مدارهاي منطقي

پاییز ۱۴۰۳ استاد: دکتر صدیقی، دکتر صاحبالزمانی تدریس یاران: رضا آدینه پور، مرتضی عادلخانی



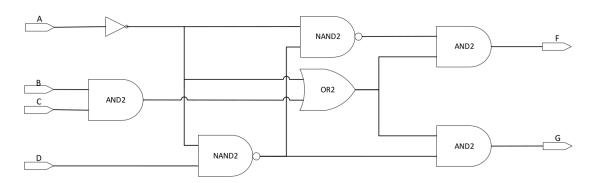
سادهسازی جدول کارنو مهلت ارسال: ۱ آبان

پاسخنامه تمرین دوم

- مهلت ارسال پاسخ تا ساعت ۲۳:۵۹ روز مشخص شده است. برای انجام تمرین زمان کافی اختصاص داده شده است. انجام آن را بههیچوجه به روزهای پایانی موکول نکنید.
- سوالات خود را از طریق ایمیلهای adinepour@aut.ac.ir و madelkhani@aut.ac.ir و یا در کلاس حل تمرین از تدریسیاران بپرسید.
 - صرفا تمارین آپلود شده در سامانه courses تصحیح می شوند.
 - حتما در نامگذاری فایلهای آپلودی خود از قالب $\{HWx\}_{STD_Number}_{Name}$ تبعیت کنید.
- پاسخهای ارسالی منحصراً باید حاصل تلاشهای فردی شما باشد. در صورت استفاده از منابع خارجی یا همفکری، حتماً این موارد را ذکر کنید.
 - در صورت مشاهده هرگونه تقلب، نمره ۳ سری تمرین برای تمام افراد شرکتکننده، صفر لحاظ خواهد شد.

سوالات اصلی (۹۰ نمره)

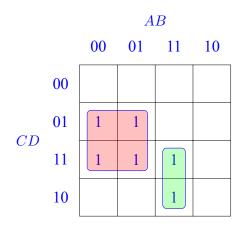
۱۰ نمره) مدار زیر را با استفاده از جدول کارنو به سادهترین فرم ممکن برای هر دو حالت SoP و PoS در آورید و سپس مدار هر یک از دو حالت را رسم کنید.

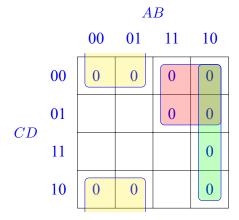


حل. ابتدا توابع خروجی F و G را بهدست می آوریم:

- $\bullet \ \ F = [A' \cdot (A'D)']' \cdot [BC + A'] = [A + (A'D)] \cdot [BC + A'] = ABC + A'BCD + A'D$
- $G = [A'D]' \cdot [A' + BC] = [A + D'] \cdot [A' + BC] = ABC + A'D' + BCD'$

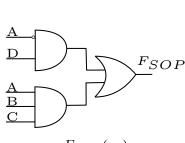
سپس برای هر کدام از توابع F و G جدول کارنو رسم میکنیم. برای تابع F داریم:

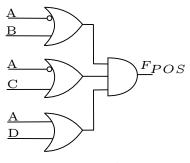






 $(POS) : F = (A' + B) \cdot (C + A') \cdot (A + D)$



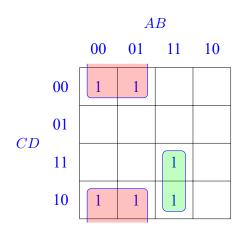


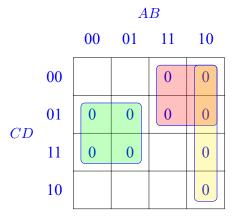
 F_{SOP} (ب)

 F_{POS} ($\tilde{1}$)

شكل ۱: مدار ساده شده تابع F

همچنین برای تابع G داریم:





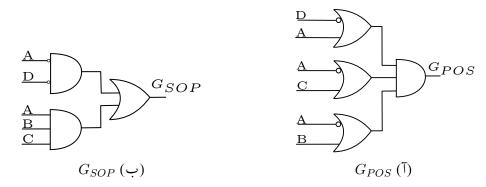
$$(SOP): G = A'D' + ABC$$

$$(SOP): G = A'D' + ABC$$
 $(POS): G = (A + D') \cdot (A' + C) \cdot (A' + B)$

۲. (۱۰ نمره) تابعهای بولی ۴ متغیری زیر را در نظر بگیرید:

(a)
$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum (1, 3, 4, 5, 9, 13, 15) + d(7, 11, 12, 14)$$

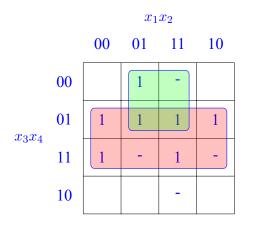
(b)
$$f(A, B, C, D) = \sum (1, 3, 4, 7, 11) + d(5, 12, 13, 14, 15)$$

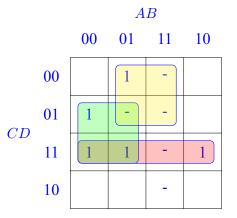


شكل ٢: مدار ساده شده تابع G

- (آ) تمام PI ها و EPI های جدول کارنو تولید شده برای هر تابع را نشان دهید.
 - (ب) با استفاده از جدول کارنو یک عبارت SOP برای هر تابع بهدست آورید.

حل. ابتدا جدول کارنو این دو تابع را رسم میکنیم:





$$f = x_4 + x2x_3'$$

$$PIs = x_4, x_2x_3'$$

$$EPIs = PIs$$

$$f = C'B + DA' + CD$$

$$PIs = C'B, DA', CD$$

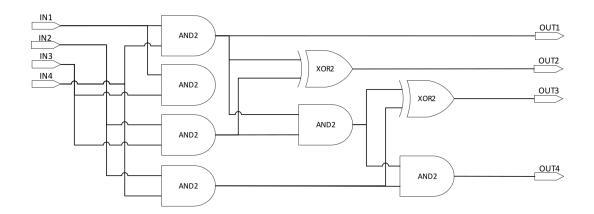
$$EPIs = PIs$$

- ۳. (۱۵ نمره) مدار زیر با ۴ ورودی، ۱۸۱، ۱۸۲، ۱۸۳ و ۴ خروجی ۱۸۲۱، OUT۲، OUT۲، OUT۲ و ۲ خروجی ۱۸۲۱، OUT۴، OUT۴، OUT۲ و ۲ فروجی ۱۸۲۱، OUT۴، O
 - (آ) جدول صحت' این مدار را استخراج کنید.
- (ب) با استفاده از جدول کارنو مدار را برای پیادهسازی POS مستقیماً ساده کنید و سپس آن را دوباره بکشید.

حل.

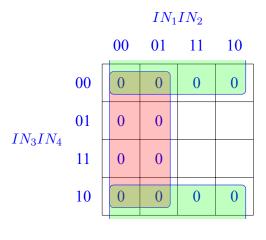
(الف) جدول درستی مدار به صورت زیر به دست می آید:

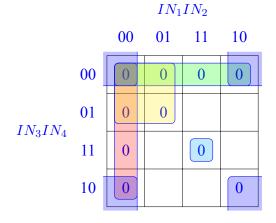
[\]Truth Table



IN_1	IN_2	IN_3	IN_4	OUT_1	OUT_2	OUT_3	OUT_4
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	0	1	0	0
0	1	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	1	1	1	0
1	1	1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	0	0	1

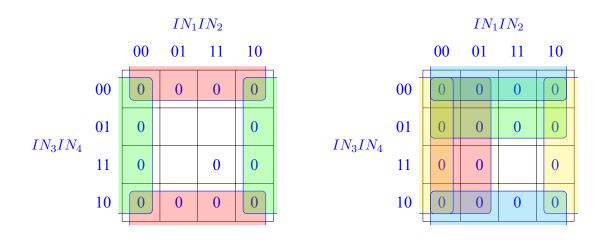
(ب) جداول کارنو برای چهار خروجی بهصورت زیر میشود:





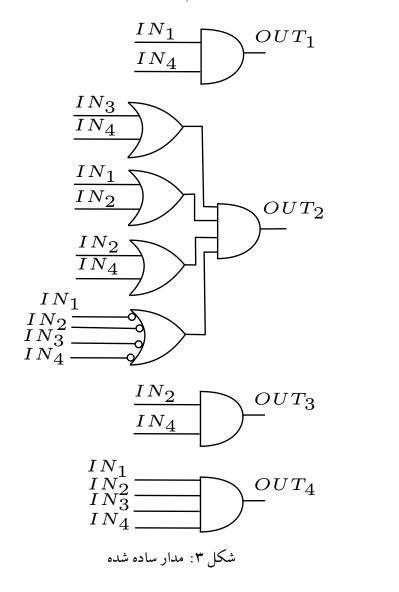
$$OUT_1 = IN_4 \cdot IN_1$$

$$OUT_2 = (IN_3 + IN_4) \cdot (IN_1 + IN_2) \cdot (IN_2 + IN_4) \cdot (IN_1' + IN_2' + IN_3' + IN_4')$$



 $OUT_3 = IN_4 \cdot IN_2$

 $OUT_4 = IN_1 \cdot IN_2 \cdot IN_3 \cdot IN_4$ همچنین مدار ساده شده بهصورت زیر رسم میشود:



(7 Segment) و یک نمایشگر هفت قطعه ای (A,B,C,D) و یک نمایشگر هفت قطعه ای (7 Segment) و یک نمایشگر هفت قطعه ای

خروجی هایی مطابق جدول زیر مشاهده کنیم (به عبارت دیگر، میخواهیم یک Binary-to-7-Segment خروجی هایی مطابق جدول زیر مشاهده کنیم).

A	В	С	D	Display
0	0	0	0	0
0		0		1
0	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	1	1 0	2
0	0	1		A
0	1	0	1 0	3
0	1	0	1	4
0	1	1	0	P
0 0 0 0 0 0 0	1	1		1 2 A 3 4 P 5 6 C
1	1 0 0 0 0 1	0	1 0 1	6
1	0	0	1	C
1	0	1	0	7
1	0	1	0	8
1	1	0	0	8 U
1	1	0	0	9
1	1	1	0	Е
1	1	1	1	F

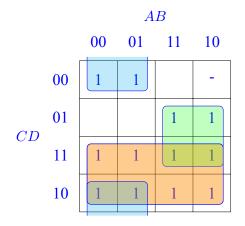
- (آ) جدول صحت برای نمایش وضعیت تمامی خروجیها (وضعیت هر قطعه از 7segment) را بر اساس اسمگذاریهای اسلاید ۱۸ از مجموعه اسلاید ۶ رسم کنید. راهنمایی: این جدول باید مشابه جدول اسلاید ۱۸ از همان مجموعه اسلاید باشد.
- (ب) با استفاده از جدول کارنو توابع ساده شده هر یک از خروجیهای هفتگانه را تعیین کنید (مشابه اسلاید ۲۰).

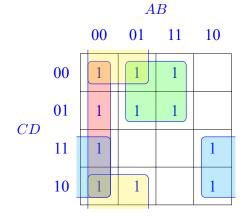
حل.

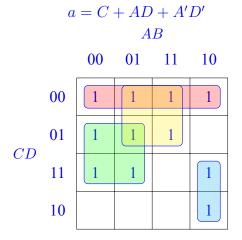
(آ) جدول درستی این طراحی بهصورت زیر بهدست میآید:

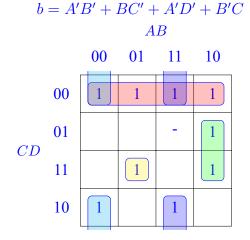
A	B	C	D	Display	a	b	c	d	e	f	g
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0
0	0	1	0	2	1	1	0	1	1	0	1
0	0	1	1	A	1	1	1	0	1	1	1
0	1	0	0	3	1	1	1	1	0	0	1
0	1	0	1	4	0	1	1	0	0	1	1
0	1	1	0	P	1	1	0	0	1	1	1
0	1	1	1	5	1	0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	6	X	0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	C	1	0	0	1	1	1	0
1	0	1	0	7	1	1	1	0	0	X	0
1	0	1	1	8	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	U	0	1	1	1	1	1	0
1	1	0	1	9	1	1	1	X	0	1	1
1	1	1	0	E	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	F	1	0	0	0	1	1	1

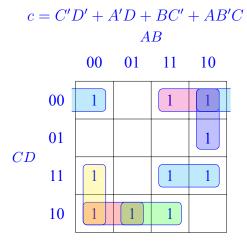
(ب) سپس برای هر یک از خروجیهای (هر Digit از Seg) این جدول، جدول کارنو رسم میکنیم و معادله آن را بهدست میآوریم. (پاسخهای این سوال Unic نمیباشد)

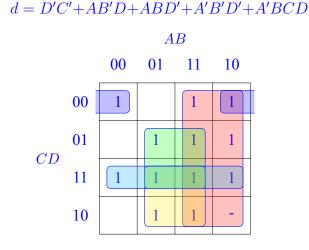






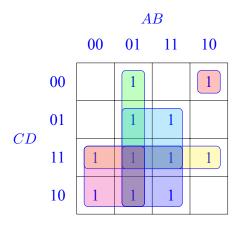






$$e = A'B'C + BCD' + ACD + AB'C' + AC'D' + B'C'D'$$

$$f = A + BD + BC + CD + B'C'D'$$



$$g = CD + A'C + BA' + BC + BD + AB'C'D'$$

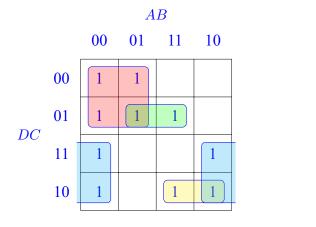
- ۵. (۱۵ نمره) سوالهای ۵.۵۰ و ۵.۴۵ واقع در صفحه ۱۶۵ و ۱۶۶ کتاب مرجع درس مدارهای منطقی را حل کرده و پاسخ آن را بنویسید. حل. متن سوال ۵.۴۵ بهصورت زیر است:
- 5.45. Find the minimum sum of products for each function. Then, make the specified minterm a don't-care and verify that the minimum sum of products is unchanged. Now, start again with the original expression and find each minterm which could individually be made a don't-care, without changing the minimum sum of products.

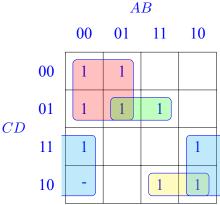
(a)
$$F(A, B, C, D) = A'C' + A'B' + ACD' + BC'D, minterm2$$

(b)
$$F(A, B, C, D) = A'BD + AC'D + AB' + BCD + A'C'D$$
, minterm7

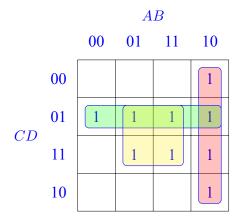
برای قسمت (a) مطابق با دو جدول کارنو زیر مشاهده می شود که اگر مینترم ۲ را به عنوان حالت Dont Care درنظر بگیریم، تفاوتی در حاصل خروجی ایجاد نمی شود. در ادامه سوال گفته شده است که بهترتیب اگر هرکدام از مینترمهای جدول را به عنوان DC درنظر بگیریم، آیا حاصل تابع خروجی تغییر میکند یا خیر؟

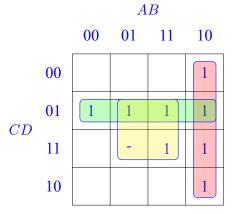
با بررسی تک به تک این حالات مشخص می شود که مینترمهای ACD' و ACD' و ACD' اگر به عنوان ACD' درنظر گرفته شوند، حاصل تابع را تغییر می دهند و به ترتیب ترمهای ACD' و ACD' یا ACD' را به ترتیب حذف می کنند.





$$F = A'B' + A'C' + BC'D + ACD'$$
 $F = A'B' + A'C' + BC'D + ACD'$ همچنین برای قسمت (b) سوال نیز مطابق با قسمت قبل عمل میکنیم.





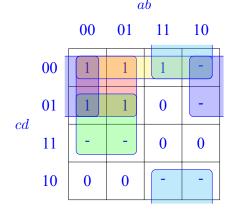
$$F = C'D + AB' + BD$$

$$F = C'D + AB' + BD$$

بنابراین با درنظر گرفتن مینترم شماره ۷ به عنوان جالت DC، تابع خروجی تغییری نمیکند. همانند قسمت قبل بنابراین با درنظر گرفتن مینترم شماره ۷ به عنوان جالت که حاصل خروجی را تغییر می دهد و ترم C'D را حذف میکند.

متن سوال ۵.۵۰ بهصورت زیر است:

- 5.50. Four of the minterms of an incompletely specified function f(a, b, c, d) are m_0 , m_1 , m_4 , and m_5 .
 - (a) Specify additional minterms and don't-cares for f so that f has five prime implicants with two literals and no other prime implicants and, in addition, f has one prime implicate with one literal and two prime implicates with two literals
 - (b) For each prime implicant, give its algebraic representation and specify whether it is an essential prime implicant.
 - (c) Determine all minimum sum-of-products expressions for f.
 - (d) For each prime implicate, give its algebraic representation and specify whether it is an essential prime implicate.
 - (e) Determine all minimum product-of-sums expressions for f.



$$f(a, b, c, d) = \sum m(0, 1, 4, 5, 12) + d(3, 7, 8, 9, 10, 14)$$

- (\smile) Nonessentials: a'd, c'd', a'c', b'c', ad'
- f = a'd + c'd'
 - f = a'c' + c'd'
 - f = a'c' + ad'

		ab							
		00	01	11	10				
	00	1	1	1	-				
cd	01	1	1	0	_				
cu	11	-	-	0	0				
	10	0	0	-	-				

- Essentials: c', a' + d' and Nonessential: a' + b
- $(\bullet) \quad f = (c') \cdot (a' + d')$

د. (۱۰ نمره) توابع زیر را از فرم استاندارد به فرم کاننیکال تبدیل کنید:

- (a) f(A, B, C) = AC' + BC' + ABC
- (b) f(A, B, C) = (C + A')(B + C')(A + B + C)(A' + B')
- (c) $f(A, B, C, D, E) = B \cdot D' \cdot E + A \cdot B' \cdot D + A \cdot C \cdot D' \cdot E + A \cdot C' \cdot E$

حل. متن سوال

۷. (۱۰ نمره) توابع زیر را بدون سادهسازی یک بار فقط با استفاده از NANDهای ۲_ورودی و یک بار فقط با استفاده از NORهای ۲_ورودی پیادهسازی کنید:

- (a) F = A'[B' + C'D' + DE]
- (b) F = A + BCD' + BCE' + BDE'

حل. متن سوال

سوالات امتیازی (۴۰ نمره)

۱. (۲۵ نمره) یک تصویر $* \times *$ با ۱۶ پیکسل را در نظر بگیرید. هر پیکسل میتواند یکی از دو حالت سیاه (۱) یا سفید (۰) باشد (تصویر به صورت سیاه و سفید است). در این تصویر یک مربع $* \times *$ وجود دارد که میخواهیم آن را تشخیص دهیم.

همانطور که گفته شد، تصویر سیاه و سفید است و مربع ایجاد می شود که ۴ پیکسل در کنار هم یک مقدار (۰ یا ۱) داشته باشند و دیگر پیکسلها مقدار دیگری داشته باشند. با توجه به این موضوع می توان دریافت که در حالتی که بیشتر از یک مربع در تصویر ایجاد شود، مربع تشخیص داده نمی شود. نمونه های حضور مربع در زیر نمایش داده شده است:

	•				•				1		
١	١	١	١	١	•	•	١	•	•	•	•
١	•	•	١	١	•	•	١	•	•	•	•
١	•	•	١	١	١	١	١	•	•	١	١
١	١	١	١	١	١	١	١	•	•	١	١
	•	X			>	C			>	(
١	١	•	•	١	١	١	١	١	١	١	١
١	١	•	•	١	•	•	١	١	١	١	١
							1				

تصویر از Υ بلوک $\Upsilon \times \Upsilon$ تشکیل شده است که هر کدام از این بلوکها تنها میتوانند یکی از چهار حالت زیر را داشته باشند.

	١	١	•	•
	١	١	•	•
	١	١	•	•
	•	•	١	١

با توجه به توضیحات داده شده مداری طراحی کنید که حالات موجود در تصویر را دریافت کند بتواند مربع تولید شده در تصویر را تشخیص دهد. در صورت وجود یک مربع مقدار یک در خروجی ایجاد کند و در غیر این صورت مقدار صفر تولید کند.

برای این کار مراحل زیر را انجام داده و گزارش دهید:

- (آ) ابتدا جدول صحت مدار مورد نظر را بنویسید.
- (ب) تابع بولی به دست آمده از جدول صحت را بنویسید (بدون سادهسازی).
 - (ج) با استفاده از جدول کارنو تابع را ساده کنید.
 - (د) مدار متناظر با تابع ساده شده را رسم کنید.

حل. پاسخ ۲ + ۲ چند می شود؟

۲. (۱۵ نمره)

Given $F_1 = \prod M(0,4,5,6)$ and $F_2 = \prod M(0,3,4,6,7)$, find the maxterm expansion for F_1F_2 . State a general rule for finding the maxterm expansion of F_1F_2 given the maxterm expansion of F_1 and F_2 . Prove your answer by using the general form of the maxterm expansion.

حل. متن سوال