

10 decimal	2 binary	8 octal	16 Hexadecimal = Hex
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

مبنای ۲ (دودویی = binary)

$$(01100110)_2 = (146)_8$$

Hex: 0, 1, ..., 9, A, B, C, D,

E, F

$$(10)_{16} = 16$$

$$(2F)_{16} = 2 \times 16 + 15 = 47$$

$$\underbrace{1000}_8 \underbrace{1101}_D \underbrace{0110}_6 \underbrace{.1101}_D \underbrace{1000}_8 = (8D6.D8)_{16}$$

مثال: عدد $(7405)_8$ را به مبنای ۱۶ ببرید.

$$\begin{array}{r} 7405 \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ \underbrace{111}_F \underbrace{100}_0 \underbrace{000}_5 \underbrace{101} \\ = (F05)_H \end{array}$$

جمع $14+23$ را در مبنای ۲ انجام دهید.

هر عدد را با ۶ بیت نمایش دهید.

رقم نقلی

$$\begin{array}{r} 10 \\ 11 \\ 65 \\ + 47 \\ \hline 2 \end{array}$$

Carry

مثال: ضرب 6×3 را در مبنای ۲

$$6 \times 5$$

$$\begin{array}{r} 110 \\ \times 101 \\ \hline 110 \\ 110 \\ \hline 11110 = 30 \end{array}$$

نیاز } نمایش اعداد منفی
 انجام عمل تفریق با استفاده از جمع

$$12 - 5 = 12 + (-5) = 7$$

↑ علامت تفریق
 ↑ منهای = مقل

توجه: در یک سیستم دیجیتال، برای نمایش اعداد، برای تعداد رقم‌ها محدودیت داریم. (N)

در مبنای ۲، هر عدد دارای N رقم است و عددی بین ۰ تا $2^N - 1$ را نمایش می‌دهد.

مثال: $N=4$ ، مبنای ۱۰، ۰۰۰۰، ۰۰۰۱، ۰۰۰۲، ...، ۹۹۹۹

مقل (compliment) فعلاً اعداد اعشاری را در نظر نمی‌گیریم.

مقل r عدد $A \leftarrow$

$$C_r(A) = r^N - A$$

C_r : تابعی است که به هر عدد نامنفی A ، یک عدد مثبت $C_r(A)$ نسبت می‌دهد [بین ۱ تا r^N]

مثلاً در مبنای ۱۰ ($r=10$)، اگر تعداد رقم‌های قابل نمایش $N=3$ باشد، اعداد از ۰ تا ۹۹۹ را داریم و مقل ۱۰ این اعداد از ۱ تا ۱۰۰۰ هستند. مثلاً مقل ۱۰ عدد ۱۶:

$$C_{10}^{(16)} = 10^3 - 016 = 1000 - 016 = 984$$

به جایی تفریق $A-B$ می‌توان A را با مقل B جمع کرد.

$$A + C_r(B) = A + (r^N - B) = (A - B) + r^N$$

$N=3$

۰۰۰

۹۹۹

$$r^N = 10^3 = 1000$$

بیانتر "۱" اضافی (End carry) است که در جمع

مقل r ، از آن صرف نظر می‌کنیم.

مقل $r-1$ برای عدد A : مقل نقصانی

diminished complement

$$C_{r-1}(A) = (r-1)^N - A$$

$r-1$ مینه یک عدد N رقمی است که همه رقم‌هایش $(r-1)$ هستند.

$$\begin{array}{rclcl} r=10 & 10^3-1 & r^N-1=2^3-1 & 000 & N=3 \\ N=3 & =999 & =7 & 111 & \\ & & 111 & & \end{array}$$

$$(r^N - 1) = \underbrace{(r-1)(r-1) \dots (r-1)}_{N \text{ بار } (r-1) \text{ در } N \text{ رقم}}$$

مثال: $r=10$ $N=3$

$$10^3 - 1 = 999$$

$$\begin{array}{r} 10^3 - 1 = 999 \\ \text{بستم فرضی} \rightarrow \text{بorrow} \quad \begin{array}{r} 1000 \\ - 1 \\ \hline 999 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 999 \\ - 217 \\ \hline 782 \end{array}$$

مکمل $(r-1)$ عدد 217 را حیات کنید
 $N=3$ $10-1$

$$\begin{array}{c|c} 0 & 9 \\ \hline 1 & 8 \\ 2 & 7 \\ 3 & 6 \\ 4 & 5 \end{array}$$

مکمل 9

مکمل 2-1
مکمل 1

one's complement

$$0 \uparrow 1$$

مبنای 2

$$C_r(A) = C_{r-1}(A) + 1$$

مکمل r:

مکمل $r-1$ هر عدد نامنفی، یک مقدار نامنفی $C_{r-1}(A)$ بری گرداند:

$$C_{r-1}(A) = (r^N - 1) - A$$

مثال: $r=10$ ، $N=3$ تفریق $56 - 29$ را انجام دهید

$$56 - 29 = 056 + C_9(29) = 056 + 970 = 1026$$

$$\begin{array}{r} 999 \\ - 029 \\ \hline 970 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 026 \\ + 1 \\ \hline 027 \end{array}$$

اثبات:

$$A + C_{r-1}(B) = A + [(r^N - 1) - B] = (A - B - 1) + r^N$$

r^N (یک "1" است و N تا صفر) ←

$$(A - B - 1) + 1 = A - B$$

$$99 - 0 = 99 = -0 \quad +0 = 00$$

$$100 - 0 = \cancel{X}00$$

مکمل $(r-1)$ عدد صفر ($N=2$)
مکمل r ($N=2$) $\approx \approx$

$$45 - 45 = 0$$



$$\begin{array}{r} 99 \\ - 45 \\ \hline 54 \end{array}$$

$$45 + \underline{54} = 99 = -0$$

$$0101 = +5$$

$$1010 = -5$$

$$00 \rightarrow 99$$

$$01 \rightarrow 98$$

⋮

$$\begin{array}{r} 1111 \\ 0101 \\ \hline 1010 \end{array}$$