

حرف = literal: عبارتی که تنها از یک متغیر (یا نقیض آن) تشکیل شده $\{a, b, c\}$
 مثل: 'a, b

جمله (عبارت) = term
 $a+b'c, ab'$

عبارت ضربی (product term = PT): ضرب تعدادی از حرف‌ها، یا یک حرف تنها
 $a', b'c, a'b'c$ ~~$a'+bc$~~

عبارت جمعی (sum term = ST): جمع تعدادی از حرف‌ها، یا یک حرف تنها
 $a+b', b'+c, a'$ ~~$a+b'.c$~~

a	b	c	f_1	f_2	f_3	f_4
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	0	1	0
1	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	0	0	1	1
1	1	1	0	0	1	1

به دست آوردن تابع از روی جدول درستی

اگر متغیری یک $f_1 = a' \cdot b' \cdot c' \rightarrow PT$

بماند خود آن را می نویسیم
 $f_2 = a' \cdot b \cdot c' \rightarrow PT$ و اگر صفر باشد نقیض
 آن را.

اگر متغیری یک بماند $f_3 = a + b + c \rightarrow ST$
 نقیض آن را می نویسیم
 $f_4 = a + b' + c' \rightarrow ST$ و اگر صفر بماند، خود آن

تابع مربوط به جدول درستی مقابل را به دست آورید.

a	b	c	F
0	0	0	0 $\rightarrow (a+b+c)$
0	0	1	1 $\rightarrow a'b'c$
0	1	0	1 $\rightarrow a'b.c'$
0	1	1	0 $\rightarrow a+b'+c'$
1	0	0	1 $\rightarrow ab'c'$
1	0	1	0 $\rightarrow a'+b+c'$ (نقیض شده یا نه)
1	1	0	1 $\rightarrow abc'$
1	1	1	0 $\rightarrow a'+b'+c'$

$$F = a'b'c + a'b'c' + ab'c' + abc'$$

0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 1 0
 minterm (مینترم): یک PT که هر متغیر مستقل

در آن یک بار و فقط یک بار ظاهر شود.

abc , $a'b'c$, ab , $a+b$
 $aa'b'c$

$$a'b'c = m_1$$

$$F = m_1 + m_2 + m_4 + m_6 = \sum m(1, 2, 4, 6)$$

$$F = (a+b+c) \cdot (a+b'+c') \cdot (a'+b+c') \cdot (a'+b'+c')$$

Maxterm (ماکسترم): یک ST که هر متغیر مستقل (نقیض شده یا نه) در آن یک بار و فقط یک بار ظاهر شود.

$a+b+c'$, $ab+c'$, $a+b$

$$F = M_0 \cdot M_3 \cdot M_5 \cdot M_7 = \prod M(0, 3, 5, 7)$$

هر تابعی را می توان با نمایش متعارف نشان داد
(Canonical form)

$\sum m$
 \downarrow
TTM

سوار	a b c	minterm term	Maxterm term
0	0 0 0	$a'b'c'$ m_0	$a+b+c$ M_0
1	0 0 1	$a'b'c$ m_1	$a+b+c'$ M_1
2	0 1 0	$a'bc'$ m_2	$a+b'+c$ M_2
3	0 1 1	$a'bc$ m_3	$a+b'+c'$ M_3
4	1 0 0	$ab'c'$ m_4	$a'+b+c$ M_4
5	1 0 1	$ab'c$ m_5	$a'+b+c'$ M_5
6	1 1 0	abc' m_6	$a'+b'+c$ M_6
7	1 1 1	abc m_7	$a'+b'+c'$ M_7

$$m_i = \overline{M_i}$$

$$F = \sum m(1, 2, 4, 6)$$

$$F = M_0 \cdot M_3 \cdot M_5 \cdot M_7$$

$$= \text{TTM}(0, 3, 5, 7)$$

$$F = \sum m(1, 2, 4, 6) = m_1 + m_2 + m_4 + m_6$$

$$F' = (m_1 + m_2 + m_4 + m_6)' = m_1' \cdot m_2' \cdot m_4' \cdot m_6' = M_1 \cdot M_2 \cdot M_4 \cdot M_6$$

مثال: تابع $F = A + \bar{B}C$ را به صورت مجموع minterm ها و به صورت حاصل ضرب Maxterm ها بنویسید.

$$\begin{aligned}
 A &= A \cdot \underbrace{(B + \bar{B})}_1 = AB + A\bar{B} = AB(C + \bar{C}) + A\bar{B}(C + \bar{C}) \\
 &= ABC + AB\bar{C} + A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} \\
 &\quad \quad \quad 111 \quad 110 \quad 101 \quad 100 \\
 &= m_7 + m_6 + m_5 + m_4 = \sum m(4, 5, 6, 7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{B}C &= (\bar{A} + A)\bar{B}C = \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}C = m_1 + m_5 = \sum m(1, 5) \\
 &\quad \quad \quad 001 \quad 101
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F &= \underbrace{m_4}_{ST} + \underbrace{m_5}_{ST} + m_6 + m_7 + m_1 + \underbrace{m_5}_{ST} = \sum m(1, 4, 5, 6, 7) \\
 &= \text{TTM}(0, 2, 3) \leftarrow
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F &= A + \bar{B}C = (A + \bar{B}) \cdot (A + C) = (A + \bar{B} + \underbrace{\bar{C} \cdot C}_0) \cdot (A + \bar{B}B + C) \\
 &= (A + \bar{B} + \bar{C})(A + \bar{B} + C) \cdot (A + \bar{B} + C) \cdot (A + B + C) = M_3 \cdot M_2 \cdot \cancel{M_2} \cdot M_0 \\
 &\quad \quad \quad 011 \quad 010 \quad 010 \quad 000
 \end{aligned}$$

نمایش های استاندارد $\left\{ \begin{array}{l} \text{مجموع PT ها} \leftarrow \text{Sum of Products (SOP)} \\ \text{ضرب ST ها} \leftarrow \text{Product of Sums (POS)} \end{array} \right.$

مثال 1: $SOP: A + B'C, A'B + C', AB + BC$

$POS: (A+B) \cdot (A'+C), A \cdot (B+C)$

مثال 2: عبارت $F = a(b+c') + ac$ را به SOP بنویسید.

$$F = ab + ac' + ac = ab + a = a(\underbrace{b+1}) = a$$

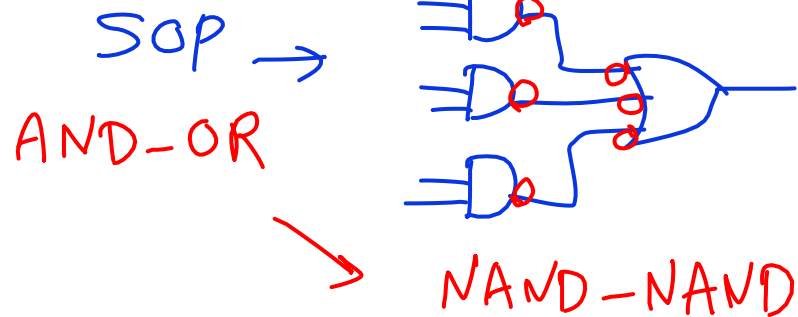
ترتیب متغیرها در نوشتن تابع بر حسب استاندارد (ماکترم) اهمیت دارد. مثال

$$f_1(a, b, c) = \sum m(2, 3, 6, 7) = m_2 + m_3 + m_6 + m_7 = a'b'c' + \underline{a'b'c} + ab'c' + \underline{abc}$$

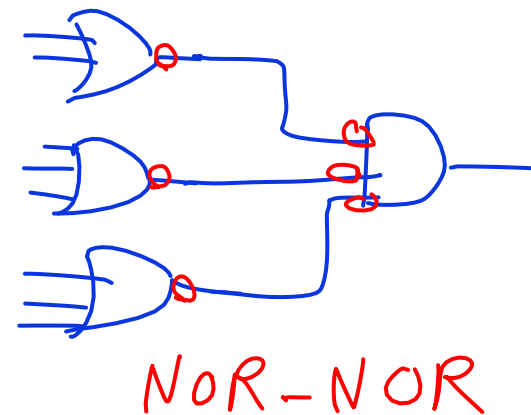
$$f_2(b, c, a) = \sum m(2, 3, 6, 7) = \overset{010}{m_2} + \overset{011}{m_3} + \overset{110}{m_6} + \overset{111}{m_7} = b'ca' + b'ca + bc'a + bca$$

$$f_2 = a'b'c + \underline{ab'c} + \underline{a'bc} + \underline{abc}$$

$$f_1 \neq f_2$$



POS
OR-AND

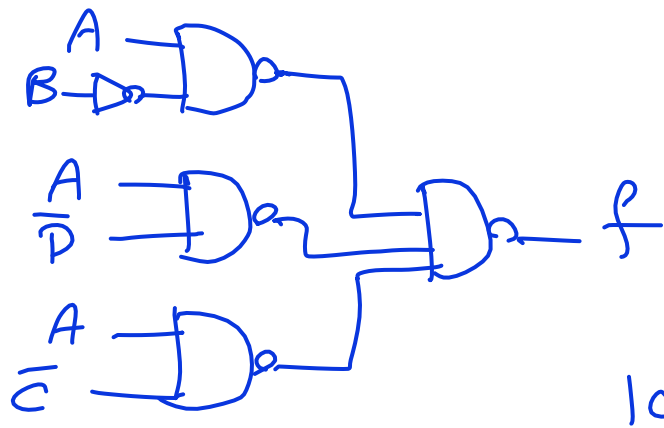


$$f(A, B, C, D) = A\bar{B} + A\bar{D} + A\bar{C} \quad (\text{SOP})$$

ساده سازی →

$$f = A \cdot (\bar{B} + \bar{D} + \bar{C})$$

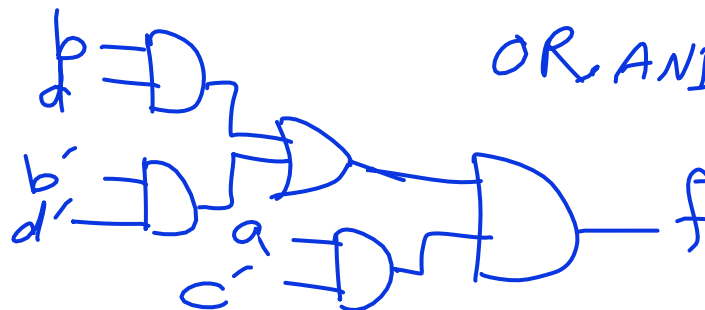
$$= A \cdot \overline{BCD}$$



1000 1101

$$f = a\bar{b}\bar{c}\bar{d}' + ab\bar{c}d$$

$$= a \cdot \bar{c} \cdot (b\bar{d}' + bd)$$



مثال، تابع $f(a, b, c, d) = \sum m(8, 13)$
 اینفکت با این کای دو ورودی OR, AND
 سازند.

ورودی ها single rail هستند ← فقط خود متغیر در اختیار است

= double rail هستند ← هر متغیر و نقیض آن در اختیار است.

$$a \text{ --- } \neg \text{ --- } \bar{a}$$

$$\begin{matrix} a \\ \bar{a} \end{matrix} \text{ --- } \neg \text{ --- } 1$$

$$f(a, b, c)$$

$$f = ab' + bc \quad (SOP)$$

$$f = (ab' + b) \cdot (ab' + c)$$

$$= (a+b) \underbrace{(b'+b)}_1 \cdot (a+c)(b'+c) \quad POS$$

تابع اکثریت (Majority)

$$f(a, b, c) = ab + ac + bc \rightarrow \text{کامل نیست}$$

$$f(a, b, c) = \bar{a}\bar{b} + \bar{a}\bar{c} + \bar{b}\bar{c}$$

تابع اقلیت (minority)



$$\bar{a}\bar{a} + \bar{a}\bar{a} + \bar{a}\bar{a} = \bar{a}$$