

سوال ۱:

الگوریتمی ارائه کنید که پس از ورودی گرفتن یک آرایه n عضوی، تعداد اعضای بزرگ‌ترین زیر آرایه‌ای که مجموع عناصر آن برابر صفر است را در زمان خطی خروجی دهد (فرض کنید بزرگ‌ترین عدد داخل آرایه‌ی ورودی برابر k است).

پاسخ: فرض کنید آرایه B به عنوان ورودی داده می‌شود. آرایه خالی A به اندازه‌ی $n \cdot k$ تعریف و روی اعضای آرایه‌ی B پیمایش می‌کنیم. در هر پیمایش، مجموع عناصر پیمایش شده را بدست می‌آوریم. فرض کنید مجموع بدست آمده sum باشد. در صورتی که $A[sum]$ پر بود، آنگاه تفریق شماره‌ی خانه‌ای که روی آن در آرایه B قرار داریم، با $A[sum]$ طول یکی از زیر آرایه‌های مورد نظر خواهد بود. در این صورت کافیهست در متغیری به نام $maxlen$ بزرگ‌ترین طول زیر آرایه با شرایط ذکر شده را نگه داریم و در صورت نیاز مقدار آن را تغییر دهیم. در صورتی که $A[sum]$ خالی بود، آنگاه شماره‌ی خانه‌ای که در آرایه‌ی B قرار داریم را داخل آن می‌نویسیم. در انتها متغیر $maxlen$ حاوی عدد خروجی خواهد بود.

سوال ۲:

در جدول درهم‌سازی با استفاده از روش واریسی خطی، تابع درهم‌سازی برای جدولی با اندازه ۹ به صورت زیر است:

key	A	B	C	D	E	F	G	H	I
hash	۱	۱	۴	۰	۴	۵	۱	۱	۷

اگر جدول درهم‌سازی در ابتدا تهی باشد، به چند حالت می‌توان این عناصر را در جدول درج کرد تا در نهایت جدول زیر تولید شود؟

i	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
T(i)	D	A	B	H	C	E	G	I	F

پاسخ:

$$\text{hash}(A) = 1, \text{hash}(B) = 1, \text{hash}(H) = 1$$

$$T(1) = A, T(2) = B, T(3) = H$$

با توجه به روابط بالا، ترتیب این ۳ حرف مشخص می‌شوند.

$$\text{hash}(C) = 4, \text{hash}(E) = 4, \text{hash}(G) = 1$$

$$T(4) = C, T(5) = E, T(6) = G$$

با توجه به روابط بالا، G بعد از ۵ حرف A, B, C, E, H باید باشد و C قبل از E قرار می‌گیرد. در نتیجه جایگشت‌های متفاوت ۶ حرف ذکر شده، به صورت $C(2, 5)$ بدست می‌آید (۲ مکان از ۵ مکان ممکن انتخاب شده و با توجه به ترتیب آن‌ها C و E قرار می‌گیرند). با توجه به روابط ذکر شده، A, B, H در ۳ مکان باقی مانده جایشان مشخص خواهد شد). در نتیجه ۱۰ حالت متفاوت برای قرارگیری این ۶ حرف وجود دارد. حرف I در بین هر یک از ۶ حرف قبلی می‌تواند قرار بگیرد. در نتیجه، ۷ حالت متفاوت برای این حرف داریم. جایگاه حرف F در بعد از ۷ حرف قبلی مشخص است. در نهایت حرف D در بین هر یک از ۸ حرف قبلی می‌تواند قرار بگیرد و ۹ حالت متفاوت شکل خواهد گرفت. در نتیجه به $9 \cdot 10 \cdot 7 = 630$ حالت ممکن عناصر را می‌توان در جدول درج کرد.