

جدول کارنو (Karnaugh Map = KM)

جدول درستی

AB	00	01	10	11
	0	0	0	1

$$f = A \cdot B$$

AB	00	01	10	11
	0	0	0	1

$$f = A \cdot B$$

تلفیق به صورت جدول درستی

AB	00	01	11	10

$$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$$

$$0000$$

AB	00	01	11	10
00	m_0	m_4	m_{12}	m_8
01	m_1	m_5	m_{13}	m_9
11	m_3	m_7	m_{15}	m_{11}
10	m_2	m_6	m_{14}	m_{10}

جدول کارنو همان جدول درستی است، با این دو تفاوت:

۱- متغیرها در سطرها و ستون توزیع می شوند.

۲- کدگذاری مطابق کد gray انجام می شود.

	\bar{A}	A
\bar{B}		
B		

تلفیق به صورت

ممودار وین

$$A \cdot B$$

KM با متغیر

هر خانه KM نمایانگر یک minterm است.

CD	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

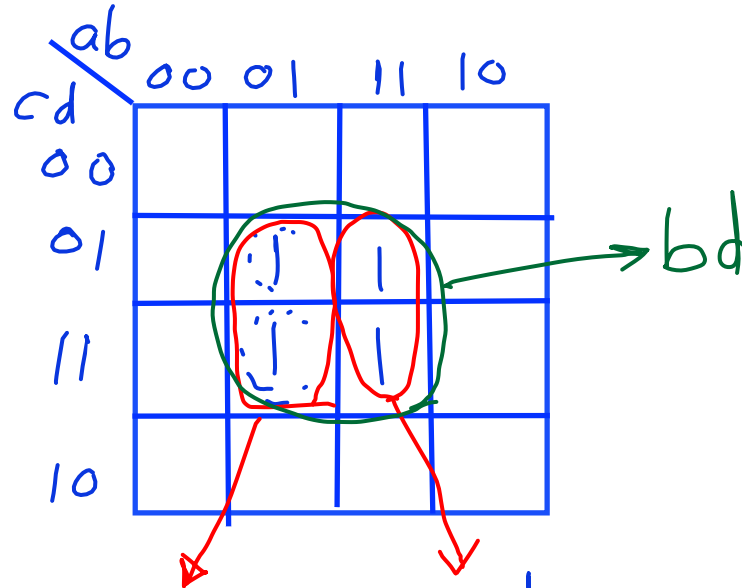
$$f(A, B, C, D)$$

هر دو خانه همسایه در KM فقط در یک Literal تفاوت دارند (به دلیل gray)

دو خانه که در یک ضلع مشترک باشند.



$$ab + a\bar{b} = a(b + \bar{b}) = a$$



$$f_1 = \bar{a}b\bar{c}d + \bar{a}bcd = \bar{a}bd$$

$$f_1 = \bar{a}bd \quad f_2 = abd$$

$$f = \bar{a}bd + abd = bd$$

در KM با چهار متغیر

یک مربع: شامل چهار حرف (literal) مینترم

دو مربع همسایه: شامل ۳ حرف —> یک متغیر حذف می شود

چهار مربع همسایه: شامل ۲ حرف —> دو متغیر حذف می شود

هشت مربع همسایه: شامل یک حرف —> سه متغیر حذف می شود

۱۶ مربع همسایه: تمام متغیرها حذف می شوند. تابع ثابت ۱

اگر ۲ مربع همسایه $\leftarrow n$ متغیر حذف می شود

برای ساده سازی: { ۱- تعداد گروه ها تا حد امکان کم باشد. \Leftarrow تعداد جملات کم می شود
۲- هر گروه تا حد امکان بزرگ باشد \Leftarrow تعداد بسترهای متغیر حذف شود

هر مربع (minterm) حداقل باید در یک گروه شرکت کند، ولی می تواند به دفعات در گروه های مختلف شرکت کند.

$$m_0 + m_2 + m_6$$

اصول ساده سازی با KM (جدول کارنو)

- ❖ خانه‌های "1" همسایه را به صورت گروه در نظر می‌گیریم. (خانه‌های "0" برای ماکسترم‌ها)
- ❖ اگر 2^n خانه همسایه در یک گروه شرکت کنند، n متغیر حذف می‌شود. لیترال‌هایی که برای تمام خانه‌های گروه ثابت هستند را به صورت جمله ضربی (PT) می‌نویسیم. (به صورت ST برای ماکسترم‌ها)
- ❖ هر مینترم باید حداقل یک بار پوشش داده شود ولی می‌تواند در چند گروه شرکت کند.
- ❖ اندازه گروه‌ها باید تا حد امکان بزرگ باشد (تا لیترال‌های بیشتری حذف شود).
- ❖ تعداد گروه‌ها باید تا حد امکان کم باشد (تا جملات ضربی کمتری ایجاد شود).
- ❖ ابتدا از EPI‌ها شروع می‌کنیم و سپس PI‌ها.
- ❖ جملات PT (ST برای ماکسترم‌ها) را OR (AND برای ماکسترم‌ها) می‌کنیم.

مثال ۱: تابع

ساده کنید. $f(x,y,z) = \bar{x}yz + \bar{x}y\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + x\bar{y}z$

xy	00	01	11	10
$z=0$		1		1
$z=1$		1		1

$$f = \bar{x}y + x\bar{y}$$

مثال ۲: F را ساده کنید.

$$F(x,y,z) = \sum m(0, 2, 4, 5, 7)$$

xy	00	01	11	10
$z=0$	1	1		1
$z=1$			1	1

$$F = \bar{x}\bar{z} + xz + \begin{cases} \bar{y}\bar{z} \\ x\bar{y} \end{cases}$$

$$F = A'B'C' + B'CD' + A'BCD' + AB'C'$$

مثال ۳: ساده کنید.

AB	00	01	11	10
$CD=00$	1			1
$CD=01$	1			1
$CD=11$				
$CD=10$	1	1		1

$$F = B'C' + A'CD' + B'D'$$

AB		00	01	11	10
C	0			1	
	1		1	1	1

$$F = BC + AC + AB$$

(SOP)

AB		00	01	11	10
C	0	0	0	1	0
	1	0	1	1	1

$$F = (A+B) \cdot (A+C) \cdot (B+C)$$

(POS)

جدول کارنو ساده ترین شکل تابع به صورت SOP یا POS رای دهد.

مثال ۵: ساده کنید.

$$f(A, B, C, D) = \sum m(1, 5, 6, 7, 11, 12, 13, 15)$$

AB		00	01	11	10
CD	00			1	
	01	1	1	1	
	11		1	1	1
	10		1		

$$f = \cancel{BD} + AB\bar{C} + ACD + \bar{A}\bar{C}D + \bar{A}BC$$

Implicant = عامل : یک PT (یا ST) برای پوشش دادن به مینترم ها (ماکتوم ها)

Prime Implicant = عامل اولیه (PI) : یک عامل که زیر مجموعه ای از هیچ عامل دیگری نباشد.

EPI = Essential Prime Implicant = عامل اولیه ضروری : یک PI است که

حداقل یک مینترم (یا ماکتوم) دارد که در هیچ PI دیگری نیست.

در هنگام ساده سازی با KM، همیشه از EPI ها شروع می کنیم. پس در صورت لزوم، از PI ها استفاده می کنیم.

مثال: تابع $F = f_1 \oplus f_2$ را محاسبه کنید.

$f_1 \cdot f_2$

ab \ cd	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	1	0	0	1
11	1	1	1	0
10	0	0	0	1

f_1

\oplus

ab \ cd	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	0	0	0	1
11	1	1	0	1
10	0	1	0	1

f_2

$=$

ab \ cd	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	0	0	0
11	0	0	1	1
10	0	1	0	0

$f_1 \oplus f_2 = acd + \bar{a}bcd + \bar{a}\bar{b}\bar{c}d$

$f = (\bar{a} + d) \cdot (\bar{a} + c) \cdot (\bar{b} + c) \cdot (a + \bar{c} + \bar{d}) \cdot (b + d)$