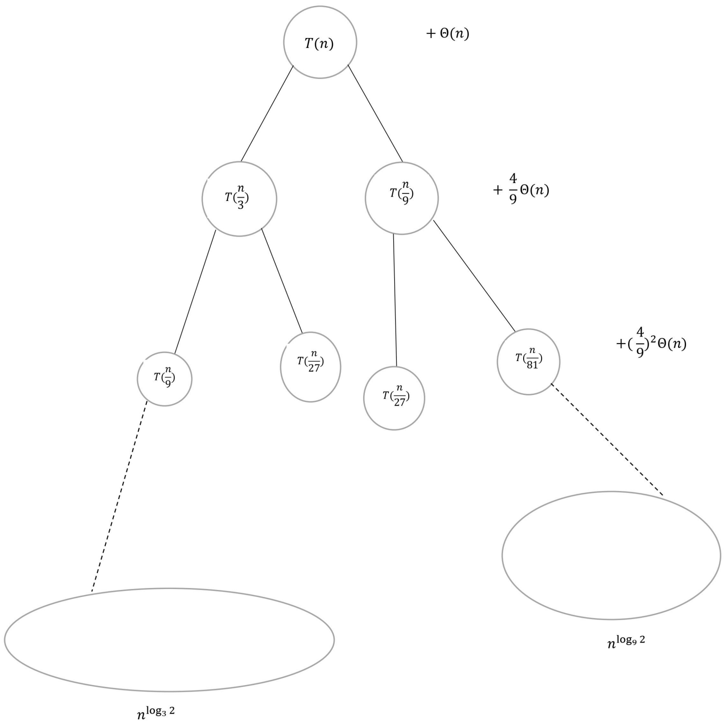
به نام خدا
کوئیز اول درس ساختمان داده‌ها و الگوریتم
مدرس: مهدی صفرنژاد ـ ۲۲ مهر ۱۴۰۰
زمان پاسخگویی: ۳۰ دقیقه زمان آپلود: ۱۵ دقیقه

سوال ۱:

درخت مربوط به رابطه‌ی بازگشتی زیر را بکشید و پیچیدگی زمانی آن را بدست آورید.

$$T(n) = T(\frac{n}{3}) + T(\frac{n}{9}) + \theta(n)$$



این درخت از دو طرف باز می‌شود. در نتیجه برای $T(n)$ می‌توان یک کران بالا و یک کران پایین تعیین کرد. می‌دانیم مقداری که هر دفعه به درخت اضافه می‌شود مقداری بین c_2n و c_1n است. در نتیجه خواهیم داشت:

$$T(n) \leq n^{\log_3 2} + c_2n(1 + \frac{4}{9} + (\frac{4}{9})^2 + \ldots) \implies T(n) \leq n^{\log_3 2} + c_2'n \implies T(n) \in O(n)$$
$$T(n) \geq n^{\log_9 2} + c_1n(1 + \frac{4}{9} + (\frac{4}{9})^2 + \ldots) \implies T(n) \geq n^{\log_9 2} + c_1'n \implies T(n) \in \Omega(n)$$

در نتیجه:

$$T(n) \in \theta(n)$$

سوال ۲:

آرایه $w[1..n]$ داده شده است. آرایه idx به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$idx[i] = min\{j : i < j \leq n \ \wedge \ w[j] \geq w[i]\}$$

در واقع کوچک‌ترین اندیس خانه‌های بعدی آرایه که مقدار آن از $w[i]$ بزرگ‌تر است درون $idx[i]$ قرار می‌گیرد. شبه کدی بنویسید که آرایه‌ی idx را در مرتبه زمانی $O(n)$ بسازد.

```
procedure ALG(A[1..n], idx[1..n])
    idx[n] = −1
    for i=n − 1 to 1 do
        j = i + 1
        while w[i] > w[j] ∧ j ≠ −1 do
            j = idx[j]
        end while
        idx[i] = j
    end for
end procedure
```