



مدارهای منطقی

نام و نام خانوادگی:

شماره دانشجویی:

آزمون میان ترم اول - آذر ۱۴۰۱

دانشکده مهندسی کامپیوتر

زمان آزمون: ۷۵ دقیقه

۱- (۱ نمره) معادله زیر در کدام مبنا برقرار است؟

$$21 + 13 + 10 + 32 = 120$$

پاسخ: مبنای ۶

$$2r + 1 + r + 3 + r + 3r + 2 = r^2 + 2r \Rightarrow (r - 6)(r + 1) = 0 \Rightarrow r = 6$$

۲- (۲ نمره) ۱۰۱۱۱ نمایش یک عدد به صورت علامت-مقدار است و ۱۱۰۱۱ نمایش عدد دیگری به صورت مکمل دو است. الف- معادل دهدهی هر یک از این دو عدد را بنویسید.

ب- نمایش حاصل جمع این دو عدد به صورت مکمل یک چیست؟

پاسخ: ۵، ۰ نمره برای هر پاسخ درست، ۵، ۰ نمره برای این که حاصل جمع درست باشد.

Signed-Magnitude: $(10111)_2 = (-7)_{10}$

2's Complement: $(11011)_2 = -(00101)_2 = (-5)_{10}$

1's Complement: $(-12)_{10} = -(01100)_2 = (10011)_2$

۳- (۲ نمره) تابع زیر را به کمک قوانین جبر بول تا جای ممکن ساده کنید.

$$f(x, y, z) = x(x \oplus y) + xz(x + \bar{y})$$

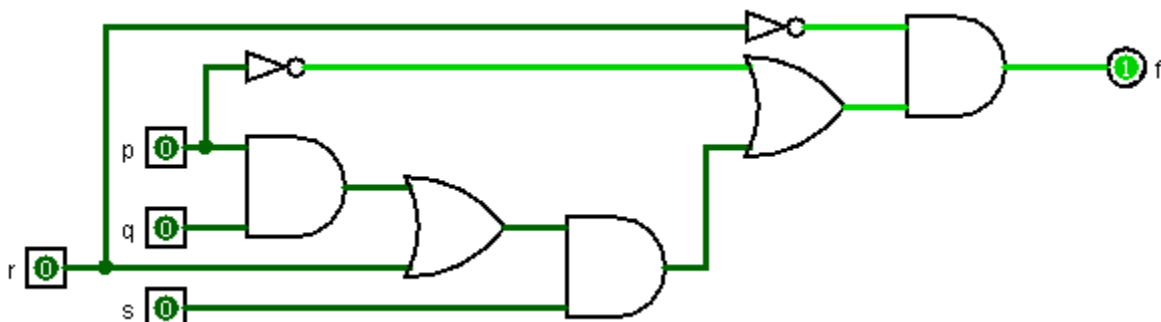
پاسخ:

$$f(x, y, z) = x(xy' + x'y) + xz + xy'z = xy' + x(z + y'z) = xy' + xz$$

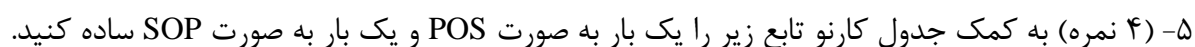
۴- (۳ نمره) مدار لازم برای ساخت تابع زیر را رسم کنید و سپس آن را طوری تغییر دهید که در ساخت آن فقط از گیت‌های NAND استفاده شود.

$$f(p, q, r, s) = [(pq + r)s + \bar{p}]\bar{r}$$

پاسخ: مدار اولیه:



مداری که فقط با گیت‌های NAND ساخته شده:



پاسخ:

| ab \ cd | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---------|----|----|----|----|
| 00 | 0 | 0 | x | x |
| 01 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 11 | x | 1 | 1 | 0 |
| 10 | 1 | 1 | x | 0 |

$$\begin{aligned} f(a, b, c, d) &= ac' + a'c + ab \\ &= ac' + a'c + bc \end{aligned}$$

یاسخ:

راه‌حل اول: این یک راه‌حل ابتکاری است که یکی از دانشجویان در برگهٔ آزمون خود نوشته است:

می‌دانیم که اگر بیت کم‌ارزش (e) صفر باشد، عدد یا صفر است یا زوج، در نتیجه اول نیست. بنابراین می‌توانیم یک جدول درستی با ۱۶ سطر رسم کنیم، سه بیت پرارزش را به ورودی‌های انتخاب مولتی‌پلکسر وصل کنیم و ورودی‌های I_0 تا I_7 را برحسب بیت دیگر تعیین کنیم. در نهایت می‌توانیم بیت کم‌ارزش را به ورودی فعال‌ساز (Enable) مولتی‌پلکسر وصل کنیم یا نقیض آن را با خروجی مولتی‌پلکسر and کنیم.

$$\begin{array}{cccc} I_0 = d & I_1 = 1 & I_2 = d & I_3 = d' \\ I_4 = 1 & I_5 = d & I_6 = 0 & I_7 = 1 \end{array}$$

| a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

راه حل دوم:

ابتدا جدول درستی را رسم می کنیم و سپس ورودی های مولتی پلکسر را از روی آن به دست می آوریم. فرض می کنیم ورودی های a و b و c را به ترتیب به ورودی های s2 و s1 و s0 مولتی پلکسر وصل کرده ایم. خروجی های مولتی پلکسر را I0 تا I7 می نامیم.

$$I_0 = d$$

$$I_1 = e$$

$$I_2 = de$$

$$I_3 = d'e$$

$$I_4 = e$$

$$I_5 = de$$

$$I_6 = 0$$

$$I_7 = e$$

۷- (۴ نمره) با استفاده از یک encoder مداری طراحی کنید که جزء صحیح $\log_2 n$ را به دست آورد. فرض کنید n یک عدد ۸ بیتی غیر صفر است. بنا به نیاز می توانید encoder را اولویت دار یا بدون اولویت در نظر بگیرید. پاسخ: میتوانیم عدد ۸ بیتی را به ورودی های یک priority encoder متصل کنیم و اولویت را به بیت های ارزش بالاتر بدهیم. به این ترتیب خروجی شماره ۸ ارزشترین بیتی را که ۱ باشد نشان می دهد که در واقع همان جزء صحیح لگاریتم عدد ورودی است.

موفق باشید