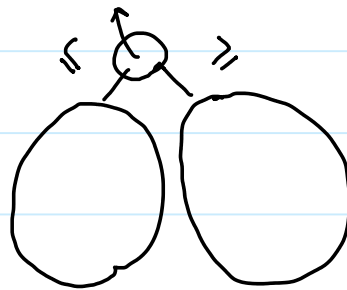
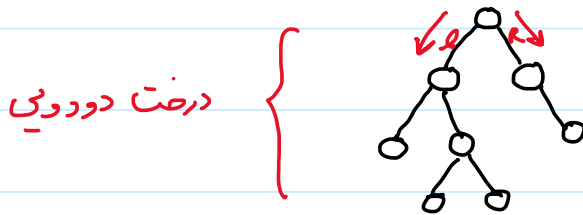
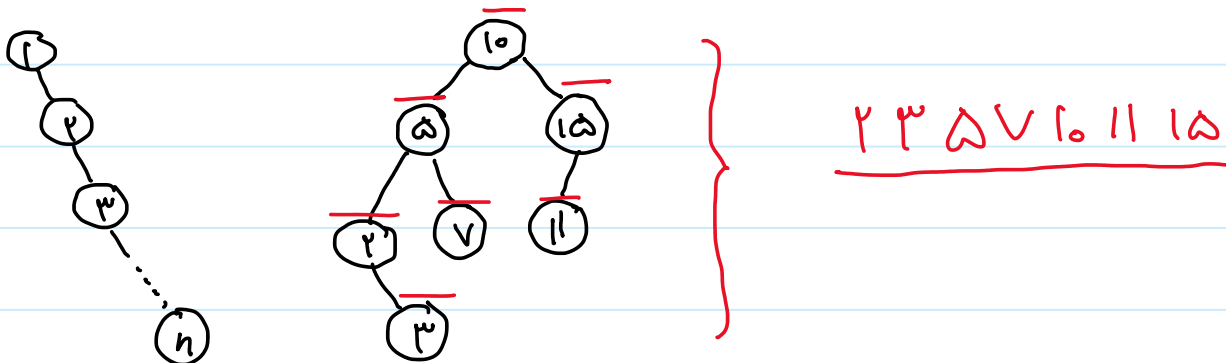


درخت دودویی جستجو . BST درج



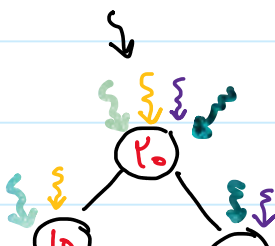
درخت دودویی جستجو

مثال:

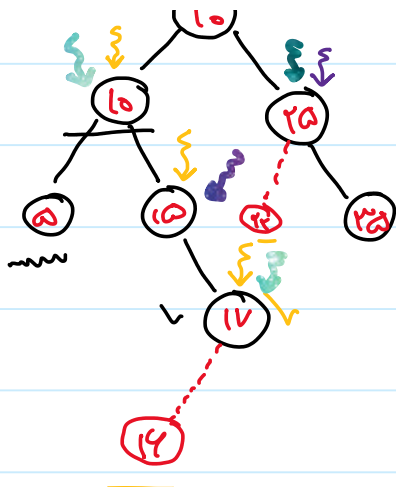


\* پیاس میان ترتیب یک درج ، اعداد را به صورت مرتب به خروجی دهد .  
\* برای بازیابی درخت تنها یک پیاس Pre... یا Post کافی است .

عملیات درج ، جستجو و حذف :



جستجو :  $find(17)$

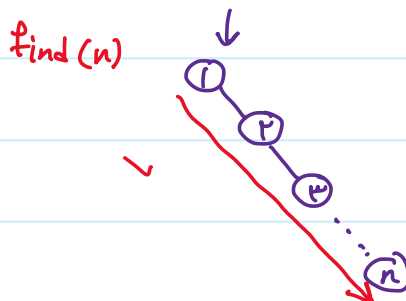


جستجو :  $\text{find}(17)$  +

$\text{find}(22)$  -

زمان  $O(h)$

$h$  : ارتفاع درخت



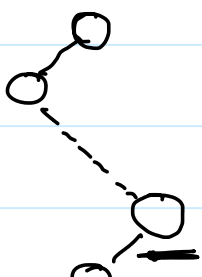
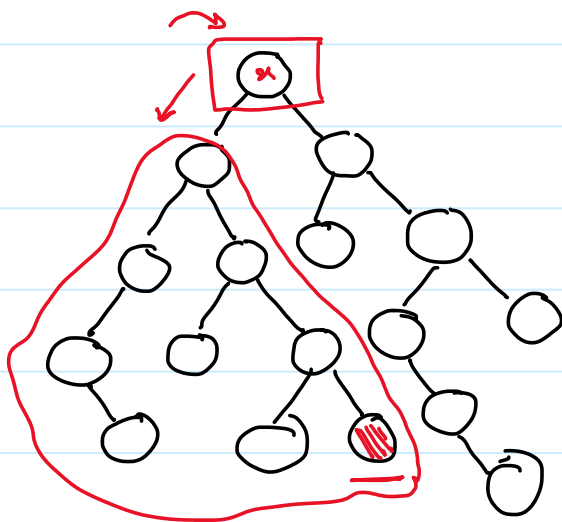
دبج :  $\text{insert}(12)$

$\text{insert}(22)$

زمان دبج :  $O(h)$

\* مقدار دبج شده همیشه در یک برگ قرار می‌گیرد.

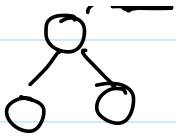
حذف از دبج :



بزرگترین عنصر زیر درخت چپ :  $\text{Pre}(x)$  ✓

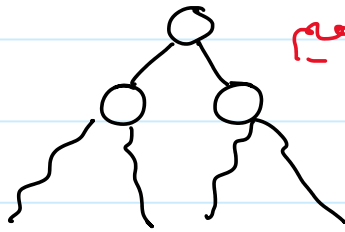
کوچکترین عنصر راست :  $\text{Post}(x)$  ✓

$\text{Pre}$  و  $\text{Post}$  ممکن است برگ نباشند.



:  $delete(x)$

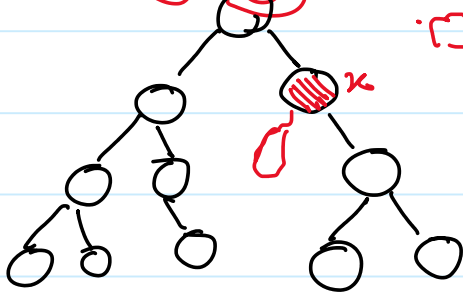
\*  $x$  برگ باشد : حذفش می کنیم و پدیده، هپی  
\*  $x$  برگ نباشد:



$Pre(x)$  را پیدا می کنیم و جای  $x$  قرار می دهیم  
← اگر  $Pre(x)$  برگ نبود؟ ← راس مربوط به  
 $Pre(x)$  را به طور بازگشتی حذف می کنیم  
آیا ممکن است  $Pre(x)$  نداشته باشیم؟  
← ورنه چپ نداشته باشد:



$Post(x)$  را پیدا می کنیم و جای  $x$  قرار می دهیم  
← اگر  $Post(x)$  برگ نبود، راس مربوط به  
 $Post(x)$  را به طور بازگشتی حذف می کنیم.  
چون  $Pre$  و  $Post$  نباشد  
← برگ.



\* پیمایش میان ترتیب یک  $BST$ ، تولید دنباله مرتب می کند.

الگوریتم مرتب سازی با استفاده از  $BST$  :

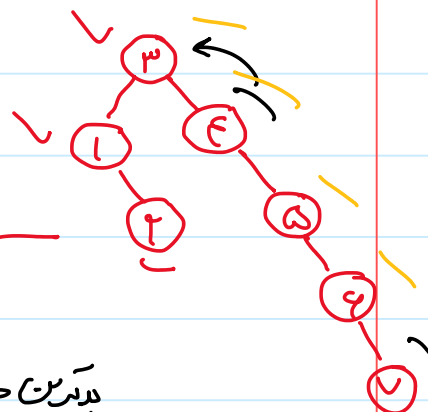
اعداد را در یک  $BST$  درج کنند و سپس یک بهاسر  $inorder$  (یا  $dfs$ )

اعداد را در یک BST درج کنید و سپس یک پیماش inorder انجام دهید

۳ ۴ ۱ ۲ ۵ ۶ ۷

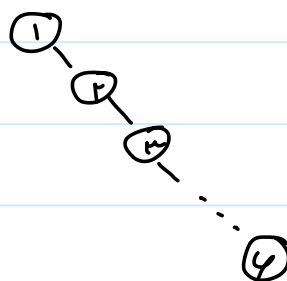
۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

: inorder



درترین حالت: ورودی مرتب شده به صورت صعودی یا نزولی باشد:

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶  
۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱



تعداد مقایسه‌ها:  $0 + 1 + 2 + \dots + n - 1$

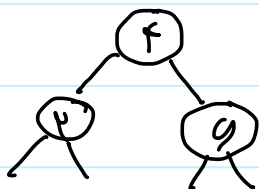
$$= \frac{n(n-1)}{2}$$

$$O(n^2)$$

بهترین حالت: ۷ ۵ ۳ ۱ ۲ ۴

← ارتفاع درخت  $O(\log n)$

کل مقایسه‌ها  $O(n \log n)$



← **alike**

متوسط ۵

\* ورودی اعداد ۱ تا n هستند \*

\* تمام n حالت مختلف احتمال یکسان دارند.

ورودی → ۳ ۴ ۱ ۲ ۵ ۶ ۷

سوال: آیا ۱ از اجزای ۵ هست؟ عدد ۳، ۱ را جدا می‌کند



سوال : آیا  $x$  از اعداد  $y$  هست؟

+  $x$  قبل از  $y$  آمده باشد.

+ هیچ عددی بین  $x$  و  $y$  ، قبل از  $x$  نبوده باشد.

۳ ۱۵ ۲

۳ قبل از ۱۵ آمده باشد.

۳ قبل از ۴، ۵، ...، ۹ آمده باشد

اگر ۳ اولین عدد در بازه  $[۱۵, ۳]$  باشد که در ورودی

ظاهر می شود.

+  $x$  اولین عدد در بازه اعداد  $[y, x]$  باشد که در ورودی آمده.

مشاهده : در طول الگوریتم، هر عنصر تنها با اعداد خود مقایسه می شود

سوال : متوسط تعداد اعداد عدد  $x$  ؟  $(۱ \dots n)$

\* احتمال این که  $y$  از اعداد  $x$  باشد؟

اگر  $y$  اولین عدد در بازه  $[y, x]$  باشد که در ورودی آمده.

$$\left\{ \frac{1}{|y-x|+1} \right\} \leftarrow \text{احتمال}$$

$$\frac{1}{15-2+1} \quad ? \quad \frac{2}{2} \quad ۵ \text{ از اعداد } ۲ \quad ۸$$

$$\frac{1}{|1-2|+1} \quad \frac{1}{|2-2|+1} \quad \frac{1}{|3-2|+1} \quad \frac{1}{|4-2|+1} \quad \frac{1}{|5-2|+1}$$

متوسط تعداد اجزای  $n$  ؟

$$\sum_{\substack{y=1 \\ y \neq n}}^n \frac{1}{|y-n|+1} = \frac{1}{|1-n|+1} + \frac{1}{|2-n|+1} + \dots$$

$$= \frac{1}{n} + \frac{1}{n-1} + \frac{1}{n-2} + \dots + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots$$

$$\leq 2 \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right] = \Theta(\log n)$$

هر عنصر به طور متوسط  $\Theta(\log n)$  عنصر مقایسه می شود.

زمان متوسط اجرا:  $\Theta(n \log n)$  است.

زمان پیچیدگی دخت:  $\Theta(n \log n) \leftarrow \Omega(n)$