

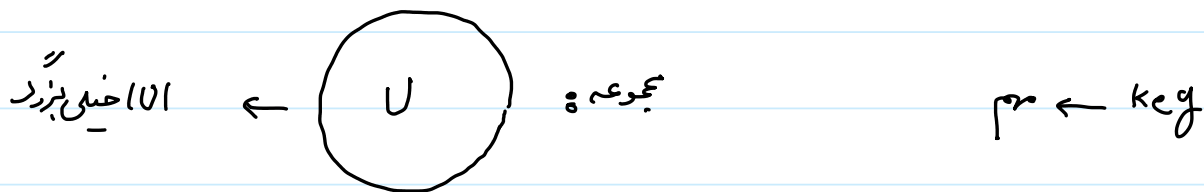
موضوع: درهم سازی - ۲

Map : (key, value)

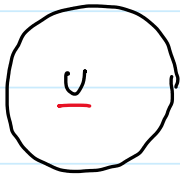
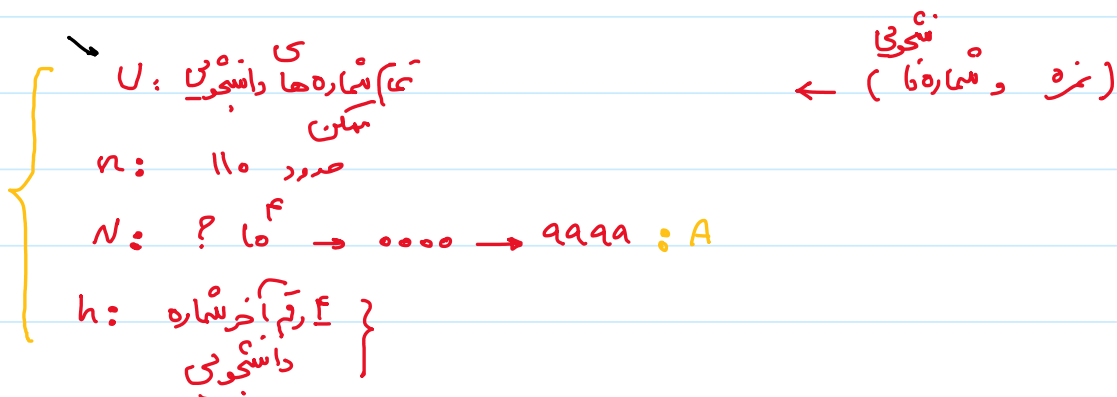
: insert(key, value)

: search(key)

: delete(key)



جدول درهم سازی:

تعداد کلیدهایی که استفاده می شوند:  $n$ \* تابع هاش:  $h: U \rightarrow [0, \dots, N-1]$ \* آرایه  $A$  به  $N = |A|$   $A[0, \dots, N-1]$ برای دج دوتایی با کلید  $x$ ، آن را در  $A[h(x)]$  ذخیره کنیم.collision: ۲ کلید مختلف به یک خانه می شوند:  $x \neq y \rightarrow h(x) = h(y)$

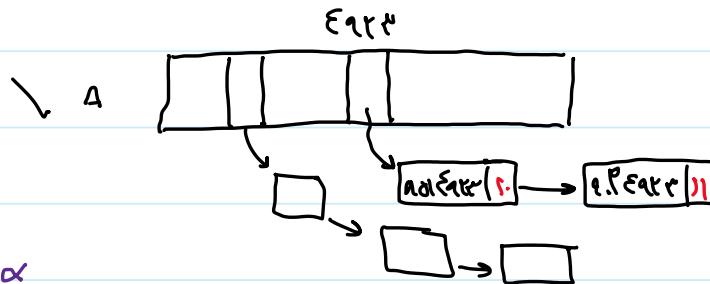
$$10 \quad \overbrace{18514923} \quad \overbrace{9024923} \quad 11$$

↘ 4923 ↗

\* تابع درهم سازی باید خوب باشد.

تابع درهم سازی ایده آل: ارید کلید رندم از A انتخاب کنیم با احتمال یکسان

به هر خانه برود.



$\alpha = \frac{n}{N} \leftarrow$  فاکتور load

ایراد روش زنجیره بندی: غیر آرایه A نیاز به استفاده از حافظه اضافه داریم

Open Addressing: تمام عناصر حتی در صورت تصادم هم در A ذخیره شوند.

روش‌های مبتنی بر آدرس دهی باز:

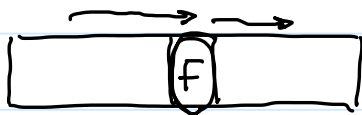
\* Linear probing (روایی خطی): ابتدا  $h(x)$  را چک می‌کنیم، اگر نشد،  $h(x)+1$ ،  $h(x)+2$ ، ... تا جایی که پیدا کنیم.

11	41	22	44	59	32	31	73	$h(x) = x \times 13$
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
<u>5</u>	2	9	6	7	8	10	11	

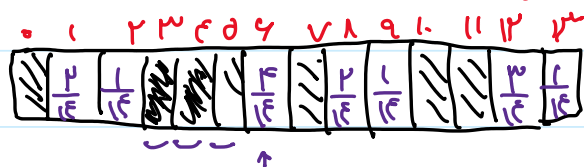
زمان درج:  $O(n)$

جستجو: از  $h(x)$  شروع کنیم جلو برویم تا یا به کلید  $x$  برسیم یا به خانه خالی  $N > n$

جستجو: از  $h(x)$  شروع کنیم جلو برویم یا با به کد  $x$  برسیم یا به خانه خالی  
حذف: مثل جستجو  $\leftarrow F$



مسئله خروشه بندی Primary clustering:



با فرض یک نداشتن آری یک کد تصادفی از  $U$  انتخاب کنیم، با احتمال بیشتر  
کدام خانه تراسی لیدد؟



\* کلاسترهای بزرگ ایجاد می شود و در مراحل بعدی این کلاسترها با احتمال  
بیشتری بزرگ می شود.

قضیه [دو اثبات]: متوسط عملیات جستجوی ناموفق

$$\frac{1}{p} \left[ 1 + \frac{1}{1 - \alpha^2} \right]$$

$$\frac{1}{p} \left[ 1 + \frac{1}{1 - \alpha} \right]$$

$$\frac{1}{p} \left[ 1 + \frac{1}{1 - \alpha} \right]$$

$$\frac{1}{p} \left[ 1 + \frac{1}{1 - \alpha} \right]$$

$$\frac{1}{p} \left[ 1 + \frac{1}{1 - \alpha} \right]$$

\* روش وارمی مربعی Quadratic Probing:

$h(x)$  و  $h(x) + 1$  و  $h(x) + 4$  و  $h(x) + 9$  و ...

$$h(n) = 2^3 \quad \text{و} \quad \underline{n = 31}$$

... و 1 و 27 و 24 و 23

مسئله secondary clustering :

$$h(n) = 1$$

$$n = 8$$

5، 2، 1، 2 و 5 و 2، 1

\* ممکن است اندازه  $N$  به شکلی باشد که تعداد کدوی خانه بررسی شوند

پیشنهاد برای حل این مشکل :  $\leftarrow N$  را عدد اول انتخاب کنیم.

قضیه : اگر  $N$  عدد اول باشد، حداقل  $\left\lceil \frac{N}{2} \right\rceil$  از خانه ها واری می شوند.

$$n < 2n \quad \leftarrow \quad \frac{1}{2} > \alpha \quad \leftarrow \quad \text{حتماً خانه خالی پیدا می شود.}$$

$$\begin{array}{ccccccc} h(n) & h(n)+1 & h(n)+2 & \dots & (h(n)+i^2) \% N \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\ 0 & 1 & 2 & & i \end{array}$$

\* فرض کنید در خط نادرش به یک خانه رسیدیم

$$\underline{h(n) + i^2} = \underline{h(n) + j^2} \quad \leftarrow$$

$$(j^2 - i^2) \% N = 0$$

$$\Rightarrow (j-i)(j+i) \% N = 0$$

$\underbrace{\hspace{2cm}}_{\text{تجزیه از } N} \quad \downarrow$

بر  $N$  بخش پذیر نیست

$N$  عدد اول است!

$n$  عدد اول است!

تعداد  $n$  ↓

بر  $n$  بخش پذیر است

$$n \geq n + z \rightarrow$$

$$n + z \leq \frac{n}{2}$$

اولین خاتمه تکراری بعد از حاصل  $\frac{n}{2}$  واریس رخ می دهد. ☒