



ساختمان داده‌ها و طراحی الگوریتم‌ها

نیم‌سال اول ۰۳-۰۴

مدرس: دکتر آبام

دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

زمان آزمون: ۶ دی

لیست - صف - پشته، درخت‌ها

تمرین سری اول

مسئله‌ی ۱.

نشان دهید یک صف را تنها با استفاده از دو پشته می‌توان طوری پیاده‌سازی کرد که هزینه سرشکن هر عمل enqueue و dequeue از $O(1)$ باشد.

مسئله‌ی ۲.

منظور از عمل getMin برگرداندن کوچکترین عنصر و getMax برگرداندن بزرگترین عنصر در داده‌ساختار است.

الف) داده‌ساختاری شبیه پشته ارائه دهید که اعمال Push و Pop و getMin و getMax را در زمان سرشکن $O(1)$ انجام دهد.

ب) داده‌ساختاری شبیه صف ارائه دهید که اعمال enqueue و dequeue و getMin و getMax را در زمان سرشکن $O(1)$ انجام دهد.

مسئله‌ی ۳.

نشان دهید می‌توان با استفاده از یک آرایه و حافظه‌ی اضافی $O(1)$ دو پشته را پیاده‌سازی کرد. (توجه کنید که زمانی یک پشته نمی‌تواند عمل Push را انجام دهد که کل آرایه پر شده باشد)

مسئله‌ی ۴.

یک deque داده‌ساختاری مانند صف است با این تفاوت که عمل درج و حذف از هر دو طرف در آن صورت می‌گیرد. داده ساختار deque را با استفاده از یک آرایه پیاده‌سازی کنید بدین صورت که چهار رویه با زمان اجرای $O(1)$ بنویسید که اعمال درج و حذف عنصر از دو طرف را انجام دهند.

مسئله‌ی ۵.

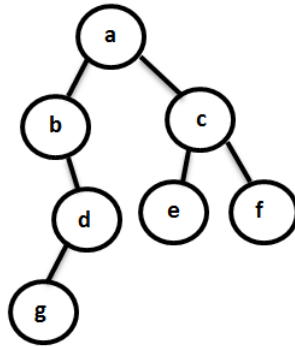
پیش پردازشی از $O(n \log n)$ روی یک درخت ریشه‌دار اجرا کنید که بتوان پرسمان زیر را در $O(1)$ پاسخ داد: آیا گره‌ی u از اجداد گره‌ی v هست یا خیر؟

مسئله‌ی ۶.

هرم کمینه‌ای شامل n عدد داریم. روشی ارائه دهید که بتواند به پرسش زیر در $O(i)$ پاسخ بدهد: آیا i امین کوچکترین عدد از x بزرگتر است یا خیر؟

مسئله‌ی ۷.

درخت زیر را به شکل درخت چپ‌ترین فرزند-برادر راست (درخت دودویی معادل) تغییر دهید و سپس پیمایش میان‌ترتیب آن را به دست آورید. این پیمایش مشابه چه پیمایشی در درخت اصلی است؟ ادعای خود را در حالت کلی ثابت کنید.



مسئله ۸.

برای عبارت $((((ab) * c) + d)((e/g)/h))$

الف) درخت عبارت رسم کنید.

ب) پیمایش پیش‌ترتیب، میان‌ترتیب و پس‌ترتیب بنویسید.

مسئله ۹.

زبان A از n کلمه و زبان B از m کلمه تشکیل شده است. حروف به کار رفته در کلمات این دو زبان از مجموعه حروف الفبای فارسی است. بنابراین حداکثر ۳۲ حرف داریم. می‌دانیم طول هر کلمه در هر دوی این دو زبان حداکثر ۱۰۰ حرف است. می‌گوییم کلمه‌ی w در زبان X یافت می‌شود اگر و فقط اگر کلمه‌ای مانند S در X وجود داشته باشد که w پیشوند S باشد. الگوریتمی از مرتبه‌ی $O(m + n)$ ارائه دهید که همه‌ی کلماتی از زبان B را که در زبان A یافت می‌شوند، چاپ کند.

مسئله ۱۰.

ثابت کنید اگر $T(n)$ زمان پیمایش درخت دودویی با n رأس باشد، برای هریک از پیمایش‌های پیش‌ترتیب، میان‌ترتیب و پس‌ترتیب ثابت کنید $T(n) \in \Theta(n)$.

مسئله ۱۱.

فرض کنید T یک درخت دودویی کامل با n گره و به ارتفاع $\log n$ است. می‌خواهیم مسیر ساده‌ای بین یک رأس v به یک رأس u پیدا کنیم. گره‌های u و v داده شده‌اند و می‌دانیم که هر گره از این درخت به گره‌های فرزند و گره‌ی پدر دسترسی دارد. این کار را با چه مرتبه‌ای می‌توان انجام داد؟

مسئله ۱۲.

یک درخت دودویی $T = (V, E)$ به همراه یک آرایه‌ی x که به هر گره‌ی درخت یک عدد نسبت می‌دهد به ما داده شده است. آرایه‌ی جدید z را این‌گونه بسازید که برای هر $u \in V$ ، $z[u]$ برابر ماکسیمم مقدار x در میان نوادگان u (descendants) باشد. الگوریتمی خطی ($O(n)$) ارائه دهید تا آرایه‌ی z را تماماً حساب کند.

مسئله ۱۳.

داده ساختاری طراحی کنید که درج عنصر، حذف عنصر و پیدا کردن میانه در آن از $O(\log n)$ باشد. (از داده‌ساختار هیپ کمک بگیرید.)