

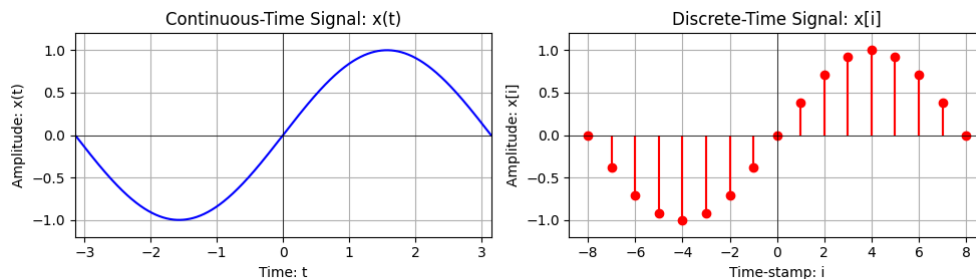


Discrete Time Convolution

Array & String - ★★

Proposer: เร็วลเกินไป

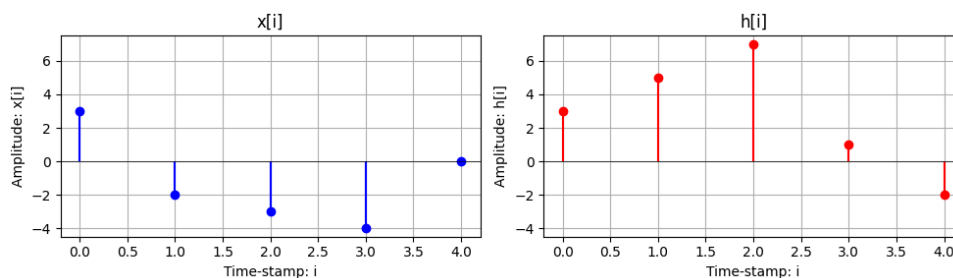
สัญญาณคลื่น analog ที่ได้มาจากการอัดเสียงด้วยไมค์โครโฟนสามารถถูกแปลงเป็นสัญญาณย่อยๆ เพื่อให้เก็บข้อมูลเข้าสู่ระบบคอมพิวเตอร์ได้ โดยเราจะเรียกสัญญาณชนิดใหม่นี้ว่า **Discrete Time Signal (DT)** ยกตัวอย่างสัญญาณ $x(t)$ จากไมค์โครโฟนที่ถูกแปลง (sampling) ให้เป็น Discrete Time Signal $x[i]$ ดังภาพด้านล่าง



กำหนดให้การทำ **Convolution** บนสัญญาณ DT สองสัญญาณ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $y[i] = x[i] * h[i]$ เมื่อ $y[i]$ คือสัญญาณที่เกิดจากการทำ Convolution ระหว่าง $x[i]$ และ $h[i]$ โดยค่าของ $y[i]$ สามารถคำนวณได้จากสูตร

$$y[i] = x[i] * h[i] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[i - k]$$

ยกตัวอย่างสัญญาณ $x[i] = \{3, -2, -3, -4, 0\}$ และ $h[i] = \{3, 5, 7, 1, -2\}$ ดังภาพ



ถ้าเราทำ Convolution บนสัญญาณ $x[i]$ และ $h[i]$ จะได้

$$y[i] = \{9, 9, 2, -38, -49, -27, 2, 8, 0\}$$

สังเกตว่า $y[i]$ จะมีข้อมูล $2N - 1$ ตัว นั่นคือ เราจะได้ $y[0], y[1], \dots, y[2N - 2]$ ก่อนที่จะไม่มีค่า k ใดๆ ในสูตร Convolution ที่ทำให้โดเมนของ $x[k]$ และ $h[i - k]$ อยู่ในช่วง $[1, N]$ พร้อมกัน

ข้อนี้จะกำหนดสัญญาณ $x[i]$ และ $h[i]$ ในช่วง $0 \leq i < N$ มาให้ (เมื่อ N เป็นจำนวนเต็มบวก ใดๆ) โดยให้อนุมานได้เลยว่า $x[i]$ และ $h[i]$ ในช่วงอื่นๆ นอกจากนี้จะมีค่าเป็น 0 ทั้งหมด

จงเขียนโปรแกรมเพื่อหาค่าของสัญญาณที่เกิดจากการทำ Convolution ระหว่าง $x[i]$ และ $h[i]$

ข้อมูลนำเข้า

- บรรทัดแรก เป็นจำนวนเต็มบวก N ($1 \leq N \leq 1000$)
- บรรทัดที่สอง มีจำนวนเต็ม N จำนวนคือ $x[0], x[1], \dots, x[N-1]$ ($-100 \leq x[i] \leq 100$)
- บรรทัดที่สาม มีจำนวนเต็ม N จำนวนคือ $h[0], h[1], \dots, h[N-1]$ ($-100 \leq h[i] \leq 100$)

ข้อมูลส่งออก

$y[0]$ จนถึง $y[2N - 2]$ เมื่อ $y[i]$ เป็นสัญญาณที่ได้จากการทำ Convolution ระหว่าง $x[i]$ และ $h[i]$

ตัวอย่าง

ข้อมูลนำเข้า Input	ข้อมูลส่งออก Output
5 3 -2 -3 -4 0 3 5 7 1 -2	9 9 2 -38 -49 -27 2 8 0
5 1 2 3 4 5 5 4 3 2 1	5 14 26 40 55 40 26 14 5

คำอธิบายตัวอย่างที่ 1

- $y[0] = x[0]h[0 - 0] = 9$
- $y[1] = x[0]h[1 - 0] + x[1]h[1 - 1] = 9$
- $y[2] = x[0]h[2 - 0] + x[1]h[2 - 1] + x[2]h[2 - 2] = 2$
- ...
- $y[6] = x[2]h[6 - 2] + x[3]h[6 - 3] + x[4]h[6 - 4] = 2$
- $y[7] = x[3]h[7 - 3] + x[4]h[7 - 4] = 8$
- $y[8] = x[4]h[8 - 4] = 0$