



۱- (۲ نمره) درباره تابع $f(x, y, z) = xz + \bar{y}$ به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف- جدول درستی تابع را رسم کنید.

ب- تابع را بر حسب ماکسترم ها بنویسید.

ج- تابع را بر حسب مینترم ها بنویسید.

پاسخ:

x	y	z	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

$$f = \prod M(2,3,6) = \sum m(0,1,4,5,7).$$

۲- (۲ نمره) تابع زیر را به وسیله جدول کارنو ساده کنید و آن را با استفاده از گیت های NAND بسازید.

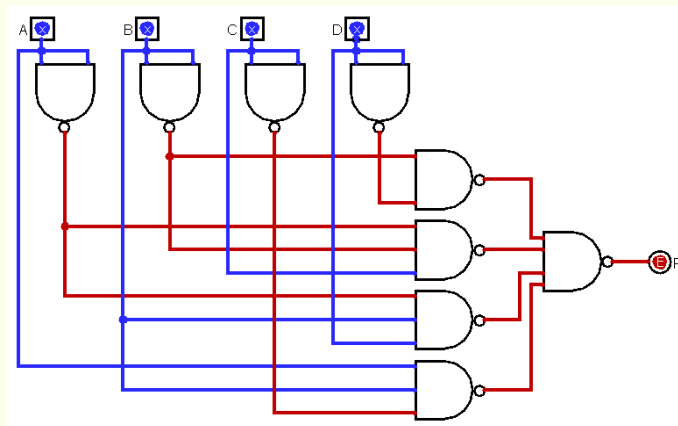
$$F(A, B, C, D) = \prod M(1,4,6,9,11,14,15)$$

پاسخ:

ابتدا جدول کارنو را رسم می کنیم و ماکسترم ها را وارد می کنیم. سپس به فرم SOP دسته بندی می کنیم.

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	0	1	1	0
11	1	1	0	0
10	1	0	0	1

$$F(A, B, C, D) = B'D' + A'B'C + A'BD + ABC'$$



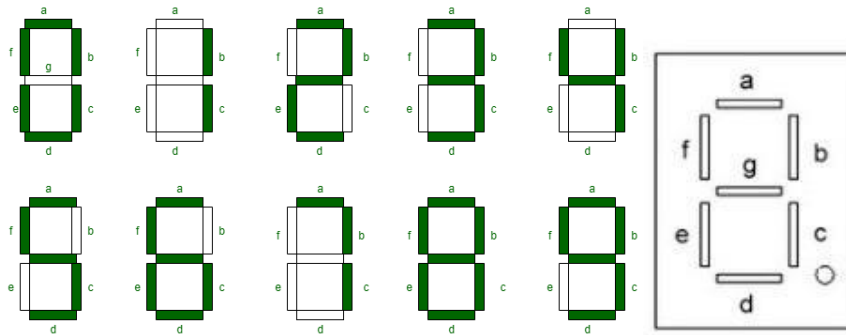
این جدول را طور دیگری هم می توانیم ساده کنیم، که طبقا شکل مدار آن نیز متفاوت خواهد شد:

$$F(A, B, C, D) = B'D' + AC'D' + BC'D + A'CD$$

هر کدام از این دو پاسخ صحیح و قابل قبول است.

۳- (۲ نمره) آنچه در شکل سمت چپ زیر می‌بینید یک نمایشگر هفت قطعه‌ای (7-segment) است. این نمایشگر یک رقم چهاربیتی بین صفر تا نه را دریافت کرده و مطابق شکل برای نمایش هر رقم بعضی از قطعات خود را روشن می‌کند. فرض می‌کنیم هر قطعه وقتی روشن می‌شود که خط متصل به آن یک باشد، برای مثال برای نمایش رقم یک باید دو خط b و c یک و بقیه صفر باشند.

با توجه به شکل سمت راست، تابع لازم برای ساخت خروجی f را به دست آورده و با استفاده از گیت‌های NOR آن را بسازید.



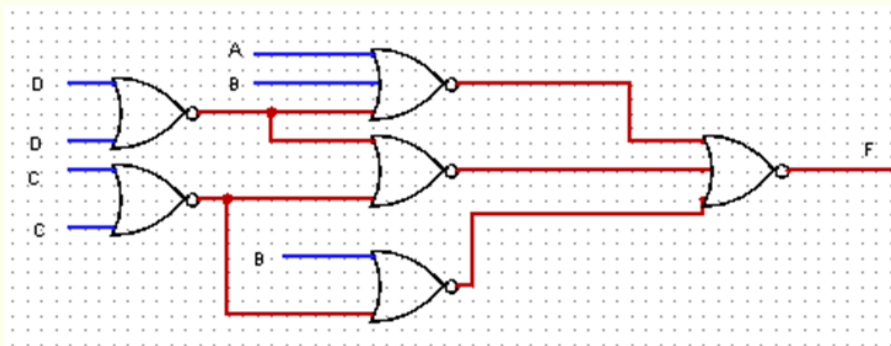
پاسخ:

با توجه به شکل داده شده، در صورتی که ورودی، اعداد ۰ و ۴ و ۵ و ۶ و ۸ و ۹ باشد، چراغ f روشن خواهد شد در نتیجه جدول کارنوی زیر را خواهیم داشت:

		AB			
		00	01	11	00
CD	00	1	1	x	1
	01	0	1	x	1
	11	0	0	x	x
	10	0	1	x	x

$$f(A, B, C, D) = (B + C')(C' + D')(A + B + D')$$

حال تابع به دست آمده را با استفاده از گیت‌های NOR می‌سازیم.



۴- (۲ نمره) کوچکترین مجموعه حالت‌های don't care را پیدا کنید که رابطه زیر برقرار باشد.

$$F = A'B'C'D' + A'B'C'D + A'BC'D + AB'CD' + ABC'D + ABCD' + \{don't\ cares\} = A'C' + BC' + AD'C$$

پاسخ:

ابتدا جدول درستی را برای $A'B'C'D' + A'B'C'D + A'BC'D + AB'CD' + ABC'D + ABCD'$

رسم می‌کنیم:

A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

سپس جدول درستی را برای $A'C' + BC' + AD'C$ رسم می‌کنیم:

A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

مقادیری که در جدول دوم برابر یک هستند و در جدول اول برابر صفر هستند قطعاً باید don't care باشند، در غیر این صورت تابع داده شده بعد از ساده‌سازی به دست نمی‌آید. در نتیجه مینترم‌های ۴ و ۱۲ don't care هستند.

همین نتیجه را با رسم جدول کارنو هم می‌توانستیم بگیریم.

۵- (۴ نمره) در هر یک از دو تابع زیر PI ها و EPI ها را پیدا کنید و سپس F را به صورت SOP و G را به صورت POS ساده کنید. توجه کنید برای ساده کردن F عوامل (PI ها و EPI های) ضربی (product terms) و برای ساده کردن G عوامل جمعی (sum terms) را به دست آورید.

پاسخ:

$$F(a, b, c, d) = \sum m(0, 1, 2, 5, 6, 7, 10, 15)$$

cd ab	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	0	1	1	1
11	0	0	1	0
10	0	0	0	1

عوامل ضربی اولیه (PI) ها عبارتند از:

$$a'b'c' \quad a'b'd' \quad a'bd \quad a'bc \quad a'c'd \quad bcd \quad a'cd' \quad b'cd'$$

که از بین آنها bcd و $b'cd'$ اساسی (EPI) هستند.

تابع F را می‌توانیم به صورت زیر ساده کنیم:

$$F = b'cd' + bcd + X + Y + Z:$$

که X می‌تواند $a'cd'$ یا $a'bc$ باشد و Y می‌تواند $a'c'd$ یا $a'bd$ و Z می‌تواند $a'b'c'$ یا $a'b'd'$ باشد.

$$G(A, B, C, D) = \prod M(3, 4, 5, 6, 10, 11, 13, 15)$$

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	1	0	1
	01	0	0	1	0
	11	1	0	0	1
	10	1	1	0	0

عوامل جمعی اولیه (PI) ها عبارتند از:

$$B + C' + D' \quad A' + C' + D' \quad B' + C + D' \quad A' + B' + C \quad A + B' + D \quad A' + B' + D' \quad A' + B + C'$$

که از بین آنها $(B + C' + D')$ و $(A + B' + D)$ و $(A' + B + C')$ اساسی (EPI) هستند.

تابع G را می‌توانیم به چند صورت ساده کنیم از جمله:

$$G = (A' + B + C')(A + B' + D)(B + C' + D')(B' + C + D')(A' + C' + D')$$

$$G = (A' + B + C')(A + B' + D)(B + C' + D')(B' + C + D')(A' + B' + D')$$

۶- (۳ نمره) تابع مداری را به ساده‌ترین حالت ممکن بنویسید که ۵ ورودی و یک خروجی دارد. ۴ تا از ورودی‌ها کد BCD هستند و دیگری ورودی کنترلی است که اگر صفر باشد، خروجی فقط وقتی یک می‌شود که ورودی BCD مساوی یا بزرگتر از ۵ باشد. در صورتی که ورودی کنترلی یک باشد، خروجی فقط موقعی یک می‌شود که ورودی BCD کوچک‌تر یا مساوی ۶ باشد.

پاسخ:

برای حل باید دو جدول کارنو یکی برای ورودی کنترلی صفر و یکی برای ورودی کنترلی یک به صورت زیر رسم کرده و سپس دو جدول را با هم ساده کنیم.

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	d	1
01	0	1	d	1
11	0	1	d	d
10	0	1	d	d

$x=0$

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1	d	0
01	1	1	d	0
11	1	0	d	d
10	1	1	d	d

$x=1$

$$F = X'A + XA'B' + BCD' + XA'C' + X'BD$$

۷- (۳ نمره) با توجه به روابط زیر، تابع G را بر حسب A و B و C و D به صورت SOP ساده کنید.

$$F = A'B' + B'C'D' + A'CD + ABC'$$

$$H = (A + D)(C + D)(A + B + C)(A + B' + C')$$

$$G = F \oplus H$$

پاسخ:

ابتدا برای هر کدام از دو تابع F و H یک جدول کارنو رسم می‌کنیم و سپس با XOR کردن خانه به خانه دو جدول یک جدول کارنو برای G به دست می‌آوریم و آن را ساده می‌کنیم.

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	1	1	1
	01	0	0	1	0
	11	1	1	0	0
	10	1	0	0	0

F

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	0	0	1	0
	01	0	1	0	0
	11	0	1	1	1
	10	0	1	1	1

H

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	1	0	1
	01	0	1	1	0
	11	1	0	1	1
	10	1	1	1	1

G

$$G = B'C' + B'D' + AD' + AC + A'BD$$

۸- (۲ نمره) فرض کنید محتوای یک پیام ۱۰۱۱۰۱۱۱۰۰۰ است. آن را با سیستم کدگذاری ۱۵ بیتی همینگ (Hamming) کد کنید.

پاسخ:

ابتدا جایگاه بیت‌های parity را مشخص می‌کنیم که درجدول زیر با قرمز مشخص شده است. سپس مقدار هر بیت پریته را با روش زیر پیدا می‌کنیم.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
P ₁	P ₂	D ₃	P ₄	D ₅	D ₆	D ₇	P ₈	D ₉	D ₁₀	D ₁₁	D ₁₂	D ₁₃	D ₁₄	D ₁₅
1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0

$$P_1 = \text{XOR}(D_3, D_5, D_7, D_9, D_{11}, D_{13}, D_{15}) = \text{XOR}(1, 0, 1, 0, 1, 0, 0) = 1$$

$$P_2 = \text{XOR}(D_3, D_6, D_7, D_{10}, D_{11}, D_{14}, D_{15}) = \text{XOR}(1, 1, 1, 1, 1, 0, 0) = 1$$

$$P_4 = \text{XOR}(D_5, D_6, D_7, D_{12}, D_{13}, D_{14}, D_{15}) = \text{XOR}(0, 1, 1, 1, 0, 0, 0) = 1$$

$$P_8 = \text{XOR}(D_9, D_{10}, D_{11}, D_{12}, D_{13}, D_{14}, D_{15}) = \text{XOR}(0, 1, 1, 1, 0, 0, 0) = 1$$

کد همینگ برابر با عدد داده شده برابر است با ۱۱۱۱۰۱۱۱۰۱۱۱۰۰۰