت TTL پایه آنها مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

گیت با خروجی کلکتور باز

گیت پایه TTL در شکل ۱۰-۱۱، نوع اصلاح شده گیت DTL است. به امپیتر چندین ورودی متصل شده است. این امپیترها اغلب مشابه ورودی دیودها در گیت DTL عمل می‌کنند زیرا با پیس مشترک خود، یک پیوند pn را تشکیل می‌دهند. پیوند پیس-کلکتور $Q1$ که پیوند دیودی pn دیگری است نقش در گیت DTL را بازی می‌کند. (شکل ۱۰-۵ ملاحظه شود). ترانزیستور $Q2$ جایگزین دومین دیود، $D2$ ، در گیت DTL شده است. خروجی گیت TTL از کلکتور باز $Q3$ گرفته می‌شود. یک مقاومت متصل به V_{CC} باید از بیرون به بسته IC وصل شود تا هنگام خاموشی $Q3$ خروجی را به سطح بالای ولتاژ، بالا بکشد، در غیر این صورت خروجی به صورت مدار باز عمل خواهد کرد. دلیل قرار ندادن مقاومت در درون مدار بعد بحث خواهد شد.

دو سطح ولتاژ گیت TTL عبارتند از ۰.۲V برای سطح منطقی پایین و ۲.۴V تا ۵V برای سطح بالا



شکل ۱۰-۱۱. گیت NAND TTL کلکتور باز

مدار پایه یک گیت NAND است. اگر هر یک از ورودی‌ها پایین باشد، پیوند بیس - امیتر مربوطه در Q_1 تغذیه مستقیم می‌گردد. ولتاژ در بیس Q_1 برابر با ولتاژ ورودی $0.2V$ بعلاوه افت ولتاژ 0.7 و یا مجموعاً $0.9V$ می‌باشد. برای این که Q_3 شروع به هدایت کند، مسیر Q_1 تا Q_3 باید برافت و ولتاژ یک دیود در Q_1 پیوند pn بیس - کلکتور Q_1 و دو افت V_{BE} در Q_2 و Q_3 یا $Q_3 \times 0.6 = 1.8V$ یا $3 \times 0.6 = 1.8V$ چون بیس Q_1 به وسیله سیگنال ورودی در $0.9V$ نگهداری می‌شود، خروجی ترانزیستور نمی‌تواند هدایت کند و قطع می‌شود. خروجی به شرطی به سطح بالا می‌رود که یک مقاومت خارجی بین خروجی و V_{CC} قرار گیرد (اگر مقاومت به کار نزود به صورت مدار باز در خواهد آمد).

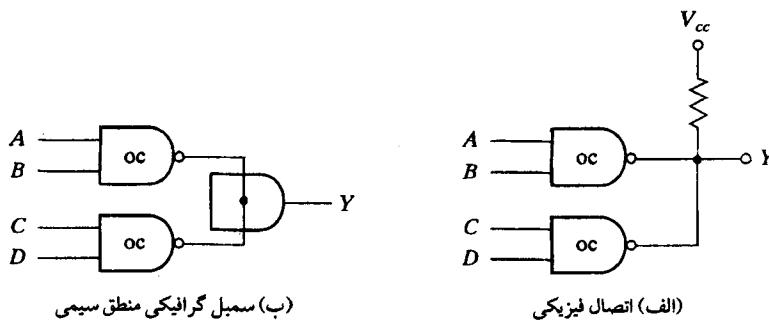
اگر همه ورودی‌ها در سطح بالا باشند، هر دو ترانزیستور Q_2 و Q_3 هدایت کرده و به اشباع می‌روند. ولتاژ بیس Q_1 با ولتاژ دو سر پیوند pn بیس - کلکتور بعلاوه دو افت ولتاژ Q_2 و Q_3 یا حدود $0.7 \times 3 = 2.1V$ برابر است. چون همه ورودی‌ها در سطح منطقی و بزرگتر از $2.4V$ می‌باشند، پیوندهای بیس - امیتر Q_1 همگی معکوس تغذیه شده‌اند. هنگام اشباع شدن ترانزیستور Q_3 (به شرطی که مسیر جردن وجود داشته باشد) ولتاژ خروجی به $0.2V$ می‌رود. این حالت عملکرد NAND را برای گیت تصدیق می‌کند. در این تحلیل، گفته شد که پیوند کلکتور - بیس ترانزیستور Q_1 مانند یک پیوند pn در دیود عمل می‌نماید. این مطلب در شرایط سکون صحت دارد. با این وجود، در حین گذر به حالت خاموشی، Q_1 واکنش نشان داده و زمان تأخیر انتشار را کاهش می‌دهد. وقتی همه ورودی‌ها در سطح بالا باشند و آنگاه یکی از ورودی‌ها به سطح پایین برده شود، هر دو ترانزیستور Q_2 و Q_3 شروع به خاموش شدن می‌کنند. در این هنگام، پیوند کلکتور Q_1 معکوس شده و امیتر مستقیم می‌شود، و ترانزیستور Q_1 برای یک لحظه به ناحیه فعال برده می‌شود. جریان کلکتور Q_1 از بیس Q_2 می‌آید و به سرعت بار ذخیره شده در اشباع قبلی Q_2 را از بین می‌برد. این وضعیت موجب کاهش زمان ذخیره‌سازی مدار در مقایسه با ورودی

نوع DTL می‌گردد. نتیجه حاصل کاهش زمان خاموشی گیت خواهد بود. گیت کلکتور باز TTL وقتی که متصل به ورودی گیت‌های TTL دیگر است بدون مقاومت خارجی هم عمل خواهد کرد. با این وجود به علت حد کم پارازیت این کار توصیه نمی‌شود. در غیاب مقاومت خارجی، وقتی Q_3 خاموش است، خروجی گیت مدار باز خواهد بود. برای یک ورودی گیت TTL، مدار باز همچون ورودی سطح بالا عمل می‌کند (ولی مقدار کمی پارازیت قادر است وضعیت را عوض کند). وقتی Q_3 هدایت کند از طریق V_{CC} 4K Ω و پیوند بیس-امپیتر گیت بار دارای مسیر جریانی خواهد شد.

گیت‌های کلکتور باز در سه نوع کاربرد مهم استفاده می‌شوند: راهاندازی یک لامپ یارله، اجرای منطقی سیمی، و ایجاد یک گذرگاه مشترک. یک خروجی کلکتور باز می‌تواند یک لامپ واقع در خروجی اش را از طریق مقاومت محدودگر روشن کند. وقتی خروجی پایین است، ترانزیستور اشباع شده Q_3 مسیری برای روشن کردن لامپ ایجاد می‌نماید. وقتی که ترانزیستور خاموش شود، لامپ هم خاموش می‌شود زیرا مسیری برای جریان وجود ندارد.

اگر خروجی چندین گیت TTL کلکتور باز با یک مقاومت به هم گره بخورند، یک منطق AND - سیمی ایجاد می‌شود. به خاطر می‌آورید که یک تابع AND با منطق مثبت هنگامی تولید خروجی سطح بالا می‌کند که همه ورودی‌ها در سطح بالا باشند؛ در غیر این صورت خروجی در سطح پایین است. با اتصال خروجی گیت‌های کلکتور باز، خروجی مشترک فقط هنگامی در سطح بالاست که همه ترانزیستورهای خروجی خاموش (سطح بالا) باشند. اگر یک ترانزیستور خروجی هدایت کند، به ناچار خروجی کل به سطح پایین بوده می‌شود.

منطق سیمی با گیت‌های TTL کلکتور باز در شکل ۱۰-۱۲ دیده می‌شود. سیم‌بندی فیزیکی در (الف) چگونگی اتصال به یک مقاومت مشترک را نشان می‌دهد. سمبل گرافیکی برای یک چنین اتصالی در (پ) مشاهده می‌شود. تابع AND تشکیل شده از اتصال دو خروجی به یکدیگر را تابع AND سیمی می‌گویند. گیت AND با عبور خطوط از مرکز گیت ترسیم می‌گردد تا به این ترتیب از گیت معمولی AND تمیز داده شود. گیت AND سیمی یک گیت فیزیکی نیست و تنها علامتی برای معرفی کردن تابع حاصل از اتصال می‌باشد. تابع بولی که از مدار شکل ۱۰-۱۲ بدست می‌آید عمل AND دو خروجی



شکل ۱۰-۱۲. AND سیمی دو گیت کلکتور باز ' $Y = (AB + CD)'$

حاصل از دو گیت NAND است:

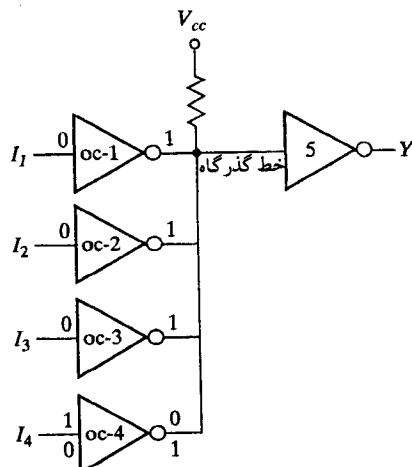
$$Y = (AB)' \cdot (CD)' = (AB + CD)'$$

معمولًاً عبارت دوم ترجیح داده می‌شود زیرا یک تابع AND- OR- INVERT گیت‌های کلکتور باز می‌توانند جهت تشکیل یک گذرگاه مشترک به یکدیگر متصل شوند. در هر زمان باید خروجی‌های همه گیت‌های متصل به گذرگاه، به جز یکی، در سطح بالا نگهداری شوند. بسته به این که بخواهیم یک ۱ و یا یک ۰ به گذرگاه منتقل شود گیت مربوطه در سطح بالا یا پایین خواهد بود. از مدارهای کنترل، برای انتخاب گیت خاصی که گذرگاه را در هر زمان راه می‌اندازد، باید استفاده کرد.

شکل ۱۰-۱۳ اتصال چهار منبع متصل به یک خط گذرگاه مشترک را نشان می‌دهد. هر یک از چهار ورودی یک وارونگر کلکتور باز را راه می‌اندازد، و خروجی وارونگرها برای ایجاد یک خط گذرگاه مشترک، به هم وصل شده‌اند. شکل مذکور نشان می‌دهد که سه ورودی ۰ می‌باشد که تولید ۱ را روی گذرگاه خواهند نمود. اکنون چهارمین ورودی I_4 قادر است اطلاعات را از طریق خط گذرگاه مشترک به وارونگر ۵ منتقل نماید. به خاطر می‌آورید که عمل AND با منطق سیمی انجام شد. اگر $I_4 = 1$ باشد خروجی گیت ۴ برابر ۰ و عمل AND سیمی یک ۰ تولید می‌کند. اگر $I_4 = 0$ باشد خروجی گیت شماره ۴ برابر ۱ و عمل AND سیمی یک ۱ تولید می‌نماید. بنابراین اگر همه خروجی‌های دیگر در ۱ نگهداری شوند، گیت انتخابی قادر خواهد بود تا مقدارش را از طریق گذرگاه ارسال نماید. مقدار ارسال شده متمم I_4 است، و وارونگر ۵ در سمت گیرنده به راحتی خواهد توانست این سیگنال را معکوس کرده و $Y = I_4$ را تولید نماید.

خروچی تاتم پل

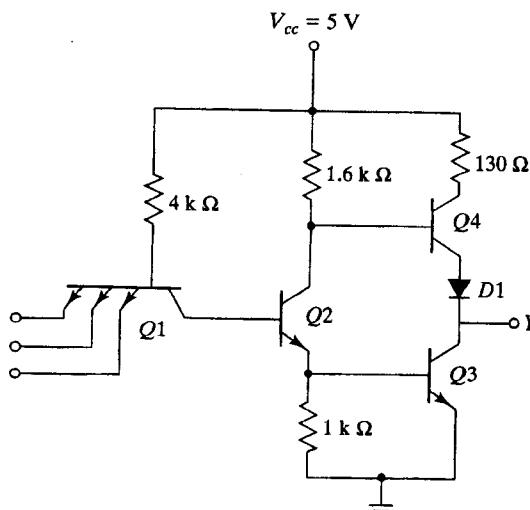
امپدانس خروجی گیت معمولًاً بار مقاومتی بعلاوه بار خازنی است. بار خازنی متشکل از ظرفیت ترانزیستور خروجی، ظرفیت گیت‌های گنجایش خروجی، و ظرفیت هر سیم‌بندی پراکنده است. وقتی



شکل ۱۰-۱۳. گیت‌های کلکتور باز تشکیل دهنده یک گذرگاه مشترک

خروجی از حالت پایین به حالت بالا تغییر پیدا می‌کند، ترانزیستور خروجی گیت، از اشباع به حالت قطع می‌رود و ظرفیت بار کل C به صورت نمایی از سطح ولتاژ پایین به بالا با ثابت زمانی RC شارژ می‌گردد. برای گیت کلکتور باز، R یک مقاومت خارجی است و با R_L نشان داده می‌شود. برای یک مقدار عملی نمونه 15PF و $C = 4\text{K}\Omega$ ، $T_{\text{delay}} = 10\text{ns}$ است. با جایگزینی یک مدار بالاکش فعلی به جای مقاومت بالاکش R_L ، T_{delay} انتشار به 35ns است. با آرایش که در شکل ۱۰-۱۴ آمده است به دلیل نشستن ترانزیستور $Q4$ بر روی $Q3$ کاهش می‌یابد. این آرایش که در شکل ۱۰-۱۴ آمده است به دلیل نشستن ترانزیستور $Q4$ بر روی $Q3$ ناتم پل نامیده شده است.

گیت TTL با خروجی تاتم پل مشابه گیت کلکتور باز است. و فقط در ترانزیستور $Q4$ و دیود $D1$ تفاوت دارد. وقتی که خروجی Y در حالت منطقی پایین است، $Q2$ و $Q3$ مثل گیت کلکتور باز به اشباع رانده می‌شوند. ولتاژ در کلکتور $Q2$ برابر است با $V_{BE}(Q3) + V_{CE}(Q2)$ یا $0.9\text{V} + 0.2 = 0.7 + 0.2 = 0.9\text{V}$. خروجی $V_{BE}(Q3) = 0.2\text{V}$ است. ترانزیستور $Q4$ خاموش خواهد بود زیرا بیس آن باید یک افت $V_{CE}(Q3) = 0.2\text{V}$ بعلاوه یک افت دیود 1.2V برابر $1.2\text{V} \times 0.6 = 0.72\text{V}$ باشد، و در نتیجه $Q4$ قطع یا خاموش خواهد بود. دلیل استقرار است، در عوض 1.2V ، برابر 0.9V می‌باشد، و در نتیجه $Q4$ قطع یا خاموش خواهد بود. دلیل استقرار دیود در مدار، یک افت دیود در مسیر خروجی است تا به هنگام اشباع $Q3$ ، ترانزیستور $Q4$ قطع باقی بماند. وقتی که خروجی به سطح بالا تغییر وضعیت دهد، چون یکی از ورودی‌ها به سطح پایین می‌افتد، ترانزیستورهای $Q2$ و $Q3$ به حالت خاموش می‌روند. با این وجود، خروجی برای یک لحظه پایین باقی می‌ماند، زیرا ولتاژ دو سر بار خازنی بلا فاصله تغییر نمی‌کند. به محض خاموش شدن $Q2$ ، $Q4$ هدایت می‌نماید زیرا بیس آن از طریق مقاومت $1.6\text{k}\Omega$ به $V_{CC} = 5\text{V}$ وصل می‌شود. جریان لازم برای شارژ بار خازنی سبب می‌شود تا $Q4$ برای یک لحظه اشباع گردد، ولتاژ خروجی با ثابت زمانی RC بالا می‌رود. اما R در این حالت معادل 130Ω ، بعلاوه مقاومت اشباع $Q4$ ، بعلاوه مقاومت دیود و در مجموع 150Ω



شکل ۱۰-۱۴. گیت TTL با خروجی تاتم پل

است. این مقدار R خیلی کوچکتر از مقاومت بالاکش غیرفعال به کار رفته در مدار کلکتور باز است. در نتیجه، گذر از سطح پایین به سطح بالا خیلی سریع تر است.

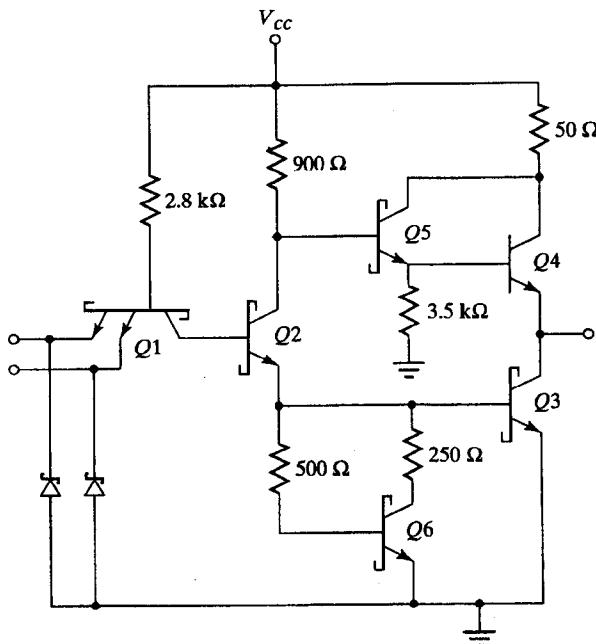
با شارژ بار خازنی، ولتاژ خروجی بالا می‌رود و جریان در $Q4$ کاهش می‌باید و ترانزیستور را به ناحیه فعال می‌برد. بنابراین برخلاف دیگر ترانزیستورها، $Q4$ در حالت سکون در ناحیه فعال خواهد بود. در این صورت مقدار نهایی ولتاژ خروجی برابر است با $5V$ منهای افت ولتاژ V_{BE} در $Q4$ ، منهای افت دو سر دیود $D1$ و در حدود $3.6V$ خواهد بود. ترانزیستور $Q3$ به سرعت خاموش می‌شود، ولی در اوایل زمان گذرا هر دو ترانزیستور روشن هستند و جریان ماکزیممی از منبع تغذیه کشیده می‌شود. این جریان ناگهانی در سیستم توزیع منبع تغذیه تولید پارازیت می‌کند. وقتی تغییر حالت تکرار شود، تغییرات لحظه‌ای جریان موجب بالا رفتن جریان از منبع شده و بدین ترتیب توان مصرف مدار افزایش می‌باید. اتصال منطق سیمی با مدارهای تاتم پل مجاز نیست. وقتی دو خروجی تاتم پل به هم پیوسته شوند و خروجی یکی از آنها بالا و دومی پایین باشد، جریان زیاد کشیده شده سبب می‌گردد تا گرمای تولید شده از آن به ترانزیستورهای مدار آسیب بررساند (مسئله ۱۰-۷). بعضی از گیت‌های TTL طوری طراحی شده‌اند تا این مقدار جریان را تحمل کنند. در هر صورت جریان کلکتور در گیت پایین ممکن است تا آن حد بالا باشد که ترانزیستور را به ناحیه فعال برد و یک ولتاژ خروجی بزرگتر از $0.8V$ در محل اتصال سیمی به وجود آورد که از نظر سیگنال دودویی برای گیت‌های TTL مجاز نیست.

گیت TTL شوتکی

همانطور که قبلاً اشاره شد، کاهش زمان ذخیره‌سازی موجب کاهش زمان تأخیر انتشار می‌گردد. این بدان علت است که زمان لازم برای خروج ترانزیستور از حالت اشباع موجب تأخیر سوئیچینگ ترانزیستور در رفتن از حالت روشن به حالت خاموش می‌گردد. اشباع را می‌توان با استقرار یک دیود شوتکی بین بیس و کلکتور هر ترانزیستور اشباع شده در مدار برطرف کرد. دیود شوتکی از اتصال یک فلز به یک نیمه هادی ساخته می‌شود، در حالی که دیود معمولی از پیوند مواد نیمه هادی نوع p و n به وجود می‌آید. ولتاژ دو سر دیود شوتکی در حال هدایت تنها $0.4V$ در مقابل $0.7V$ در دیود معمولی است. وجود دیود شوتکی بین بیس و کلکتور مانع رفتن ترانزیستور به اشباع می‌گردد. ترانزیستور حاصل، ترانزیستور شوتکی خوانده می‌شود. استفاده از دیود شوتکی در یک گیت TTL، تأخیر انتشار را بدون افزایش توان تلف شده، کاهش می‌دهد.

گیت TTL شوتکی در شکل ۱۵-۱۰ مشاهده می‌گردد. به سمبول خاص به کار رفته برای ترانزیستورها و دیودهای شوتکی توجه نمایید. همانطور که ملاحظه می‌شود همه ترانزیستورها به جز $Q4$ از نوع شوتکی‌اند زیرا این ترانزیستور به اشباع نمی‌رود، بلکه در ناحیه فعال باقی می‌ماند. همچنین توجه کنید که مقادیر مقاومت کاهش یافته‌اند تا تأخیر انتشار کم شود.

علاوه بر استفاده از ترانزیستورهای شوتکی و پایین آمدن مقاومت‌ها، در مدار شکل ۱۰-۱۵ دو تصویح دیگر لحاظ شده است که در گیت استاندارد شکل ۱۴-۱۰ وجود ندارد. در این شکل دو



شکل ۱۰-۱۵. گیت TTL شوتکی

ترانزیستور $Q5$ و $Q6$ اضافه شده است و درین هر پایانه ورودی و زمین یک دیود شوتکی قرار دارد. در مدار تاتم پل دیودی وجود ندارد. با این وجود، ترکیب جدید $Q5$ و $Q4$ هنگام پایین بودن خروجی، دو افت V_{BE} تولید می‌نماید تا زهادیت $Q4$ ممانعت شود. این ترکیب یک جفت امیتر فالوور را به نام جفت دارلینگتون به وجود می‌آورد. جفت دارلینگتون بهره بسیار بالا و مقاومت خیلی کم را فراهم می‌سازد. این دقیقاً همان چیزی است که هنگام تغییر خروجی مورد نیاز است، و در نتیجه زمان تأخیر انتشار کاهش می‌یابد. دیودهایی که در هر ورودی نشان داده شده‌اند هرگونه افزایش در خطوط ورودی را برش می‌دهند. تحت شرایط سوئیچنگ، خطوط سیگنال، القایی به نظر می‌رسند؛ این خاصیت به همراه ظرفیت پارازیتی مدار سبب می‌شود تا سیگنال‌ها نوسان یا چرخش کنند. وقتی خروجی یک گیت از سطح بالا به پایین سوئیچ می‌کند، موج نوسانی می‌تواند ۲ تا ۳ ولت از زمین منفی تر شود. با توجه به این که دیودهای متصل به زمین ولتاژ منفی بیش از $0.4V$ را هدایت می‌نماید به بریده شدن این ورودی‌ها کمک می‌کنند. وقتی منفی شدن محدود گردد، نوسان مثبت نیز کاهش می‌یابد. کارایی دیودهای برش‌گر در محدود کردن اثرات خط آن قدر بالاست که در تمام نسل‌های گیت‌های TTL از آنها استفاده می‌شود.

مقاومت امیتر $Q2$ در شکل ۱۰-۱۴ به وسیله مداری مشکل از ترانزیستور $Q6$ و دو مقاومت در شکل ۱۰-۱۵ جایگزین شده است. نقش این مدار کاهش جهش‌های جریان قطع بحث شده قبلی است. تحلیل این مدار که به کاهش زمان انتشار گیت کمک می‌کند آن قدر پیچیده است که نمی‌توان آن را در این بحث مختصر ارائه نمود.

گیت سه حالت

همانطور که قبل آذکر شد، خروجی های دو گیت TTL با ساختار تاتم پل نمی توانند مثل خروجی های کلکتور باز به هم وصل شوند. با این وجود نوع خاصی از تاتم پل وجود دارد که سیم بندی خروجی ها را برای ایجاد یک سیستم گذرگاه مشترک ممکن می سازد. هنگامی که یک خروجی تاتم پل دارای چنین خصوصیتی است، آن را گیت سه حالت می خوانند.

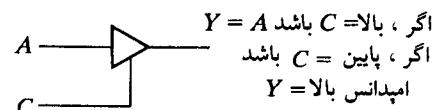
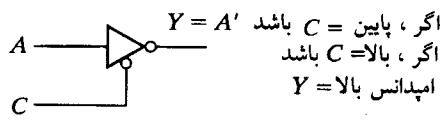
یک گیت سه حالت، سه وضعیت خروجی را به نمایش می گذارد: (۱) یک حالت سطح پایین به هنگام روشن شدن ترانزیستور پایینی و خاموش ماندن ترانزیستور بالایی در تاتم پل؛ (۲) یک حالت سطح بالا به هنگام روشن بودن ترانزیستور بالایی و خاموش ماندن ترانزیستور پایینی؛ (۳) حالت سوم هنگامی است که هر دو ترانزیستور در تاتم پل خاموش باشند. حالت اخیر مدار باز یا حالت امپدانس بالا را در خروجی ایجاد می نماید و اجازه می دهد تا چندین خروجی به طور مستقیم به هم متصل شوند. وجود گیت های سه حالت در گذرگاه ها نیاز به گیت های کلکتور باز در مدار را از بین می برد.

شکل ۱۰-۱۶ (الف) سمبول گرافیکی یک گیت بافر سه حالت را نشان می دهد. وقتی که ورودی کنترل C بالا باشد، گیت فعال شده و مانند یک بافر عمل نموده و خروجی اش برابر مقدار دودویی ورودی خواهد بود. اگر ورودی کنترل در سطح منطقی پایین باشد، خروجی به فرم مدار باز بوده و امپدانس بالایی را بدون توجه به مقدار ورودی A به نمایش می گذارد (سومین حالت). برخی از گیت های سه حالت، امپدانس بالا را به هنگام بالا بودن ورودی کنترل تولید می کنند. این مطلب به فرم سمبولیک در شکل ۱۰-۱۶ (ب) نشان داده شده است. در این شکل دو دایره کوچک، یکی برای خروجی وارونگر، و دیگری برای فعال شدن گیت در ازاء ورودی سطح پایین C ملاحظه می شود.

مدار یک وارونگر سه حالت در شکل ۱۰-۱۶ (ب) نشان داده شده است. ترانزیستورهای Q6، Q7 و Q8 مربوط به بخش کنترل، مداری مشابه با گیت کلکتور باز را تشکیل می دهند. ترانزیستورهای Q1-Q5 مربوط به بخش ورودی یک مدار از نوع تاتم پل را نمایش می دهند. دو مدار از طریق دیود D1 به هم مرتبط شده اند. همچون مدار کلکتور باز، وقتی که ورودی C در سطح پایین باشد ترانزیستور Q8 خاموش می شود. این حالت مانع هدایت دیود D1 می گردد. بعلاوه، امیتر Q1 که به Q8 وصل است دارای مسیر هدایت نخواهد بود. تحت این شرایط ترانزیستور Q8، اثری روی عمل گیت نداشت و خروجی در Y تنها به داده ورودی در A وابسته است.

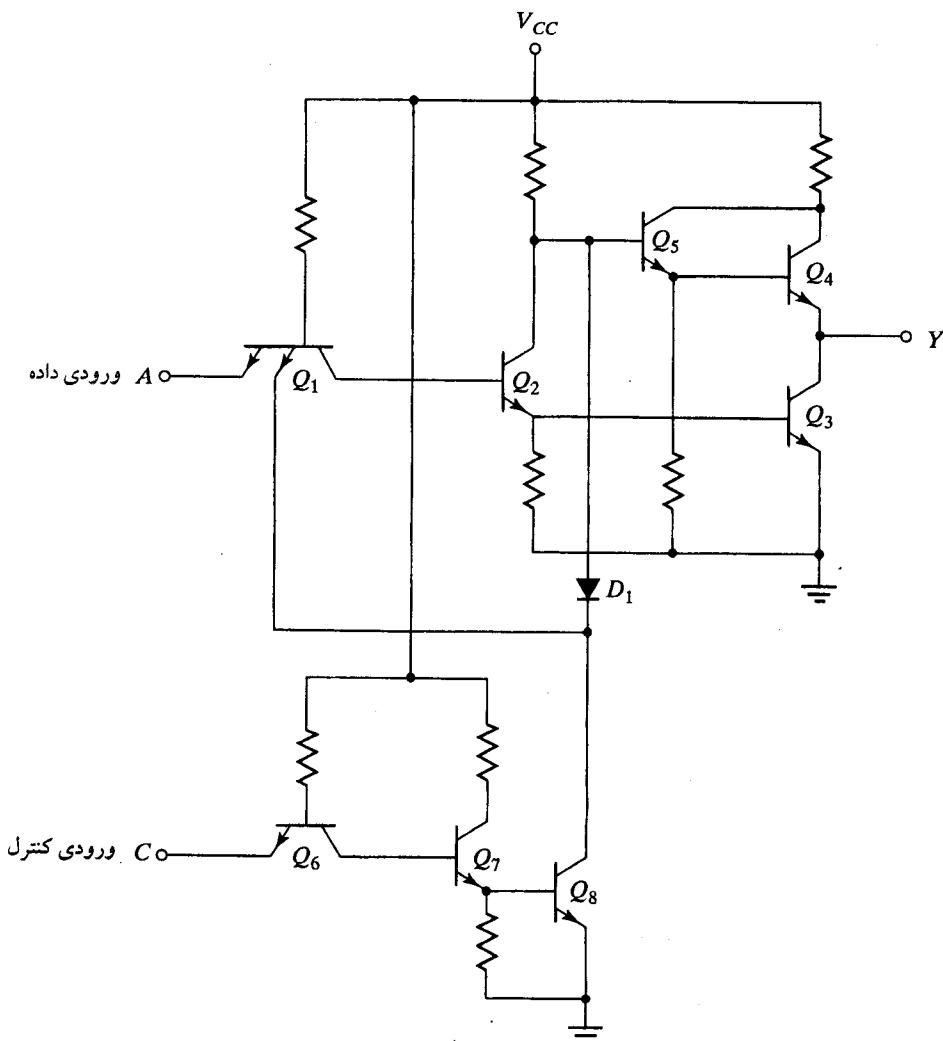
وقتی که ورودی کنترل در سطح بالا باشد، ترانزیستور Q8 روشن می شود و جریان از V_{CC} به دیود D1 موجب می شود تا این ترانزیستور اشباع گردد. اکنون ولتاژ در بیس Q5 برابر با ولتاژ دو سر ترانزیستور اشباع شده Q8، بعلاوه یک افت دیود، یعنی 0.9V خواهد بود. این ولتاژ Q5 و Q4 را خاموش می کند، زیرا کمتر از دو افت V_{BE} است. در همین زمان ورودی پایین به یکی از امیترهای Q1 موجب خاموش شدن Q3 (و Q2) می گردد. بنابراین هر دو Q3 و Q4 در تاتم پل خاموش و خروجی مدار همچون مدار باز با امپدانس خیلی بالا عمل خواهد کرد.

یک گذرگاه سه حالت با وصل کردن چندین سیم به چند خروجی سه حالت حاصل می شود. در هر



(ب) گیت وارونگر سه حالت

(الف) گیت بافر سه حالت



(ب) نمودار مدار برای وارونگر شکل (ب)

شکل ۱۶-۱۰. گیت TTL سه گانه

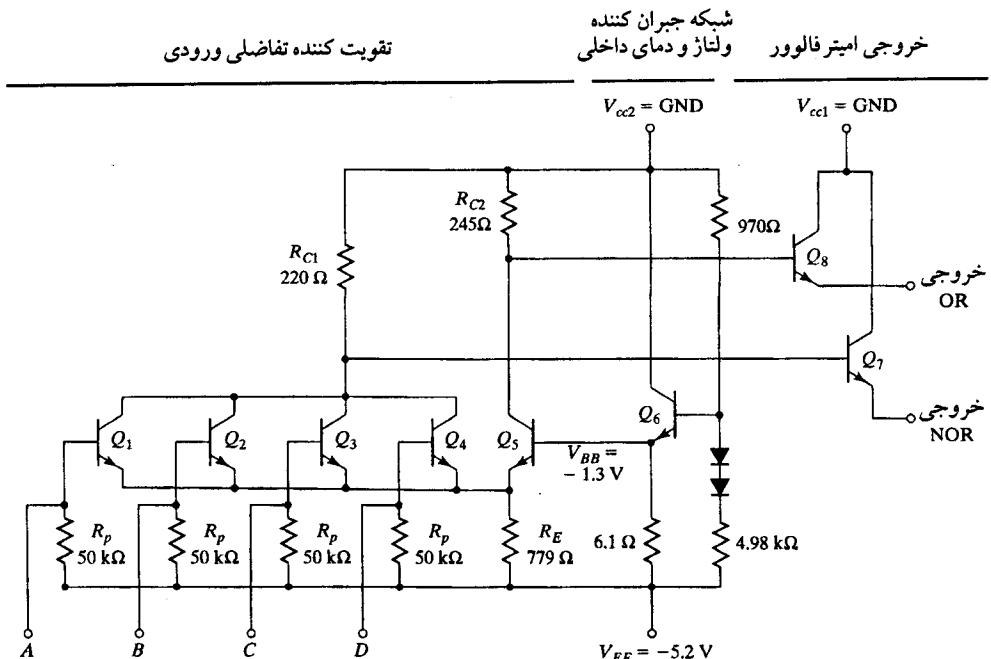
لحظهه فقط یکی از ورودی‌های کنترل فعال شده و خروجی مربوط به آن به گذرگاه مشترک وصل می‌شود ضمن این که همه دیگر خروجی‌ها در حالت امپدانس بالا هستند. تک گیتی که در امپدانس بالا نیست قادر به انتقال اطلاعات از گذرگاه مشترک است. توجه دارید که به جز یک خروجی، همه آنها در حالت سوم هستند، در غیر این صورت وضعیت نابهنجار اتصال دو خروجی تاتم پل را خواهیم داشت.

ویژگی خاص بسیاری از گیت‌های سه حالتی این است که تأخیر فعال ساز خروجی طولانی تراز غیرفعال ساز آن است. اگر یک مدار کنترل، گیتی رافعال و همزمان با آن دیگری را غیرفعال کند، گیت فعال نشده قبل از فعال شده به حالت امپدانس بالا خواهد رفت. این خصوصیت مانع فعال شدن همزمان دو گیت می‌گردد. در گیت سه حالتی جریان نشتی کمی در وضعیت امپدانس بالا وجود دارد. معهذا این جریان به قدری کوچک است که می‌توان 100 عدد خروجی سه حالتی را برای تشکیل یک گذرگاه سه حالتی به هم متصل کرد.

۱۰-۶ منطق کوپلاز امیتر ECL

منطق کوپلاز امیتر ECL، یک خانواده منطقی دیجیتال غیراشباع است. چون ترانزیستورها اشباع نمی‌شوند، ممکن است به تأخیرهای زمانی حدود $1-2\text{ ns}$ دست یافته. این خانواده منطقی دارای پایین ترین تأخیر انتشار در مقایسه با دیگر خانواده‌های است و اغلب در سیستم‌هایی که سرعت بالایی دارند استفاده می‌شود. با این وجود حد پارازیت و توان مصرفی آن بدترین است.

نمونه‌ای از یک مدار پایه خانواده ECL در شکل ۱۰-۱۷ ملاحظه می‌شود. خروجی‌ها، هر دو تابع OR و NOR را در اختیار می‌گذارند. هر ورودی به پایه یک ترانزیستور متصل است. دو سطح ولتاژ

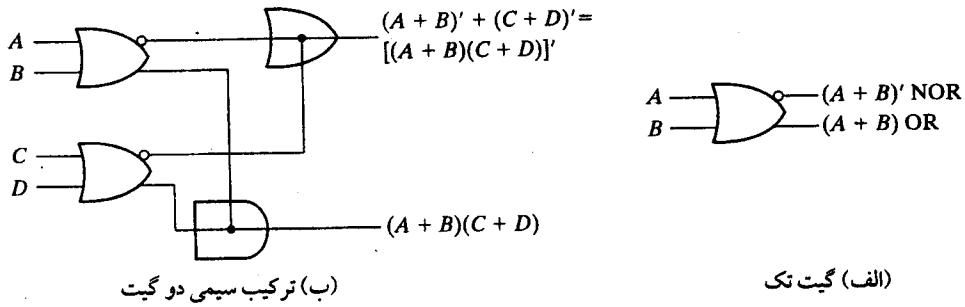


شکل ۱۰-۱۷. گیت پایه ECL

ubarند از $0.8V$ - برای سطح بالا و حدود $1.8V$ - برای سطح پایین. مدار شامل تقویت کننده تفاضلی، یک جبران‌ساز دما و ولتاژ تغذیه، و یک خروجی امپیر فالوور (کلکتور مشترک) است. خروجی‌های امپیر برای راه افتادن جریان نیاز به مقاومت پایین کش دارند. این نیاز، از مقاومت ورودی، R_P ، مربوط به گیت دیگر مشابه یا یک مقاومت بیرونی متصل به یک منبع ولتاژ منفی فراهم می‌گردد. مدار داخلی جبران کننده ولتاژ- دما، ولتاژ مرجعی را برای تقویت کننده تفاضلی فراهم می‌سازد. ولتاژ تغذیه V_{BB} در $1.3V$ - تنظیم می‌گردد، که وسط محدوده دو سطح منطقی است. دیودها در تقسیم کننده ولتاژ به همراه $Q6$ مداری را تشکیل می‌دهند که علیرغم تغییر دما یا ولتاژ منبع، مقدار V_{BB} ثابت می‌ماند. هر یک از ورودی‌های منبع می‌تواند به عنوان زمین مورد استفاده قرار گیرد. با این وجود استفاده از نقطه V_{CC} به عنوان زمین و V_{EE} در $5.2V$ - بهترین حد پارازیت حاصل می‌شود.

اگر هر یک از ورودی‌های دارد گیت ECL بالا برود، ترانزیستور مربوطه روشن و $Q5$ خاموش می‌شود. یک ورودی $-0.8V$ -، ترانزیستور را روشن کرده و سبب قرار گرفتن $-1.6V$ - روی امپیر همه ترانزیستورها می‌گردد (افت V_{BE} در ترانزیستورهای ECL برابر $0.8V$ است). چون $V_{BB} = -1.3V$ است ولتاژ بیس $Q5$ تنها $0.3V$ مثبت‌تر از امپیر می‌باشد. با توجه به این که V_{BE} $Q5$ به حداقل $0.6V$ برای شروع هدایت نیاز دارد بنابراین $Q5$ خاموش خواهد بود. جریان در مقاومت R_{C2} به بیس $Q8$ می‌رود (به شرط این که مقاومت باری وجود داشته باشد). این جریان به قدری کوچک است که فقط افت ولتاژ ناچیزی در دو سر R_{C2} به وجود می‌آید. خروجی OR گیت به اندازه یک افت V_{BE} کمتر از زمین، یعنی $-0.8V$ -، که سطح منطقی بالاست، می‌باشد. جریان در R_{C1} و ترانزیستور روشن سبب افت ولتاژ $1V$ کمتر از زمین می‌شود (مسئله ۱۰-۹). خروجی NOR یک افت V_{BE} زیر این سطح، یعنی $-1.8V$ - است که سطح پایین منطقی می‌باشد.

اگر همه ورودی‌ها در سطح پایین باشند، همه ترانزیستورهای ورودی خاموش و $Q5$ روشن می‌گردد. ولتاژ در نقطه مشترک افتی برابر با یک V_{BE} زیر $-1.2V$ یعنی V_{BB} یعنی $-1.2V$ - خواهد داشت. چون بیس مربوط به هر ورودی در سطح پایین $-1.8V$ - است، هر پیوند بیس- امپیر تنها دارای $0.3V$ بوده و تمام ترانزیستورهای ورودی خاموش خواهند بود. جریان در R_{C2} و $Q5$ سبب افت ولتاژی حدود $1V$ شده، و بنابراین خروجی OR یک V_{BE} به زیر این مقدار افت می‌نماید که مقدار آن $-1.8V$ - بوده و سطح پایین منطقی خواهد بود. جریان در R_{C1} ناچیز بوده و خروجی NOR یک V_{BE} کمتر از زمین یعنی $-0.8V$ - می‌شود که سطح بالای منطقی است. این وضعیت‌ها عملیات OR و NOR مدار را تأیید می‌کنند. تأخیر انتشار گیت ECL، $2ns$ است و توان تلف شده آن $25mW$ می‌باشد. این کمیت‌ها، حاصلضرب سرعت- توان ۵۰ را بدست می‌دهند که برابر با حاصلضرب مشابه در TTL شوتکی است. حد پارازیت حدود $0.3V$ است ولی به خوبی گیت TTL نیست. امکان گنجایش خروجی زیادی به دلیل وجود امپدانس ورودی بالای تقویت کننده تفاضلی و امپدانس خروجی کم در امپیر فالوور، در گیت ECL وجود دارد. به دلیل سرعت قابل توجه سیگنال‌ها، سیم‌های بیرونی مانند خطوط انتقال عملی نمایند. به جز مواردی که طول سیم حدود چند سانتی‌متر است، خروجی‌های ECL باید از کابل‌های

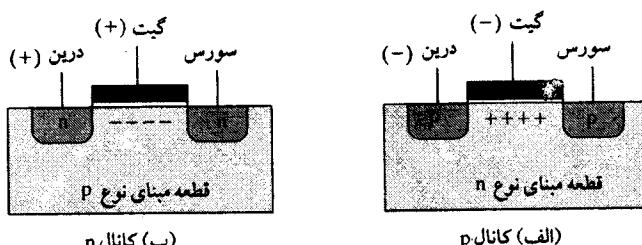


شکل ۱۰-۱۸. سمبل‌های گرافیکی گیت‌های ECL

کواکسیال (هم محور) استفاده کنند و در انتهای آنها نیز باید یک مقاومت نصب شود تا از انعکاس جلوگیری نماید. سمبل گرافیکی گیت ECL در شکل ۱۰-۱۸ (الف) ملاحظه می‌شود. دو خروجی در دسترسند: یکی برای تابع OR و دیگری تابع NOR. خروجی‌های دو یا چند گیت ECL را می‌توان به هم وصل کرد تا منطق سیمی بوجود آید. طبق شکل ۱۰-۱۸ (ب) اتصال سیمی دو خروجی NOR یک اتصال OR به وجود می‌آورد. در بعضی از آی‌سی‌های ECL اتصال درونی خروجی‌های OR تولید AND سیمی می‌کند (بعضی به آن AND-AND-dot یا AND-NOT نفطه‌ای می‌گویند). در مواردی که از گیت‌های ECL برای ایجاد OR-AND-INVERT استفاده می‌شود، این خاصیت به کار می‌رود.

۱۰-۷ فلز-اکسید-نیمه‌هادی (MOS)

ترانزیستور اثر میدان (FET) نوعی ترانزیستور تک قطبی است، زیرا عملکرد آن فقط به جریان یک نوع حامل وابسته است. دو نوع ترانزیستور اثر میدان وجود دارد: ترانزیستور اثر میدان پیوندی، JFET و فلز-اکسید-نیمه‌هادی، MOS. نوع اول در مدارهای خطی و دومی در مدارهای دیجیتال به کار می‌رود. در مقایسه با ترانزیستورهای دو قطبی، ترانزیستورهای MOS سطح کمتری را در ساخت اشغال می‌کنند. ساختار ترانزیستور مبنای MOS در شکل ۱۰-۱۹ دیده می‌شود. MOS کانال p متشکل از قطعه بدنه‌ای است که از ماده سیلیکان نوع n با ناخالصی کم می‌باشد. دو ناحیه‌ای که ناخالصی p آنها بالاست سورس و درین را تشکیل می‌دهند. ناحیه بین دو بخش نوع p نقش کانال را به عهده دارد. گیت



شکل ۱۰-۱۹. ساختار پایه ترانزیستور MOS

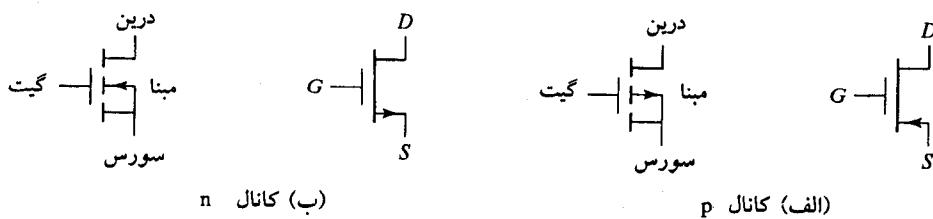
یک صفحه فلزی است که توسط یک دیالکتریک از جنس دیاکسید سیلیکان از کانال جدا شده است. یک ولتاژ منفی (نسبت به بدن) در گیت موجب القاء میدان الکتریکی در کانال شده و حامل‌های نوع P را جذب می‌نماید. با افزایش مقدار ولتاژ منفی در گیت، ناحیه زیر گیت حامل‌های مثبت بیشتری را در خود جای داده و هدایت افزایش می‌یابد و جریان از سورس به درین جاری شده و افت ولتاژهای بین این دو پایانه به وجود می‌آید.

چهار نوع ساختار برای MOS وجود دارد. بسته به این که حامل‌های اکثربت از نوع حفره یا الکترون باشند، کانال از نوع p یا n خواهد بود. اگر به کانال p مقدار کمی ناخالص تزریق شود، کانال در ولتاژ گیت صفر ولت هدایت خواهد کرد و در این حال گوییم عملکرد در مد تهی است. در این مد، جریان جاری خواهد بود مگر این که کانال به وسیله میدان حاصل از گیت تهی شود. اگر ناحیه زیر گیت ابتدا بدون بار باشد، کانال باید با میدان گیت القاء شود تا جریان بتواند جاری گردد. بنابراین جریان کانال با ولتاژ گیت افزایش م. باید که در این صورت گم بیم قطعه در مد افزایشی یا پیشرفتی کار می‌کند.

سورس پایانه‌ای است که از آن حامل‌های اکثربت وارد کانال میله‌ای شکل می‌شوند. درین پایانه‌ای است که از آن طریق حامل‌های اکثربت کانال را ترک می‌نمایند. در یک MOSکانال p، پایانه سورس به بدن و درین به ولتاژ منفی متصل می‌گردد. وقتی که ولتاژ گیت بالاتر از ولتاژ آستانه V_T (حدود -2V) باشد، جریانی درکانال برقرار نیست و مسیر درین به سورس مانند یک مدار باز است. هنگامی که ولتاژ گیت به اندازه کافی منفی تر از V_T باشد، کانال ایجاد شده و حامل‌های نوع p از سورس به درین خواهد رفت. حامل‌های نوع p مشتبند و به جریان مثبت از سورس به درین وابسته‌اند.

در MOS کانال n، پایانه سورس به بدنه و ولتاژ مثبت به درین وصل است. وقتی که ولتاژ گیت به قدر کافی مثبت تر از V_T برای تشکیل کانال باشد، حامل‌های نوع n از سورس به درین می‌روند. حامل‌های n منفی‌اند، و متعلق به جریان مثبت از درین به سورس است. ولتاژ آستانه ممکن است بسته به فرآیند به کار رفته بین 1 الی 4V تغییر نماید.

سمبل های گرافیکی برای ترانزیستورهای MOS در شکل ۱۰-۲۰ دیده می شود. سمبول نوع افزایشی به صورت خط منقطع بین سورس و درین می باشد. در این سمبول بدنه به سورس وصل شده است. ما از سمبول دیگری که در آن از بدنه چشم پوشی شده است نیز استفاده خواهیم کرد. در این سمبول فلش در پایانه سورس برای نمایش جهت جریان مثبت به کار گرفته شده است. یادآوری می شود که جهت جریان در کanal p از سورس به درین و در کanal n از درین به سورس می باشد.



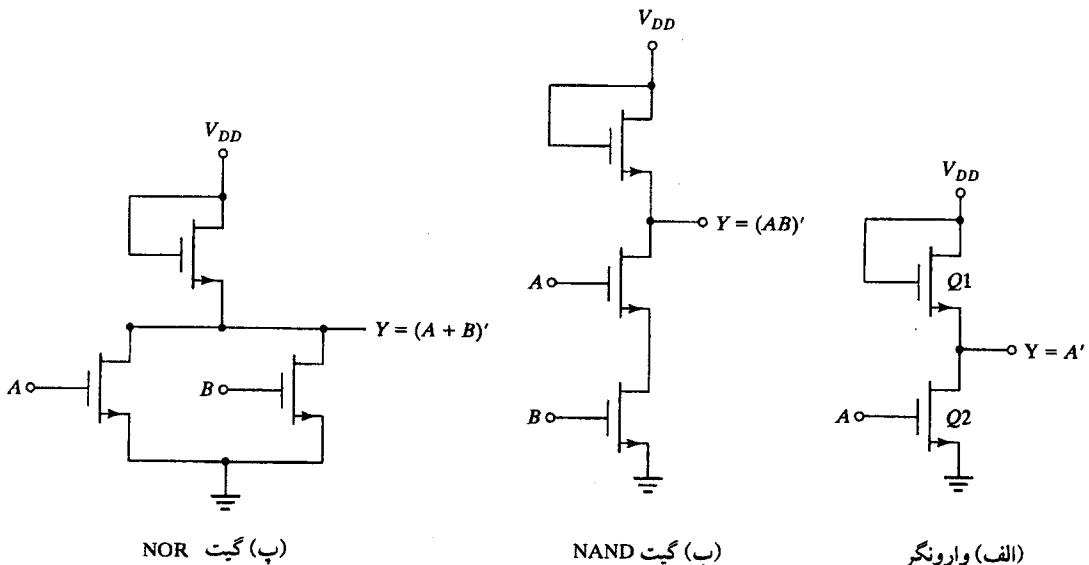
شکل ۱۰-۲۰. علائم ترانزیستورهای MOS

به دلیل تقارن ساختار سورس و درین، ترانزیستور MOS قادر است به صورت یک قطعه دو جهته کار کند. گرچه در حالت معمولی جهت حرکت حامل ها از سورس به درین است. مواردی وجود دارد که بهتر است حامل ها از درین به سورس بروند (مسئله ۱۰-۱۲ ملاحظه شود).

یکی از مزایای قطعه MOS این است که نه تنها به عنوان ترانزیستور به کار می رود بلکه به عنوان مقاومت نیز مورد استفاده قرار می گیرد. با تغذیه دائم پایانه گیت می توان از MOS مقاومت ساخت. سپس نسبت به ولتاژ سورس - درین به جریان کanal، مقدار مقاومت را تعیین می کند. مقادیر مختلف مقاومت را می توان به هنگام ساخت با تثبیت طول کanal و عرض قطعه MOS تعیین کرد.

سه مدار منطقی که از MOS استفاده می کنند در شکل ۱۰-۲۱ نشان داده شده است. برای MOS کanal n ولتاژ تغذیه V_{DD} مثبت است (حدود ۵V) تا جریان مثبتی را از درین به سورس به وجود آورد. دو سطح ولتاژ منطقی تابعی از ولتاژ آستانه V_T هستند. سطح پایین از صفر تا V_T و سطح بالا از V_T است. گیت های کanal n معمولاً از منطق مثبت استفاده می کنند. مدارهای MOS کanal p ولتاژ منفی را برای V_{DD} به کار می بندند تا جریان مثبت از سورس به درین جاری شود. دو سطح ولتاژ هر دو منفی و در بالا و پایین ولتاژ آستانه V_T قرار دارند. گیت های کanal p معمولاً منطق منفی را به کار می بندند.

مدار وارونگری که در شکل ۱۰-۲۱ (الف) ملاحظه می شود از MOS استفاده کرده است. $Q1$ به عنوان مقاومت بار و $Q2$ به عنوان یک قطعه فعال عمل می نمایند. گیت مقاومت بار V_{DD} به MOS وصل است و بنابراین همیشه آن را روشن نگه می دارد. وقتی که ولتاژ ورودی پایین است (زیرا V_T)، $Q2$ خاموش می شود. چون $Q1$ همیشه روشن است، ولتاژ خروجی حدود V_{DD} خواهد بود. هنگامی که ولتاژ ورودی بالاست (بیش از V_T)، $Q2$ روشن می گردد. جریان از V_{DD} از طریق مقاومت بار $Q2$ به $Q1$ می بندد.



شکل ۱۰-۲۱. مدارهای منطقی MOS کanal n

می‌رود. ابعاد دو قطعه MOS باید طوری باشد که هنگام هدایت مقاومت $Q2$ خیلی کوچکتر از مقاومت $Q1$ باشد تا ولتاژ خروجی Y در کمتر از V_T نگهداری شود.

گیت NAND که در شکل ۱۰-۲۱ (ب) دیده می‌شود از ترانزیستورهای سری استفاده می‌کند. هر دو ورودی A و B برای همه ترانزیستورها باید در سطح بالا باشند تا هدایت نمایند و بنابراین خروجی به پایین بود. اگر هر یک از دو ورودی در سطح پایین باشد، ترانزیستور متعلق به آن خاموش شده و خروجی بالا می‌رود. مجدداً یک مقاومت سری که با دو وسیله MOS فعال تشکیل می‌شود باید خیلی کمتر از مقاومت بار MOS در مدار باشد، گیت NOR شکل ۱۰-۲۱ (پ) از ترانزیستورهای موازی استفاده می‌کند. اگر هر یک از ورودی‌ها بالا باشد ترانزیستور مربوطه روشن و خروجی پایین خواهد رفت. اگر همه ورودی‌ها پایین باشند، همه ترانزیستورهای فعال خاموش شده و خروجی به سطح بالا خواهد رفت.

۱۰-۸ (CMOS) متمم MOS

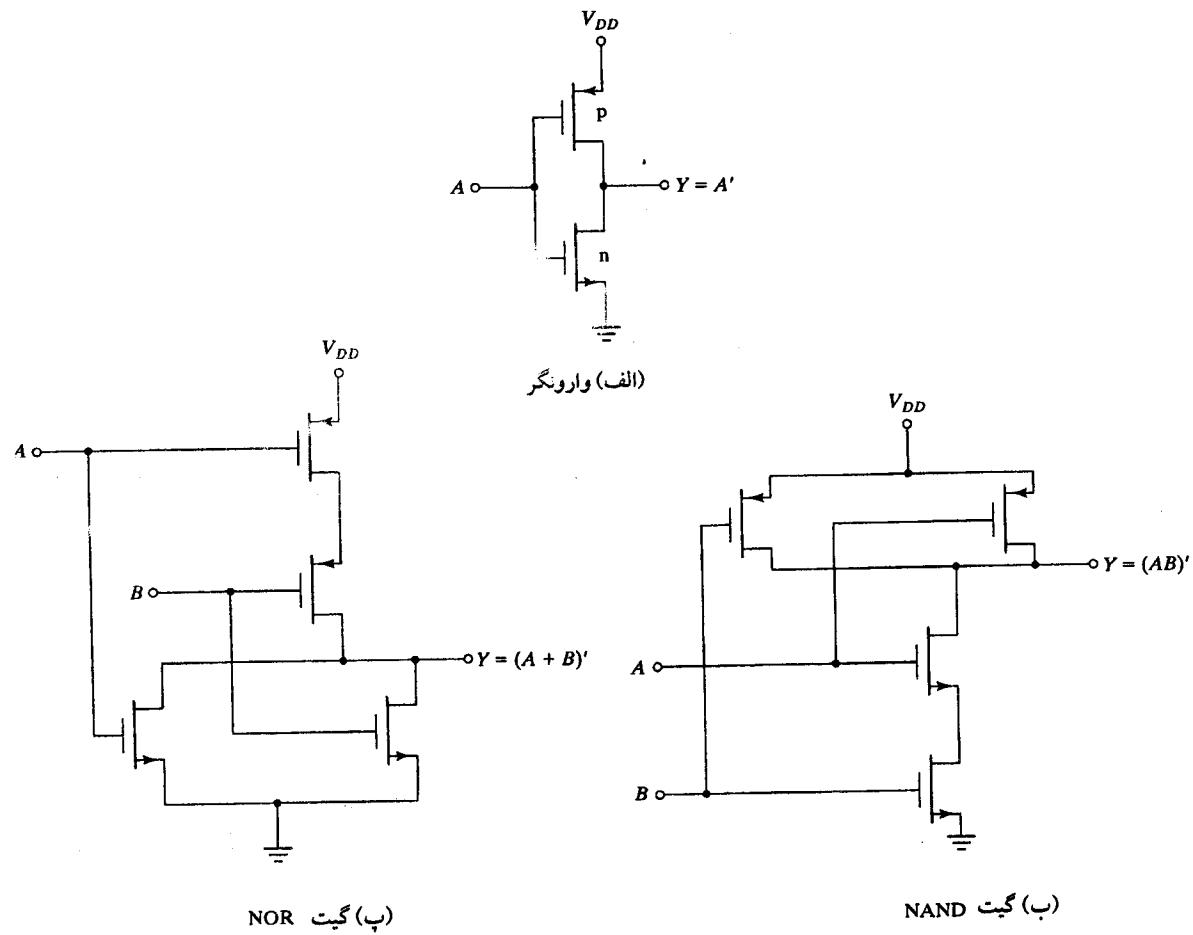
مدارهای MOS متمم از این مزیت سود می‌برند که هر دو نوع قطعه کانال p و n بر روی یک بدن قابل ساخت‌اند. مدارهای CMOS از دو نوع قطعه MOS در درون به هم متصلند تا توابع منطقی را ایجاد کنند. مدار پابه، وارونگر است، که از یک ترانزیستور کانال p و یک ترانزیستور کانال n طبق شکل ۱۰-۲۲ (الف) ساخته می‌شود. پایانه سورس قطعه کانال p در V_{DD} و پایانه سورس قطعه کانال n به زمین وصل است. مقدار V_{DD} می‌تواند در هر جا بین $+3V$ تا $+18V$ باشد. دو سطح ولتاژ عبارتند از $0V$ برای سطح پایین و V_{DD} برای سطح بالا که معمولاً $5V$ است.

برای درک عملکرد وارونگر، باید رفتار ترانزیستور MOS را از دو بخش قبل مرور کنیم:

- ۱ MOS کانال n وقتی هدایت می‌کند که ولتاژ گیت-سورس مثبت باشد.
- ۲ MOS کانال p هنگامی هدایت می‌نماید که ولتاژ گیت-سورس منفی است.
- ۳ هر یک از دو نوع در ازاء ولتاژ صفر بین گیت-سورس، خاموش است.

اکنون به طرز کار وارونگر توجه کنید. وقتی ورودی پایین است، هر دو گیت در پتانسیل صفر هستند. ورودی نسبت به سورس قطعه کانال p در V_{DD} - و نسبت به سورس قطعه کانال n در $0V$ است. نتیجه این که قطعه کانال p روشن و قطعه کانال n خاموش خواهد بود. تحت این شرایط یک مسیر با امپدانس کم از V_{DD} به خروجی و مسیری با امپدانس خیلی زیاد از خروجی به زمین برقرار می‌گردد. بنابراین، ولتاژ خروجی تحت شرایط بار معمولی به سمت ولتاژ بالای V_{DD} میل خواهد کرد. وقتی که ورودی بالاست، هر دو گیت در V_{DD} بوده و وضعیت معکوس می‌گردد. قطعه کانال p خاموش و کانال n روشن خواهد شد. در نتیجه خروجی به سمت $0V$ می‌رود.

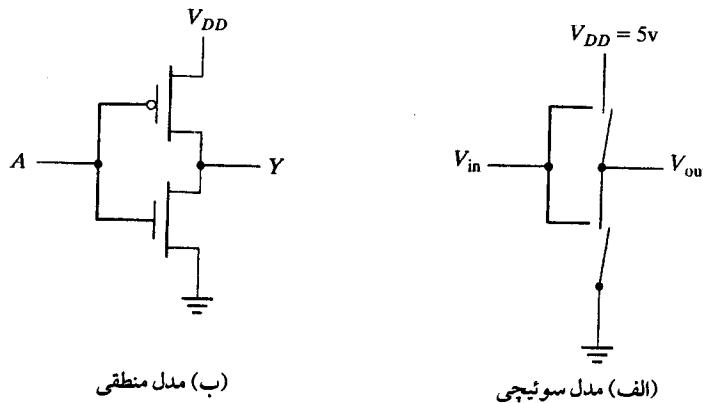
دو گیت پایه دیگر CMOS در شکل ۱۰-۲۲ ملاحظه می‌گردد. یک گیت NAND دو ورودی از دو بخش موازی نوع p و دو بخش سری نوع n طبق شکل ۱۰-۲۲ (ب) تشکیل شده است. اگر همه ورودی‌ها بالا باشند، هر دو ترانزیستور کانال p خاموش و هر دو ترانزیستور کانال n روشن خواهند بود. خروجی دارای امپدانس کمی نسبت به زمین بوده و سطح پایین را تولید می‌نماید. اگر هر یک از



شکل ۱۰-۲۲. مدارهای منطقی CMOS

ورودی‌ها پایین باشد، ترانزیستور کانال n مربوط به آن خاموش و ترانزیستور کانال p روشن می‌شود. خروجی به V_{DD} متصل و به سطح بالا می‌رود. گیت‌های NAND چند ورودی را می‌توان به ترتیب با موازی و سری کردن تعدادی مساوی از ترانزیستورهای نوع p و نوع n طبق شکل ۱۰-۲۲ (ب) ساخت. یک گیت NOR دو ورودی از دو واحد نوع n موازی و دو واحد p سری، مطابق شکل ۱۰-۲۲ (ب) تشکیل می‌شود. وقتی همه ورودی‌ها پایین هستند، واحدهای کانال p روشن و هر دو واحد کانال n خاموش‌اند. خروجی به V_{DD} وصل شده و به سطح بالا می‌رود. اگر هر یک از ورودی‌ها بالا برود، ترانزیستور کانال p خاموش و ترانزیستور کانال n روشن می‌شود. این موجب می‌شود تا خروجی به زمین متصل و سطح پایین در آن تشکیل گردد.

ترانزیستورهای MOS را می‌توان به عنوان سوئیچ‌هایی که وصل می‌کنند و یا باز هستند، تصور کرد.



شکل ۲۳-۱۰. وارونگر CMOS

به عنوان مثال وارونگر MOS را می‌توان طبق شکل ۱۰-۲۳ (الف) متشکل از دو سوئیچ تصور کرد. اعمال ولتاژ پایین سبب می‌شود تا سوئیچ بالایی (p) بسته شده و ولتاژ بالایی را به خروجی متصل نماید. اعمال ولتاژ بالا به ورودی موجب می‌گردد تا سوئیچ پایینی (n) بسته شده و خروجی را به زمین وصل کند. بنابراین خروجی V_{out} متمم ورودی V_{in} است. کاربردهای تجاری اغلب از سمبلهای گرافیکی دیگر برای ترانزیستور استفاده می‌کنند تا بر رفتار سوئیچی آن تأکید شود. از فلشی که جهت جریان را نشان می‌دهد صرف نظر شده است. در عوض، ورودی گیت ترانزیستور کاتال p با یک حباب وارونگر در پایانه گیت رسم شده است تا مشخص شود که با ولتاژ فعال می‌شود. مدار وارونگر با این سمبل در شکل ۱۰-۲۳ (ب) دوباره رسم شده است. یک ۰ در ورودی موجب می‌شود تا ترانزیستور فوقانی هدایت کرده و خروجی به منطق ۱ برود. یک ۱ در ورودی ترانزیستور تحتانی را روشن کرده و خروجی به ۰ منطقی وصل می‌شود.

مشخصه‌های COMS

وقتی که یک مدار منطقی CMOS در حالت استاتیک یا سکون است توان مصرفی اش خیلی کم است. دلیل این است که وقتی حالت مدار تغییر نکند، همیشه یک ترانزیستور در مسیر خاموش است. در نتیجه یک گیت CMOS نوعی دارای توان مصرفی استاتیکی حدود 0.01mW است. با این وجود وقتی که مدار با فرکانس 1MHz تغییر حالت دهد توان مصرفی به حدود 1mW و در 10MHz به 5mW می‌رسد. مدار منطقی CMOS با یک منبع بین 18V - 3V و معمولاً 5V تغذیه می‌شود. راه اندازی CMOS با منبع تغذیه بالاتر کاهش زمان تأخیر انتشار و تصحیح حد پارازیت را به دنبال دارد ولی توان مصرفی افزایش می‌یابد. زمان تأخیر در انتشار برای $V_{DD} = 5\text{V}$ بین 5 تا 20ns است که این محدوده به نوع CMOS به کار رفته وابسته است. حد پارازیت معمولاً حدود 40 درصد ولتاژ منبع تغذیه می‌باشد. گنجایش گناهش، خروجی، گیت‌های CMOS وقتی در فرکانس 1MHz کار کند حدود 30 می‌باشد.

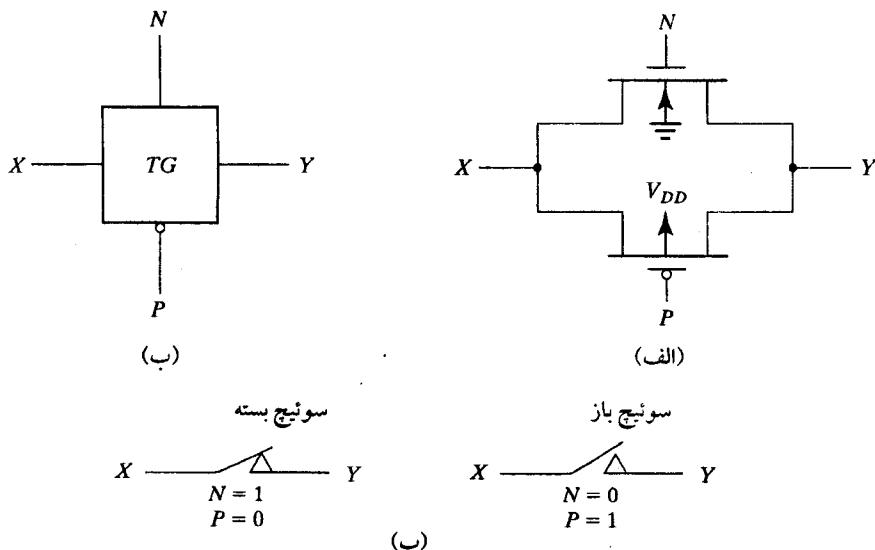
خروجی با افزایش فرکانس کار، کاهش می‌یابد.

چندین سری از خانواده دیجیتال CMOS وجود دارد و سری 74C با وسایل TTL از نظر پایه و کار سازگار است و دارای شماره یکسانی نیز هستند. مثلاً آی سی CMOS نوع 74C04 دارای شش وارونگر با آرایش پایه مشابه نوع 7404، سری CMOS سرعت بالا 74HC، اصلاحی بر سری 74C است که در آن سرعت سوئیچینگ 10 برابر شده است. سری 74HCT از نظر الکتریکی سازگار با آی سی های TTL است. این بدان معنی است که این نوع مدار قابل اتصال به ورودی‌ها و خروجی‌های آی سی های TTL می‌باشد بدون آن که به مدارهای واسط اضافی نیاز باشد. نوع جدیدتر CMOS، نوع سریع 74VHC و سازگار با آن، 74VHCT می‌باشد.

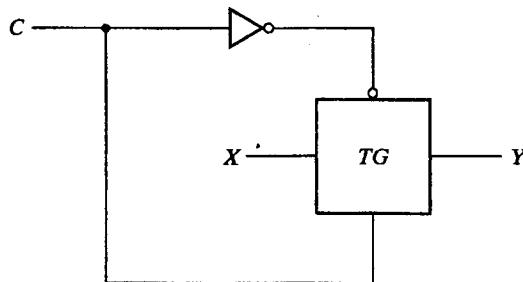
فرآیند ساخت CMOS ساده‌تر از TTL بوده و چگالی بسته‌بندی بیشتری را هم داراست، یعنی مدارهای بیشتری در سطح مفروضی از سیلیکان قابل پیاده‌سازی بوده و بنابراین فاکتور قیمت بر تابع آن کاهش می‌یابد. این خاصیت، همراه با توان مصرفی کم، حد پارازیت خوب و زمان تأخیر انتشار منطقی آن، CMOS را به یک خانواده منطقی مورد توجه تبدیل نموده است.

۱۰-۹ مدارهای گیت انتقال CMOS

نوع خاصی از مدارهای CMOS که در دیگر خانواده‌های منطقی موجود نیست، گیت انتقال می‌باشد. این مدار اساساً یک سوئیچ الکترونیک است که به وسیله یک سطح ورودی منطقی کنترل می‌گردد. این مدار برای ساده‌کردن ساخت انواع قطعات دیجیتال که با تکنولوژی CMOS ساخته می‌شوند به کار می‌رود. شکل ۱۰-۲۴ (الف) مدار پایه گیت انتقال را نشان می‌دهد. این مدار شامل یک ترانزیستور کانال p و یک ترانزیستور MOS کانال p است که با یکدیگر موازیند.



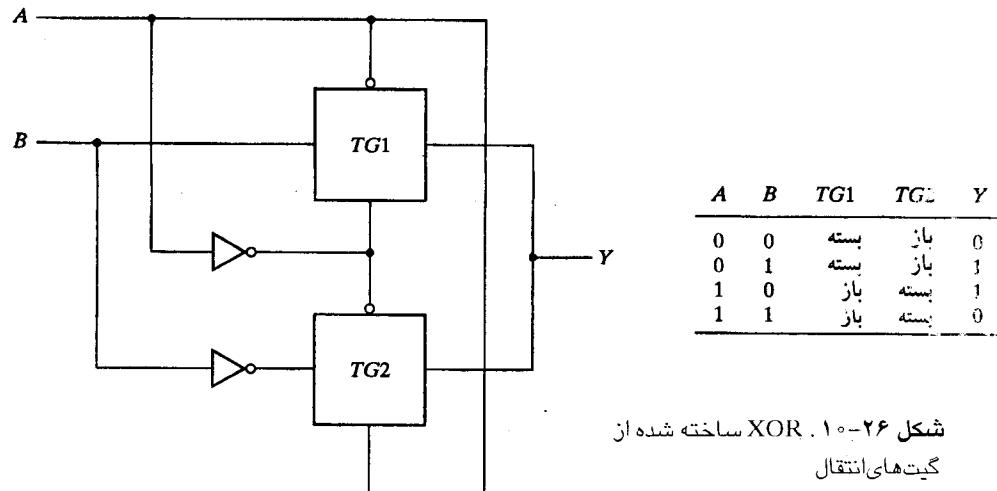
شکل ۱۰-۲۴. گیت انتقال (TG)



شکل ۱۰-۲۵. سویچ دو طرفه

بدنه کانال n به زمین و بدنه کانال p به V_{DD} وصل است. وقتی گیت N به زمین متصل است، هر دو ترانزیستور هدایت کرده و یک مسیر بسته بین ورودی X و خروجی Y به وجود می‌آید. وقتی N به زمین است و گیت p به V_{DD} وصل می‌باشد، هر دو ترانزیستور خاموش و بین X و Y وجود نداشت. شکل ۱۰-۲۴ (ب) نمودار بلوکی گیت انتقال را نشان می‌دهد. توجه کنید که پایانه گیت کانال p با علامت نفی علامتگذاری شده است. شکل ۱۰-۲۴ (ب) رفتار سویچ را بر حسب تخصیص منطق مثبت نشان می‌دهد که در آن V_{DD} معادل با منطق ۱ و زمین نیز منطق ۰ است. گیت انتقال معمولاً به یک وارونگر وصل می‌گردد، شکل ۱۰-۲۵. این نوع آرایش را سویچ دو طرفه می‌نامند. ورودی کنترل C مستقیماً به گیت کانال n و معکوس آن به گیت کانال p وصل است. وقتی C = 1 است، سویچ بسته شده و مسیری بین X و Y به وجود می‌آورد. اگر C = 0 باشد، سویچ باز شده و مسیری بین X و Y را قطع می‌کند. با گیت انتقال می‌توان انواع مدارها را ساخت. برای نمایش کارآیی آن به عنوان یک قطعه در خانواده CMOS، مدار سه مثال را نشان می‌دهیم.

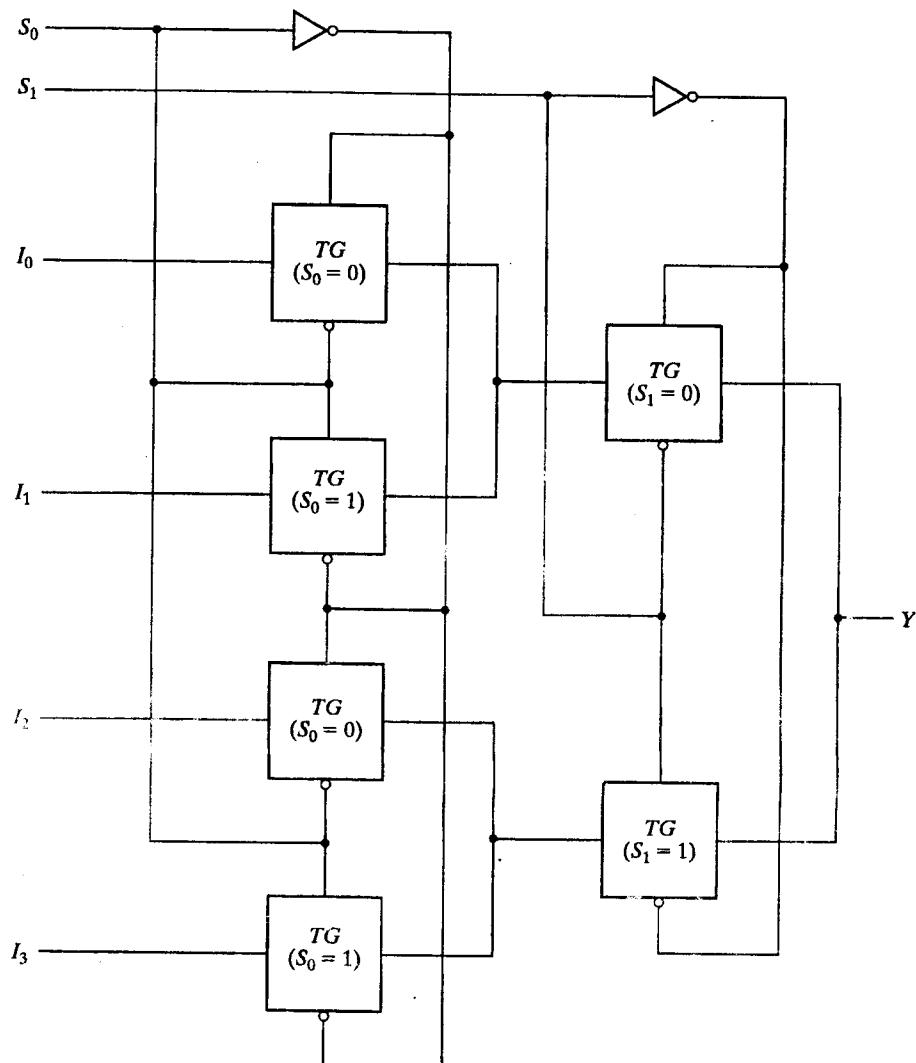
گیت OR احصاری (XOR) را می‌توان با گیت انتقال و دو وارونگر ساخت، شکل ۱۰-۲۶.



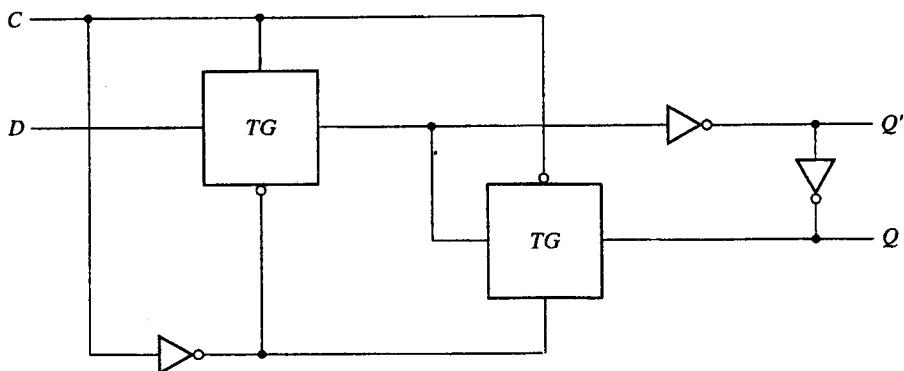
شکل ۱۰-۲۶. XOR ساخته شده از گیت‌های انتقال

وروودی A مسیرها را در گیت‌های انتقال کنترل می‌کند و ورودی B از طریق گیت‌ها به خروجی Y وصل می‌باشد. وقتی ورودی A برابر ۰ است، گیت انتقال $TG1$ بسته و خروجی Y برابر با ورودی B می‌گردد. هنگامی که ورودی A در ۱ است، گیت $TG2$ بسته و خروجی برابر با متمم ورودی B خواهد بود. این حالات جدول درستی XOR را مطابق با شکل ۱۰-۲۶ نتیجه می‌دهند.

مدار دیگری که با گیت انتقال قابل ساخت است، مولتی پلکسر می‌باشد. یک مولتی پلکسر ۴ به ۱ با گیت‌های انتقال در شکل ۱۰-۲۷ ملاحظه می‌شود. مدار TG ، به هنگام ۱ بودن کنترل‌های عمودی در ورودی‌های بدون حباب، و ۰ در ورودی‌های حباب‌دار، یک مسیر انتقال بین ورودی‌های افقی و خروجی ایجاد می‌نماید. با تغییر قطبیت در ورودی‌های کنترل مسیر قطع و مدار مانند یک سوئیچ باز



شکل ۱۰-۲۷. مولتی پلکسر با گیت‌های انتقال



شکل ۱۰-۲۸. لج D گیت شده با گیت‌های انتقال

عمل خواهد کرد. دو ورودی انتخاب S_1 و S_0 ، مسیر انتقال را در مدار TG کنترل می‌نمایند. در داخل هر مربع شرط بسته بودن سوئیچ گیت انتقال نوشته شده است. بنابراین اگر $S_1 = 0$ و $S_0 = 0$ باشد، مسیر بسته‌ای از ورودی I_0 به خروجی Y که از طریق دو گیت TG که با $S_1 = 0$ و $S_0 = 0$ مشخص شده‌اند، ایجاد می‌شود. سه ورودی دیگر به وسیله سایر مدارهای TG از خروجی جدا شده‌اند.

فلیپ فلاب D -حساس به سطح که معمولاً به آن لج D گیتی می‌گویند، به وسیله گیت‌های انتقال قابل ساخت است، شکل ۱۰-۲۸. ورودی C دو گیت انتقال را کنترل می‌نماید. وقتی $C = 1$ است، TG متصل به ورودی D مسیر بسته‌ای دارد و دیگری که به خروجی Q متصل است مسیر بازی ایجاد می‌نماید. این وضعیت دو مدار معادلی، از ورودی D از طریق دو وارونگر به خروجی به وجود می‌آورد. بنابراین مادامی که C فعال بماند خروجی، ورودی را دنبال خواهد کرد. اگر $C = 0$ باشد، اولین TG را از مدار قطع و دومین TG مسیر بسته‌ای را بین دو وارونگر در خروجی ایجاد می‌کند. بنابراین مقدار موجود در ورودی D در لحظه انتقال C از ۱ به ۰ در خروجی Q حفظ خواهد شد.

می‌توان یک فلیپ فلاب حاکم-تابع را هم با دو مدار طبق شکل ۱۰-۲۸ ساخت. اولین مدار حاکم و دومی تابع است. بنابراین یک فلیپ فلاب D حاکم-تابع را می‌توان با چهار گیت انتقال و شش وارونگر ایجاد کرد.

۱۰-۱۰ مدل‌سازی سطح-سوئیچ با HDL

CMOS، خانواده منطقی دیجیتال حاکم ذر مدارهای مجتمع است. بنا به تعریف، CMOS اتصال متمم یا مکمل یک ترانزیستور NMOS با یک ترانزیستور PMOS می‌باشد. ترانزیستورهای MOS را می‌توان به عنوان سوئیچ در نظر گرفت که در حالت بسته یا باز قرار دارند. با تعریف اتصالات بین سوئیچ‌های MOS، طراح می‌تواند یک مدار ساخته شده با CMOS را تعریف نماید. این نوع تعریف را در Verilog HDL، مدل‌سازی سطح-سوئیچ می‌نامند.

دو نوع سوئیچ MOS در Verilog HDL با دو کلمه کلیدی nmos و pmos تعریف شده‌اند. این سوئیچ‌ها با سه پایانه ترانزیستور طبق شکل ۱۰-۲۰ ذکر می‌شوند.

```
nmos (drain, source, gate);
pmos (drain, source, gate);
```

سوئیچ‌ها به عنوان Primitive ملاحظه می‌شوند بنابراین استفاده از instance name اختیاری است. به هنگام طراحی مدارهای MOS، اتصال به یک منبع تغذیه (V_{DD}) و به زمین باید مشخص گردد. منبع تغذیه و زمین با کلمات کلیدی Supply1 و Supply0 تعریف می‌شوند. این کلمات مطابق عبارات زیر مشخص می‌گردند.

```
supply1 PWR;
supply0 GRD;
```

منابع نوع Supply1 معادل V_{DD} بوده و دارای مقدار ۱ منطقی‌اند. منابع نوع Supply0 معادل زمین بوده و دارای مقدار ۰ منطقی‌اند.

وارونگر CMOS شکل ۱۰-۲۲ (الف) در مثال ۱۰-۱ HDL توصیف شده است. ورودی، خروجی و دو منبع تغذیه ابتدا اعلان شده‌اند. مدول یک ترانزیستور NMOS و PMOS را ذکر می‌نماید. خروجی Y برای هر دو ترانزیستور مشترک است که به درین آنها متصل می‌باشد. ورودی نیز برای هر دو ترانزیستور در پایانه‌های گیت مشترک است. پایانه سورس ترانزیستور PMOS به PWR و پایانه سورس ترانزیستور NMOS به GRD وصل است.

دومین مدول در مثال ۱۰-۲ مدار CMOS NAND شکل ۱۰-۲۲ (ب) را توصیف می‌نماید. در این شکل دو ترانزیستور PMOS وجود دارد که به طور موازی به هم وصل و به PWR متصل شده‌اند. دو ترانزیستور NMOS دیگر به طور سری به هم وصلند و پایانه W1 برای آنها مشترک است. درین NMOS اول به خروجی و سورس NMOS دوم به GRD متصل می‌باشد.

گیت انتقال

گیت انتقال در Verilog HDL با کلمه کلیدی cmos ذکر می‌شود. این گیت دارای یک خروجی،

مثال ۱۰-۱ HDL

```
//CMOS inverter Fig. 10-22 (a)
module inverter (Y,A);
    input A;
    output Y;
    supply1 PWR;
    supply0 GRD;
    pmos (Y,PWR,A);      // (Drain,source,gate)
    nmos (Y,GRD,A);      // (Drain,source,gate)
endmodule
```

مثال ۱۰-۲

```
//CMOS 2-input NAND Fig. 10-22(b)
module NAND2 (Y,A,B);
    input A,B;
    output Y;
    supply1 PWR;
    supply0 GRD;
    wire W1;           //terminal between two nmos
    pmos (Y,PWR,A);   //source connected to Vdd
    pmos (Y,PWR,B);   // parallel connection
    nmos (Y,W1,A);    // serial connection
    nmos (W1,GRD,B);  // source connected to ground
endmodule
```

ورودی و دو سیگنال کنترل مطابق شکل ۱۰-۲۴ است. به آن سوئیچ cmos می‌گویند. کد مربوط به آن مطابق زیر است.

```
cmos (output,input,ncontrol,pcontrol); //general description
cmos (Y,X,N,P); //transmission gate of Fig. 10-24(b)
```

و V_{DD} و V_{SS} متنامه ncontrol و pcontrol متمم یکدیگرند. سوئیچ cmos به منابع تغذیه نیازی ندارد. سوئیچ MOS و صلند. گیت‌های انتقال در ساخت مولتی پلکسراها و فلیپر بللاب‌ها با مدارهای CMOS مورد توجه‌اند.

مثال ۱۰-۳ HDL ۱۰-۲۶ توصیف یک مدار با سوئیچ‌های cmos را نشان می‌دهد. مدار XOR شکل ۱۰-۲۶ دارای دو گیت انتقال و دو وارونگر است. دو وارونگر با مدول وارونگر CMOS ذکر شده‌اند. دو سوئیچ cmos بدون instance name ذکر شده‌اند زیرا به عنوان primitive در نظر گرفته شده‌اند. یک مدول تست برای تست عملکرد مدار لحاظ شده است. با اعمال همه ترکیبات ممکن دو ورودی، نتیجه حاصل از شبیه‌ساز عملکرد مدار XOR تصدیق می‌شود. خروجی شبیه‌سازی به قرار زیر است:

$A = 0$	$B = 0$	$Y = 0$
$A = 0$	$B = 1$	$Y = 1$
$A = 1$	$B = 0$	$Y = 1$
$A = 1$	$B = 1$	$Y = 0$

```
//XOR with CMOS switchs Fig. 10-25
module SXOR (A,B,Y);
    input A,B;
    output Y;
    wire Anot, Bnot;
//instantiate inverter
    inverter v1 (Anot,A);
    inverter v2 (Bnot,B);
//instantiate cmos switch
    cmos (Y,B,Anot,A);      //(output,input,ncontrol,pcontrol)
    cmos (Y,Bnot,A,Anot);
endmodule

//CMOS inverter Fig. 10-22(a)
module inverter (Y,A);
    input A;
    output Y;
    supply1 PWR;
    supply0 GRD;
    pmos (Y,PWR,A);        //(Drain,source,gate)
    nmos (Y,GRD,A);        //(Drain,source,gate)
endmodule

//Stimulus to test SXOR
module test_SXOR;
    reg A,B;
    wire Y;
//Instantiate SXOR
    SXOR X1 (A,B,Y);
//Apply truth table
    initial
        begin
            A=1'b0; B=1'b0;
            #5 A=1'b0; B=1'b1;
            #5 A=1'b1; B=1'b0;
            #5 A=1'b1; B=1'b1;
        end
//display results
    initial
        $monitor ("A =%b B= %b Y =%b",A,B,Y);
endmodule
```

۱-۱ در زیر مشخصات گیت های NAND دو ورودی چهار تابی TTL 74S00 شوتکی ارائه شده است. گنجایش خروجی، توان تلف شده، تأخیر انتشار و حد پارازیت گیت NAND شوتکی را محاسبه کنید.

پارامتر	نام	مقدار
V_{CC}	منبع تغذیه	5 V
I_{CCH}	جریان تغذیه سطح بالا (چهار گیت)	10 mA
I_{CCI}	جریان تغذیه سطح پایین (چهار گیت)	20 mA
V_{OH}	ولتاژ خروجی سطح بالا (حداقل)	2.7 V
V_{OL}	ولتاژ خروجی سطح پایین (حداکثر)	0.5 V
V_{IH}	ولتاژ ورودی سطح بالا (حداقل)	2 V
V_{IL}	ولتاژ ورودی سطح پایین (حداکثر)	0.8 V
I_{OH}	جریان خروجی سطح بالا (حداقل)	1 mA
I_{OL}	جریان خروجی سطح پایین (حداکثر)	20 mA
I_{IH}	جریان ورودی سطح بالا (حداقل)	0.05 mA
I_{IL}	جریان ورودی سطح پایین (حداکثر)	2 mA
t_{PLH}	تأخیر پایین به بالا	3 ns
t_{PHL}	تأخیر بالا به پایین	3 ns

۲-۱ (الف) ولتاژ سطح بالا گیت RTL را برای گنجایش خروجی ۵ محاسبه نماید.

(ب) حداقل ولتاژ لازم برای راندن ترانزیستور RTL به اشباع $20 = h_{FE}$ را معین نماید.

(پ) با نتایج (الف) و (ب) حد پارازیت گیت RTL را وقتی ورودی بالا و گنجایش خروجی ۵ است معین کنید.

۳-۰ نشان دهد که ترانزیستور خروجی گیت DTL شکل ۱۰-۹، وقتی همه ورودی ها در سطح بالا باشند، به اشباع می رود. $20 = h_{FE}$ می باشد.

۴-۰ خروجی Y گیت DTL که در شکل ۱۰-۹ ملاحظه می شود را به N ورودی گیت های مشابه دیگر وصل کنید. فرض شود که ترانزیستور خروجی اشباع شده و جریان بیس آن $0.44mA = 20h_{FE}$ فرض می گردد.

(الف) جریان مقاومت $2K\Omega$ را محاسبه کنید.

(ب) جریان واردہ از هر ورودی متصل به گیت را محاسبه نماید.

(پ) جریان کلکتور کل را در ترانزیستور خروجی به صورت تابعی از N حساب کنید.

(ت) مقداری از N را بدست آورید که ترانزیستور را در اشباع نگهداشد.

(ث) گنجایش خروجی گیت چند است؟

۵-۰ اجازه بدهید تا ورودی های گیت TTL کلکتور باز شکل ۱۰-۱۱ در سطح بالا، ۳V باشند.

(الف) ولتاژ های بیس، کلکتور و امیر هم ترانزیستورها را معین نماید.

(ب) حداقل h_{FE} لازم برای اشباع شدن ترانزیستور را معین کنید.

(پ) جریان بیس Q_3 را حساب کنید.

- (ت) فرض شود که حداقل برای $Q3$ برابر 18.6 است. حداکثر جریان قابل تحمل به وسیله کلکتور برای اطمینان از اشباع $Q3$ چقدر است؟
- (ث) حداقل مقدار R_L برای اشباع $Q3$ چقدر است؟

- ۶-۱۰ (الف) با به کارگیری ترانزیستورهای خروجی واقعی دو گیت TTL کلکتور باز، نشان دهید. (با جدول درستی) که وقتی به یک مقاومت بیرونی و V_{CC} وصل شده است، اتصال سیمی آن تولید تابع AND می‌کند.
- (ب) ثابت کنید که دو وارونگر TTL کلکتور باز وقتی به هم وصل شوند تولید تابع NOR می‌نمایند.
- ۷-۱۰ در بخش ۵-۱۰ بیان شد که خروجی‌های تاتم-پل برای ساخت منطق سیمی نباید به هم گره بخورند. برای دیدن علت این معن، دو نمونه از آن را به هم وصل کرده و اجازه بدید خروجی یکی در سطح بالا و خروجی گیت دیگر در حالت پایین باشد. نشان دهید که جریان (در این حالت مجموع جریان‌های کلکتور و بیس ترانزیستور اشباع $Q4$ در شکل ۴-۳۲mA) حدود $0.4mA$ است. این مقدار را با جریان بار پیشنهادی در سطح بالای مقایسه نمایید.

- ۸-۱۰ برای شرایط زیر، ترانزیستورهای خاموش و آنهایی که در حال هدایتند را برای گیت TTL سه حالت شکل ۱۰-۱۶ مشخص نمایید. (برای $Q1$ و $Q6$ لازم است حالات را در پیوندهای بیس-امیتر و بیس-کلکتور به طور جداگانه حساب کنید).
- (الف) وقتی C پایین و A نیز در سطح پایین است.
- (ب) وقتی C پایین و A در سطح بالاست.
- (پ) وقتی C در سطح بالاست.
- در هر حالت خروجی در چه وضعیتی است.

- ۹-۱۰ جریان امیتر I_E را در دو سر ECL شکل ۱۷-۱۰ در گیت RE در شرایط زیر بدست آوردید.
- (الف) حداقل یک ورودی در سطح بالا، $-0.8V$ ، است.
- (ب) همه ورودی‌ها در $-1.8V$ هستند.
- (پ) اکنون فرض کنید که $I_E = I_C$ است. افت ولتاژ دو سر مقاومت کلکتور در هر حالت را محاسبه کنید و نشان دهید که مقدار آن حدود $1V$ است.

- ۱۰-۱۰ حد پارازیت گیت ECL را محاسبه کنید.
- ۱۱-۱۰ با استفاده از خروجی‌های NOR دو گیت ECL، نشان دهید که وقتی با هم به یک مقاومت بیرونی و ولتاژ تغذیه منفی وصل شوند، اتصال سیمی تولید تابع OR می‌نماید.

- ۱۲-۱۰ ترانزیستور MOS دو طرفه است، یعنی جریان می‌تواند از سورس به درین یا از درین به سورس جاری شود. با استفاده از این خصوصیت، مداری بدست آورید که تابع بولی زیر را پیاده‌سازی کند.

$$Y = (AB + CD + AED + CEB)'$$

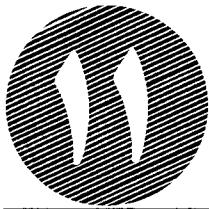
از شش ترانزیستور MOS استفاده نمایید.

- ۱۳-۱۰ (الف) مدار گیت NAND چهار ورودی را با ترانزیستورهای CMOS نشان دهید.
- (ب) کار خود را برای یک گیت NOR چهار ورودی تکرار نمایید.

- ۱۰-۱۴ یک مدار XNOR با دو وارونگر و دو گیت انتقال بسازید.
- ۱۰-۱۵ یک مولتی پلکسر 8 به 1 خط را با گیت های انتقال و وارونگر بسازید.
- ۱۰-۱۶ نمودار منطقی فلیپ فلاپ D حاکم-تابع را با استفاده از گیت های انتقال و وارونگر رسم نماید.
- ۱۰-۱۷ یک برنامه تست که مدار NAND مثال ۱۰-۲ HDL را تست کند بنویسید. شبیه سازی باید صحت جدول درستی گیت را تحقیق نماید.

مراجع

1. TOCCI, R. J. and N. S. WIDMER. 2001. *Digital Systems Principles and Applications*, 8th ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
2. WESTE, N. E. and K. ESHRAGHIAN. 1993. *Principles of CMOS VLSI design: A System Perspective*, 2nd ed. Reading, MA: Addison-Wesley.
3. WAKERLY, J. F. 2000. *Digital Design: Principles and Practices*, 3rd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
4. HODGES, D. A., and H. G. JACKSON. 1988. *Analysis and Design of Digital Integrated Circuits*, 2nd ed. New York: McGraw-Hill.
5. 1988. *The TTL Logic Data Book*. Dallas: Texas Instruments.
6. 1994. *CMOS Logic Data Book*. Dallas: Texas Instruments.
7. CILETTI, M. D. 1999. *Modeling, Synthesis, and Rapid Prototyping with Verilog HDL*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.



تمرینات آزمایشگاهی

۱۱- مقدمه‌ای بر آزمایش‌ها

این فصل ۱۸ تمرین آزمایشگاهی را برای مدارهای دیجیتال و طراحی منطقی ارائه می‌دهد. این آزمایش‌ها همراه مطالب کتاب تجربه کافی را برای دانشجو فراهم می‌نمایند. مدارهای دیجیتال با استفاده از مدارهای مجتمع (IC) که به راحتی در آزمایشگاه قابل نصب روی بردبورد هستند ساخته می‌شوند. ترتیب ارائه آزمایش‌ها منطبق بر مطالب کتاب است. آخرین بخش چند قسمت تکمیلی همراه با پیشنهادات برای استفاده از Verilog HDL، شبیه‌سازی و تست مدارهای دیجیتال را در بردارد. بردبور منطقی مورد استفاده مناسب باید تجهیزات زیر را داشته باشد.

- ۱- لامپ‌های نشانگر LED
- ۲- سوئیچ‌های دگر وضع برای تهیه منطق ۰ و ۱
- ۳- پالس‌ساز همراه با کلید فشاری و مدار نوسان‌گیر برای تولید تک پالس‌ها
- ۴- مولد پالس ساعت با حداقل دو فرکانس- یک فرکانس پایین در حد یک پالس بر ثانیه برای مشاهده تغییرات در سیگنال‌های دیجیتال و فرکانس بالات برای مشاهده امواج در یک اسیلوسکوپ
- ۵- منبع تغذیه ۵V
- ۶- سوکت ردیفی برای نصب آی‌سی‌ها
- ۷- سیم‌های محکم و یک جفت سیم‌چین برای بریدن سیم‌ها

وسایل آموزشی مدارهای دیجیتال که تجهیزات لازم را دارند از چندین سازنده قابل خریداری است. یک سیستم آموزشی دیجیتال حاوی لامپ‌های LED، کلیدهای دگر وضع، پالس‌سازها، یک ساعت متغیر، منبع تغذیه و سوکت نواری آی‌سی است. بعضی از آزمایش‌ها ممکن است کلیدهای، لامپ‌ها یا سوکت‌های اضافی لازم داشته باشند. همچنین ممکن است بردبوردها همراه با سوکت‌های بدون لحیم و

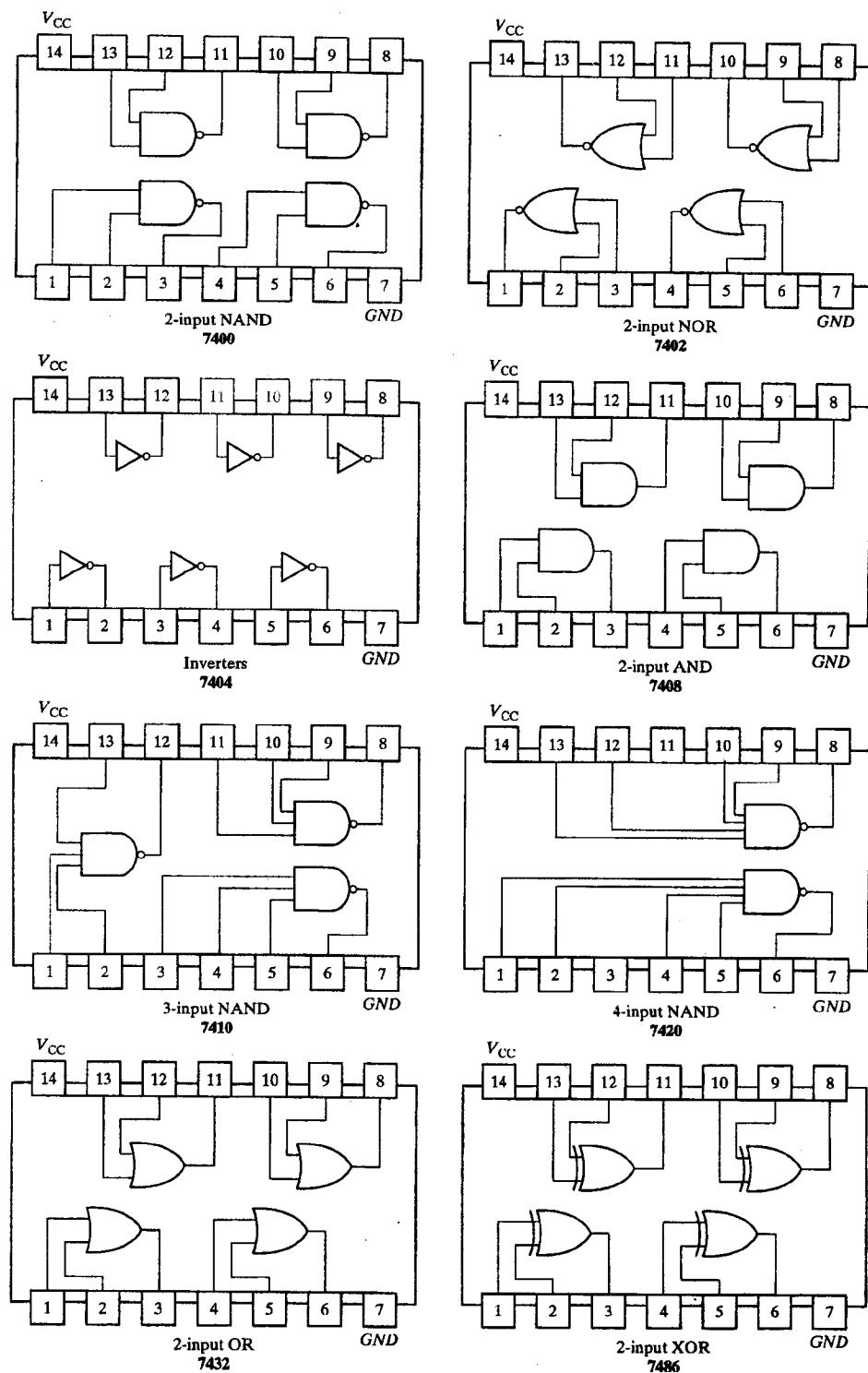
کلیدهای نصی و لامپ‌های اضافی هم مورد نیاز باشند.

امکانات اضافی دیگر لازم عبارتند از اسیلوسکوپ دو کانااله (برای آزمایش‌های ۱، ۲، ۸ و ۱۵)، یک پرورب منطقی برای عیب‌یابی و تعدادی IC های لازم عبارتند از TTL سری 7400 یا CMOS. مدارهای مجتمع مورد استفاده در آزمایش‌ها را به صورت مدارهای مجتمع با فشردگی کم (SSI) یا مدارهای مجتمع با فشردگی متوسط (MSI) می‌توان دسته‌بندی کرد. مدارهای SSI حاوی گیت‌های جدا از هم و مدارهای MSI توابع دیجیتال خاصی را تولید می‌نمایند. هشت آئی‌سی گیت SSI به کار رفته در آزمایشها در شکل ۱۱-۱ ملاحظه می‌شود. آنها شامل گیت‌های AND، NOR، OR و XOR دو ورودی، NOT و چهار ورودی‌اند. نام‌گذاری پایه‌ها برای گیت‌ها در نمودار مشخص شده است. پایه‌ها از ۱ تا ۱۴ شماره گذاری شده‌اند. پایه ۱۴ با V_{CC} و پایه ۷ با GND (زمین) علامت گذاری شده است. این پایه‌ها مربوط به تغذیه‌اند که باید برای دستیابی به یک عملکرد صحیح به منبع تغذیه ۵V وصل شوند. هر آئی‌سی با شماره‌ای مشخص شناسایی می‌شود؛ مثلاً، گیت‌های NAND دو ورودی در آئی‌سی شماره 7400 یافت می‌شوند.

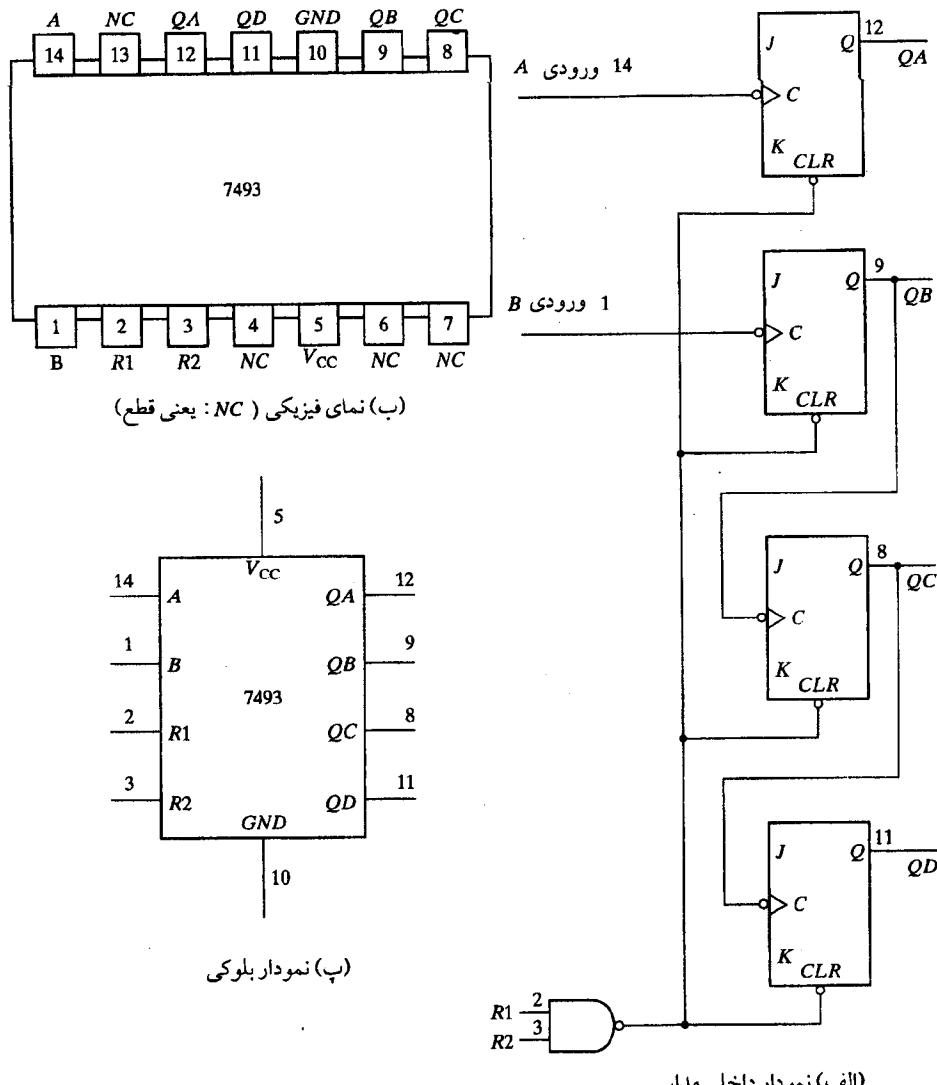
توضیحات بیشتر برای مدارهای MSI را می‌توان در کتب اطلاعات سازنده‌گان یافت. بهترین راه کسب تجربه در مورد مدارهای MSI تجاری مطالعه توصیف آنها در این گونه منابع است که اطلاعات کاملی را در مورد مشخصه‌های درونی، بیرونی و الکتریکی آنها در اختیار می‌گذارند. سازنده‌گان مختلف، کتابچه‌های اطلاعات متعدد را برای سری 7400 چاپ کرده‌اند. مدارهای MSI مورد نیاز آزمایشات به هنگام کاربردشان توصیف خواهند شد. عملکرد مدار با مراجعه به مدارات مشابه در فصول قبل توضیح داده می‌شود. اطلاعات داده شده درباره مدارهای MSI در این فصل برای اجرای صحیح آزمایشات کفايت می‌کنند. با این وجود مراجعه به برگه‌های اطلاعاتی همواره مفید خواهد بود، زیرا توصیف بیشتری برای مدارها در اختیار می‌گذارند.

اکنون به نمایش ارائه مدارهای MSI می‌پردازیم. این کار برای شمارنده موج گونه 7493 با مثال خاصی صورت گرفته است. این IC در آزمایش ۱ و آزمایش‌های بعدی برای تولید رشته اعداد دودویی هنگام تحقیق صحت عملکرد مدارهای ترکیبی مورد استفاده می‌گیرد.

اطلاعات حاصل از برگه‌ها و کتب اطلاعات برای 7493 در شکل ۱۱-۲ (الف) و (ب) نشان داده شده است. بخش (الف) نمودار مدار منطقی داخلی و اتصالات آن به پایه‌های خارجی را نشان می‌دهد. به همه ورودی‌ها حرف سمبولیکی نسبت داده شده و نیز به پایه‌ها شماره تخصیص یافته است. بخش (ب) نمای فیزیکی IC همراه با نام سیگنال‌های مربوط به ۱۴ پایه شمارنده را نشان می‌دهد. پایه‌هایی که به کار نرفته‌اند با NC علامت گذاری شده‌اند. آئی‌سی بر روی سوکتی سوار شده و سیم‌ها از طریق پایه‌های سوکت به پایه‌های آن مرتبط شده‌اند. به هنگام رسم نمودار در این فصل، IC را به فرم نمودار بلوکی شکل ۱۱-۲ (ب) نشان خواهیم داد. شماره IC ۷493 یعنی 7493 در داخل بلوک نوشته شده است. تمام پایه‌های ورودی در سمت چپ و پایه‌های خروجی در سمت راست بلوک نوشته شده‌اند. سمبول‌های حرفی سیگنال مانند A، R1 و QA هم در داخل بلوک مشخص شده‌اند، و پایه‌های مربوطه مانند ۱۴، ۲، ۱۲ در امتداد



شکل ۱۱-۱. گیت‌های دیجیتال در بسته‌های IC با شماره مشخصه و شماره پایه‌ها



شکل ۱۱-۲. آی سی شمارنده موج‌گونه 7493

خطوط بیرونی نوشته شده‌اند. V_{CC} و GND پایانه‌های تغذیه بوده و به پایه‌های 5 و 10 وصل می‌گردد. برای جای دادن تمام پایانه‌های ورودی و خروجی ممکن است سایز بلوک تغییر نماید. ورودی‌ها یا خروجی‌های هم‌گاهی جهت سهولت در بالا و یا در پایین بلوک قرار داده می‌شوند. طرز کار مدار مشابه شمارنده موج‌گونه شکل ۶-۸ (الف) همراه با پاک کننده غیرهمزمان CLR برای هر فلیپ فلáp است. وقتی ورودی‌های R_1 یا R_2 یا هر دو در منطق 0 هستند، همه پاک کننده‌های غیرهمزمان در منطق 1 بوده و غیرفعال می‌باشند. برای پاک کردن هر چهار فلیپ فلáp، باید خروجی

گیت NAND برابر 0 باشد. این کار با قرار دادن $R1$ و $R2$ در 1 منطقی انجام می‌گردد (حدود 5 ولت). توجه کنید که ورودی‌های J و K به جایی متصل نیستند. این از ویژگی‌های مدار TTL است که یک ورودی بدون اتصال با بیرون، دارای اثر یک سیگنال معادل منطقی 1 است. همچنین توجه کنید که خروجی $Q4$ از داخل به ورودی B متصل نیست.

آئی سی 7493 می‌تواند با استفاده از ورودی B و فلیپ فلاپ‌های QB ، QC و QD کار کند. و نیز با به کارگیری ورودی A ، اگر خروجی QA به ورودی B وصل شده باشد، این مدار به عنوان یک شمارنده 4 بیت کار خواهد کرد. بنابراین، برای راهنمایی به صورت یک شمارنده چهار بیتی، لازم است یک اتصال پیرونی بین پایه 12 و 1 ایجاد شود. ورودی‌های بازنشانی، $R1$ و $R2$ ، باید در نقاط 2 و 3 به زمین وصل شوند. پایه‌های 5 و 10 باید به تغذیه 5V متصل گردد. پالس‌های ورودی باید به ورودی A در پایه 14 اعمال گردد، و بالاخره چهار خروجی فلیپ فلاپ QA ، QB ، QC و QD باید به ترتیب از پایه‌های 12، 9، 8 و 11 اخذ شوند، که $Q4$ کم ارزش ترین بیت می‌باشد.

شکل ۱۱-۲ (پ) روش نمایش گرافیکی همه مدارهای MSI را در این IC نشان می‌دهد. برای هر فقط یک نمودار بلوکی مشابه با این شکل به کار خواهد رفت. سمبل‌های حرفی برای ورودی‌ها و خروجی‌ها در نمودار بلوکی مطابق سمبول‌های به کار رفته در کتب اطلاعات آن است. با ارجاع به نمودارهای منطقی فصول قبل، عملکرد مدار تشریح خواهد شد. این عملکرد با جدول درستی یا یک جدول تابع مشخص خواهد شد.

دیگر سمبول‌های گرافیکی ممکن برای آئی سی‌ها در فصل ۱۲ ارائه شده است. این سمبول‌های گرافیکی استاندارد به وسیله انتیتو مهندسان برق و الکترونیک IEEE 91-1984 موردن تصویب قرار گرفته است. سمبول‌های گرافیکی گیت‌های SSI شکل مستطیلی دارند، شکل ۱۲-۱. سمبول گرافیکی استاندارد آئی سی 7493 را در شکل ۱۲-۱۳ ملاحظه خواهید کرد. این سمبول می‌تواند جایگزین سمبول به کار رفته در شکل ۱۱-۲ (پ) گردد. سمبول گرافیکی سایر آئی سی‌های به کار رفته در آزمایشات در فصل ۱۲ ارائه شده‌اند. این سمبول‌ها در صورت لزوم برای ترسیم نمودارهای شماتیک مدارهای منطقی، به کار خواهند رفت.

جدول ۱۱-۱ آئی سی‌های مورد لزوم برای آزمایشات را به همراه شماره شکل‌های مربوطه لیست کرده است. به علاوه، جدول، شماره شکل‌های فصل ۱۲ را نیز لیست نموده است که در آنها سمبول‌های استاندارد معادل نشان داده شده‌اند.

بقیه فصل شامل ۱۹ قسمت است. هجده بخش اول، هجده آزمایش سخت‌افزاری را نشان می‌دهد که به مدارهای مجتمع دیجیتال نیاز دارند. بخش ۱۱-۱۹ آزمایش‌های شبیه‌سازی HDL را شامل می‌شود که به یک شبیه‌ساز و کامپایلر Verilog HDL نیاز دارند.

۱۱-۱ اعداد دودویی و ددهی

این آزمایش شمارش یک رشته اعداد دودویی و نمایش اعداد BCD را نشان می‌دهد. آزمایش مذکور به منظور آشنایی با بردبورد به کار رفته در آزمایشگاه و نیز آشنایی دانشجویان با اسیلوسکوپ

جدول ۱۱-۱. مدارات مجتمع مورد نیاز برای آزمایشات

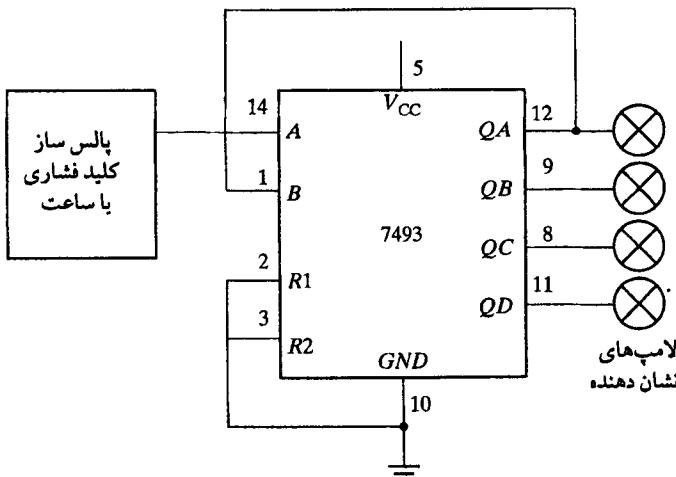
شماره آی‌سی	توضیح	در فصل ۱۱	در فصل ۱۲	سمبل‌های گرافیکی
7447	انواع گیت دیکدر BCD به هفت قسمتی	شکل ۱۱-۱	شکل ۱۲-۱	
7474	دو فلیپ فلاپ نوع D	شکل ۱۱-۸	شکل ۱۲-۹ (ب)	
7476	دو فلیپ فلاپ JK	شکل ۱۱-۱۲	شکل ۱۲-۹ (الف)	
7483	جمع کننده دودویی چهار بیت	شکل ۱۱-۱۰	شکل ۱۲-۲	
7493	شمارنده موج گونه چهار بیت	شکل ۱۱-۲	شکل ۱۲-۱۳	
74151	مولتی پلکسر 8x1	شکل ۱۱-۹	شکل ۱۲-۷ (الف)	
74155	دیکدر 3x8	شکل ۱۱-۷	شکل ۱۲-۶	
74157	چهار مولتی پلکسر 2x1	شکل ۱۱-۱۷	شکل ۱۲-۷ (ب)	
74161	شمارنده چهار بیت سنکرون	شکل ۱۱-۱۵	شکل ۱۲-۱۴	
74189	حافظه RAM ، 16x4	شکل ۱۱-۱۸	شکل ۱۲-۱۵	
74194	شیفت رجیستر چهار بیت	شکل ۱۱-۱۹	شکل ۱۲-۱۲	
74195	شیفت رجیستر دو جهته چهار بیت	شکل ۱۱-۱۶	شکل ۱۲-۱۱	
7730	نمایش هفت قسمتی LED	شکل ۱۱-۸		
72555	تايمر دقیق	شکل ۱۱-۲۱		

اعشه کاتودیک است. مطالب مرجع مورد نیاز در حین کار را می‌توانید از بخش ۱-۲ برای اعداد دودویی و بخش ۱-۷ برای اعداد BCD بدست آورید.

شمارش دودویی

آی‌سی 7493 مطابق شکل ۱۱-۲ از چهار فلیپ فلاپ تشکیل شده است. سلول‌ها می‌توانند برای شمارش دودویی یا هم متصل شوند. با سیم‌بندی بیرونی، مطابق شکل ۱۱-۳، آن را به عنوان شمارنده دودویی آماده نمایید. این کار با اتصال از پایه 12 (خروجی Q4) به پایه 1 (وروودی B) انجام می‌شود. ورودی A در پایه 14 به پالس‌سازی وصل می‌شود تا تک پالس‌هایی تولید نماید. دو ورودی بازنشانی، R1 و R2، به زمین متصل می‌گردند. چهار خروجی به چهار لامپ مرتبط شده‌اند و در آن بیت کم ارزش‌تر از Q4 به سمت راست‌ترین لامپ متصل شده است. از اتصال تغذیه 5V و زمین به IC فراموش ننمایید. حین اجرای اتصالات، منبع تغذیه باید خاموش باشد.

اکنون منبع تغذیه را روشن کنید و چهار لامپ را ملاحظه نمایید. با هر پالس تولیدی به وسیله دکمه فشاری روی پالس‌ساز، عدد 4 بیتی خروجی یک واحد افزایش می‌یابد. شمارش به 15 رفته و سپس به 0 باز می‌گردد. ورودی شمارنده در پایه 14 را از پالس‌ساز جدا کنید و به یک مولد پالس ساعت بیندید تا



شکل ۱۱-۳. شمارنده دودویی

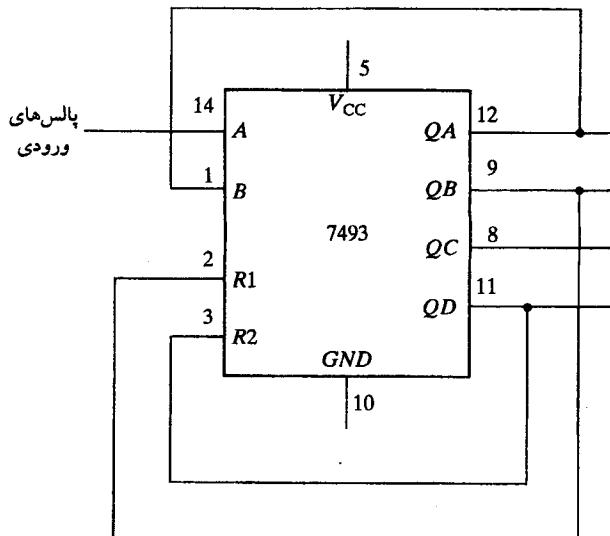
رشته‌ای از پالس‌ها با فرکانسی حدود یک هرتز به شمارنده منتقل گردد. این کار موجب شمارش خودکار خواهد شد. به یاد داشته باشید که شمارنده دودویی در آزمایشات بعدی برای تهیه سیگنال‌های دودویی ورودی در تست مدارهای ترکیبی به کار خواهد رفت.

نمایش اسیلوسکوپ

فرکانس ساعت را به 10 KHz یا بالاتر افزایش دهید و خروجی آن را به یک اسیلوسکوپ دو کanal متصل نمایید. خروجی ساعت را روی اسیلوسکوپ مشاهده کرده و آن را رسم کنید. خروجی QA را به یک کanal و خروجی مولد پالس ساعت را به کanal دوم وصل نمایید. هر بار که پالس ساعت از ۱ به ۰ برود QA متمم می‌گردد. همچنین توجه کنید که فرکانس ساعت در خروجی اولین فلیپ فلاپ نصف فرکانس ساعت در ورودی است. هر فلیپ فلاپ به توبه خود، فرکانس دریافتی خود را نصف می‌نماید. بنابراین شمارنده چهار بیت، فرکانس دریافتی را در خروجی QD بر ۱۶ تقسیم خواهد کرد. یک نمودار زمانبندی برای نمایش ارتباط پالس ساعت و چهار خروجی شمارنده تهیه کنید. دقت نمایش در نمودار حداقل ۱۶ پالس ساعت رسم شود. روال پیش روی آزمایش با اسیلوسکوپ بدین شرح است. ابتدا پالس‌های ساعت QA را مشاهده و شکل موج آنها را ثبت نمایید. سپس QA و QB ملاحظه و ثبت شود و به دنبال آن، اعمال را برای QC با QD تکرار گردد. نتیجهنه نهایی، رابطه زمانی ساعت و چهار خروجی، در یک نمودار مرکب با حداقل ۱۶ پالس ساعت خواهد بود.

شمارش BCD

نمایش BCD از اعداد دودویی ۰۰۰۱ تا ۱۰۰۱ برای نمایش ارقام ددهدی استفاده می‌کند. آی‌اسی



شکل ۱۱-۴. شمارنده BCD

با توجه به اتصالات شکل ۱۱-۴ قادر است به عنوان یک شمارنده BCD عمل کند. خروجی های QD و QB به دو ورودی بازنشانی $R1$ و $R2$ وصلند. وقتی هر دو ورودی $R1$ و $R2$ برابر ۱ باشند، هر چهار سلول شمارنده، جدا از پالس های ورودی، به ۰ پاک می شوند. شمارنده از ۰ شروع به کار کرده و با هر پالس ورودی، ۱ واحد افزایش می یابد تا به ۱۰۰۱ برسد. پالس بعدی خروجی را به ۱۰۱۰ تغییر می دهد، و در آن QB و QD برابر ۱ هستند. این خروجی لحظه نمی تواند دوامی داشته باشد، زیرا هر چهار سلول بلا فاصله پاک شده و در نتیجه خروجی ها ۰۰۰۰ خواهند شد. بنابراین پس از عدد ۱۰۰۱ خروجی به ۰۰۰۰ رفته و به این ترتیب یک شمارش BCD تولید شده است.

را برای یک شمارش BCD سیم بندی نمایید. ورودی ها را به یک مولد پالس و خروجی ها را به لامپ ها وصل کنید. ببینید آیا شمارش از ۰۰۰۰ تا ۱۰۰۱ انجام می شود؟

ورودی را از پالس ساز جدا کرده و آن را به مولد ساعت بیندید. پالس ساعت و چهار خروجی را روی اسیلوسکوپ ملاحظه نمایید. یک نمودار زمانبندی دقیقی که نشان دهنده ارتباط زمانی بین پالس ساعت و چهار خروجی باشد بدست آورید. مطمئن شوید که حداقل ده پالس ساعت به صورت نمودار مرکب روی صفحه اسیلوسکوپ وجود داشته باشد.

الگوی خروجی

وقتی که شمارش پالس ها در یک شمارنده BCD ادامه یابد، شمارنده رشته ۰۰۰۰ تا ۱۰۰۱ را شمرده و به ۰۰۰۰ باز می گردد. این بدان معنی است که هر بیت در چهار خروجی الگوی ثابتی از ۱ ها و ۰ ها را تولید می نماید و پس از هر ده پالس عمل تکرار می گردد. الگوی شمارش از روی جدول اعداد ۰۰۰۰ تا

1001 قابل پیش‌بینی است. لیست نشان می‌دهد که خروجی QA ، که کم ارزش‌ترین بیت است، الگوی یک در میانی از 0 تا 1 تولید می‌نماید. خروجی QD که با ارزش‌ترین بیت می‌باشد هشت 0 و دو 1 تولید می‌کند. برای دو خروجی دیگر الگوی موجود را بدست آورده و سپس هر چهار الگو را روی اسیلوسکوپ چک نمایید. این عمل با یک اسیلوسکوپ دو کanal و اتصال پالس ساعت به یکی، و یکی از خروجی‌ها به کanal دوم میسر است. الگوی 1 ها و 0 ها برای هر خروجی با مشاهده سطوح خروجی و تغییرات آن در امتداد محور عمودی و در جایی که پالس ساعت از 1 به 0 تغییر سطح می‌دهد، بدست می‌آید.

سایر شمارش‌ها

آی‌سی 7493 می‌تواند برای شمارش از 0 تا هر عدد نهایی موردنظر سیم‌بندی شود. این کار با وصل یک یا دو خروجی به ورودی‌های بازنشانی، یعنی $R1$ و $R2$ صورت می‌گیرد. بنابراین اگر $R1$ به جای QB در شکل ۱۱-۴، به QA وصل شود، شمارش حاصل از 0000 تا 1000 خواهد بود، که یکی کمتر از $1001 = 1 + QA = 1$ است.

با استفاده از اطلاعات خود در مورد چگونگی تأثیر $R1$ و $R2$ روی شمارش نهایی، آی‌سی 7493 را برای شمارش از 0000 تا شماره‌های نهایی زیر سیم‌بندی نمایید.

(الف) 0101

(ب) 0111

(پ) 1011

هر مدار را بسته و رشته شمارش آن را با اعمال پالس‌هایی از پالس‌ساز روی لامپ‌ها تحقیق کنید. اگر شمارش اولیه از عدد نهایی بزرگتر باشد، اعمال پالس ورودی را تا پاک شدن خروجی‌ها به 0 ادامه دهید.

۱۱-۲ گیت‌های منطقی دیجیتال

در این آزمایش رفتار منطقی انواع گیت‌های آی‌سی را تحقیق خواهید کرد که عبارتند از:

7400 - چهار گیت NAND دو ورودی

7402 - چهار گیت NOR دو ورودی

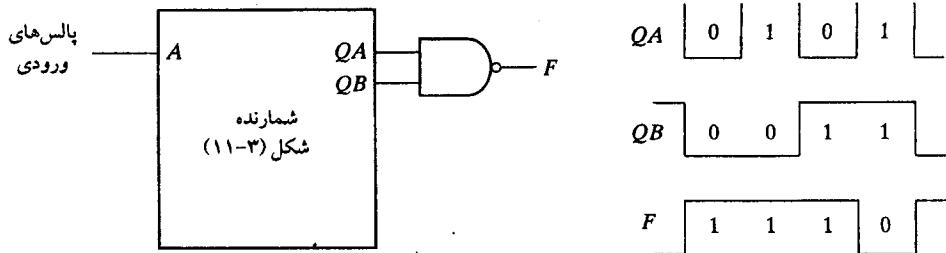
7404 - شش گیت NOT

7408 - چهار گیت AND دو ورودی

7432 - چهار گیت OR دو ورودی

7486 - چهار گیت XOR دو ورودی

تخصیص پایه‌ها به انواع گیت‌ها در شکل ۱۱-۱ دیده می‌شود. در برگه اطلاعات آی‌سی برای اعلان چهارتایی بودن گیت از کلمه "Quadruple" استفاده می‌گردد. گیت‌های منطقی دیجیتال و مشخصه‌های آنها در بخش ۲-۸ بحث شده‌اند. پیاده‌سازی با NAND در بخش ۳-۶ بحث شد.



شکل ۱۱-۵. شکل موج های گیت NAND

جداول درستی

از هر آی سی لیست شده فوق یک گیت انتخاب کنید و جدول درستی آن را بدست آورید. جدول درستی با اتصال ورودی های گیت به کلیدها و خروجی به یک لامپ بدست می آید. نتایج حاصل را با جدول درستی شکل ۲-۵ مقایسه نمایید.

شکل موج ها

برای هر گیت لیست شده فوق، رابطه شکل موج ورودی - خروجی را بدست آورید. شکل موج ها را روی اسیلوسکوپ مشاهده کنید. از دو خروجی پایین رتبه شمارنده دودویی (شکل ۱۱-۳) برای تهیه ورودی به گیت استفاده نمایید. به عنوان مثال، مدار و موج گیت NAND در شکل ۱۱-۵ تشریح شده است. اسیلوسکوپ این شکل موج را تکرار خواهد کرد، ولی شما باید بخش غیر تکراری آن را ثبت نمایید.

تأخیر انتشار

هر شش وارونگر داخل آی سی 7404 را به طور متوالی به هم بیندید. خروجی با ورودی یکسان خواهد بود و تنها اختلاف تأخیری است که سیگنال برای انتشار در شش وارونگر نیاز دارد. پالس های ساعت را به ورودی اولین وارونگر اعمال نمایید. با به کارگیری اسیلوسکوپ، زمان تأخیر ورودی اولین و خروجی ششمین وارونگر به هنگام پایین آمدن یا بالا رفتن را معین کنید. این عمل با یک اسیلوسکوپ دو کانال و اتصال پالس ساعت به یکی از کانال ها و خروجی ششمین وارونگر به کانال دیگر، صورت می گیرد. پیچ مربوط به مبنای زمان (time base) اسیلوسکوپ را روی پایین ترین بخش قرار دهید. زمان صعود و نزول پالس باید روی صفحه اسیلوسکوپ ظاهر گردد. برای بدست آوردن متوسط تأخیر انتشار در هر گیت، تأخیر کل را بر شش تقسیم نمایید.

گیت NAND یونیورسال

با استفاده از یک آی سی 7400، مداری با مشخصات زیر بسازید.

- (الف) یک وارونگر، NOT
- (ب) یک AND دو ورودی
- (پ) یک OR دو ورودی
- (ت) یک NOR دو ورودی
- (ث) یک XOR دو ورودی (شکل ۳-۳۲)

در هر حال، صحت عملکرد مدار خود را با مقایسه با جدول درستی تحقیق می‌نماید.

NAND مدار

با به کارگیری یک آی سی 7400، با گیت‌های NAND تابع بولی زیر را پیاده‌سازی کنید.

$$F = AB + CD$$

- نمودار مدار را رسم نمایید.
- جدول درستی تابع F را به صورت تابعی از چهار ورودی بدست آورید.
- مدار را وصل و صحت جدول درستی را تحقیق کنید.
- الگوهای ۰ و ۱ را برای F ضمن تغییر ورودی‌های A, B, C و D از ۰ تا ۱۵ دودویی ثبت نمایید.
- هر چهار خروجی شمارنده دودویی شکل ۱۱-۳ را به چهار ورودی مدار NAND وصل کنید. پالس‌های ساعت ورودی را به یک کانال، خروجی F را به کانال دیگر اسیلوسکوپ دو کاناله وصل نمایید. الگوهای ۱ و ۰ را برای F پس از هر پالس ساعت ثبت کرده و با الگوهای ثبت شده مرحله ۴ مقایسه نمایید.

۱۱-۳ ساده‌سازی توابع بول

این آزمایش رابطه بین یک تابع بول و نمودار منطقی مربوطه‌اش را نشان می‌دهد. توابع بولی طبق بحث فصل ۳ با روش نقشه ساده می‌شوند. نمودارهای منطقی طبق بحث بخش ۶-۳ با گیت‌های NAND رسم خواهند شد.

آی‌سی‌های مورد استفاده برای نمودار منطقی باید از نوع گیت‌های NAND شکل ۱۱-۱ باشند:

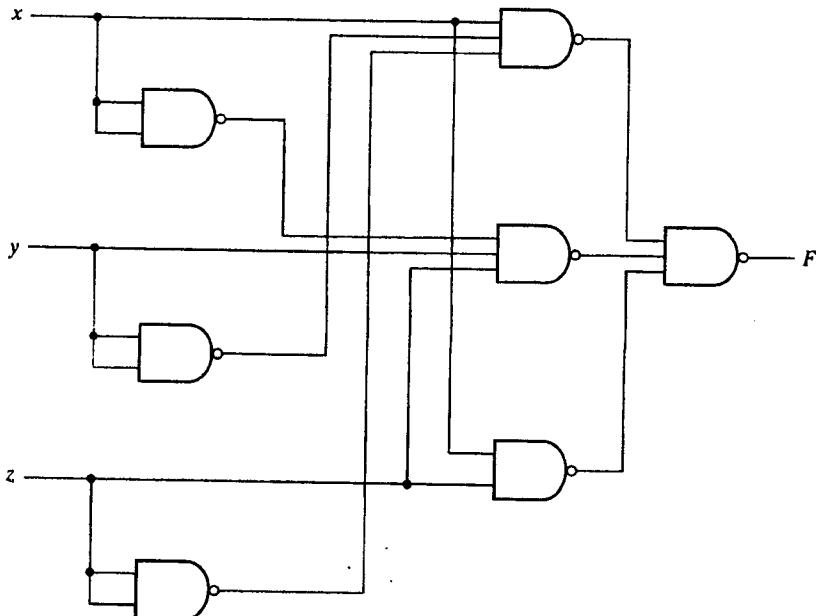
گیت NAND دو ورودی 7400

گیت NOT (یک ورودی) 7404

گیت NAND سه ورودی 7410

گیت NAND چهار ورودی 7420

اگر یکی از ورودی‌های گیت NAND مورد استفاده قرار نگیرد نباید آن را آزاد رها کرد بلکه باید به ورودی دیگری که استفاده شده وصل گردد. مثلًاً اگر مدار وارونگری لازم دارد و دو گیت اضافی در آی‌سی 7400 موجود است، آنگاه هر دو ورودی گیت باید به هم وصل شوند تا برای وارونگر یک ورودی فراهم شود.



شکل ۱۱-۶. نمودار منطقی آزمایش ۲

نمودار منطقی

این بخش از آزمایش با نمودار منطقی مفروضی، آغاز می‌شود و ما از آن برای کاهش تعداد گیت و احتمالاً تعداد آی سی استفاده خواهیم کرد. نمودار منطقی شکل ۱۱-۶ به دو آی سی 7400 و 7410 نیاز دارد. توجه کنید که برای داشتن وارونگرهای، ورودی‌های x و y و z را سه گیت باقیمانده را استفاده نمایید. اگر وارونگرهای از 7404 استفاده شوند مدار نیاز به سه آی سی خواهد داشت. همچنین توجه نمایید که در ترسیم مدار SSI، مشابه با آنچه در MSI دیدیم، گیت‌ها به صورت بلوك کشیده نمی‌شوند.

به تمام ورودی‌ها و خروجی‌های گیت‌ها، شماره پایه تخصیص داده و ورودی‌های x ، y و z را به سه کلید و خروجی F را به یک لامپ وصل نمایید. با جدول درستی حاصل، مدار را تست کنید. تابع بول مدار را بدست آورده و آن را با استفاده از روش نقشه ساده کنید. مدار ساده شده را بدون اتصال به مدار اصلی بسازید. هر دو مدار را با اعمال ورودی یکسان و خروجی‌های جداگانه تست نمایید. برای هر هشت ترکیب ورودی‌ها، نشان دهید که دو مدار خروجی‌های یکسانی دارند. این مطلب ثابت خواهد کرد که مدار ساده شده با مدار اصلی یکسان است.

توابع بول

با فرض داشتن توابع بول زیر، آنها را با روش نقشه ساده کنید.

$$F_1(A, B, C, D) = (0, 1, 4, 5, 8, 9, 10, 12, 13)$$

$$F_2(A, B, C, D) = (3, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 15)$$

با توجه به چهار ورودی A, B, C, D و دو خروجی F_1 و F_2 یک نمودار منطقی مشترک بدست آورید.
دو تابع را با حداقل تعداد آی‌سی‌های NAND پیاده‌سازی نمایید.
اگر جمله‌ای در هر دو تابع مشترک است، آن را دوباره تکرار نکنید. در صورت امکان از آی‌سی‌های موجود به جای وارونگر استفاده نمایید. مدار را وصل و طرز کار آن را تست کنید. جدول درستی F_1 و F_2 باید با میترم‌های ذکر شده در تابع مطابقت داشته باشد.

متتم

تابع زیر را روی نقشه کارنو پیاده کنید.

$$F = A'D + BD + B'C + AB'D$$

۱ های نقشه را برای بدست آوردن فرم جمع حاصلضرب‌های تابع ساده شده با هم ترکیب کنید. سپس ۰ ها را با هم ترکیب کنید تا F' بر حسب جمع حاصلضرب‌ها بدست آید. هر دو تابع F و F' را با NAND پیاده‌سازی کرده و دو مدار را به کلیدهای یکسان ولی لامپ‌های جدا وصل نمایید. جدول درستی هر مدار را در آزمایشگاه بدست آورده و نشان دهید که متتم یکدیگرند.

۱۱-۴ مدارهای ترکیبی

در این آزمایش، شما چهار مدار ترکیبی را طراحی و خواهد ساخت. دو مدار اول با گیت‌های XOR و چهارمی با دیکدر و گیت‌های NAND ساخته خواهند شد. مطالبی راجع به مولد توازن را می‌توانید در بخش ۳-۸ بیابید. پیاده‌سازی با دیکدر در بخش ۴-۸ ملاحظه شد.

مثال طراحی

مداری ترکیبی با چهار ورودی A, B, C, D و یک خروجی F طراحی نمایید. وقتی $A = 1$ باشد برابر ۱ است به شرطی که $B = 0$ باشد، یا وقتی $B = 1$ است و $C = 0$ یا $D = 1$ باشند. در غیر این صورت خروجی ۰ است.

- جدول درستی مدار را بدست آورید.
- تابع خروجی را ساده کنید.
- نمودار منطقی مدار را با گیت‌های NAND و حداقل تعداد IC رسم نمایید.
- مدار را بسازید و آن را با توجه به شرایط فوق تست کنید.

منطق اکثریت

منطق اکثریت مداری است که اگر اکثریت ورودی‌ها ۱ باشند، خروجی آن ۱ است. در غیر این صورت خروجی ۰ خواهد بود. با گیت‌های NAND یک مدار اکثریت سه ورودی بسازید و حداقل IC را بکار ببرید.

مولد توازن

یک مدار مولد بیت توازن را با چهار بیت پیام طراحی کرده، ساخته و تست نمایید. با افزودن یک گیت XOR اضافی، مدار را طوری تکمیل نمایید که بتواند بیت توازن فرد را تولید کند.

پیاده‌سازی با دیکدر

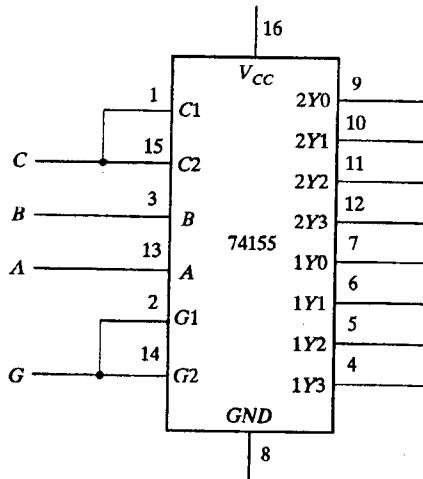
یک مدار ترکیبی سه ورودی x , y و z و سه خروجی F_1 , F_2 و F_3 دارد.تابع بولی ساده شده مدار به قرار زیر است.

$$F_1 = xz + x'y'z'$$

$$F_2 = x'y + xy'z'$$

$$F_3 = xy + x'y'z$$

مدار ترکیبی را با یک آی سی دیکدر 74155 و گیت های NAND بیرونی پیاده‌سازی نمایید. نمودار بلوکی دیکدر و جدول درستی آن در شکل ۱۱-۷ ملاحظه می شود. 74155 می تواند به



جدول درستی

ورودی ها				خروجی ها							
G	C	B	A	$2Y_0$	$2Y_1$	$2Y_2$	$2Y_3$	$1Y_0$	$1Y_1$	$1Y_2$	$1Y_3$
1	X	X	X	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0

شکل ۱۱-۷. آی سی 74155 که بصورت دیکدر 3×8 بسته شده است.

عنوان یک جفت دیکدر 4×2 یا یک دیکدر 8×3 در مدار قرار گیرد. زمانی که دیکدر 8×3 نیاز باشد، ورودی‌های C_1 و C_2 و ورودی‌های G_1 و G_2 ، طبق شکل نمودار منطقی، باید به هم وصل شوند. عملکرد مدار مشابه شکل ۴-۱۸ خواهد بود. G یک ورودی فعال‌ساز است و هنگام عمل صحیح باید به ۰ وصل شود. هشت خروجی با سمبول‌های موجود در کتب اطلاعاتی علامت‌گذاری شده‌اند. ۷۴۱۵۵ از گیت‌های NAND استفاده می‌کند، بنابراین خروجی‌های انتخابی به ۰ رفته و بقیه در ۱ خواهند ماند. پیاده‌سازی با دیکدر در شکل ۴-۲۱ دیده می‌شود، با این تفاوت که وقتی ۷۴۱۵۵ به کار رود گیت‌های OR با NAND جایگزین می‌شوند.

۱۱-۵ مبدل‌های کد

تبدیل از یک کد دودویی به نوع دیگر در سیستم‌های دیجیتال بسیار رایج است. در این آزمایش شما سه مدار ترکیبی مبدل را طراحی خواهید کرد. تبدیل کد در بخش ۴-۳ مورد بحث قرار گرفت.

کدگری به دودویی

مداری ترکیبی با چهار ورودی و چهار خروجی بسازید تا یک کد چهار بیت گری (جدول ۱-۶) را به معادل دودویی چهار بیت تبدیل کند. مدار را با گیت‌های OR پیاده‌سازی نمایید (این کار را با آی‌سی ۷۴۸۶ انجام دهید). مدار را به چهار کلید و چهار چراغ وصل کرده صحبت عملکرد را تحقیق نمایید.

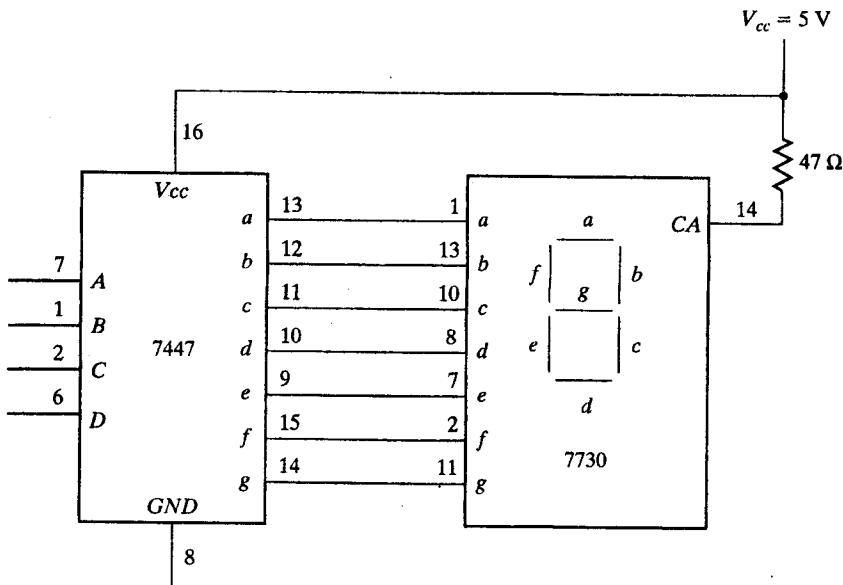
متم ۹

یک مدار ترکیبی با چهار خط ورودی و چهار خط خروجی طراحی کنید که در آن ورودی‌ها ارقام ددهی را به BCD و خروجی‌ها متمم ۹ ورودی را تولید نمایند. پنجمین خروجی، وجود خطا را در BCD ورودی نشان می‌دهد. این خروجی هنگامی ۱ است که چهار ورودی یک ترکیب غیرمجاز از کد BCD را دارا باشند. هر یک از گیت‌های لیست ۱۱-۱ را به کار ببرید ولی تعداد آی‌سی‌ها حداقل باشد.

نمایشگر هفت قسمتی

یک نمایشگر هفت قسمتی یا هفت قطعه‌ای برای نمایش هر یک از ارقام ددهی ۰ تا ۹ به کار می‌رود. معمولاً ارقام دیجیتال ددهی به صورت BCD در دسترس است. یک دیکدر BCD به هفت قسمتی عدد دیجیتال را به BCD دریافت و کد هفت قسمتی مربوط به آن را تولید می‌نماید. این مطلب در مسئله ۴-۹ نشان داده شد.

شکل ۱۱-۸ اتصالات لازم بین دیکدر و نمایشگر را نشان می‌دهد. آی‌سی ۷۴۴۷ یک دیکدر / درایور BCD به هفت قسمتی است. این آی‌سی دارای چهار ورودی برای یک رقم BCD است. ورودی D بالارزش‌ترین و A کم‌ارزش‌ترین است. رقم چهار بیتی BCD به کد هفت قسمتی با خروجی‌های a تا g



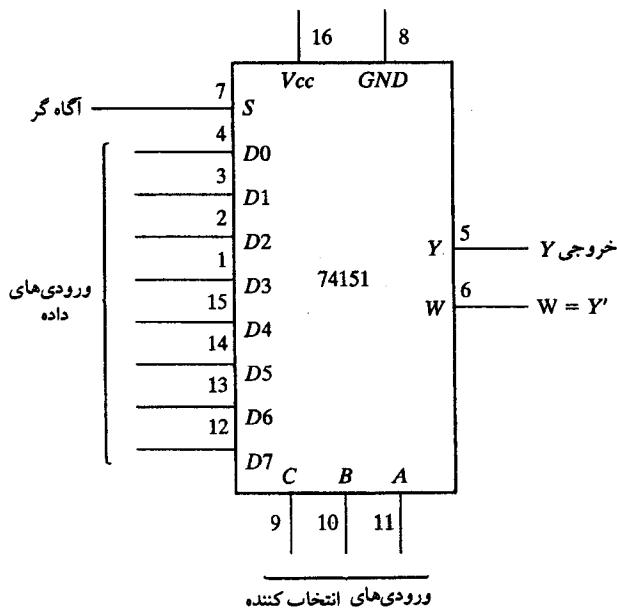
شکل ۱۱-۸. دیکدر BCD به هفت قسمتی (7447) و نمایشگر هفت قسمتی (7730)

تبديل می شود. خروجی های 7447 به ورودی های نمایشگر هفت قسمتی 7730 یا معادل آن اعمال می گرددند. این آی سی دارای هفت قطعه LED در قسمت بالایی بسته می باشد. ورودی در پایه ۱۴ آنود مشترک (CA) برای همه LED هاست. برای ایجاد جریان مناسب به قطعه انتخاب شده در LED یک مقاومت ۴۷Ω به V_{CC} متصل است. سایر نمایشگرهای LED معادل ممکن است دارای پایانه های آنود اضافی بوده و به مقاومت های متفاوتی نیاز داشته باشند.

مدار شکل (۱۱-۸) را برباکنید. چهار بیت BCD را از طریق چهار کلید به مدار اعمال نموده و نتیجه را برای ارقام ۰ تا ۹ روی نمایشگر ملاحظه نمایید. ورودی های 1010 تا 1111 در BCD دارای مفهوم نیستند. بسته به نوع دیکدر این مقادیر ممکن است به صورت الگوهای نامفهوم یا تاریک نشان داده شوند. برای شش حالت غیرمجاز الگوهای مذبور را ملاحظه و ثبت کنید.

۱۱-۶ طراحی با مولتی پلکس

در این آزمایش شما یک مدار ترکیبی را طراحی نموده و آن را طبق آنچه در بخش ۴-۱۰ ملاحظه شد، با مولتی پلکس پیاده سازی خواهید کرد. مولتی پلکس مورد نظر، آی سی 74151 است که در شکل ۱۱-۹ ملاحظه می شود. ساختار داخلی 74151 شبیه نمودار شکل ۴-۲۵ است، با این تفاوت که در عرض چهار ورودی، هشت ورودی وجود دارد. هشت ورودی با D_7 تا D_0 نام گذاری شده اند. سه خط انتخاب C , B و A ، ورودی خاصی را که قرار است مولتی پلکس شوند و به خروجی اعمال گرددند، انتخاب می نمایند. یک



جدول تابع

آگاه گر S	انتخاب			خروجی Y
	C	B	A	
1	X	X	X	0
0	0	0	0	D0
0	0	0	1	D1
0	0	1	0	D2
0	0	1	1	D3
0	1	0	0	D4
0	1	0	1	D5
0	1	1	0	D6
0	1	1	1	D7

شکل ۱۱-۹. آی سی مولتی پلکسor 8×1 ، نوع 74151

کنترل آگاه گر S نقش سیگنال فعال ساز را به عهده دارد. جدول تابع مقدار خروجی Y را براساس خطوط انتخاب مشخص می کند. خروجی W متمم Y است. به منظور صحبت عمل، ورودی آگاه گر S باید به زمین متصل گردد.

مشخصات طراحی

یک شرکت کوچک دارای 10 سهم و هر سهم دارای یک رأی در جلسه سهامداران است. 10 سهم موجود بین چهار سهامدار به صورت زیر تقسیم شده است.

- آقای W : یک سهم
- آقای X : دو سهم
- آقای Y : سه سهم
- آقای Z : چهار سهم

هر یک از این افراد دارای کلیدی است که به هنگام رأی مثبت آن را می‌بندد و در رأی منفی آن را باز می‌کند. لازم است مداری طراحی شود که تعداد کل سهام رأی مثبت را در هر رأی‌گیری نشان دهد. از یک نمایشگر هفت قسمتی و یک دیکدر، مثل شکل ۱-۸، برای نمایش عدد موردنظر استفاده نمایید. اگر در یک نوبت رأی‌گیری همه آرا منفی بود، نمایشگر باید تاریک باشد. (توجه کنید که عدد دودویی ۱۵ به ۷۴۴۷ همه قطعات را تاریک می‌کند. اگر هر ۱۰ سهام دار رأی مثبت دهند، نمایشگر باید ۰ را نشان دهد. در غیر این حالات، نمایشگر عددی ددهدی معادل با تعداد سهامی که رأی مثبت داده‌اند را نشان می‌دهد. از چهار مولتی پلکس‌برای طراحی مدار ترکیبی استفاده نمایید، تا ورودی را از سویچ‌های سهامداران به ارقام BCD برای ۷۴۴۷ تبدیل کند. از ۵V برای منطق ۱ استفاده نکنید. خروجی یک وارونگری که ورودی اش به زمین وصل است را به کار بگیرید.

۱۱-۷ جمع و تفريقي‌گر

در اين آزمایش، شما انواع مدارهای جمع و تفريقي‌گر را ساخته و تست خواهيد کرد. سپس مدار تفريقي‌گر برای مقایسه اندازه نسبی دو عدد به کار خواهد رفت. جمع کننده‌ها در بخش ۴-۳ مورد بحث قرار گرفتند. تفريقي‌گر با متمم ۲ در بخش ۱-۶ ملاحظه شد. یک جمع-تفريقي‌گر در شکل ۴-۱۳ نشان داده شده، و مقایسه دو عدد هم در بخش ۴-۷ توضیح داده شد.

نیم جمع کننده

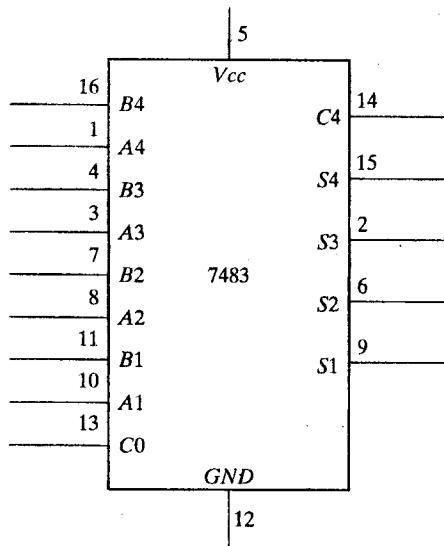
یک مدار نیم جمع کننده را با استفاده از یک گیت XOR و دو گیت NAND، طراحی، ساخته و تست نمایید.

جمع کننده کامل

یک مدار جمع کننده کامل را با استفاده از دو آی‌سی 7400 و 7486، طراحی، ساخته و تست نمایید.

جمع کننده موازی

آی‌سی 7483 یک جمع کننده موازی 4 بیت است. تخصیص پایه در شکل ۱۱-۱۰ نشان داده شده است. دو عدد دودویی 4 بیت A1 تا A4 و B1 تا B4 هستند. جمع چهار بیت از S1 تا S4 حاصل می‌شود. C0 نقلی ورودی و C4 نقلی خروجی است.



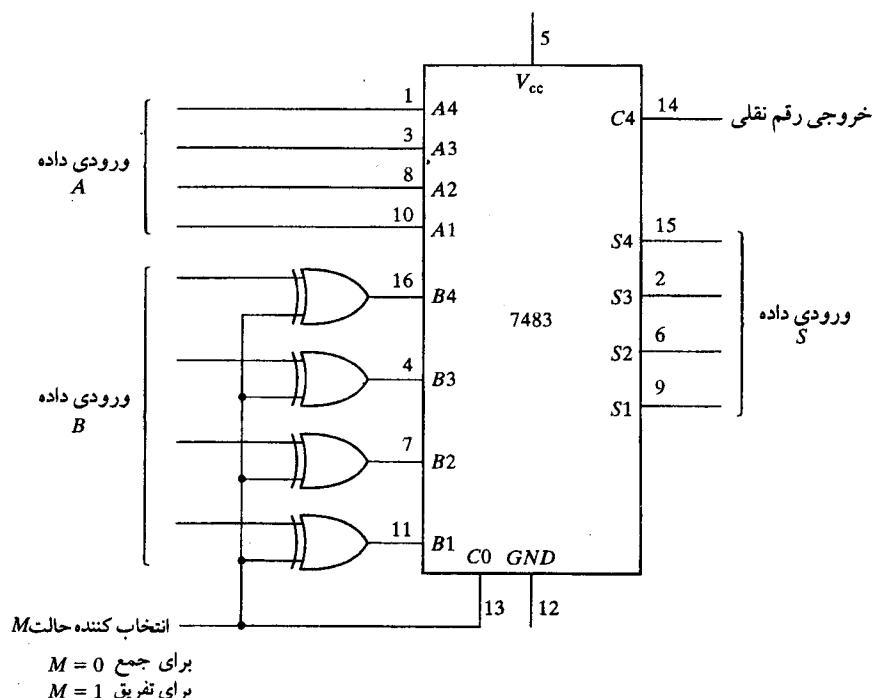
شکل ۱۱-۱۰. آی سی جمع کننده دودویی چهار بیت 7483

با اتصال پایانه‌های منبع تغذیه و زمین، جمع کننده دودویی 4 بیت 7483 را تست نمایید. سپس چهار ورودی A را به عدد ثابت دودویی 1001 و ورودی‌های B و ورودی نقلی را به پنج کلید دگر وضع وصل کنید. پنج خروجی به پنج لامپ متصل‌اند. جمع چند عدد دیگر را هم اجرا نموده و بیینید آیا جمع خروجی و نقلی خروجی مقادیر صحیحی را ارائه می‌دهند یا خیر. نشان دهید که وقتی رقم نقلی ورودی 1 است، به خروجی یک واحد اضافه می‌گردد.

جمع-تفریق‌گر

تفریق دو عدد دودویی می‌تواند با استفاده از متمم 2 مفروض و جمع آن با مفروض منه بدست آید. متمم 2 را می‌توان با جمع متمم 1 با عدد 1 بدست آورد. برای اجرای $A - B$ ، ما چهار بیت از B را متمم نموده و آن را به چهار بیت A اضافه می‌کنیم، آنگاه یک واحد نیز از طریق رقم نقلی به مجموع آن دو می‌افزاییم. این کار در شکل ۱۱-۱۱ نشان داده شده است. چهار گیت XOR بیت‌های B را وقتی حالت برقرار است متمم می‌نمایند. (زیرا $x' \oplus 1 = x$) و اگر $M = 1$ باشد بیت‌های B دست نخورده باقی می‌ماند (زیرا $x \oplus 0 = x$). بنابراین وقتی $M = 1$ است، ورودی نقلی $C0$ هم 1 بوده و خروجی حاصل جمع برابر است با A بعلاوه متمم 2 عدد B . وقتی $M = 0$ باشد، نقلی ورودی هم 0 و حاصل جمع تولید شده $A + B$ خواهد بود.

مدار جمع-تفریق‌گر را بیندید و آن را آزمایش کنید. چهار ورودی A را به عدد ثابت دودویی 1001 و B را به چهار سوئیچ وصل نمایید. اعمال زیر را اجرا و مقادیر خروجی جمع و نقلی خروجی $C4$ را ثبت کنید.



شکل ۱۱-۱۱. جمع کننده - تفریق‌گر چهار بیت

$$\begin{array}{ll}
 9 + 5 & 9 - 5 \\
 9 + 9 & 9 - 9 \\
 9 + 15 & 9 - 15
 \end{array}$$

نشان دهید که ضمن عمل جمع، اگر حاصل جمع از 15 بیشتر شود، نقلی خروجی 1 خواهد شد. و نیز نشان دهید که وقتی $B \geq A$ باشد، عمل تفریق جواب صحیح $-A - B$ را تولید می‌کند و رقم نقلی 1 است. ولی وقتی $B < A$ باشد، تفریق متمم 2 را برای $-B - A$ تولید کرده و نقلی خروجی هم 0 است.

مقایسه گرمقدار

مقایسه دو عدد عملی است که بزرگتر بودن، کوچکی و یا مساوی بودن یک عدد را نسبت به دیگری مشخص می‌کند. مقایسه دو عدد A و B ابتدا با تفریق $A - B$ ، طبق شکل ۱۱-۱۱ صورت می‌گیرد. اگر خروجی S برابر صفر باشد، می‌فهمیم که $B = A$ است. نقلی خروجی بیانگر نسبت مقادیر است: وقتی $C4 = 1$ باشد، داریم $A \geq B$. اگر $C4 = 0$ باشد $B > A$ است و اگر $S \neq 0$ باشد $A > B$ خواهد بود.

برای انجام مقایسه منطقی لازم است تا مدار شکل ۱۱-۱۱ اصلاح گردد. این عمل با مداری ترکیبی

که پنج ورودی $S1$ تا $S4$ و $C5$ و سه خروجی x و y و z را دارد صورت می‌گیرد به طوری که

$$(S = 0000) \quad x = 1 \quad \text{اگر } A = B \text{ باشد}$$

$$(C4 = 0) \quad y = 1 \quad \text{اگر } A < B \text{ باشد}$$

$$(C4 = 1 \text{ و } S \neq 0000) \quad z = 1 \quad \text{اگر } A > B \text{ باشد}$$

مدار ترکیبی می‌تواند با دو آی‌سی 7404 و 7408 پیاده‌سازی شود.

مدار مقایسه‌گر را بسازید و عمل آن را تست نمایید. حداقل دو مجموعه اعداد را برای A و B به کار برد و هر خروجی x و y و z را چک کنید.

۱۱-۸ فلیپ فلاپ‌ها

در این آزمایش، شما انواع لج‌ها و فلیپ فلاپ‌ها را ساخته و طرز کار آنها را تست و بررسی خواهید کرد. ساختمان داخلی انواع لج‌ها و فلیپ فلاپ‌ها در بخش‌های ۵-۲ و ۵-۳ ارائه شد.

SR لج

با دو گیت NAND متقاطع یک لج SR بسازید. دو ورودی را به سوئیچ‌ها و دو خروجی را به لامپ‌ها وصل نمایید. دو سوئیچ را در منطق ۱ قرار دهید و سپس هر کدام را جداگانه ۰ نمایید و بعد به ۱ بازگردانید. جدول تابع مدار را بدست آورید.

D لج

یک لج D با گیت‌های NAND (فقط یک آی‌سی 7400) بسازید و صحت جدول تابع را تحقیق نمایید.

فلیپ فلاپ حاکم-تابع

با استفاده از دو لج D و یک وارونگر یک فلیپ فلاپ D حاکم-تابع بسازید. ورودی D را به کلید و ورودی ساعت را به پالس ساز وصل کنید. خروجی لج حاکم را به یک لامپ و خروجی لج تابع را به لامپ دیگر وصل نمایید. مقدار ورودی را برابر با متمم خروجی انتخاب کنید. دکمه فشاری را روی پالس ساز بفشارید و سپس آن را رهانمایید تا یک پالس تولید شود. مشاهده خواهید کرد که تغییر حاکم در هنگام مثبت شدن پالس و تغییر تابع موقع منفی شدن آن رخ می‌دهد. کار را چند بار تکرار نمایید و ضمن انجام کار لامپ‌ها را مشاهده کنید. رشته انتقال را از ورودی به حاکم و از حاکم به تابع منفی توضیح دهید.

ورودی ساعت را از پالس ساز جدا نمایید و آن را به یک مولد ساعت وصل کنید. متمم خروجی را به ورودی D بازگردانید. این کار موجب می‌شود تا خروجی فلیپ فلاپ با هر پالس ساعت متمم شود. با استفاده از یک اسیلوسکوپ دو کاناله، امواج ساعت و خروجی‌های حاکم-تابع را مشاهده نمایید. تحقیق کنید که تأخیر بین خروجی‌های حاکم و تابع برابر نیمه مثبت یک سیکل ساعت است. یک نمودار زمانی‌نگاری برای نمایش رابطه موج ساعت و خروجی‌های حاکم و تابع بدست آورید.

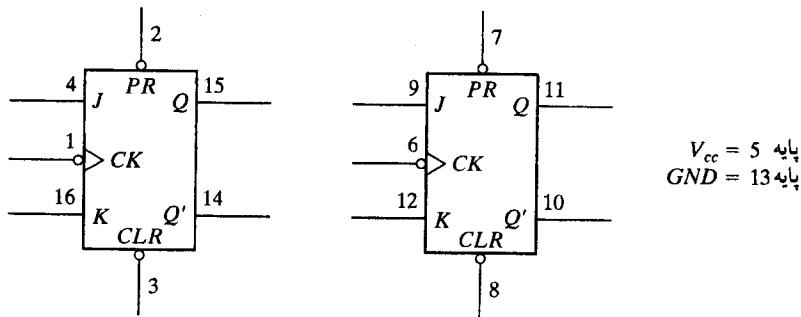
فلیپ فلاب حساس به لبه

یک فلیپ فلاب نوع D حساس به لبه مثبت با شش گیت NAND بسازید. ورودی ساعت را به پالس ساز و ورودی D را به کلید دگر وضع، و خروجی Q را به لامپ متصل نمایید. در ورودی D متمم Q را ایجاد کنید. نشان دهید که خروجی Q فقط در پاسخ به یک گذر مثبت پالس ساعت تغییر می نماید. تحقیق کنید که خروجی Q در ازاء ۱ بودن پالس ساعت، گذر منفی، و یا ۰ بودن آن تغییری نمی کند. در تمام مدت سعی شود ورودی D متمم Q باشد.

ورودی را از پالس ساز قطع نمایید و آن را به مولد ساعت وصل کنید. متمم خروجی، Q' را به ورودی D وصل نمایید. این سبب می شود تا خروجی با هر گذر مثبت پالس ساعت متمم گردد. با استفاده از اسیلوسکوپ دو کاناله رابطه زمانی بین ورودی ساعت و خروجی Q را مشاهده و ثبت نمایید. نشان دهید که خروجی در قبال یک گذر مثبت تغییر خواهد کرد.

فلیپ فلاب‌های آی‌سی

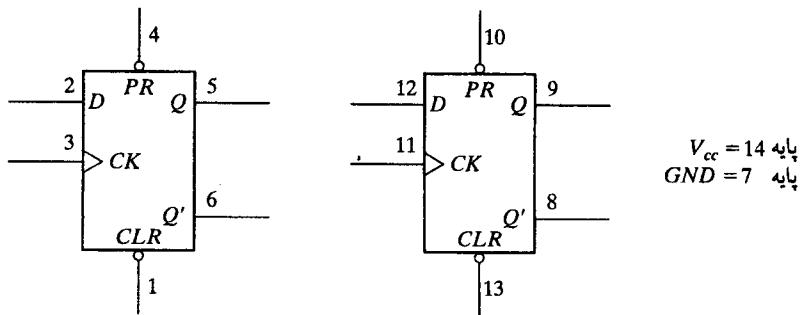
آی‌سی 7476 متشکل از فلیپ فلاب‌های حاکم-تابع JK با امکان پیش تنظیم و پاک کردن است. تخصیص پایه برای هر فلیپ فلاب در شکل ۱۱-۱۲ ملاحظه می شود. سه سطر اول جدول عملکرد ورودی‌های پیش تنظیم غیرهمزن و پاک کردن را نشان می دهد. این ورودی‌ها همچون لج SR نوع



جدول تابع

ورودی‌ها					خروجی‌ها	
PR	CLR	CK	J	K	Q	Q'
0	1	X	X	X	1	0
1	0	X	X	X	0	1
0	0	X	X	X	1	1
1					پلاتغیر	
1					0 1	
1					1 0	
1					متهم	

شکل ۱۱-۱۲. آی‌سی فلیپ فلاب دوتایی تابع - متبوع JK نوع 7476



جدول تابع

ورودی‌ها				خروجی‌ها	
PR	CLR	CK	D	Q	Q'
0	1	X	X	1	0
1	0	X	X	0	1
0	0	X	X	1	1
				0	1
1	1	↑	0	0	1
1	1	↑	1	1	0
1	1	0	X	بدلتفیر	

شکل ۱۱-۱۳. آی سی فلیپ فلاپ D حساس به نوع لبه مثبت

عمل کرده و مستقل از ساعت یا ورودی‌های J و K است (X ها حالات بی‌اهمیت هستند). چهار وارد آخر در جدول تابع بیانگر اثر پالس ساعت بوده و در این حال هر دو ورودی پیش تنظیم و پاک کردن در منطق ۱ هستند. مقدار پالس ساعت به صورت تک پالس نشان داده شده است. گذر مثبت پالس فلیپ فلاپ حاکم و گذر منفی آن فلیپ فلاپ تابع و نیز خروجی مدار را تغییر می‌دهد. با $J = K = 0$ ، خروجی عوض نمی‌شود. فلیپ فلاپ 7476 را بررسی کرده و جدول تابع را تحقیق کنید. آی سی نوع 7474 از دو فلیپ فلاپ حساس به لبه مثبت همراه با ورودی پاک کردن و پیش تنظیم تشکیل شده است. تخصیص پایه‌ها در شکل ۱۱-۱۳ دیده می‌شود. جدول تابع آعمال پاک کردن پیش تنظیم و ساعت را مشخص می‌کند. ساعت به همراه یک فلش رو به بالا به منظور مشخص کردن حساسیت فلیپ فلاپ به لبه مثبت است. طرز کار یکی از فلیپ فلاپ‌ها و جدول تابع آن را تحقیق کنید.

۱۱-۹ مدارهای ترتیبی

در این آزمایش، شما سه مدار ترتیبی همزمان را طراحی، ساخته و تست خواهید نمود. آی سی نوع 7476 (شکل ۱۱-۱۲) یا 7474 (شکل ۱۱-۱۳) را به کار ببرید. هر کدام که تعداد کل آی سی‌ها را حداقل کند، انتخاب نمایید. مطالب مربوط به مدارهای ترتیبی همزمان در بخش ۵-۷ ملاحظه شد.

بالا- پایین شمار با فعال ساز

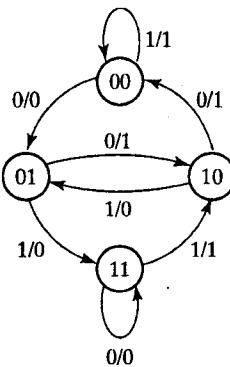
یک شمارنده 2 بیت بالا یا پایین شمار را طراحی، ساخته و تست کنید. یک ورودی فعال ساز E مشخص کننده فعال شدن یا نشدن شمارنده می‌باشد. اگر $E = 0$ باشد، شمارنده غیرفعال شده و علیرغم اعمال پالس‌های ساعت به فلیپ فلاپ‌ها، در حال فعلی خود باقی خواهد ماند. اگر $E = 1$ باشد، شمارنده فعال شده و دومین ورودی، x ، جهت شمارش را معین خواهد کرد. اگر $x = 1$ باشد مدار رو به بالا و با رشته ۰۰، ۰۱، ۱۰ و ۱۱ شمرده و شمارش تکرار خواهد شد. اگر $x = 0$ باشد، مدار رو به پایین شمرده و رشته شمارش ۱۱، ۱۰، ۰۱ و ۰۰ خواهد بود و سپس تکرار می‌شود. از E برای غیرفعال کردن ساعت استفاده نکنید، مدار ترتیبی را با E و x به عنوان ورودی‌ها بسازید.

نمودار حالت

یک مدار ترتیبی که نمودار حالتش در شکل ۱۱-۱۴ دیده می‌شود را طراحی، ساخته و تست نمایید. دو فلیپ فلاپ را A و B و ورودی را x و خروجی را لبخوانید.
خروجی فلیپ فلاپ کم ارزش‌تر B را به ورودی x وصل کرده و رشته حالات و خروجی که بر اثر اعمال پالس ساعت رخ می‌دهند را تخمین بزنید. گذر حالت و خروجی را با تست مدار تحقیق نمایید.

طراحی شمارنده

شمارنده‌ای طراحی کنید که وارد رشته حالات دودویی زیر شود: ۰، ۱، ۲، ۳، ۶، ۷، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴ و ۱۵ و دو مرتبه بازگشت به ۰ و تکرار. توجه کنید که حالات دودویی ۴، ۵، ۸ و ۹ به کار نرفته است. شمارنده باید خود آغازگر باشد، یعنی اگر مدار از هر یک از چهار حالت نامعتبر شروع به کار کند، پالس‌های شمارش مدار را به یکی از حالات معتبر خواهد برد تا شمارش ادامه یابد. عملکرد مدار را برای تست رشته شمارش موردنظر بررسی نمایید. آیا مدار خود آغاز است. این عمل با مقداردهی اولیه و بردن مدار به یکی از حالات به کار نرفته، با استفاده از پیش تنظیم و ورودی پاک و سپس اعمال پالس برای ردیابی رسیدن شمارنده تا رسیدن به یکی از حالات معتبر صورت می‌گیرد.



شکل ۱۱-۱۴. نمودار حالت آزمایش ۹

۱۱-۱۰ شمارنده‌ها

در این آزمایش، شما انواع مدارهای شمارنده همزمان و موج‌گونه را ساخته و تست خواهید کرد. شمارنده‌های موج‌گونه در بخش ۳-۶ ملاحظه شدند و شمارنده‌های همزمان در بخش ۴-۶ مشاهده گردیدند.

شمارنده موج‌گونه

یک شمارنده موج‌گونه دودویی 4 بیت را با استفاده از 7476 بسازید (شکل ۱۱-۱۲). همه ورودی‌های غیرهمزان پاک کردن و پیش تنظیم را به منطق 1 ببرید. ورودی شمارش پالس را به یک پالس ساز وصل کرده و عملکرد صحیح شمارنده را چک نمایید. مدار را طوری اصلاح کنید که به عوض رو به بالا، رو به پایین بشمارد. نشان دهید که هر پالس ورودی شمارنده را یک واحد کم می‌کند.

شمارنده همزمان

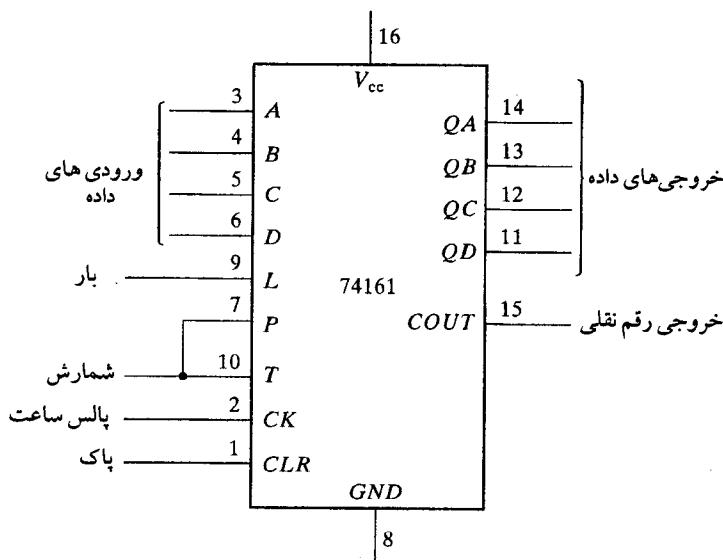
یک شمارنده دودویی 4 بیت همزمان ساخته و عملکرد آن را چک کنید. دو آی‌سی 7476 و یک آی‌سی 7408 به کار ببرید.

شمارنده دهدھی

یک شمارنده BCD همزمان که از 0000 تا 1001 بشمارد طراحی نمایید. از دو آی‌سی 7476 و یک آی‌سی 7408 استفاده کنید. از نظر شمارش صحیح شمارنده را تست کنید. آیا خود آغاز است. این عمل با شروع شمارش از هر یک از حالات به کار نرفته و با استفاده از امکان پیش تنظیم و پاک کردن صورت می‌گیرد. در صورت خود آغاز بودن، اعمال پالس‌ها به شمارنده باید آن را به یک حالت معتبر ببرد.

شمارنده دودویی با بار شدن موازی

آی‌سی 74161 شمارنده چهار بیت همزمان با بار شدن و پاک شدن غیرهمزان است. مدار داخلی آن مشابه شکل ۶-۱۴ می‌باشد. تخصیص پایه به ورودی‌ها و خروجی‌ها در شکل ۱۱-۱۵ ملاحظه می‌گردد. وقتی که بار شدن فعال شود چهار داده ورود داده به داخل فلیپ فلاپ‌های درونی Q_D تا Q_A تا T وجود می‌روند که در آن Q_D بازرس ترین بیت است. در این آی‌سی دو ورودی فعال‌ساز شمارش P و T وجود دارد. برای انجام شمارش هر دو ورودی باید برابر 1 باشند. جدول تابع با یک استثناء مشابه جدول ۶-۶ است: ورودی بار کردن در 1 با 0 فعال می‌شود. برای بار کردن داده باید ورودی پاک کردن در 1 و ورودی بار باید در 0 باشد. دو ورودی شمارش حالت بی‌اهمیت را داشته و می‌توانند 1 و یا 0 باشند. فلیپ فلاپ‌های داخلی با گذرهای مثبت پالس ساعت عمل می‌کنند. مدار به شرطی به صورت یک شمارنده



جدول تابع

تابع				تابع
پاک کردن خروجی به 0	بار کردن داده ورودی	شمارش تا عدد دو دویی بعدی	عدم تغییر در خروجی	
0 X X X	↑ 0 X			
1 ↑ 1 1				
1 ↑ 1 0				

شکل ۱۱-۱۵. آی سی شمارنده دو دویی 74161 با بار شدن موازی

کار می کند که ورودی بار و هر دو ورودی شمارش P و T در 1 باشند. اگر هر یک از P یا T برابر 0 شوند، خروجی تغییری نخواهد کرد. آزمایشی را در تأیید جدول تابع برای آی سی 74161 انجام دهید. نشان دهید که چگونه می توان 74161 همراه با یک گیت NAND دو ورودی به عنوان یک شمارنده BCD همزمان ساخت تا از 0000 تا 1001 بشمارد. ورودی پاک کردن را به کار نبرید. با استفاده از یک گیت NAND حالت 1001 را چک کنید و سپس تمام شمارنده را با 0 پر کنید.

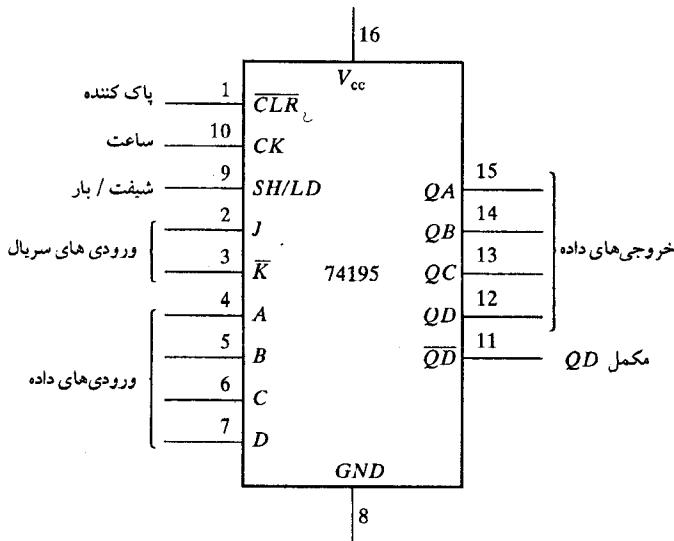
۱۱-۱۱ شیفت رجیستر

در این آزمایش، عملکرد یک شیفت رجیستر (ثبت جابجا یی) را تحقیق خواهید کرد. آی سی مورد استفاده، شیفت رجیستر 74195 با امکان بار شدن موازی است. شیفت رجیستر در بخش ۶-۲ مورد بحث قرار گرفت.

آی سی شیفت رجیستر

آی سی 74165 یک شیفت رجیستر 4 بیت با بار شدن موازی و پاک شدن غیرهمزمان است. تخصیص پایه ها به ورودی ها و خروجی ها در شکل ۱۱-۱۶ نشان داده است. تک خط کنترل که با SH/LD (بار / جابجایی) علامت خورده است عملکرد همزمان آن را معین می نماید. وقتی $SH/LD = 0$ است، ورودی کنترل در حالت بار کردن بوده و داده ورودی چهار بیتی وارد چهار فلاپ فلیپ QA تا QD می شوند. اگر $SH/LD = 1$ گردد ورودی کنترل در حالت شیفت است و اطلاعات در ثبات به راست و از QA به سمت QD جابجا می شود. ورودی سریال به QA در حین جابجایی از ورودی های J و \bar{K} معین می گردد. این دو ورودی مانند J و متمم K در فلاپ JK عمل می کنند. وقتی هر دو J و \bar{K} برابر ۰ باشند، فلاپ فلاپ QA پس از جابجایی به ۰ پاک می شوند. اگر هر دو ورودی برابر ۱ باشند، QA پس از جابجایی برابر ۱ می گردد. دو حالت باقیمانده برای J و \bar{K} متمم یا ثابت بی تغییر را در خروجی فلاپ QA ، پس از جابجایی به وجود می آورند.

جدول تابع برای 74195، حالت عمل ثبات را نشان می دهد. وقتی که ورودی پاک کردن به ۰ می رود، فلاپ ها به طور غیرهمزمان، یعنی بدون نیاز به پالس ساعت ۰ می شوند. اعمال همزمان با لبه مثبت



جدول تابع

پاک کننده	ساعت	شیفت/بار	ساعت	J	\bar{K}	ورودی سریال	تابع
۰	X	X	X	X	X	X	پاک کننده آسنکرون
۱	X	۰	X	X	X	X	عدم تغییر در خروجی
۱	۰	\uparrow	X	X	X	X	بار شدن داده ورودی
۱	۱	\uparrow	۰	۰	۰	۰	شیفت از QA به سمت QD
۱	۱	\uparrow	۱	۱	۱	۱	شیفت از QA به سمت QD

شکل ۱۱-۱۶. آی سی شیفت رجیستر 74195 با بار شدن موازی

پالس ساعت انجام می‌شوند. برای بار کردن داده ورودی، SH/LD باید ۰ شود و لبه بالارونده پالس ساعت باید رخ دهد. برای جابجایی به راست، باید $1 = SH/LD$ باشد. برای ایجاد ورودی سریال J و K باید به هم وصل شوند.

آزمایشی انجام دهید که عملکرد آی سی 74195 را تأیید کند. نشان دهید که این آی سی همه عملیات جدول تابع را اجرا می‌کند. دو حالت ۰۱ = \bar{K} و ۱۰ را هم در جدول تابع خود لحاظ نمایید.

شمارنده حلقوی

یک شمارنده حلقوی، یک شیفت رجیستر دوار است که در آن سیگنال از خروجی سریال QD به ورودی سریال باز می‌گردد. برای ایجاد ورودی سریال ورودی‌های J و \bar{K} را به هم وصل نمایید. از ورودی بار برای پیش تنظیم شمارنده حلقوی با مقدار اولیه ۱۰۰۰ استفاده کنید. ضمن دوران تک بیت ۱ حالت ثبات را پس از هر پالس ساعت چک نمایید.

یک شمارنده حلقوی دنباله چرخان از خروجی متمم QD برای ورودی سریال استفاده می‌نماید. شمارنده حلقوی دنباله چرخان را با ۰۰۰۰ پیش تنظیم کنید و رشته حالات حاصل از شیفت رجیستر را پیش‌بینی نمایید. پیش‌بینی خود را با مشاهده رشته حالات پس از هر جابجایی تصدیق نمایید.

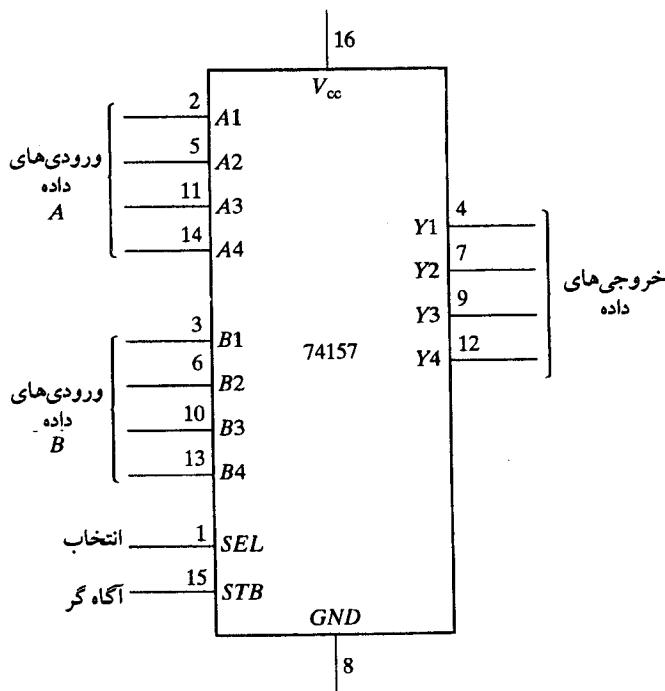
شیفت رجیستر پسخورده

یک شیفت رجیستر پسخورده، نوعی شیفت رجیستر است که در آن ورودی سریال به یک تابع خروجی از ثبات معینی وصل است. ورودی یک شیفت رجیستر پسخورده را به XOR خروجی‌های QC و QD وصل کنید. رشته حالات ثبات را با $1000 = ABCD$ پیش‌بینی نمایید. صحت پیش‌بینی خود را با مشاهده رشته حالات پس از هر پالس ساعت تحقیق کنید.

شیفت رجیستر دو طرفه

آی سی 74195 فقط قادر است عمل جابجایی را به راست و از QA به سمت QD ، انجام دهد. می‌توان برای تبدیل آن به یک شیفت رجیستر دو طرفه، از حالت بار کردن استفاده کرده و عمل جابجایی به چپ را (از QD به QA) انجام داد. این کار با اتصال خروجی هر فلیپ فلاب به ورودی فلیپ فلاب سمت چپ آن و استفاده از ورودی SH/LD به عنوان کنترل جابجایی، صورت می‌گیرد. ورودی D برای عمل جابجایی به چپ به عنوان ورودی سریال عمل خواهد کرد.

شیفت رجیستر 74195 را به عنوان یک جابجاکننده دو طرفه (بدون بار موازی) بیندید. ورودی سریال شیفت رجیستر را به کلید قطع و وصل متصل کنید. با اتصال خروجی سریال QA به ورودی سریال D یک شمارنده حلقوی ایجاد نمایید. ثبات را پاک کرده و سپس عمل آن را با اعمال ۱ از سوئیچ ورودی چک کنید. سه بار دیگر جابجایی به راست را تکرار نموده و بعد از آن با ورودی کنترل جابجایی به چپ، یک بار چرخش به چپ را انجام دهید. عدد ۱ باید ضمن جابجایی قابل روئیت باشد.



جدول تابع

انتخاب	آگاه گر	خروجی های داده
1	X	تمام 0
0	0	انتخاب ورودی های داده A
0	1	انتخاب ورودی های داده B

شکل ۱۱-۱۷. آی سی مولتی پلکسر 2×4 ، 74157 چهار تایی

شیفت رجیستر دو طرفه با بار شدن موازی

می‌توان آی سی 74195 را به کمک یک مولتی پلکسر تبدیل به یک شیفت رجیستر دو طرفه با بار شدن موازی نمود. برای این منظور از یک 74157 استفاده خواهیم کرد. این آی سی یک مولتی پلکسر چهارتایی دو خط به یک خط است که مدار داخلی اش در شکل ۱۱-۲۶ ملاحظه می‌شود. تخصیص پایه به ورودی‌ها و خروجی‌های 74157 در شکل ۱۱-۱۷ ملاحظه می‌گردد. توجه کنید که ورودی فعال‌ساز را در 74157، آگاه گر می‌نامند.

یک ثبات جابجایی با بار شدن موازی دو طرفه را با 74195 و مولتی پلکسر 74157 بسازید. مدار باید قادر به انجام اعمال زیر باشد:

- ورودی پاک کردن همزمان داشته باشد.
- جابجایی به راست انجام دهد.
- جابجایی به چپ انجام دهد.
- قابلیت بار شدن موازی را داشته باشد.
- پاک شدن همزمان داشته باشد.

جدولی برای پنج عمل فوق به صورت تابعی از ورودی‌های پاک کردن، ساعت، جابجایی و بار کردن در 74195 و ورودی آگاه‌گر و انتخاب در 74157 تشکیل دهید. مدار را وصل نمایید و صحت جدول را تحقیق کنید. از حالت بار موازی برای تهیه یک مقدار اولیه در ثبات استفاده کنید و آنگاه خروجی سریال را به دو ورودی سریال وصل کنید تا اطلاعات ضمن جابجایی از دست نرود.

۱۱-۱۲ جمع سریال

در این آزمایش شما یک مدار جمع-تفریق‌گر سریال را ساخته و تست خواهید کرد. جمع سریال دو عدد دودویی را می‌توانید طبق بحث بخش ۶-۲ با شیفت رجیستر و تمام جمع‌کننده انجام دهید.

جمع‌کننده سریال

با شروع از شکل ۶-۶، یک جمع‌کننده سریال ۴ بیت با استفاده از آی‌سی‌های 74195 (دو عدد)، 74086 و 7476 طراحی و پیاده‌سازی کنید. برای ثبات *B* امکاناتی فراهم کنید تا بتوانید داده موازی را از چهار کلید قطع و وصل بپذیرید و ورودی سریال را نیز به زمین وصل نمایید به نحوی که ۰ ها در حین جمع وارد ثبات *B* شوند. کلید دیگری لازم است تا به وسیله آن مشخص شود که آیا ثبات *B* اطلاعات موازی دریافت کند یا ضمن جمع عمل جابجایی انجام دهد.

تست جمع‌کننده

برای تست جمع‌کننده سریال، جمع دودویی $26 + 6 + 15 = 26 + 5$ را اجرا نمایید. این کار ابتدا با پاک کردن ثبات‌ها و فلیپ فلاپ نقلی انجام می‌گردد. مقدار 0101 را به طور موازی در ثبات *B* وارد کنید. چهار پالس برای جمع سریال *B* با *A* اعمال نمایید و تحقیق کنید که جواب نهایی در *A* برابر 0101 است. (توجه کنید که پالس ساعت برای 7476 باید طبق شکل ۱۱-۱۲ باشد. ۰110 را به صورت موازی در *B* بار کنید و به صورت سریال با *A* جمع نمایید. وجود حاصل جمع صحیحی را در *A* تحقیق کنید. مقدار 1111 را به *B* وارد و آن را با *A* جمع کنید. آیا مقدار داخل *A* برابر 1010 و فلیپ فلاپ رقم نقلی نیز ۱ شده است. ثبات‌ها و فلیپ فلاپ‌هارا پاک کرده و برای اطمینان از عملکرد جمع‌کننده سریال خود چند عدد دیگر را به کار ببرید.

جمع-تفریق‌گر سریال

اگر روال بخش ۶-۲ را برای طراحی یک تفریق‌گر سریال (*B* - *A*) دنبال کنیم در می‌یابیم که

خروجی تفاضل با خروجی جمع یکی است، ولی ورودی J و K از فلیپ فلاپ قرض باید متمم QD باشد (در 74195 موجود است). با استفاده از دوگیت XOR از 7486، جمع کننده سریال را به جمع-تفريق گر سریال با حالت کنترل M تبدیل نمایید. وقتی $0 = M$ است، مدار جمع $B + A$ را انجام می‌دهد. وقتی $1 = M$ است، مدار تفريق $-A - B$ را انجام داده و فلیپ فلاپ در عوض نقلی، قرض رانگه خواهد داشت. بخش جمع را با تکرار اعمال پیشنهادی فوق تست کنید و اطمینان حاصل نمایید که اصلاح تغییری در عملکرد ایجاد نمی‌کند. بخش تفريق سریال را با اجرای اعمال $7 = 13 - 5 - 4 - 15$ تست نمایید. عدد 15 دودویی می‌تواند به ثبات A به این صورت انتقال یابد که ابتدا آن را با 0 پاک کرده و سپس با عدد 15 در B جمع کنید. در حین تفريق نتایج حاصل در هر مولله را چک کنید. توجه داشته باشید که 7 - به صورت متمم دو عدد 7 با قرض 1 از فلیپ فلاپ بدست می‌آید.

۱۱-۱۳ واحد حافظه

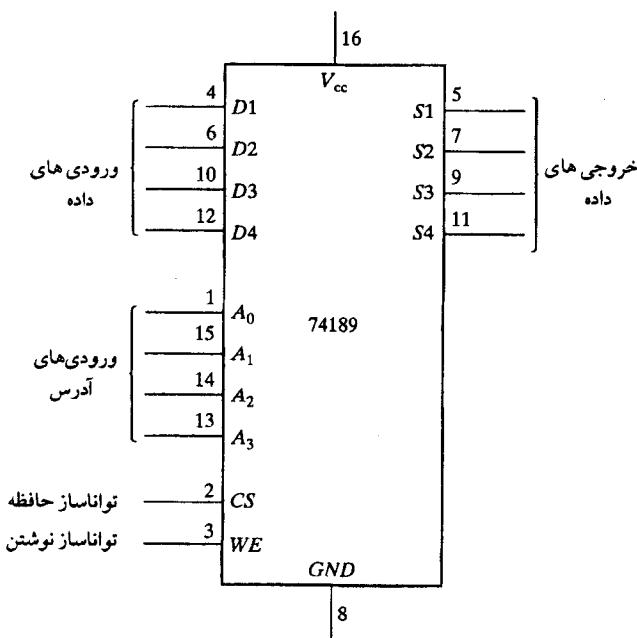
در این آزمایش رفتار یک حافظه RAM و قابلیت ذخیره‌سازی آن را تست خواهید کرد. از RAM برای شبیه‌سازی یک ROM استفاده خواهد شد. سپس شبیه‌ساز ROM، طبق بحث بخش ۷-۵ برای پیاده‌سازی مدارهای ترکیبی به کار می‌رود. واحد حافظه در بخش‌های ۷-۲ و ۷-۳ بحث گردید.

آی سی RAM

آی سی 74189 یک حافظه RAM با سایز 4×16 است. مدار درونی آن شبیه مدار 4×4 در شکل ۷-۶ می‌باشد. تخصیص پایه به ورودی‌ها و خروجی‌ها در شکل ۱۱-۱۸ دیده می‌شود. چهار خط ورودی آدرس یکی از 16 کلمه در حافظه را انتخاب می‌نماید. کم ارزش‌ترین بیت آدرس A0 و بالرژش‌ترین آن A3 است. ورودی انتخاب تراشه (CS) باید 0 باشد تا حافظه فعال گردد. اگر CS = 1 باشد، حافظه غیرفعال شده و هر چهار خروجی در حالت امپدانس بالا خواهد ماند. فعال‌ساز نوشتن (WE) نوع عمل را مطابق جدول تابع معین می‌نماید. وقتی WE = 0 باشد، عمل نوشتن اجرا می‌شود. این کار به معنی انتقال یک عدد دودویی از ورودی‌های داده به کلمه موردنظر حافظه است. عمل خواندن هنگامی انجام می‌گردد که WE = 1 باشد. این کار مقدار متمم کلمه ذخیره شده را به خطوط داده خروجی منتقل می‌سازد. حافظه برای ایجاد گسترش دارای خروجی‌های سه حالته است.

تست RAM

چون خروجی‌های 74189 مقادیر متمم تولید می‌نمایند، باید چهار وارونگر برای تغییر خروجی‌ها به مقدار معمولی، به مدار اضافه کنیم. تست حافظه RAM پس از اتصال‌های زیر امکان‌پذیر است: ورودی‌های آدرس را به یک شمارنده دودویی 7493 متصل نمایید (شکل ۱۱-۳). چهار ورودی داده را به کلیدهای قطع و وصل و چهار خروجی داده را به وارونگرهای 7404 متصل سازید. چهار لامپ برای



جدول تابع

خروجی های داده	عملکرد	WE	CS
امپدانس بالا	نوشتن	0	0
مُحَمَّل كلمه منتخب	خواندن	0	1
امپدانس بالا	ناتوان	X	1

شکل ۱۱-۱۸. آی سی RAM ۱۶×۴ از نوع 7489

آدرس و چهار لامپ دیگر برای خروجی‌های وارونگر فراهم کنید. ورودی CS را به زمین و WE را به کلید قطع و وصل یا یک پالس ساز وصل نمایید. چند کلمه در حافظه ذخیره کنید و سپس آنها را بخوانید و مطمئن شوید که عمل خواندن و نوشتن به درستی انجام می‌گردد. هنگام استفاده از WE دقت لازم را مبذول نمایید. همواره ورودی WE را در حالت خواندن قرار دهید، مگر این‌که بخواهید در حافظه بتغیریسید. روش صحیح نوشتن این است که ابتدا آدرس را در شمارنده و ورودی‌ها را در چهار کلید قطع و وصل ایجاد کنیم. برای ذخیره کلمه در حافظه، کلید WE را در موقعیت نوشتن قرار داده و سپس آن را به حالت خواندن باز گردانید. دقت کنید که آدرس یا ورودی‌ها را وقتی WE در حالت نوشتن است، تغییر ندهید.

ROM شبیه‌ساز

یک شبیه‌ساز ROM از یک RAM که فقط در حالت خواندن کارکند، بدست می‌آید. ابتدا با استقرار حافظه در حالت نوشتمن الگوهای 1 و 0 وارد RAM می‌شوند. شبیه‌سازی با حالت خواندن و انتخاب خطوط

آدرس به عنوان ورودی به ROM انجام می‌گردد. سپس ROM می‌تواند برای پیاده‌سازی مدار ترکیبی بکار رود. با شبیه‌ساز ROM یک مدار ترکیبی پیاده‌سازی کنید تا طبق جدول ۱-۶ یک عدد دودویی چهار بیت را به کد گری تبدیل نماید. این کار به صورت زیر صورت می‌گیرد: جدول درستی مبدل کد را به دست آورید. با تنظیم ورودی‌های آدرس به مقادیر دودویی در جدول درستی و ورودی‌های داده با مقادیر کد گری مربوطه در ۷۴۸۹ ذخیره نمایید. پس از نوشتن هر ۱۶ واردۀ جدول در حافظه، شبیه‌ساز ROM با $WE = 1$ ایجاد می‌گردد. با اعمال ورودی‌ها به خطوط آدرس، صحت خروجی‌ها در خطوط خروجی داده را تحقیق نمایید.

کسٹرشن حافظه

واحد حافظه را با استفاده از دو آی‌سی 74189 به $CS = 4 \times 32$ تبدیل کنید. ورودی‌های CS را برای انتخاب یکی از دو آی‌سی به کار ببرید. توجه کنید که چون خروجی‌ها سه حالت‌هند، می‌توانید جفت پایانه‌ها را به هم گره بزنید تا یک OR منطقی بین دو آی‌سی به وجود آید. مدار خود را با به کارگیری آن به عنوان یک ROM شبیه‌سازی شده که یک عدد ۳ بیت را با عدد ۲ بیت دیگر جمع می‌کند تا حاصل جمع ۴ بیتی بدست آید. تست کنید مثلاً اگر ورودی به ROM، 10110 باشد، آنگاه خروجی برابر است با $0111 + 101 = 101$. سه بیت اول ورودی عدد ۵ و دو بیت آخر ۲ را نمایش می‌دهند و خروجی نیز ۷ است. از شمارنده برای ایجاد چهار بیت آدرس و از یک کلید نیز برای تولید بیت پنجم استفاده کنید.

۱۱-۱۴ هندبال لامپی

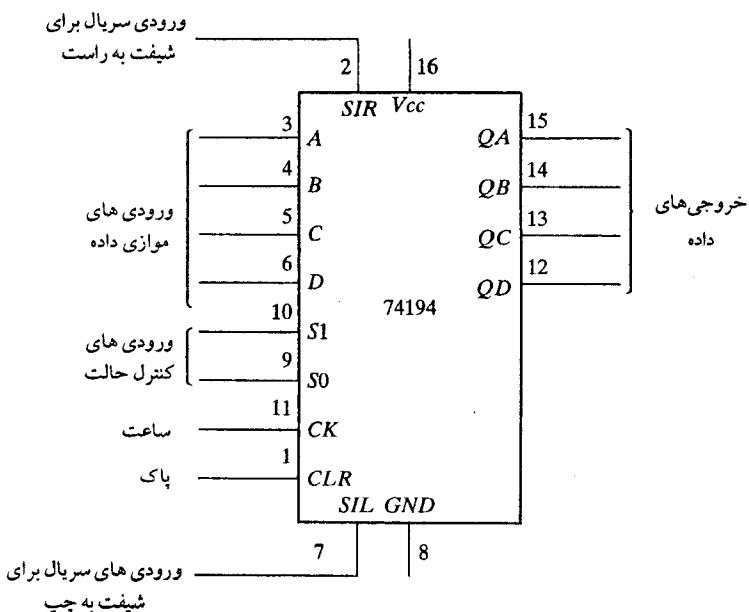
در این آزمایش، شما یک بازی الکترونیک به نام هندبال را با به کارگیری یک لامپ روشن برای شبیه‌سازی توپ استفاده خواهید کرد. این پروژه کاربرد دو طرفه یک شیفت رجیستر با بار شدن موازی را نشان می‌دهد. همچنین عمل ورودی غیرهمزمان فلیپ فلاپها هم نشان داده شده است. ما ابتدا آی‌سی مورد نیاز این آزمایش را معرفی کرده و سپس نمودار منطقی بازی هندبال لامپی را ارائه می‌کنیم.

آی‌سی 74194

این یک شیفت رجیستر دو طرفه با بار شدن موازی است. مدار درونی آن شبیه شکل ۶-۷ است. تخصیص پایه به ورودی‌ها و خروجی‌ها در شکل ۱۱-۱۹ نشان داده شده است. دو ورودی کنترل حالت نوع عمل را طبق جدول تابع مشخص می‌کند.

نمودار منطقی

نمودار منطقی هندبال لامپی الکترونیکی در شکل ۱۱-۲۰ مشاهده می‌شود. این مدار از دو آی‌سی



جدولتابع

	پاک	ساعت	حالات	تابع
			S1 S0	
0	X	X	X	پاک شدن خروجی
1	↑	0	0	عدم تغییر در خروجی
1	↑	0	1	شیفت به راست در جهت QA به QD. SIR
1	↑	1	0	شیفت به چپ در جهت QD به QD. QA. SIL
1	↑	1	1	ورودی بار شدن موازی داده

شکل ۱۱-۱۹. آی سی شیفت رجیستر دو طرفه با بار شدن موازی نوع 74194

74194 یک آی سی فلیپ فلاپ D دوگانه 7474 و سه گیت 7400، 7404 و 7408 ساخته شده است. توپ با شبیه سازی لامپ متحرکی که از طریق شیفت رجیستر دو طرفه به چپ و راست می‌رود، حرکت می‌کند. سرعت حرکت لامپ با فرکانس ساعت معین می‌گردد. مدار ابتدا با کلید بازنمانی مقداردهی اولیه می‌گردد. کلید شروع، بازی را با استقرار توپ (یکی از لامپها) در منتهی الیه سمت راست آغاز می‌نماید. بازیکن باید دکمه فشاری پالس ساز را برای آغاز بازی بفشارد تا توپ به سمت چپ برود. لامپ روش آنقدر به چپ منتقل می‌شود تا به سمت چپ ترین مکان برسد (دیوار)، آنگاه توپ با معکوس شدن جهت جابجاگی لامپ به بازیکن برمی‌گردد. وقتی که دوباره در سمت راست ترین مکان

قرار گرفت بازیکن باید کلید را بفشارد تا جهت جابجایی عرض شود. اگر بازیکن کلید را زودتر یا دیرتر از موعد مقرر بفشارد توپ ناپدید شده و لامپ خاموش می‌گردد. با روشن و خاموش کردن کلید شروع می‌توان بازی را دوباره آغاز کرد. در حین بازی کلید شروع باید باز (در حالت ۱) باشد.

تحلیل مدار

قبل از اتصال مدار، نمودار منطقی را تحلیل کنید تا از درک عملکرد آن مطمئن شوید. بخصوص سعی کنید به سؤالات زیر پاسخ دهید.

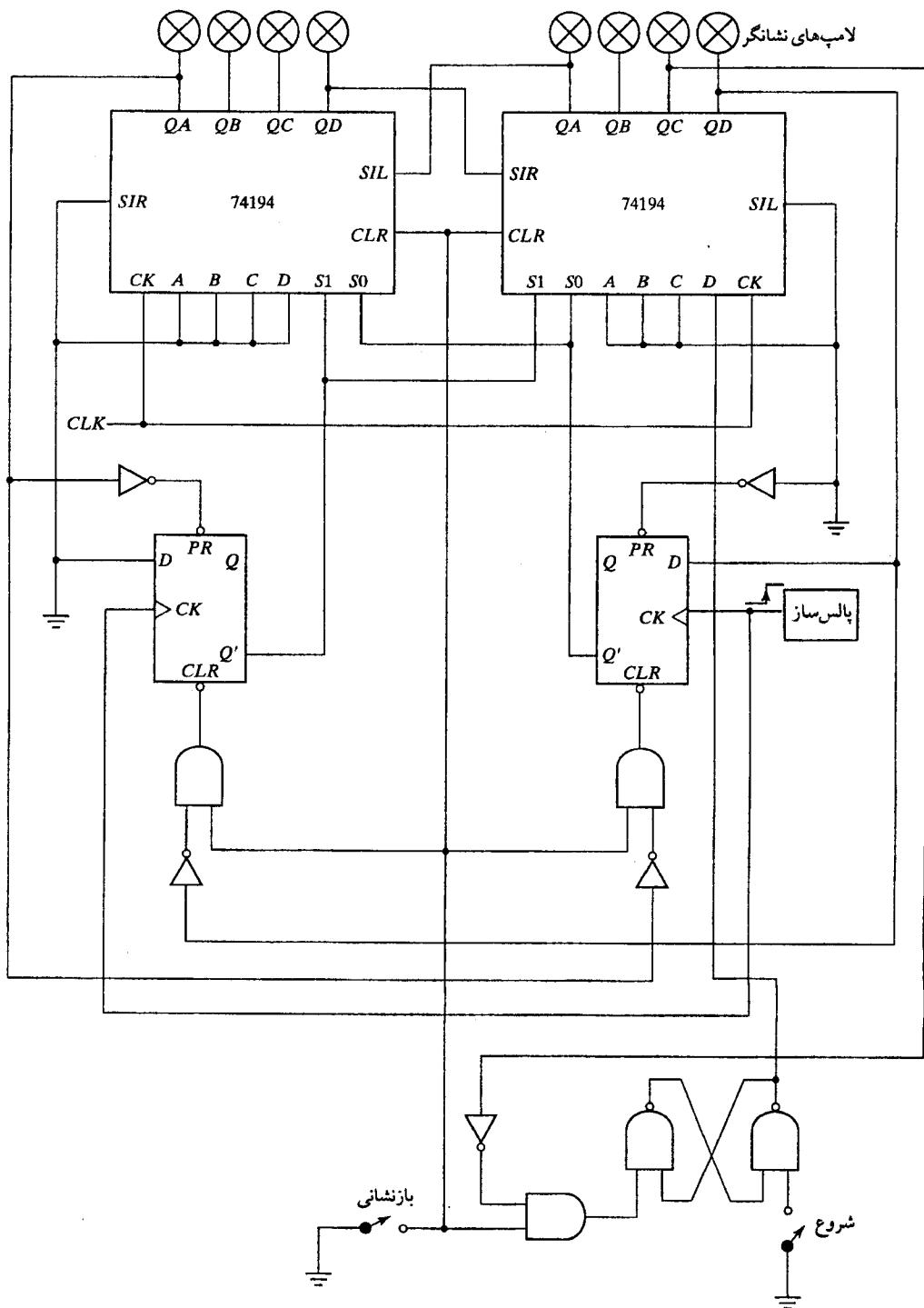
- ۱- وظیفه کلید بازنشانی چیست؟
- ۲- توضیح دهید که چگونه نور در سمت راست ترین مکان با اتصال کلید شروع به زمین، روشن می‌گردد. چرا قبیل از آغاز بازی باید کلید شروع را روی منطق ۱ قرار داد.
- ۳- دو ورودی کنترل S0 و S1 در هنگام حرکت توپ چه حالاتی دارند.
- ۴- اگر ضمن حرکت توپ به چپ، کلید پالس ساز رافشار دهیم چه اتفاقی در ورودی‌های کنترل حالت به وجود می‌آید؟ اگر توپ در حال حرکت به راست باشد و عمل فوق تکرار گردد چه اتفاقی خواهد افتاد؟
- ۵- فرض کنید که توپ به منتهی‌الیه سمت راست رسیده باشد ولی هنوز کلید پالس ساز فشرده نشده باشد. حالت ورودی‌های کنترل حالت، اگر پالس ساز فشار داده شود چه می‌شود؟ اگر فشار داده نشود چه می‌شود؟

انجام بازی

مدار شکل ۱۱-۲۰ را بیندید. با مدار برای اطمینان از صحبت کارش بازی کنید. توجه شود که پالس ساز باید یک گذر مشبّت تولید کند و نیز هر دو کلید بازنشانی و شروع در حین بازی باید باز شوند (در منطق ۱). ابتدا با فرکانس ساعت پایینی شروع کرده و سپس برای داشتن یک بازی هیجان‌آور آن را بالا ببرید.

شمارش تعداد باختها

مداری طراحی کنید که تعداد دفعات باخت بازیکن را در حین بازی نگهدارد. از یک دیکدر BCD به هفت قسمتی و نمایشگر هفت قسمتی مثل شکل ۱۱-۸ استفاده کنید و شمارش ۰ تا ۹ را نمایش دهید. شمارش با شمارنده ددهی با استفاده از 7493 به عنوان شمارنده موج‌گونه ددهی یا 74161 و یک گیت NAND به عنوان یک شمارنده ددهی همزمان صورت بگیرد. وقتی مدار در حالت بازنشانی است، شمارنده باید ۰ را نشان دهد. هر بار که توپ ناپدید شود و لامپ خاموش گردد، نمایشگر به اندازه ۱ واحد افزایش خواهد یافت. اگر لامپ در حین بازی روشن بماند مقدار نمایشگر نباید تغییر یابد. طرح نهایی باید یک مدار شمارش خودکار باشد و نمایش ددهی آن به طور خودکار در ازاء هر باخت و خاموش شدن لامپ، یک واحد افزایش یابد.



شکل ۱۱-۲. نمودار منطقی هنبدال لامپی

هنبدال لامپی

۴۸۲

مدار شکل ۱۱-۲۰ را طوری اصلاح کنید که یک بازی پینگ پونگ لامپی بدهست آید. در این بازی دو نفر می‌توانند شرکت کنند و هر بازیکن پالس ساز خاص خود را داراست. بازیکنی که پالس ساز سمت راست را در اختیار دارد، توب را از سمت راست ترین مکان باز می‌گرداند و بازیکن سمت چپ هم به همین ترتیب توب را از سمت چپ بر می‌گرداند. تنها اصلاح لازم برای بازی پینگ پونگ پالس ساز دوم و تغییر چند سیم می‌باشد.

۱۱-۱۵ مولد پالس ساعت

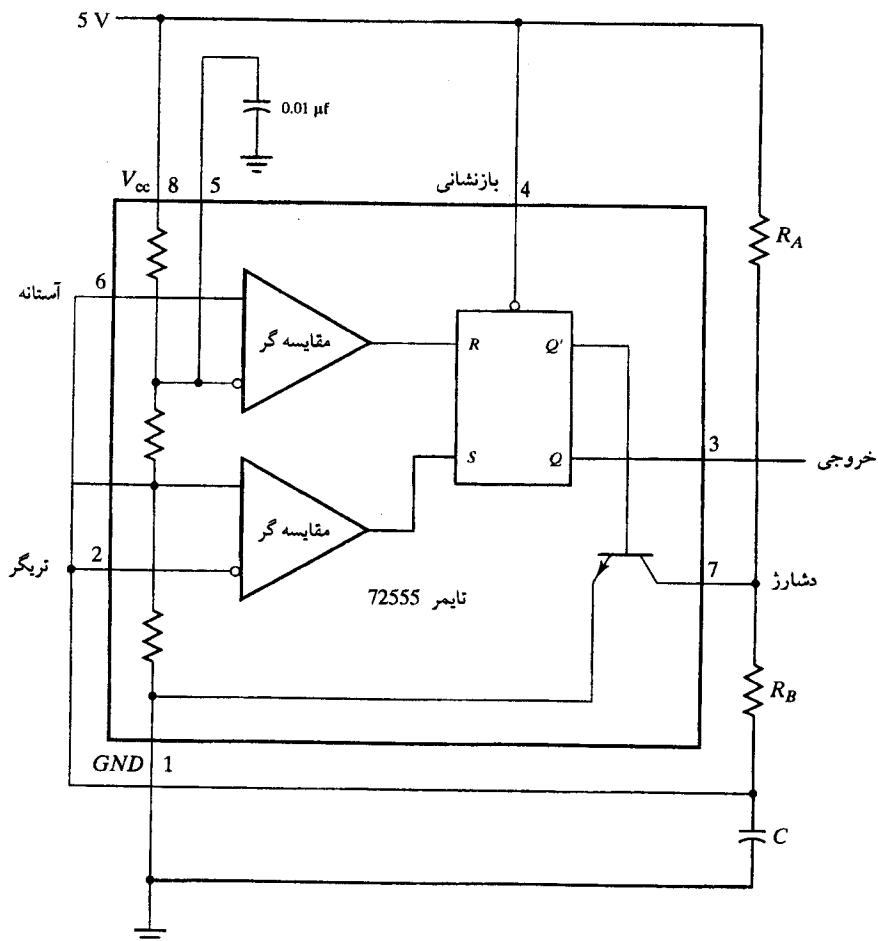
در این آزمایش، شما از یک آی‌سی تایمر استفاده کرده و برای تولید پالس‌های ساعت در فرکانس مفروضی آن را وصل خواهید کرد. این مدار به دو مقاومت و دو حافظه بیرونی نیاز دارد. اسیلوسکوپ اشعه کاتودیک برای مشاهده امواج و اندازه‌گیری فرکانس به کار خواهد رفت.

آی‌سی تایمر

آی‌سی 72555 (یا 555) یک مدار تایمر دقیق است که داخل آن در شکل ۱۱-۲۱ ملاحظه می‌شود. مقاومت‌های R_A و R_B و دو حافظه بخشی از آی‌سی نیستند. این مدار حاوی دو مقایسه‌گر، یک فلیپ فلاپ و یک مقاومت درونی است. تقسیم ولتاژ $V_{CC} = 5V$ به وسیله سه مقاومت درونی به زمین وصل است تا $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{3}$ مقدار V_{CC} (3.3V و 1.7V) در ورودی مقایسه‌گرهای در اختیار قرار گرد. وقتی که ورودی آستانه در پایه 6 به بیش از 3.3V برسد، مقایسه‌گر بالایی فلیپ فلاپ را به 0 بازنشانی کرده و بنابراین خروجی به عدد 0V خواهد رفت. وقتی که ورودی راهاندازی در پایه 2 به زیر 1.7V ببرود، مقایسه‌گر پایینی فلیپ فلاپ را به 1 نشانده و خروجی ترانزیستور به حدود 5V خواهد رسید. وقتی که خروجی پایین است، Q' در سطح بالاست و پیوند بیس-امیتر ترانزیستور تغذیه مستقیم می‌گردد. وقتی که خروجی بالاست، Q' پایین و ترانزیستور خاموش می‌گردد (بخش ۲-۱۰). مدار تایمر می‌تواند تأخیر زمانی دقیقی را با مدار خارجی RC تولید کند. در این آزمایش تایمر در حالت آستابل برای تولید پالس ساعت به کار می‌رود.

عملکرد مدار

شکل ۱۱-۲۱ اتصالات بیرونی لازم را برای کار در حالت آستابل نشان می‌دهد. حافظن C به هنگام خاموشی ترانزیستور شارژ شده و از طریق مقاومت‌های R_B به هنگام روشنی ترانزیستور دشارژ می‌گردد. وقتی که ولتاژ شارژ دو سر حافظن C به 3.3V برسد، ورودی آستانه در پایه، موجب بازنشانی فلیپ فلاپ و در نتیجه روشنی ترانزیستور می‌گردد. وقتی دشارژ ولتاژ به 1.7V برسد، ورودی تریگر در پایه 2 موجب 1 شدن فلیپ فلاپ و خاموش شدن ترانزیستور می‌شود. بنابراین ولتاژ مرتباً بین دو سطح



شکل ۱۱-۲۱. آی سی تایمر 72555 که بعنوان مولد پالس ساعت بسته شده است.

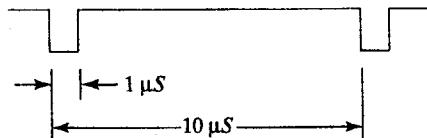
در خروجی فلیپ فلاپ تغییر خواهد کرد. خروجی برای مدتی برابر با زمان شارژ در سطح بالا باقی می‌ماند. این دوره زمانی از معادله زیر بدست می‌آید.

$$t_H = 0.693(R_A + R_B)C$$

خروجی برای مدت زمان دشارژ در سطح پایین باقی می‌ماند. این زمان از رابطه زیر محاسبه می‌گردد.

$$t_L = 0.693R_B C$$

مولد پالس ساعت
با داشتن حازن C به ظرفیت $0.001\mu F$ ، مقادیر R_A و R_B را برای تولید پالس‌های ساعت



شکل ۱۱-۲۲. شکل موج مولد ساعت

شکل ۱۱-۲۲ محاسبه نمایید. عرض پالس $1\mu s$ در سطح پایین است، و با فرکانس ۱۰۰KHz ۱۰۰ تکرار می‌شود. مدار را وصل و خروجی را روی اسیلوسکوپ چک نمایید.

خروجی دو سر خازن C را مشاهده نمایید و دو سطح آن را ثبت کنید و نشان دهید که دو سطح آن بین دو مقدار تریگر و آستانه است.

شکل موج در کلکتور ترانزیستور در پایه ۷ را ملاحظه نمایید و همه اطلاعات مربوطه را ثبت کنید.

شکل موج را با تحلیل عمل مدار توضیح دهید.

برای تولید مولد پالس فرکانس متغیر یک مقاومت متغیر (پتانسیومتر) را با R_A سری کنید. دوره سطح پایین همان $1\mu s$ باقی می‌ماند. فرکانس بین ۲۰ تا ۱۰۰KHz خواهد بود.

پالس‌های سطح پایین را به کمک یک وارونگر به پالس‌های سطح بالا تبدیل کنید. در این صورت پالس‌های $1\mu s$ با فرکانس متغیر خواهید داشت.

۱۱-۱۶ جمع‌کننده موازی و انباره

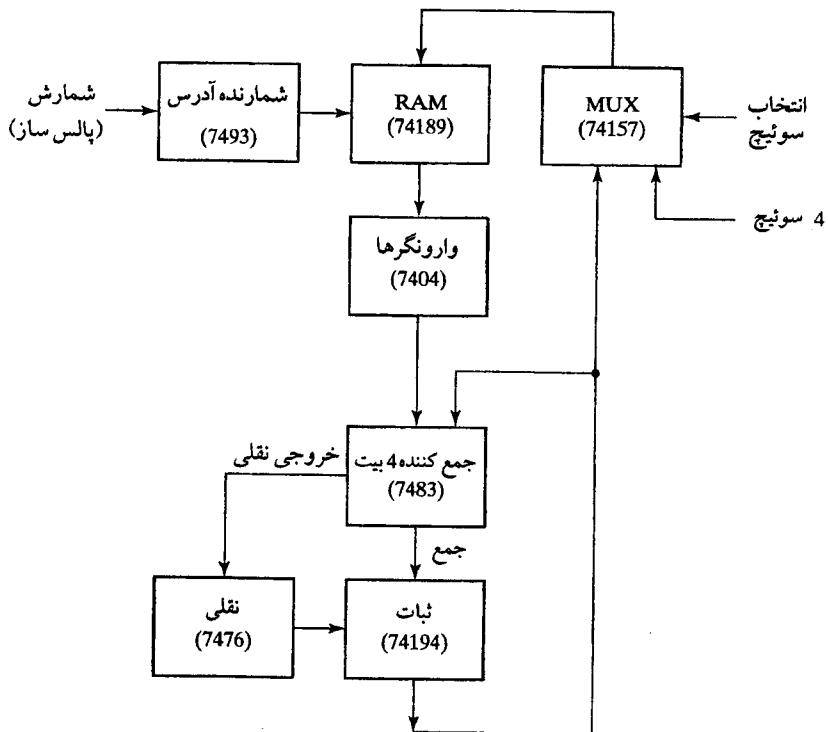
در این آزمایش، شما یک جمع‌کننده موازی چهار بیت، که جمع حاصل از آن می‌تواند در یک ثبات بار شود را خواهید ساخت. مجموعه اعدادی که باید جمع شوند در حافظه RAM ذخیره خواهند شد.

ساختار بلوکی

مدار RAM را از حافظه آزمایش بخش ۱۱-۱۳ انتخاب کرده و برای ساخت مدار از یک جمع‌کننده ۴ بیت، یک شیفت رجیستر ۴ بیت با بار شدن موازی، یک فلیپ فلاب نقلی و یک مولتی پلکسراستفاده نمایید. نمودار بلوکی و IC های به کار رفته در شکل ۱۱-۲۳ مشاهده می‌گردد. اطلاعات حاصل از چهار کلید، یا از چهار بیت داده موجود در خروجی یک ثبات می‌تواند در یک RAM نوشته شود. انتخاب یکی از دو منبع اطلاعات به وسیله مولتی پلکسرا انجام می‌گردد. داده در RAM می‌تواند با محتویات ثبات جمع شده و حاصل جمع به ثبات بازگردانده شود.

کنترل ثبات

سوئیچ‌های قطع و وصلی برای کنترل ثبات ۷۴۱۹۷ و فلیپ فلاب نقلی ۷۴۷۶ مطابق زیر فراهم آورید.



شکل ۱۱-۲۳. نمودار بلوکی جمع کننده موازی برای آزمایش ۱۶

(الف) با توجه به اعمال پالس ساعت شرایط بار شدن (LOAD) برای انتقال حاصل جمع به ثبات و خروجی نقلی به فلیپ فلاپ را فراهم آورید.

(ب) با توجه به اعمال پالس ساعت، شرایط جابجایی (SHIFT) به راست به همراه انتقال فلیپ فلاپ نقلی به سمت چپ ترین مکان ثبات را فراهم آورید. محتوای فلیپ فلاپ نقلی در حین جابجایی تغییر کند.

(پ) حالت بی تغییری را که محتوای ثبات و فلیپ فلاپ حتی با اعمال پالس ساعت تغییر نکنند را ایجاد نمایید.

مدار رقم نقلی

برای اطمینان از مشخصات فوق، مداری بین خروجی نقلی از جمع کننده و ورودی های J و K فلیپ فلاپ 7476 تهیه نمایید به طوری که خروجی رقم نقلی تحت شرایط بار شدن به فلیپ فلاپ (0 یا 1) ضمن اعمال پالس ساعت به آن انتقال یابد. اگر شرط بار شدن غیرفعال یا شرط جابجایی فعال گردد، فلیپ فلاپ رقم نقلی نباید تغییر یابد.

تست مدار

اعداد زیر را در RAM ذخیره کرده و سپس آنها را یک به یک با محتوای ثبات جمع کنید. کار را با ثبات و فلیپ فلاپ پاک شده آغاز نمایید. مقدار خروجی ثبات و رقم نقلی را پس از هر جمع حدس زده و صحت نتایج خود را تحقیق نمایید.

$$0110 + 1110 + 1101 + 0011$$

عملکرد مدار

ثبات و رقم نقلی را پاک نموده و اعداد چهار بیت زیر را در آدرس‌های ذکر شده در RAM ذخیره نمایید.

آدرس	محتوا
0	0110
3	1110
6	1101
9	0101
12	0011

اکنون چهار عمل زیر را اجرا کنید.

- ۱- محتوای آدرس‌های ثبات با شرط LOAD را با محتوای ثبات جمع کنید.
- ۲- حاصل جمع را در آدرس ۱ حافظه RAM ذخیره نمایید.
- ۳- محتويات ثبات و رقم نقلی را با شرط SHIFT به راست جابجا نمایید.
- ۴- محتوای جابجا شده ثبات را در آدرس ۲ حافظه RAM ذخیره کنید.

محتوای سه مکان اول RAM را مطابق زیر تست نمایید.

آدرس	محتوا
0	0110
1	0110
2	0011

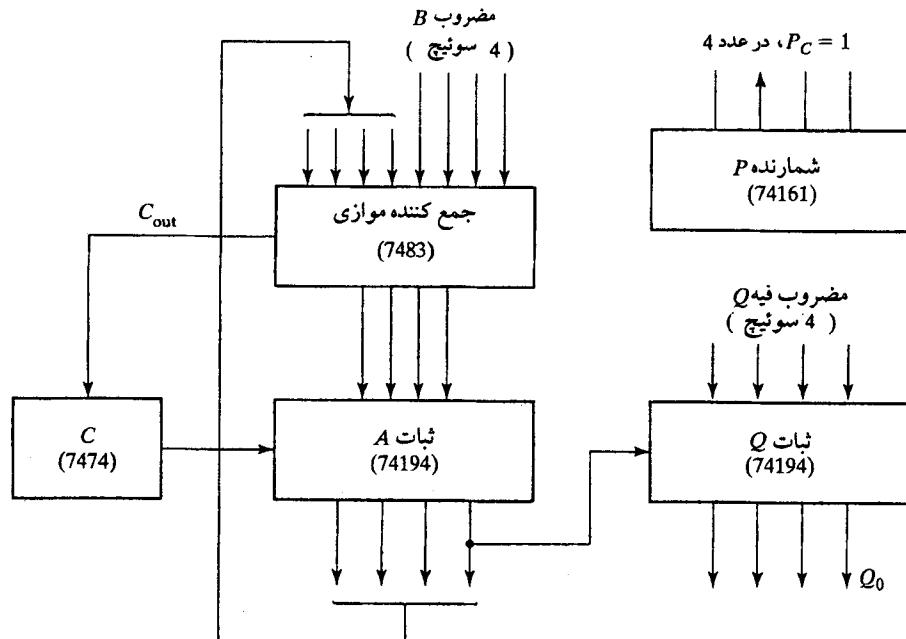
عملیات فوق را برای چهار عدد دو دویی دیگر در RAM تکرار کنید. آدرس‌های ۴، ۷، ۱۰ و ۱۳ را برای ذخیره حاصل جمع موجود در ثبات در مرحله ۲ به کار ببرید. آدرس‌های ۵، ۸، ۱۱ و ۱۴ را برای ذخیره مقدار جابجا شده در ثبات در مرحله ۴ استفاده نمایید. محتوای آدرس‌های ۰ تا ۱۴ از RAM را تخمین بزنید و برای اطمینان از نتایج خود، آنها را تست کنید.

۱۱-۱۷ ضرب کننده دو دویی

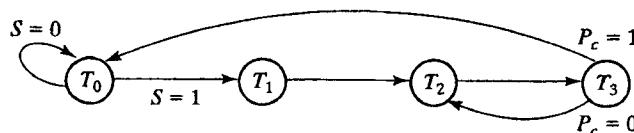
در این آزمایش، شما یک مدار ضرب کننده دو عدد ۴ بیت بی علامت برای تولید حاصل ضرب ۸ بیت طراحی و خواهید ساخت. الگوریتم ضرب دو عدد دو دویی در بخش ۸-۶ ملاحظه گردید.

نمودار بلوکی

نمودار بلوکی ضرب کننده دودویی با آی‌سی‌های پیشنهادی به کار رفته در شکل ۱۱-۲۴ (الف) نشان داده شده است. مضروب B در عوض یک ثبات، از چهار کلید حاصل می‌شود. مضروب فیه Q از چهار کلید دیگر بدست می‌آید. حاصل ضرب با هشت لامپ مشخص می‌گردد. شمارنده P با ۰ مقداردهی اولیه شده و با هر بار ایجاد حاصل ضرب جزیی، یک واحد افزایش می‌یابد. وقتی که شمارنده به عدد چهار برسد، خروجی P برابر ۱ شده و ضرب خاتمه می‌یابد.



(الف) نمودار پردازشگر داده



- $T_1: A \leftarrow 0, C \leftarrow 0, P \leftarrow 0, Q \leftarrow$ مضروب فیه
- $T_2: P \leftarrow P + 1$
- $T_2 Q_0: A \leftarrow A + B, C \leftarrow C_{out}$
- $T_3: CAQ, C \leftarrow 0$ جابجاگی به راست

(ب) نمودار حالت کنترل

شکل ۱۱-۲۴. مدار ضرب دودویی

ضرب کننده دودویی

۴۸۸

کنترل ثبات‌ها

چارت ASM برای ضرب کننده دودویی در شکل ۸-۱۴ نشان می‌دهد که سه ثبات و فلیپ فلاپ نقلی به وسیله سیگنال‌های T_1 ، T_2 و T_3 کنترل می‌شوند. یک سیگنال کنترل اضافی Q_1 که به بستگی دارد، جمع را در ثابت A و رقم نقلی را در فلیپ فلاپ C بار می‌نماید. Q_1 کم ارزش‌ترین بیت ثبات Q است. نمودار حالت کنترل و اعمال انجام شده در هر حالت در شکل ۸-۲۴ (ب) لیست شده است. با یک گیت AND که ورودی‌ها یش T_2 و Q_0 است تولید می‌گردد. توجه کنید که فلیپ فلاپ نقلی C با هر پالس ساعت، به جز هنگام انتقال رقم نقلی به داخل آن، قابل پاک شدن است.

مثال ضرب کننده

قبل از اتصال مدار، مطمئن شوید که عملکرد مدار ضرب کننده را فهمیده‌اید. برای انجام این کار، جدولی مشابه جدول ۸-۴ بسازید، که در آن مضروب $= B$ و مضروب فيه $1011 = Q$ باشد. در توضیحات سمت چپ جدول، بگویید کدام یک از متغیرهای حالت T_1 ، T_2 و T_3 ، در هر حالت فعال شده است. حالات باید با T_1 شروع و سپس T_2 و T_3 چهار بار تکرار می‌گردند.

طراحی پردازشگر داده

نمودار مشروحتی برای بخش پردازشگر (مسیر داده) رسم کرده و همه اتصالات پایه‌های آی‌سی را نشان دهد. سیگنال‌های کنترل T_1 ، T_2 و T_3 را با سه کلید تولید نمایید و آنها را برای تهیه اعمال کنترلی موردنظر در انواع ثبات‌ها، به کار ببرید. مدار را وصل کرده و عملکرد صحیح هر قطعه را چک کنید. با قرار داشتن سه متغیر کنترل در ۰، کلیدهای مضروب را در ۱۱۱۱ و مضروب فيه را در ۱۰۱۱ تنظیم کنید. متغیرهای کنترل را به صورت دستی یا به وسیله کلیدها طبق نمودار حالت شکل ۸-۲۴ (پ) تولید کنید. در هر حالت کنترل یک تک پالس اعمال نموده و خروجی ثبات‌های A و Q و مقادیر C و P را مشاهده نمایید. این مقادیر را با اعداد مثال عددی خود مقایسه و صحت عملکرد مدار را تحقیق نمایید. توجه داشته باشید که آی‌سی 74161 دارای فلیپ فلاپ حاکم-تابع است. برای به راهاندازی دستی، لازم است تک پالس‌های ساعت یک پالس منفی باشد.

طراحی کنترل

مدار کنترل را با توجه به نمودار حالت طراحی کنید. می‌توانید از هر یک از روش‌های پیاده‌سازی کنترل بخش ۸-۷ استفاده نمایید. روشی را انتخاب کنید که تعداد آی‌سی‌ها حداقل باشد. صحت عملکرد مدار کنترل را قبل از اتصال به پردازشگر داده تحقیق نمایید.

تست ضرب کننده

خروجی‌های مدار کنترل را به پردازشگر داده وصل و عملکرد کلی مدار را با تکرار مراحل ضرب 1111 در 1011، بررسی نمایید. اکنون تک پالس‌های ساعت حالات کنترل را باید به ترتیب به پیش ببرند (کلیدهای دستی حذف شوند). سیگنال شروع S می‌تواند ضمن قرار داشتن کنترل در T_0 ، با یک کلید در وضعیت 1 تولید گردد.

سیگنال شروع S را به وسیله یک پالس‌ساز یا هر نوع پالس کوتاه دیگر تولید نموده و ضرب کننده را به وسیله پالس‌های ساعت حاصل از مولد پالس ساعت به کار اندازید. با فشار دادن S ، پالس‌ساز، عمل ضرب را تا پایان دوباره تکرار خواهد کرد، و حاصل ضرب در ثبات‌های A و Q ایجاد خواهد شد. دقت کنید که S را به 0 بازگردانده و سپس کلیدها را با عدد چهار بینی دیگر تنظیم نموده‌اید و آنگاه S را مجددآ فشار دهید. حاصل ضرب جدید باید در خروجی‌ها ظاهر شود. ضرب با چند عدد دیگر را برای اطمینان از صحبت عملکرد مدار تکرار نمایید.

۱۱-۱۸ مدارهای ترتیبی غیرهمzman

در این آزمایش شما مدارهای ترتیبی غیرهمzman را طراحی و خواهید ساخت. این مدارها در فصل ۹ بررسی شدند.

مثال تحلیل

تحلیل مدارهای ترتیبی غیرهمzman بالج‌های SR در بخش ۹-۳ آورده شد. مدار شکل (۹-۹) را در بخش مسائل با ترسیم جدول گذر و نقشه خروجی مدار تحلیل کنید. از روی جدول گذر و نقشه خروجی، معین کنید؛ (الف) وقتی ورودی x_1 بدون توجه به مقدار ورودی x_2 ، برابر 1 باشد، چه در خروجی Q رخ می‌دهد؛ (ب) وقتی $1 = x_1 - x_2 + 0$ باشد در Q چه اتفاقی می‌افتد. (پ) وقتی در ورودی به 0 بازگردد چه می‌شود؟ مدار را بیندید و نشان دهید که عملکرد آن با تحلیل مطابقت دارد.

مثال طراحی

مدار فلیپ فلاپ D حساس به لبه مثبت در شکل ۹-۴۶ نشان داده شد. مدار فلیپ فلاپ T حساس به لبه منفی در شکل ۹-۴۷ نشان داده شد. با استفاده از روند ۶ مرحله‌ای در بخش ۹-۸ یک فلیپ فلاپ D ، طراحی، ساخته و تست نمایید به نحوی که در هر دو لبه منفی و مثبت پالس ساعت تریگر شود. مدار دارای ورودی‌های D و C و یک خروجی Q است. پس از تغییر C از 0 به 1 مقدار خروجی با ورودی D برابر می‌شود. اگر C در 1 باقی بماند، خروجی بدون توجه به D بدون تغییر خواهد ماند. در گذر بعدی پالس ساعت یعنی، به هنگام تغییر C از 1 به 0، خروجی دوباره به مقدار D اصلاح می‌گردد. مجددآ هنگامی که $C = 0$ باشد خروجی بدون تغییر است.

۱۱-۱۹ آزمایش‌های شبیه‌سازی VERILOG HDL

بعضی از آزمایش‌های سخت‌افزاری بررسی شده در این فصل را می‌توان با یک روال نرم‌افزاری تکمیل کرد، که در آن از زبان توصیف نرم‌افزاری Verilog (HDL) استفاده شده است. برای تکمیل، کامپایلر و شبیه‌ساز Verilog مورد نیاز است. در زیر پیشنهادات شبیه‌سایز و تست بعضی از مدارهای به کار رفته و آزمایشات آمده است.

تکمیل آزمایش ۲ (بخش ۱۱-۲)

انواع گیت‌های منطقی و تأخیر انتشار آنها در آزمایش سخت‌افزاری معرفی شد. در بخش ۳-۹، مدار ساده‌ای با تأخیر گیت مورد بررسی قرار گرفت. به عنوان مقدمه‌ای بر برنامه آزمایشگاهی Verilog مدار توصیف شده در مثال ۳-۳ HDL را کامپایل کرده و شبیه‌ساز را به کار اندازید تا صحت امواج شکل ۳-۳۸ تحقیق گردد.

به مدار XOR شکل ۳-۳۲ (الف) تأخیرهای زیر را نسبت دهید: ۱۰ns برای یک وارونگر، 20ns برای یک گیت AND، و 30ns برای یک گیت OR. ورودی مدار از $xy = 00$ به $xy = 01$ می‌رود.

(الف) خروجی هر گیت را بین $0 \leq t \leq 50\text{ns}$ معین کنید.

(ب) توصیف HDL مدار از جمله تأخیرها را بنویسید.

(پ) مدول محرك (مشابه مثال ۳-۳ HDL) را بنویسید و برای بررسی پاسخ بخش (الف) آن را شبیه‌سازی نمایید.

تکمیل آزمایش ۴ (بخش ۱۱-۴)

عملکرد یک مدار ترتیبی با تست خروجی و مقایسه آن با جدول درستی مدار تحقیق شد. مثال ۴-۱۰ HDL (بخش ۴-۱۱) روال تهیه جدول درستی به کمک شبیه‌سازی را برای آن نشان می‌دهد. برای دستیابی و آشنایی با این روال، مثال ۴-۱۰ HDL را کامپایل و شبیه‌سازی نمایید و سپس جدول درستی خروجی را چک کنید.

در آزمایش ۴، شما مدار منطقی اکثربت را طراحی کردید. توصیف سطح گیت HDL را برای مدار منطقی اکثربت بنویسید و نیز جدول درستی را هم نمایش دهید. مدار را کامپایل و شبیه‌سازی کرده و پاسخ خروجی را چک نمایید.

تکمیل آزمایش ۵ (بخش ۱۱-۵)

این آزمایش در مورد تبدیل کد ارائه شده است. یک مبدل BCD به افزونی ۳ در بخش ۴-۳ طراحی شد. نتایج طرح را برای تست آن با نتایج حاصل از یک شبیه‌ساز HDL به کار ببرید.

(الف) توصیف سطح گیت HDL را برای مدار شکل ۴-۴ بنویسید.

- (ب) توصیف روند داده را با استفاده از عبارات بولی شکل ۴-۳ بنویسید.
- (ب) توصیف رفتاری HDL یک مبدل BCD به افزونی ۳ را بنویسید.
- (ت) یک برنامه تست برای شبیه‌سازی و تست مدار مبدل BCD به افزونی ۳ بنویسید تا جدول درستی را تصدیق نماید. هر سه مدار را چک نمایید.

تکمیل آزمایش ۷ (بخش ۷-۱)

- در این آزمایش یک جمع-تفريقگر ساخته شد. این مدار در بخش ۴-۴ هم ساخته شده بود.
- (الف) یک توصیف رفتاری HDL برای جمع کننده ۴ بیت 7483 بنویسید.
- (ب) یک توصیف رفتاری برای جمع-تفريقگر مدار شکل ۱۱-۱۱ بنویسید.
- (پ) یک توصیف سلسله مراتبی برای جمع-تفريقگر ۴ بیت شکل ۱۳-۴ بنویسید (شامل ۷). این کار با ذکر نوع اصلاح شده جمع کننده ۴ بیت در مثال ۴-۲ HDL امکان‌پذیر است.
- (ت) یک برنامه تست HDL برای شبیه‌سازی و تست مدارهای بخش (پ) بنویسید. مقادیری که سبب سرریز می‌گردند، $V = 1$ ، را چک کنید.

تکمیل آزمایش ۸ (بخش ۸-۱)

- فلیپ فلاب D حساس به لبه در شکل ۱۱-۱۳ ملاحظه شد. این فلیپ فلاب دارای ورودی‌های پیش تنظیم و پاک کردن است.
- (الف) با استفاده از هر دو خروجی یک توصیف رفتاری HDL برای فلیپ فلاب 7474D بنویسید (توجه شود که وقتی پیش تنظیم برابر ۰ باشد، $Q = 0$ می‌شود، و وقتی پیش تنظیم برابر ۱ و پاک کردن هم ۰ باشد، $Q = 1$ خواهد شد. بنابراین پیش تنظیم بر پاک کردن اولویت دارد).
- (ب) یک توصیف رفتاری HDL، با استفاده از هر دو خروجی برای فلیپ فلاب 7474 بنویسید. دو مین خروجی را Q-not نام‌گذاری کنید و توجه داشته باشید این، همیشه متمم Q نیست. وقتی پیش تنظیم و پاک کردن هر دو ۰ باشند، Q-not و Q به ۱ می‌روند.

تکمیل آزمایش ۹ (بخش ۹-۱)

- در آزمایش سخت‌افزاری، از شما خواسته شد تا یک مدار ترتیبی با نمودار حالت شکل ۱۱-۱۴ طراحی و تست کنید. این مدار به نام مدار ترتیبی مدول میلی خوانده می‌شود و مشابه با توصیف HDL مثال ۵-۵ (بخش ۵-۵) است.

- (الف) توصیف HDL نمودار حالت شکل ۱۱-۱۴ را بنویسید.
- (ب) توصیف ساختاری HDL مدار ترتیبی حاصل از طرح را بنویسید (این مشابه مثال ۵-۷ HDL در بخش ۵-۵ است).

(پ) شکل ۱۱-۲۴ (ب) (بخش ۱۱-۱۷) یک نمودار حالت کنترلی را نشان می‌دهد.
توصیف HDL نمودار حالت را با استفاده از تخصیص دودویی ۱ - بارز (جدول ۹-۵ در بخش ۵-۶
ملاحظه شود)، به همراه سه خروجی T_1 , T_2 و T_3 بنویسید.

تمکینیل آزمایش ۱۰ (بخش ۱۱-۱۰)

آی‌سی شمارنده همزمان با بار شدن موازی 74161، در شکل ۱۱-۱۵ ملاحظه شد. با دو اختلاف،
این شکل مشابه مثال ۳-۶ HDL در بخش ۶-۶ است. ورودی بارگذرن وقتی ۰ شود فعال می‌گردد و دو
ورودی P و T وجود دارند که شمارش را کنترل می‌کنند. توصیف HDL آی‌سی 74161 را بنویسید.

تمکینیل آزمایش ۱۱ (بخش ۱۱-۱۱)

یک شیفت رجیستر دو طرفه با بار شدن موازی با استفاده از آی‌سی‌های نوع 74195 و 74157
طراحی گردید.

(الف) توصیف HDL شیفت رجیستر 74195 را بنویسید. فرض کنید که ورودی‌های J و K به هم
وصل شده‌اند تا ورودی سریال را به وجود آورند.

(ب) توصیف HDL مولتی پلکس 74157 را بنویسید.

(پ) توصیف HDL شیفت رجیستر چهار بیت طراحی شده در آزمایش را بدست آورید.

(۱) توصیف ساختاری را با ذکر دو آی‌سی بنویسید و اتصالات داخلی آنها را مشخص نمایید، و

(۲) توصیف رفتاری مدار را با استفاده از جدول تابعی که در آزمایش بدست آمده، بنویسید.

تمکینیل آزمایش ۱۲ (بخش ۱۱-۱۲)

این آزمایش عملکرد حافظه RAM را بررسی می‌کند. روش توصیف یک حافظه در HDL در
بخش ۲-۷ به همراه مثال ۱-۷ HDL توضیح داده شد.

(الف) توصیف HDL یک حافظه RAM 74189 شکل ۱۱-۱۸ را بنویسید.

(ب) عملکرد حافظه را با نوشتگر برنامه محرک که عدد ۳ را در آدرس ۰ و عدد دودویی ۱ را در آدرس ۱۴
بنویسد تست کنید. آنگاه اعداد ذخیره شده را از دو آدرس بخوانید و بینید آیا صحیح ذخیره شده‌اند.

تمکینیل آزمایش ۱۳ (بخش ۱۱-۱۳)

توصیف رفتاری HDL شیفت رجیستر دو طرفه 74194 را با بارشدن موازی مطابق شکل ۱۱-۱۹ بنویسید.

تمکینیل آزمایش ۱۴ (بخش ۱۱-۱۴)

یک جمع‌کننده با ثبات انباره خود و یک واحد حافظه در شکل ۱۱-۲۳ ملاحظه شد. توصیف

ساختاری مدار مشخص شده در شکل را بتوانید. توصیف ساختاری این مدار را می‌توان با ذکر قطعات مختلف بدست آورد. به عنوان مثالی از یک توصیف ساختاری به مثال ۸-۴ در بخش ۸-۵ مراجعه شود. ابتدا لازم است توصیف رفتاری هر دو قطعه نوشته شود. شمارنده 74161 را به عرض 7493 به کار برید و فلیپ فلاپ 7474 را به جای فلیپ فلاپ JK استفاده کنید. نمودار بلوکی قطعات مختلف را از جدول ۱۱-۱ تهیه کنید.

تکمیل آزمایش ۱۷ (بخش ۱۱-۱۷)

نمودار بلوکی یک ضرب کننده دودویی ۴ بیت در شکل ۱۱-۲۴ ملاحظه می‌شود. ضرب کننده به دو صورت توصیف می‌گردد: (۱) با عبارات سطح انتقالی ثباتی لیست شده در بخش (ب) شکل یا (۲) با استفاده از نمودار بلوکی در بخش (الف) آن. توصیف ضرب کننده بر حسب قالب سطح انتقال ثباتی (RTL) در مثال ۸-۵ HDL (بخش ۸-۸) انجام گرفت. در این آزمایش از اجزاء مدار مجتمع مشخص شده در نمودار بلوکی استفاده خواهیم کرد تا توصیف ساختاری آزمایش ضرب کننده دودویی را بتوانیم. توصیف ساختاری با استفاده از توصیف مدول هر قطعه و سپس ذکر آنها برای نمایش ارتباط درونی آنها بدست می‌آید. (بخش ۸-۵ ملاحظه گردد). توصیف HDL قطعات را از آزمایش‌های قبلی هم می‌توان بدست آورد. 7483 در حل آزمایش ۷ (الف)، 7474 در آزمایش ۸ (الف)، 74161 در آزمایش ۹ (پ) بدست می‌آید. آزمایش ۱۰، 74194 با آزمایش ۱۴ و توصیف کنترل از حل آزمایش ۹ (پ) بدست می‌آید.



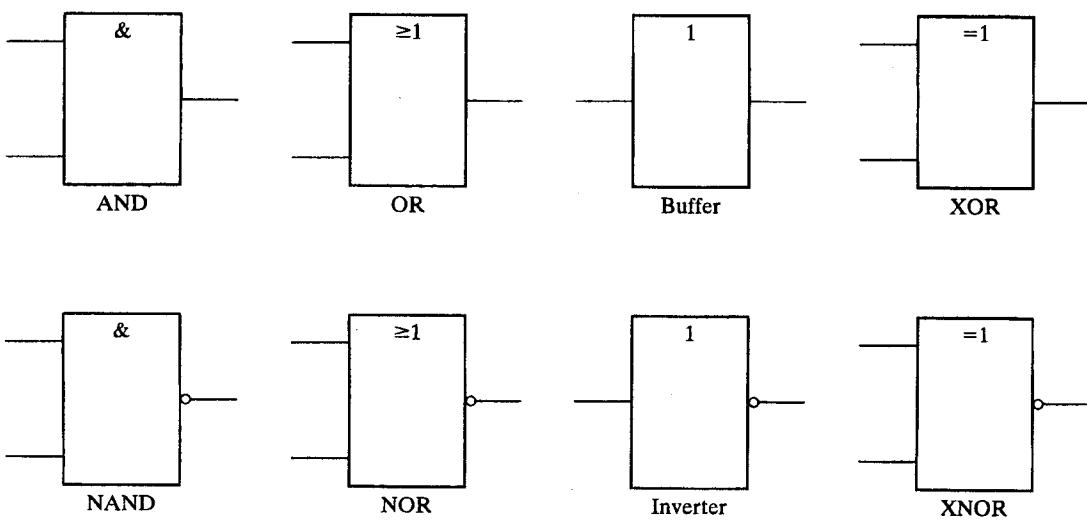
سمبل‌های گرافیکی استاندارد

۱۲-۱ سمبل‌های مستطیلی شکل

قطعات دیجیتال مانند گیت‌ها، دیکدرها، مولتی پلکسوس و ثبات‌ها به صورت مدارهای مجتمع در بازار موجود بوده و به مدارات SSI و MSI دسته‌بندی می‌شوند. سمبل‌های گرافیکی استاندارد برای این قطعات و قطعات دیگر چنان تهیه شده است که کاربر با سمبول تخصیص یافته منحصر به فردش به راحتی آن را تشخیص می‌دهد. این استاندارد ANSI/IEEE Std 91-1984 خوانده می‌شود به وسیله صنایع، دولت‌ها و سازمان‌های حرفه‌ای تأیید شده و سازگار با استانداردهای جهانی است.

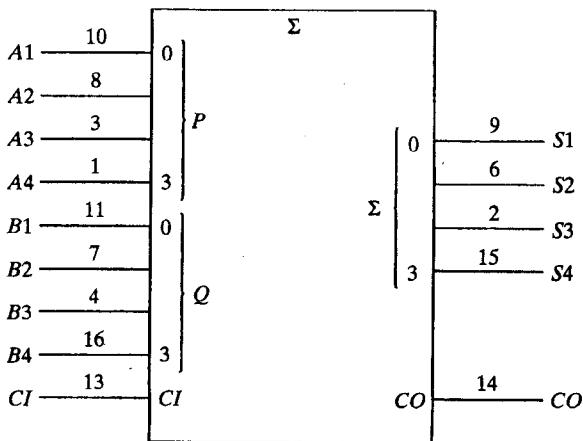
این استاندارد، یک طرح مستطیلی شکل را برای نمایش هر تابع منطقی خاص به کار می‌برد. در داخل شکل، یک سمبول توصیفی کلی که بیانگر عمل قطعه است، وجود دارد. به عنوان مثال، سمبول توصیف کلی برای مولتی پلکسوس MUX است. سایز طرح اختیاری است و می‌تواند مربع یا مستطیلی شکل با نسبت طول-عرض دلخواه باشد. خطوط و روودی در سمت چپ و خروجی‌ها در سمت راست قرار می‌گیرند. اگر جهت جریان سیگنال معکوس گردد، باید با فلاش معین شود.

سمبل‌های مستطیلی برای گیت‌های SSI در شکل ۱۲-۱ نشان داده شده‌اند. سمبول مصوب برای گیت AND یک امپرسند ($\&$) است. گیت OR سمبول مصوب بزرگتر یا مساوی $1 (1 \geq)$ را داراست، و به این معنی است که برای فعال بودن خروجی حداقل یک ورودی فعال لازم است. سمبول گیت بافر ۱ است، و به این معنی است که در آن تنها ۱ ورودی وجود دارد سمبول XOR این واقعیت را بیان می‌کند که برای فعال بودن خروجی، یک ورودی باید فعال باشد. لحاظ سمبول‌های نفی دایری در خروجی، گیت‌ها را به مقادیر متمم تبدیل می‌نمایند. گرچه به گیت‌ها سمبول‌های مستطیلی شکل پیشنهاد شده است، ولی این استاندارد دیگر شکل‌های شاخص را هم، طبق شکل ۲-۵، برای گیت‌ها می‌پذیرد. مثالی از یک سمبول گرافیک استاندارد MSI جمع‌کننده ۴ بیت شکل ۱۲-۲ است. سمبول مصوب



شکل ۱۲-۱. سمبل‌های گرافیکی مستطیلی گیت‌ها

برای یک جمع کننده حرف یونانی جمع، Σ است. حروف ارجح برای اعمال حسابی، P و Q هستند. سمبل‌های بیتی گروه‌بندی شده در ورودی و حاصل جمع خروجی مقادیر ددهی معادل با وزن بیت‌ها با توانی از 2 است. بنابراین ورودی 3 مربوط به مقدار $= 8^3$ می‌باشد. نقلی ورودی با CI و نقلی خروجی با CO مشخص شده است. اگر قطعات دیجیتال با طرح مدارهای تجاری نشان داده شوند، معمولاً پایه IC را در امتداد هر ورودی و خروجی می‌نویسند. بنابراین آی‌سی 7483 یک جمع کننده 4 بیت با نقلی پیش‌بینی شونده است. این آی‌سی در یک بسته 16 پایه دیگر مربوط به است شماره پایه‌ها برای 9 ورودی و پنج خروجی در شکل ۱۲-۲ دیده می‌شود. دو پایه دیگر مربوط به منبع تغذیه است.

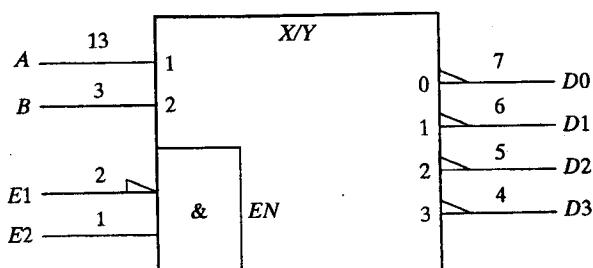


شکل ۱۲-۲. سمبل گرافیکی استاندارد برای جمع کننده موازی چهار بیتی، آی‌سی 7483

قبل از معرفی سمبل‌های گرافیکی برای دیگر قطعات، لازم است بعضی از تکنولوژی‌ها مرور شوند. همانطور که در بخش ۲-۷ ذکر شد، یک سیستم منطقی مثبت، سطح مثبت تر سیگنال را به عنوان منطق ۱ (با H نشان می‌دهد) و سطح منفی تر آن را با منطق ۰، (L) نشان می‌دهد. قرارداد منطقی منفی سیگنال‌ها همه برحسب مقادیر H و L بیان می‌گردند. در هر نقطه از مدار، کاربر مجاز به تعریف منطق قبلی با تخصیص منطق ۱ به هر یک از دو سیگنال H و L است. قرارداد منطق مختلط از یک علامت مثبت برای بیان یک قطبیت منطق منفی در هر ورودی یا خروجی است، شکل ۱۰-۲ (ج).

سازندگان مدارهای مجتمع عملکرد مدار را برحسب سیگنال‌های H و L بیان می‌کنند. وقتی که یک ورودی یا خروجی برحسب منطق مثبت بررسی گردد، به عنوان فعال بالا تعریف می‌شود. در منطق منفی، به صورت فعال پایین تعریف خواهد شد. در نمودارها ورودی‌ها یا خروجی‌های فعال پایین، با دایره کوچکی در محل پایانه نشان داده می‌شود. به هنگام استفاده از منطق مثبت در تمام سیستم، سمبل قطبیت منطقی معادل با دایره کوچکی است که نفی را مشخص می‌کند. در این کتاب کلاً منطق مثبت به کار رفته است و هنگام رسم نمودار منطقی از دایره استفاده خواهد شد. اگر یک ورودی یا یک خروجی دایره نداشته باشد، آن را هنگامی فعال خواهیم خواند که در منطق ۱ باشد. اگر یک ورودی یا یک خروجی دایره داشته باشد فعال بودن آن با منطق ۰ است. با این وجود، ما سمبل قطبیت مثلثی را در همه نمودارهای استاندارد به کار خواهیم برد. این، با کتب داده‌های مدارات مجتمع که معمولاً در آنها سمبل قطبیت به کار می‌رود تطابق دارد. توجه کنید که چهارگیت پایین در شکل ۱۰-۱ می‌توانست با مثلث‌های کوچک به عوض دایره، در خطوط خروجی ترسیم گردد.

مثال دیگری برای سمبل‌های گرافیکی یک مدار MSI در شکل ۱۰-۳ نشان می‌شود. این مدار یک دیکدر 2 به 4 است که نصف آی سی 74155 را نشان می‌دهد، ورودی‌ها در سمت چپ و خروجی‌ها در سمت راست هستند. سمبل نشانه X/Y به معنی مداری است که کد X را به کد Y تبدیل می‌نماید. به ورودی‌های A و B و وزن‌های ۱ و ۲ تخصیص داده شده و به ترتیب معادل 2^0 و 2^1 است. به خروجی‌ها اعداد ۰ تا ۳ تخصیص داده شده، که مربوط به خروجی‌های D_0 تا D_3 می‌باشد. دیکدر دارای یک وزن فعال پایین E_1 و یک ورودی فعال بالای E_2 است. این دو ورودی از یک گیت AND درونی می‌گذرند. خروجی گیت AND با EN (به معنی فعال) علامت خورده و وقتی E_1 در سطح پایین و E_2 در سطح بالا باشد، مدار فعال خواهد شد.



شکل ۱۰-۳. سمبل گرافیکی استاندارد برای یک دیکدر 2 به 4 (نیمسی از آی سی 74155)

۱۲-۲ سمبل‌های مصوب

سمبل‌های گرافیکی استاندارد IEEE برای توابع منطقی، لیستی از سمبل‌های مصوبی را ارائه داده‌اند که به همراه طرح به کار می‌روند. یک سمبل مصوب برای نمایش مشخصه کلی یک قطعه یا مشخصات فیزیکی یک ورودی یا خروجی به طرح اولیه اضافه می‌گردد. جدول ۱۲-۱ بعضی از سمبل‌های مصوب استاندارد را لیست نموده است. یک سمبل مصوب جنزا، تابعی که به وسیله قطعه در نمودار اجرا می‌شود را تعریف می‌کند. این سمبل در وسط بالای طرح مستطیل شکل قرار می‌گیرد. سمبل‌های مصوب جنزا برای گیت، دیکدر و جمع کننده در نمودارهای قبلی نشان داده شدند. دیگر سمبل‌ها خود تشریح‌اند و بعد در نمایش عناصر دیجیتال مربوطه به کار خواهند رفت.

بعضی از سمبل‌های مصوب مربوط به ورودی‌ها و خروجی‌ها در شکل ۱۲-۴ نشان داده شده‌اند. سمبل‌های مربوط به ورودی‌ها در سمت چپ ستون سمبل قرار دارند. سمبل‌های مربوط به خروجی در سمت راست ستون واقعند. ورودی یا خروجی فعال پایین همان نشانگر قطبیت (پلاریته) است. همانطور که قبلًا ذکر شد، به هنگام فرض منطق مثبت، این علامت به معنی منفی منطقی است. در ورودی پالس ساعت فلیپ فلاپ از علامت ورودی دینامیکی استفاده شده است. این علامت بیانگر این حقیقت است که ورودی در یک گذر پایین به بالای سیگنال فعال می‌شود. وقتی که مدار فعال شود، خروجی در حالت منطقی معمولی ۰ یا ۱ است، ولی وقتی که مدار غیرفعال شود، خروجی سه حالت در حالت امپدانس بالاست. این حالت معادل با یک مدار باز است. خروجی کلکتور باز دارای حالتی است که در آن حالت امپدانس بالا را به نمایش می‌گذارد. گاهی

جدول ۱۲-۱. سمبل‌های توصیفی عمومی

سمبل	توضیف
&	گیت یا تابع AND
≥ 1	گیت یا تابع OR
1	گیت بافر یا معکوس کننده
=1	گیت یا تابع OR انحصاری
2k	تابع زوج یا عنصر توازن زوج
$2k + 1$	تابع فرد یا عنصر توازن فرد
X/Y	کسر، دیکدر یا مبدل کد
MUX	مولنی پلکسر
DMUX	دی مولنی پلکسر
Σ	جمع کننده
Π	ضرب کننده
COMP	مقایسه گر مقدار
ALU	واحد ریاضی منطقی
SRG	شیفت رجیستر
CTR	شمارنده
RCTR	شمارنده موج گونه
ROM	حافظه فقط خواندنی
RAM	حافظه با دستیابی تصادفی

نمبل	توصیف
	ورودی یا خروجی فعال پایین
	ورودی یا خروجی منفی شده
	نشانه ورودی دینامیکی
	خروجی سه حالت شکل (۱۰-۱۶)
	خروجی کلکتور باز، شکل (۱۰-۱۲)
	خروجی با تقویت خاص
	ورودی توانا ساز
	ورودی داده به عنصر ذخیره کننده
	ورودی های فلیپ فلاپ
	شیفت به راست
	شیفت به چپ
	شمارش بالا
	شمارش پایین
	محتویات ثبات برابر ۱۵ دودویی است

شکل ۱۲-۴ . نمبل های توصیفی مرتبط با ورودی ها و خروجی ها

اوقات لازم است برای تولید یک سطح منطقی صحیح یک مقاومت بیرونی به آن متصل شود. نمبل لوزی شکل که گاهی در بالا (برای انواع بالا) و یا در پایین (برای نوع پایین) خط بار دارد، برای این نوع

مدارها به کار می‌رود. نوع بالا و یا پایین سطحی را مشخص می‌کند که خروجی در آن هنگام در حالت امپدانس بالا نیست. مثلاً، مدارهای مجتمع نوع TTL خروجی‌های خاصی به نام خروجی‌های کلکتور باز دارند. این خروجی‌ها با علامت لوزی و یک خط در زیر آن مشخص می‌شوند. سمبول به این معنی است که خروجی می‌تواند در یکی از دو حالت امپدانس بالا و یا سطح منطقی پایین قرار داشته باشد.

وقتی که به عنوان تابع توزیع به کار رود، اتصال دو یا چند تابع NAND کلکتور باز به یک مقاومت مشترک یک تابع AND با منطق مثبت یا یک تابع OR با منطق منفی را اجرا خواهد کرد.

خروجی‌ها که به میزان خاصی تقویت شده باشند در راه اندازی گیت‌هایی به کار می‌روند که قرار است قابلیت راه اندازی خاصی را دارا باشند. این گیت‌ها در عناصری مانند راه اندازی‌های ساعت و یا در فرستنده‌های مبتنی بر گذرگاه استفاده می‌شوند. سمبول EN یک ورودی فعال ساز را بیانگر است و هرگاه این ورودی فعال شود همه خروجی‌ها فعال خواهند شد. هرگاه EN غیرفعال باشد، تمام خروجی‌ها غیرفعال می‌گردند. سمبول‌های ورودی فلایپ فلاپ‌ها هم دارای مفهوم می‌باشند. ورودی D به عناصر ذخیره‌ساز دیگری مانند ورودی حافظه هم متعلق است.

سمبول جابجایی به راست و چپ به ترتیب فلش‌هایی به راست و چپ می‌باشند. سمبول‌های شمارش بالا و شمارش پایین، به ترتیب سمبول‌های بعلاوه و منهای هستند. یک خروجی که با $CT = 15$ مشخص شده هنگامی فعال می‌گردد که محتوای ثبات به عدد 15 برسد. وقتی که اطلاعات غیراستاندارد در داخل طرح نشان داده شود در داخل کروشه از عبارات [مانند این] استفاده می‌گردد.

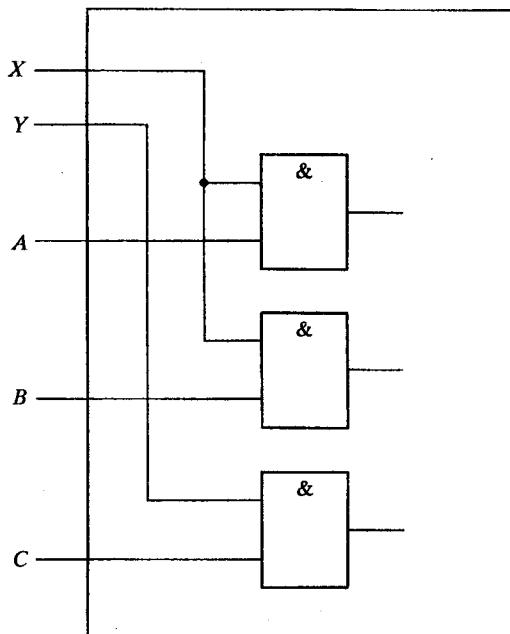
۱۲-۳ نشانه وابستگی

مهمترین مفهوم سمبول‌های منطقی استاندارد، نشانه وابستگی یا همبستگی آنهاست. نشانه وابستگی برای تهیه مفهوم ارتباط بین ورودی‌ها و خروجی‌های مختلف بدون ذکر اتصالات داخلی آنها به کار می‌رود. ما ابتدا نشانه وابستگی را با یک مثال از وابستگی AND نشان می‌دهیم و سپس همه سمبول‌های دیگر مربوط به این نشانه تعریف خواهند شد.

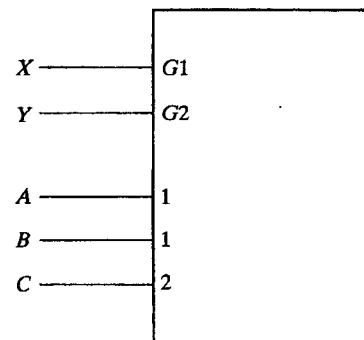
وابستگی AND با حرف G و به دنبال آن یک عدد نمایش داده می‌شود. هر ورودی یا خروجی در نمودار که با عدد مربوط به G علامت بخورد به معنی AND شدن با آن است. مثلاً، اگر یک ورودی در نمودار برچسب G1 و ورودی دیگری هم با عدد 1 برچسب بخورد، آنگاه دو ورودی G1 و 1 از نظر درونی AND تصور می‌شود.

مثالی از وابستگی AND در شکل ۱۲-۵ آمده است. در شکل (الف) ما بخشی از یک سمبول گرافیکی با دو برچسب وابستگی AND، یعنی G1 و G2 را داریم. دو ورودی با عدد 1 و یک ورودی با عدد 2 برچسب خورده‌اند. تفسیر معادل در بخش (ب) شکل مذکور آمده است. ورودی X مربوط به G1 با ورودی‌های A و B شده تا شماره 1 برچسب خورده‌اند، AND شده‌اند. به طور مشابه ورودی Y با ورودی C، ورودی TA وابستگی بین G2 و 2 تحقق یابد.

استاندارد، 10 وابستگی دیگر را هم تعریف می‌کند. هر وابستگی به وسیله یک سمبول حرفی (به جز



(ب) تفسیر معادل



(الف) بلوک با G_1 و G_2

شکل ۱۲-۵. مثالی از وابستگی G (AND)

EN) معین می‌گردد. حرف در ورودی یا خروجی نوشته شده و به دنبال آن یک عدد ذکر می‌گردد. هر ورودی یا خروجی که با آن وابستگی تحت تأثیر قرار گیرد با همان شماره برچسب می‌خورد. یازده وابستگی و حروف مربوط به آنها به قرار زیرند.

بیانگر یک رابطه AND است. G

یک رابطه OR را نشان می‌دهد. V

رابطه نفی (XOR) را بیانگر است. N

یک عمل فعال سازی را مشخص می‌نماید. EN

یک وابستگی کنترل را مشخص می‌کند. C

عمل 1 شدن را بیان می‌کند. S

عمل 0 شدن را مشخص می‌نماید. R

یک وابستگی حالت را نشان می‌دهد. M

وابستگی آدرس را بیان می‌کند. A

اتصالات درونی را بیان می‌دارد. Z

انتقال کنترل شده را مشخص می‌کند. X

وابستگی های V و N برای بیان روابط بولی OR و XOR ، مشابه با G برای AND ، به کار می روند. وابستگی EN مشابه سمبول مصوب EN است با این تفاوت که یک عدد به دنبال آن می آید (مثلاً EN). اگر EN فعال شود تنها خروجی مرتبط با آن فعال می گردد.

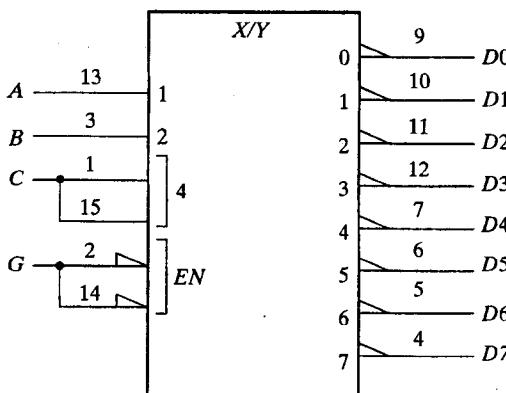
وابستگی کنترل C برای تشخیص یک ورودی ساعت در مدار ترتیبی به کار می رود و مشخص کننده ورودی کنترل شده با آن است. وابستگی های نشاندن S و بازنشانی R برای مشخص کردن حالات منطقی درونی فلیپ فلاپ SR استفاده می شوند. وابستگی های C ، S و R در بخش ۱۲-۵ همراه با مدار فلیپ فلاپ توضیح داده شده اند. وابستگی M برای شناسایی ورودی هایی که حالت عملیات واحد را انتخاب می کنند به کار می رود. وابستگی حالت در بخش ۱۲-۶ به همراه ثبات ها و شمارنده ها ارائه شده است. وابستگی آدرس برای شناسایی ورودی آدرس یک حافظه است. بحث مربوط به آن در بخش ۱۲-۸ همراه با واحد حافظه آمده است.

وابستگی Z برای شناسایی اتصالات درونی قطعه است. این وابستگی وجود اتصالات درونی منطقی بین ورودی ها، خروجی ها، ورودی های داخلی و خروجی های داخلی در هر ترکیب را مشخص می نماید. وابستگی X برای مشخص کردن مسیر انتقال کنترل شده در یک گیت انتقال مورد استفاده قرار می گیرد.

۱۲-۴ سمبول های عناصر توکیبی

مثال های این بخش و بقیه فصول کاربرد استاندارد در نمایش انواع عناصر دیجیتال با سمبول های گرافیکی را تشریح می نماید. مثال ها مدارهای مجتمع تجاری واقعی را با شماره پایه ها در ورودی ها و خروجی شامل می شود. اغلب آی سی های معرفی شده در این فصل شامل عناصری هستند که در آزمایشات فصل ۱۱ مطرح شدند.

سمبل های گرافیکی برای جمع کننده دیکدر در بخش ۱۲-۲ نشان داده شدند. آی سی 74155 مطابق شکل ۱۲-۶ قابل اتصال به صورت یک دیکدر 8×3 است. (جدول درستی این دیکدر در شکل ۱۱-۷ نشان داده شد). در این آی سی دو عدد ورودی C و دو عدد ورودی G وجود دارد. مطابق نمودار، هر



شکل ۱۲-۶. آی سی 74155 یک دیکدر 3×8

جفت باید به یکدیگر وصل شوند. ورودی فعال ساز در حالت سطح پایین فعال می‌گردد. خروجی‌ها همگی فعال پایین هستند. به ورودی‌ها وزن ۱، ۲ و ۴ به ترتیب معادل با 2^0 ، 2^1 و 2^2 تخصیص یافته است. به خروجی‌ها شماره‌های ۰ تا ۷ اختصاص داده شده است. جمع اوزان ورودی‌ها خروجی فعال را مشخص می‌سازد. بنابراین اگر دو خط ورودی با اوزان ۱ و ۴ فعال باشند وزن کل $5 = 1 + 4$ شده و خروجی ۵ فعال می‌گردد. البته ورودی EN برای هر خروجی باید فعال باشد.

دیگر نوع خاصی از یک مدار به نام کدر (کد ساز) است. یک کدر قطعه‌ای است که یک کد دودویی را از طریق تعدادی ورودی دریافت نموده و کد دودویی متفاوتی را در تعدادی خروجی تولید می‌نماید. به جای استفاده از سمبول مصوب X/Y، کدر را می‌توان با نام کد مشخص کرد. مثلاً، یک دیگر 8×3 در شکل ۱۲-۶ را می‌توان با نام BIN/OCT نام‌گذاری کرد چون مدار یک عدد دودویی ۳ بیت را به یک عدد مبنای ۸ از ۰ تا ۷ تبدیل می‌کند.

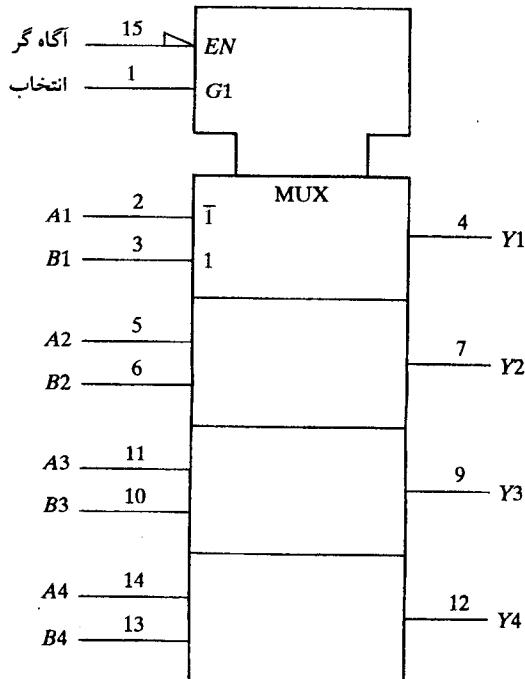
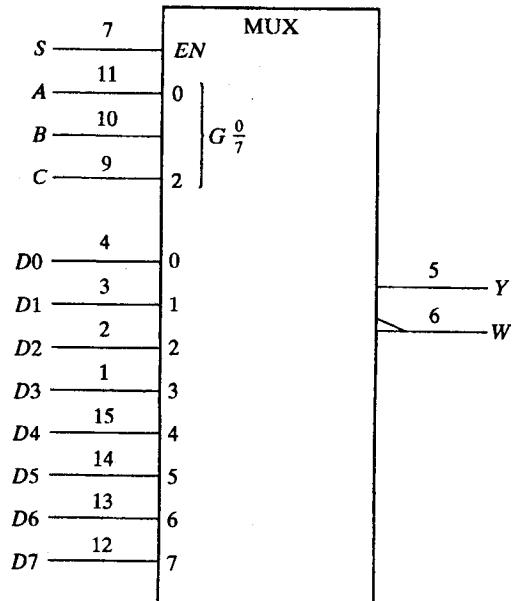
قبل از نمایش سمبول گرافیکی مولتی پلکسر، لازم است تا تغییری از واستگی AND را نشان دهیم. واستگی AND گاهی به صورت خلاصه $\frac{G}{7}$ نشان داده می‌شود. این سمبول به معنی هشت سمبول واستگی از ۰ تا ۷ مطابق زیر است.

G0, G1, G2, G3, G4, G5, G6, G7

در هر لحظه از زمان، فقط یکی از هشت گیت AND می‌تواند فعال باشد. گیت AND فعال از ورودی‌های مربوط به سمبول G مشخص می‌شود. این ورودی‌ها با اوزانی از توان ۲ علامت زده شده‌اند. برای هشت گیت AND فوق، اوزان ۰، ۱ و ۲ به ترتیب متعلق به 2^0 ، 2^1 و 2^2 می‌باشد. گیت AND فعال در هر لحظه از جمع اوزان ورودی‌های فعال بدست می‌آید. بنابراین اگر ورودی‌های ۰ و ۲ فعال باشند، گیت AND فعال برابر است با $5 = 2^2 + 2^0$. در نتیجه G5 فعال و هفت گیت AND دیگر غیرفعال خواهد بود.

سمبل گرافیکی استاندارد برای یک مولتی پلکسر 1×8 در شکل ۱۲-۷ (الف) نشان داده شده است. سمبول درون بلوک‌ها بخشی از قرارداد استاندارد است، ولی سمبول‌های بیرونی، سمبول‌های تعریف شده به وسیله کاربرند. جدول تابع آی سی 741551 در شکل ۱۱-۹ ارائه شد. واستگی AND با $\frac{G}{7}$ علامت خورده است. در واقع آنها همان ورودی‌های انتخاب‌اند. هشت ورودی داده با اعداد ۰ تا ۷ مشخص شده‌اند. وصل کل ورودی‌های فعال مربوط به سمبول G عدد موجود در روی خط داده فعال را معین می‌نماید. مثلاً اگر ورودی‌های انتخاب $CBA = 111$ باشد، آنگاه ورودی ۱ و ۲ مربوط به G فعالند. این نیز مقدار عدد $6 = 2^2 + 2^1$ را برای واستگی AND بدست می‌دهد، که در نتیجه G6 فعال خواهد شد. چون G6 ورودی داده شماره ۶ با یکدیگر AND شده‌اند، این ورودی را فعال خواهد کرد. بنابراین، به شرطی که ورودی فعال ساز، فعال باشد، خروجی با ورودی داده D_6 برابر خواهد بود.

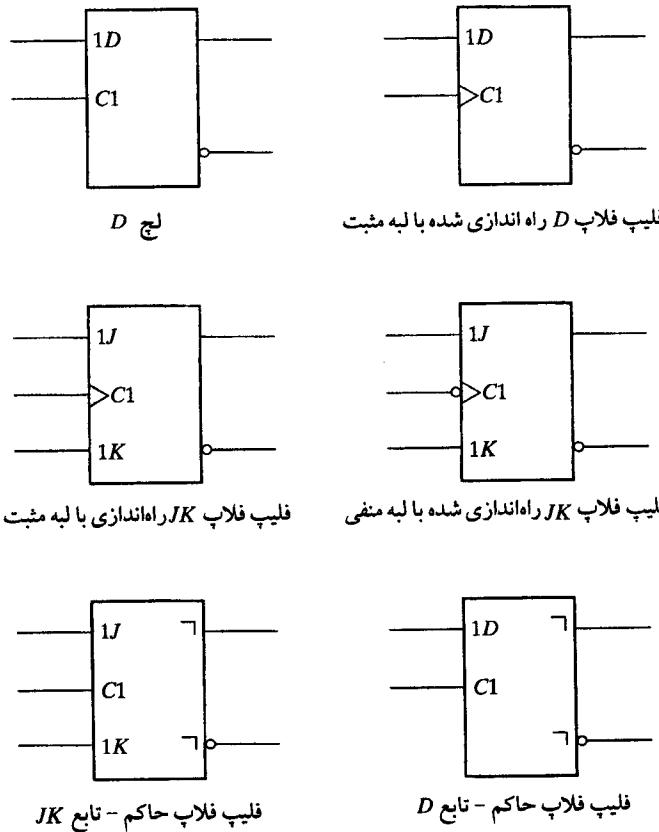
شکل ۱۲-۷ (ب) آی سی مولتی پلکسر 1×2 نوع 74157 را نشان می‌دهد که جدول تابع آن در شکل ۱۱-۱۷ مشاهده شد. ورودی‌های انتخاب و فعال ساز برای هر چهار مولتی پلکسر مشترک‌اند. این اشتراک در نشان‌گذاری استاندارد با چهار گوشه فرو برده شده در قسمت بالای نمودار دیده می‌شود که

(ب) آی سی 2×1 MUX 74157(الف) آی سی 8 $\times 1$ MUX 74151

بيانگر يك بلوک کنترل مشترک است. ورودی ها به بلوک کنترل مشترک کلیه قسمت های پایین نمودار را کنترل می نمایند. وقتی که ورودی فعال ساز مشترک EN در سطح پایین باشد، فعال خواهد بود. وابستگی AND مربوط به $G1$ معین کننده ورودی فعال در هر بخش از مولتی پلکسراست. وقتی $G1 = 0$ باشد، ورودی های A که با $\bar{1}$ علامت زده شده اند فعال می گردند. وقتی $G1 = 1$ است ورودی های B که با 1 نشانگذاری شده اند فعال خواهند بود. اگر EN فعال باشد ورودی های فعال نیز به خروجی های مربوطه خود متصل می شوند. توجه کنید که سمبیل های $\bar{1}$ و 1 در عوض تکرار در هر بخش فقط در قسمت فوقانی نوشته شده اند.

۱۲-۵ سمبیل فلیپ فلاپ ها

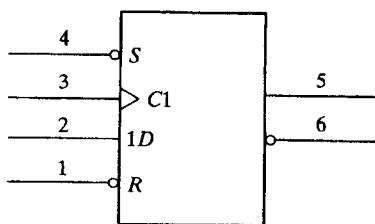
سمبیل های گرافیک برای انواع متفاوت فلیپ فلاپ ها در شکل ۱۲-۸ دیده می شود. يك فلیپ فلاپ با يك بلوک مستطیل شکل، ورودی ها در سمت چپ و خروجی هایش در سمت راست نشان داده می شود. يكی از خروجی ها حالت معمولی فلیپ فلاپ و دیگری به همراه دایره کوچک منفی، متمم آن را نشان می دهد. سمبیل های گرافیکی انواع فلیپ فلاپ ها را از يكديگر جدا می کند: مثلاً ساختمان داخلی



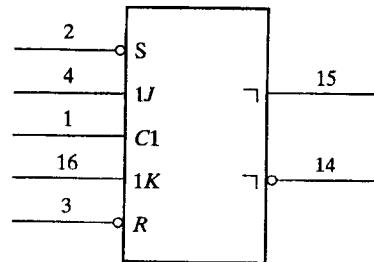
شکل ۱۲-۸، سمبل گرافیکی استاندارد برای فلیپ فلاب

لچ D در شکل ۵-۶ فلیپ فلاب حاکم تابع در شکل ۶-۶؛ و فلیپ فلاب حساس به لبه در شکل ۱۲-۶ دیده شدند. سمبل گرافیکی برای لچ D یا فلیپ فلاب D دارای ورودی‌های D و C در داخل بلوک است. سمبول گرافیکی برای فلیپ فلاب JK دارای ورودی‌های J و K و C در داخل است. علائم $1J$ ، $1D$ ، $C1$ و $1K$ مثال‌هایی از وایستگی کنترل است. ورودی $1D$ را در فلیپ فلاب D و ورودی‌های $1J$ و $1K$ را در فلیپ فلاب JK کنترل می‌نمایید.

لچ D در کنار $1D$ و $C1$ سمبول دیگری ندارد. فلیپ فلاب حساس به لبه دارای سمبول فلاش مانندی در جلو وایستگی کنترل $C1$ است تا یک ورودی دینامیک را معرفی نماید. سمبول شاخص دینامیکی بیانگر این نکته است که فلیپ فلاب به یک گذر مثبت پالس‌های ساعت پاسخ می‌دهد. وجود دایره کوچک در بیرون بلوک و در امتداد شاخص دینامیک بیانگر گذر لبه منفی برای فلیپ فلاب است. یک فلیپ فلاب حاکم- تابع، حساس به پالس خوانده می‌شود و با یک L وارونه (۱) در جلو خروجی‌ها نشان داده می‌شود. این بدان معنی است که خروجی سیگنال در لبه پایین رونده پالس تغییر حالت می‌دهد. توجه



(ب) نیمی از فلیپ فلاپ 7474 D



(الف) نیمی از فلیپ فلاپ 7476 JK

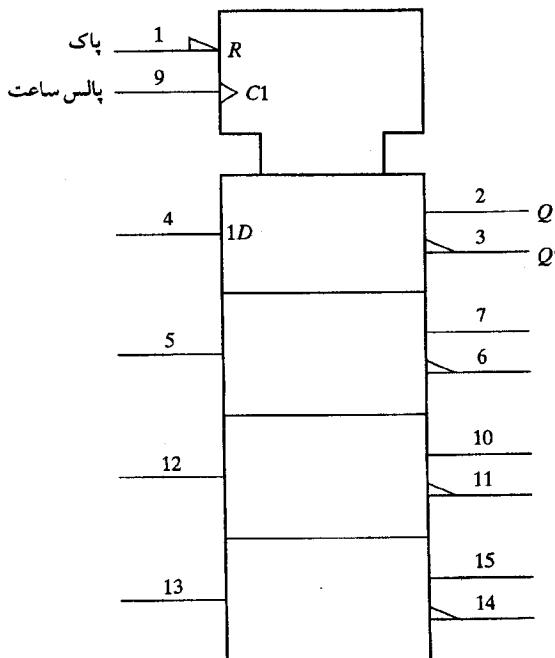
شکل ۱۲-۹. آی سی های فلیپ فلاپ

کنید که فلیپ فلاپ حاکم - تابع بدون شاخص دینامیکی ترسیم شده است. فلیپ فلاپ های موجود در بسته های مدار مجتمع دارای ورودی های خاص برای نشاندن یا بازنشانی غیر همزمانند. این ورودی ها را معمولاً ورودی های 1 شدن مستقیم و 0 شدن مستقیم می خوانند. آنها خروجی را بدون نیاز به پالس ساعت و در لبه منفی سیگنال تحت تأثیر قرار می دهند. سمبول گرافیکی فلیپ فلاپ حاکم - تابع نوع JK با ورودی های فوق الذکر در شکل ۱۲-۹ (الف) مشاهده می شود. علائم C1، 1J و 1K وابستگی کنترل را نشان می دهد، و به این معنی است که C1 ورودی های 1J و 1K را کنترل می کند. ورودی های S و R دارای دایره کوچکی در طول خطوط ورودی اند که این نشان دهنده فعل شدن آنها در سطح منطق 0 است. جدول تابع برای فلیپ فلاپ 7476 در شکل ۱۱-۱۲ ملاحظه می گردد.

سمبول گرافیکی یک فلیپ فلاپ D حساس به لبه مثبت با نشاندن و بازنشانی مستقیم در شکل ۱۲-۹ (ب) ملاحظه می شود. گذر مثبت ساعت در ورودی C1 ورودی 1D را کنترل می نماید. ورودی های S و R مستقل از ساعتند. این فلیپ فلاپ همان آی سی 7474 است که جدول تابع شکل ۱۱-۱۳ آورده شد.

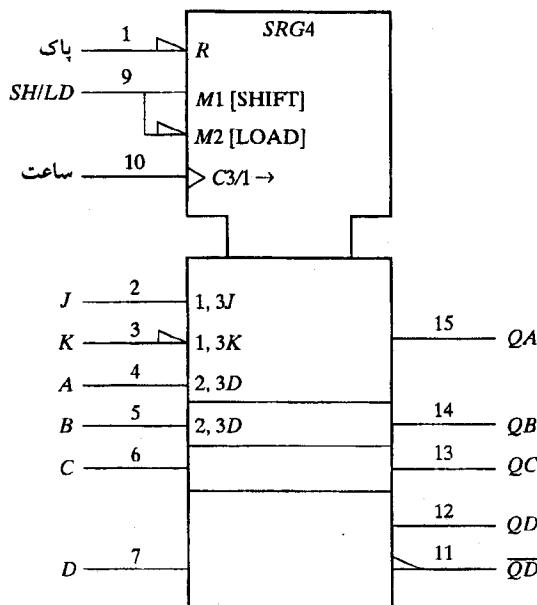
۱۲-۶ سمبول ثبات ها

سمبول گرافیکی استاندارد برای یک ثبات معادل سمبول گروهی از فلیپ فلاپ ها با یک ورودی ساعت مشترک است. شکل ۱۲-۱۰ سمبول گرافیکی استاندارد برای آی سی 74175، شامل چهار فلیپ فلاپ D با ساعت و ورودی های پاک کردن مشترک، را نشان می دهد. ورودی های کنترل مشترک بلو به هر عنصر در بخش های پایینی نمودار وصل است. C1 وابستگی کنترلی است که همه ورودی های 1D را کنترل می کند. بنابراین فلیپ فلاپ به وسیله یک ورودی ساعت مشترک تریگر می شود. سمبول ورودی دینامیکی مربوط به C1 بیانگر تریگر شدن فلیپ فلاپ در لبه مثبت پالس ساعت ورودی است. ورودی مشترک، وقتی در سطح پایین باشد، همه فلیپ فلاپ ها را پاک یا بازنشانی می کند. سمبول 1D به جای آن که در هر بخش تکرار شود فقط یک بار در بخش بالا قرار داده شده است. خروجی های متمم فلیپ



شکل ۱۲-۱۰ . سمبل گرافیکی
برای ثبات چهار بیت، آی سی
74175

فلاپ‌ها در این نمودار با سمبل قطبیت در عوض نفی مشخص شده‌اند.
سمبل گرافیکی استاندارد برای یک شیفت رجیستر با بار شدن موازی در شکل ۱۲-۱۱ ملاحظه می‌شود. این سمبل یک آی سی 74195 است که جدول تابع آن در شکل ۱۱-۱۶ ملاحظه شد. سمبل

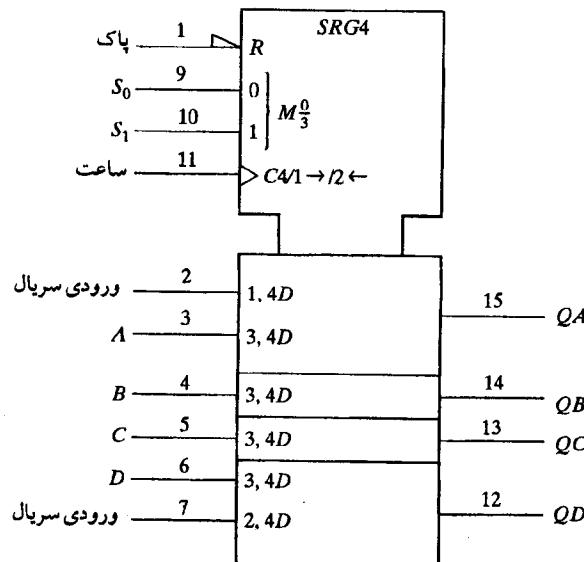


شکل ۱۲-۱۱ . سمبل گرافیکی
یک شیفت رجیستر با بار کننده
موازی، آی سی 74195

متصوب برای یک شیفت رجیستر SRG و به دنبال آن عددی است که تعداد طبقات آن را مشخص می‌کند. بنابراین $SRG4$ یک شیفت رجیستر 4 بیتی است. بلوک کنترل مشترک دارای دو حالت وابستگی $M1$ و $M2$ برای اعمال جابجایی و بار کردن است. توجه کنید که این آی سی دارای یک ورودی با برجسب SH/LD (بار کردن / جابجایی) است که به دو بخش تقسیم شده تا دو حالت را نشان دهد. وقتی که ورودی SH/LD در سطح بالا باشد $M1$ فعال و وقتی SH/LD پایین باشد، $M2$ فعال خواهد بود. به این تخصیص سمبول توجه کنید: مشخص است که در واقع یک ورودی در پایه 9 وجود دارد ولی این ورودی به دو بخش تقسیم شده تا دو عدد $M1$ و $M2$ به آن اختصاص یابد. وابستگی کنترل $C3$ برای ورودی ساعت است. سمبول دینامیکی در برابر ورودی $C3$ به این معنی است که فلیپ فلاپ‌ها در لبه مثبت ساعت تریگر می‌شوند. سمبول $\rightarrow/1$ که بعد از $C3$ آمده به این معنی است که عمل جابجایی به راست با به سمت مقادیر پایین شکل با $M1$ فعال می‌شود.

چهار بخش زیر بلوک کنترل مشترک چهار فلاپ را نشان می‌دهد. فلیپ فلاپ QA سه ورودی دارد: دو ورودی مربوط به عمل سریال (شیفت) و یکی متعلق به عمل موازی (بارشدن) است. ورودی سریال 1, 3J به معنی فعال بودن ورودی J از فلاپ QA به هنگام فعال بودن $N1$ (جابجایی) و گذر مثبت ساعت در ورودی $C3$ است. ورودی سریال دیگر 3K 1 دارای سمبول قطبیت در ورودی J از فلاپ QA می‌باشد. سومین ورودی QA و ورودی دیگر فلیپ فلاپ‌ها برای ورود موازی داده‌ها هستند. هر ورودی با مشخص شده است. عدد 2 برای $M2$ و عدد 3 برای ساعت $C3$ است. اگر ورودی در پایه شماره 9 در سطح پایین باشد، $M1$ فعال است و در این حال گذر مثبت ساعت در $C3$ یک انتقال موازی را از چهار ورودی A تا D به داخل فلیپ فلاپ‌ها $QA - QD$ موجب می‌شود. توجه دارید که بارشدن موازی فقط در بخش‌های اول و دوم مشخص شده است. فرض بر این است که در دو بخش پایین تر هم به همین منوال باشد.

شکل ۱۲-۱۲ سمبول گرافیکی را برای شیفت رجیستر دو طرفه با بارشدن موازی 74194 نشان



شکل ۱۲-۱۲. سمبول گرافیکی برای یک شیفت رجیستر دو طرفه با بارشدن موازی، آی سی 74194

می‌دهد. جدول تابع برای این آئی‌سی در شکل ۱۱-۱۹ لیست شده است. بلوک کنترل مشترک یک ورودی R را برای بازنشانی همه فلیپ فلاپ‌ها نشان می‌دهد. انتخاب حالت دارای دو ورودی است. حالت وابستگی M ممکن است مقادیر دودویی ۰ تا ۳ را پذیرد. این قابلیت با $\frac{0}{3} M$ نشان داده شده است و به معنی M_0 ، M_1 ، M_2 و M_3 بوده و مشابه علامت‌گذاری برای وابستگی G در مولتی پلکسرها می‌باشد. سمبول مربوط به ساعت

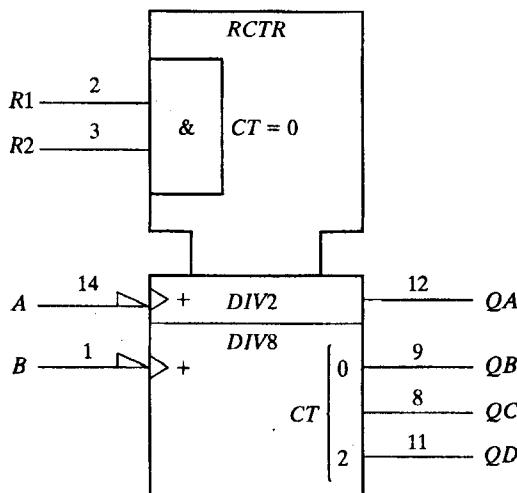
$$C4/1 \rightarrow /2 \leftarrow$$

می‌باشد که $C4$ وابستگی کنترل برای ساعت است. سمبول $\rightarrow /1$ به این معنی است که در حالت M_1 ثبات به راست جایجا می‌شود (در این حالت رو به پایین). سمبول $\leftarrow /2$ به معنی جایجا به چپ است (رو به بالا) و در این حالت مجموعه در حالت M_2 ($S_1S_0 = 10$) قرار دارد. جهات چپ و راست را با چرخاندن صفحه به اندازه ۹۰ درجه در خلاف عقربه‌های ساعت می‌توانید ملاحظه کنید.

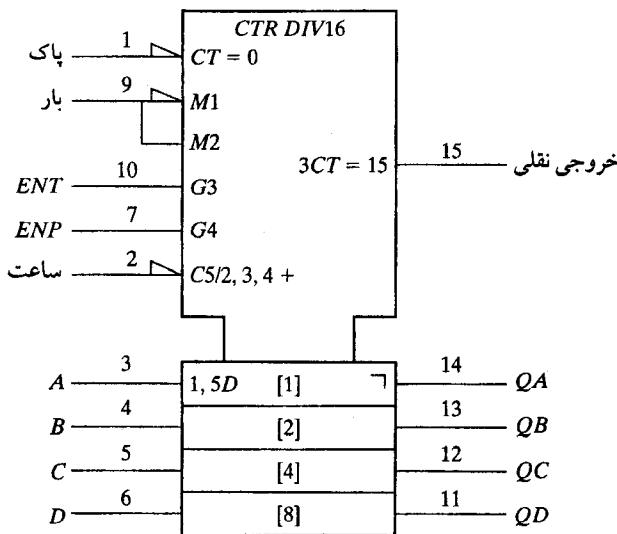
بخش‌های زیرین بلوک کنترل چهار فلیپ فلاپ را نشان می‌دهد. اولین فلیپ فلاپ دارای ورودی سریال به راست است که با $1, 4D$ ، ساعت $C4$ ، ورودی (D) مشخص شده است. آخرین فلیپ فلاپ ورودی سریال به چپ را دارد که با $2, 4D$ ، ساعت $C4$ ، ورودی (D) معرفی شده است. هر چهار فلیپ فلاپ دارای ورودی موازی اند که با $3, 4D$ نشان داده شده است (حالت M_3 ، ساعت $C4$ ورودی (D)). بنابراین M_3 ($S_1S_0 = 11$) برای بار کردن موازی است، حالت باقیمانده ($S_1S_0 = 00$) متأثیری روی خروجی‌ها ندارد زیرا در برچسب ورودی‌ها لحظه نشده است.

۱۲-۷ سمبول شمارنده‌ها

سمبول گرافیکی استاندارد برای یک شمارنده دودویی موج‌گونه در شکل ۱۲-۱۳ دیده می‌شود. سمبول مصوب برای یک شمارنده موج‌گونه $RCTR$ است. $DIV2$ به معنی مدار تقسیم بر 2 است و از



شکل ۱۲-۱۳. سمبول گرافیکی برای شمارنده موج‌گونه، آئی‌سی 7493



شکل ۱۴-۱۲. سمبل گرافیکی برای شمارنده دودویی چهار بیت با بار شدن موازی، آی سی 74161

یک فلیپ فلاپ Q_4 بدست $DIV8$ می‌آید. $DIV8$ به معنی شمارنده تقسیم بر 8 می‌باشد که از سه فلیپ فلاپ دیگر حاصل می‌گردد. نمودار، آی سی 7493 را نشان می‌دهد و مدار داخلی اشن در شکل ۱۱-۲ مشاهده شد. بلوک کنترل مشترک یک AND درونی با ورودی‌های $R1$ و $R2$ دارد. وقتی که هر دو ورودی برابر 1 باشند محتوای شمارنده به سمت 0 می‌رود. این نکته با $CT = 0$ مشخص شده است. چون ورودی مورد شمارش به ورودی‌های ساعت همه فلیپ فلاپ‌ها نمی‌رود، دارای برچسب $C1$ نیست، و در عوض سمبل + برای شمارش رو به بالا به کار رفته است. سمبل دینامیک مجاور + همراه با سمبل قطبیت در امتداد خط ورودی به این معنی است که شمارش با گذر منفی سیگنال ورودی تحت تأثیر قرار می‌گیرد. گروه‌بندی 0 تا 2 در خروجی، ارزش توانی از 2 را مشخص می‌نماید. بنابراین 0 به معنی $= 2^0$ و 2 نمایشگر $= 2^2$ است.

سمبل گرافیکی استاندارد برای شمارنده 4 بیت با بار شدن موازی، آی سی 74161، در شکل ۱۴-۱۲، در دیده می‌شود. سمبل مصوب برای شمارنده همزمان CTR و به دنبال آن $DIV16$ (تقسیم بر 16) است که طول سیکل شمارنده را بیان می‌نماید. یک ورودی بار کردن در پایه 9 دیده می‌شود که به دو حالت $M1$ و $M2$ تقسیم شده است. $M1$ هنگامی فعال است که ورودی پایه 9 در سطح پایین و $M2$ وقتی که ورودی بار کردن در پایه 9 بالاست، فعال می‌گردد. فعال بودن $M1$ در سطح پایین از شاخص پلاریته در طول خط ورودی مشخص است. ورودی‌های فعال‌ساز از وابستگی G استفاده می‌نمایند. $G3$ مربوط به ورودی فعال‌ساز T و $G4$ به فعال‌ساز P مربوط است. برچسب مربوط به ساعت برابر زیر است

$C5 / 2, 3, 4 +$

و به این معنی است که مدار وقتی $M2$ ، $G3$ و $G4$ فعالند رو به بالا می‌شمارد (بار شدن = 1)،

و ساعت در $C5$ وارد گذر منفی می‌گردد. این حالت در جدول تابع 74161 در شکل ۱۱-۱۵ مشخص شده است. ورودی‌های موازی برجسب $5D$, 1 , دارند و به این معنی است که وقتی $M1$ فعال است (بار شدن = ۰) و ساعت از گذر مثبت عبور می‌کند ورودی‌های D فعال می‌شوند. نقلی خروجی با برجسب زیر معین می‌شود.

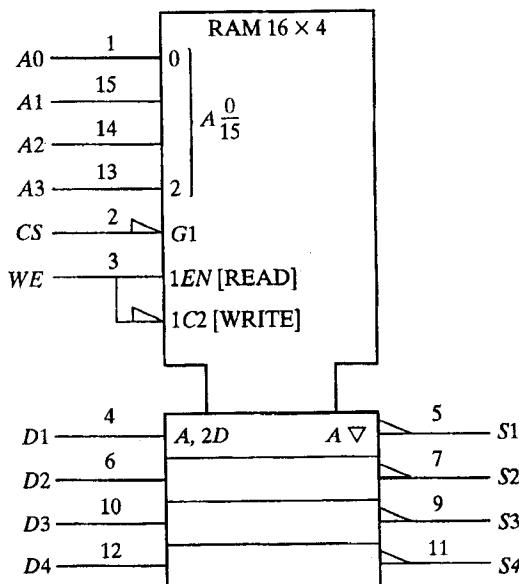
$$3CT = 15$$

تفسیر این است که نقلی خروجی به شرطی فعال است (برابر ۱) که $G3$ فعال باشد ($ENT = 1$) و محتوای شمارنده (CT) ۱۵ باشد (دودویی ۱۱۱۱). توجه کنید که خروجی‌ها سمبول L معکوس دارند، که به معنی حاکم-تابع بودن همه فلیپ فلاپ‌هاست. سمبول قطبیت ورودی $C5$ پالس معکوس را برای ورودی ساعت مشخص می‌نمایند. این بدان معنی است که حاکم در لبه منفی و تابع در لبه مثبت تغییر حالت می‌دهند. بنابراین خروجی در لبه مثبت پالس ساعت تغییر می‌یابد.

توجه کنید که آی‌اسی 74LS161 (نوع شوتکی کم مصرف) دارای فلیپ فلاپ‌های حساس به لبه مثبت است.

۱۲-۸ سمبول RAM

سمبول گرافیک استاندارد برای حافظه (RAM) و 74189 در شکل ۱۲-۱۵ ملاحظه می‌شود. اعداد ۴ × ۱۶ که به دنبال RAM آمده است تعداد کلمات و تعداد بیت در هر کلمه را مشخص می‌کند. بلوک کنترل مشترک با چهار خط آدرس و دو ورودی کنترل نشان داده شده است. هر بیت از کلمه در بخش



شکل ۱۲-۱۵. سمبول گرافیکی برای RAM, 16×4, آی‌اسی 74189

جداگانه‌ای با خط داده ورودی و خروجی نشان داده شده است. وابستگی آدرس A برای شناسایی ورودی‌های آدرس حافظه به کار رفته‌اند. ورودی‌ها و خروجی‌های داده‌ای که با آدرس تحت تأثیر واقع می‌شوند، با حرف A برچسب خورده‌اند. گروه‌بندی بیتی ۰ تا ۳ محدوده آدرسی از $A0$ تا $A15$ را فراهم می‌نماید. مثلث معکوس شده خروجی‌های سه حالته را بیان می‌نماید. سمبول قطبیت، معکوس شدن خروجی‌ها را مشخص می‌سازد.

طرز کار حافظه با توجه به نشانه وابستگی مشخص می‌گردد. سمبول گرافیک RAM از چهار وابستگی استفاده می‌کند: A (آدرس)، G (AND)، EN (فعال‌ساز) و C (کنترل)، ورودی $G1$ با $1EN$ و $1C2$ و $1C1$ می‌شود زیرا $G1$ دارای ۱ پس از حرف G بوده و دو ورودی دیگر دارای ۱ در برچسب خود هستند. وابستگی $C2$ ورودی‌هایی را که برچسب $2D$ دارند کنترل می‌کند. بنابراین برای یک عمل نوشتن، وابستگی $G1$ و $G2$ مشخص می‌سازد. برای یک خواندن، وابستگی $G1$ و $1EN$ و $CS = 0$ (۲D)، وابستگی A را داریم که آدرس چهار خط آدرس را مشخص می‌سازد. تفسیر این وابستگی‌ها عملکرد حافظه را در لیست شکل ۱۱-۱۸ نتیجه می‌دهد.

مسائل

۱۲-۱ شکل ۱۱-۱ مدارهای مجتمع با فشردگی کم را با پایه‌های اختصاص یافته نشان می‌دهد. با استفاده از این اطلاعات، سمبول‌های گرافیکی مستطیل شکل را برای آسی‌های ۷۴۰۰، ۷۴۰۴ و ۷۴۸۶ ترسیم نمایید.

۱۲-۲ موارد زیر را به زبان خود تعریف کنید.

- (ب) فعال بالا و فعال پایین
- (الف) منطق مثبت و منفی
- (ت) شاخص قطبیت
- (پ) علامت وابستگی
- (ث) علامت وابستگی

۱۲-۳ از یک سمبول گرافیکی مثالی را نشان دهید که دارای سه وابستگی بولی G ، V و N باشد. تفسیر معادلش را رسم کنید.

۱۲-۴ سمبول گرافیکی یک دیکدر BCD به دهدھی را رسم نمایید. این مشابه با یک دیکدر با ۴ ورودی و ۱۰ خروجی است.

۱۲-۵ سمبول گرافیکی یک دیکدر دودویی به هشت هشتی را با سه ورودی فعال‌ساز $E1$ ، $E2$ و $E3$ بکشید. اگر $E1 = 1$ ، $E2 = 0$ و $E3 = 0$ باشد مدار فعال می‌گردد (منطق مثبت فرض شود).

۱۲-۶ سمبول گرافیکی یک مولتی پلکسروگانه ۴ به ۱ خط را با ورودی‌های انتخاب مشترک و ورودی فعال‌ساز جداگانه برای هر مولتی پلکسر ترسیم نمایید.

۱۲-۷ سمبول گرافیکی را برای فلیپ فلاپ‌های زیر رسم کنید.

- (الف) فلیپ فلاپ D حساس به لبه منفی
- (ب) فلیپ فلاپ حاکم-تابع RS
- (پ) فلیپ فلاپ T حساس به لبه مثبت

۱۲-۸ کار بلوک کنترل مشترک را وقتی با سمبل‌های گرافیکی استاندارد به کار می‌رود توضیح دهد.

۱۲-۹ سمبل گرافیکی یک ثبات ۴ بیت با بار شدن موازی، برچسب $M1$ برای ورودی بارگردان و $C2$ برای ساعت رسم کنید.

۱۲-۱۰ همه سمبل‌های به کار رفته در نمودار شکل ۱۲-۱۲ را توضیح دهید.

۱۲-۱۱ سمبل گرافیکی یک شمارنده دودویی بالا-پایین شمار همزمان با ورودی حالت (برای بالا و پایین)، و ورودی شمارش فعال با وابستگی G را رسم نمایید.

۱۲-۱۲ سمبل گرافیکی یک $RAM \times 1$ را رسم نمایید. برای خروجی‌های سه حالته سمبل در نظر بگیرید.

مراجع

1. 1984. *IEEE Standard Graphic Symbols for Logic Functions* (ANSI/IEEE Std. 91-1984). New York: Institute of Electrical and Electronics Engineers.
2. KAMPEL, I. 1985. *A Practical Introduction to the New Logic Symbols*. Boston: Butterworth.
3. MANN, F. A. 1984. *Explanation of New Logic Symbols*. Dallas: Texas Instruments.
4. 1985. *The TTL Data Book*, Volume 1. Dallas: Texas Instruments.



پاسخ به مسائل انتخابی

فصل ۱

6, 871, 947, 674 (ب)	(ب) 67, 108, 864	(الف) 32,768	1-۲
	$(4310)_5 = 580$	$(198)_{12} = 260$	1-۳
	(ب) 11	(ب) 8	1-۵
			8 1-۶
			(هر سه) 22.3125 1-۷
			64276 octal 1-۹
	62	(الف) 958 و 9958 (ب)	1-۱۲
989373 (ت)	990975 (ب)	009025 (ب)	(الف) 110111 و 10000 (ب) 010627 (الف) 1-۱۹
			1-۲۳

دہلی
0 0 0 0 0 0
0 0 0 1 1 1
0 0 1 1 2 2
0 1 0 0 3 3
0 1 1 0 4 (0101 ۴)
0 1 1 1 5 5
1 0 0 0 6 6
1 0 1 0 7 (1001 ۷)
1 0 1 1 8 8
1 1 0 0 9 9

۱-۳۰	$62 + 32 = 94$ کاراکتر چاپی
۱-۳۱	بیت ششم از سمت راست
۱-۳۲	(الف) ۸۹۷ (ب) ۵۶۴ (پ) ۸۷۱ (ت) ۲,۱۹۹

فصل ۲

۲-۲	(الف) $x(yx)$
۲-۳	(الف) $B(xw + z)$
۲-۴	(الف) $AB + C'D$
۲-۶	(الف) $xy + x'y'$
۲-۸	$F(x, y, z) = \Sigma(1, 4, 5, 6, 7)$
۲-۹	(الف) 001010010
۲-۱۱	(ب) $(x' + y')' + (x + y)' + (y + z')'$
۲-۱۲	$T_2 = A + BC = T_1' \text{ , } T_1 = A'(B' + C')$
۲-۱۴	(الف) $\Sigma(3, 5, 6, 7) = \prod(0, 1, 2, 4)$
۲-۱۵	(ب) $F = y'z + y(w + x)$
۲-۱۶	$\Sigma(1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15) = \prod(0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14)$
۲-۱۹	(الف) $x' + y + z' = AB + BC = (A + C)B$

فصل ۳

۳-۱	(الف) $xy + xz + yz = a' + bc$
۳-۲	(الف) $y + x'z = C' + A'B$
۳-۳	(الف) $x' + yz = C' + A'B$
۳-۴	(الف) $y = BCD + A'BD'$
۳-۵	(الف) $wx + w'x'y = BD + B'D' + A'B$ یا $xz' + w'y'z + wxy$
۳-۶	(الف) $xy' + x'z + wx'y = B'D' + A'BD + ABC'$
۳-۷	(الف) $x'y + z = AC + B'D' + A'BD + B'C$ یا CD
۳-۸	(الف) $F(A,B,C,D) = \Sigma(1,3,5,9,12,13,14)$
۳-۹	(الف) اصلی (اساسی): $xz' \text{ و } w'z' \text{ غیراصلی } x \text{ و } w'x$
	(ب) $F = B'D' + AC + A'BD + (CD \text{ یا } B'C)$

$$F = BC + AC' + A'B'D \quad (ب) \quad ۳-۱$$

اصلی AB, A'B'D, B'CD, A'C'D غیراصلی AB, B'C

$$F = A'B'D' + AD'E + B'C'D' \quad (الف) \quad ۳-۱۱$$

$$F = (A + D')(B' + D') \quad (ب) \quad ۳-۱۲$$

$$F = xy + z' = (x + z')(y + z') \quad (الف) \quad ۳-۱۳$$

$$F = B'D' + CD' + ABC'D = \Sigma(0,2,6,8,10,13,14) \quad (ب) \quad ۳-۱۵$$

$$F' = BD + BC + AC \quad ۳-۱۷$$

$$F' = (w + z')(x' + z')(w' + x' + y') \quad (الف) \quad ۳-۱۹$$

$$F = (A \oplus B)(C \oplus D) \quad ۳-۳$$

خط ۱: خط تیره مجاز نیست، زیر خط (...) به کار ببرید: مثل ۳ . در پایان نقطه ویرگول (:) لازم دارد.

خط ۲: ورودی‌ها باید وارد شوند (s در انتهای نباشد) آخرین ویرگول (,) را به نقطه ویرگول (:) تبدیل نمایید.

خط ۳: حرف بزرگ در "Output" نباشد آن را "output" کنید.

خط ۴: "A": نمی‌تواند خروجی باشد (به عنوان ورودی تعریف شده است).

خط ۵: "D": نمی‌تواند ورودی باشد (به عنوان خروجی تعریف شده است).

خط ۶: OR باید با حرف کوچک باشد. آن را به "or" تغییر دهید.

خط ۷: نقطه ویرگول را حذف کنید (پس از endmodule نقطه ویرگول نیست)

فصل ۴

$$F_1 = A + B'C + BD' + B'D \quad (الف) \quad ۴-۱$$

$$F = A'B + D$$

$$F = ABC + A'D \quad ۴-۲$$

$$G = ABC + A'D'$$

$$(ب) 1024 ردیف و 14 ستون \quad ۴-۳$$

$$F = x'y' + x'z' \quad ۴-۴$$

$$F = xy + xz + yz \quad ۴-۶$$

$$z = y \oplus D, y = x \oplus C, x = A \oplus CB, w = A \quad ۴-۷$$

$$w = AB + AC'D' \quad ۴-۸$$

۴-۱ ورودی‌ها: A, B, C, D : خروجی‌ها

$$w = A \oplus (B + C + D), x = B \oplus (C + D), y = C \oplus D, z = D$$

$$D = x \oplus y \oplus z \quad \text{٤-١٢}$$

$$B = x'y + x'z + yz \quad \text{٤-١٣}$$

جمع	C	V	٤-١٣
1101	0	1	(الف)
0001	1	1	(ب)
0100	1	0	(ب)
1011	0	1	(ت)
1111	0	0	(ث)

60ns ٤-١٤

$$w = A'B'C' \quad \text{٤-١٨}$$

$$x = B \oplus C$$

$$y = C$$

$$z = D'$$

$$w = AB + ACD \quad \text{٤-٢٤}$$

$$x = B'C' + B'D' + BCD$$

$$y = C'D + CD'$$

$$z = D'$$

$$F_1 = \Sigma(0, 5, 7) \quad \text{٤-٢٨}$$

$$F_2 = \Sigma(2, 3, 4)$$

$$F_3 = \Sigma(1, 6, 7)$$

$$x = D'_0 D'_1 \quad \text{٤-٢٩}$$

$$y = D'_0 D_1 + D'_0 D'_2$$

$$F(A, B, C, D) = \Sigma(1, 6, 7, 9, 10, 11, 12) \quad \text{٤-٣٤}$$

$$AB = 00, F = D \quad \text{٤-٣٥}$$

$$AB = 01, F = (C + D)'$$

$$AB = 10, F = CD$$

$$AB = 11, F = 1$$

٤-٣٦

```
module Compare (A,B,Y);
input [3:0] A,B; //4-bit data inputs.
output [5:0] Y; //6-bit comparator output.
reg [5:0] Y; //EQ,NE,GT,LT,GE,LE
always @ (A or B)
    if (A==B)      Y = 6'b100011; //EQ,GE,LE
    else if (A < B)  Y = 6'b010101; //NE,LT,LE
    else           Y = 6'b011010; //NE,GT,GE
endmodule
```

(پ) ۴-۴۲

```

module Convrtn_bhv (BCD, EXS3);
input [4:1] BCD;
output [4:1] EXS3;
reg [4:1] EXS3;
always @ (BCD)
    EXS3 = BCD + 4'b0011;
endmodule

```

فصل ۵

$$PQ' + NQ \quad (پ) \quad ۵-۳$$

$$S = x \oplus y \oplus Q \quad ۵-۷$$

$$Q(t+1) = xy + xQ + yQ$$

۱۰، ۰۱، ۰۰ شمارنده‌ای با رشتہ تکراری

$$A(t+1) = xA' + AB \quad (\text{الف}) \quad ۵-۹$$

$$B(t+1) = xB' + A'B$$

$$A(t+1) = xB + x'A + yA + y'A'B' \quad (پ) \quad ۵-۱۰$$

$$B(t+1) = xA'B' + x'A'B + y'A'B$$

: حالت فعلی ۰۰ ۰۰ ۰۱ ۰۰ ۰۱ ۱۱ ۰۰ ۰۱ ۱۱ ۱۰ ۰۰ ۰۱ ۱۱ ۱۰ ۱۰ ۵-۱۱

: ورودی ۰ ۱ ۰ ۱ ۱ ۰ ۱ ۱ ۱ ۰ ۱ ۱ ۱ ۱ ۰

: خروجی ۰ ۰ ۱ ۰ ۰ ۱ ۰ ۰ ۰ ۰ ۱ ۰ ۰ ۰ ۰ ۱

: حالت بعدی ۰۰ ۰۱ ۰۰ ۰۱ ۱۱ ۰۰ ۰۱ ۱۱ ۱۰ ۰۰ ۰۱ ۱۱ ۱۰ ۱۰ ۰۰

حالات فعلی	حالات بعدی		خروجی	۵-۱۲
	۰	۱		
a	f	b	۰ ۰	
b	d	a	۰ ۰	
d	g	a	۱ ۰	
f	f	b	۱ ۱	
g	g	d	۰ ۱	

State: a f b c e d g h g g h a (الف) ۵-۱۳

Input: ۰ ۱ ۱ ۱ ۰ ۰ ۱ ۰ ۰ ۱ ۱

Output: ۰ ۱ ۰ ۰ ۰ ۱ ۱ ۱ ۰ ۱ ۰

State: a f b a b d g d g g d a (ب)

Input: ۰ ۱ ۱ ۱ ۰ ۰ ۱ ۰ ۰ ۱ ۰

Output: ۰ ۱ ۰ ۰ ۰ ۱ ۱ ۱ ۰ ۱ ۰

$$D_Q = Q'J + QK' \quad ۵-۱۵$$

$$\begin{aligned} D_A &= Ax' + Bx & 5-16 \\ D_B &= A'x + Bx' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_A &= K_A = (Bx + B'x')E & 5-18 \\ J_B &= K_B = E \end{aligned}$$

$$D_A = A'B'x \quad 5-19 \quad (\text{الف})$$

$$D_B = A + C'x' + BCx$$

$$D_C = Cx' + Ax + A'B'x'$$

$$y = A'x$$

$$\text{RegA} = 125, \quad \text{RegB} = 125 \quad 5-23 \quad (\text{الف})$$

$$\text{RegA} = 125, \quad \text{RegB} = 30 \quad (\text{ب})$$

$$Q(t+1) = JQ' + K'Q \quad 5-26$$

$$\text{When } Q = 0, Q(t+1) = J$$

$$\text{When } Q = 1, Q(t+1) = K'$$

```
always @ (posedge CLK)
  if (Q==0) Q = J;
  else Q = ~K;
```

دو فلیپ فلاپ E و Q با CLK ۵-۳۰

گیت AND با ورودی های A و B به ورودی D فلیپ فلاپ E می رود.

گیت OR با ورودی های E و C و B به ورودی D فلیپ فلاپ Q می رود.

اگر عبارتی که تخصیص های بلوکی را با سمبول (=) به کار برد، آنگاه فلیپ فلاپ Q باید با ورودی D که به جای اتصال به E به $C + AB$ وصل است ترسیم شود (یک گیت OR و یک گیت AND).

فصل ۶

1110; 0111; 1011; 1101; 0110; 1011 ۶-۴

$A = 0010, 0001, 1000, 1100$. Carry = 1, 1, 1, 0 ۶-۸

$$J_Q = x'y; K_Q = (x' + y)' \quad 6-9$$

$$10 \quad (b) \quad 9; \quad (b) \quad 4 \quad (\text{الف}) \quad 6-14$$

50ns; 20MHz ۶-۱۵

1010 → 1011 → 0100 ۶-۱۶

1100 → 1101 → 0100

1110 → 1111 → 0000

$$\begin{aligned} D_{A0} &= A_0 \oplus E & ٦-١٧ \\ D_{A1} &= A_1 \oplus (A_0 E) \\ D_{A2} &= A_2 \oplus (A_1 A_0 E) \\ D_{A3} &= A_3 \oplus (A_2 A_1 A_0 E) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{Q1} &= Q'_1 & (ب) ٦-١٩ \\ D_{Q2} &= Q_2 Q'_1 + Q'_8 Q'_2 Q_1 \\ D_{Q4} &= Q_4 Q'_1 + Q_4 Q'_2 + Q'_4 Q'_2 Q_1 \\ D_{Q8} &= Q_8 Q'_1 + Q_4 Q_2 Q_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{A0} &= LI_0 + L'C & ٦-٢١ \\ K_{A0} &= LI'_0 + L'C \end{aligned}$$

$$T_A = A \oplus B \quad ٦-٢٤$$

$$T_B = B \oplus C$$

$$\begin{aligned} T_C &= AC + A'C' \\ &= AC + A'B'C \end{aligned}$$

خود شروع نیست
خود شروع است

یک شمارنده دو بیت به کار ببرید

$$D_A = A \oplus B \quad ٦-٢٨$$

$$D_B = AB' + C$$

$$D_C = A'B'C'$$

```
module Shiftreg (SI,SO,CLK); ٦-٣٤
    input SI,CLK;
    output SO;
    reg [3:0] Q;
    assign SO = Q[0];
    always @ (posedge CLK)
        Q = {SI,Q[3:1]};
endmodule
```

```
module updown (Up,Down,Load,IN,OUT,CLK) (الف) ٦-٣٦
    input Up,Down,Load,CLK;
    input [3:0] IN;
    output [3:0] OUT;
    reg [3:0] OUT;
    always @ (posedge CLK)
        if (Load) OUT = IN;
        else if (Up) OUT = OUT + 4'b0001;
        else if (Down) OUT = OUT - 4'b0001;
        else OUT = OUT;
endmodule
```

فصل ۷

- | | | | | | | | | | | |
|----------------------|-----|---|---------------------------------|-------------------------|---------|----------------|-------|----------|-------|--------|
| $x = 46$; $y = 112$ | (ت) | 2^{21} | (ب) | 2^{26} | (ب) | 2^{31} | (ب) | 2^{13} | (الف) | $2-2$ |
| | | آدرس : | | 1011010011 = 2D3(hex) | | | | | | $2-3$ |
| | | داده : | 0000 1101 0111 1011 = 0E7B(hex) | | | | | | | |
| 3×8 decoder | (ب) | 7×128 | decoders , 256 AND gates | (الف) | | | | | | $2-7$ |
| | (ب) | 18; 15 | (ب) | chip | (الف) | | | | | $2-8$ |
| | | 0001 1011 1011 1 | | | | | | | | $2-10$ |
| | | 101 110 011 001 010 | | | | | | | | $2-11$ |
| 1111 0100 | (ب) | 1100 0110; | (ب) | 0101 1010; | (الف) | | | | | $2-12$ |
| | | 7 | (ب) | 7 | (ب) | 6 | (الف) | | | $2-13$ |
| | | | | 0101010 | (الف) | | | | | $2-14$ |
| | | | | | پایه 24 | | | | | $2-16$ |
| 32×7 | (ت) | 1024×4 | (ب) | 512×5 | (ب) | 256×8 | (الف) | | | $2-18$ |
| | | yz' , xz' , $x'y'z$, xy' , $x'y$, z | جملات ضرب : | | | | | | | $2-20$ |
| | | | | $A = yz' + xz' + x'y'z$ | | | | | | $2-22$ |
| | | | | $B = x'y' + xy + yz$ | | | | | | |
| | | | | $C = A + xyz$ | | | | | | |
| | | | | $D = z + x'y$ | | | | | | |

فصل ۸

- (الف) انتقال و افزایش در یک لبه ساعت رخ می‌دهند. پس از انتقال، محتوای R_2 یک بیشتر از R_1 است.

(ب) محتوای R_3 را یک واحد کم کنید.

(پ) اگر ($T_1 = 1$) باشد، محتوای R_1 را به R_0 منتقل نمایید.

چارت ASM ۸-۷

T_0 : حالت اولیه: اگر ($S = 1$) آنگاه (ورودی $A \leftarrow A$ ، ورودی $B \leftarrow B$ ، سپس به T_1 برو).

T_1 : متمم ($RA \leftarrow RA + RB$ ، (متمم نقلی) \leftarrow بیت قرض، به برو)

T_2 : اگر (فرض $= 0$) آنگاه به T_0 برو. اگر (بیت قرض $= 1$) آنگاه $RA \leftarrow RA$ (متمم 2 ثبات برو، به T_0 برو)

T_0 : داده ورودی $\leftarrow AR$ ، داده ورودی $\leftarrow BR$ ۸-۸

اگر ($AR = 1$) بیت علامت منفی است آنگاه (AR) جابجایی به راست، گسترش علامت ($CR \leftarrow CR$) در غیر این صورت ($AR = 0$) آنگاه ($CR \leftarrow 0$) در غیر این صورت (مثبت غیر صفر) آنگاه ($[15] \oplus [14]$) آنگاه ($BR \leftarrow BR$) جابجایی به چپ)

$$\begin{aligned} D_{T_0} &= T_2 + S'T_0 & \text{A-9} \\ D_{T_1} &= ST_0 + (A_3 A_4)' T_1 \\ D_{T_2} &= A_3 A_4 T_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_A &= A'B + Ax & \text{A-11} \\ D_B &= A'B'x + A'By + xy \end{aligned}$$

:ASM چارت A-14

(مقدار اولیه) اگر $S = 0$ به حالت T_0 بازگردد
اگر ($S = 1$) آنگاه مضروب $\leftarrow BR$, $PR \leftarrow 0$, $AR \leftarrow 0$, مضروب فيه \leftarrow , به T_1 برو

$$(2^n - 1)(2^n - 1) < (2^{2n} - 1) \text{ for } n \geq 1 \quad \text{A-15}$$

 (الف) سایز حاصلضرب ماکریم برابر 32 بیت در ثبات های A و Q
 (ب) شمارنده P باید 5 بیتی باشد تا در ابتدا 10000 را ذخیره کند.

(پ) تشخیص Z (صفر)

$$2(n+1)t \quad \text{A-18}$$

$$\begin{aligned} \text{MUX1: } & 0, 1, 1, Z' & \text{A-19} \\ \text{MUX2: } & S, 0, 1, 0 \end{aligned}$$

$$E = 0 \text{ (ب)} \quad E = 1 \text{ (الف)} \quad \text{A-21}$$

$$A = 0110, B = 0010, C = 0000. \quad \text{A-22}$$

$$\begin{array}{lll} A * B = 1100 & A | B = 0110 & A \&& C = 0 \\ A + B = 1000 & A \wedge B = 0100 & |A = 1 \\ A - B = 0100 & & A < B = 0 \\ \sim C = 1111 & \sim |C = 1 & A > B = 1 \\ A \& B = 0010 & A || B = 1 & A != B = 1 \end{array}$$

A-28

```
//Declare all inputs, outputs, and registers
assign Z = ~|AR; //Z = 1 if AR = 0
always @ (posedge CLK or negedge Clr)
    if (~Clr) pstate = T0;
    else pstate <= nstate;
always @ (S or Z or pstate)
    case (pstate)
        T0: if (S) nstate = T1;
        else nstate = T0;
```

```

T1: if (Z) nstate = T0;
      else nstate = T2;
T2:   nstate = T1;
endcase
always @ (posedge CLK)
  case (pstate)
    T0: if (S)
      begin
        AR <= Ain;
        BR <= Bin;
        PR <= 0;
      end
    T2: begin
        PR <= PR + BR;
        AR <= AR - 8'b1;
      end
  endcase

```

فصل ۹

۹-۲ رشته $Y_1 Y_2$: $00, 01, 11, 11, 01, 00, 00$

۹-۳ (ت) وقتی ورودی 01 باشد، خروجی 0 است. وقتی ورودی 10 است خروجی 1 می‌باشد.
هر وقت ورودی دو ترکیب دیگر را دارا باشد، خروجی در مقدار قبلی باقی می‌ماند.

۹-۴ (پ)

	00	01	11	10
a	(@, 0)	b, 1	c, 1	d, 0
b	a, 0	(b), 1	c, 1	(b), 0
c	(c), 1	b, 1	(c), 1	d, 0
d	c, 1	b, 1	c, 1	(d), 1

$$Y_1 = x_1' x_2 + x_2 y_1 \quad (پ) \quad ۹-۵$$

$$Y_2 = x_2 + x_1 y_2$$

$$z = x_1 x_2 y_1' + x_1 y_2'$$

$$S = x_2 x_2' \quad ۹-۱۰$$

$$R = x_1' x_2$$

۹-۱۳ (ب) دو جدول گذار ممکن

	00	01	11	10
a	(@, 0)	b, -	-,-	e, -
b	(@, 1)	(@, 1)	-,-	d, -
d	a, -	(@, 1)	-,-	(@, 1)
e	(@, 1)	d, -	-,-	(@, 1)

	00	01	11	10
a	(@, 0)	b, -	-,-	b, -
b	c, -	(@, 1)	-,-	(@, 0)
c	(@, 1)	d, -	-,-	d, -
d	a, -	(@, 1)	-,-	(@, 1)

3a: $(a, b)(c, d)(e, f, g, h)$ ٩-١٨

3b: $(a, e, f)(b, j)(c, d)(g, h)(k)$

٩-٢٠ به تخصیص دودویی، g و h را اضافه کنید.

	00	01	11	10
0	a	g	b	f
1	c	h	d	e

$$F = A'D' + AC'D' + A'BC + A'CD' \quad ٩-٢٢$$

$$Y = (x_1 + x'_2)(x_2 + x_3)(x_1 + x_3) \quad ٩-٢٣$$

فصل ١

١- ١ گنجایش خروجی = 10؛ توان مصرفی = 18.75 mW = 18.75 × 10⁻³

حد پارازیت = 0.3V

$$0.238V \quad (ب) \quad 0.82V \quad (ب) \quad 1.058V \quad (الف) \quad ١٠-٢$$

$$I_B = 0.44mA, I_{CS} = 2.4mA \quad ١٠-٣$$

$$7(\text{ث}) \quad 7.8(\text{ت}) \quad 2.4+0.82N \quad (ب) \quad 0.82mA \quad (ب) \quad 2.4mA \quad (الف) \quad ١٠-٤$$

$$300\Omega \quad (\text{ث}) \quad 16mA \quad (\text{ت}) \quad 2.585mA \quad (ب) \quad 3.53 \quad (ب) \quad 4.62mA \quad (الف) \quad ١٠-٥$$

$$4mA \quad (ب) \quad 0.3V \quad ١٠-٦$$

$$0.3V \quad ١٠-٧$$

واژه‌نامه

direct reset	باز نشان مستقیم	
reset	باز شانسی	آرایه گیتی برنامه پذیر موردی
top-down	بالا به پایین	field programmable gate array
vector	بردار	آرایه منطقی برنامه پذیر
test bench	برنامه تست	
closure	بسته بودن	programmable logic array
blocking	بلوکی	آگاه گر آدرس سطر
check bit	بیت تست	row address strobe
button-up	پایین به بالا	ادغام - سنتر - ترکیب
count - down counter	پایین شمار	ادغام
processor	پردازشگر	اصل توزیع پذیری
backspace	پسبر	اصل جابجایی
look a head carry	پیش بینی نقلی	اصل شرکت پذیری
preset	پیش تنظیم	افکتورهای فورمات
		امهادنس بالا
consensus theorem	ثوری وفاق	انتخابگر
slave	تابع	انتخابگر تراشه
incompletely specified function	تابع غیر کامل	سطح انتقال بین ثباتی
propagation delay	تأخير انتشار	انکدر
procedural state assignment	تخصیص اجرایی	

finite state machine	حالت متناهی	chip	تراسه
noise margin	حد پارازیت	parity check	تست توازن
case sensetive	حساس به اندازه	negative acknowledge	تصدیق منفی
	(خ)	user-defined	تعريف شده به وسیله کاربر
vendor - specific	خاص - فروشنده	task	تکلیف
end of text	ختم متن	direct set	تنظیم مستقیم
underscore	خط تیره	parity	توازن
	(د)	enable	توان اساساز
toggle	دگروضع	power dissipation	توان مصرفی
binary coded decimal	دهدهی کد شده به دودویی	structural description	تصویف ساختاری
digital versatile disk	دیسک چندکاره دیجیتال	circuit description module	تصویف مدار
decoder	دیکدر		
demultiplexer	دی مولتی پلکسر		
	(ر)	sequence register	ثبات توالی
critical race	رقابت بحرانی	record separator	جداساز رکورد
noncritical race	رقابت غیربحرانی	file separator	جداساز فایل
	(ز)	information separator	جداسازی اطلاعات
hardware description language	زبان توصیف سخت افزاری	implication table	جدول ایجاب
hardware description language	زبان طراحی سخت افزار	horizontol tabulation	جدول بنده افقی
setup time	زمان برپایی	exitation table	جدول تحریک
settling time	زمان نشست	flow table	جدول روند
hold time	زمان نگهداری	transition table	جدول گذرن
under score	زیر خط	full adder	جمع کننده کامل
	(س)	G.boole	جورج بول
free-running clock	ساعت آزادگرد		
overflow	سرربز	random access memory	حافظه با دستیابی تصادفی
register level transfer	سطح انتقال ثباتی	read only memory	حافظه فقط خواندنی
cut - and - try	سعی و کاهش	master	حاکم
full - custom IC	سفارشی IC	state	حالت
		total state	حالت کلی

(ک)	کاراکترهای کنترل تبادل اطلاعات communication control characters	hierarchical description tri - state (three-state) wire	سلسه مراتبی سه حالت سیمی
appliction specific	کاربرد خاص		
excess - 3	کد افزونی - 3		
کددو دویی استاندارد برای کاراکترهای الفبا عددی اسکی american standard code for information interchange		simulation start of text	شبیه سازی شروع متن
binary coded decimal	کد ددهی به دودویی		شمارنده حلقه ای دنباله چرخان
self complement	کدهای خود متمم	switch-tail ring counter	
(گ)			
fan out	گنجایش خروجی	schematic capture	ضبط تصویری
fan in	گنجایش ورودی		
primitive gate	گیت های اصلی		
(ل)			
transparent	لچ شفاف	stray capacitance	ظرفیت پارازیتی
(م)			
ماشین حالت الگوریتمی ASM algorithmic stste machine		mixed notation	علائم مخلوط
canonical	معارف	bitwise	عمل بیتی
signed complement system	متمن - علامت دار	concatenation	عملکر ادغام
appliction standard IC	مدارات مجتمع خاص	fundamental mode operation	عملیات اساسی
clock generator	مدارهای ترتیبی ساعت دار	identiy element	عنصر شناسه
behavioral modeling	مدلسازی رفتاری		
	مدل سازی رونده داده		
continuous state assignment			
structural modeling	مدل سازی ساخت یافته	non-bloking	غیربلوکی
switch-level modeling	مدل سازی سطح سوئیچ	asynchronous	غیر همزمان
instantiation	ذکر		
stimulus module	مدول محرک		
مدولوس: عملی ریاضی که نتیجه آن با قیمانده یک		very large scale	فشردگی خیلی زیاد
modulus	تقسیم است	large scale	فشردگی زیاد
data path	مسیر داده	small scale integration	فشردگی کم
valied	معتبر	medium scale	فشردگی متوسط

schematic	نمودار تصویری	معکوس
half adder	نیم جمع کننده	سیستم مقدار-علامت دار
(و)		
central processing unit	واحد پردازش مرکزی	target output
time units	واحدهای زمانی	خروجی مقصد یا هدف
clear	ورودی پاک	radix
programmable logic device	وسیله منطقی برنامه پذیر	منطق آرایه ای برنامه پذیر
	وسیله منطقی برنامه پذیر پیچیده	مواردی که به وسیله کاربر تعریف می شود
complex programmable logic device		user defined primitives
	وسیله منطقی برنامه پذیر ترتیبی	مرجب های اصلی
sequential (or simple) programmable logic device		مرجب های اصلی اساسی
race condition	وضعیت رقبتی	multiplexer
(ه)		
synchronous	همزمان	شاندن
not connected	NC	شانه به
		نقشه مرکب
		نقلی
		نقلی انتهایی
		نقلی چرخشی
(ن)		
set		شاندن
edge qualifire		شانه به
composit map		نقشه مرکب
carry		نقلی
end carry		نقلی انتهایی
end around carry		نقلی چرخشی

DIGITAL DESIGN

M.MORRIS MANO

